

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris  
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuaires  
le 10/03/2022

Par : **Pauline BERGER**

Titre : **Optimisation de couvertures de réassurance  
dans un environnement aux normes multiples**

Confidentialité :  NON       OUI (Durée :  1 an     2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de la filière*

*Entreprise : Mazars Actuariat **mazars***

*Nom : Pierre PICARD*

*Signature :*

*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuaires*

*Directeur du mémoire en entreprise :*

*Nom : Abdoulaye TRAORE*

*Signature :*

**Autorisation de publication et de  
mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actuariels**  
*(après expiration de l'éventuel délai de  
confidentialité)*

Secrétariat :

Signature du responsable entreprise

Bibliothèque :

Signature du candidat



## Résumé

Les entreprises d'assurance françaises évoluent aujourd'hui dans un environnement multinorme composé de la norme locale française (French GAAP) et de Solvabilité 2. En outre, la norme IFRS 17 sera prochainement appliquée pour certaines entreprises. Elle redéfinit les méthodes d'évaluation des passifs des assureurs, ainsi que la présentation et la reconnaissance de leur résultat.

Ce contexte réglementaire et comptable se combine avec la nécessité de gérer les risques auxquels l'entreprise fait face. L'appétit au risque de l'entreprise représente le niveau de risque qu'elle est prête à assumer et permet d'orienter la stratégie de gestion des risques. La réassurance est un levier très important dans cette gestion des risques. Elle aide l'assureur à atteindre ses objectifs. Nous proposons dans ce mémoire une méthode d'optimisation de la gestion des risques d'une compagnie IARD fictive à l'aide de traités de réassurance.

L'optimisation de la couverture de réassurance est une problématique car elle s'apparente à un problème mathématique avec plusieurs objectifs et de nombreuses contraintes qui peuvent être contradictoires. Pour répondre à cette problématique, nous considérons une optimisation multiobjectif en passant par des algorithmes génétiques. Nous tenons ainsi compte des objectifs de l'entreprise (rentabilité, solvabilité, croissance...) et déterminons, selon ces objectifs, des stratégies de réassurance Pareto-optimales.

**Mots-clés :** *Gestion des risques, Optimisation multiobjectif, Algorithmes génétiques, Optimalité de Pareto, Réassurance, IFRS 17, Solvabilité 2.*

## Abstract

French insurance companies operate in a multi-standard environment. In addition to the local French standard and Solvency 2, IFRS 17 will soon be applied for some companies. IFRS 17 redefines the valuation methods for insurers' liabilities, as well as the presentation and recognition of their results.

This regulatory and accounting context is combined with the need to manage the risks faced by the company. The risk appetite represents the level of risk the company is willing to assume and helps to guide the risk management strategy. Reinsurance is a very important leverage tool in the risk management of an insurance company. It helps the insurer to achieve its objectives. In this paper, we propose a method for optimising the risk management of a property and casualty company using reinsurance treaties.

The optimisation of reinsurance is challenging because it is similar to a mathematical problem with several objectives and constraints that can be contradictory. To answer this question, we solve a multiobjective optimisation by means of genetic algorithms. We take into account the company's objectives (profitability, solvency, growth, etc.) and determine, according to these objectives, optimal reinsurance strategies in the sens of Pareto.

**Key-words:** *Risk management, Multiobjective optimization, Genetic Algorithms, Pareto optimality, Reinsurance, IFRS 17, Solvency 2.*

# Note de synthèse

## 1 Introduction

Les compagnies d'assurance doivent aujourd'hui composer avec un environnement très réglementé. En effet, la directive Solvabilité 2 entrée en vigueur en 2016 impose des règles de solvabilité et encadre la gestion des risques. De plus, les compagnies doivent publier leurs comptes sous la norme comptable française French GAAP et prochainement selon la norme IFRS 17 (pour les compagnies cotées en bourse ou faisant un appel public à l'épargne uniquement). La mise en place d'IFRS 17 est prévue en 2023 et bouscule les pratiques des assureurs. Elle vise à redéfinir les méthodes d'évaluation des passifs des assureurs, ainsi que la présentation et la reconnaissance de leur résultat.

Ce contexte réglementaire et comptable se combine avec la nécessité de gérer les risques auxquels l'entreprise fait face. En effet, les compagnies d'assurance doivent définir leur appétit au risque, c'est-à-dire le niveau de risque qu'elles sont prêtes à accepter pour réaliser leurs objectifs. L'ORSA, qui est un processus interne d'évaluation des risques et de la solvabilité défini par Solvabilité 2, encadre la gestion des risques des compagnies. Des indicateurs de risque et de performance doivent être suivis afin de s'assurer que l'entreprise va dans la bonne direction et respecte ses limites de risques.

Or, la compagnie d'assurance doit suivre et optimiser des indicateurs qui peuvent être contradictoires. De manière générale, il n'est pas possible de maximiser le rendement tout en minimisant le risque et des compromis doivent être trouvés. Le pilotage de l'entreprise est alors multiobjectif et il est délicat de remplir les objectifs tout en satisfaisant des contraintes sans établir de stratégie sur mesure.

La réassurance permet à l'assureur de céder une partie des risques souscrits et de mieux les maîtriser. Il peut ainsi réduire la volatilité de son résultat et son besoin en marge de solvabilité, requis par la réglementation. En revanche, se réassurer induit de céder une partie de sa marge de profit au réassureur. La réassurance peut permettre à la compagnie d'assurance de remplir ses objectifs et ses contraintes si elle est judicieusement appliquée.

Nous proposons dans ce mémoire une optimisation multiobjectif des couvertures de réassurance. Nous implémentons un algorithme qui permet :

- de modéliser une compagnie d'assurance non-vie évoluant dans l'environnement multi-norme défini ci-dessus,
- de projeter son bilan et son résultat selon les différentes normes sur un horizon de temps choisi
- et d'optimiser la stratégie de réassurance selon les objectifs et l'appétit au risque de la compagnie.

## 2 Modélisation

### 2.1 Fonctionnement de l'algorithme

Le fonctionnement de l'algorithme de modélisation et de projection est résumé sur le schéma ci-dessous.

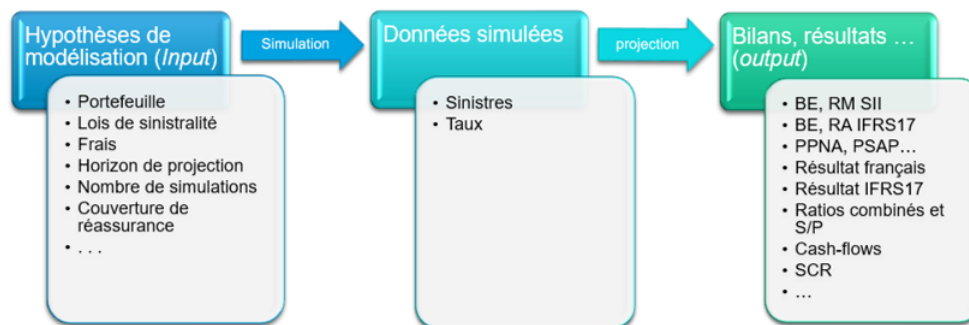


FIGURE 1 – Modèle de projection implémenté

- Des paramètres, comme le nombre de contrats détenus, les taux de frais ou encore la couverture de réassurance appliquée, sont renseignés en entrée. Ces paramètres sont fixés pour notre étude et seule la couverture de réassurance varie.
- Ensuite, la sinistralité pour chaque année de projection est simulée stochastiquement. Cela permet d'obtenir une distribution de la sinistralité pour chaque année. Les variables économiques (taux zéro-coupons notamment) sont également calculés.
- Les bilans et comptes de résultat futurs sont obtenus grâce à la simulation de la sinistralité et des taux économiques. On obtient ainsi des distributions d'indicateurs évaluant la rentabilité et la solvabilité de la compagnie sur l'horizon de temps choisi. Cela permet par la suite d'appliquer des statistiques comme l'écart-type ou les quantiles.

### 2.2 Hypothèses de modélisation

Nous faisons le choix de modéliser une compagnie commercialisant des contrats sur les lignes d'activité (LoB) :

- dommage automobile,
- responsabilité civile automobile
- et multirisque habitation.

Les caractéristiques du portefeuille, les taux de frais ainsi que les paramètres des lois de sinistralité sont fixés de façon à modéliser une entreprise cohérente avec les données de marché.

Les traités de réassurance considérés sont :

- le quote-part (réassurance proportionnelle),
- l'excédent de sinistre (réassurance non-proportionnelle)

— et le stop-loss (réassurance non-proportionnelle).

## 2.3 Bilans et résultats projetés

Un bilan initial est établi et une projection de la situation de l'entreprise est réalisée sur un horizon de 5 ans, ce qui correspond à un horizon de business plan ORSA.

Nous calculons le SCR Solvabilité 2 selon la formule standard. Pour les comptes IFRS 17, nous faisons le choix du modèle PAA (*Premium Allocation Approach*), qui est adapté aux contrats non-vie de durée 1 an. Nous constituons des portefeuilles automobile et multi-risque habitation afin de respecter la maille de calcul IFRS 17. Le portefeuille automobile regroupe ainsi les LoB dommage auto et RC auto.

On s'intéresse particulièrement aux indicateurs suivants :

- SCR
- Résultat technique
- Résultat d'assurance IFRS 17
- Return On Equity
- Ratio de solvabilité
- Ratio combiné

Ces indicateurs permettent de définir les objectifs et contraintes d'appétit au risque de la compagnie. Une optimisation de la couverture de réassurance est ensuite réalisée, afin de répondre aux objectifs et de satisfaire les contraintes de la compagnie.

## 3 Optimisation

Nous faisons l'hypothèse que l'entreprise modélisée poursuit les objectifs suivants :

- Maximisation du résultat IFRS 17 moyen sur la projection
- Minimisation du SCR moyen sur la projection

En respectant des limites d'appétit au risque définies sur :

- le quantile à 10% du ROE dans 5 ans,
- le quantile à 10% du ratio de solvabilité dans 5 ans,
- le quantile à 90% du ratio combiné dans 5 ans.

Le problème d'optimisation considéré s'écrit alors de la manière suivante :

$$\min_{\omega \in \Omega} (f_1(\omega), f_2(\omega)) \quad \text{such that} \quad g_1(\omega) \leq 0, \quad g_2(\omega) \leq 0, \quad g_3(\omega) \leq 0 \quad (1)$$

- $\Omega$  est l'espace des couvertures de réassurance possibles (soit l'espace de décision),
- $f_1$  et  $f_2$  sont les deux objectifs définis précédemment à optimiser,
- $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_3$  sont les trois contraintes d'appétit au risque définies précédemment à respecter.

Notre problème d'optimisation doit être abordé avec une approche particulière du fait de la multiplicité des fonctions à optimiser. En effet, ces objectifs peuvent ne pas atteindre leur optimum au même point  $\omega$  de l'espace de décision et être contradictoires. Dans notre cas, nous ne pouvons pas trouver une solution de réassurance permettant de maximiser le résultat et de minimiser le SCR simultanément sur l'espace de décision. Nous ne pouvons pas trouver de solution unique.

La notion de dominance de Pareto nous permet en revanche de déterminer l'ensemble des meilleures solutions appelé la frontière de Pareto. La théorie de Pareto ne permet cependant pas de classer ces solutions entre elles qui sont considérées comme équivalentes. L'entreprise peut néanmoins sélectionner la stratégie qu'elle préfère parmi les solutions respectant ses contraintes et se trouvant sur la frontière de Pareto. Ci-dessous, une illustration de la frontière de Pareto dans le cadre d'une minimisation de deux objectifs. Les solutions se trouvant sur la frontière sont meilleures que les autres solutions pour les deux objectifs.

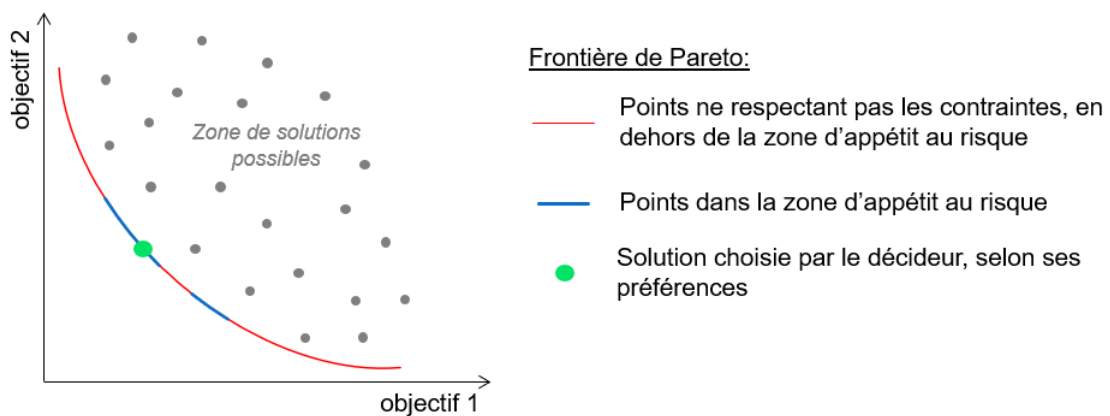


FIGURE 2 – Frontière de Pareto

Nous avons choisi d'étudier les algorithmes génétiques afin de déterminer la frontière de Pareto de notre problème. Les algorithmes génétiques sont très polyvalents et s'adaptent à de nombreux problèmes dans des domaines variés. L'optimisation est réalisée avec l'algorithme NSGA-II qui est un algorithme génétique adapté au problème des objectifs multiples et qui intègre la notion de dominance de Pareto.

## 4 Couvertures de réassurance optimales

L'application de cette approche à notre modèle permet d'obtenir l'approximation ci-dessous de la frontière de Pareto selon les deux objectifs sur le SCR et le résultat IFRS 17.

Les solutions sur la frontière permettant de respecter les contraintes d'appétit au risque sont colorées en bleu. L'entreprise peut ensuite choisir parmi cet ensemble selon ses préférences.



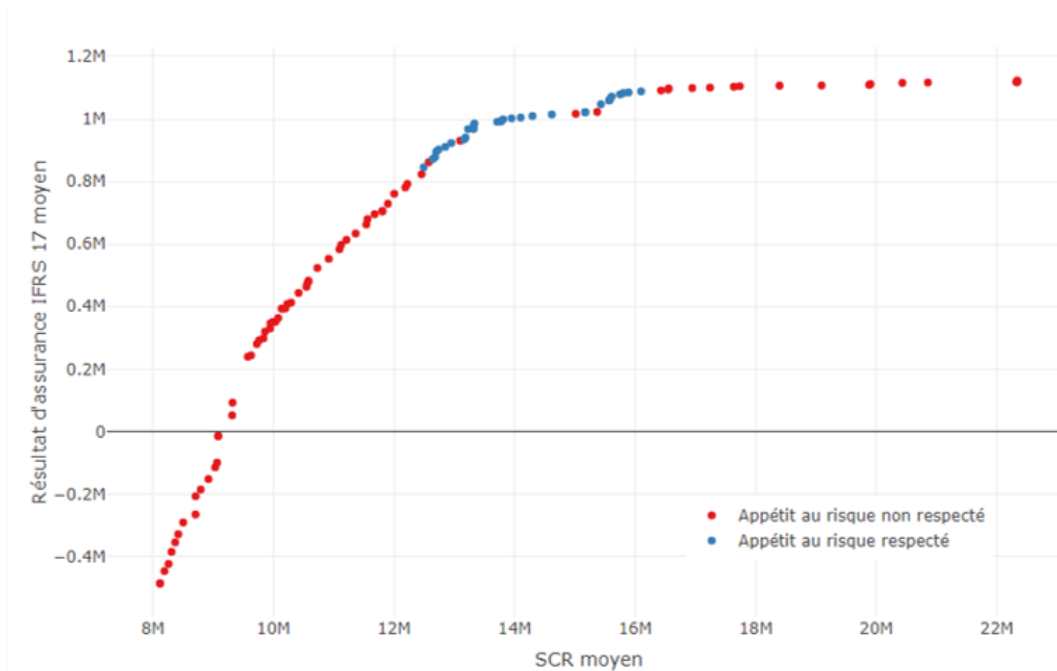


FIGURE 3 – Frontière de Pareto pour le couple d’objectif SCR moyen - Résultat IFRS 17 moyen

Nous observons que les solutions qui vérifient les contraintes sont caractérisées par les éléments suivants :

- La RC auto est très réassurée, avec notamment des Quote-Part à haut taux de cession et des excédent de sinistre à portée élevée. Cette ligne d’activité est déficitaire et très volatile et requiert une immobilisation de capital plus importante que les deux autres lignes. La réassurer permet de considérablement augmenter le ratio de solvabilité et de limiter la volatilité du résultat.
- Pour le dommage auto et le MRH qui sont profitables, il est intéressant d’appliquer des couvertures plus faibles de réassurance, et des excédents de sinistres ou des stop-loss plutôt que des Quote-Part. En effet, le Quote-Part induit une forte cession des bénéfices.

La projection de la situation de l’entreprise selon la stratégie de réassurance choisie peut ensuite être comparée avec une projection sans réassurance.

## 5 Conclusion

L’algorithme développé permet de modéliser une compagnie non-vie évoluant dans un environnement multinorme French GAAP, Solvabilité 2 et IFRS 17. La nouvelle norme comptable est ainsi intégrée au pilotage et à la gestion des risques d’une compagnie. Il permet également d’étudier l’application de différentes couvertures de réassurance. Enfin, l’optimisation multiobjectif aboutit à une reconstitution de la frontière de Pareto et permet d’obtenir des combinaisons optimales de traités de réassurance pour répondre aux objectifs de la compagnie tout en satisfaisant ses contraintes d’appétit au risque.

# Executive summary

## 1 Introduction

Today, insurance companies deal with a highly regulated environment. Solvency 2 directive, which came into force in 2016, imposes solvency rules and provides a framework for risk management. In addition, companies must publish their accounts under the French accounting standard (French GAAP) and soon under IFRS 17 (for listed companies). The implementation of IFRS 17 is scheduled for 2023 and will reorganize insurers' practices. IFRS 17 aims to redefine the methods for valuing insurers' liabilities, as well as the presentation and recognition of their results.

This regulatory and accounting context is combined with the need to manage the risks faced by the company. Indeed, insurance companies must define their risk appetite, i.e. the level of risk they are willing to undertake to achieve their objectives. The ORSA, which is an internal risk and solvency assessment process defined by Solvency 2, provides a framework for company risk management. Risk and performance indicators must be monitored to ensure that the company is heading in the right direction and staying within its risk limits.

However, the indicators the insurance company monitors may be contradictory. Generally, it is not possible to maximise return while minimising risk and some compromises must be found. The management of the company is therefore multi-objective. An appropriate and relevant strategy is necessary for the company in order to meet the objectives while satisfying the constraints.

Reinsurance allows the insurer to cede part of its underwritten risks and to better manage them. On the one hand, the insurer can reduce the volatility of its results and its need of solvency margin, as required by the regulators. On the other hand, reinsuring means for the insurer ceding part of its profit margin to the reinsurer. Reinsurance can enable the insurance company to meet its objectives and constraints if it is judiciously applied.

In this paper we propose a multi-objective optimisation of reinsurance cover. We implement an algorithm that allows to :

- model a non-life insurance company operating in the multi-standard environment defined above,
- project its balance sheet and results according to the different standards over a chosen time horizon
- and optimise the reinsurance strategy according to the objectives the risk appetite of the company.

## 2 Modelisation

### 2.1 Algorithm's working

The modelling and projection algorithm is summarised in the diagram below.



FIGURE 1 – Algorithm

- Parameters such as the number of contracts in the portfolio, the working fees and the reinsurance cover applied are entered as inputs. These parameters are set for our study and only the reinsurance cover varies.
- Then, the claims for each projection year are stochastically simulated. This allows us to obtain a distribution of the claims for each year. Economic rates like the zero-coupon yield curve are also calculated.
- Future balance sheets and income statements are obtained from the simulation of claims and economic rates. This provides distributions of indicators that assess the profitability and solvency of the company over the chosen time horizon. This makes it possible to apply statistics such as standard deviation or quantiles on these indicators.

### 2.2 Modelisation assumptions

We choose to model a company selling contracts on the following business lines (LoB) :

- motor damage,
- motor vehicle liability,
- and multi-risk-home.

The characteristics of the portfolio, the fees rates as well as the parameters for the claims laws are set in such a way as to model a company consistent with market data.

The available reinsurance treaties we consider are :

- quota-share (proportional reinsurance),
- excess of loss applied by sinister (non-proportional reinsurance)

- stop-loss : excess of loss applied on the claims premium ratio (non-proportional reinsurance).

## 2.3 Projection

An initial balance sheet is established and a projection of the company's situation is made over a 5-year horizon, which corresponds to an ORSA business plan horizon.

We calculate Solvency 2 SCR according to the standard formula. To establish IFRS 17 accounts, we choose the PAA (Premium Allocation Approach) model, which is adapted to non-life contracts expiring after one year. We set up motor and multi-risk-housing portfolios in order to respect the IFRS 17 calculation grid. The motor portfolio thus gathers auto damage and motor vehicle liability.

We are particularly interested in the following indicators :

- SCR
- Technical result (French GAAP)
- Insurance result (IFRS 17)
- Return On Equity
- Solvability ratio
- Combined ratio

These indicators are used to define the company's risk appetite objectives and constraints. An optimisation of the reinsurance coverage is then carried out, in order to meet the objectives and constraints .

## 3 Optimisation

We assume that the modelled company has the following objectives :

- Maximization of the average IFRS 17 result on the projection
- Minimization of the average SCR on the projection

While it has to respect the risk appetite limits defined on :

- The 10% quantile of ROE at the end of the horizon,
- The 10% quantile of solvability ratio at the end of the horizon,
- The 90% quantile of combined ratio at the end of the horizon.

The considered optimization problem can be written as following :

$$\min_{\omega \in \Omega} (f_1(\omega), f_2(\omega)) \quad \text{such that} \quad g_1(\omega) \leq 0, \quad g_2(\omega) \leq 0, \quad g_3(\omega) \leq 0 \quad (1)$$

- $\Omega$  is the space of possible reinsurance covers,
- $f_1$  et  $f_2$  are the two previously defined objectives to be optimized,
- $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_3$  are the three previously defined constraints to be satisfied.

Our optimisation problem must be solve with a particular approach because of the multiplicity of functions to be optimised. Indeed, these objectives may not reach their optimum at the same element  $\omega$  of the decision space and they may be contradictory. In our case, we cannot find a reinsurance solution that maximises the result and minimises the SCR simultaneously. The optimal strategy is not unique.

The notion of Pareto dominance allows us to determine the set of best solutions called the Pareto frontier. However, Pareto theory does not allow us to rank these solutions among themselves, which are considered equivalent. The company can nevertheless select the strategy it prefers from among the solutions that meet its constraints and lie on the Pareto frontier. Below is an illustration of the Pareto frontier in the context of minimising two objectives. The solutions on the frontier are better on both objectives than the other solutions.

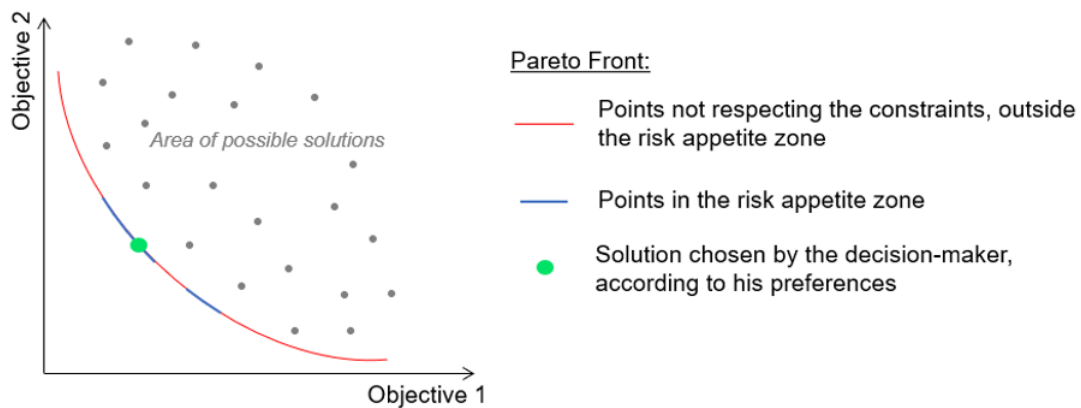


FIGURE 2 – Frontière de Pareto

We chose to study genetic algorithms in order to determine the Pareto frontier of our problem. Genetic algorithms are very useful and adapt to many problems in various fields. The optimization is carried out with NSGA-II algorithm which is a genetic algorithm adapted to the problem of multiple objectives and which integrates the notion of Pareto dominance.

## 4 Optimal reinsurance strategies

Applying this approach to our model results in the following approximation of the Pareto frontier according to the two objectives on the SCR and the IFRS 17 result.

The solutions on the frontier that meet the risk appetite constraints are coloured blue. The company can then choose from this set according to its preferences.

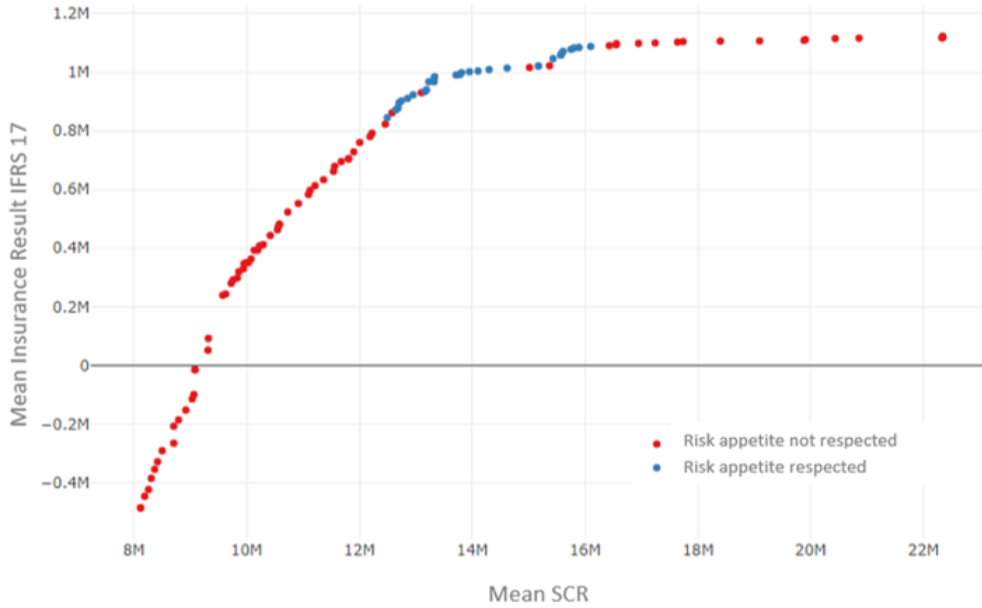


FIGURE 3 – Pareto frontier for the average SCR - average IFRS 17 result target couple

We observe that the solutions that satisfy the constraints are characterized by the following elements :

- Motor liability is highly reinsured, with high quota-share cession rates and high excess of loss capacities. This line of business is loss-making and volatile and requires a more significant capital immobilization than the other two LoB. Reinsuring this LoB allows a considerable increase in the solvency ratio and limits the volatility of the result.
- For motor and home damage, which are profitable LoB, it is interesting to apply lower reinsurance coverages, and excess of loss or stop-loss rather than quota-shares. This is explained by the fact that quota-share lead to a high cession of profits.

The projection of the company’s situation under the chosen reinsurance strategy can then be compared with a projection without reinsurance.

## 5 Conclusion

The algorithm developed makes it possible to model a non-life company operating in a French GAAP, Solvency 2 and IFRS 17 multi-standard environment. The new accounting standard is thus integrated into the risk management of the company. It is also possible to study the application of different reinsurance covers. Finally, multi-objective optimization leads to a reconstitution of the Pareto frontier and gives optimal combinations of reinsurance treaties to meet the company’s objectives while satisfying its risk appetite constraints.

## Remerciements

Je tiens à remercier mes tuteurs de stage Marion Boivin et Mehdi Echchelh pour leur encadrement et leur bienveillance tout au long de mon stage. Ce fut un véritable plaisir de travailler avec vous, et je suis particulièrement reconnaissante envers Mehdi pour sa disponibilité et pour son aide précieuse, notamment sur l'algorithme d'optimisation. Je souhaite également exprimer ma gratitude à Abdoulaye Traore pour son aide, ses conseils avisés et sa relecture minutieuse de ce mémoire.

Je remercie également toute l'équipe de Mazars Actuariat pour m'avoir permis de réaliser ce mémoire dans de si bonnes conditions et ce, entourée de personnes compétentes. Tous les conseils que j'ai reçus m'ont été d'une grande utilité et m'ont beaucoup appris. J'ai particulièrement apprécié la bonne humeur de l'équipe et je suis heureuse d'avoir pu travailler en son sein.

Enfin, je remercie mes proches pour leur soutien et leur confiance en moi durant la réalisation de mon mémoire et plus largement durant mes années d'étude.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>18</b>
<b>1 Pilotage d'une compagnie non-vie</b>	<b>19</b>
1.1 L'environnement réglementaire . . . . .	19
1.1.1 Le système comptable français . . . . .	19
1.1.2 Solvabilité 2 . . . . .	23
1.1.3 IFRS 17 . . . . .	26
1.2 Gestion des risques dans un cadre ORSA . . . . .	31
1.2.1 Le cadre de la gestion des risques . . . . .	31
1.2.2 La notion d'appétit au risque . . . . .	33
1.2.3 Mesure de risque . . . . .	34
1.3 La réassurance comme levier de pilotage . . . . .	36
1.3.1 Le principe de la réassurance . . . . .	36
1.3.2 Les couvertures de réassurance . . . . .	36
1.3.3 La place stratégique de la réassurance . . . . .	37
<b>2 Modélisation de l'entreprise et projection</b>	<b>39</b>
2.1 Généralités . . . . .	39
2.2 Modélisation du portefeuille et de la sinistralité . . . . .	39
2.2.1 Portefeuille de contrats d'assurance . . . . .	40
2.2.2 Sinistralité . . . . .	41
2.3 Modélisation de la réassurance . . . . .	47
2.3.1 Hypothèses sur le réassureur . . . . .	47
2.3.2 Le Quote-Part . . . . .	47
2.3.3 L'excédent de sinistre . . . . .	49
2.3.4 Le Stop-Loss . . . . .	50
2.4 Variables économiques . . . . .	52
2.4.1 Courbe d'actualisation EIOPA . . . . .	52
2.4.2 Rendement des actions . . . . .	53
2.5 Projection du bilan et du compte de résultat . . . . .	54
2.5.1 Passif en vision comptable française . . . . .	54
2.5.2 Passif en vision Solvabilité 2 . . . . .	55
2.5.3 Passif en vision IFRS 17 . . . . .	61
2.5.4 Les provisions cédées . . . . .	66
2.5.5 Réévaluation et réallocation de l'actif . . . . .	66
<b>3 Optimisation multiobjectif</b>	<b>68</b>
3.1 Le cadre mathématique de l'optimisation multi-objectif . . . . .	68
3.1.1 Le problème d'optimisation . . . . .	68
3.1.2 Notion d'optimum de Pareto . . . . .	69
3.2 Les méthodes d'optimisation multiobjectif . . . . .	70



3.2.1	Les différentes méthodes de résolution . . . . .	70
3.2.2	Les algorithmes génétiques . . . . .	72
3.3	NSGA-II . . . . .	73
3.4	La gestion des contraintes . . . . .	77
3.5	Application au problème d'optimisation des couvertures de réassurance . . . . .	78
<b>4</b>	<b>Recherche des couvertures de réassurance optimales</b>	<b>80</b>
4.1	Situation initiale de la compagnie d'assurance . . . . .	80
4.1.1	Rappel du contexte . . . . .	80
4.1.2	Bilan initial . . . . .	80
4.1.3	Projection d'indicateurs de suivi . . . . .	81
4.1.4	Appétit au risque de la compagnie . . . . .	83
4.2	Sensibilité des indicateurs aux traités de réassurance . . . . .	84
4.2.1	Effets du traité en Quote-Part . . . . .	84
4.2.2	Effet du traité en excédent de sinistre par risque . . . . .	88
4.2.3	Analyse du Stop-Loss . . . . .	91
4.3	Risk Adjustment IFRS 17 et couverture de réassurance . . . . .	93
4.4	Optimisation de la couverture de réassurance . . . . .	95
4.4.1	Problème d'optimisation . . . . .	95
4.4.2	Résultats de l'optimisation . . . . .	96
	<b>Conclusion</b>	<b>101</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>101</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>105</b>
	<b>Liste des abréviations</b>	<b>106</b>
<b>A</b>	<b>Réglementation</b>	<b>107</b>
A.1	Marge de solvabilité en comptabilité française . . . . .	107
A.2	Fonds propres éligibles Solvabilité 2 . . . . .	107
A.3	Déclinaison de l'appétit au risque . . . . .	108
<b>B</b>	<b>Modélisation</b>	<b>109</b>
B.1	Sinistralité . . . . .	109
B.2	Tarification de la réassurance . . . . .	110
B.3	Calcul du SCR en formule standard . . . . .	119
B.4	Calcul du RA IFRS 17 . . . . .	120
<b>C</b>	<b>Étude des couvertures de réassurances</b>	<b>123</b>
C.1	Sensibilités . . . . .	123
C.2	Résultats de l'optimisation . . . . .	130

# Introduction

Les entreprises d'assurance et de réassurance évoluent dans un environnement très réglementé et en perpétuelle évolution. En effet, IFRS 17 doit entrer en vigueur en 2023 pour les sociétés d'assurance cotées en bourse ou faisant un appel public à l'épargne. La norme vise à mieux refléter la réalité économique des contrats d'assurance et à uniformiser les pratiques comptables. Par ailleurs, les entreprises françaises réalisent déjà leurs comptes en norme française et doivent répondre aux exigences de la directive européenne Solvabilité 2.

Solvabilité 2 impose des règles notamment en matière de solvabilité, de pilotage économique et de communication. L'un des enjeux de la gestion des risques d'une compagnie d'assurance aujourd'hui est de se doter d'outils de suivi et d'aide à la décision qui permettent de trouver un équilibre entre croissance, rendement et risque. Les compagnies ont de nombreux indicateurs à suivre tels que le résultat et le rendement afin d'être performantes et des contraintes à respecter comme le SCR afin d'être solvables. Elles sont de plus soumises à la variabilité de la sinistralité qui peut grandement altérer leur résultat. Elles doivent satisfaire les actionnaires, les autorités de contrôles, les gestionnaires de risque et respecter leurs engagements vis-à-vis des assurés tout en étant profitable. Ces objectifs n'atteignent pas leur optimum simultanément, et l'appétit au risque de la compagnie joue un rôle fondamental pour choisir quels aspects favoriser.

Le pilotage de la compagnie doit considérer les nombreux objectifs et contraintes des assureurs et permettre de trouver des compromis. La stratégie de réassurance représente un levier de pilotage très important. La réassurance est un outil dont les assureurs disposent afin de se couvrir contre des sinistres de fréquence ou de sévérité extrême. Elle permet de transférer une partie des risques liés aux contrats et de limiter la volatilité du résultat. Les indicateurs de solvabilité peuvent ainsi être mieux maîtrisés. Les réassureurs proposent des couvertures variées, dont les avantages et impacts varient. De manière générale, se réassurer réduit l'exposition au risque mais a tendance à diminuer la profitabilité en termes de résultat technique puisque une partie des bénéfices est cédée.

Nous proposons dans ce mémoire de modéliser une entreprise d'assurance non-vie évoluant dans un environnement multinorme : réglementation française des assurances, Solvabilité 2 et IFRS 17. Le portefeuille et la sinistralité sont modélisés, puis, en fonction de la couverture de réassurance appliquée, le bilan est projeté. Des indicateurs de solvabilité et de performance (ratio de solvabilité, résultat technique, ratio combiné, etc.) sont estimés sur un horizon de temps moyen. Ceci permet d'analyser l'effet de différentes couvertures de réassurance et de réaliser une optimisation multiobjectif de certains indicateurs afin de déterminer les couvertures de réassurance les plus adaptées à l'appétit au risque de la compagnie.

Nous présenterons tout d'abord le contexte, puis nous détaillerons la modélisation de la compagnie et la projection des indicateurs. Nous expliquerons ensuite l'approche d'optimisation adoptée. Enfin, une étude de sensibilité de la couverture de réassurance sur certains indicateurs sera menée avant d'optimiser la couverture de réassurance via l'algorithme implémenté.

# Chapitre 1

## Pilotage d'une compagnie non-vie

Nous présentons dans cette partie les éléments théoriques nécessaires à la réalisation et à la compréhension du mémoire. Nous commençons par les trois normes de l'environnement dans lequel évolue l'entreprise modélisée au chapitre 2, c'est à dire : la norme française, Solvabilité 2 et IFRS 17. Nous détaillons ensuite le pilotage dans un cadre ORSA, qui fait partie des exigences qualitatives de Solvabilité 2, et la notion d'appétit au risque, fondamental dans le cadre de l'optimisation des couvertures de réassurance. Enfin, nous expliquons le principe de la réassurance et nous le mettons en relation avec les points précédents.

### 1.1 L'environnement réglementaire

#### 1.1.1 Le système comptable français

Toutes les entreprises réalisent leurs comptes selon les normes locales de leur pays. En l'occurrence, nous nous plaçons dans le cadre d'une compagnie française. Celle-ci réalise donc ses comptes selon les normes comptables françaises (appelées aussi French GAAP). Le plan comptable française permet de déterminer par exemple le résultat technique et le ratio combiné, qui sont importants pour évaluer la rentabilité des activités de la compagnie. Nous présentons ci-dessous les notions principales des normes French GAAP que nous exploitons par la suite.

#### Les provisions techniques

Le cycle de production inversé caractéristique de l'activité d'assurance impose une comptabilité spécifique. En effet, les assureurs doivent constituer au passif de leur bilan des provisions techniques pour faire face aux sinistres futurs et en cours. La compagnie modélisée commercialise des contrats non-vie, plus spécifiquement IARD (voir chapitre 2 pour le portefeuille de contrats). Les provisions techniques principales en activité IARD et que nous analysons pour traiter la problématique sont la PPNA, la PSAP et la PREC. À noter qu'il en existe d'autres en fonction de l'activité de la compagnie (par exemple, la PSNEM<sup>1</sup>, spécifique à l'assurance construction ou la PRC<sup>2</sup>, pour les risques de maladie et d'invalidité).

**PPNA** : Provision pour primes non acquises. La date de clôture des comptes ne coïncide que très rarement avec la date de fin d'un contrat. Pour la majorité des contrats, la période de garantie n'est pas terminée et la couverture s'étend sur l'exercice suivant, alors que la prime peut avoir déjà été réglée. La PPNA est une provision pour ces sinistres couverts

---

1. provision pour sinistres non encore manifestés  
2. provision pour risque croissant

par des contrats en cours mais qui surviendront après la date de clôture des comptes. On peut la calculer par un report *prorata temporis* de la portion de prime relative à l'exercice suivant. L'idée sous-jacente est que la prime est supposée suffisante pour couvrir les sinistres. Les entreprises ont le choix de faire le calcul contrat par contrat ou de manière simplifiée, en regroupant les contrats. À noter que dans le cas de risques non homogènes sur la période de couverture, le calcul *prorata temporis* ne convient pas.

**PREC** : Provision pour risque en cours. Elle complète la PPNA, en cas d'insuffisance de celle-ci pour couvrir les sinistres dont la période de couverture n'est pas terminée. En effet, les primes sont supposées couvrir les sinistres et les frais afférents, mais cela n'est en réalité pas toujours le cas. En cas de ratio combiné supérieur à 100%, la PPNA est jugée insuffisante. La PREC est alors le complément pour couvrir cette sur-sinistralité.

**PSAP** : Provision pour sinistres à payer. Elle couvre les sinistres survenus sur la période d'exercice et celles antérieures, qu'ils soient déclarés ou pas encore. En effet, le règlement et la clôture d'un sinistre peuvent demander plusieurs années. La PSAP augmente avec les nouvelles survenances et diminue avec les règlements. La PSAP est divisée en sous-provisions : on distingue la provision dossier/dossier et les IBNR.

- La provision dossier/dossier fait l'objet d'une évaluation au cas par cas par les gestionnaires de sinistres.
- Les IBNR comprennent les IBNeR et les IBNyR. Les premiers couvrent les sous-estimations des sinistres connus et les seconds les sinistres survenus mais non encore déclarés à l'assurance. Les IBNR sont calculés avec des méthodes statistiques (chain ladder, bootstrap, bornhuetter ferguson...).

Par ailleurs, il est d'usage d'inclure une marge de prudence dans le calcul de la PSAP.

Il est à noter que les provisions ne sont pas actualisées, ce qui constitue une différence fondamentale avec Solvabilité 2 et IFRS17. La valeur temps de l'argent n'est donc pas prise en compte en norme française, celle-ci a une vision prudente (dans un contexte de taux globalement positifs). La norme préconise un provisionnement "prudent", mais cette notion de prudence n'est pas formalisée et est laissée à l'appréciation de chaque entité.

Le ratio combiné est très important et permet de prendre en compte les frais dépensés pour acquérir et gérer les contrats, ce qui n'est pas le cas avec le ratio S/P (Sinistres en charge ultime/ Primes) qui permet simplement de voir si les primes couvrent les sinistres. Le ratio combiné est défini comme :

$$RC = \frac{\text{Sinistres (charge ultime) + Frais}}{\text{Primes}} \quad (1.1)$$

## La marge de solvabilité

La solvabilité d'une entreprise d'assurance consiste en sa capacité à honorer à tout moment ses engagements vis-à-vis de ses assurés, et de manière générale, de tout créancier. Les provisions techniques ont pour objectif de couvrir les engagements envers les assurés, mais peuvent s'avérer insuffisantes, surtout en cas de scénario extrême. Les fonds propres doivent alors permettre d'absorber certains chocs et de faire face à des événements imprévus (telle qu'une sinistralité

exceptionnellement élevée), afin de garantir la stabilité de l'assureur et de protéger les assurés. Ainsi, la réglementation définit une marge de solvabilité, à posséder au minimum dans ses capitaux.

Le mode calcul de la marge de solvabilité en réglementation française pour les assurances non-vie peut se trouver en annexe A.1.

Nous reviendrons sur ce principe de solvabilité et verrons dans la sous-section suivante que la directive Solvabilité 2 définit autrement et de manière plus approfondie la marge de solvabilité pour les entreprises européennes.

## **La comptabilité des placements**

Les placements de l'entreprise (actions, obligations, immobilier...) sont comptabilisés en valeur historique, c'est à dire à leur prix d'achat (hors frais accessoires). Le prix d'achat d'un actif pouvant néanmoins être très éloigné de sa valeur actuelle (au sens économique), il est possible d'enregistrer des corrections de valeur.

- Les placements immobiliers font l'objet d'un amortissement.
- Une provision pour dépréciation durable peut être comptabilisée en cas de valeur d'actif durablement diminuée.
- L'article R 332-19 du Code des Assurances prévoit un mode de comptabilisation des actifs obligataires détenus, avec amortissement de la différence entre le prix d'achat et le prix de revente.

Lors de chaque clôture, l'entreprise évalue hors-bilan les valeurs de réalisation des ses placements (dernier cours coté pour les actions, valeur d'expertise pour l'immobilier...), ce qui donne lieu à des plus ou moins-values latentes par rapport à la valeur historique. L'évaluation de la marge de solvabilité prend en compte les plus-values latentes tandis des provisions peuvent être constituées pour les moins-values latentes.

## **Présentation du bilan**

L'actif du bilan est principalement composé des placement financiers. Il comporte également les FAR (Frais d'Acquisition Reportés), qui permettent de répartir les frais d'acquisition sur la durée de vie du contrat (voir ci-dessous pour la définition des frais). C'est également à l'actif que sont comptabilisées les provisions techniques (PPNA, PREC et PSAP) cédées en réassurance. Le passif comporte les fonds propres ainsi que les provisions. Ci-dessous, une présentation simplifiée du bilan avec les provisions évoquées. La taille des blocs n'est pas représentative de la proportion de chaque poste.

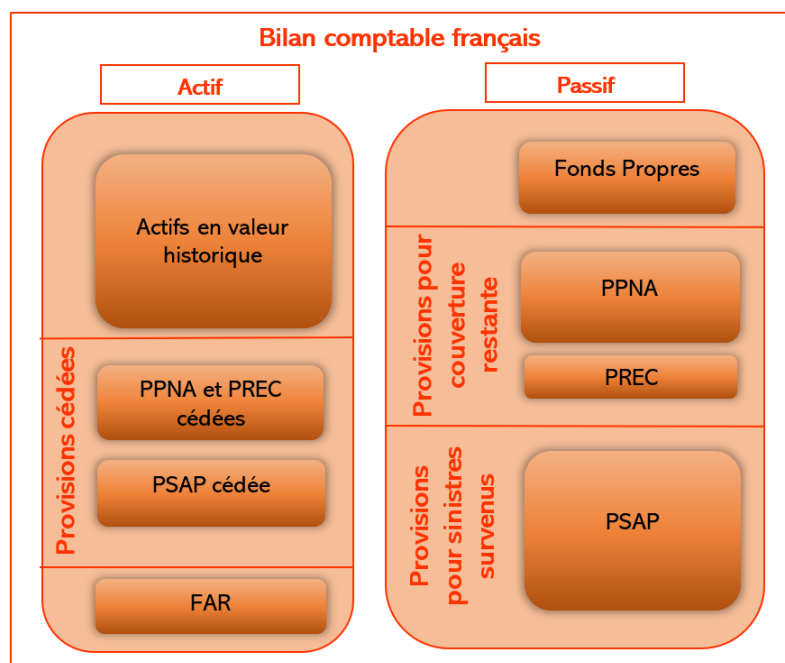


FIGURE 1.1 – Bilan comptable en norme française

## Le compte de résultat

Ci-dessous, le compte de résultat simplifié en norme comptable française.

Compte de Résultat français	20XX
<b>Primes acquises</b>	<b>A=a-b</b>
Primes émises	a
Charge des provisions pour cotisations non acquises	b
<b>Charges des prestations</b>	<b>B=c+d+e</b>
Prestations hors frais	c
Frais de gestion des prestations	d
Charges de provisions pour sinistres	e
<b>Charges des autres provisions techniques</b>	<b>C</b>
<b>Frais d'acquisition et d'administration</b>	<b>D=f+g</b>
Frais d'acquisition	f
Frais d'administration	g
<b>Résultat technique</b>	<b>E=A-B-C-D</b>
<b>Résultat Financier</b>	<b>F=h-i</b>
Revenus d'investissement	h
Charges financières	i
<b>Profit ou Perte</b>	<b>G=D+E</b>
Impôts sur les bénéfices	j
<b>Résultat Net</b>	<b>H=E-j</b>

FIGURE 1.2 – Compte de résultat en norme française

Le compte de résultats donne le détail des différents résultats de l'année : le résultat technique qui ne se rapporte qu'à l'activité d'assurance, le résultat financier et le résultat global qui après impôts et éventuelle distribution de dividendes est ajouté aux fonds propres (ou capitaux) de l'entreprise. Le résultat technique ne comptabilise donc que les bénéfices dégagés

par l'activité d'assurance. Cet indicateur de profitabilité sera très étudié par la suite car nous nous intéressons principalement à l'activité d'assurance (sur laquelle porte la couverture de réassurance) et nous n'étudions par le levier de pilotage que constitue la stratégie de placement financier.

## Les différents types de frais

Nous explicitons ici les différents types de frais qui apparaissent au compte de résultat ci-dessus. Ces frais ne sont pas spécifiques à la comptabilité française et apparaissent aussi dans les autres réglementations.

- Frais d'acquisition : ce sont les frais engagés à la souscription d'un nouveau contrat. Ils prennent par exemple en charge la publicité, le conseiller ou courtier d'assurance et les services chargés de l'établissement des contrats. On parle en pratique plutôt de commissions que de frais dans le cas des sommes versées au courtier (qui est externe à la compagnie), mais on emploiera ici le terme de frais sans distinction. Dans le cas de contrats reconduits à l'échéance, les frais d'acquisition ne sont pas réengagés car le renouvellement n'est pas une nouvelle souscription. En revanche, il est possible de renvoyer une commission au courtier chaque année de reconduction.
- Frais d'administration : Il s'agit notamment des frais pour gérer les contrats au cours de leur vie. Ce peut par exemple être l'enregistrement de changement de situation de l'assuré.
- Frais de gestion de sinistres : la survenance d'un sinistre entraîne des frais, et ce tout au long de son développement. Il faut par exemple rémunérer les gestionnaires de sinistres et les expertises, il peut aussi y avoir des frais de contentieux liés aux sinistres.

Les frais d'acquisition revêtent un aspect particulier car ils sont déboursés en totalité par l'assureur dès la souscription du contrat. En norme française, les frais d'acquisition sont amortis sur la durée de couverture du contrat sur laquelle portent ces frais, c'est-à-dire uniquement le premier contrat et pas les éventuelles reconductions.

Les frais d'administration qui seront à payer sont provisionnés à travers la PPNA et la PREC le cas échéant. Les frais de gestion de sinistres sont en général provisionnés dans une PFGS (Provisions pour Frais de Gestion de Sinistres).

### 1.1.2 Solvabilité 2

Solvabilité 2 est un régime prudentiel concernant les assureurs et réassureurs européens ((selon des critères de taille de la structure d'assurance) qui est entré en vigueur en 2016. Dans la même lignée que Bâle II, l'objectif est de s'assurer de l'adéquation des niveaux de fonds propres des compagnies avec les risques auxquels elles sont confrontées. En effet, le cadre prudentiel Solvabilité 1 a dû être adapté afin de mieux appréhender les différents risques propres à chaque compagnie. C'est donc à la définition de la marge de solvabilité selon Solvabilité 2 que nous nous intéresserons dans le travail exposé dans les chapitres suivants. On précise que des révisions de la directive (2020/2021 par exemple) ont encore lieu afin de l'améliorer. Pour plus d'informations à propos des notions ci-dessous, le lecteur peut se référer à [1].

Solvabilité 2 repose sur les trois piliers suivants :

## Pilier 1 : Quantification des risques

Le pilier I établit les règles de constitution d'un bilan prudentiel en valeur de marché et fixe les normes quantitatives qui concernent le calcul des éléments du bilan (le calcul des provisions techniques et des fonds propres nécessaires notamment). La valeur de marché représente le prix de vente lors d'une transaction conclue entre deux parties informées et consentantes au sein d'un marché concurrentiel réglementé, liquide et transparent. À travers le pilier I, Solvabilité 2 instaure comme principales nouveautés la définition de deux indicateurs de fonds propres (le MCR et le SCR, voir ci-dessous) et une vision "Best Estimate"<sup>3</sup> des provisions, plutôt que la vision prudente adoptée en norme française. Les règles de calculs des différentes composantes du bilan prudentiel sont précisément établies.

**MCR (Minimum Capital Requirement)** : Niveau minimal critique en dessous duquel l'autorité de contrôle intervient automatiquement car l'entreprise n'est plus en droit d'exercer librement son activité.

**SCR (Solvency Capital Requirement)** : Niveau de capital à détenir, pour limiter la probabilité de ruine à horizon 1 an à 0,5%. Autrement dit, le SCR représente le capital nécessaire pour absorber le choc d'un événement catastrophique qui aurait lieu une fois tous les 200 ans.

Mathématiquement, le SCR est modélisé par la Value-at-Risk de niveau 99,5% de la distribution des pertes. En effet, Solvabilité 2 utilise la VaR comme mesure de risque (voir 1.2.3 pour des détails sur les mesures de risques et la VaR).

La directive propose deux méthodes pour le calculer : la formule standard ou un modèle interne (à approuver par l'autorité de contrôle). Des détails sur le calcul du SCR en formule standard sont à trouver au chapitre suivant, section 2.5.1. Le modèle interne est implémenté par des compagnies pour qui la formule standard ne serait pas assez adaptée à leurs risques. Les grandes compagnies font le plus souvent le choix d'un modèle interne qui fait l'objet d'études et d'implémentations complexes.

L'exigence liée au SCR se traduit par la notion de ratio de solvabilité, qui est obtenu en divisant le SCR par le montant total de fonds propres éligibles (voir annexe A.2). En France, il était de 278% en moyenne pour les compagnies non-vie [2], ce qui montre qu'elles sont globalement très au-dessus des exigences.

Les provisions techniques sont représentées par le Best Estimate (BE) et la Risk Margin (RM). Ils représentent le montant actuel que l'entreprise devrait payer si elle transférait immédiatement ses engagements à une autre entité.

**BE** : Le Best Estimate est l'espérance des flux de trésorerie futurs en tenant compte de la valeur temporelle de l'argent, c'est-à-dire la valeur actuelle probable des flux futurs. Ces flux sont tous ceux qui se rattachent aux contrats d'assurance : règlement de sinistres, frais à payer, primes, etc. Les taux à utiliser pour l'actualisation sont fournis par l'EIOPA. Le BE représente, comme son nom l'indique, la meilleure estimation des prestations futures et il fait l'objet d'un calcul actuariel. On distingue le BE de provision pour primes et celui

---

3. Meilleure estimation



pour sinistre à payer, à l'instar de la PPNA et de la PSAP.

**RM** : La Risk Margin correspond au coût de portage du portefeuille de risque de l'assureur. En effet dans le cadre de la norme Solvabilité II, l'acceptation des risques nécessite l'immobilisation d'un niveau de fonds propre égale au minima au SCR. La Risk Margin vise donc à estimer le coût d'opportunité de cette immobilisation de capital. Solvabilité 2 préconise une approche coût du capital pour la calculer : la RM est égale à la valeur actualisée du coût d'immobilisation du capital (fixé à 6%) pour remplir les exigences en SCR.

Les provisions techniques permettent de faire face aux pertes attendues tandis que les fonds propres permettent d'amortir les pertes inattendues. Par conséquent, le SCR est calibré pour faire face à des pertes extrêmes.

## **Pilier 2 : Gouvernance des risques**

Le deuxième pilier concerne les normes qualitatives de suivi et de gestion des risques en interne pour chaque compagnie soumise à solvabilité 2. Il consiste à identifier les risques et à les surveiller. À ces fins, un processus dit ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*) est mis en place. Ce processus mesure les risques propres à la compagnie sur un horizon plus long que celui utilisé dans le cadre du pilier 1 (généralement l'horizon du business plan). Notre optimisation de réassurance s'inscrit dans la gestion des risques de l'ORSA car nous suivons des indicateurs de rentabilité et de risque sur plusieurs années. Le pilotage dans un cadre ORSA est détaillé dans la section suivante (1.2).

## **Pilier 3 : Transparence des risques**

Le dernier pilier établit les règles en termes de communication : la compagnie doit diffuser des informations transparentes à destination du public et des autorités de contrôles. Notamment, les procédures et méthodologies des deux piliers précédents (données utilisées, risques identifiés, modèle interne si utilisé, etc) doivent être précisément documentées. Les reportings doivent être effectués de manière régulière.

Ci-dessous, le bilan Solvabilité 2 qui est sous une vision économique par rapport à Solvabilité 1 qui était sous une vision comptable. L'actif contient les provisions cédées en réassurance en plus des placements. Les provisions du passif sont brutes de cession (tout comme en comptabilité française). Les provisions cédées sont ajustées du risque de défaut du réassureur.

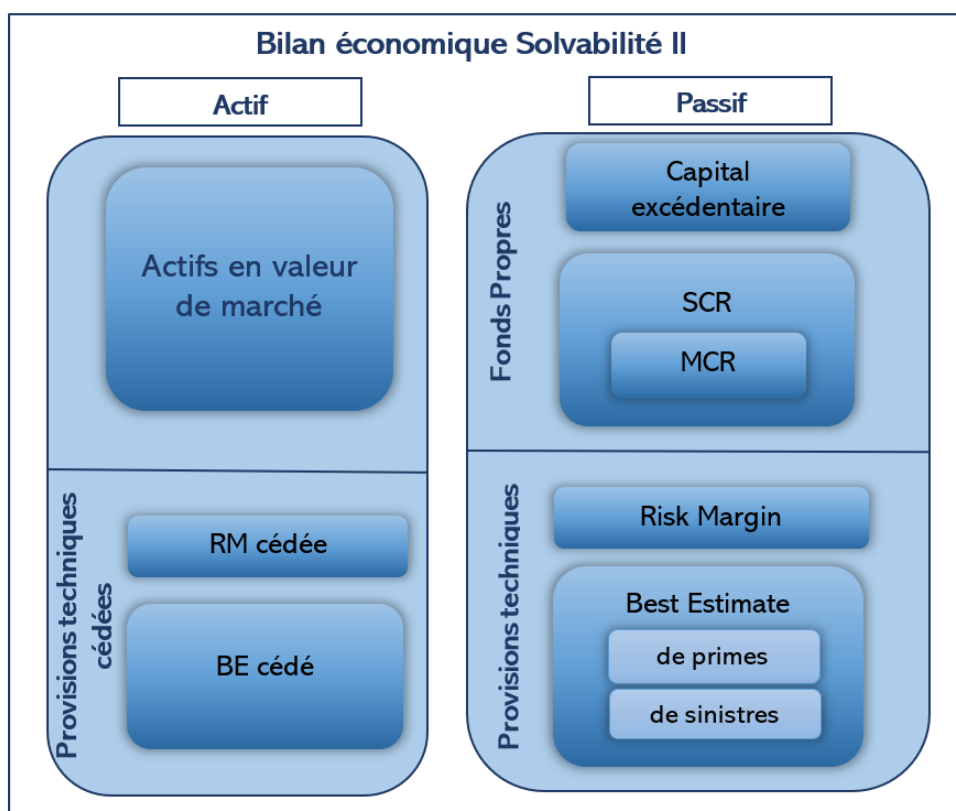


FIGURE 1.3 – Bilan solvabilité II

### 1.1.3 IFRS 17

Les normes IFRS sont obligatoires pour les sociétés cotées en bourse. En France, seulement une quinzaine d'acteurs sont concernés. On considèrera que l'entreprise modélisée est concernée. IFRS 17 est la nouvelle norme dédiée à la comptabilisation des passifs d'assurance. Elle a pour objectif de faciliter la comparaison des entreprises d'assurance entre elles et avec les entreprises des autres secteurs. La norme vise aussi à évaluer plus finement la rentabilité des contrats et à donner plus d'informations et de transparence aux marchés. La date d'entrée en vigueur a plusieurs fois été repoussée, pour être fixée à janvier 2023. IFRS 17 représente un enjeu pour les compagnies d'assurance qui doivent s'y adapter : la norme définit une granularité de calcul différente et requiert une traçabilité complète des contrats, ce qui représente certains défis par rapport aux autres contextes normatifs (French GAAP et Solvabilité 2). Dans le cadre de notre étude, il est donc fondamental de prendre en compte cette norme qui s'appliquera prochainement. Nous ne présentons ici qu'une synthèse des éléments les plus importants. Des précisions peuvent être trouvées dans la publication de la norme [3] et dans des mémoires entièrement dédiés à IFRS 17 [4] [5].

#### Une nouvelle granularité pour l'agrégation des contrats

IFRS 17 introduit des analyses à une maille de calcul qu'elle définit. Selon la norme [3], "L'entité doit identifier les portefeuilles de contrats d'assurance. Un portefeuille est constitué de contrats d'assurance qui comportent des risques similaires et sont gérés ensemble. Les contrats appartenant à une même ligne de produits devraient comporter des risques similaires et devraient donc faire partie d'un même portefeuille s'ils sont gérés ensemble. [...] L'entité ne doit pas classer dans un même groupe des contrats émis à plus d'un an d'intervalle". Les

portefeuilles définis ne sont pas nécessairement confondus avec les lignes d'activité Solvabilité 2 : sous IFRS 17, la maille de calcul est le groupe de contrat.

Des groupes de contrats sont définis ainsi : séparation par branche, puis par année de souscription et enfin par profitabilité. En effet, les contrats sont désormais séparés en contrats profitables et contrats onéreux et ces deux groupes font l'objet d'une comptabilité différente. Le but est d'identifier plus facilement les activités rentables et de permettre une gestion des contrats plus adaptée à leur type de profitabilité. Les contrats onéreux peuvent être définis par un ratio  $\frac{BE+RA+F_{acquisition}}{primes} \geq 100\%$  lors de leur comptabilisation initiale (voir ci-après pour les définitions du BE et du RA). Cette granularité est un enjeu car elle augmente le nombre de groupe de contrat et affine la maille de calcul. Les comptes de résultat doivent être publiés en effectuant la séparation par groupe de contrat.

## Un passif en vision économique

Le bilan est en valeur économique (tout comme Solvabilité 2) : IFRS 9 avait déjà établi la valorisation de l'actif en valeur de marché, désormais il s'agit de faire de même avec le passif pour éviter les asymétries comptables. Le bilan IFRS 17 présente des points communs avec Solvabilité 2, mais certaines différences fondamentales sont introduites : on rappelle que le but d'IFRS 17 est différent de celui de Solvabilité 2.

Tout d'abord, sous IFRS 17, la valeur comptable à chaque date de clôture d'un groupe de contrat doit être composée des éléments suivants :

**Liability for Remaining Coverage (LRC) :** Le passif au titre de la couverture restante se rapporte aux obligations pour les garanties de la période de validité restante des contrats. Il est constitué :

- d'une évaluation des flux de trésorerie d'exécution afférents aux services futurs affectés au groupe à cette date et ajusté de la valeur temps de l'argent et des risques financiers (matérialisée par le BE LRC),
- d'un ajustement au titre du risque non financier (matérialisé par le RA LRC),
- ainsi que d'une marge sur services contractuels du groupe à cette date (CSM).

**Liability for Incurred Coverage (LIC) :** Le passif au titre des sinistres survenus se rapporte aux obligations concernant les sinistres déjà survenus sur la période écoulée. Il est constitué :

- d'une évaluation des flux de trésorerie d'exécution afférents aux services passés affectés au groupe à cette date et ajusté de la valeur temps de l'argent et des risques financiers (matérialisée par le BE LIC),
- et d'un ajustement au titre du risque non financier (matérialisé par le RA LIC).

Lors de la comptabilisation initiale d'un groupe de contrat, l'évaluation se fait selon le schéma de la LRC. Cette séparation est en fait récurrente : la comptabilité française sépare les provisions entre PPNA et PSAP et Solvabilité 2 sépare le BE en BE de primes et de sinistres. Le BE et le RA IFRS 17 sont proches du BE et de la RM de Solvabilité 2, mais IFRS 17 intègre une nouvelle notion qui est la CSM (voir ci-après). Les provisions techniques se rapprochent donc de l'idée Solvabilité 2. Ci-dessous, une présentation des éléments évoqués ci-dessus et qui

apparaissent au passif.

**BE :** À l'image du BE Solvabilité 2, le BE IFRS 17 est la valeur actuelle probable des flux de trésorerie entrant et sortant pour la compagnie. Il est donc divisé entre BE LRC et BE LIC (comme le BE de primes et le BE de sinistres). IFRS 17 se différencie de Solvabilité 2 par la courbe des taux à utiliser et par la frontière des contrats.

- Contrairement à la courbe des taux Solvabilité 2 qui vient de l'EIOPA, la courbe IFRS 17 peut être calculée par l'entreprise. Cela fait d'ailleurs l'objet de recherches et de mémoires d'actuariat [6]. La courbe doit représenter la valeur temps de l'argent et tenir compte des risques financiers. Deux principales approches sont préconisées par la norme : l'approche "top down" (on part de taux d'un portefeuille d'actifs et on retire les facteurs de risque non pertinents) et "bottom up" (on part d'une courbe de taux sans risque et on introduit différents facteurs de risque).
- Les flux pris en compte doivent être dans la frontière des contrats IFRS 17, c'est à dire, d'après la norme [3], si les flux "découlent de droits et obligations substantiels qui existent au cours de la période de présentation de l'information financière dans laquelle l'entité peut contraindre le titulaire de contrat d'assurance à payer les primes ou dans laquelle elle a une obligation substantielle de lui fournir des services. L'entité ne doit pas comptabiliser à titre de passifs ou d'actifs les montants se rattachant à des primes attendues ou des sinistres attendus qui n'entrent pas dans le périmètre du contrat d'assurance. Ces montants sont liés à des contrats d'assurance futurs."

**RA :** Le Risk Adjustment peut être vu en tant que compensation pour la compagnie afin de supporter l'incertitude sur les montants et dates de paiement des flux futurs de trésorerie liés aux contrats d'assurance. Il reflète l'appétence au risque de l'assureur.

Le RA se différencie de la RM de Solvabilité 2, ce ne sont notamment pas exactement les mêmes risques qui sont pris en compte. Le RA prend en compte seulement les risques d'assurance et non financiers liés aux contrats. En revanche, l'approche de calcul par coût du capital est considérée comme acceptable par la norme IFRS 17.

Le RA est réévalué et diminué au fur et à mesure que les engagements de l'assureur arrivent à extinction et que celui-ci est dégagé du risque. Il peut être calculé de plusieurs manières : à l'aide d'une VaR de la distribution de perte, par une approche TailVar ou encore coût du capital (comme la RM).

**CSM :** La Contractual Service Margin est une nouveauté introduite par IFRS 17. Elle est calculée en date de comptabilisation initiale par :  $\max(\text{primes} - BE_{LRC} - RA_{LRC}, 0)$  pour chaque groupe de contrats. Elle représente les bénéfices futurs attendus et est nulle pour les contrats onéreux car la norme n'autorise pas la comptabilisation d'une CSM négative.

Elle est relâchée progressivement avec la réalisation effective des bénéfices. La constitution de la CSM annule les gains à la souscription dus au cycle inversé de production. En effet, IFRS 17 considère que les profits non acquis ne peuvent être directement comptabilisés en produits. Si c'est une perte qui est attendue à être réalisée (donc si les contrats sont onéreux), celle-ci est inscrite en Loss Component au bilan et la perte est directement comptée en résultat. La CSM concerne uniquement la composante LRC car il s'agit d'une

couverture en cours (et non pas une couverture pour sinistres survenus).

## Différentes approches pour déterminer les comptes IFRS 17

IFRS 17 propose trois modèles de comptabilité pour s'adapter aux différents types de contrats : BBA (Building Block Approach), PAA (Premium Allocation Approach) et VFA (auquel on ne s'intéressera pas car il concerne l'épargne).

Le modèle BBA est le modèle général. Dans ce modèle, le passif au bilan IFRS 17 se compose des éléments explicités précédemment : d'une part de la LRC, qui comprend un BE, un RA et une CSM (ou une LC le cas échéant). D'autre part, la LIC comporte un BE et un RA.

L'approche PAA est une simplification du modèle BBA. Elle est adaptée aux contrats de maturité inférieure à 1 an, les contrats non-vie sont particulièrement concernés. Elle consiste en une simplification de la LRC en un unique montant qu'on peut comparer à une PPNA. La LRC est en effet calculée comme les primes acquises soustraites des flux trésorerie des frais attribuables aux contrats (sauf si l'entité choisit de comptabiliser ces paiements en charges, voir paragraphe suivant). Si les contrats sont onéreux, il y a en revanche création d'une composante de perte, comme en BBA. La perte est comptée en résultat et la LRC est augmentée d'un montant égal à la Loss Component. Il n'y a donc plus de CSM dans ce modèle. Ci-dessous les principaux éléments des bilans sous les modèles BBA et PAA :

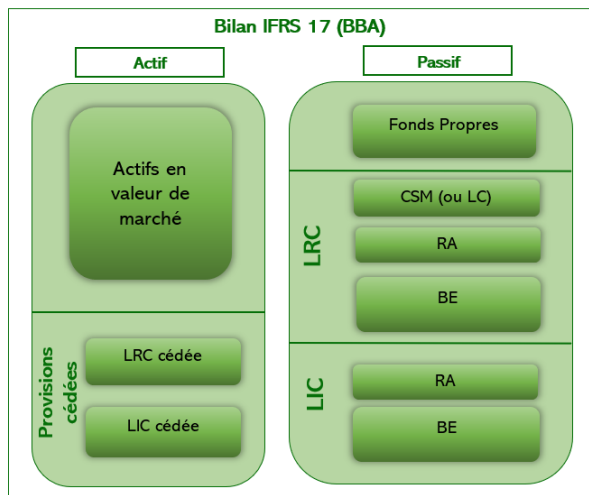


FIGURE 1.4 – Modèle BBA IFRS 17

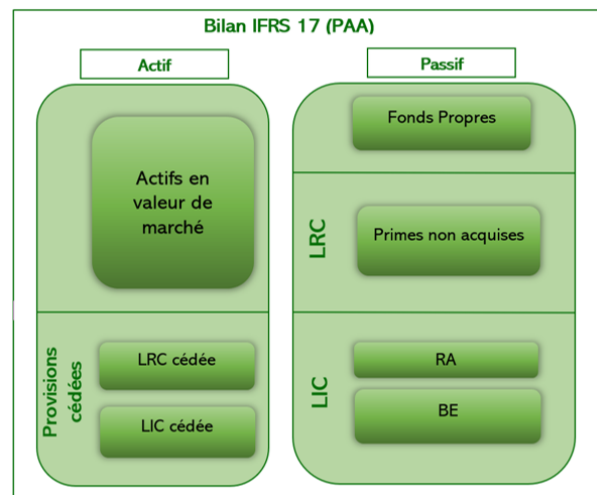


FIGURE 1.5 – Modèle PAA IFRS 17

## La comptabilisation des frais d'acquisition

Sous IFRS 17, il y a trois méthodologies de comptabilisation des frais d'acquisition :

- Amortissement des frais d'acquisition sur la première émission du contrat (et non sur les reconductions) : l'intégralité des frais d'acquisition sont attribués à la première souscription et sont amortis en une fois.
- Amortissement des frais d'acquisition en prenant en compte les reconductions : les frais d'acquisitions et les commissions sont amorties au fil des reconductions.

- Comptabilisation immédiate des frais d'acquisition en résultat : il n'y a donc pas d'amortissement.

Ces différentes méthodes ont des impacts différents sur la reconnaissance du résultat et la rentabilité des contrats. Se référer à [4] et [5] pour plus d'informations.

### Une évolution des comptes de résultat et de la reconnaissance du résultat

Les comptes de résultats IFRS 17 doivent tout d'abord être séparés par portefeuille. Ensuite, l'introduction de la CSM traduit une volonté de reconnaître les profits progressivement, et non dès l'acquisition des contrats. La CSM est donc relâchée progressivement en résultat selon le volume de service réalisé sur la période, puis ajustée à chaque clôture pour représenter le profit non encore acquis et attendu. Les primes émises n'apparaissent donc plus au compte de résultat comme en comptabilité française ; n'y sont inscrites que les primes acquises. En revanche, les pertes attendues sont directement reconnues en résultat. La reconnaissance du résultat ne suit donc pas la même dynamique qu'en norme comptable française.

Après l'initialisation du bilan, les composants du passif IFRS 17 varient au cours de la vie des contrats d'assurance, ces variations étant inscrites au compte de résultat. Par exemple, la LIC est à chaque période diminuée des règlements de sinistres et du relâchement de RA et augmentée des estimations liées aux nouveaux sinistres. On prend également en compte la variation des taux et la désactualisation des provisions, liée au passage du temps au cours de la période. Ci-dessous les principales lignes du compte de résultat en modèle PAA.

Compte de Résultat IFRS 17		20XX
<b>Revenus d'Assurance</b>		A=a
Primes acquises		a
<b>Charges d'assurance</b>		B=b+c+d+e
Sinistres encourus	Prestations pour sinistres payées	b
	Frais de gestion de sinistres	
	Dotation aux provisions (BE et RA)	
	Relâchement des provisions pour survenance passée	
Amortissement des frais d'acquisition		c
Autres frais attribuables		d
Reconnaissance des pertes sur les contrats onéreux	Constitution de LC	e
	Reprise de LC	
<b>Résultat d'Assurance</b>		C=A-B
Autres dépenses (non directement attribuables aux contrats)		f
<b>Résultat Opérationnel</b>		D=C-f
<b>Résultat Financier</b>		E=g-h
Revenus d'investissement		g
Dépenses financières		h
<b>Profit ou Perte</b>		F=D+E
OCI		i
Impôts sur le revenu		j
<b>Résultat Net</b>		G=F+i-j

FIGURE 1.6 – Compte de résultat sous IFRS 17 en PAA

- Revenus d'assurance : correspond aux primes acquises (qui sont égales en BBA à la CSM reconnue additionnée des sinistres et frais et le relâchement de RA ; en PAA il n'y a pas de CSM).
- Dotation aux provisions : constitution du BE et du RA pour les nouvelles survenances.

- Modifications des provisions pour survenance passée : changement des engagements au titre de la période passée. Cela concerne les variations de provisions s'il y a un écart d'expérience constaté ou une réévaluation, et le relâchement pour les paiements de sinistres.
- Reconnaissance des pertes sur les contrats onéreux : concerne les pertes attendues pour la période restante qui sont comptabilisées en Loss Component et directement inscrites en résultat.
- OCI (option Other Comprehensive Income) : permet, si l'option est retenue, de comptabiliser les effets de changement de la courbe des taux en dehors du résultat et de limiter sa volatilité.

Nous notons que les effets de désactualisation du BE sont comptés en résultat financier. En revanche pour le RA, cela n'est pas obligatoire et tous ses mouvements peuvent être comptabilisés en résultat d'assurance d'après l'article 81 de la norme IFRS 17 [3].

## La comptabilisation de la réassurance

Comme on peut le voir sur le bilan (Fig 1.2 et 1.3), les contrats de réassurance cédés apparaissent à l'actif, les contrats sous-jacents (bruts) étant au passif. Sont constitués un BE cédé, un RA cédé et une CSM cédée (si le modèle est BBA), celle-ci pouvant dans ce cas précis être négative. Ces provisions cédées sont comme sous Solvabilité 2 ajustées du risque de défaut du réassureur. Au compte de résultat, on prend en compte les primes et sinistres nets de réassurance.

## 1.2 Gestion des risques dans un cadre ORSA

### 1.2.1 Le cadre de la gestion des risques

#### Le principe et les objectifs de l'ORSA

L'ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*) est un processus interne d'évaluation des risques et de la solvabilité défini dans le pilier II de Solvabilité 2. Il a pour but d'identifier, d'évaluer et de surveiller les risques propres à l'organisme d'assurance ou de réassurance qui l'applique. C'est un outil stratégique qui permet à l'entreprise de gérer son activité en fonction de ses risques. Le pilotage de la compagnie intègre ainsi mieux la dimension risque et la prise de décisions stratégiques est mieux éclairée et donc facilitée. Le conseil d'administration ou le conseil de surveillance joue un rôle actif dans l'ORSA et doit approuver la politique interne qui encadre ce processus. De plus, l'ORSA fait l'objet d'un rapport qui doit être obligatoirement remis à l'autorité de contrôle.

L'entreprise doit prendre en compte les risques associés à ses activités et ne pas sous-estimer leur étendue et leur complexité. Dans le cadre d'un processus ORSA, la compagnie peut tenir compte de risques difficilement quantifiables et qui ne sont pas toujours exprimés par la formule standard du SCR (par exemple, les risques de réputation, de politique commerciale et de transformation digitale).

La directive européenne 2009/138/CE, complétée par le Règlement délégué 2015/35 de la commission européenne [7], définit les principes réglementaires de l'ORSA. L'EIOPA a également publié des recommandations et des instructions sur l'exercice. On peut aussi se référer au document d'orientation ORSA de l'Institut des Actuaire [8]. L'article 45 de la directive Solvabilité II définit les principes réglementaires de l'ORSA, qui doit comporter les trois obligations

suivantes :

- L'évaluation du besoin global de solvabilité, étant donné le profil de risque de la compagnie, ses limites de tolérance au risque et sa stratégie commerciale ;
- L'évaluation du respect permanent des obligations réglementaires concernant la couverture du SCR et des exigences concernant le calcul des provisions techniques ;
- L'évaluation de l'écart entre le profil de risque de l'entreprise et les hypothèses qui sous-tendent le capital de solvabilité requis.

## Le Besoin Global de Solvabilité

La stratégie de l'entreprise et le besoin de solvabilité doivent donc être définis de manière cohérente avec le profil de risque de la compagnie. Ceci est fondamental pour piloter une compagnie. L'article 262 du Règlement délégué apporte des détails sur le Besoin Global de Solvabilité (que nous abrégons par BGS). L'évaluation du BGS doit porter sur l'ensemble des éléments suivants :

- les risques, y compris opérationnels, auxquels l'entreprise est ou pourrait être exposée, compte tenu des modifications que son profil de risque pourrait connaître à l'avenir sous l'effet de sa stratégie d'entreprise ou de l'environnement économique et financier ;
- la nature et la qualité des éléments de fonds propres ou autres ressources adaptés à la couverture des risques visés précédemment.

Et le BGS doit tenir compte :

- d'horizons temporels pertinents pour la prise en compte des risques qu'encourt l'entreprise à long terme ;
- de bases de valorisation et de comptabilisation adaptées à l'activité et au profil de risque de l'entreprise ;
- de systèmes de contrôle interne et de gestion des risques de l'entreprise ainsi que de ses limites approuvées de tolérance au risque.

À la différence du SCR qui est évalué à horizon un an, le BGS doit être évalué selon un horizon de temps cohérent avec les risques auxquels la compagnie fait face.

## Le processus de gestion des risques avec l' *Enterprise Risk Management*

La démarche *Enterprise Risk Management* (abrégé en ERM) est recommandée par le pilier II de Solvabilité 2 pour les compagnies d'assurance dans le cadre de leur gestion des risques. La méthodologie ERM vise à établir une stratégie à l'échelle de l'entreprise afin d'identifier et de gérer les différents risques. Traditionnellement, les risques sont plutôt gérés par les chefs de chaque département de l'entreprise, mais cela mène à des décisions individuelles qui ne prennent pas en compte les risques au niveau global de l'entreprise. Avec l'ERM, les décisions en matière de gestion des risques sont destinées à être optimales pour l'entreprise dans son ensemble et à mieux correspondre à ses objectifs. Cette approche, qui demande une vision plus générale, a été adoptée par de nombreux secteurs dont celui de l'assurance.

Le cadre ERM propose des étapes à suivre concernant le processus de gestion des risques [9] :

1. L'entreprise doit définir le contexte dans lequel elle évolue : son environnement, ses objectifs, les indicateurs qu'elle souhaite suivre et les catégories de risque auxquelles elle est



exposée.

2. Les risques doivent être clairement identifiés et documentés avant d'être quantifiés.
3. Les différents risques sont agrégés afin de tenir compte de la diversification
4. La contribution de chaque risque au risque global diversifié est évaluée.
5. Les facteurs de risque sont traités et exploités.
6. L'entreprise suit les risques et s'assure que son système de gestion des risques reste adapté.

Les risques étudiés dépassent la portée de la formule standard. Celle-ci tient compte des risques de marché, de souscription et de contrepartie notamment (voir chapitre 2 section 2.5.1). Cependant, les risques de liquidité, de réputation, de concurrence peuvent également être considérés.

La mise en place du cadre ERM a débuté la formalisation de l'appétit au risque. Cette notion, très importante dans notre étude, est développée à la sous-section suivante.

## 1.2.2 La notion d'appétit au risque

### Définition et cadre

L'appétit au risque est le niveau de risque qu'une entreprise peut et est prête à assumer dans ses activités, compte tenu de ses objectifs et de ses obligations. Les autorités attendent des entreprises qu'elles définissent leur appétence au risque, formalisée par des limites quantitatives.

L'appétit au risque est fondamental dans le pilotage d'une entreprise d'assurance. L'assureur accepte un certain niveau de risque de ses assurés en contrepartie du paiement d'une prime. La formalisation de l'appétit au risque permet de mettre en place une gestion efficace et adaptée à l'entreprise, qui respecte ses aspirations et ses capacités. Les compagnies doivent tout d'abord évaluer le niveau de risque qu'elles sont prêtes à accepter afin d'atteindre leurs objectifs stratégiques. En conséquence, l'établissement d'un cadre pour l'appétit au risque est un enjeu important de tout système de gestion des risques.

Nous définissons ici les définitions des notions relative au cadre de l'appétit au risque, selon [10] :

**Risque maximal :** Le risque maximal (aussi appelé capacité de risque) est le niveau de risque le plus élevé que l'entreprise peut supporter. L'activité de l'entreprise est compromise lorsque ce niveau est dépassé. La capacité de risque est évaluée en tenant compte des risques auxquels l'entreprise est confrontée, et de ses aptitudes à y faire face. Les exigences du régulateur doivent aussi être incluses dans l'estimation de la capacité de risque de l'entreprise.

**Appétit ou appétence au risque :** L'appétit au risque est le niveau de risque que l'entreprise est prête à accepter pour atteindre ses objectifs stratégiques. L'appétit au risque est tout d'abord défini de manière globale au niveau de l'entreprise. Mais il est nécessaire ensuite de le décliner en tolérance par catégorie de risque, puis en limites au niveau opérationnel. Cette déclinaison doit respecter l'appétit au risque global. L'appétit au risque est la notion qui nous intéresse particulièrement dans le mémoire.

**Profil de risque :** Le profil de risque est le niveau de risque auquel est soumise l'entreprise au moment de l'évaluation.

**Cible de risque :** Le niveau cible de risque représente le niveau de risque jugé optimal par les dirigeants de l'entreprise.

L'appétit au risque de l'entreprise a besoin d'être formalisé pour être correctement intégré au pilotage. C'est grâce à cette formalisation que le conseil d'administration peut procéder au suivi des risques.

L'appétit au risque se formalise via des indicateurs usuels de pilotage de l'entreprise. Les indicateurs représentent plusieurs dimensions qui concernent des acteurs différentes. Par exemple, la dimension solvabilité intéressera plutôt le régulateur et les agences de notation. Cette dimension peut être représentée grâce à des indicateurs comme le ratio de solvabilité. En outre, la rentabilité intéresse plutôt les actionnaires et peut être évalué avec le ROE.

Il n'y a pas de consensus dans la formalisation de l'appétit au risque. Une approche possible est la définition de bornes sur une mesure de risque. Cette approche donne l'avantage de l'existence d'un cadre mathématique donnant des méthodes de déclinaison de l'appétit au risque au niveau opérationnel. Un résumé de méthodes d'allocation du risque peut être trouvé en annexe A.3. Ainsi nous nous intéresserons à cette approche dans la suite du mémoire. Nous explicitons la définition mathématique d'une mesure de risque ainsi que la formalisation de l'appétit au risque à la sous-section suivante.

### 1.2.3 Mesure de risque

La gestion des risques recourt à la notion de mesure de risque qui, en l'occurrence, permet de formaliser l'appétit au risque d'une entreprise. On définit une mesure de risque de la manière suivante :

**Définition 1.1** (Mesure de risque). *Soit une application  $\rho : \mathcal{V} \longrightarrow \mathbb{R}$  avec  $\mathcal{V}$  un espace de variables aléatoires. On dit que  $\rho$  est une mesure de risque si elle vérifie les propriétés suivantes :*

- *Invariance par translation :  $\forall c \in \mathbb{R}, \forall X \in \mathcal{V}, \rho(X + c) = \rho(X) + c$*
- *Homogénéité positive :  $\forall \lambda \in \mathbb{R}_+, \forall X \in \mathcal{V}, \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$*
- *Monotonie :  $\forall X, Y \in \mathcal{V}, X > Y \implies \rho(X) > \rho(Y)$*

Il existe d'autres propriétés au-delà de la définition que peuvent vérifier des mesures de risques. Parmi elles, la cohérence est une propriété souhaitable.

**Définition 1.2** (Mesure de risque cohérente). *Une mesure de risque  $\rho$  cohérente satisfait, en plus des trois propriétés précédentes, la propriété de sous-additivité :*

$$\forall X, Y \in \mathcal{V}, \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

Cette propriété signifie que la mesure de risque prend en compte le principe de diversification. Celui-ci stipule qu'investir dans plusieurs classes d'actifs peut permettre de réduire l'exposition au risque du capital. L'égalité de l'équation est vérifiée pour des variables aléatoires décorréelées. Nous allons voir que cette propriété n'est pas systématiquement vérifiée par les mesures de risques les plus courantes listées ci-dessous.

**Écart-type :** Cette mesure de risque basée sur les moments trouve son utilité (par exemple dans la théorie du portefeuille de Markowitz). Néanmoins, elle n'est pas cohérente et les mesures basées sur les quantiles ci-dessous permettent une meilleure appréciation du niveau de risque.

**Value-at-Risk :** La Value-at-Risk vient des marchés américains où elle a commencé à être utilisée dans les années 1980. Avec la mise en place des accords de Bâle, elle est considérée comme un standard dans l'évaluation des risques financiers. Bien qu'au départ utilisée plutôt par les banques, elle devient largement répandue et très utile pour les risk managers en général. Le secteur de l'assurance est concerné et c'est la mesure de risque utilisée par Solvabilité 2.

La Value-at-Risk (abrégée par VaR) peut être vue comme le montant de pertes qui ne devrait être dépassé qu'avec une certaine probabilité sur un horizon temporel donné. C'est un quantile d'une distribution (de perte, par exemple) associée à un horizon de temps. On la définit mathématiquement par :

$$VaR_\alpha(X) = \inf\{x, P(X \leq x) \geq 1 - \alpha\}$$

$\alpha$  est appelé le niveau de risque.

La Value-at-Risk est une mesure de risque de référence, mais qui n'est pas cohérente. Le lecteur peut trouver plus d'informations à propos de la VaR dans [11].

**Expected Shortfall :** L'Expected Shortfall, aussi appelée TailVaR, est très utilisée aussi et a l'avantage d'être une mesure de risque cohérente. Elle est définie à l'aide d'une espérance conditionnelle :

$$ES_\alpha(X) = \mathbb{E}(X|X \geq VaR_\alpha(X)) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_\alpha^1 VaR_v(X) dv$$

Elle représente donc la perte moyenne dans les  $\alpha$  cas les plus défavorables.

La VaR est facilement interprétable et est la mesure de risque utilisée par Solvabilité 2. C'est pourquoi nous l'utiliserons pour définir au cours de notre étude l'appétit au risque de la compagnie (chapitre 4). Concernant l'horizon temporel sur lesquels les risques sont évalués, il est d'usage de le faire coïncider avec l'horizon du business plan.

Ci-dessous, des exemples illustrent la formalisation de l'appétit au risque au moyen de mesures de risques.

Indicateur	Mesure de risque	Seuil
Résultat d'assurance	Écart-type	< 20%
Ratio de Solvabilité	Value at Risk (5 ans ; 10 %)	> 200%
Ratio combiné	Value at Risk (5 ans ; 1 %)	< 0,99

Ce qui signifie que l'écart-type du résultat d'assurance doit être inférieur à 20% de celui-ci, que la ratio de solvabilité doit être supérieur à 200% dans au moins 90% des scénarios à horizon 5 ans et que le ratio combiné doit être inférieur à 0,99 dans 99% des scénarios à horizon 5 ans.

La formulation de l'appétit au risque doit permettre d'identifier les principaux indicateurs de risque à suivre et d'orienter la stratégie de l'entreprise. L'appétit au risque de la compagnie

doit être respecté et donc au centre du pilotage stratégique. La réglementation stipule aussi que l'entreprise doit être capable de suivre l'adéquation de son profil de risque avec les limites qu'elle s'est fixée.

## 1.3 La réassurance comme levier de pilotage

### 1.3.1 Le principe de la réassurance

L'assurance repose sur la mutualisation des risques : l'assureur prend en charge un très grand nombre d'assurés et peut donc estimer la sinistralité grâce à des méthodes statistiques. Il peut donc tarifier ses contrats de façon à remplir ses obligations et à générer un profit. Mais l'assureur reste sujet à de l'incertitude, notamment sur la fréquence et l'ampleur des sinistres. Par exemple, une catastrophe naturelle peut causer une fréquence exceptionnellement élevée de sinistres et un accident automobile peut causer des sinistres de sévérité très importante. Pour se protéger de ce genre d'événements difficiles à prévoir, les entreprises d'assurance se réassurent auprès de sociétés de réassurance, qui pratiquent la diversification des risques sur des branches et des zones géographiques variées.

Le marché de la réassurance est très concentré entre les plus gros acteurs. La majeure partie des contrats de réassurance concerne des engagements non-vie. En effet, les plus grands sinistres se rapportent à des garanties non-vie (comme les catastrophes naturelles). Le marché de la réassurance est caractérisé par des ratios sinistres sur primes beaucoup plus volatiles qu'en assurance, du fait de la prise en charge de sinistres extrêmes. Les réassureurs pratiquent une diversification à l'échelle mondiale afin de mutualiser leurs risques autant que possible.

Ainsi, une entreprise d'assurance (appelée la cédante) cède une partie de ses risques à une entreprise de réassurance. Un contrat est souscrit entre les deux parties et des primes sont payées au réassureur en échange de garanties définies au contrat. Si un sinistre survient et qu'il déclenche les garanties prévues, le réassureur réglera une partie des coûts du sinistre à la cédante, comme dans le cas plus classique d'un contrat souscrit entre un assureur et un assuré.

### 1.3.2 Les couvertures de réassurance

Pour s'adapter aux besoins variés des assureurs, les réassureurs proposent différents types de couvertures de réassurance. Tout d'abord, on distingue deux formes avec les traités obligatoires et les facultatives.

- Un traité obligatoire couvre tout un portefeuille de risques, c'est-à-dire l'ensemble des polices d'une branche. L'assureur s'engage à céder tous les risques relevant de cette branche et le réassureur s'engage à les accepter.
- Une facultative se rapporte à des risques particuliers dont la cession est négociée au cas par cas. C'est un contrat plus personnalisé.

Dans le cadre de ce mémoire, nous ne considérerons que les traités obligatoires.

Ensuite, la couverture de réassurance peut être proportionnelle ou non proportionnelle.

- En réassurance proportionnelle, le réassureur reçoit une proportion des primes que versent les assurés à l'assureur et règle la même proportion des sinistres. Des exemples de couvertures proportionnelles sont le Quote-Part et l'excédent de plein.

- En réassurance non proportionnelle, le réassureur intervient à partir d'un seuil (de coût de sinistre ou de perte de la cédante) qui est appelé la rétention ou la priorité, et jusqu'à une somme maximale appelée la capacité ou la portée. Le réassureur perçoit une prime qui n'est pas directement liée aux primes reçues par l'assureur. Les sorts de la cédante et du réassureur sont moins liés que dans le cas d'un traité proportionnel. L'excédent de sinistre par risque, ou par tête, et l'excédent de perte annuelle sont des exemples de couverture non proportionnelle.

### 1.3.3 La place stratégique de la réassurance

En se réassurant, la cédante transfère une partie de ses risques au réassureur contre une rémunération. La réassurance est un outil de gestion du capital.

La réassurance constitue un soutien contre les événements extrêmes, au niveau de la fréquence ou de la sévérité des sinistres. En participant à la prise en charge des événements hors normes, le réassureur permet de réduire la variabilité du résultat et l'exposition au risque de l'assureur. Par conséquent, le besoin en marge de solvabilité de l'assureur est réduit. Se réassurer permet également d'augmenter sa capacité de souscription. La réassurance est un véritable outil de pilotage, qui permet de mieux maîtriser certains indicateurs.

#### Impact sur les besoins en marge de solvabilité

La réassurance permet en général de faire baisser les exigences en marge de solvabilité, notamment en SCR : le besoin en capital pour risque de souscription baisse tandis que le besoin pour risque de contrepartie augmente, mais dans une plus faible mesure. La Risk Margin est calculée en fonction du SCR net de réassurance, et donc baisse également en présence de réassurance. Cela est justifié par la réduction du risque qu'induit la réassurance. Des provisions cédées apparaissent à l'actif, car le réassureur a des engagements envers l'assureur. Néanmoins, l'assureur doit toujours tenir ses engagements envers ses assurés, c'est pourquoi la qualité et la solvabilité du réassureur sont très importantes.

#### Impact sur la rentabilité

En revanche, se réassurer implique une baisse de la marge nette de l'assureur. Cela peut donc détériorer certains ratios de rentabilité. En effet, la marge de l'assureur est diminuée puisque le réassureur récupère une partie de la marge. C'est la contrepartie de la protection offerte. L'assureur doit faire un compromis entre rentabilité et risque. Les couvertures de réassurance ont en général pour effet de réduire la volatilité du résultat mais aussi le résultat moyen.

Ces impacts seront détaillés dans la suite de nos analyses.

Il est possible de céder à plusieurs réassureurs, mais aussi de combiner plusieurs tranches de réassurance afin d'établir une stratégie fine et sur mesure, adaptable aux besoins au cours du temps. Le nombre de possibilités est ainsi très large.

## Conclusion

Il est par conséquent important de bien étudier la stratégie de réassurance car ses avantages sont contrebalancés par des inconvénients. Trop se réassurer est contre-productif et les paramètres des traités doivent être judicieusement choisis pour offrir la protection optimale sans trop dégrader la performance de l'assureur. Tous les assureurs n'ont pas les mêmes objectifs et contraintes. Certains seront plus averses au risque que d'autres, et préféreront plus se réassurer afin de réduire leur exposition au risque, même s'il cède une partie non négligeable de leur résultat. L'appétit au risque de l'assureur joue alors un rôle fondamental dans la détermination des couvertures qui lui sont adéquates. Nous proposons dans ce mémoire de répondre à la problématique d'optimisation des traités de réassurance pour une compagnie IARD à l'aide d'algorithme dit génétiques.

# Chapitre 2

## Modélisation de l'entreprise et projection

Nous développons dans cette partie l'approche que nous avons adoptée pour modéliser une compagnie d'assurance non-vie fictive. Certains choix ont été effectués et des simplifications par rapport à la réalité ont été appliquées afin que le modèle ne soit pas trop complexe et que le calcul de l'optimisation se fasse dans des temps raisonnables.

### 2.1 Généralités

Nous considérons les hypothèses suivantes pour la suite :

- Les prestations sont versées par l'assureur en fin d'année.
- Les contrats des assurés sont souscrits en moyenne en milieu d'année.
- Les primes des assurés sont payées à la souscription, donc perçues en milieu d'année.
- Les contrats de réassurance sont signés en début d'année.
- Les primes sont cédées au réassureur en fin d'année.
- Les prises en charge des sinistres par le réassureur se font en fin d'année.
- Les frais et commissions d'acquisition sont payés par l'assureur à la souscription ou renouvellement du contrat (c'est à dire en moyenne en milieu d'année).
- Les frais d'administration sont payés par l'assureur en fin d'année.
- Les frais de gestion de sinistres sont payés par l'assureur à chaque règlement de sinistre, en proportion de ce règlement.

On considère la situation initiale d'une compagnie non-vie à l'année  $N$  (prise à 2020) et on souhaite effectuer à partir de ce stade des projections des résultats et des bilans jusqu'à  $N+5$ . Un algorithme a été implémenté afin de réaliser ce travail.

### 2.2 Modélisation du portefeuille et de la sinistralité

Nous présentons dans cette section notre approche afin de modéliser le portefeuille de contrats d'assurance ainsi que la sinistralité. On effectue à partir des lois retenues 1000 simulations de la sinistralité pour chaque année de  $N+1$  à  $N+5$ . Ce nombre a été choisi comme compromis entre un nombre suffisant de simulations et un stockage des données raisonnable. De ces simulations de sinistralité, les résultats et bilans pour chaque année sont déduits (voir sections suivantes). L'année  $N$  est considérée comme une année d'historique et sa sinistralité est représentative de la moyenne, cette année est donc la même pour toutes les simulations. Nous précisons que l'algorithme développé permet à l'utilisateur de choisir certains paramètres

de modélisation, comme ceux concernant le portefeuille et la sinistralité. Néanmoins, nous décrivons ici directement les paramètres retenus pour l'étude.

### 2.2.1 Portefeuille de contrats d'assurance

On suppose que la compagnie commercialise des contrats sur trois lignes d'activités : dommage accidents automobiles, responsabilité civile automobile et multirisque habitation. On suppose que l'entreprise les commercialise depuis un certain temps, que la loi de sinistralité est connue et que le nombre de contrats est stable dans le temps. Les descriptions des garanties sont les suivantes :

**Dommage Auto** : dommages accidents automobiles sur le véhicule (les dommages corporels ne sont donc pas couverts ici), que le conducteur soit responsable ou non. Cela correspond à la branche 3 du Code des Assurances et à la ligne d'activité 5 de Solvabilité 2. Nous ne considérons pas ici les garanties contre les événements climatiques. On suppose qu'elles font l'objet de signatures de garanties complémentaires non modélisées ici.

**RC Auto** : responsabilité civile automobile, couvrant les dommages matériels et corporels infligés à des tiers en cas de responsabilité du conducteur assuré. Cela correspond à la branche 10 du Code des Assurances et à la ligne d'activité 4 de Solvabilité 2.

**MRH** : couvre les dommages aux biens des habitations dus aux incendies, événements climatiques, vols, vandalismes et dégâts des eaux. Ces garanties font partie des branches 8 et 9 du Code des Assurances et de la ligne d'activité 7 de Solvabilité 2.

Le fait de ne pas considérer de garanties automobiles contre les catastrophes naturelles constitue une limite de notre modélisation. Mais ce choix a été pris afin de ne pas trop complexifier la modélisation. En réalité, les compagnies d'assurance proposent de nombreuses garanties (on peut citer aussi la garantie dépannage automobile, ou la garantie RC générale souvent incluse dans les contrats MRH) et il est délicat de toutes les modéliser dans notre cadre d'étude.

On peut parler de *Lines of Business*, abrégées par LoB pour désigner les lignes d'activité. Le dommage auto et la RC auto sont en pratique commercialisés ensemble comme garanties différentes d'un contrat automobile. Néanmoins, ce sont deux branches distinctes d'après le Code des Assurances ainsi que des lignes d'activités différentes selon Solvabilité 2. En effet, les garanties ne sont pas les mêmes et la prise en compte de la garantie liée aux dommages corporels dans la RC est une différence importante. Nous avons donc deux branches plutôt courtes et une à développement long (la RC, du fait des garanties corporelles). Pour chaque branche, nous fixons le nombre de polices et la prime moyenne par police :

	Dommages Auto	RC Auto	MRH
Nombre de polices	40 000	58 000	50 000
Prime moyenne	260	145	250

L'inflation est ici négligée. Ces chiffres sont choisis notamment sur la base de la documentation de la Fédération Française de l'Assurance ([12], [13]) qui fournit des données nationales. Les proportions des différentes branches dans le portefeuille partent du principe que les polices RC et MRH, qui sont obligatoires en France, sont en plus grand nombre que le dommage auto qui est facultatif. La taille du portefeuille reste modeste dans un souci de temps de calcul et de stockage. En effet, nous devons stocker chaque sinistre individuel.



## 2.2.2 Sinistralité

Pour modéliser les sinistres, nous distinguons deux caractéristiques des événements : la fréquence et la sévérité. La fréquence représente le nombre de sinistres et la sévérité le coût d'un sinistre. Pour chaque ligne d'activité, la sinistralité est modélisée en séparant les sinistres attritionnels (ceux qui sont courants et de montants modérés) et les sinistres atypiques (rares mais de sévérité élevée). En effet, ces deux types de sinistres ont des caractéristiques différentes et il est nécessaire de les modéliser séparément. La sinistralité totale est obtenue en additionnant les deux types de sinistralité. Un modèle collectif est utilisé pour chaque catégorie. La sinistralité totale pour la LoB  $i$  ( $i=1,2$  ou  $3$ ) est donc modélisée par :

$$S^i = \sum_{k=1}^{N_1^i} X_k^i + \sum_{j=1}^{N_2^i} Y_j^i \quad (2.1)$$

$$\text{Fréquence attritionnelle (nombre de sinistres)} : N_1^i \sim \text{BinN}(p_i, n_i) \quad \forall i \quad (2.2)$$

$$\text{Sévérité attritionnelle (coût de chaque sinistre)} : X_k^i \sim \text{LogN}(\mu_i, \sigma_i) \quad \forall i, k \quad (2.3)$$

$$\text{Fréquence atypique (nombre de sinistres)} : N_2^i \sim P(\lambda_i) \quad \forall i \quad (2.4)$$

$$\text{Sévérité atypique (coût de chaque sinistre)} : Y_j^i \sim \text{GPD}(\mu'_i, \sigma'_i, \xi_i) \quad \forall i, j \quad (2.5)$$

- La fréquence attritionnelle est donc modélisée par une loi binomiale négative (notée *BinN*). Les mémoires [14] et [15] effectuent aussi ce choix.
- La sévérité attritionnelle est modélisée par une loi log-normale (notée *LogN*), généralement utilisée : [16] explique la pertinence de la loi log-normale et le mémoire [15] utilise cette loi. On note que la loi gamma constitue un choix justifiable également.
- La fréquence atypique est modélisée par une loi de Poisson, notée *P*. Le mémoire [17] explique cette loi est bien adaptée à la modélisation de la fréquence d'événements rares, notamment dans le cadre de la réassurance.
- La sévérité atypique est modélisée par une loi de Pareto généralisée (GPD), qui est couramment utilisée pour la représentation des sinistres extrêmes. Par exemple, le mémoire [18] l'utilise.

Pour chaque LoB, nous choisissons des paramètres pour les lois qui amènent à une sinistralité plausible et à des ratios Sinistres/Primes en phase avec ceux observés sur le marché français. Nous nous basons encore une fois sur la documentation de la FFA. Nous présentons ci-dessous les données sélectionnées pour chaque loi. Nous avons besoin de la fréquence en moyenne et en écart-type pour les lois de fréquence, et de la sévérité en moyenne et en écart-type pour les lois de sévérité. Ces statistiques sont facilement interprétables et permettent de déduire les paramètres des lois binomiales négatives, log-normales et Poisson (voir annexe B.1). Pour la GPD, nous fournissons directement les paramètres de la loi.

### Sinistralité du dommages auto

Les statistiques choisies pour les sinistres attritionnels sont :

**Fréquence moyenne en %** 10

**Ecart-type de la fréquence en %** 0.5

**Coût moyen en €** 1600

**Ecart-type du coût en €** 1300

Nous considérons qu'il n'y a pas nécessité de modéliser des sinistres atypiques pour le dommage auto car la modélisation log-normale seule permet de simuler quelques sinistres suffisamment sévères pour cette branche (de l'ordre de 30 000€, c'est à dire le prix d'une voiture moyenne gamme neuve). Nous ne considérons pas le cas particulier de voitures de luxe coûtant plusieurs centaines de milliers voire millions d'euros. Nous notons qu'en fait, la loi log-normale permet de générer des sinistres graves. Cela est valable pour toutes les LoB, seulement, les autres LoB requièrent une modélisation de sinistres atypiques spécifique additionnelle. En effet, la loi log-normale seule ne permet pas de générer suffisamment d'atypiques et de montants assez élevés.

Ci-dessous, un exemple pour une simulation de sinistralité sur une année avec les paramètres ci-dessus. L'histogramme est tronqué à 15 000 € pour améliorer de visibilité. Le montant du sinistre est représenté en abscisse et le nombre de sinistres se trouvant dans chaque intervalle de montant est en ordonnée. Le boxplot permet de voir que sur cette simulation, on génère un sinistre à plus de 20 000 €.

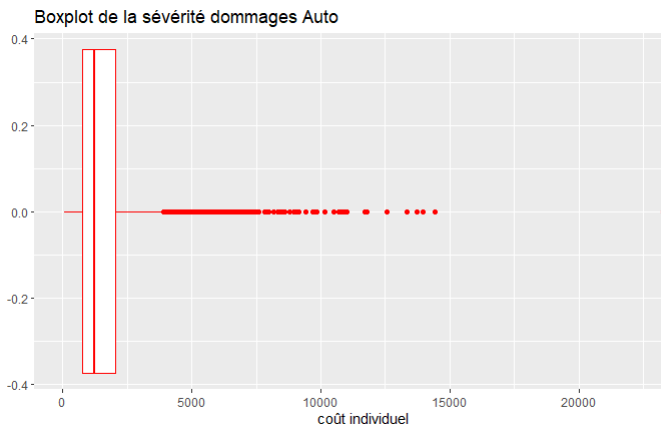


FIGURE 2.1 – Boxplot dommages auto

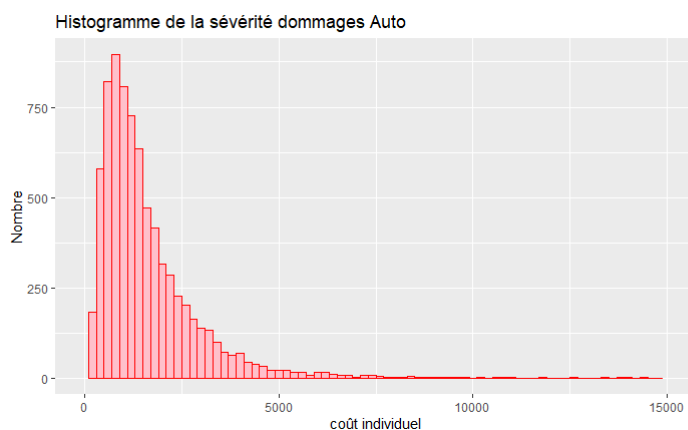


FIGURE 2.2 – Histogramme dommages auto

La cadence de règlement des sinistres de la branche est également nécessaire pour la projection. En effet, il est rare qu'un sinistre soit totalement réglé l'année même de sa survenance, car entre la déclaration, les différentes réévaluation des coûts et les paiements, il peut s'écouler plusieurs années. Nous notons tout de même que les compagnies d'assurance ont pour usage d'imposer un délai de déclaration de 5 jours après l'accident. On suppose pour la projection que tous les sinistres se développent selon le même schéma déterministe. Ci-dessous la cadence de développement supposée pour le dommage auto :

Année de développement	1	2	3	4	5	6	7
Développement cumulé (%)	75	95	96	97	98	99	100

Le dommage en automobile est une branche courte (ici, la longueur de développement est de 7 ans). En effet il s'agit de dégâts matériels qui sont en grande majorité rapidement diagnostiqués et réparés.

## Sinistralité de la RC Auto

Les statistiques pour les sinistres attritionnels sont :

**Fréquence moyenne en %** 4

**Ecart-type de la fréquence en %** 0.2

**Coût moyen en €** 1850

**Ecart-type du coût en €** 1500

Ci-dessous, un exemple pour une simulation de sinistralité attritionnelle avec les paramètres ci-dessus. L'histogramme est tronqué à 15 000 € également.

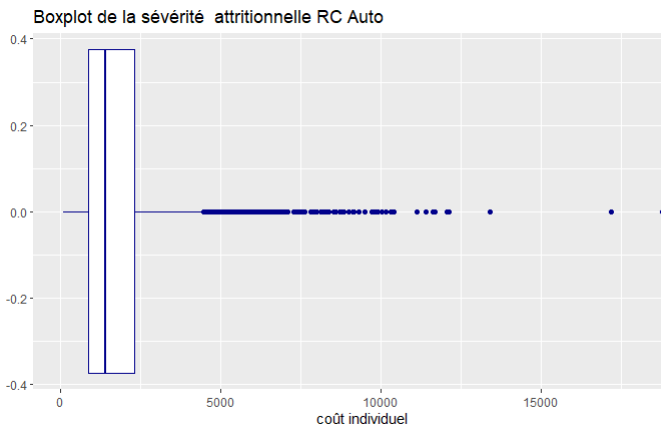


FIGURE 2.3 – Boxplot RC Auto (attritionnels)

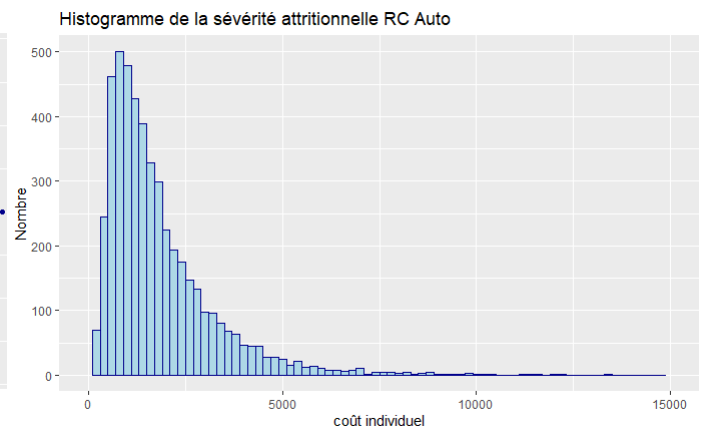


FIGURE 2.4 – Histogramme RC Auto (attritionnels)

Les statistiques pour les sinistres atypiques sont :

**Fréquence moyenne en %** 0.3

**Seuil de la GPD** 4500

**Echelle de la GPD** 4500

**Forme de la GPD** 0.6

Ci-dessous, un exemple pour une simulation avec les paramètres ci-dessus. L'histogramme est celui de tous les sinistres (attritionnels + atypiques) et est aussi tronqué à 15 000 €.

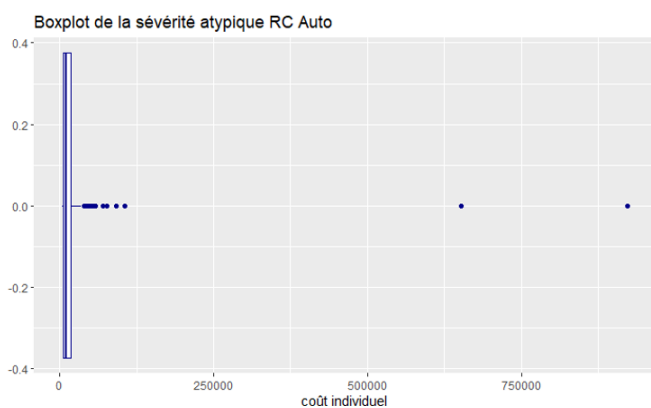


FIGURE 2.5 – Boxplot RC Auto (atypiques)

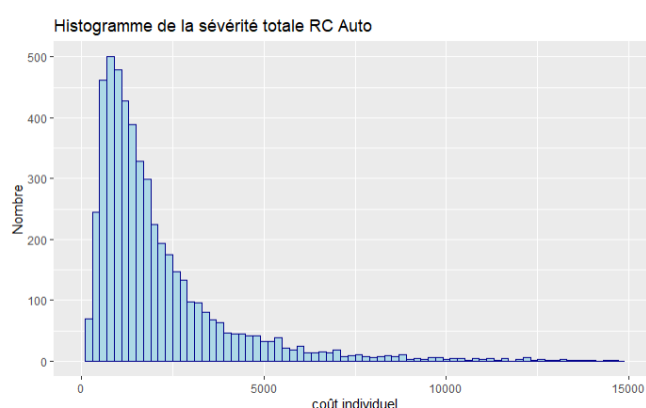


FIGURE 2.6 – Histogramme RC Auto (attritionnels + atypiques)

Cette modélisation permet de générer sur certaines années des sinistres de plusieurs millions d’euros, ce qui peut arriver rapidement en RC dès qu’il y a du corporel (mais ces sinistres extrêmes n’apparaissent pas sur chaque année de simulation de manière systématique, étant donnée la taille du portefeuille). Les sinistres simulés sont plafonnés à 15 millions d’euros, ce qui est une limite cohérente avec les données de marché historiques de l’assurance automobile. Cependant il est important de noter qu’en pratique le montant d’indemnisation est illimité en RC.

Ci-dessous, la cadence de développement pour la RC auto :

Année de développement	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Développement cumulé (%)	33	56	65	71	76	81	85	89	92	94

Année de développement	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Développement cumulé (%)	95	96	96,5	97	97,5	98	98,5	99	99,5	100

La stabilisation et l’évolution de l’état de santé de la victime peuvent amener à une réévaluation de l’indemnité. Ainsi, la RC est une branche à développement long. Par ailleurs, pour les mineurs, le jugement et l’évaluation finale des dommages se fait à leur majorité. En pratique, certains sinistres se développent sur des dizaines d’années car la victime bénéficie d’une rente à vie. Ces sinistres s’apparentent en fait à de l’assurance vie. Les assureurs distinguent les sinistres indemnisés en rente et en capital. Les sorties en rente font l’objet de provisions spécifiques que l’on ne traitera pas ici. Cela augmenterait le nombre de paramètres à calibrer pour modéliser la sinistralité sans pour autant améliorer la précision du modèle aux vues des données disponibles. Cette ligne d’activité fait en réalité l’objet de modèles très évolués de la part des assureurs et réassureurs.

### Sinistralité du MRH

Les statistiques pour les sinistres attritionnels sont :

**Fréquence moyenne en %** 6.5

**Ecart-type de la fréquence en %** 0.4

**Coût moyen en €** 1300

**Ecart-type du coût en €** 1000

Ci-dessous, un exemple pour une simulation avec les paramètres ci-dessus. L'histogramme est tronqué à 10 000 €.

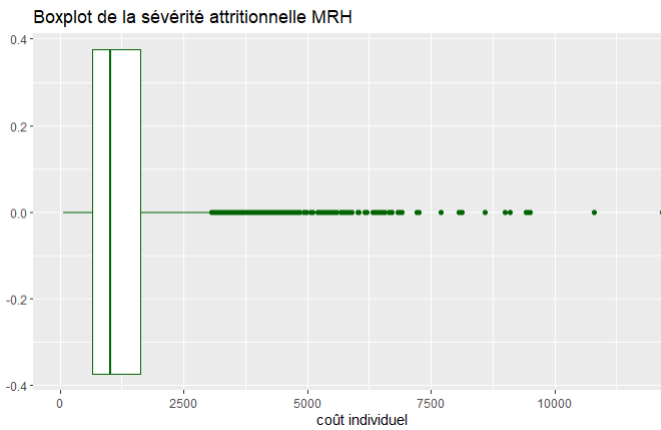


FIGURE 2.7 – Boxplot MRH (attritionnels)

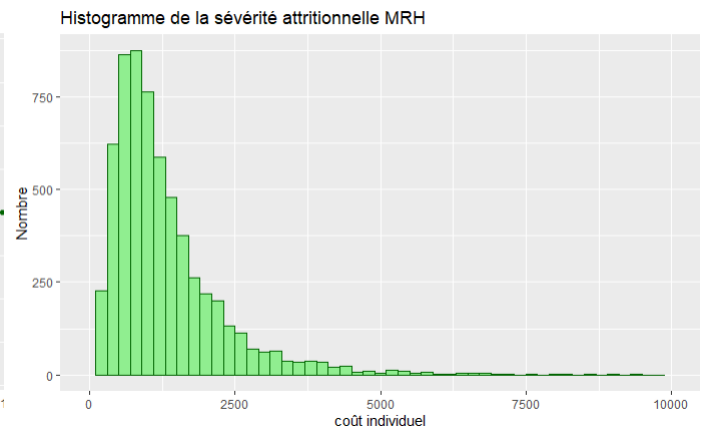


FIGURE 2.8 – Histogramme MRH (attritionnels)

Les statistiques pour les sinistres atypiques sont :

**Fréquence moyenne en %** 0.7

**Seuil de la GPD** 3100

**Echelle de la GPD** 4200

**Forme de la GPD** 0.4

Ci-dessous, un exemple pour une simulation avec les paramètres ci-dessus. L'histogramme est celui de tous les sinistres (attritionnels + atypiques) et est tronqué à 10 000 €.

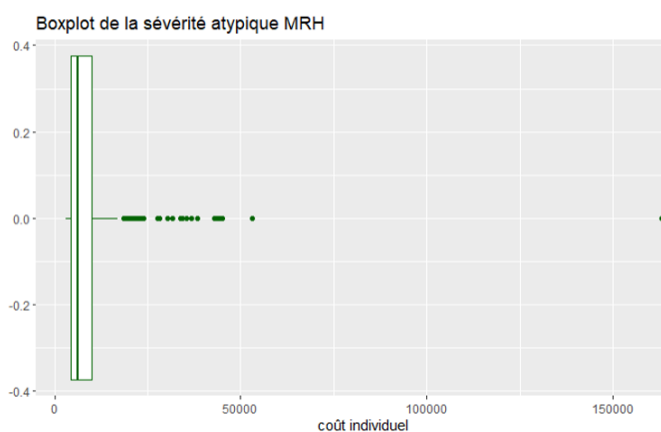


FIGURE 2.9 – Boxplot MRH (atypiques)

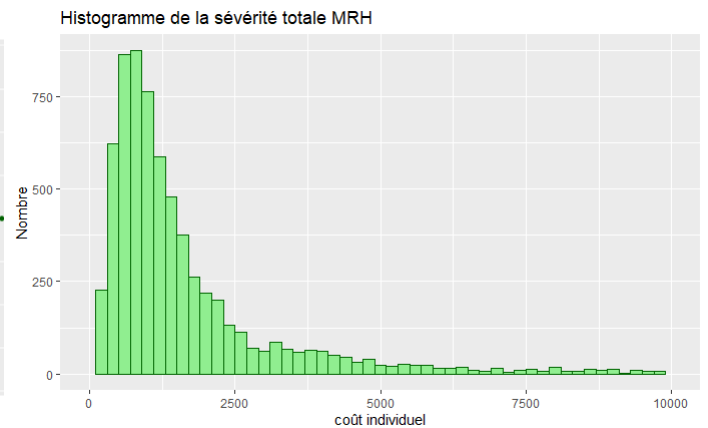


FIGURE 2.10 – Histogramme MRH (attritionnels + atypiques)

Ci-dessous la cadence de développement pour le MRH, on considère une durée de développement relativement courte car il ne s'agit que de dégâts matériels :

Année de développement	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Développement cumulé (%)	50	86	93	95	96	97	98	99	100

Cette modélisation nous permet ainsi d'obtenir des simulations de la sinistralité pour chaque année de projection.

### Ratios S/P et combinés

Il est important de calibrer une sinistralité et des montants de primes qui impliquent des ratios cohérents avec ce qui s'observe sur le marché français. On prend en considération l'existence de frais (définis au chapitre 1). Ces frais concernent donc la vente et la gestion des contrats, la gestion des sinistres ainsi que la publicité etc. On fixe les taux de frais suivant les données trouvées dans la documentation FFA et certains mémoires, sachant qu'ils sont très dépendants de l'entreprise et de sa stratégie commerciale. On considère que l'entreprise modélisée règle des commissions de renouvellement pour les contrats reconduits.

	Domages Auto	RC Auto	MRH
Frais d'acquisition (% des primes)	15	15	15
Commissions de renouvellement (% des primes)	6	6	6
Frais de gestion de sinistres (% du coût des sinistres)	11	11	13
Frais d'administration des contrats et autres (% des primes)	8	8	10

Les frais plus élevés pour l'habitation s'expliquent par les expertises plus longues et coûteuses en cas de dégâts par exemple (selon notre hypothèse). On fait l'hypothèse qu'en moyenne 50% des contrats sont des renouvellements. Le préavis de résiliation est de deux mois, ce qui signifie que passé ce délai, un contrat est automatiquement reconduit.

Ci-dessous, les ratios sinistres sur primes et combinés obtenus sur 1000 simulations.

	Domages Auto	RC Auto	MRH	Total
S/P (% des primes)	61,4	83,5	62	67,6
combiné (% des primes)	88,1	112,7	92,1	96,3

On vérifie que le ratio combiné total est en moyenne inférieur à 100% des primes. On note que la ligne RC est déficitaire, ce qui est usuel pour cette ligne de business, les ratios combinés réels approchent souvent les 120%. Il n'est pas pour autant bénéfique de supprimer cette activité car elle permet d'attirer les clients et de les fidéliser (puisque cette assurance est obligatoire en France). C'est un produit d'appel, qui permet de vendre des contrats dans d'autres lignes d'activité plus profitables.

## 2.3 Modélisation de la réassurance

### 2.3.1 Hypothèses sur le réassureur

Il est supposé que la compagnie d'assurance se réassure auprès d'un unique réassureur, comparable aux leaders mondiaux et qui est donc bien noté par les agences de notation. À titre d'exemple, les réassureurs comme SCOR, Munich Re ou Swiss Re bénéficient actuellement d'un rating AA- par Standard & Poors. Le niveau de solvabilité du réassureur est important et requis par la directive Solvabilité 2 pour la bonne prise en compte des traités de réassurance dans le calcul du SCR [19].

Le réassureur propose trois traités de réassurance obligatoire (les contrats facultatifs ne sont pas modélisés car très spécifiques) : le Quote-Part (réassurance proportionnelle), l'excédent de sinistre et le Stop-Loss (réassurance non proportionnelle). On suppose pour l'étude que le traité appliqué à chaque ligne d'activité au début de la projection est renouvelé pour toutes les années de la projection.

Le nombre de traités disponibles est limité pour ne pas rendre la modélisation et l'optimisation trop complexe. En réassurance proportionnelle, le quote-part a été sélectionné car il est simple mais reste très utilisé. En revanche, l'excédent de plein est moins utilisé en assurance non-vie et est compliqué à modéliser car il s'applique par risque (la proportion cédée est différente pour chaque risque et est fonction de la somme assurée, ce qui nécessiterait d'explicitier toutes les polices). En réassurance non proportionnelle, l'excédent de sinistre par risque est très utilisé et s'applique facilement pour nous étant donné qu'on simule les sinistres individuels. L'excédent de sinistre par évènement requiert la modélisation d'évènement catastrophique, ce qui ne rentre pas dans le cadre de ce mémoire. Le stop-loss est choisi car il permet d'ajouter un traité qui s'applique sur la charge agrégée.

### 2.3.2 Le Quote-Part

Le Quote-Part est défini par un taux de cession noté  $c$ . Le réassureur prend à charge le ratio  $c$  appliqué aux sinistres. Un coefficient de commission noté  $\alpha$  permet d'ajuster les primes cédées au réassureur pour que celui-ci participe aux frais engagés par l'assureur. En effet, la commission de réassurance est une indemnité versée par le réassureur à la société cédante pour couvrir tout ou partie d'une acquisition, ainsi que les frais administratifs, de souscription etc. Ci-dessous, un schéma illustratif de l'application sur la sinistralité d'un Quote-Part avec un taux de cession de 30%.

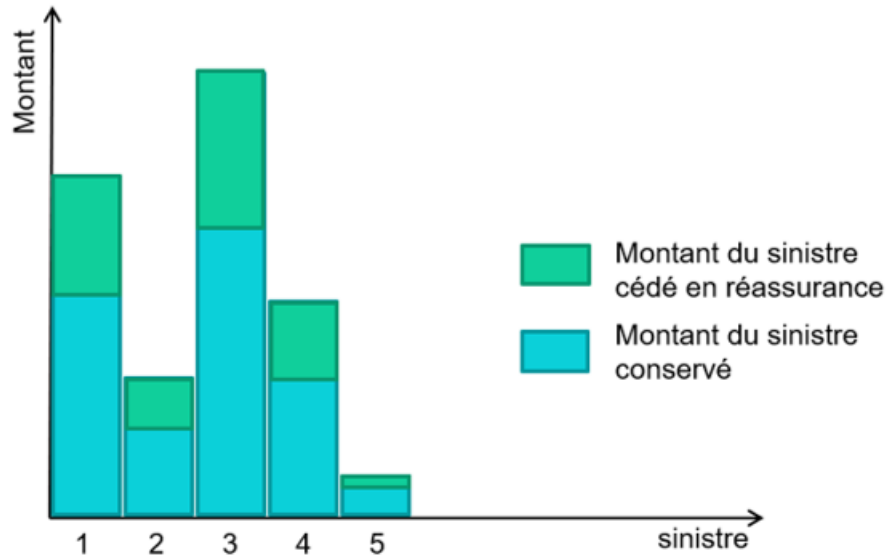


FIGURE 2.11 – Application d'un quote-part

Le Quote-Part se modélise donc ainsi :

- Sinistres bruts  $S$  et primes brutes  $P$
- Sinistres cédés :

$$S_c = c \cdot S \quad (2.6)$$

- Primes cédées :

$$P_c = c \cdot (1 - \alpha) \cdot P \quad (2.7)$$

- Sinistres conservés (nets de réassurance) :

$$S_n = (1 - c) \cdot S \quad (2.8)$$

- Primes conservées (nettes de réassurance) :

$$P_n = (1 - c + \alpha \cdot c) \cdot P \quad (2.9)$$

La commission fait en réalité l'objet d'une négociation et dépend de la branche considérée, de son ratio sinistres sur primes et du montant des frais engagés. Généralement, la commission est d'autant plus faible que le ratio de sinistralité sur primes est élevé (en effet, le réassureur supporte directement un mauvais ratio S/P). Nous choisissons de modéliser le taux de commission comme dans le mémoire [14] :

$$\alpha = \rho \cdot \max(1 - \hat{S}/\hat{P}, 0) \quad (2.10)$$

avec  $\rho$  un coefficient déterminé en fonction de la branche et des frais engagés et  $\hat{S}/\hat{P}$  le ratio S/P estimé avec les  $x$  dernières années d'historique de l'assureur. La commission est donc mise à jour tous les ans avec les dernières informations disponibles.

Une étude s'est imposée pour le choix du coefficient  $\rho$ . L'évolution des ratio S/P et combinés de l'assureur et du réassureur en fonction de  $\rho$  a été étudiée. L'idée est de choisir un coefficient qui prend correctement en compte les frais de l'assureur et qui implique un partage équitable des primes (voir l'annexe B.2). Ci-dessous, les coefficients  $\rho$  choisis.



	Dommages Auto	RC Auto	MRH
$\rho$	0,8	0,9	0,85

La tarification ainsi choisie permet une modélisation du traité équitable tout en restant simple à intégrer au programme d'optimisation.

Avec le Quote-Part, le résultat du réassureur évolue avec la même dynamique que celui de l'assureur et il est directement exposé à la qualité de souscription de l'assureur. Ce type de traité a l'avantage d'être simple à appliquer et à gérer et permet d'améliorer la marge de solvabilité de l'assureur. En revanche, il n'y a pas de lissage du résultat sur le temps ni de protection contre une sinistralité ou une fréquence exceptionnellement élevée qui donneraient un mauvais ratio S/P. La volatilité du résultat est tout de même réduite (voir chapitre 4 section 4.2).

### 2.3.3 L'excédent de sinistre

L'excédent de sinistre (par risque) est un traité non-proportionnel. Dans ce type de contrat, les primes cédées ne sont pas directement fonction des primes reçues et font l'objet d'une tarification par le réassureur. Les sorts des deux parties sont beaucoup moins liés qu'avec un traité proportionnel. L'excédent de sinistre est défini par une portée notée  $b$  et une priorité notée  $a$ . On l'écrit " $b$  xs  $a$ ". Quand un sinistre survient, la priorité définit le montant au-delà duquel le réassureur intervient, et la portée le montant maximal pris en charge par sinistre. En pratique, il y a souvent des clauses comme l'*aggregate deductible* (le réassureur ne commence à régler réellement que quand le montant agrégé de sa charge de sinistre dépasse cette limite, qui reste à charge de l'assureur), que nous ne considérerons pas. Ci-dessous, un schéma illustratif de l'application d'un excédent de sinistre.

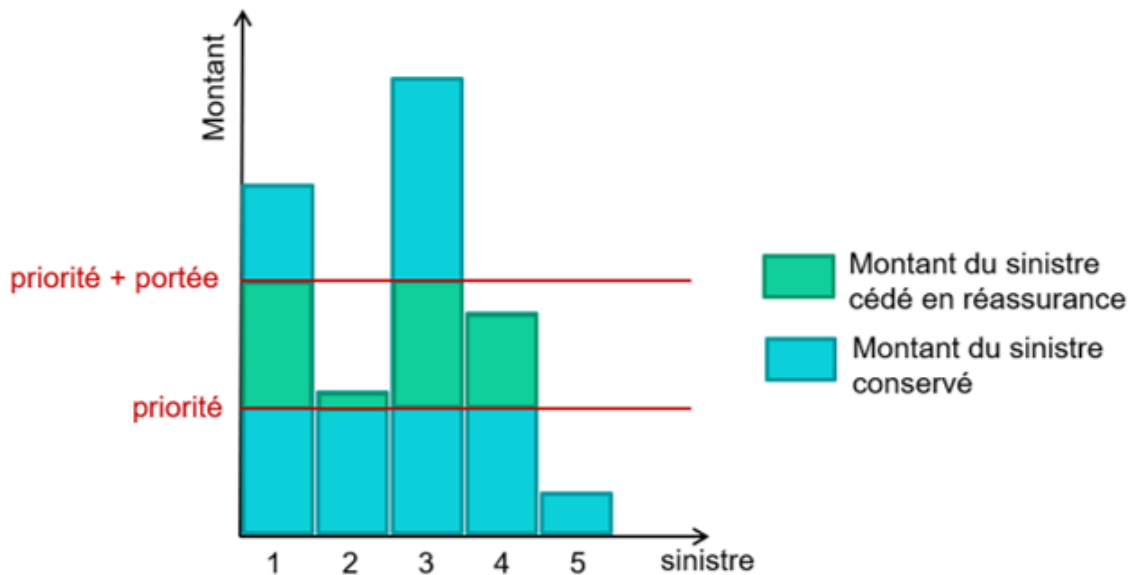


FIGURE 2.12 – Application d'un excédent de sinistre

- Montants bruts des sinistres et primes : S et P
- Sinistres cédés :

$$S_{c,i} = \max(\min(b, S_i - a), 0) \quad (2.11)$$

- Sinistres nets :

$$S_{n,i} = \min(S_i, a) + \max(S_i - a - b, 0) \quad (2.12)$$

$i$  est l'indice du sinistre.

Les primes cédées sont tarifées selon un modèle de prime pure auquel on ajoute une prime de risque. Le modèle est :

$$P_c = \mathbb{E}\left(\sum_i S_{c,i}\right) + k \cdot \sigma\left(\sum_i S_{c,i}\right), \quad k \in \mathbb{R}_+ \quad (2.13)$$

La prime de risque est donc modélisée par l'écart-type de la variable représentant les sinistres cédés. D'autres choix auraient pu être faits car il existe de nombreux principes de primes différents respectant plus ou moins les propriétés souhaitables d'une prime (soit celles d'une mesure de risque : invariance par translation, homogénéité, monotonie et si possible sous-additivité). Nous aurions pu par exemple remplacer l'écart-type par la variance ou un certain quantile, ou aller plus loin et complexifier la prime en prenant également en compte le coût du capital immobilisé. Néanmoins, nous souhaitons conserver une approche de tarification simple et robuste. Le lecteur peut se référer à [17] pour en savoir plus sur la tarification de réassurance non proportionnelle.

Le paramètre  $k$  qui pondère la prime de risque représente le coût du traité pour l'assureur. En effet, sans cette prime de risque, l'excédent de sinistre ne coûte rien à l'assureur en moyenne. Une étude a été réalisée, afin de calibrer ce paramètre (annexe B.2). Ci-dessous le choix de  $k$  pour les trois branches.

	Dommages Auto	RC Auto	MRH
k	0,7	0,1	0,3

Tous les sinistres du portefeuille sur lequel le traité s'applique sont concernés. Ainsi, l'assureur garde les petits sinistres et le réassureur intervient pour les plus gros que l'assureur ne peut pas forcément assumer. Dans la réalité, les très gros risques font souvent l'objet de la signature d'un traité de réassurance facultative pour protéger l'assureur au-delà de la portée, ou d'un traité stop-loss qui s'ajoute au XS. L'excédent de sinistre permet de protéger l'assureur des pics de sévérité (mais pas des pics de fréquence) et de ne pas faire de cession sur l'entièreté des sinistres et primes puisqu'une sélection est effectuée grâce à la priorité.

### 2.3.4 Le Stop-Loss

Le Stop-Loss (ou excédent de perte) est également un type de traité non-proportionnel qui fonctionne à l'aide d'une portée ( $b'$ ) et d'une priorité ( $a'$ ). Mais cette fois, c'est le ratio S/P de la branche qui est comparé à ces deux limites. Si le ratio sinistres sur primes brut de l'assureur dépasse la priorité, le réassureur prend en charge ce dépassement jusqu'à la portée.  $a'$  et  $b'$  sont donc exprimés en pourcentage des primes.

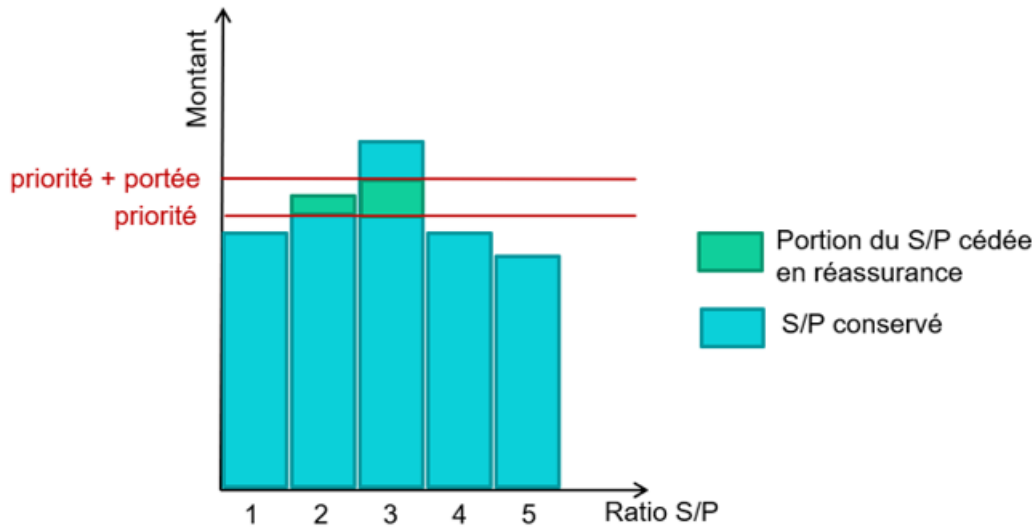


FIGURE 2.13 – Application d’un stop-loss

- Montants bruts des sinistres et primes :  $S$  et  $P$
- Montant de sinistralité cédée :

$$S_c = \max(\min(b', S/P - a'), 0) \cdot P \quad (2.14)$$

- Montant de sinistralité nette :

$$S_n = (\min(S/P, a') + \max(S/P - a' - b', 0)) \cdot P \quad (2.15)$$

Il a également été choisi de tarifer le stop-loss avec un modèle prime pure et prime de risque.

$$P_c = \mathbb{E}(S_c) + l \cdot \sigma(S_c), \quad l \in \mathbb{R}_+ \quad (2.16)$$

Il y a aussi une pondération de la prime de risque par un facteur  $l$ . Ci-dessous, les choix du paramètre pour chaque branche (voir annexe B.2).

	Dommages Auto	RC Auto	MRH
l	0,05	0,02	0,03

Le Stop-Loss ne s’applique pas forcément tous les ans. En effet, le Quote-Part, par définition, s’applique systématiquement dès la survenance d’un sinistre. Dans l’hypothèse d’une priorité non extrême, mais cela n’est pas forcément le cas, l’excédent de sinistre est déclenché par certains sinistres tous les ans. Le Stop-Loss offre la possibilité de lisser le ratio S/P de l’assureur sur le temps et de le protéger des pics de sévérité comme ceux de fréquence. La contrepartie est la possibilité que le réassureur n’intervienne pas au cours de certaines années sur ce type de contrat alors qu’une prime est tout de même payée. Cela dégrade alors le ratio S/P net, du fait du paiement de la prime.

## 2.4 Variables économiques

La valorisation de l'actif et l'actualisation des provisions nécessitent certaines variables économiques (taux zéro-coupons, rendements des actions). La courbe des taux zéro-coupons intervient pour l'actualisation et pour évaluer les rendements des obligations détenues. Les rendements des actions permettent de calculer la valeur de marché de ces actions. Nous avons donc besoin de simuler ces variables économiques.

### 2.4.1 Courbe d'actualisation EIOPA

L'EIOPA fournit les courbes de taux à utiliser pour actualiser les provisions Solvabilité 2 (et qui peuvent être reprises pour IFRS17) [20]. Ces courbes sont publiées tous les mois et fournissent des taux pour des maturités allant de 1 à 150 ans. Nous avons besoin des courbes aux dates initiales futures allant de  $N+1$  à  $N+5$ . En effet, lors de la projection, ces courbes sont nécessaires pour actualiser les provisions constituées.

Au bilan initial, nous considérons la courbe au 31/12/2020. En effet, nous préférons utiliser une courbe à décembre pour être cohérent avec la date de clôture des bilans et nous ne disposons pas encore de la courbe à décembre 2021. C'est pourquoi le bilan initial se situe à décembre 2020.

Pour obtenir les courbes hypothétiques au 30/12/2021, 30/12/2022 et ce jusqu'au 30/12/2025, nous choisissons de déterminer des courbes de taux forward de la courbe initiale. La courbe EIOPA actuelle comporte les taux d'intérêt zéro-coupons  $r_m$ , pour  $m$  allant de 1 an à 150 ans. Nous avons besoin des taux forward  $f(h, m + h)$  à horizon  $h$ ,  $h$  variant de 1 à 5 ans, et de maturités  $m$  comprises entre 1 et 21 ans (car la durée de développement la plus longue est de 20 ans, il n'est pas nécessaire d'aller jusqu'à 150). Ci-dessous, un schéma récapitulant les courbes utilisées chaque année de projection pour l'actualisation des flux futurs.

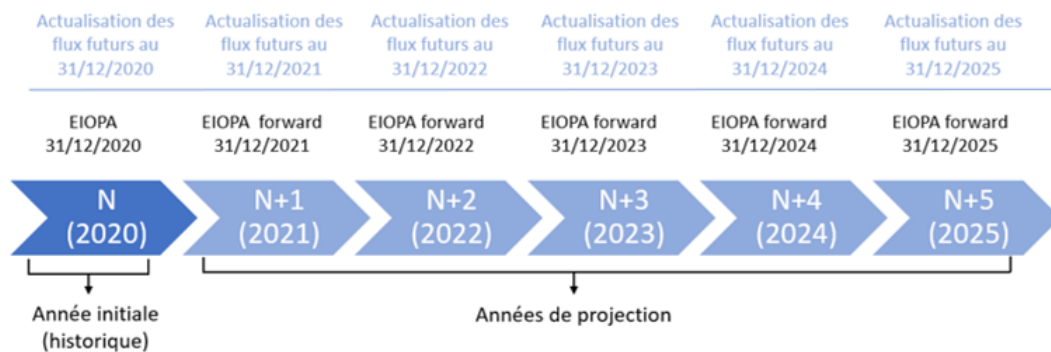


FIGURE 2.14 – Modèle de projection

Le principe du forward est que placer une somme d'argent maintenant et pour une maturité  $m$  permet d'obtenir la somme équivalente que placer cette même somme jusqu'à une maturité  $h \in ]0; m[$  et de placer ensuite la somme obtenue de  $h$  à  $m$ . C'est le principe d'absence d'opportunité d'arbitrage. Ce qui donne les taux forward via la formule :

$$f(h, m) = \left( \frac{(1 + r_m)^m}{(1 + r_h)^h} \right)^{\frac{1}{h-m}} - 1 \quad (2.17)$$

La courbe prévisionnelle au 30/12/202X est donc composée des taux  $f(X, X + m), m \in \llbracket 1; 21 \rrbracket$ . Les courbes forward sont obtenues uniquement d'après les informations contenues dans la courbe réelle de départ. Ci-dessous, les cinq courbes obtenues en appliquant cette approche à la courbe du 31/12/2020.

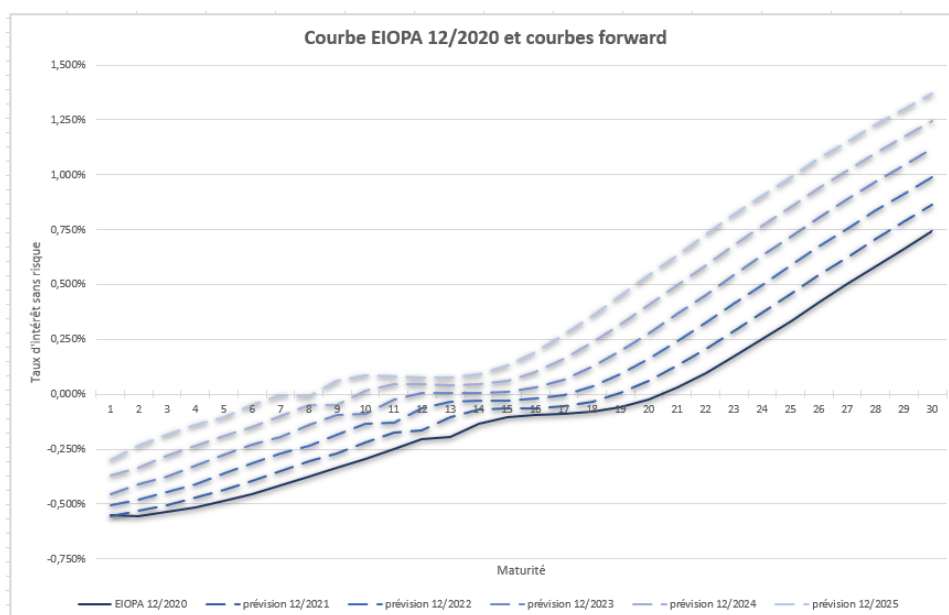


FIGURE 2.15 – Courbes de taux forward d'après la courbe 12/2020

On remarque que les taux sont négatifs pour des maturités allant jusqu'à 20 ans pour la courbe de taux 2020. Néanmoins, les courbes de taux forward indiquent que la structure de taux d'actualisation de la courbe de 2020 induit des hausses de taux pour les années futures. En effet, on observe une hausse générale des taux avec l'horizon. Cela ne sera pas forcément réalisé : les taux réels futurs ne correspondront probablement pas exactement aux taux anticipés.

Il est à noter que nous utilisons donc la même courbe de taux pour toutes les simulations d'une année de projection. Un modèle plus complexe comme un générateur de scénarios économiques utilisant le modèle Hull&White aurait permis d'obtenir des simulations différentes de taux pour chaque année de projection, mais la complexité d'implémentation de ce modèle est trop importante au vu de l'apport pour ce mémoire.

## 2.4.2 Rendement des actions

Le rendement des actions  $S_t$  est modélisé par le modèle de Black&Scholes. Le rendement des actions est alors solution de l'équation différentielle stochastique suivante :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad (2.18)$$

avec  $\mu, \sigma > 0$  et  $W$  mouvement brownien.

Un algorithme interne à l'équipe et permettant de générer les rendements BlackScholes selon les données historiques a été repris et intégré à notre code. Bien que le modèle de BlackScholes puisse être critiqué pour son manque de réalisme, il reste une référence dans le monde de la finance. Comme notre étude ne se focalise pas sur les actions, elle ne requiert pas de modèle plus complexe et réaliste.

## 2.5 Projection du bilan et du compte de résultat

L'entreprise d'assurance et la réassurance sont modélisées, ainsi que les variables économiques. Nous avons à disposition toutes les données nécessaires pour implémenter et projeter les composants du bilan et du compte de résultat, desquels on déduira les indicateurs à optimiser. L'algorithme implémenté permet d'effectuer une projection sur plusieurs années en fonction de la couverture de réassurance appliquée. La modélisation des principaux éléments des bilans français, Solvabilité 2 et IFRS 17 est explicitée dans cette section. On reprend les éléments théoriques du chapitre I section 1, en les approfondissant et en les appliquant à notre cadre.

### 2.5.1 Passif en vision comptable française

Nous expliquons dans cette section les calculs concernant les provisions techniques en norme française. La marge de solvabilité sous cette norme n'a pas été modélisée car nous nous intéressons plutôt à la marge de Solvabilité 2 concernant les exigences en capital (voir section 2.5.2 pour le SCR).

#### PSAP

Nous rappelons qu'en norme comptable française, la PSAP couvre les sinistres survenus à date d'évaluation. La PSAP est obtenue en retirant les montants payés de la charge ultime des sinistres. Les montants payés sont connus de l'entreprise, et la charge ultime peut être estimée selon différentes méthodes. En pratique, des triangles de liquidation sont très souvent utilisés. On y applique la méthode de Chain-Ladder, adaptée aux années de survenances anciennes. La méthode du Loss Ratio sera plutôt utilisée pour les années récentes en fonction de l'historique disponible et des lignes d'activité.

Dans notre cas, nous simulons la charge ultime des sinistres survenus chaque année (section 2.2.2). Les cadences de développement déterministes (section 2.2.1) permettent de déduire les montants payés à chaque date. Nous obtenons alors la PSAP par un calcul direct. Le fait que la charge ultime et les paiements soient déterminés dès la survenance est une limite de notre modèle car cela n'est jamais le cas en réalité. Néanmoins, introduire un aléa sur la cadence de développement des sinistres complexifierait le modèle pour un apport limité.

Nous précisons que nous incluons la PFGS à la PSAP. Cela permettra de mieux comparer la PSAP avec les BE Solvabilité 2 et IFRS 17.

Afin de calculer une marge de risque sur la PSAP, des méthodes stochastiques comme la méthode de Mack ou le Bootstrap peuvent être appliquées. Elles permettent d'estimer la volatilité des provisions. Cependant, ces méthodes requièrent des triangles de liquidation (et donc des données historiques), ce dont nous ne disposons pas. Nous choisissons une approche proportionnelle qui a l'avantage de pouvoir s'appliquer directement au montant de PSAP et de ne pas demander d'hypothèse sur la distribution des provisions [21].

Afin d'être en ligne avec les marges de risque Solvabilité 2 (RM) et IFRS 17 (RA), nous choisissons de fixer la **marge de prudence à 9% de la PSAP**. Se référer aux sous-sections 2.5.2 et 2.5.3 pour le calcul de la RM et du RA.

## PPNA et PREC

La PPNA et la PREC le cas échéant permettent de couvrir les sinistres et frais à venir sur la période de couverture restante.

Pour calculer la PPNA, nous faisons l'hypothèse que les risques sont répartis de façon homogène dans le temps et que la **répartition *prorata-temporis*** est adaptée. Les primes sont donc linéairement réparties sur la durée du contrat (qui est d'un an). Par ailleurs, comme les contrats sont signés en moyenne en milieu d'année, **la couverture restante** pour une date d'évaluation au 31 décembre **est la moitié de la couverture totale**.

Le calcul de la PREC est encadré par l'article 143 – 7 du règlement 2015-11 de l'ANC. La PREC est définie de la façon suivante :

$$PREC_N = \max \left( 0; \frac{RC_N + RC_{N-1}}{2} - 1 \right) \cdot PPNA_N \quad (2.19)$$

Avec  $PREC_N$  la PREC évaluée l'année N,  $RC_N$  le ratio combiné de l'année N et  $PPNA_N$  la PPNA évaluée l'année N. Il est nécessaire de provisionner une PREC si l'on s'attend à ce que la sinistralité et les frais dépassent les primes. Cette estimation est faite sur la base des deux derniers exercices.

### 2.5.2 Passif en vision Solvabilité 2

Nous détaillons dans cette section le calcul du SCR ainsi que des provisions techniques Solvabilité 2.

#### Le SCR

Comme expliqué en partie I., Solvabilité 2 met en place des exigences en matière de fonds propres. Ceux-ci doivent être au moins supérieur au SCR. Le SCR est calculé en formule standard dans notre modélisation, suivant le règlement délégué Solvabilité 2 [7]. Le SCR est calculé via une agrégation de modules de risques.

Il y a 6 modules de risque dans la formule standard, eux-mêmes constituant chacun une agrégation de sous-modules. L'agrégation de ces six modules permet d'obtenir le BSCR qui, corrigé de l'ajustement et du risque opérationnel, donne le SCR. Les modules pris en compte pour l'entreprise modélisée sont (encadrés en vert sur la figure 2.16) :

- **Module de Marché** : sous-modules risque de taux d'intérêt et risque sur actions.
- **Module risque de contrepartie** : l'assureur est exposé au risque de défaut du réassureur.
- **Module de souscription non-vie** : sous-modules risque de primes et de provisions, cessation et catastrophe.

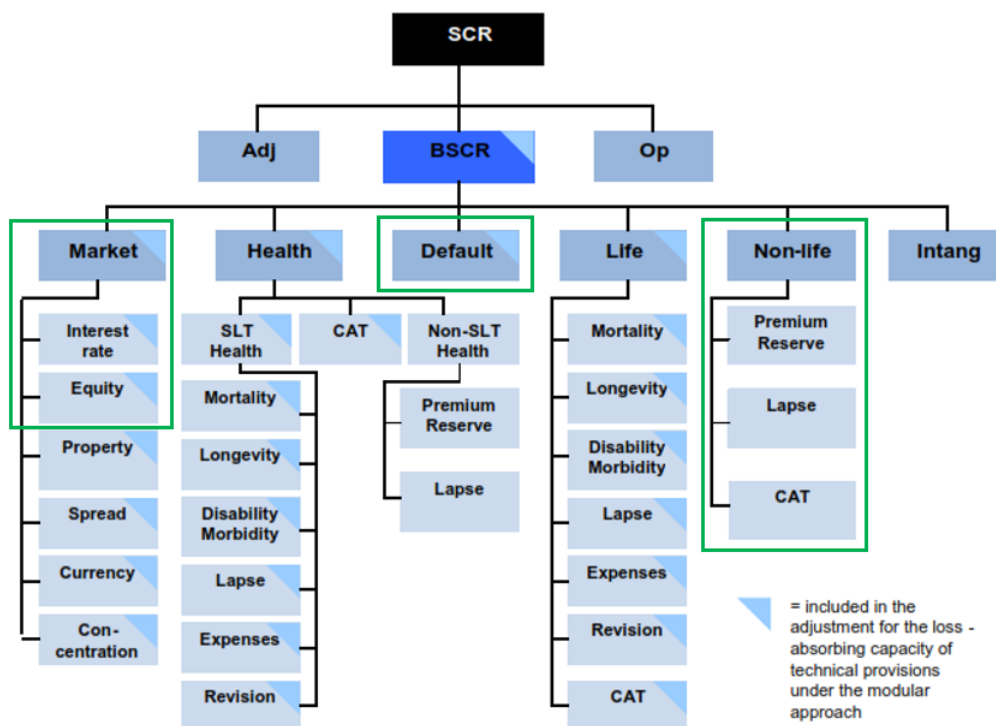


FIGURE 2.16 – Formule standard Solvabilité 2

Ne sont pas pris en compte :

- Sous-module risque sur actifs immobiliers, car il est supposé que l'entreprise n'investit pas dans cette catégorie d'actifs.
- Sous-module risque de spread, car l'entreprise n'investit que dans des obligations d'état.
- Sous-module risque de change, car l'entreprise n'exerce ses activités qu'en France et tous les flux reçus ou émis sont en euros.
- Sous-module risque de concentration, car il est supposé que les actifs sont bien diversifiés.
- Modules santé et souscription vie, car ces activités ne sont pas pratiquées par l'entreprise.
- Module risque lié aux immobilisations incorporelles (*Intang*), car l'entreprise n'en a pas.

Nous rappelons que la réassurance intervient dans le calcul du SCR de la manière suivante :

- D'une part, elle augmente l'exposition au module risque de contrepartie car il y a une possibilité de défaut du réassureur.
- D'autre part, elle diminue l'exposition au module risque de souscription non-vie car le réassureur prend en charge une partie des sinistres.

L'augmentation des besoins en capital pour le premier module est largement compensée par la diminution du second.

Les étapes principales des différents sous-modules adaptées à notre modélisation sont récapitulées ci-dessous. Une description générale détaillée peut être trouvée dans le règlement délégué.



## Module de souscription non-vie

Les sous-modules risque de primes et de réserves, cessation et catastrophe sont calculés séparément et agrégés avec des coefficients de corrélation pour donner le module de souscription non-vie.

Les étapes du calcul pour le sous-module risque de primes et réserves sont :

1. Calcul des mesures de volume pour le risque de prime et pour le risque de réserve pour chaque segment. **Les primes et réserves utilisées sont nettes de réassurance.** La somme des deux mesures de volume pour tous les segments donne le volume pour risque de prime et provision  $V_{pp}$ .
2. L'écart-type du risque de primes et de réserves  $\sigma_{pp}$  est déterminé avec une fonction des mesures de volume précédentes, des corrélations, des écart-types de primes pour chaque segment et des écart-types de réserve pour chaque segment.
3. L'exigence de capital est calculée comme :  $SCR_{pp} = 3 \cdot \sigma_{pp} \cdot V_{pp}$ .

Le SCR du sous-module risque de cessation est la perte de fonds propres résultant de la cessation soudaine de 40% des contrats les plus profitables.

Le sous-module risque catastrophe fait l'objet de calculs plus complexes car il y a une distinction dans la nature du risque catastrophe. Sont pris en compte pour notre entreprise :

- MRH : risque de catastrophe naturelle (événement climatique caractérisé de catastrophe naturelle par arrêt ministériel et causant des dommages aux biens garantis) et risque de catastrophe d'origine humaine (incendie majeur).
- RC auto : risque de catastrophe d'origine humaine (responsabilité de l'assuré dans un accident automobile majeur).

On rappelle qu'on ne considère pas de garanties catastrophe naturelle sur les automobiles. Les catégories de risques risque de catastrophe naturelle et risque de catastrophe d'origine humaine sont explicités ci-dessous.

### Risque de catastrophe naturelle

Ce module considère les risques suivants :

- risque de tempête
- risque de séisme
- risque d'inondation
- risque de grêle
- risque d'affaissement de terrain

L'entreprise est exposée à tous ces risques via la garantie MRH. Les exigences de capital se rapportant à chaque événement climatique se calculent comme la perte soudaine de fonds propres qui résulterait d'un scénario défini dans le règlement délégué Solvabilité 2. Cette exigence de capital est calculée dans chaque "région" séparément (en l'occurrence, il n'y a que la France). Les étapes de calcul sont les suivantes :

1. Découpe de la région en plusieurs zones de risques définies par le règlement délégué.

2. Pour chaque zone de risque, calcul de la perte pour l'évènement climatique considéré pour chaque zone de risque (en fonction des sommes assurées et des pondérations du risque données par le règlement).
3. Agrégation des zones de risque selon les corrélations données.
4. Pondération par le coefficient de risque en France.

### Risque de catastrophe d'origine humaine

Ce module considère les risques suivants qui nous concernent :

- risque de responsabilité civile automobile
- risque d'incendie

D'autres risques, comme le risque marin ou de crédit et caution existent mais ne nous concernent pas.

L'exigence de capital pour le risque responsabilité automobile se calcule en formule directe en fonction du nombre de contrats  $N$  (soit 58 000) :

$$SCR_{RC} = \max(6000000; 50000 \cdot \sqrt{N}) \quad (2.20)$$

L'exigence de capital pour le risque d'incendie se calcule comme la perte de fonds propres qui résulterait d'un incendie pour la concentration maximale du risque incendie. La concentration maximale du risque d'incendie est l'ensemble des bâtiments situés dans un rayon de 200 mètres représentant la plus grande somme assurée. Il est donc nécessaire de connaître le détail des contrats. Dans notre cas, nous devons faire l'hypothèse que cette somme assurée maximale est de 2 millions d'euros.

Pour le sous-module risque de catastrophe, **les pertes calculées sont nettes de réassurance proportionnelle, mais la réassurance non-proportionnelle n'est pas systématiquement prise en compte.** En effet, elle n'est pas toujours déclenchée (exemple d'une fréquence élevée de sinistres ne dépassant pas la priorité pour un excédent de sinistre). Elle n'est prise en compte que "si l'évènement brut permet d'identifier les polices connues parmi les polices sous-jacentes exposées." d'après les orientations de l'EIOPA [19]. C'est par exemple le cas pour le risque catastrophe d'origine humaine, mais on ne peut pas considérer que cela est vérifié en catastrophe naturelle.

### **Module de risque de contrepartie**

Pour le module risque de contrepartie, l'exigence de capital correspond au risque de défaut du réassureur. D'autres risques peuvent être pris en compte dans la formule, mais ils ne nous concernent pas (risque lié à la titrisation, certains prêts hypothécaires, etc). De plus, nous ne considérons qu'un réassureur ce qui simplifie les calculs. L'exigence de capital pour le risque de défaut de la contrepartie se calcule selon les étapes qui se trouvent en annexe B.3.

### **Module risque de marché**

L'exigence de capital pour risque de taux d'intérêt correspond à la perte de fonds propres résultant d'une augmentation ou d'une diminution brutale de la courbe des taux d'intérêt.

L'exigence en capital est calculée pour les deux scénarios, sachant que les coefficients de diminution/augmentation sont précisément définis par le règlement délégué. Le pire scénario est conservé pour le SCR.

Concernant le calcul de SCR pour risque d'actions, nous ne considérons que des actions cotées sur des marchés réglementés dans des pays membres de l'EEE ou de l'OCDE (actions de type 1). L'exigence de capital pour ces actions est égale à la perte de fonds propres résultant de diminutions soudaines également définies.

## Ajustement et risque opérationnel

L'agrégation des modules ci-dessus permet d'obtenir le BSCR qui n'est pas exactement le SCR. Comme on le décrit la figure 2.16, l'agrégation du BSCR avec le module de risque opérationnel et le module d'ajustement. L'exigence de capital pour risque opérationnel découle d'un calcul utilisant les primes acquises et les provisions techniques, mais brutes de réassurance. Ensuite, l'ajustement vise à tenir compte de la capacité d'absorption de pertes des provisions techniques et des impôts différés. Des détails complémentaires sur le module de risque opérationnel peuvent être trouvés en annexe B.3.

Le calcul du module de risque opérationnel donne un résultat d'environ 6,7% du BSCR. Cela correspond au benchmark donné par l'Institut des Actuaire [22]. Le calcul de l'ajustement est délicat dans notre étude, de par l'estimation des impôts différés notamment. Le module d'ajustement représente une baisse des exigences en capital. Nous faisons l'hypothèse que ce module compense celui de risque opérationnel. Cette hypothèse est prudente, d'après les informations de [22].

## Le Best Estimate de sinistres

Le BE de sinistres est l'équivalent dans Solvabilité 2 de la PSAP. Il est calculé comme la somme des flux de prestations futurs pour les sinistres en cours, actualisés avec les taux de la courbe zéro-coupons. Les frais de gestion de sinistres sont inclus dans les flux de prestations. Les cadences de développement de la sinistralité nous permettent de calculer ces flux de prestations futurs. On peut mathématiquement formuler le BE de sinistres à l'année N comme :

$$BE_N^s = \sum_{t>N} CF_t \cdot B(N, t) = \sum_{t>N} (CF_{sinistres,t} + CF_{gestion,t}) \cdot B(N, t) \quad (2.21)$$

Avec :

- $CF_{sinistres,t}$  : cash-flows relatifs aux paiement des prestations de sinistres payés l'année t.
- $CF_{gestion,t}$  : cash-flows relatifs aux règlements des frais de gestion de sinistres l'année t.
- $B(N, t) = \frac{1}{1+f(N,t)}$  : Facteur d'actualisation de l'année t à l'année N. Le taux forward  $f(N, t)$  est défini en section 2.4.1.

## Le Best Estimate de primes

Le BE de primes se rapporte à la couverture restante des contrats. On peut le comparer à la PPNA. L'entreprise doit comptabiliser dans le BE de primes les engagements à partir du moment où elle ne peut plus agir unilatéralement sur les termes du contrat. On calcule alors le BE de primes sur le périmètre suivant :

- Les primes émises qui n'ont pas encore été acquises (à date d'évaluation),
- Les primes futures, qui concernent les contrats qui, ne sont plus résiliables unilatéralement par l'assureur et dont la prime ne peut-être modifiée. Cela concerne notamment les tacites reconductions de contrat. Ces reconductions vont engendrer l'émission de primes l'année suivante.

Le schéma ci-dessous représente le périmètre de calcul du BE de primes évalué à la clôture de l'année N. Les primes concernées sont en bleu et en vert sur le schéma.

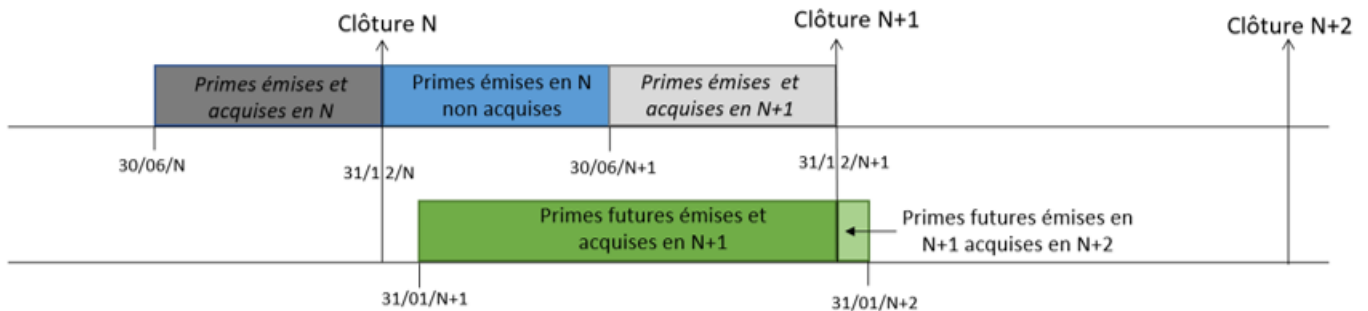


FIGURE 2.17 – Primes prises en compte dans le BE de primes Solvabilité 2

Dans notre modèle, nous considérons que 50% des contrats sont reconduits et que le préavis de résiliation est de deux mois. Lors de l'évaluation au 31/12/N, les primes futures correspondent donc à un volume d'un mois de primes. En moyenne, ces reconductions sont émises un mois après la clôture. Il y a donc une partie de ces primes futures qui ne seront acquises que l'année suivante (N+2).

Le BE de primes est la somme de cash-flows futurs actualisés correspondant à l'assiette de primes définies ci-dessus. La ratio S/P moyen permet d'estimer la sinistralité à venir.

$$BE_N^p = \sum_{t>N} (CF_{\text{sin},t} + CF_{\text{gestion},t} + CF_{\text{admin},t} + CF_{\text{acq},t} - CF_{\text{premium},t}) \cdot B(N,t) \quad (2.22)$$

- $CF_{\text{sin},t} = \frac{\hat{S}}{P} \cdot P$  : cash-flow de prestations en t
- $CF_{\text{gestion},t}$  : cash-flow de frais de gestion de sinistres en t
- $CF_{\text{manag},t}$  : cash-flow de frais d'administration en t
- $CF_{\text{acq},t}$  : cash-flow de frais et commissions d'acquisition en t
- $CF_{\text{premium},t}$  : cash-flow des primes futures émises en t

## La Risk Margin

On rappelle que la Risk Margin Solvabilité 2 est calculée par une approche coût du capital, imposée par la directive.

$$RM_N = CoC \cdot \sum_{t \geq N} SCR_t \cdot B(N, t) \quad (2.23)$$

avec  $CoC = 6\%$  le coût du capital fixé par le règlement et sachant que les SCR sont calculés selon une hypothèse de *run-off* (liquidation du portefeuille, sans souscription de nouveaux contrats).

Cependant, cette méthode est coûteuse en temps de calcul car elle nécessite des projections du SCR jusqu'à liquidation des engagements du portefeuille, et ce pour chaque année de projection et chaque simulation. Pour l'optimisation, afin d'alléger le temps de calcul, on considérera la simplification proposée par *les Orientations sur la valorisation des provisions techniques* de l'EIOPA, à l'orientation numéro 62 : "Selon cette méthode, la marge de risque devrait être calculée comme pourcentage de la meilleure estimation des provisions techniques déduction faite de la réassurance à la date de valorisation." Le calcul exact de la RM selon l'approche coût du capital nous amène à valider un pourcentage de 9,5% du BE (primes et sinistres) pour la méthode alternative.

### 2.5.3 Passif en vision IFRS 17

#### Choix IFRS 17

IFRS 17 envisage différents cas de comptabilité selon la compagnie et son activité (voir section 1.1.3). Nous listons ci-dessous les choix IFRS 17 faits pour notre modélisation.

- Modèle PAA : le bilan IFRS 17 a été effectué sous le modèle PAA, qui est adapté dans notre cas (contrats IARD de durée 1 an).
- Comptabilisation des frais d'acquisition : les frais d'acquisition sont amortis en prenant en compte les reconductions. Cela diffère de la norme française où les frais d'acquisition sont amortis sur la durée de couverture du contrat sur laquelle portent ces frais, c'est-à-dire uniquement le premier contrat et pas les éventuelles reconductions. Une part identique des frais (et commissions) est donc attribuée à chaque renouvellement de contrat dans notre modèle IFRS 17.
- Courbe d'actualisation : la courbe de taux utilisée pour l'actualisation sous Solvabilité 2 est conservée.
- Portefeuilles de contrats : nous rappelons qu'il y a une distinction à faire entre **le groupe de contrats IFRS 17** et **la ligne d'activité Solvabilité 2**. Concernant la MRH, c'est à la fois une ligne d'activité et un portefeuille de groupes de contrats car les garanties MRH sont vendues à l'intérieur du même contrat aux assurés. Le principe d'IFRS 17 selon lequel "la maille la plus fine est le contrat" est validé.

En revanche, ce n'est pas le cas pour le dommage auto et la RC auto. Bien que ces lignes d'activités soient distinctes et ne représentent pas les mêmes risques, ces garanties sont en pratique vendues ensemble. En effet, le dommage auto est toujours vendu en tant que garantie supplémentaire sur un contrat de responsabilité automobile. En revanche,

la RC automobile peut être vendue seule. Considérer les groupe de contrats "dommages auto" et "RC auto" sous IFRS 17 n'est donc pas possible.

Une approche possible serait de considérer un groupe de contrat pour les garanties RC seules, et un groupe pour les contrats regroupant les garanties RC et dommages. Ce serait la manière la plus fine de procéder. Or, il se trouve que les assureurs s'orienteraient plutôt vers un regroupement de ces deux catégories de contrats au sein d'un portefeuille auto plus général. Nous procéderons ainsi et considérerons sous IFRS 17 le portefeuille MRH et le portefeuille auto.

## Profitabilité des groupes de contrats

À l'émission d'un contrat, la compagnie doit évaluer s'il est profitable ou onéreux. Un groupe de contrats est classé en onéreux si son ratio combiné IFRS 17 est supérieur à 100% :

$$\frac{BE_{IFRS17} + RA + Frais}{Primes} \leq 1 \quad (2.24)$$

Avec :

- $BE_{IFRS17}$  : le BE IFRS 17 de primes, calculé en modèle BBA dans ce cas précis (voir paragraphe *LRC : Primes non acquises* ci-dessous).
- RA : le Risk Adjustment IFRS 17 se rapportant à la LRC (donc calculé dans le cas d'un modèle BBA) (voir paragraphe *Risk Adjustment IFRS 17* ci-dessous).

On se place bien dans un modèle PAA, or, la détermination de la profitabilité des contrats passe par le calcul du BE de primes et du RA selon la méthode de calcul général. Ce BE et ce RA n'apparaissent en revanche pas au bilan.

On obtient qu'**en moyenne 60,8% des contrats MRH et 99,7 % des contrats auto sont onéreux**. Le MRH est une ligne profitable en général, d'un point de vue du ratio combiné classique et du résultat technique. Or, la prise en compte du RA fait basculer une partie des contrats dans la catégorie des contrats onéreux. Concernant le portefeuille automobile, il est constitué de deux garanties : le dommages qui est profitable du point de vue comptabilité française et la responsabilité civile qui ne l'est pas. On conclut que lors de la combinaison de ces deux garanties dans un portefeuille IFRS 17, la profitabilité du dommages auto ne compense pas le déficit engendré par la RC.

Le dépassement par rapport à 1 du ratio défini à l'équation (2.24) permet de calculer une provision supplémentaire se plaçant au sein de la LRC.

## LRC : Primes non acquises

Les provisions techniques de la LRC sous un modèle PAA se calculent comme une provision pour primes non acquises. Les frais d'acquisition engagés sont toutefois retirés.

Le BE de primes IFRS 17 selon la méthode générale BBA, nécessaire pour l'évaluation de la profitabilité des contrats, se calcule de la même manière que le BE de primes Solvabilité 2. La frontière des contrats n'est en revanche pas la même car les primes futures ne sont plus

considérées. Nous notons que les primes futures sont faibles en comparaison des primes non acquises et que le BE IFRS 17 est très proche du BE Solvabilité 2.

### LIC : Best Estimate de sinistres IFRS 17

Se référer au chapitre I, section 1.1.3. Le Best Estimate IFRS17 est similaire au Best Estimate Solvabilité dans notre cas. La formule (2.21) peut être reprise.

### Risk Adjustment IFRS 17

Le RA IFRS 17 est le sujet de nombreuses études et plusieurs méthodes sont envisagées pour le calculer. Le lecteur peut se référer aux mémoires [23] et [24]. Ceci est dû au fait que la réglementation IFRS 17 ne prescrit pas de méthode exacte à appliquer. Dans cette sous-section, nous détaillons l'approche sélectionnée dans le cadre de ce mémoire. Ce n'est pas une approche retenue par tous les acteurs de marché et les méthodes peuvent différer au sein des entreprises.

Nous rappelons que le RA mesure les risques liés à l'incertitude de l'échéancier et des montants des flux futurs. Une approche possible afin de modéliser le RA consiste à prendre un quantile (par exemple, de l'ordre de 70-80%) de la distribution des engagements. Nous sommes néanmoins conscients que cette approche ne fait pas l'objet d'un consensus. Certains acteurs préféreront, par exemple, une approche adaptée du coût du capital Solvabilité 2.

On note  $X$  la distribution des engagements. L'approche repose sur le fait que :

$$\mathbb{E}(X) = BE \tag{2.25}$$

$$q_{99,5\%}(X) = BE + SCR_{\text{souscription}} \tag{2.26}$$

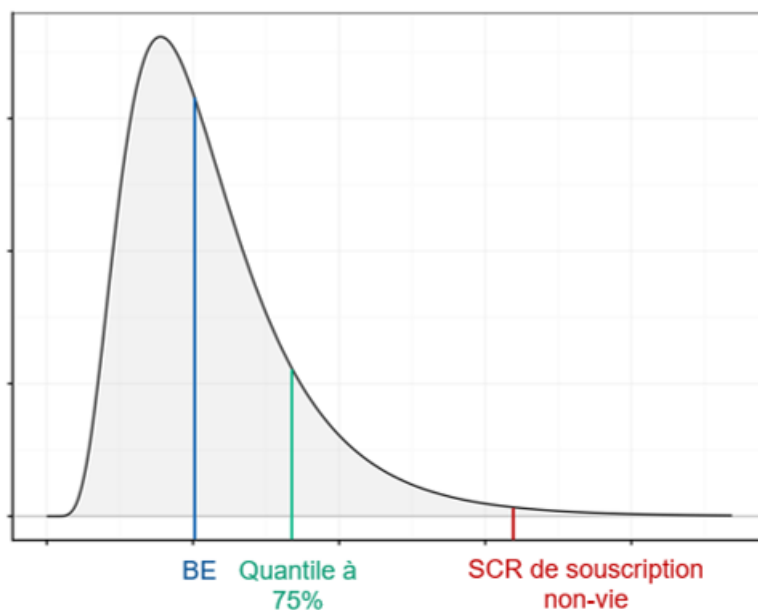


FIGURE 2.18 – RA IFRS 17 : distribution des engagements

Nous avons besoin de calculer le RA de la LIC, mais aussi de celui de la LRC car il est nécessaire pour la détermination de la profitabilité des contrats. En effet, on rappelle qu'en

PAA, la LRC est simplifiée et que le RA n'apparaît plus au bilan. Il nous faut donc calculer le RA relatif à la couverture en cours et le RA relatif à la couverture restante.

Le RA LIC est calculé sur toute l'activité, c'est-à-dire sur les deux portefeuilles de contrats agrégés (en prenant en compte la mutualisation). C'est ainsi qu'il apparaît au bilan. En revanche, nous faisons un calcul de RA LRC sur chaque groupe de contrat séparément. Nous utilisons le RA relatif à chaque portefeuille pour calculer la rentabilité de chacun d'eux. Nous rappelons que le RA est calculé brut de réassurance.

La calcul du RA LIC est calculé à partir de la distribution des engagements relatifs aux sinistres survenus. Il nécessite les éléments suivants pour être calculé :

- BE IFRS 17 de sinistres, qui représente l'espérance de la distribution.
- Sous-module risque de réserves. C'est ce sous-module du SCR de souscription non-vie qui représente le risque inhérent aux engagements pour sinistres survenus.
- Niveau de quantile pour le RA : nous le prenons à 75% (choix fonction de l'aversion au risque de la compagnie).
- Hypothèse de loi : nous choisissons la loi log-normale pour représenter la distribution des engagements.

La calcul du RA LRC est calculé à partir de la distribution des engagements pour la période de couverture restante des contrats. Il nécessite les éléments suivants pour être calculé :

- BE IFRS 17 de primes, qui représente l'espérance de la distribution.
- Sous-module risque de prime. C'est ce sous-module du SCR de souscription non-vie qui représente le risque inhérent aux engagements pour la couverture restante.
- Niveau de quantile et hypothèse de loi : de même que précédemment.

Le quantile choisi est supposé représenter un niveau de risque suffisant pour couvrir l'écart entre la réalité et le BE. Mais son rôle n'est pas de couvrir les risques extrêmes qui sont pris en charge par les fonds propres. Nous faisons l'hypothèse que l'entreprise souhaite obtenir un RA et une RM comparables. Un choix de quantile à 75% permet cela d'après nos calculs (voir tableau ci-dessous).

Pour chaque couverture (LIC et LRC), la distribution des engagements est supposée suivre une loi log-normale  $\mathcal{LN}(\mu; \sigma)$ . Le BE (qui correspond à l'espérance de la loi) et le SCR (quantile à 0,995) sont connus. A partir de ces informations, on en déduit les paramètres de la loi log-normale (détails des calculs en annexe B.4) :

$$\begin{cases} \sigma &= z_{99,5\%} - \sqrt{z_{99,5\%}^2 - 2 \cdot (\ln(SCR + BE) - \ln(BE))} \\ \mu &= \ln(BE) - \sigma^2/2 \end{cases} \quad (2.27)$$

Avec  $z_{99,5\%}$  le quantile à 99,5% de la loi normale centrée réduite.

Le montant obtenu fournit une couverture à horizon 1 an seulement. Or, le RA doit porter sur la durée des engagements et donc sur une vision des risques à l'ultime. Il est nécessaire d'ajuster le quantile calculé pour avoir une évaluation juste du RA. Il n'y a pas de consensus à ce sujet, une méthode possible est de multiplier ce quantile par la racine carrée de la durée des engagements. Cette façon de faire nous paraît raisonnable dans la mesure où elle est utili-



sée dans d'autres mémoires. Les durations pour la LRC et la LIC sont obtenues via la formule suivante :

$$D_T = \frac{\sum_{t \geq T} (t - T) \cdot CF_{BE,t} \cdot B(t, T)}{\sum_{t \geq T} CF_{BE,t} \cdot B(t, T)} \quad (2.28)$$

Avec  $CF_{BE,t}$  les flux estimés du BE.

La duration est une notion financière qui représente la durée de vie moyenne (durée entre la date actuelle et la date de paiement) des flux financiers pondérée par leur valeur probable actualisée. Toutes choses égales par ailleurs, la duration est croissante avec le risque.

On obtient finalement le RA grâce aux formules suivantes :

$$RA_{LRC} = q_{LRC} \cdot \sqrt{D_{LRC}} \quad (2.29)$$

$$RA_{LIC} = q_{LIC} \cdot \sqrt{D_{LIC}} \quad (2.30)$$

Ci-dessous, les RA moyens, exprimés en pourcentage du BE (de prime ou de sinistre en fonction de la couverture concernée), obtenus pour notre modélisation sont présentés :

Couverture	Duration	RA (% BE)
LRC Auto	2,5	16,4 %
LRC MRH	1,75	14,1%
LIC Auto	4,14	11,7 %
LIC MRH	2,08	9,6%
LIC Total	3,66	9,9%

Le RA Auto et MRH présentés ci-dessus sont obtenus par un calcul sur chaque portefeuille séparément. Le RA total prend en compte la mutualisation. Le RA LIC total s'alloue à chaque portefeuille. Nous avons choisi une allocation proportionnelle (annexe A.3).

Ces niveaux de RA sont à mettre en parallèle avec la Risk Margin Solvabilité 2 : on obtenait que cette dernière valait en moyenne 9,5% du BE. Pour une compagnie qui souhaiterait ne pas avoir trop de variations en termes de volumes dans son bilan, ce pourrait être une solution que d'ajuster son niveau de quantile afin que le RA IFRS 17 soit proche de la RM Solvabilité 2, ou de la marge de risque en comptabilité française.

On observe une duration et un RA plus élevés pour le portefeuille automobile que sur le portefeuille MRH, ce qui est attendu étant donné que ce portefeuille a un développement plus long et comporte une plus grande variabilité de la sinistralité du fait de la garantie RC.

## 2.5.4 Les provisions cédées

L'actif du bilan (que ce soit français, Solvabilité 2 ou IFRS 17) comporte les provisions cédées en réassurance.

Le Best Estimate cédé est calculé selon la méthode dite « indirecte » : cela consiste à déduire le Best Estimate cédé par différence entre le BE brut et le BE net de réassurance. On se rapporte à la formule (2.21) qui est adaptée :

$$BE_{cede,N} = BE_{brut,N} - BE_{net,N} = \sum_{t>N} (CF_{brut,t} - CF_{net,t}) \cdot B(t, T) \quad (2.31)$$

Cela est réalisé pour le BE de primes et le BE de sinistres, que cela soit sous Solvabilité 2 ou IFRS 17.

On procède aussi par différence entre la PSAP (ou PPNA) brute et la PSAP (ou PPNA) nette de réassurance pour le calcul des provisions techniques cédées en norme française.

Le calcul des marges de risques cédées se fait à partir des provisions techniques cédées.

## 2.5.5 Réévaluation et réallocation de l'actif

L'entreprise modélisée a pour hypothèse d'actifs à l'initialisation de la projection 70% d'obligations, 20% d'actions et 10% de trésorerie. L'outil intègre une réévaluation des actifs en fonction des taux (partie 2.5) ainsi qu'une réallocation des actifs en cas de nécessité (trésorerie insuffisante pour absorber les cash-flows). Nous nous basons sur la modélisation adoptée par le mémoire [14].

Sous Solvabilité II et IFRS 17, les placements sont comptabilisés suivant leur valeur de marché. La valeur des placements se déduit des variables économiques simulées, des décaissements et des encaissements et enfin de la stratégie de réallocation.

En partant de l'actif en date  $t$ , l'actif à la date  $t + 1$  se déduit d'après les étapes suivantes :

- Revalorisation d'après les variables économiques
- Décaissement et encaissement des cash-flows
- Réallocation des actifs.

On note  $M_t$ ,  $S_t$  et  $B_t$  les valeurs de marché de l'actif monétaire, des actions et des obligations en  $t$ .

### Revalorisation

**Trésorerie** La trésorerie (ou actif monétaire) est revalorisée chaque année  $t$  au taux zéro-coupon d'échéance 1 an. Sa valeur après revalorisation est :

$$\hat{M}_{t+1} = M_t \cdot B(t, t + 1)^{-1} + C_{t+1} \quad (2.32)$$

Avec  $B(t, t + 1)$  le prix en  $t$  d'une obligation de maturité  $t+1$  et  $C_{t+1}$  les coupons versés en fin d'année  $t + 1$ .

**Actions** Les actions sont revalorisées par :

$$\hat{S}_{t+1} = S_t \cdot \mu_t \quad (2.33)$$

Avec  $\mu_t$  le rendement des actions en t.

**Obligations** Les obligations sont revalorisées par :

$$\hat{B}_{t+1} = \sum_{T_M} \left( \sum_{T=t+1}^{T_M} \frac{C_T^{T_M}}{B(t, T)} + \frac{N^{T_M}}{B(t, T)} \right) \quad (2.34)$$

Avec  $B(t, T)$  le prix en t d'une obligation de maturité T,  $N^{T_M}$  le nominal de maturité  $T_M$  et  $(C_T^{T_M})_{T \in [t+1; T_M]}$  les coupons reçus en fin d'année.

### Décaissements et encaissements

Des flux de trésorerie (paiement des prestations, primes reçues, etc) sont enregistrés chaque année. Il y a alors décaissements et encaissements de trésorerie. Dans le cas où la trésorerie est insuffisante pour absorber les décaissements, il est nécessaire de vendre des actions ou des obligations. On note  $CF_{t+1}$  le cash-flow total dû aux encaissements et décaissements en année  $t + 1$ . Les valeurs des actifs après encaissements et décaissements sont calculées ainsi :

#### Trésorerie

$$\tilde{M}_{t+1} = \max(\hat{M}_{t+1} - CF_{t+1}, 0) \quad (2.35)$$

**Actions** Si la trésorerie est insuffisante pour absorber  $CF_{t+1}$ , on procède à la vente d'actions dans un premier temps.

$$\tilde{S}_{t+1} = \max(\hat{S}_{t+1} + \min(\hat{M}_{t+1} - CF_{t+1}, 0), 0) \quad (2.36)$$

**Obligations** Dans le cas où la trésorerie et les actions sont insuffisantes pour absorber  $CF_{t+1}$ , on vend les obligations par ordre de maturité résiduelle croissante.

#### Réallocation

La dernière étape est la réallocation de l'actif, afin de conserver la part voulue de chaque catégorie d'actif dans le portefeuille (à savoir 70% d'obligations, 20% d'actions et 10% de trésorerie). On définit donc une allocation cible pour chaque catégorie qui est exprimée en pourcentage de la valeur de marché totale des placements, et une allocation cible pour les maturités des obligations.

Les actions sont réallouées en achetant ou vendant le montant nécessaire d'actions. Pour les obligations, dans le cas où il faut vendre pour atteindre l'allocation cible, les obligations sont vendues par ordre de maturité croissante. S'il faut acheter des obligations, l'achat se fait selon l'allocation cible par maturité.

# Chapitre 3

## Optimisation multiobjectif

Nous détaillons dans cette partie les réflexions menées sur l'approche à adopter afin d'optimiser la couverture de réassurance. Nous développons le problème à résoudre et la méthode sélectionnée pour y parvenir.

Comme mentionné en introduction, le pilotage d'une compagnie d'assurance nécessite la prise en compte des intérêts des différentes parties prenantes. En effet, ces intérêts peuvent être contradictoires : les actionnaires vont par exemple plutôt s'intéresser à la rentabilité tandis que les régulateurs vont accorder plus d'importance à la solvabilité de l'entreprise. Le pilotage revêt alors un caractère multiobjectif et le conseil d'administration doit suivre de nombreux indicateurs simultanément et tenir compte des intérêts des différentes parties.

L'optimisation multiobjectif (qui est aussi appelée optimisation multicritère dans la littérature) suscite de plus en plus d'intérêt et fait l'objet de nombreuses recherches tant la résolution de problèmes à objectifs multiples peut être fastidieuse.

### 3.1 Le cadre mathématique de l'optimisation multi-objectif

#### 3.1.1 Le problème d'optimisation

Le problème de l'optimisation multiobjectif se formalise, en considérant l'existence de contraintes, par :

$$\min_{\omega \in \Omega} (f_1(\omega), \dots, f_k(\omega)) \quad \text{such that} \quad g_1(\omega) \leq 0, \dots, g_j(\omega) \leq 0 \quad (3.1)$$

- $\Omega$  est l'espace de décision et  $\omega$  un élément de cet espace.
- Les  $f_i$ ,  $i \in \llbracket 1; k \rrbracket$  sont les  $k$  fonctions objectif à optimiser.
- Les  $g_i$ ,  $i \in \llbracket 1; j \rrbracket$  sont les  $j$  contraintes à respecter.

Le cadre mathématique usuel note l'optimisation comme une minimisation ; pour traiter un problème de maximisation sur une fonction  $f$ , il suffira de résoudre une minimisation de  $-f$ .

Il est très rare de pouvoir trouver une solution  $\omega$  minimisant tous les objectifs simultanément. Comme dit précédemment, les objectifs sont souvent contradictoires. On a alors besoin d'une approche pour classer les ensembles de valeur des objectifs  $(f_1(\omega), \dots, f_k(\omega))$  obtenus pour tous les  $\omega \in \Omega$ . On fait alors appel à la notion de Pareto-optimalité.

### 3.1.2 Notion d'optimum de Pareto

**Définition 3.1** (Dominance de Pareto). Soit  $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  et  $y = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n$ . On dit que  $x$  domine  $y$  au sens de Pareto, noté  $x < y$ , si :

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, x_i \leq y_i$$

et :

$$\exists j \in \llbracket 1, n \rrbracket, x_j < y_j$$

Autrement dit,  $x$  domine  $y$  si elle est au moins équivalente pour chaque coordonnée et strictement inférieure pour au moins l'une d'elles. Pour être cohérent avec notre cadre d'optimisation, nous prenons une convention de minimisation pour la dominance de Pareto. Mais en fonction du contexte, on peut trouver des définitions de la dominance dans la littérature en maximisant les coordonnées de  $x$ .

**Définition 3.2** (Optimalité de Pareto). Soit  $\mathcal{X}$  un ensemble. Un élément  $x \in \mathcal{X}$  est un optimum de Pareto si aucun autre élément de  $\mathcal{X}$  le domine :

$$\nexists \tilde{x} \in \mathcal{X}, \tilde{x} < x$$

Dans le cadre de notre problème, on dira qu'une solution  $\omega \in \Omega$  est Pareto-optimale si :

$$\nexists \tilde{\omega} \in \Omega, f(\tilde{\omega}) < f(\omega) \quad \text{avec } f = (f_1, \dots, f_k) \in \mathbb{R}^k.$$

On trouve aussi le terme d'efficacité de Pareto dans la littérature.

Nous soulignons le fait que la Pareto-dominance n'est pas une relation d'ordre total : on ne peut pas toujours déterminer une dominance entre deux éléments. Un ensemble d'éléments équivalents au sens de Pareto signifie qu'il n'existe pas de Pareto dominance entre ces éléments. On ne peut dire si l'un est meilleur qu'un autre sans critère supplémentaire. L'ensemble des solutions Pareto-optimales définit ce que l'on appelle la frontière de Pareto.

**Définition 3.3** (Frontière de Pareto). L'ensemble des solutions Pareto-optimales de  $\Omega$ , noté  $\mathcal{P} \subset \Omega$  est défini par :

$$\mathcal{P} = \{\omega \in \Omega \mid \nexists \tilde{\omega} \in \Omega, f(\tilde{\omega}) < f(\omega)\}$$

La frontière de Pareto, notée  $f(\mathcal{P}) \subset f(\Omega)$ , est donc définie par :

$$f(\mathcal{P}) = \{f(\omega) \mid \omega \in \mathcal{P}\}$$

Ci-dessous une illustration de la frontière de Pareto (en rouge), pour deux fonctions objectif.

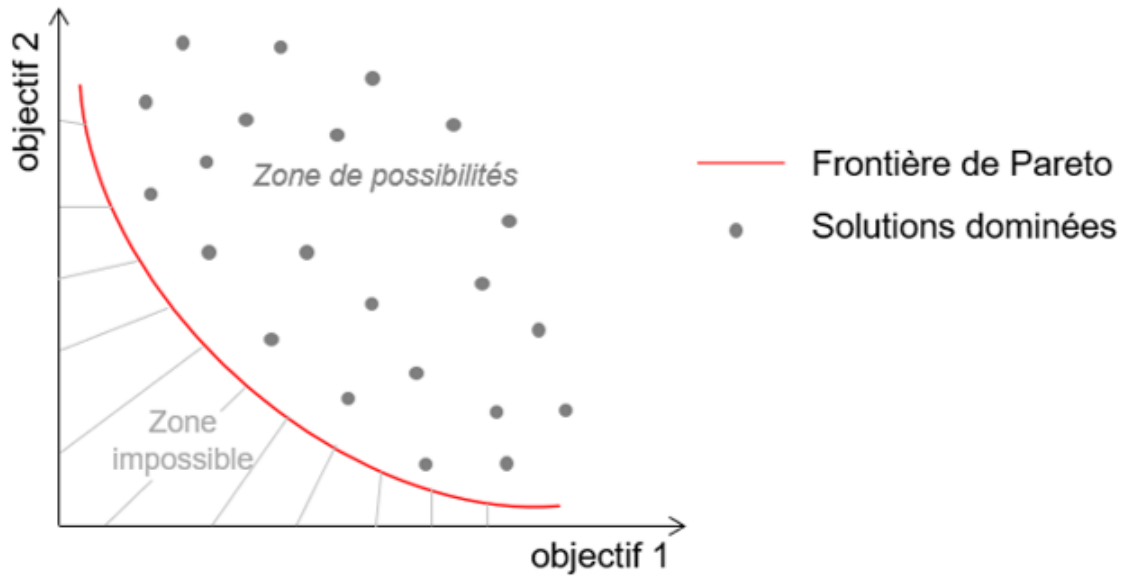


FIGURE 3.1 – Frontière de Pareto dans un espace 2D

## 3.2 Les méthodes d'optimisation multiobjectif

### 3.2.1 Les différentes méthodes de résolution

#### L'approche générale

L'optimisation multiobjectif peut être effectuée à partir de différentes approches et méthodes.

Dans un premier temps, il existe plusieurs grandes familles qui se différencient selon l'intervention ou non des préférences du décideur. En effet, ces préférences peuvent permettre de faire un choix parmi l'ensemble des solutions Pareto optimales trouvées.

- Approches a posteriori : On cherche à estimer l'ensemble de la frontière de Pareto dans ces approches. La prise de décision se fait a posteriori de la recherche des solutions optimales : le décideur choisit la solutions qu'il préfère sur la frontière de Pareto. **Les résultats de l'optimisation peuvent ainsi être exploités en fonction des préférences du décideur.**
- Approches a priori : On s'appuie ici sur la connaissance des préférences du décideur pour rechercher les solutions optimales. Une relation d'ordre est définie sur l'espace des objectifs, par exemple grâce à une fonction d'utilité. On élimine donc les solutions qui ne respectent pas ces préférences, même si elles sont Pareto-optimales. **Les solutions trouvées ne sont donc valables que pour ces préférences.**
- Approches interactives : Ces approches utilisent itérativement les préférences du décideur au cours de la recherche des solutions optimales. Les préférences sont ajustées au fur et à mesure que la recherche des solutions optimales progresse. Encore une fois, **les solutions trouvées ne sont donc valables que pour ces préférences.**

Nous nous tournons vers une approche a posteriori, qui permet d'obtenir une approximation

de l'entièreté de la frontière de Pareto et de prendre une décision par la suite, en fonction des préférences du décideur. Cela nous permet d'estimer la totalité de la frontière de Pareto. Par ailleurs, nous ne formalisons pas dans notre étude les préférences du décideur. Nous définissons seulement son appétit au risque, qui permet de sélectionner un sous-ensemble de la frontière de Pareto (voir section 3.4).

## Le traitement de la multi-objectivité

Les problèmes à objectifs multiples ont longtemps été ramenés à des problèmes mono-objectif, en utilisant des transformations. On peut citer la méthode de **scalarisation linéaire**, qui consiste à effectuer une combinaison linéaire des objectifs. Un poids est affecté à chaque objectif. On aboutit au problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\omega \in \Omega} \sum_{i=1}^k w_i \cdot f_i(\omega)$$

La résolution de ce problème mono-objectif fournit une solution sur la frontière de Pareto. En faisant varier les poids  $(w_i)_{1 \leq i \leq n}$ , il est possible de reconstituer la frontière. On peut ainsi se ramener à des méthodes plus classiques d'optimisation (comme la descente de gradient, etc). Cette méthode peut en revanche devenir rapidement complexe et chronophage car il faut tester un grand nombre de pondérations.

Une autre méthode pour ramener l'optimisation multiobjectif à un problème mono-objectif est la **méthode  $\epsilon$ -contrainte**. Un seul objectif est conservé et les autres sont traduits en contraintes.

$$\min_{\omega \in \Omega} f_j(\omega) \quad s.t \quad f_i(\omega) \leq \epsilon_i, \forall i \neq j$$

Faire varier les paramètres  $\epsilon_i$  permet de reconstituer la frontière. Cependant, c'est une approche fastidieuse et qui demande de faire des choix plus ou moins arbitraires (comme quelle fonction mettre en objectif et avec quelles valeurs pour les  $\epsilon_i$ ).

Les **méthodes évolutionnistes ou génétiques** fournissent des méthodes de résolution réellement multiobjectif, qui ne demandent pas d'apporter plus d'importance à certains objectifs et de se ramener à un problème mono-objectif. Elles permettent de retrouver directement la frontière de Pareto. Par ailleurs, un avantage très intéressant des algorithmes génétiques est l'absence d'hypothèse de dérivabilité des fonctions objectif. En effet, un grand nombre d'algorithmes d'optimisation s'appuient sur cette hypothèse, or elle n'est pas toujours vérifiée dans notre modèle. En effet, les fonctions objectif que nous optimisons (résultat, ratio de solvabilité, etc) cachent de nombreuses sous-fonctions qui ne sont pas toujours dérivables. On peut citer le calcul de la sinistralité à charge du réassureur en excédent de sinistre, qui fait appel à des fonctions minimum et maximum.

Nous avons choisi de privilégier les algorithmes génétiques pour ces raisons. Nous décrivons ci-dessous le principe des algorithmes génétiques dans un cadre général.

### 3.2.2 Les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques, aussi appelés algorithmes évolutionnistes, constituent une famille d'algorithmes utilisée pour résoudre des problèmes d'optimisation aussi bien mono-objectif que multiobjectif. Ils s'appliquent aisément à de nombreux domaines et à des problèmes variés.

Les algorithmes génétiques s'inspirent de la théorie de l'évolution de Darwin et du principe de sélection naturelle. Selon cette théorie, les individus les plus aptes survivent, se reproduisent et transmettent leur gènes. L'algorithme fonctionne en considérant une population initiale d'éléments de l'espace de décision (que nous avons noté  $\Omega$ ) et en la faisant évoluer. Des générations successives d'individus sont alors créés. L'algorithme réalise itérativement les étapes suivantes à chaque génération :

1. Évaluation des fonction objectifs pour tous les individus de la population,
2. Sélection d'individus performants qui deviendront des parents,
3. Reproduction de ces parents pour obtenir des individus "enfants",
4. Mutation potentielle de certains individus,
5. Remplacement de la population avec les nouveaux individus.

L'algorithme nécessite trois opérateurs pour fonctionner :

**Opérateur de sélection des reproducteurs :** Il permet de déterminer parmi la population d'individus ceux qui se reproduisent (étape 2). Il y a différentes manières de procéder. On peut établir un classement déterministe des individus selon leurs résultats à l'étape 1 et prendre les meilleurs. On peut aussi introduire du hasard afin de laisser une chance à des individus un peu moins performants d'être sélectionnés. À la section suivante intitulée NSGA-II nous présentons un opérateur de sélection illustrant cela.

**Opérateur de reproduction/croisement :** L'opérateur de reproduction permet de croiser les individus sélectionnés entre eux et ainsi d'obtenir de nouveaux individus dit "enfants" (étape 3).

**Opérateur de mutation :** Cet opérateur s'applique à l'ensemble des individus (parents et enfants) afin d'apporter de la diversité en introduisant des mutations (étape 4). Des caractéristiques des individus sont alors modifiées aléatoirement. Par chance, une mutation peut être avantageuse et ensuite se transmettre aux futures générations. Si ce n'est pas le cas, la mutation finira par disparaître via l'opérateur de sélection.

La nouvelle population est sélectionnée à partir de la population doublée (par la reproduction) et mutée. La sélection de la nouvelle population se fait en général par classement déterministe.

L'algorithme génétique présente, comme de nombreux algorithmes de recherche de solutions optimales, un compromis à faire entre :

- élitisme : l'exploitation des solutions performantes connues
- et diversité : l'exploration de solutions inconnues.



Ce compromis est représenté par le paramétrage des opérateurs de reproduction et de mutation. Ces algorithmes sont des méthodes de recherche d'optimum global, mais ils peuvent néanmoins mener à des solutions qui restent "piégées" dans des optima locaux. D'où l'intérêt d'introduire de la diversité afin de rechercher s'il existe des solutions meilleures que celles qu'on connaît.

La condition d'arrêt est atteinte quand un nombre d'itérations (appelées les générations) est atteint ou jusqu'à convergence. Cette dernière condition peut amener à faire tourner l'algorithme infiniment et n'est pas privilégiée. On préférera sélectionner un nombre d'itérations maximal au bout duquel la frontière de Pareto ne varie que très peu, ce qui nécessite quelques tests.

Le lecteur peut se référer à [25] pour plus de détails à propos des algorithmes génétiques dans un cadre multiobjectif. L'application d'un algorithme génétique demande une évaluation des individus et un classement. Le concept de dominance de Pareto intervient alors afin de classer les individus dans un cadre multiobjectif. NSGA-II est un algorithme génétique spécifique au traitement de problèmes multiobjectif que nous détaillons ci-dessous. Le papier [26] et le mémoire [14] montrent des résultats intéressants pour une application de cet algorithme à un problème d'optimisation de couvertures de réassurance.

### 3.3 NSGA-II

NSGA-II signifie *Nondominated Sorting Genetic Algorithm*. Il s'agit d'un algorithme génétique adapté au cas multiobjectif qui est très populaire. Cet algorithme établit une méthode pour classer les solutions entre elles.

Pour établir ce classement, on applique tout d'abord une hiérarchie par frontière de Pareto grâce à la notion de Pareto qui a été définie. Cependant, dans un cadre multiobjectif, la Pareto-dominance ne définit pas une relation d'ordre total sur l'espace des objectifs. Toutes les solutions ne peuvent être ordonnées entre elles et la classification nécessite d'autres critères. Un classement entre les individus d'une même frontière est alors réalisé grâce au concept de *crowding-distance* (voir ci-dessous). Les étapes de l'algorithme sont les suivantes :

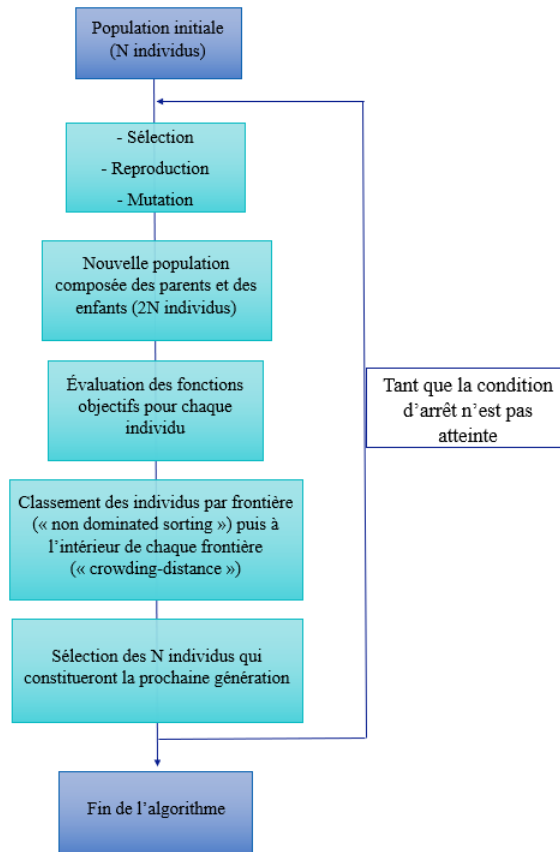


FIGURE 3.2 – Algorithme NSGA II

### Classement par frontière de Pareto

La méthode de classement des individus est la suivante : les individus sont classés par frontière. Ceux qui ne sont pas dominés constituent la frontière  $F_1$ . Sur l'ensemble restant (en excluant  $F_1$ ), ceux qui ne sont pas dominés constituent la frontière  $F_2$ , et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'individus. On obtient donc, pour un ensemble d'individus  $\tilde{\Omega}$ , un ensemble de  $l$  frontières  $\{(F_1, F_2, \dots, F_l) \mid \bigcup_{i \in [1, l]} F_i = \tilde{\Omega}\}$ .

On souhaite conserver les  $N$  premiers individus pour former la population suivante. On intègre à la nouvelle population les individus de la frontière 1 dans un premier temps (puisque ce sont les "meilleurs"), puis ceux de la frontière 2 et ainsi de suite. Or, il est possible que le nombre  $N$  conduise à ne sélectionner que certains individus d'une frontière et à donc faire un choix. Le concept de *crowding-distance* entre alors en jeu et permet de classer entre eux les individus d'une même frontière.

### Classement par crowding-distance

L'objectif de l'algorithme NSGA-II est de choisir les meilleurs individus tout en conservant une certaine diversité dans la population. Sur une même frontière, tous les individus sont équivalents du point de vue des résultats des fonctions objectifs. La *crowding-distance* donne une estimation de la densité de population entourant un individu : plus celui-ci est isolé, plus cette distance sera grande. On sélectionne les individus à l'intérieur d'une frontière par *crowding-distance* décroissante. Si l'on est amené à choisir entre des individus de même *crowding-distance*, le choix se fait aléatoirement. On conserve alors les plus isolés et on favorise

la diversité. Cela apportera plus à la nouvelle population que de sélectionner des individus très similaires en termes de fonctions objectif.

La *crowding-distance* est calculée ainsi pour une frontière  $F$  contenant  $n$  individus, d'après [27] :

1. Pour chaque fonction objectif  $f_i, i \in \llbracket 1, k \rrbracket$ , on calcule la distance de chaque individu relativement à cet objectif :  $d_i(\omega_m), \forall m \in \llbracket 1, n \rrbracket$  selon les étapes 2, 3 et 4.
2. Les résultats  $f_i(\omega_m), m \in \llbracket 1, n \rrbracket$  sont triés par ordre croissant :  $f_i(\omega_{i1}) \leq f_i(\omega_{i2}) \leq \dots \leq f_i(\omega_{in})$  avec  $i_1, \dots, i_n$  les indices des individus triés.
3. On fixe la distance des individus extrêmes à l'infini (on les sélectionnera en priorité) :  $d_i(\omega_{i1}) = d_i(\omega_{in}) = +\infty$
4. On attribue aux autres individus la distance :  $\forall j \in \llbracket 1, n \rrbracket, d_i(\omega_{ij}) = \frac{f_i(\omega_{ij+1}) - f_i(\omega_{ij-1})}{f_i(\omega_{in}) - f_i(\omega_{i1})}$
5. La *crowding-distance* de l'individu  $\omega_m, m \in \llbracket 1, n \rrbracket$  vaut la somme des distances pour chaque objectif :  $d(\omega_m) = \sum_{i \in \llbracket 1, k \rrbracket} \sum_{ij=m} d_i(\omega_{ij})$

Ci-dessous, un schéma illustratif de frontières obtenues et d'une sélection :

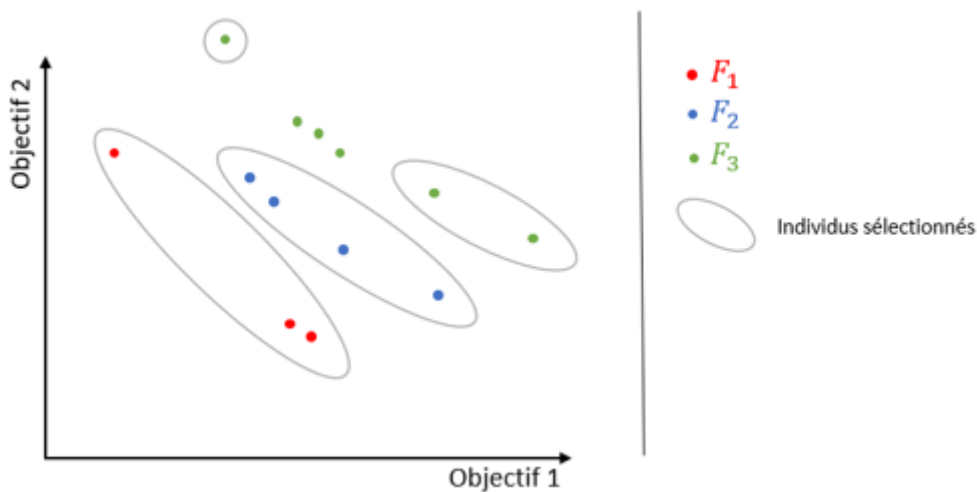


FIGURE 3.3 – Sélection des individus selon la frontière de Pareto et la *crowding-distance*

Une fois que les frontières bleues et rouges ont été sélectionnées, il reste trois individus à choisir sur la frontière verte. Les trois individus entourés sont ceux ayant la *crowding-distance* la plus grande.

## Opérateurs utilisés

La méthode de classement des individus maintenant définie, les opérateurs de sélection, mutation et reproduction peuvent être établis. Chaque opérateur est modélisé de la manière suivante [27] :

1. Opérateur de sélection des parents : Pour sélectionner les individus qui se reproduiront, l'algorithme utilise la sélection dite "par tournoi". Un certain nombre d'individus est tiré au hasard, et le futur parent est le meilleur au sens de la Pareto-dominance (ou de la *crowding-distance* si ces individus sont sur la même frontière). Plus la taille du tournoi est élevée, plus l'élitisme est privilégié car il y a plus de concurrence.

La taille du tournoi par défaut est de 2. Nous faisons le choix de la porter à 4 pour apporter plus d'élitisme. Ce choix permet de conserver une part importante de diversité.

2. Opérateur de reproduction : L'opérateur *Bounded Simulated Binary Crossover* permet de créer deux descendants à partir de deux parents. Les caractéristiques des descendants sont déduites de celles des parents en tirant aléatoirement un paramètre dit "de spread" (noté ici  $\beta$ ).

Le paramètre  $\beta_i$  est tiré selon la loi de probabilité définie par la densité suivante :

$$f(\beta) = \begin{cases} 0.5 \cdot (\eta_x + 1) \cdot \beta^{\eta_x} & \text{si } 0 \leq \beta \leq 1 \\ 0.5 \cdot (\eta_x + 1) \cdot \frac{1}{\beta^{\eta_x+2}} & \text{si } \beta > 1. \end{cases}$$

Ce paramètre permet de définir l'écart entre les descendants : plus il est élevé, plus les caractéristiques des descendants sont différentes. Soient  $p_i^1$  et  $p_i^2$  les valeurs de la fonction objectif  $i$  pour les parents et  $d_i^1$  et  $d_i^2$  celles des descendants. On note que dans le cadre d'algorithme génétique, on peut faire référence à "la fonction objectif" par "le gène".

$$d_i^1 = \frac{1}{2}[(1 - \beta_i) \cdot p_i^1 + (1 + \beta_i) \cdot p_i^2]$$

$$d_i^2 = \frac{1}{2}[(1 + \beta_i) \cdot p_i^1 + (1 - \beta_i) \cdot p_i^2]$$

Nous conservons le paramètre par défaut de l'algorithme qui est  $\eta_x = 5$ .

3. Opérateur de mutation : Chaque individu a une probabilité  $p_m$  de muter. L'opérateur de mutation *polynomial mutation* définit la mutation  $g'_i$  d'un gène  $g_i$  d'un individu par :

$$g'_i = \begin{cases} g_i + \delta_L \cdot (x_i^U - x_i^L) & \text{si } u < 0.5 \\ g_i + \delta_U \cdot (x_i^U - x_i^L) & \text{sinon.} \end{cases}$$

Avec  $u \sim \mathcal{U}_{[0,1]}$  la loi uniforme.  $x_i^L$  et  $x_i^U$  sont les bornes inférieure et supérieure pour le gène  $g_i$ .  $\delta$  est obtenue via une distribution polynomiale :

$$\delta_L = (2u)^{\frac{1}{1+\eta_m}} - 1$$

$$\delta_U = 1 - (2(1 - u))^{\frac{1}{1+\eta_m}}$$

Les paramètres choisis sont les paramètres par défaut :  $p_m = 0.2$  et  $\eta_m = 10$ .

### 3.4 La gestion des contraintes

Comme nous avons pu le voir, les algorithmes génétiques ne traitent pas directement les contraintes. Or, il est courant de se trouver dans le cadre d'un problème avec contrainte, et c'est notre cas. Certaines méthodes permettent de traiter et d'intégrer les contraintes à la recherche des solutions, comme la méthode de Lagrange qui est cependant mono-objective. En optimisation multiobjectif, l'approche privilégiée est de ramener les contraintes à des fonctions objectifs. Reprenons le problème initial :

$$\min_{\omega \in \Omega} (f_1(\omega), \dots, f_k(\omega)) \quad \text{such that} \quad g_1(\omega) \leq 0, \dots, g_j(\omega) \leq 0 \quad (3.2)$$

Celui-ci devient alors :

$$\min_{\omega \in \Omega} (f_1(\omega), \dots, f_k(\omega), g_1(\omega), \dots, g_j(\omega)) \quad (3.3)$$

Cette intégration des contraintes aux objectifs permet à l'algorithme de les prendre en considération et d'orienter la recherche vers des solutions qui satisfassent ces contraintes. En effet, en cherchant à minimiser  $g_j(\omega)$ , l'algorithme va in fine chercher à la rendre inférieure à 0, si possible, et donc à satisfaire  $g_j(\omega) \leq 0$ . En pratique, la multiplicité des objectifs et le fait qu'ils soient contradictoires risquent de tout de même mener à certaines solutions ne respectant pas les contraintes. Il sera donc nécessaire de retraiter l'ensemble de solutions finales.

Comme explicité au chapitre 1 section 2, la compagnie a des contraintes d'appétit au risque qui constitueront les contraintes du problème d'optimisation. Ci-dessous, une illustration de la frontière de Pareto et des sous ensembles de la frontière respectant les contraintes. C'est au sein de ces sous-ensembles qu'on pourra choisir la solution ultime, à l'aide de préférences supplémentaires.

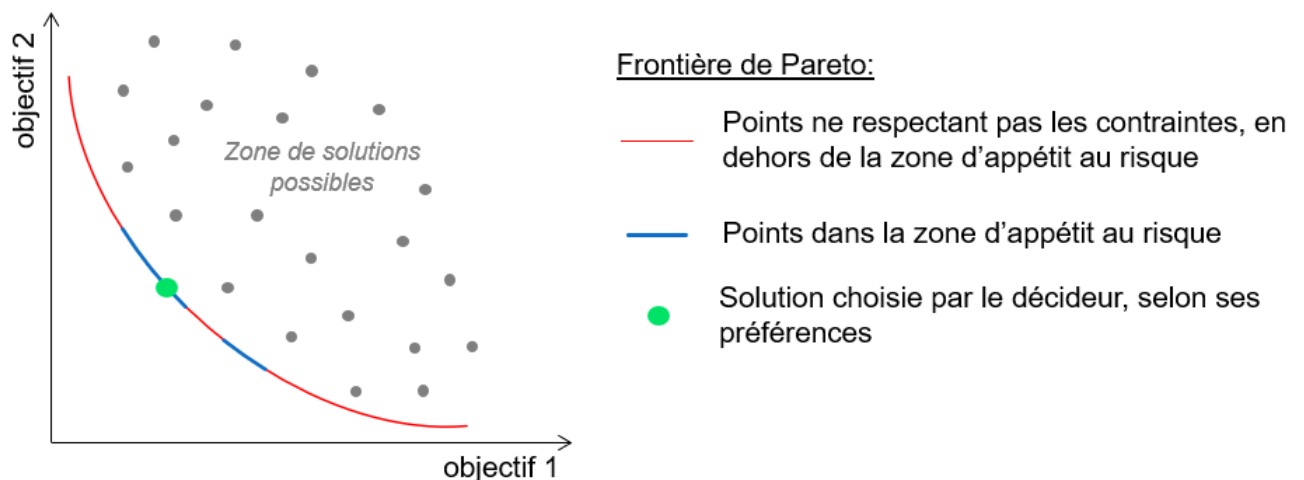


FIGURE 3.4 – Illustration de la frontière de Pareto obtenue et des solutions satisfaisant les contraintes d'appétit au risque.

### 3.5 Application au problème d'optimisation des couvertures de réassurance

Nous appliquons cette théorie à notre problématique d'optimisation de couvertures de réassurance.

- L'espace de décision  $\Omega$  correspond aux paramètres des traités de réassurance.
- Les fonctions objectifs sont des indicateurs de pilotage (comme le résultat d'assurance ou technique, le SCR...).
- Les solutions doivent vérifier les contraintes d'appétit au risque de la compagnie.

Les indicateurs choisis ainsi que la définition des contraintes d'appétit au risque peuvent se trouver au chapitre suivant.

Nous cherchons donc à retrouver la frontière de Pareto et plus précisément l'ensemble des solutions respectant ces contraintes d'appétit au risque sur celle-ci.

L'algorithme NSGA-II est adapté pour traiter les individus représentés par des vecteurs de nombres. Le taux de cession du quote-part, la priorité et la portée de l'excédent de sinistre et du stop-loss s'y prêtent bien. Or, le choix d'appliquer un Quote-Part, un excédent de sinistre ou un Stop-Loss sur une ligne d'activité pose problème et ne peut pas être directement traité par l'algorithme.

Nous avons choisi de traiter cela en réalisant un problème d'optimisation sur chaque combinaison de traités possible. Les solutions de chaque sous-problème sont recombinaison à la fin. Cette approche de traitement des paramètres qualitatifs est adoptée dans le mémoire [14]. Le schéma ci-dessous illustre cette approche.

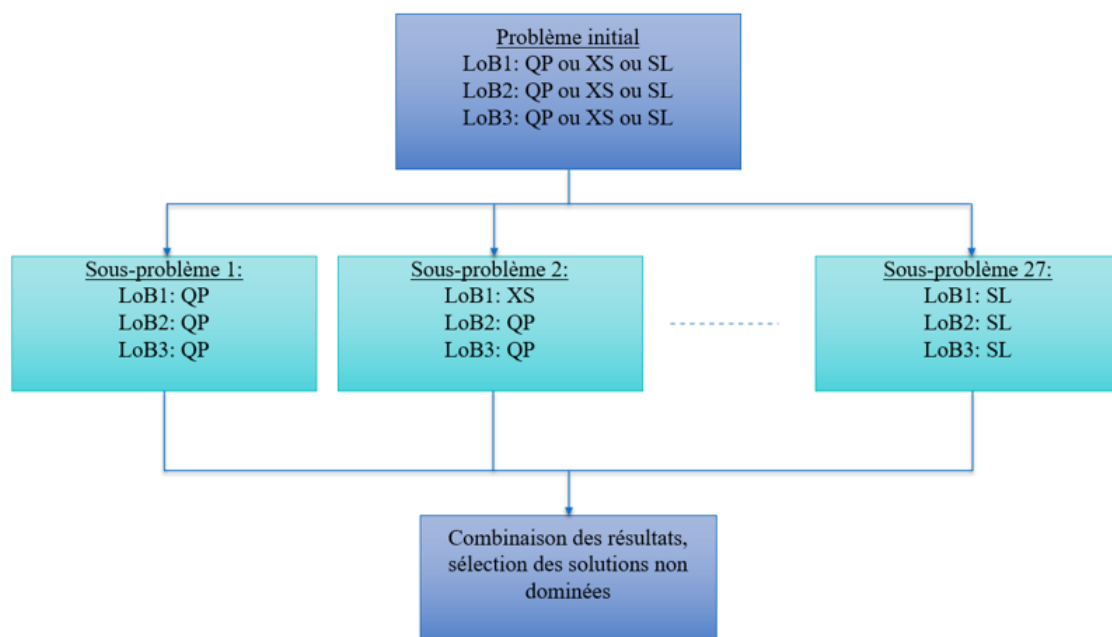


FIGURE 3.5 – Méthode d'optimisation des paramètres qualitatifs

Comme nous avons trois choix de traités pour chacune des lignes d'activité, nous obtenons

27 sous-problèmes d'optimisation à traiter. Résoudre ces problèmes en série s'avère très coûteux en temps de calcul, chaque sous-optimisation pouvant demander un temps très long, selon les paramètres et les fonctions à optimiser.

Dans le cas d'un algorithme génétique, la taille de la population et le nombre de générations affectent directement le temps de calcul. Nous avons fixé ces paramètres à :

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>— nombre d'individus dans chaque population : 45</li><li>— nombre de générations (ou populations) : 35</li></ul> |
|--|

Ce sont les paramètres que nous avons estimés nécessaires avec nos tests pour obtenir une frontière de Pareto visuellement précise et complète.

Nous avons parallélisé les calculs sur une machine qui dispose de 64 coeurs logiques. Cela se fait en utilisant le package *future* de R. Nous pouvons donc traiter les 27 problèmes simultanément, ce qui réduit considérablement le temps de calcul. Le temps total de calcul pour résoudre le problème initial d'optimisation est réduit à quelques heures, alors qu'il serait de plusieurs jours s'il était réalisé en série et sur un ordinateur classique de 4 coeurs logiques.

Les résultats de l'application de cette approche sont résumés dans le chapitre suivant en section III.

# Chapitre 4

## Recherche des couvertures de réassurance optimales

### 4.1 Situation initiale de la compagnie d'assurance

#### 4.1.1 Rappel du contexte

Nous rappelons les caractéristiques principales de la compagnie modélisée :

- La compagnie exerce une activité IARD uniquement.
- Elle commercialise des contrats sur trois lignes d'activité (LoB) :
  - Dommages automobiles,
  - Responsabilité Civile automobile,
  - Multi-Risque Habitation (MRH)
- Le portefeuille de contrats est stable dans le temps :
  - nombre de contrats, taux de frais et primes constants chaque année,
  - la sinistralité est supposée suivre la même loi sur l'horizon de projection,
- La compagnie est soumise à plusieurs normes : norme comptable française (French GAAP), Solvabilité 2 et IFRS 17.

Cette compagnie cherche à optimiser sa couverture de réassurance. Il lui est possible de souscrire trois types de traités de réassurance : le quote-part, l'excédent de sinistre et le stop-loss. Elle peut les appliquer au choix sur chacune de ses LoB. Elle n'est pas réassurée en situation initiale.

#### 4.1.2 Bilan initial

Le bilan initial de la compagnie est évalué au 31/12/2020. On suppose une concordance entre l'actif en valeur de Marché et l'actif en valeur historique, donc entre l'actif Solvabilité 2 et IFRS 17 et norme française. Les placements initiaux sont les suivants :

- Actions : 16,8 M€ (**20%**)
- Obligations : 58,7 M€ (**70%**)
- Trésorerie : 8,4 M€ (**10%**)

Les provisions techniques initiales pour chacune des trois normes sont présentées ci-dessous. La PPNA est présentée nette de FAR (Frais d'Acquisition Reportés), afin de mieux la comparer avec les provisions pour primes des autres normes. Les FAR se comptabilisent normalement à



l'actif du bilan français, tandis que sous Solvabilité 2 et IFRS 17, les frais d'acquisition sont intégrés au calcul des provisions techniques. Les provisions sont présentées en millions d'euros et le total est écrit en couleur blanche.

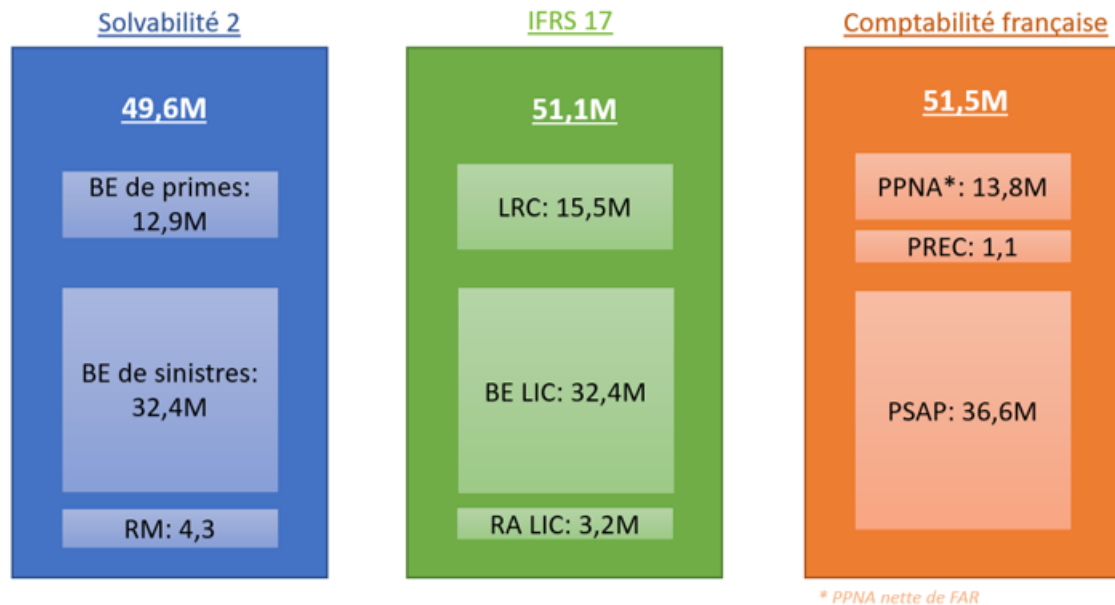


FIGURE 4.1 – Provisions techniques initiales sous les trois normes

Nous remarquons que l'ensemble des provisions techniques est proche pour chaque norme. Cela est dû au fait que la marge de prudence French GAAP et le RA ont été calibré en partie afin d'obtenir ce résultat. Nous rappelons que l'entreprise a une marge de manoeuvre au niveau de son RA IFRS 17 et de sa marge de prudence française dans son provisionnement en normes françaises. Cela peut être intéressant pour une compagnie d'aboutir à des marges dans chaque norme similaires.

### 4.1.3 Projection d'indicateurs de suivi

Les fonds propres de la compagnie évoluent dans le temps, en fonction du résultat réalisé à chaque exercice notamment. Les fonds propres initiaux Solvabilité 2 s'élèvent à 30,4M€. Sans couverture de réassurance, l'évolution des fonds propres selon des scénarios et sur un horizon de 5 ans, est présentée ci-après. On considère :

- Un scénario central, correspondant à la moyenne des fonds propres projetés.
- Un scénario haut, correspondant à un quantile à 95% de la distribution des fonds propres.
- Un scénario bas, correspondant à un quantile à 5% de la distribution des fonds propres.

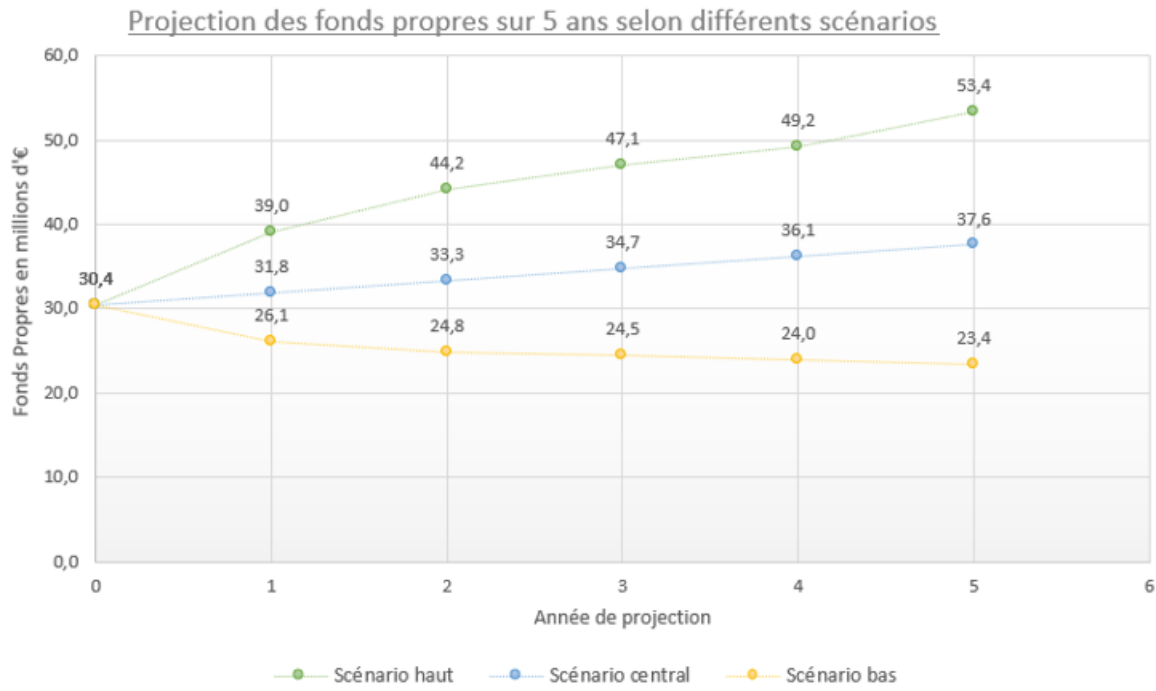


FIGURE 4.2 – Projection des fonds propres sur 5 ans selon différents scénarios

La volatilité des fonds propres projetés croît avec le temps, du fait de l'incertitude grandissante concernant les résultats futurs réalisés.

Nous définissons des indicateurs qui permettent d'évaluer la situation finale de la compagnie au bout des 5 ans de projection. Ces indicateurs seront utilisés comme objectifs et contraintes du problème d'optimisation.

**SCR** calculé en fin d'année N :  $SCR_N$

**Ratio de solvabilité** calculé en fin d'année N :  $RS_N = \frac{\text{FondsPropres}_N}{SCR_N}$

**Résultat technique French GAAP** net de réassurance réalisé l'année N :  $ResT_N$

**Résultat global French GAAP** réalisé l'année N :  $ResG_N$ . Il correspond à la somme du résultat technique et du résultat financier

**Résultat d'assurance IFRS 17** net de réassurance réalisé l'année :  $ResIFRS_N$

**ROE** de l'année N :  $ROE = \frac{ResG_N}{\text{FondsPropres}_N}$

**Ratio combiné net de réassurance** de l'année N :  $RC_N = \frac{\text{Sinistres}_{net} + \text{Frais}}{\text{Primes}_{net}}$

Ci-dessous, nous présentons ces indicateurs à la situation initiale de l'entreprise (colonne *Valeur initiale*). Nous calculons également leur moyenne et certains quantiles à horizon de 5 ans (colonne *Valeur finale*).

Indicateur		Valeur initiale	Valeur finale
SCR	Moyenne	22,1 M€	22,4M€
Ratio de solvabilité	Moyenne	137,3%	169,9%
	Quantile 10%	-	126%
	Quantile 5%	-	110%
Résultat technique	Moyenne	1,15M€	1,12 M €
Résultat d'assurance IFRS 17	Moyenne	1,10 M€	1,11 M €
ROE	Moyenne	4,8%	3,7%
	Quantile 10%	-	-0,7%
	Quantile 5%	-	-2,7%
Ratio combiné total	Moyenne	96,3 %	96,3%
	Quantile 90%	-	99%
	Quantile 95%	-	100,6 %

Nous n'avons pas modélisé une croissance de l'activité de l'entreprise sur les 5 ans de projection : comme évoqué dans le contexte, le portefeuille est stable ; En réalité, les entreprises distribuent des dividendes aux actionnaires et réinvestissent une partie des bénéfices de façon à générer de la croissance. Cette croissance s'opère par exemple via le développement de nouvelles LoB, ou encore en augmentant la capacité de souscription sur certaines LoB.

Nous précisons que la baisse constatée en moyenne sur le ROE n'est due qu'à l'augmentation des fonds propres en moyenne. Cela diminue mécaniquement le ROE pour un résultat similaire.

#### 4.1.4 Appétit au risque de la compagnie

Comme détaillé au chapitre 1, la définition de l'appétit au risque de la compagnie est obligatoire dans le cadre de l'ORSA et est fondamentale pour une bonne gestion des risques. La stratégie choisie par l'entreprise pour atteindre ses objectifs doit satisfaire ses contraintes d'appétit au risque. Nous définissons l'appétit au risque de la compagnie selon trois indicateurs :

- le ROE qui tient compte des intérêts des investisseurs,
- le ratio de solvabilité qui assure le respect des exigences réglementaires,
- et le ratio combiné qui vérifie que l'activité d'assurance dégage bien un bénéfice.

La limite de risque sur chaque indicateur est formalisée par un quantile à un certain niveau à la fin des projections, suivant la théorie expliquée au chapitre 1, section 1.2.

L'appétit au risque de la compagnie est défini de la façon suivante :

- ROE : Le ROE à horizon 5 ans doit être strictement supérieur à 0% dans au moins 90% des scénarios.

$$\text{quantile}_{10\%}(\text{ROE}_5) > 0\% \quad (4.1)$$

- Ratio de solvabilité : Le ratio de solvabilité à horizon 5 ans doit être strictement supérieur à 180% dans au moins 90% des scénarios.

$$\text{quantile}_{10\%}(\text{RS}_5) > 180\% \quad (4.2)$$

- Ratio combiné : Le ratio combiné à horizon 5 ans doit être strictement inférieur à 100% dans au moins 90% des scénarios.

$$\text{quantile}_{90\%}(\text{RC}_5) < 100\% \quad (4.3)$$

L'entreprise souhaite poursuivre les objectifs suivants, tout en satisfaisant ses contraintes d'appétit au risque :

- Résultat d'assurance IFRS 17 : l'entreprise souhaite maximiser ses profits sur son activité d'assurance sur l'horizon de projection.
- SCR : l'entreprise souhaite minimiser le montant de fonds propres à immobiliser pour répondre aux exigences réglementaires sur l'horizon de projection.

Nous soulignons le fait que l'ensemble de contraintes et d'objectifs défini permet une certaine diversité et la prise en compte des dimensions de risque, de solvabilité et de rentabilité. Les indicateurs sur lesquels portent ces contraintes et objectifs s'inscrivent entre les normes comptables françaises, Solvabilité 2 et IFRS 17.

Nous récapitulons le profil de risque de l'entreprise ainsi que ses limites d'appétit au risque :

	Profil de risque	Limite d'appétit au risque
quantile <sub>10%</sub> (ROE)	-0,7%	>0%
quantile <sub>10%</sub> (Ratio de Solvabilité)	126%	>180%
quantile <sub>90%</sub> (Ratio Combiné)	99%	<100%

La compagnie d'assurance ne respecte pas les limites d'appétit au risque qu'elle s'est fixée concernant le ROE et le ratio de solvabilité. Elle souhaite mettre en place une couverture de réassurance adaptée qui lui permet de satisfaire les trois contraintes d'appétit au risque, tout en poursuivant ses objectifs.

Nous étudions dans la section suivante l'impact des traités de réassurance sur les indicateurs, et nous détaillons le problème d'optimisation ainsi que les résultats dans la section 3 de ce chapitre.

## 4.2 Sensibilité des indicateurs aux traités de réassurance

Nous étudions dans cette section les traités de réassurance et leurs impacts sur différents indicateurs de solvabilité et de rentabilité. Nous nous intéressons particulièrement au SCR, au résultat technique en norme française et au résultat d'assurance IFRS 17, au ROE et au ratio de solvabilité (définis à la section précédente). Cette étude préliminaire à l'optimisation permet de mieux appréhender les effets des traités selon la LoB considérée et de dégager certaines tendances. Elle ne se substitue en revanche pas à l'optimisation qui permettra d'obtenir les combinaisons de traités optimales au sens mathématique. Nous analysons ci-dessous chaque type de traité séparément.

### 4.2.1 Effets du traité en Quote-Part

La réassurance proportionnelle est très efficace pour réduire l'exposition au risque et donc le capital immobilisé. Cela vient du fait qu'elle **s'applique systématiquement à tous les sous-modules du SCR de souscription**. Cependant, cela s'accompagne d'une réduction des bénéfices sur les branches qui sont profitables. La réassurance proportionnelle est représentée ici par le traité Quote-Part. Ce traité dépend d'un seul paramètre, le taux de cession, ce qui nous permet d'étudier simplement la sensibilité des indicateurs à ce traité.

## SCR

Nous analysons dans un premier temps la distribution du SCR en fonction du taux de cession, et ce sur chaque LoB. En pratique, nous faisons varier le taux de cession sur une LoB sans appliquer de traité de réassurance aux autres LoB. Cette approche permet d'apprécier l'effet du Quote-Part selon la LoB considérée. Les distributions sont estimées par 5000 projections de SCR qui sont obtenues via 5000 simulations de sinistralité. Les taux de cession en légende sont exprimés en proportion de 1, mais on notera qu'il est plus usuel de les exprimer en pourcentage.

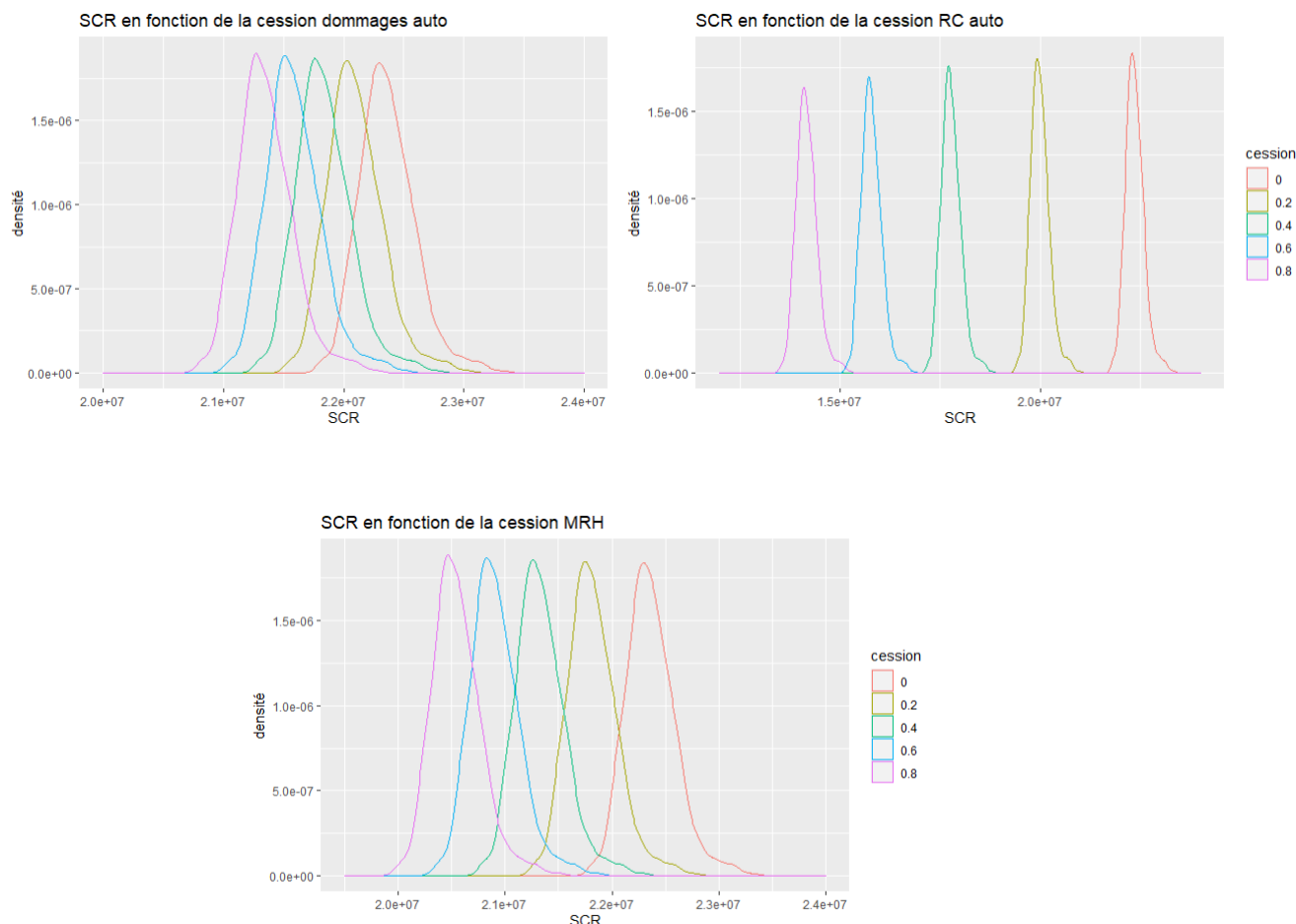


FIGURE 4.4 – SCR en fonction du taux de cession en Quote-Part

On remarque bien une diminution du SCR avec l'augmentation du taux de cession du Quote-Part : les distributions se décalent vers la gauche. En revanche, la volatilité du SCR est peu impactée. Ce décalage vers la gauche se fait de manière plus ou moins forte selon la LoB considérée. Cela s'explique par le fait que chaque LoB n'a pas le même poids au sein du SCR. Les exigences de capital pour le risque de souscription non-vie demandées pour chaque LoB sont :

LoB	SCR risque de primes	SCR risque de réserves	SCR risque Cat Nat	SCR risque incendie	SCR risque RC
Dommages auto	2,94 M€	0,68 M€	0	0	0
RC auto	2,97 M€	5,93 M€	0	0	12,04 M€
MRH	3,53 M€	2,26 M€	3,84 M€	2 M€	0

Si l'on devait allouer le capital nécessaire à l'immobilisation du SCR entre chaque LoB, le capital alloué serait alors croissant selon l'ordre : dommages auto, MRH et RC auto. Donc,

pour un même taux de cession en traité proportionnel, le SCR diminue de manière croissante selon ce même ordre. L'application du Quote-Part sur la RC auto permet alors de sensiblement diminuer les besoins en SCR, comme on peut le voir sur le graphique.

## Résultat d'assurance

La contrepartie de cette diminution des besoins en SCR est une réduction du résultat réalisé en moyenne, du fait de la marge cédée au réassureur. Ci-dessous, les distributions du résultat technique en norme française sur chaque ligne d'activité en fonction du taux de cession illustrent ce phénomène.

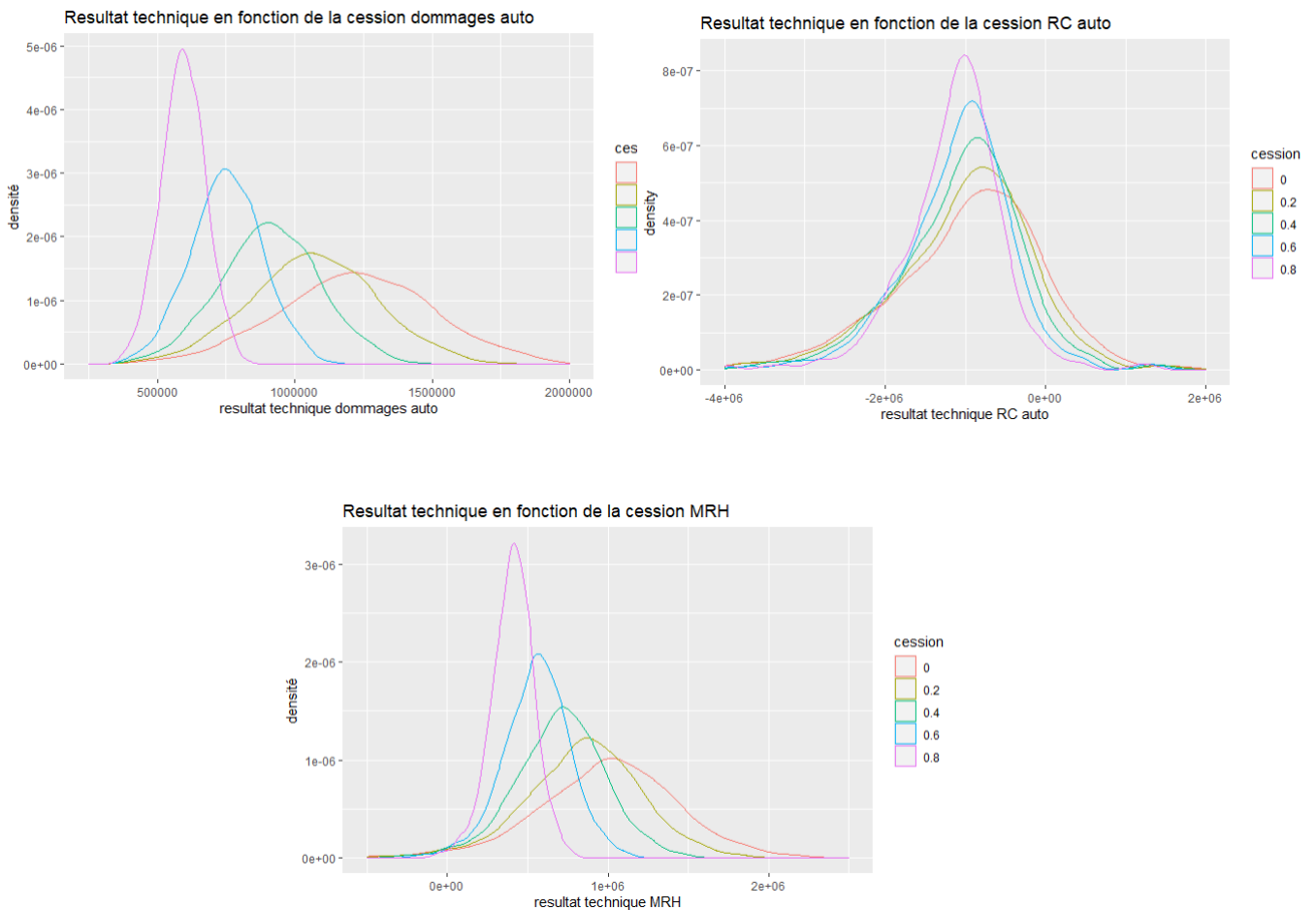


FIGURE 4.6 – Résultat technique en fonction du taux de cession Quote-Part

- Le Quote-Part répartit le résultat entre le réassureur et l'assureur, d'où le décalage des courbes vers la gauche avec l'augmentation de la cession. Le résultat conservé est diminué, mais moins volatile : courbes plus « hautes » et plus « resserrées ».
- Pour des branches qui sont en moyenne profitables (MRH et dommages), le Quote-Part n'est pas forcément intéressant car une partie conséquente des bénéfices est cédée (en proportion du taux de cession).
- Quant à la RC qui est déficitaire, le résultat moyen (qui est donc négatif) diminue légèrement avec l'augmentation du taux de cession. En revanche, le résultat est moins volatile. En moyenne, l'assureur enregistre une perte légèrement plus haute, mais sa perte sur les mauvais scénarios est atténuée. En contrepartie, s'il réalise des bénéfices en cas de bons scénarios, ils sont partagés avec le réassureur. La RC, de par sa nature déficitaire et la

possibilité de sinistres très extrêmes, est une ligne d'activité qui montre une sensibilité différente (des deux autres LoB) à la couverture de réassurance.

On précise à titre informatif que le Quote-Part est en pratique souvent utilisé pour des lancements de produits pour lesquels l'assureur ne pourrait investir seul. Les pertes de départ et les gains générés ensuite sont partagés.

On observe les mêmes tendances sur le résultat IFRS 17 que sur le résultat technique en norme française. Les graphiques sont présentés en annexe C.1.

## Contraintes d'appétit au risque

Le ratio de solvabilité et le ROE sont impactés par la cession Quote-Part à travers l'impact sur le SCR et le résultat de l'activité d'assurance. Or, la réassurance a aussi une influence sur le montant de fonds propres, via le résultat notamment. Concernant le ratio combiné, celui-ci est une représentation différente du résultat technique, l'influence de la réassurance est donc similaire.

Ci-dessous, la moyenne et le quantile à 10% de la distribution du ratio de solvabilité projeté à 5 ans en fonction du taux de cession sur les trois lignes d'activité.

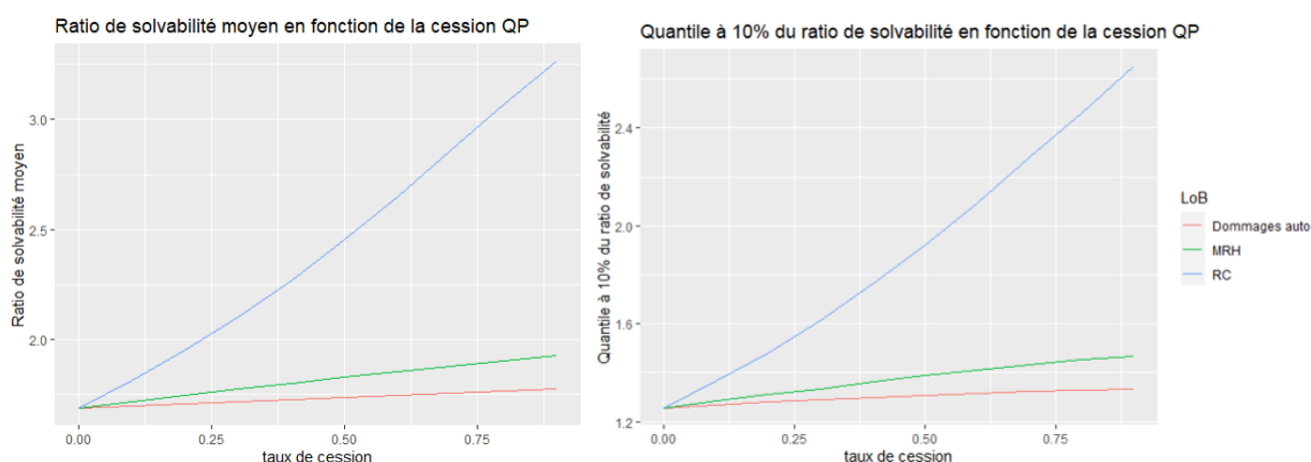


FIGURE 4.7 – Sensibilité de la moyenne et du quantile à 10% du ratio de solvabilité

L'augmentation du ratio de solvabilité moyen avec le taux de cession est cohérente avec la sensibilité du SCR.

Ci-dessous, nous présentons le quantile à 10% du ROE moyen projeté, pour une application du traité Quote-Part sur les trois lignes d'activité séparément.

La cession de la RC auto permet d'améliorer le quantile à 10% du ROE car le réassureur prend dans ce cas en charge une partie de la perte de l'assureur. En revanche, sur un quantile à 10%, le résultat technique dommage et MRH est positif, ce qui induit un partage des bénéfices avec le réassureur et donc une baisse du ROE. Sur des quantiles plus extrêmes où le résultat de ces deux lignes devient négatif, on observerait une hausse du ROE.

La baisse des besoins en SCR et l'amélioration du ratio de solvabilité sont plus importants pour l'application du Quote-Part sur la RC que sur les deux autres LoB. De plus, un traité

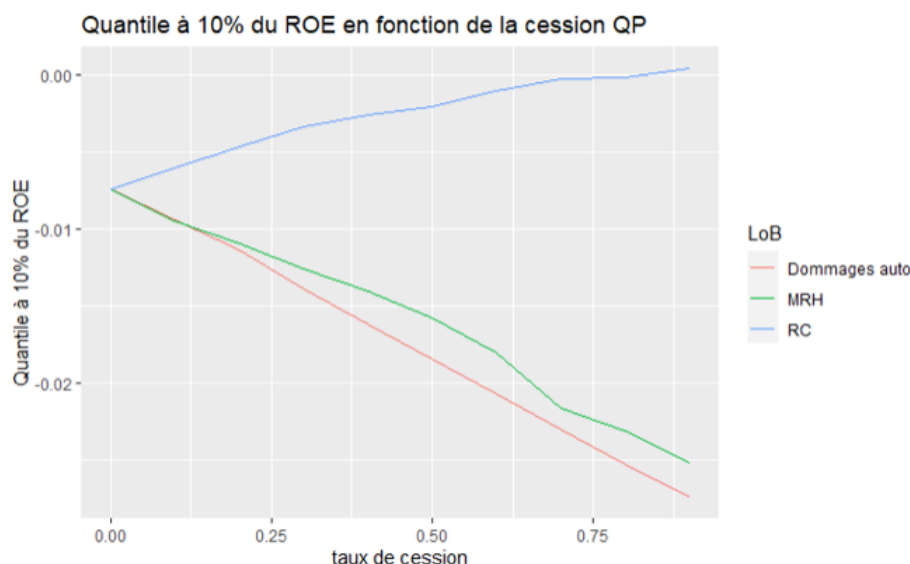


FIGURE 4.8 – Sensibilité du quantile à 10% du ROE

Quote-Part appliqué au dommage et à la MRH induit une perte de bénéfices. En conclusion, la cession Quote-Part paraît plus intéressante sur la RC que sur le dommages auto et la MRH.

#### 4.2.2 Effet du traité en excédent de sinistre par risque

Les traités non proportionnels modélisés requièrent deux paramètres, la portée et la priorité, ce qui complexifie l'étude de sensibilité. Nous commençons par analyser l'excédent de sinistre par risque (noté XS).

##### Impact sur la solvabilité

La réassurance non proportionnelle ne permet une atténuation du risque dans la formule standard du SCR que si l'on peut clairement identifier les risques concernés. Elle n'est donc pas prise en compte dans le sous-module Catastrophe naturelle du SCR. Ci-dessous, on étudie l'évolution du SCR et du ratio de solvabilité moyen projetés en fonction de la portée et pour une priorité fixée, puis en fonction de la priorité pour une portée fixée. On ne montre ici que le cas de l'application du traité à la RC, mais les conclusions sont les mêmes pour le dommage auto et le MRH (voir l'annexe C.1).

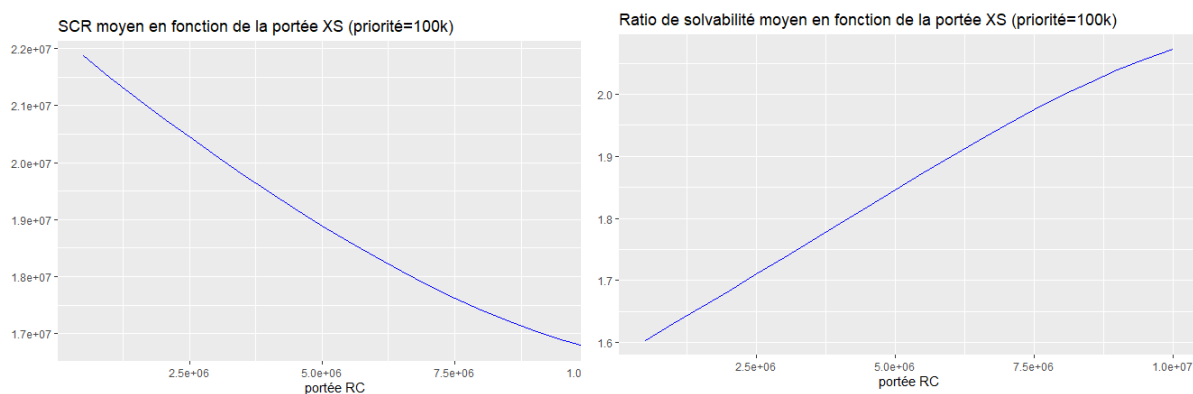


FIGURE 4.9 – Moyenne du SCR et du ratio de solvabilité selon la portée XS de la RC



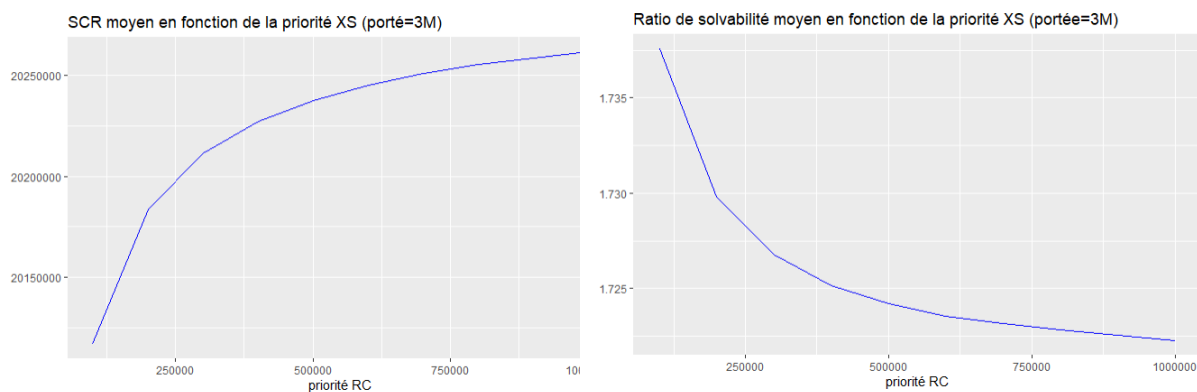


FIGURE 4.10 – Moyenne du SCR et du ratio de solvabilité selon la priorité XS de la RC

Augmenter la priorité pour une portée fixe mène à une augmentation des besoins en SCR. Inversement, augmenter la portée pour une priorité fixe diminue l'exposition au risque et donc les besoins en SCR. Plus on augmente la priorité, moins il y a de sinistralité concernée et plus le besoin supplémentaire en SCR est faible, ce qui explique l'aspect concave des courbes sur la figure 4.10. La portée a un impact plus fort que la priorité sur le SCR et le ratio de solvabilité car c'est elle qui réduit les risques extrêmes.

### Impact sur la rentabilité

La tarification selon le principe de prime pure additionnée d'une prime de risque va avoir pour effet de baisser le résultat en moyenne. En revanche, et c'est l'intérêt de l'excédent de sinistre, l'assureur est protégé des sinistres extrêmes.

Ci-dessous, les variations du quantile à 10% du ROE projeté selon la portée pour une priorité fixée sur la RC automobile.

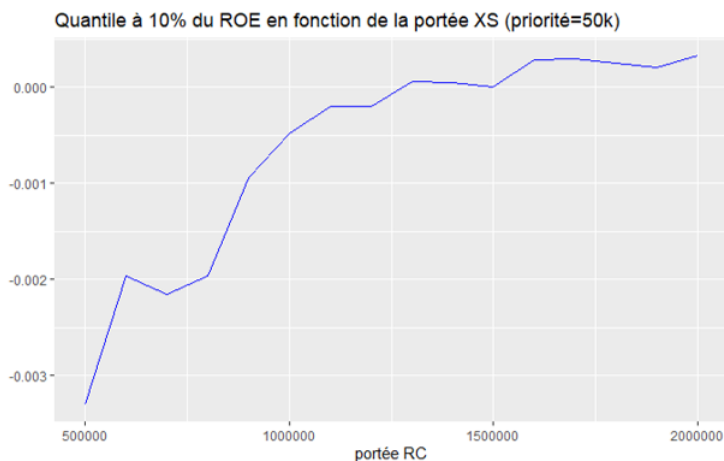


FIGURE 4.11 – Quantile à 10% du ROE selon la portée XS de la RC

On remarque une tendance plus irrégulière que précédemment. Néanmoins, la tendance globale que suit le quantile du ROE avec l'augmentation de la cession est à la hausse.

On présente ci-dessous l'étude du résultat technique en norme française et du résultat d'assurance IFRS 17 pour une couverture de réassurance sur le MRH cette fois-ci. La RC et le dommage auto peuvent être trouvés en annexe C.1. On précise qu'on ne représente ci-dessous

que le résultat de la ligne d'activité considérée (le MRH) et pas le résultat total. Sur les graphiques ci-dessous, se déplacer en diagonale montante de la droite vers la gauche signifie une baisse de la priorité et une hausse de la portée conjointement. Les risques conservés par l'assureur deviennent alors plus faibles. On résumera ce phénomène par le terme de couverture plus élevée.

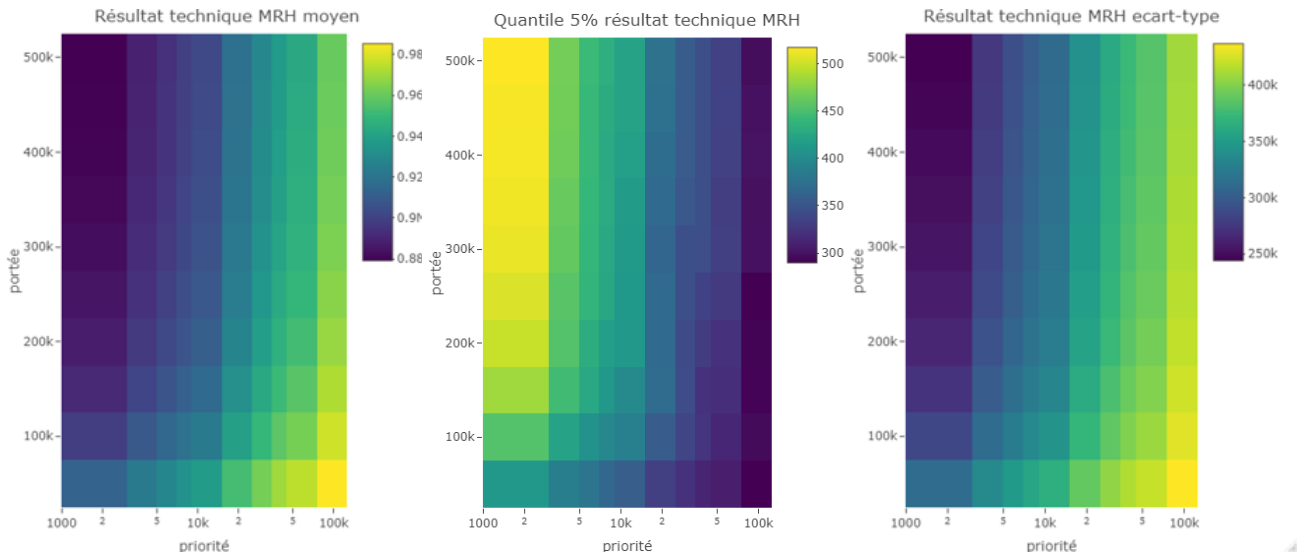


FIGURE 4.12 – Résultat technique français MRH selon la cession XS : moyenne, quantile à 5% et écart-type

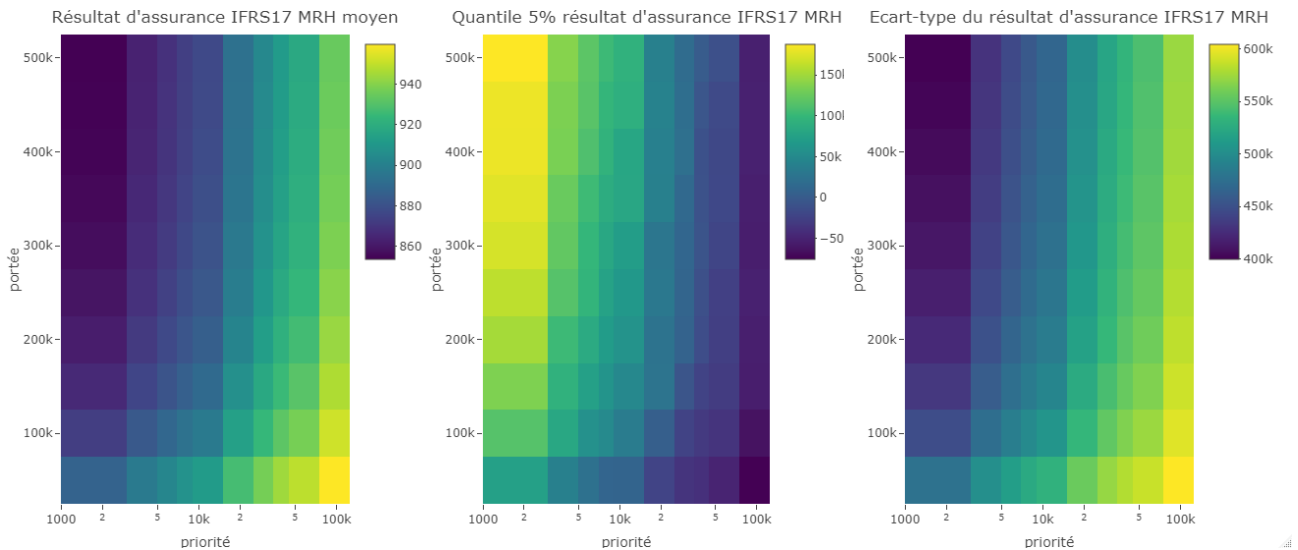


FIGURE 4.13 – Résultat d'assurance IFRS 17 MRH selon la cession XS : moyenne, quantile à 5% et écart-type

On observe :

- Un résultat moyen qui baisse avec l'augmentation de la couverture (diminution de la priorité et hausse de la portée simultanément),
- Un écart-type sur le résultat qui diminue avec l'augmentation de la couverture,
- Des quantiles de faible ordre (5% en l'occurrence) qui augmentent avec l'augmentation de la couverture.

Une couverture plus importante diminue la volatilité du résultat et donc l'exposition au risque du réassureur. En revanche, la prime de risque cédée au réassureur est plus importante, et le résultat moyen est impacté négativement. On retrouve le compromis entre rendement et risque.

La sensibilité est semblable pour le résultat d'assurance IFRS 17. Les graphiques peuvent être trouvés en annexe C.1. Les sensibilités pour la RC et le dommage auto sont également en annexe.

### 4.2.3 Analyse du Stop-Loss

#### Impact sur la solvabilité

Le Stop-Loss (noté SL) est également une couverture de réassurance non proportionnelle. La portée et la priorité portent sur le ratio sinistres sur primes. L'augmentation de la couverture mène à une diminution des besoins en SCR, mais moindre qu'avec un traité de réassurance proportionnelle. Le déclenchement du stop-loss n'est pas systématique tous les ans et ce type de traité est peu pris en compte dans la formule standard.

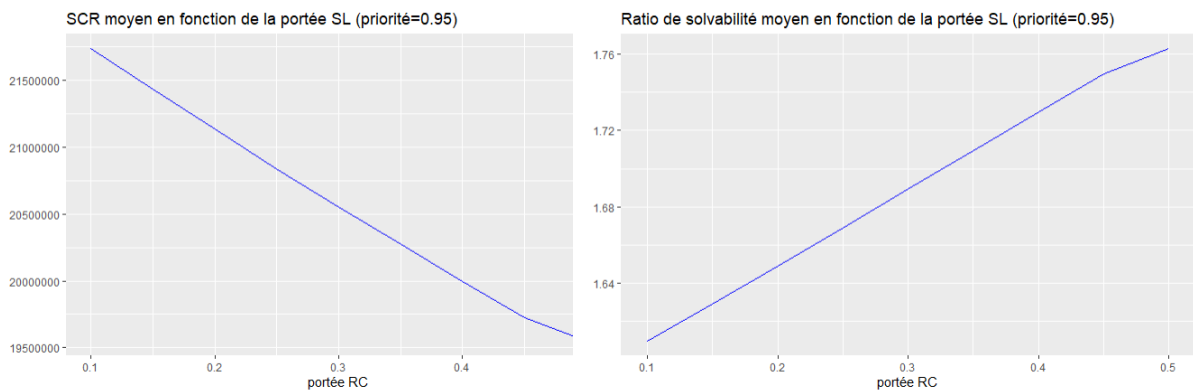


FIGURE 4.14 – Moyenne du SCR et du ratio de solvabilité selon la portée SL de la RC

## Impact sur la rentabilité

L'impact de la couverture Stop-Loss sur le résultat d'assurance IFRS 17 MRH est présenté ci-dessous. Les sensibilités pour le résultat technique en norme française peut être trouvé en annexe C.1, ainsi que pour le résultat des autres lignes d'activité. Les graphiques ci-dessous se lisent de la même manière que précédemment : monter en diagonale de la droite vers la gauche signifie augmenter la couverture de réassurance.

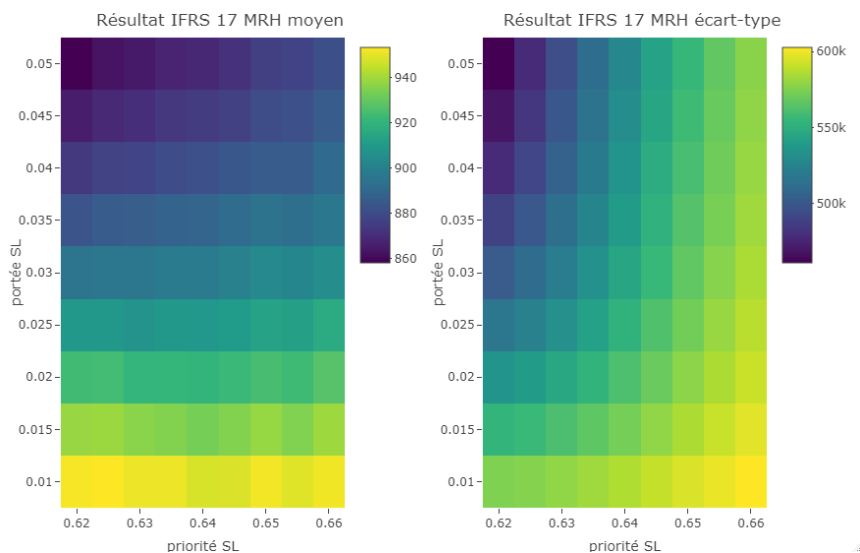


FIGURE 4.15 – Résultat d'assurance IFRS 17 MRH selon la cession SL : moyenne et écart-type

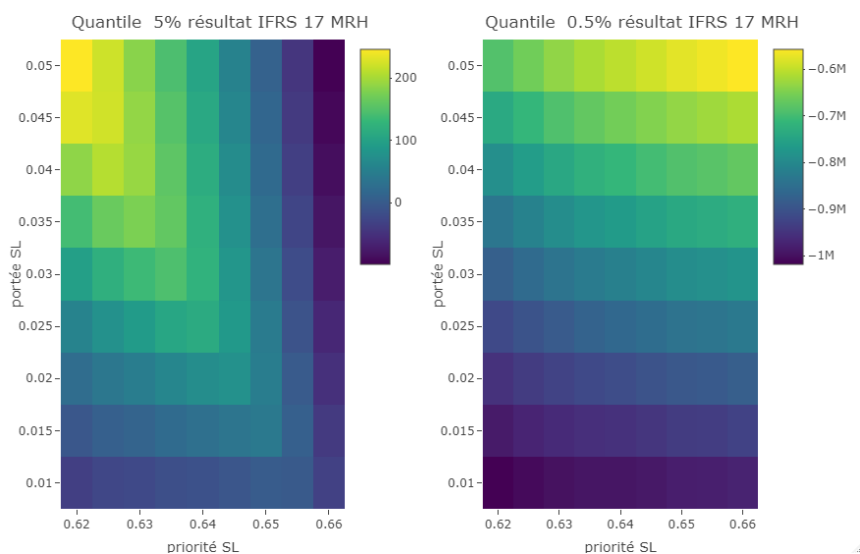


FIGURE 4.16 – Résultat d'assurance IFRS 17 MRH selon la cession SL : quantiles à 5% et 0.5%

Comme pour l'excédent de sinistre, le résultat moyen baisse avec l'augmentation de la couverture de réassurance. En revanche, l'écart-type du résultat est plus élevé pour une faible couverture car l'assureur est moins protégé. L'intérêt du Stop-Loss est justement de lisser le résultat.

Le MRH a la particularité de générer un résultat négatif pour des scénarios très extrêmes, comme on peut l'observer sur le graphique du quantile à 0.5%. On remarque sur la figure 4.17 que la stratégie pour se protéger au mieux n'est pas la même en fonction du quantile considéré. En effet, pour les 5% des pires scénarios, il faut privilégier une portée haute mais une priorité plutôt basse (figure de gauche). Il est nécessaire d'augmenter la priorité pour se couvrir des scénarios encore plus extrêmes (quantile à 0.5% sur la figure de droite).

### 4.3 Risk Adjustment IFRS 17 et couverture de réassurance

Nous souhaitons expliciter dans cette section le lien qui peut exister entre le Risk Adjustment IFRS 17 et la couverture de réassurance. Le Risk Adjustment a été défini comme la couverture supplémentaire au Best Estimate pour se protéger des risques d'incertitude sur les montants et dates de paiement des flux futurs liés aux contrats d'assurance. Ce sont des risques non financiers. Le RA a pour but de couvrir la volatilité de la réalité par rapport au BE, comme illustré ci-dessous pour notre choix de modélisation.

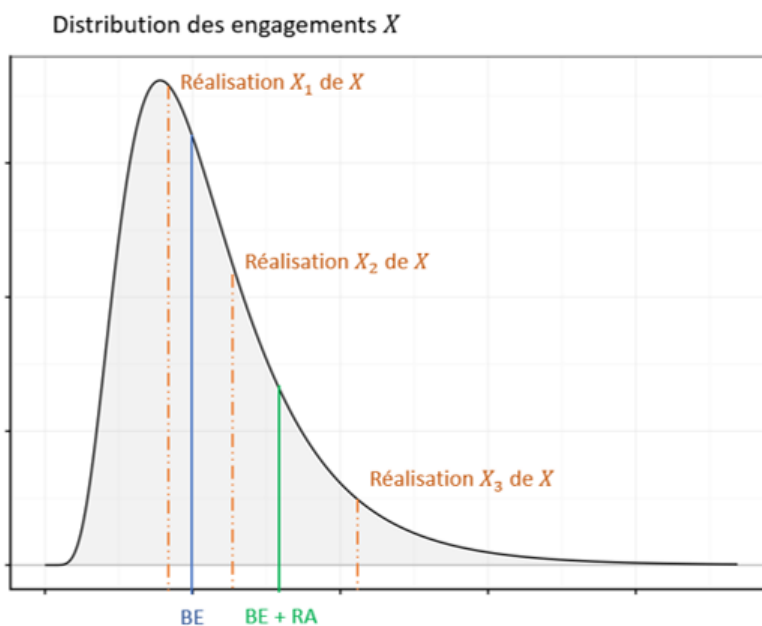


FIGURE 4.17 – RA et distribution des engagements

On distingue trois cas différents de réalisations de la variable  $X$  modélisant la distribution des engagements :

- Réalisation  $X_1$  :  $X_1 \leq BE$ . Le provisionnement du BE suffit pour couvrir les engagements.
- Réalisation  $X_2$  :  $BE < X_1 \leq BE + RA$ . Le provisionnement du RA en plus du BE permet de couvrir les engagements.

— Réalisation  $X_3$  :  $X_3 > BE + RA$ . Le provisionnement du BE et du RA ne suffisent pas pour couvrir les engagements.

Le RA peut donc être vu comme une couverture contre l'aléa de la sinistralité.

De plus, on peut effectuer une comparaison entre le RA et la priorité de l'excédent de sinistre par risque. Pour cela, on raisonne de la manière suivante :

— Le sinistre moyen est représenté par le BE : diviser le BE (de primes) par le nombre de sinistres moyen donne le coût moyen actualisé d'un sinistre. On peut aussi choisir le BE de sinistres auquel on ajoute les montants déjà réglés. L'important est de considérer la charge ultime des sinistres.

— Provisionner le BE ainsi que le RA à un niveau  $\alpha$  revient à se couvrir à ce même niveau des risques énoncés plus haut.

— Le quantile d'ordre  $\alpha$  du coût d'un sinistre est représenté par le BE additionné du RA, le tout divisé par le nombre de sinistres. On note :

$$\frac{BE + RA_\alpha}{N_{sin}} = q_{BE+RA,\alpha}^{sin} \quad (4.4)$$

Pour un niveau de risque  $\alpha$  et avec  $N_{sin}$  le nombre de sinistres pris en charge par le BE.

— Donc l'assureur est déjà couvert par ses propres réserves jusqu'à ce quantile. Or, l'excédent de sinistre protège à partir de la priorité (et jusqu'à la portée). Donc fixer une priorité inférieure à  $q_{BE+RA,\alpha}^{sin}$  revient à se couvrir contre des risques qui sont déjà pris en charge, via les provisions.

La priorité pour un excédent de sinistre pourrait donc être fixée en prenant en considération le RA, brut de réassurance, qui est provisionné par la compagnie. Fixer une priorité à partir de  $q_{BE+RA,\alpha}^{sin}$  permettrait donc de se protéger pour les engagements dépassant les provisions techniques (RA et BE).

## 4.4 Optimisation de la couverture de réassurance

Nous nous proposons dans cette section d'effectuer l'optimisation des couvertures de réassurance selon l'approche expliquée au chapitre 3. Pour rappel, nous déterminons :

- la frontière de Pareto pour le couple d'objectifs
- et l'ensemble des solutions sur cette frontière satisfaisant les contraintes d'appétit au risque.

### 4.4.1 Problème d'optimisation

Nous rappelons les contraintes d'appétit au risque de l'entreprise ainsi que ses objectifs.

- ROE : Le ROE à horizon 5 ans doit être strictement supérieur à 0% dans au moins 90% des scénarios.

$$\text{quantile}_{10\%}(\text{ROE}_5) > 0\% \quad (4.5)$$

- Ratio de solvabilité : Le ratio de solvabilité à horizon 5 ans doit être strictement supérieur à 180% dans au moins 90% des scénarios.

$$\text{quantile}_{10\%}(\text{RS}_5) > 180\% \quad (4.6)$$

- Ratio combiné : Le ratio combiné à horizon 5 ans doit être strictement inférieur à 100% dans au moins 90% des scénarios.

$$\text{quantile}_{90\%}(\text{RC}_5) < 100\% \quad (4.7)$$

- Résultat d'assurance IFRS 17 : l'entreprise souhaite maximiser ses profits sur son activité d'assurance sur l'horizon de projection.
- SCR : l'entreprise souhaite minimiser le montant de fonds propres à immobiliser pour répondre aux exigences réglementaires sur l'horizon de projection.

En intégrant les contraintes aux objectifs selon l'approche expliquée au chapitre 3, le problème d'optimisation est :

$$\min_{\omega \in \Omega} (-f_{\text{resultat}}(\omega), f_{\text{SCR}}(\omega), -g_{\text{ROE}}(\omega), -g_{\text{RS}}(\omega), g_{\text{RC}}(\omega)) \quad (4.8)$$

Avec :

- $f_{\text{resultat}}(\omega) = \text{moyenne}(\text{ResIFRS}_{1:5})$  : moyenne du resultat IFRS 17 sur les 5 ans de projection
- $f_{\text{SCR}}(\omega) = \text{moyenne}(\text{SCR}_{1:5})$  : moyenne du SCR sur les 5 ans de projection
- $g_{\text{ROE}}(\omega) = \text{quantile}_{10\%}(\text{ROE}_5(\omega)) - 0\%$
- $g_{\text{RS}}(\omega) = \text{quantile}_{10\%}(\text{RS}_5(\omega)) - 180\%$
- $g_{\text{RC}}(\omega) = \text{quantile}_{90\%}(\text{RC}_5(\omega)) - 100\%$

Bien que les contraintes d'appétit au risque soient passées en objectifs, pour les raisons données au chapitre 3, il n'y a bien que deux objectifs à proprement parler : le SCR et le résultat.

## 4.4.2 Résultats de l'optimisation

Ci-dessous, la frontière de Pareto obtenue, selon le SCR moyen en abscisse et le résultat d'assurance IFRS 17 moyen en ordonnée. Les solutions respectant l'appétit au risque sont colorées en bleu.

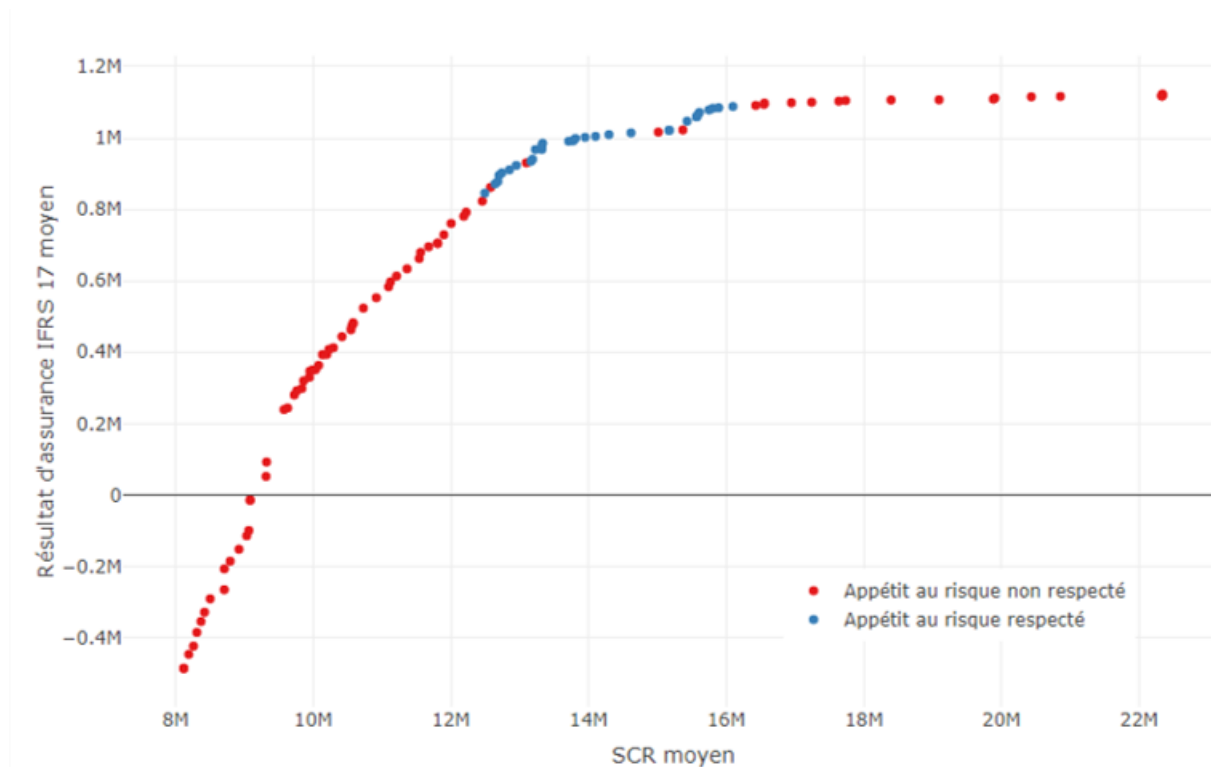


FIGURE 4.18 – Frontière de Pareto

La zone se trouvant au-dessus de la frontière de Pareto n'est pas atteignable. Pour un résultat initial sans réassurance positif (ce qui est le cas ici), diminuer le SCR induit nécessairement une baisse du résultat. Les solutions respectant l'appétit au risque représentent un juste compromis, selon l'entreprise, entre la rentabilité et le risque.

Nous présentons ci-dessous quelques stratégies possibles, ainsi que les valeurs qu'elle donnent sur les objectifs et les contraintes. Le détail des solutions peut être trouvé en annexe C.2. Les couvertures de réassurance appliquées sont notées ainsi :

- QP 10 % : cession en Quote-Part sur la LoB concernée à un taux de cession de 10 %.
- 100k € XS 10k € : couverture en excédent de sinistre, de priorité 10 000€ et de portée 100 000 €.
- 10 % XL 80 % : couverture en stop-loss, de priorité 80 % du ratio S/P et de portée 10% du ratio S/P.

Une cession à 0% en Quote-Part revient à ne pas réassurer la LoB concernée.



N°	Stratégie de réassurance	Objectifs		Contraintes		
		Résultat IFRS	SCR	ROE	Ratio de solvabilité	Ratio combiné
1	Dom. auto : QP 0 %	990 k€	13 712 k€	0,07 %	261,5 %	98,3 %
	RC auto : QP 87 %					
	MRH : QP 0 %					
2	Dom. auto : 6 k€ XS 6 k€	967 k€	13 321 k€	0,01 %	275,9 %	98,3 %
	RC auto : QP 95 %					
	MRH : QP 0 %					
3	Dom. auto : 6,7 % XL 64 %	934 k€	12 973 k€	0,12 %	285,2 %	98,2 %
	RC auto : QP 95 %					
	MRH : QP 8 %					
4	Dom. auto : 7,5 % XL 64 %	1 031 k€	15 184 k€	0,07 %	222,4 %	98,4 %
	RC auto : QP 67 %					
	MRH : QP 0 %					
5	Dom. auto : 4,2 % XL 64 %	1 055 k€	15 441 k€	0,32 %	200,1 %	98,4 %
	RC auto : 15 853 k€ XS 5 k€					
	MRH : QP 4 %					
6	Dom. auto : 9,8 % XL 65,1 %	875 k€	12 652 k€	0,1 %	300,1 %	98,1 %
	RC auto : QP 95 %					
	MRH : 99 k€ XS 4k€					
7	Dom. auto : 23 k€ XS 3 k€	972 k€	13 589 k€	0,16 %	279,7 %	97,8 %
	RC auto : QP 95 %					
	MRH : 3 % XL 64 %					
8	Dom. auto : 6,7 % XL 64 %	1 065 k€	15 601 k€	0,62 %	196,2 %	97,9 %
	RC auto : 15 126 k€ XS 5 k€					
	MRH : 11 % XL 64 %					

On constate que :

- Dommage auto : les couvertures auxquelles aboutit l'algorithme sont principalement des Stop-Loss à portée modérée, ou l'absence de réassurance. Le Stop-Loss est peu coûteux pour cette LoB et permet de se protéger d'un pic de sinistralité (en sévérité ou en fréquence). Bien que le dommage modélisé soit une ligne d'activité moins risquée par rapport aux deux autres, l'assureur n'est pas à l'abri d'une sinistralité extrême. Une cession en Quote-Part n'est pas intéressante sur cette ligne, ce qui confirme ce que nous avons déduit des sensibilités : l'assureur céderait alors une part trop conséquente de son résultat.
- RC auto : les couvertures de réassurance préconisées sont importantes. On privilégie des Quote-Part à des taux de cession élevés ou des excédents de sinistre à portée importante. Une couverture importante sur cette LoB est la manière la plus efficace d'augmenter le ratio de solvabilité comme on l'a vu lors de l'étude de sensibilité. Cela permet de plus d'augmenter le quantile à 10% du ROE. La portée très importante du XS est cohérente avec ce qui se fait en pratique sur cette ligne d'activité. L'entreprise est ainsi couverte contre les sinistres extrêmes.
- MRH : de même que pour le dommage auto, il n'est pas intéressant de céder une part importante de cette LoB pour l'assureur. Les taux de cession observés sur les résultats des Quote-Part sont faibles (moins de 10%). Les traités XS ou le SL semblent plus appropriés car une part plus faible du résultat moyen est cédée et ils protègent mieux contre

les pics de sinistralité.

Les quantiles à 10% du ratio de solvabilité trouvés sont globalement élevés quand on sait que le ratio moyen se situe autour de 270-280% pour les assureurs non-vie français [2]. L'algorithme d'optimisation aboutit à des stratégies que l'on peut qualifier d'averses au risque. Par ailleurs, nous remarquons que les priorités des traités XS et SL paraissent plutôt basses.

## Étude d'une solution

Nous supposons que le décideur préfère la solution qui maximise la quantile à 10% du ROE et qu'il choisit donc la stratégie numéro 8, c'est à dire :

- Dommages auto : 6,7% XL 64%
- RC auto : 15 126 k€ XS 5000€
- MRH : 11 % XL 64 %

Nous nous intéressons de plus près aux priorités et portées obtenues et les comparons à la sinistralité. En effet, les priorités obtenues semblent basses et nous tentons de rationaliser et d'expliquer ce phénomène.

- Excédent de sinistre : Nous affichons ci-dessous l'histogramme des sinistres en RC obtenu sur toutes les simulations de sinistralité (soit 5000). Cet histogramme est tronqué à 15 000 € pour des soucis d'affichage.

Le seuil de 5000 correspond à un quantile à 91 % des sinistres. Avec une portée de

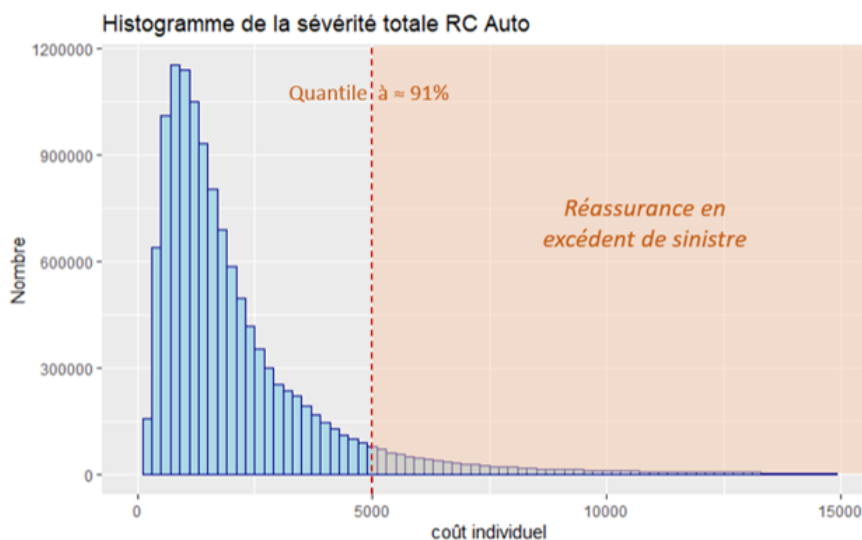


FIGURE 4.19 – Sinistres RC et application d'un XS

15M€, tous les sinistres simulés sont couverts. Finalement, la priorité de l'excédent de sinistre est assez cohérente avec nos données fictives et avec les quantiles fixés sur les contraintes d'appétit au risque. Ainsi, le traité couvre environ 9% des sinistres de la LoB RC auto.

- Stop-Loss : Nous affichons ci-dessous les histogrammes du ratio S/P en dommage auto et en MRH obtenus sur toutes les simulations de sinistralité (soit 5000).

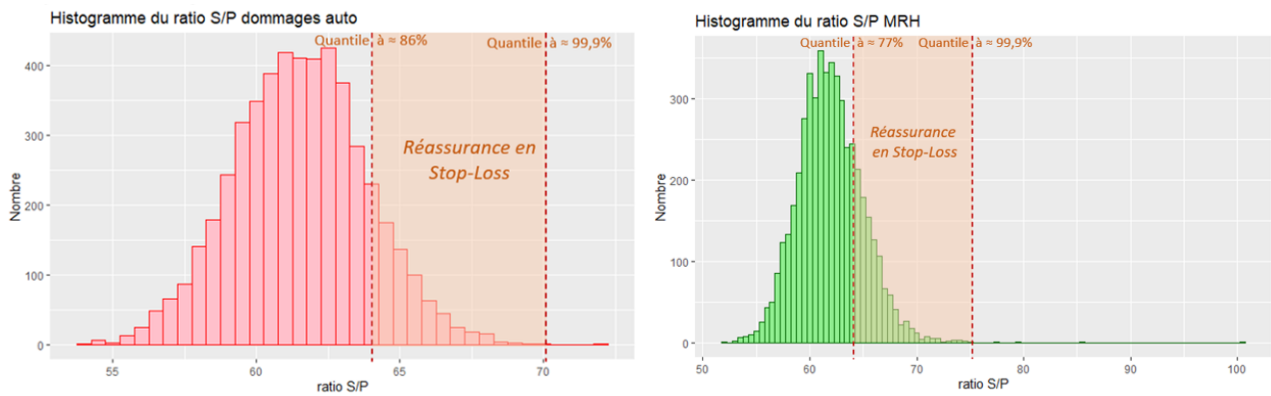


FIGURE 4.20 – Ratio S/P dommages auto et MRH et application d’un SL

En dommage auto, la priorité de 64% équivaut à un déclenchement du traité stop-loss 14 fois sur 100 (quantile à 86% de la distribution du ratio S/P). En MRH, la priorité de 64% équivaut à un déclenchement du traité stop-loss 23 fois sur 100 (quantile à 77% de la distribution du ratio S/P). Ces priorités ne sont pas aberrantes quand elles sont comparées aux ratios S/P simulés, mais nous admettons qu’elles sont légèrement en dessous de ce à quoi on pourrait s’attendre. Une hausse de la prime de risque sur le stop-loss permettrait de rendre le traité plus cher. Ainsi, il serait moins intéressant pour l’assureur de l’appliquer dès une priorité basse à cause de la cession plus élevée d’une partie de son résultat. L’optimisation aboutirait alors à des priorités plus hautes.

Finalement, nous justifions les priorités peu élevées observées dans les résultats principalement par deux éléments :

- Une définition de l’appétit au risque sur des quantiles plus extrêmes que 90%/10% aurait probablement donné des résultats plus en phase avec les couvertures de réassurance réellement appliquées par les assureurs. En effet, les assureurs s’intéressent surtout à leurs queues de distribution quand ils choisissent leur stratégie de réassurance. Cependant, au vu du nombre restreint de simulations donc nous disposons, étudier des quantiles à par exemple 99%/1% donnerait des résultats peu fiables. L’idéal serait d’augmenter le nombre de simulations, en adaptant si besoin la modélisation pour que les calculs se fassent en un temps raisonnable. Un proxy sur la charge attritionnelle serait une bonne piste.
- Par ailleurs, nous rappelons que la sinistralité n’a pu être calibrée sur des données réelles car nous n’en disposons pas. Une calibration sur données réelles et sur un plus gros portefeuille permettrait d’obtenir des résultats logiquement plus proches de ce que l’on observe en réalité sur les couvertures de réassurance. La modélisation reste fictive et a surtout permis de tester le bon fonctionnement de l’algorithme et la cohérence des résultats au vu de cette modélisation.

Nous projetons le SCR, le ratio de solvabilité, le ROE et le résultat d’assurance IFRS 17 en scénario central (i.e scénario moyen) selon la stratégie sélectionnée et la stratégie sans réassurance.

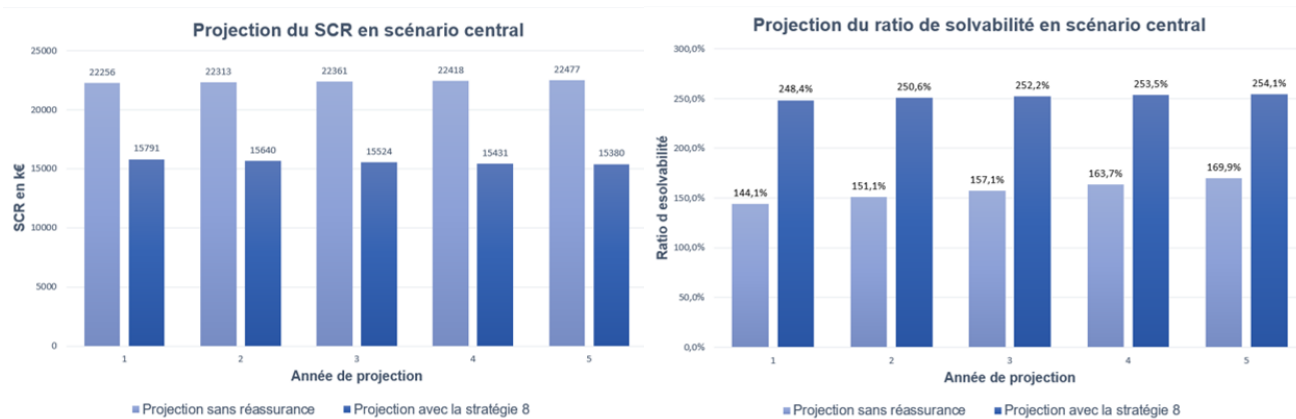


FIGURE 4.21 – Projection du SCR et du ratio de solvabilité en scénario central

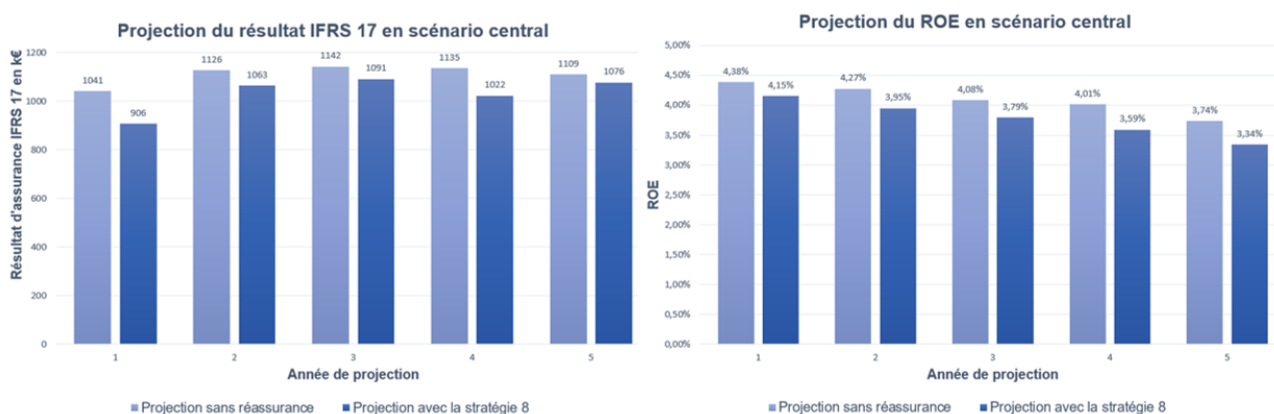


FIGURE 4.22 – Projection du résultat IFRS 17 et du ROE en scénario central

Avec la stratégie de réassurance, le ratio de solvabilité augmente considérablement et se situe aux alentours de 250%. Cela est cohérent avec les ratios de solvabilité observés sur le marché de l'assurance non-vie en France. En contrepartie, le résultat d'assurance baisse légèrement, ainsi que le ROE.

Nous avons pu mettre en évidence les avantages de la réassurance et ses capacités à amener une entreprise dans ses contraintes d'appétit au risque. Nous avons mis en place un algorithme permettant de trouver l'ensemble des solutions Pareto-optimales et respectant les contraintes de l'entreprise. Cet algorithme peut se généraliser à d'autres problèmes d'optimisation : on peut chercher à optimiser d'autres objectifs sous d'autres contraintes pour d'autres types de compagnies d'assurance.

# Conclusion

Nous avons modélisé une compagnie IARD évoluant dans un environnement multinorme French GAAP, Solvabilité 2 et IFRS 17, qui constituera bientôt le contexte réglementaire de certaines entreprises d'assurance françaises. Nous avons étudié l'application de différentes couvertures de réassurance composées de traités quote-part, excédent de sinistre et stop-loss. Les études de sensibilités d'indicateurs de pilotage de la compagnie à ces couvertures de réassurance ont permis de mieux comprendre les impacts des traités et de dégager des tendances concernant les traités les plus intéressants.

Cette étude préliminaire au travail d'optimisation s'est révélée également complémentaire afin d'interpréter les résultats. L'algorithme NSGA-II implémenté a permis de reconstituer la frontière de Pareto d'un espace à deux objectifs. Il pourrait être appliqué à un espace de plus grande dimension en considérant plus d'objectifs. Nous nous sommes limités à deux objectifs afin de faciliter la visualisation de la frontière et l'interprétation des résultats. Cet algorithme nous a permis d'obtenir des combinaisons de traités de réassurance optimales pour répondre aux objectifs de la compagnie tout en satisfaisant ses contraintes d'appétit au risque. Les résultats auxquels nous avons abouti ne constituent néanmoins pas une généralité, la modélisation de l'entreprise et des traités ayant un rôle déterminant dans la recherche des solutions. Une étude de la sensibilité des solutions aux paramètres de modélisation permettrait d'ailleurs de mesurer ce phénomène.

La possibilité de combiner des traités de réassurance par tranche sur la même ligne d'activité a été implémentée dans l'algorithme, mais l'étude n'a pas été approfondie, faute de temps. Cela augmenterait considérablement l'espace de décision et ouvrirait le champ à des alternatives intéressantes. L'application d'un traité en excédent de sinistre sur un quote-part est par exemple une combinaison utilisée par les assureurs. Il serait alors nécessaire d'adapter l'approche d'optimisation afin de traiter ce problème de complexité accrue et dont le temps de résolution serait considérablement plus long.

Il est important de noter que la réassurance reste une relation commerciale, que des négociations ont lieu entre l'assureur et le réassureur et que ce dernier a également un appétit au risque. Les solutions trouvées doivent être confrontées au marché. Il serait d'ailleurs aisé d'intégrer des contraintes extérieures (comme celles du réassureur) au programme d'optimisation.

Finalement, l'algorithme implémenté permet de modéliser des entreprises variées en modifiant les paramètres en input. IFRS 17 est intégré à notre modélisation, l'environnement réglementaire est entièrement pris en compte et la projection donne une vision complète de la situation future probable de l'entreprise. Il est de plus possible d'étudier les effets de l'application de couvertures de réassurance et d'optimiser la stratégie de réassurance sur d'autres modélisation d'entreprise et avec d'autres ensembles d'objectifs et de contraintes.

# Bibliographie

- [1] *Solvabilité 2*. ACPR. 2019. URL : <https://acpr.banque-france.fr/europe-et-international/assurances/reglementation-europeenne/solvabilite-ii>.
- [2] *La situation des assureurs soumis à Solvabilité II en France au premier semestre 2020*. Analyses et synthèses. ACPR. 2020.
- [3] *IFRS 17 Contrats d'assurance*. 2017.
- [4] Robin AIZAC. *Les composantes de la formation du résultat sous IFRS 17*. 2020.
- [5] Renaud BAILLY et NICOLAS GEMIN. *IFRS 17 : interprétation de la norme, premiers résultats et leviers de pilotage pour un portefeuille dommages*. 2019.
- [6] Virgile SALMON. *Méthodes de détermination du taux d'actualisation dans le cadre de la norme IFRS 17*.
- [7] *Règlement délégué Solvabilité 2*. Journal officiel de l'Union européenne. 2014.
- [8] *Document d'orientations ORSA*. Institut des Actuaire. 2014.
- [9] V.Ramesh Naik Y.PRATHYUSHA et Y.NEERAJA. *Over view of Enterprise Risk Management*. International Journal of Science Technology et Management. 2017.
- [10] Xavier AGENOS. *Appétit pour le risque et gestion stratégique d'une société d'assurance non-vie*. 2006.
- [11] Jon DANIELSSON et Casper G. DE VRIES. *Value-at-Risk and Extreme Returns*. 1997.
- [12] *L'assurance française, données clés 2020*. FFA. 2021.
- [13] *Le marché de l'assurance automobile des particuliers en 2020*. FFA. 2020.
- [14] Mehdi ECHCHELH. *Approche multicritère du pilotage stratégique en assurance IARD*. 2019.
- [15] Romain BOYER CHAMMARD. *Processus de surveillance et de majoration des contrats flottes d'entreprise d'AXA France*. 2008.
- [16] Pierre-Olivier GOFFARD. *Modélisation Charge Sinistre M2 Actuariat*. Université de Lyon 1 - ISFA. 2019.
- [17] Mathieu POULIN. *Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance non proportionnels non-vie*. 2012.
- [18] Julien Le BORGNE Oriane YVEN Raphaël KOUASSI et ROMAIN MENIER. *Optimisation de la couverture de réassurance pour une compagnie non-vie*. 2017.
- [19] *Orientations sur l'application d'ententes de cession en réassurance au sous-module risque de souscription en non vie*. EIOPA.
- [20] *Risk free interest rate term structures*. EIOPA. URL : [https://www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures\\_en](https://www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures_en).
- [21] Giacomo PLACHESI. *Stratégie de pilotage de la marge de sécurité en assurance non-vie*. 2016.

- [22] *Le risque opérationnel, un nouveau challenge pour l'actuaire*. Institut des Actuaires. 2016.
- [23] Marion VELUT. *Enjeux et modélisation de l'ajustement pour risque sous la norme IFRS 17*. 2018.
- [24] Tachfine EL ALAMI. *Risk Adjustment : Techniques d'évaluation et adaptation des calculs Solvabilité II*. 2020.
- [25] Carlos A. COELLO. *An Updated Survey of GA-Based Multiobjective Optimization Techniques*. Laboratorio Nacional de Informática Avanzada. 2000.
- [26] Ingo OESTERREICHER Frank SCHLOTTMANN Andreas MITSCHLE et Detlef SEESE. *Comparison of Multi-Objective Evolutionary Algorithms in Optimizing Combinations of Reinsurance Contracts*. 2006.
- [27] Aravin SESHADRI. *A fast elitist multiobjective genetic algorithm : NSGA-II*.

# Table des figures

1.1	Bilan comptable en norme française . . . . .	22
1.2	Compte de résultat en norme française . . . . .	22
1.3	Bilan solvabilité II . . . . .	26
1.4	Modèle BBA IFRS 17 . . . . .	29
1.5	Modèle PAA IFRS 17 . . . . .	29
1.6	Compte de résultat sous IFRS 17 en PAA . . . . .	30
2.1	Boxplot dommages auto . . . . .	42
2.2	Histogramme dommages auto . . . . .	42
2.3	Boxplot RC Auto (attritionnels) . . . . .	43
2.4	Histogramme RC Auto (attritionnels) . . . . .	43
2.5	Boxplot RC Auto (atypiques) . . . . .	44
2.6	Histogramme RC Auto (attritionnels + atypiques) . . . . .	44
2.7	Boxplot MRH (attritionnels) . . . . .	45
2.8	Histogramme MRH (attritionnels) . . . . .	45
2.9	Boxplot MRH (atypiques) . . . . .	45
2.10	Histogramme MRH (attritionnels + atypiques) . . . . .	45
2.11	Application d'un quote-part . . . . .	48
2.12	Application d'un excédent de sinistre . . . . .	49
2.13	Application d'un stop-loss . . . . .	51
2.14	Modèle de projection . . . . .	52
2.15	Courbes de taux forward d'après la courbe 12/2020 . . . . .	53
2.16	Formule standard Solvabilité 2 . . . . .	56
2.17	Primes prises en compte dans le BE de primes Solvabilité 2 . . . . .	60
2.18	RA IFRS 17 : distribution des engagements . . . . .	63
3.1	Frontière de Pareto dans un espace 2D . . . . .	70
3.2	Algorithme NSGA II . . . . .	74
3.3	Sélection des individus selon la frontière de Pareto et la <i>crowding-distance</i> . . . . .	75
3.4	Illustration de la frontière de Pareto obtenue et des solutions satisfaisant les contraintes d'appétit au risque. . . . .	77
3.5	Méthode d'optimisation des paramètres qualitatifs . . . . .	78
4.1	Provisions techniques initiales sous les trois normes . . . . .	81
4.2	Projection des fonds propres sur 5 ans selon différents scénarios . . . . .	82
4.4	SCR en fonction du taux de cession en Quote-Part . . . . .	85
4.6	Résultat technique en fonction du taux de cession Quote-Part . . . . .	86
4.7	Sensibilité de la moyenne et du quantile à 10% du ratio de solvabilité . . . . .	87
4.8	Sensibilité du quantile à 10% du ROE . . . . .	88
4.9	Moyenne du SCR et du ratio de solvabilité selon la portée XS de la RC . . . . .	88
4.10	Moyenne du SCR et du ratio de solvabilité selon la priorité XS de la RC . . . . .	89



4.11	Quantile à 10% du ROE selon la portée XS de la RC . . . . .	89
4.12	Résultat technique français MRH selon la cession XS : moyenne, quantile à 5% et écart-type . . . . .	90
4.13	Résultat d'assurance IFRS 17 MRH selon la cession XS : moyenne, quantile à 5% et écart-type . . . . .	90
4.14	Moyenne du SCR et du ratio de solvabilité selon la portée SL de la RC . . . . .	91
4.15	Résultat d'assurance IFRS 17 MRH selon la cession SL : moyenne et écart-type	92
4.16	Résultat d'assurance IFRS 17 MRH selon la cession SL : quantiles à 5% et 0.5%	92
4.17	RA et distribution des engagements . . . . .	93
4.18	Frontière de Pareto . . . . .	96
4.19	Sinistres RC et application d'un XS . . . . .	98
4.20	Ratio S/P dommages auto et MRH et application d'un SL . . . . .	99
4.21	Projection du SCR et du ratio de solvabilité en scénario central . . . . .	100
4.22	Projection du résultat IFRS 17 et du ROE en scénario central . . . . .	100
B.1	Etude de l'impact de la commission sur le dommages Auto . . . . .	110
B.2	Etude de l'impact de la commission sur le MRH . . . . .	111
B.3	Etude de l'impact de la commission sur la RC auto . . . . .	112
B.4	Etude de la prime de risque XS sur le dommages auto (1) . . . . .	113
B.5	Etude de la prime de risque XS sur le dommages auto (2) . . . . .	113
B.6	Etude de la prime de risque XS sur la RC auto (1) . . . . .	114
B.7	Etude de la prime de risque XS sur la RC auto (2) . . . . .	114
B.8	Etude de la prime de risque XS sur le MRH (1) . . . . .	115
B.9	Etude de la prime de risque XS sur le MRH (2) . . . . .	115
B.10	Etude de la prime de risque SL sur le dommage auto (1) . . . . .	116
B.11	Etude de la prime de risque SL sur le dommage auto (2) . . . . .	116
B.12	Etude de la prime de risque SL sur la RC auto (1) . . . . .	117
B.13	Etude de la prime de risque SL sur la RC auto (2) . . . . .	117
B.14	Etude de la prime de risque SL sur le MRH (1) . . . . .	118
B.15	Etude de la prime de risque SL sur le MRH (2) . . . . .	118
C.1	Impact du taux de cession Quote Part du dommage auto sur le résultat d'assu- rance de la ligne . . . . .	123
C.2	Résultat technique français selon la cession QP (moyenne et quantile à 5%) . . .	123
C.3	Résultat IFRS 17 français selon la cession QP (moyenne et quantile à 5%) . . .	124
C.4	Résultat technique français dommages auto selon la cession XS : moyenne, quan- tile à 5% et écart-type . . . . .	125
C.5	Résultat technique français RC auto selon la cession XS : moyenne, quantile à 5% et écart-type . . . . .	125
C.6	ROE moyen et quantile à 5% selon la priorité dommages auto . . . . .	126
C.7	Ratio de solvabilité et SCR moyen selon la priorité dommages auto . . . . .	126
C.8	SCR et ROE moyen selon la portée MRH . . . . .	126
C.9	SCR et ratio de solvabilité moyen selon la portée MRH . . . . .	127
C.10	Résultat d'assurance IFRS 17 dommages auto selon la cession SL : moyenne et écart-type . . . . .	127
C.11	Résultat technique dommages auto selon la cession SL : quantiles à 5% et 0.5% .	127
C.12	Résultat technique RC auto selon la cession SL : moyenne et écart-type . . . . .	128
C.13	Résultat technique RC auto selon la cession SL : quantiles à 5% et 0.5% . . . . .	128
C.14	Résultat technique MRH selon la cession SL : moyenne et écart-type . . . . .	129
C.15	Résultat technique MRH selon la cession SL : quantiles à 5% et 0.5% . . . . .	129

# Liste des abréviations

**BE** : *Best Estimate*. Meilleure Estimation.

**BGS** : Besoin Global de Solvabilité.

**BSCR** : *Basic Solvency Capital Requirement*. Capital de solvabilité requis de base.

**ERM** : *Enterprise Risk Management*. Gestion du risque d'entreprise.

**LIC** : *Liability for Incurred Coverage*. Responsabilité pour la couverture encourue.

**LoB** : *Line of Business*. Ligne d'activité Solvabilité 2.

**LRC** : *Liability for Remaining Coverage*. Responsabilité pour la couverture restante.

**MCR** : *Minimum Capital Requirement*. Capital minimum requis.

**MRH** : Multi-risques Habitation.

**PPNA** : Provision pour Primes non Acquisées.

**PREC** : Provision pour Risques En Cours.

**PSAP** : Provision pour Sinistres A Payer.

**QP** : Quote-Part.

**RA** : *Risk Adjustment*. Ajustement du risque IFRS 17.

**RC** : Responsabilité Civile.

**RM** : *Risk Margin*. Marge de risque Solvabilité 2.

**ROE** : *Return On Equity*. Rendement des capitaux propres.

**SCR** : *Solvency Capital Requirement*. Capital de solvabilité requis.

**SL** : *Stop-Loss*. Excédent de perte.

**S/P** : Ratio Sinistres sur Primes

**XS** : Excédent de Sinistre

# Annexe A

## Réglementation

### A.1 Marge de solvabilité en comptabilité française

En norme française, la marge de solvabilité est calculée de la manière suivante :

- Les primes nettes de taxe et de réassurance sont divisées en deux tranches allant jusqu'à 50M€ et au-delà. Des fractions de respectivement 18% et 16% sur ces deux tranches sont additionnées. On multiplie ensuite le chiffre obtenu par le maximum entre 50% et le rapport entre le montant des sinistres demeurant à la charge de l'entreprise après cessions en réassurance et le montant des sinistres bruts. Il y a ainsi une prise en compte de la réassurance.
- La charge moyenne annuelle des sinistres bruts est divisée en deux tranches allant jusqu'à 35M€ et au-delà. Des fractions de respectivement 26% et 23% sont calculées sur ces deux tranches et additionnées. Le chiffre obtenu est multiplié par le même rapport qu'au point précédent.
- On retient le montant maximal des deux montants précédents.

### A.2 Fonds propres éligibles Solvabilité 2

Les fonds propres éligibles Solvabilité 2 sont définis par l'Autorité de Contrôle Prudenciel ainsi :

Les fonds propres sont les ressources à disposition d'un organisme. Sous Solvabilité 2, les fonds propres sont économiques et sont divisés entre les fonds propres de base et les fonds propres auxiliaires.

- Fonds propres de base : différence entre les actifs et les passifs, augmentée des dettes subordonnées.
- Fonds propres auxiliaires : éléments de fonds propres qui peuvent être appelés pour absorber des pertes. Lorsque c'est le cas, ils sont assimilés à un actif et cessent de faire partie des fonds propres auxiliaires. Ils requièrent une autorisation du superviseur afin d'être utilisés ainsi. Ils sont notamment constitués de la fraction non versée du capital social ou le fond initial qui n'a pas été appelé, des lettres de crédit et des garanties etc.

Les fonds propres sont par ailleurs classés en 3 catégories, les "Tiers". Le classement dans une catégorie de Tier se fait en fonction de la qualité des fonds, qui est évaluée selon leur disponibilité, leur degré de subordination et leur durée.

	Fonds propres de base	Fonds propres auxiliaires
Qualité élevée	Tier 1	Tier 2
Qualité moyenne	Tier 2	Tier 3
Qualité faible	Tier 3	-

Lors de la mise en application de Solvabilité 2, les exigences de fonds propres pour la constitution du MCR et du SCR sont les suivantes :

- Au moins 50% de T1 pour le SCR et 80% pour le MCR
- Moins de 15% de T3 pour le SCR
- La somme de T1 et T2 doit être supérieure au MCR

La grande majorité des fonds propres des entreprises en 2010 sont des fonds propres de base (99,6%) et plus spécifiquement du Tier 1 (93,6%).

### A.3 Déclinaison de l'appétit au risque

Une fois que l'appétit au risque est défini de manière globale, il est souvent nécessaire d'avoir une méthode afin de le décliner et de l'allouer et de définir des limites de tolérance par catégorie de risque. La définition des limites de tolérance au risque par catégorie de risque doit respecter l'appétit au risque global. Il existe plusieurs méthodes mathématiques afin de faire cela, mais on notera qu'en pratique, les chefs d'entreprise peuvent avoir certaines préférences et décider d'allouer plus ou moins de risques à telle catégorie. Nous sommes dans une problématique d'allocation du risque ou la somme du risque de chaque catégorie est inférieure au risque global. Les effets de diversification doivent donc être répartis. Certaines méthodes populaires sont présentées ci-dessous :

- Méthode proportionnelle : Les effets de diversification sont alloués de manière proportionnelle au risque représenté par chaque catégorie individuellement. Le risque  $\tilde{\rho}(X_k)$  alloué à la catégorie  $k$  est donc :

$$\tilde{\rho}(X_k) = \frac{\rho(X_k)}{\sum_{k' \in \mathbf{K}} \rho(X_{k'})} \cdot \rho(X_{\mathbf{K}})$$

Avec  $\rho(X_k)$  le risque de la catégorie  $k$  seule et  $\tilde{\rho}(X_{\mathbf{K}})$  le risque global.

- Méthode marginale : Les effets de la diversification sont alloués selon l'impact marginal de chaque module au risque global.

$$\tilde{\rho}(X_k) = \frac{\rho(X_k) - \rho(X_{\mathbf{K} \setminus k})}{\sum_{k' \in \mathbf{K}} (\rho(X_{k'}) - \rho(X_{\mathbf{K} \setminus k'}))} \cdot \rho(X_{\mathbf{K}})$$

$\rho(X_{\mathbf{K} \setminus k})$  étant le risque global en excluant la catégorie  $k$  et  $\rho(X_k) - \rho(X_{\mathbf{K} \setminus k})$  étant donc l'impact marginal du risque  $k$  sur le risque global.

- Méthode d'Euler : La méthode d'Euler est une méthode continue : en supposant les segments fractionnables, elle alloue le risque selon l'impact marginal infinitésimal de chaque catégorie sur le risque global. On suppose que l'on peut écrire  $X_{\mathbf{K}} = \sum_{k \in \mathbf{K}} u_k X_k$  avec  $u_k \in \mathbb{R}$  et :

$$\tilde{\rho}(X_k) = \lim_{u_k \rightarrow 0} \frac{\rho(X_{\mathbf{K}}) - \rho(X_{\mathbf{K}} - u_k X_k)}{u_k}$$

# Annexe B

## Modélisation

### B.1 Sinistralité

On rappelle qu'on a pour la modélisation de la sinistralité :

$$S^i = \sum_{k=1}^{N_1^i} X_k^i + \sum_{j=1}^{N_2^i} Y_j^i \quad (\text{B.1})$$

$$\text{Fréquence attritionnelle : } N_1^i \sim \text{BinN}(p_i, n_i) \quad \forall i \quad (\text{B.2})$$

$$\text{Sévérité attritionnelle : } X_k^i \sim \text{LogN}(\mu_i, \sigma_i) \quad \forall i, k \quad (\text{B.3})$$

$$\text{Fréquence atypique : } N_2^i \sim P(\lambda_i) \quad \forall i \quad (\text{B.4})$$

$$\text{Sévérité atypique : } Y_j^i \sim \text{GPD}(\mu'_i, \sigma'_i, \xi_i) \quad \forall i, j \quad (\text{B.5})$$

$$(\text{B.6})$$

Le calcul des paramètres de loi nécessite les statistiques suivantes :

- Pour la fréquence attritionnelle : moyenne  $f_{m,i}$  et écart-type  $f_{std,i}$  en pourcentage du nombre de contrats  $N_i$ .
- Pour la sévérité attritionnelle : moyenne  $s_{m,i}$  et écart-type  $s_{std,i}$  en €.
- Pour la fréquence atypique : moyenne  $F_i$  en pourcentage du nombre de contrats  $N_i$ .
- Pour la sévérité atypique :  $\mu'_i$  (seuil) ,  $\sigma'_i$  (échelle) et  $\xi_i$  (forme).

Il est en effet plus naturel de visualiser une sévérité en fonction de sa moyenne et de son écart-type que directement en fonction des paramètres de la loi log-normale. Ces statistiques permettent ensuite de déduire les paramètres des lois précédentes :

$$\begin{cases} p_i = (f_{m,i}/100 \cdot N_i)/(N_i \cdot f_{std,i}/100)^2 \\ n_i = (N_i \cdot f_{m,i}/100 \cdot p)/(1 - p) \\ \sigma_i = \sqrt{\ln(1 + s_{std,i}^2/s_{m,i}^2)} \\ \mu_i = \ln(s_{m,i}) - 1/2 \cdot \sigma_i^2 \\ \lambda_i = F_i \cdot N_i \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

## B.2 Tarification de la réassurance

La tarification fait l'objet d'études statistiques mais aussi de décisions stratégiques. Nous présentons ici les choix qui ont été faits afin de tarifer simplement la réassurance. La tarification fait en réalité l'objet d'études plus complexes.

### Prime du Quote-Part

La commission de réassurance du Quote-Part fait appel à un paramètre  $\rho$ . Nous rappelons que le but de la commission est de tenir compte des frais engagés par l'assureur dans les primes cédées. Afin de fixer le juste paramètre  $\rho$  qui prend correctement en compte les frais de l'assureur, nous traçons le ratio combiné conservé de l'assureur pour différents taux de cession. Le ratio combiné conservé (ou net de réassurance) est défini par :

$$RC_{net} = \frac{\text{Sinistres}_{net} + \text{Frais}}{\text{Primes}_{net}} \quad (\text{B.8})$$

La commission est indépendante du taux de cession.

Ci-dessous, les résultat pour le dommages Auto. la juste commission est celle qui permet d'obtenir un ratio combiné net égal au ratio combiné brut (ligne noire). On fixe donc  $\rho$  à 0,8. En choisissant  $\rho$  en dessous de 0,8 le traité serait à l'avantage du réassureur car il ne participerait pas assez aux frais. Au-delà, l'avantage reviendrait à l'assureur qui recevrait plus de commissions que les frais réellement engagés (relativement au périmètre de primes cédées).

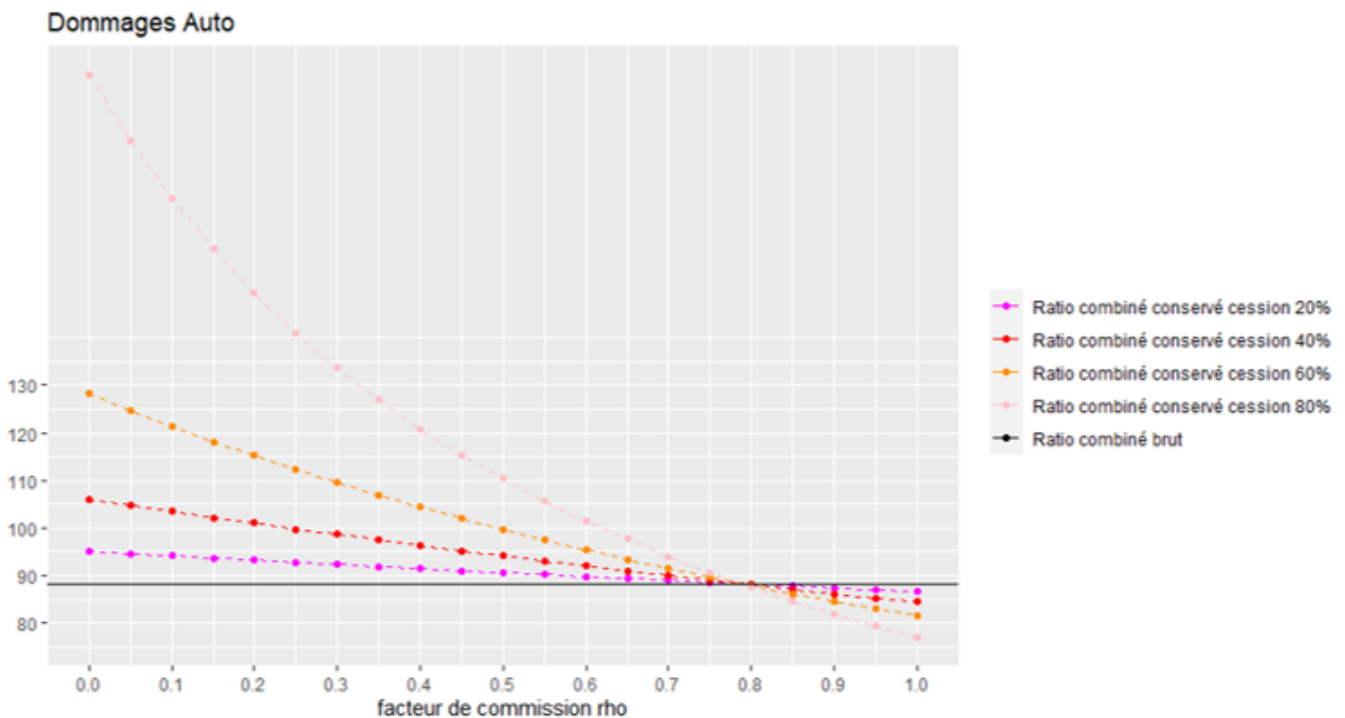


FIGURE B.1 – Etude de l'impact de la commission sur le dommages Auto

Ci-dessous, le même graphique mais pour le MRH nous permet de fixer la commission à 0,85.

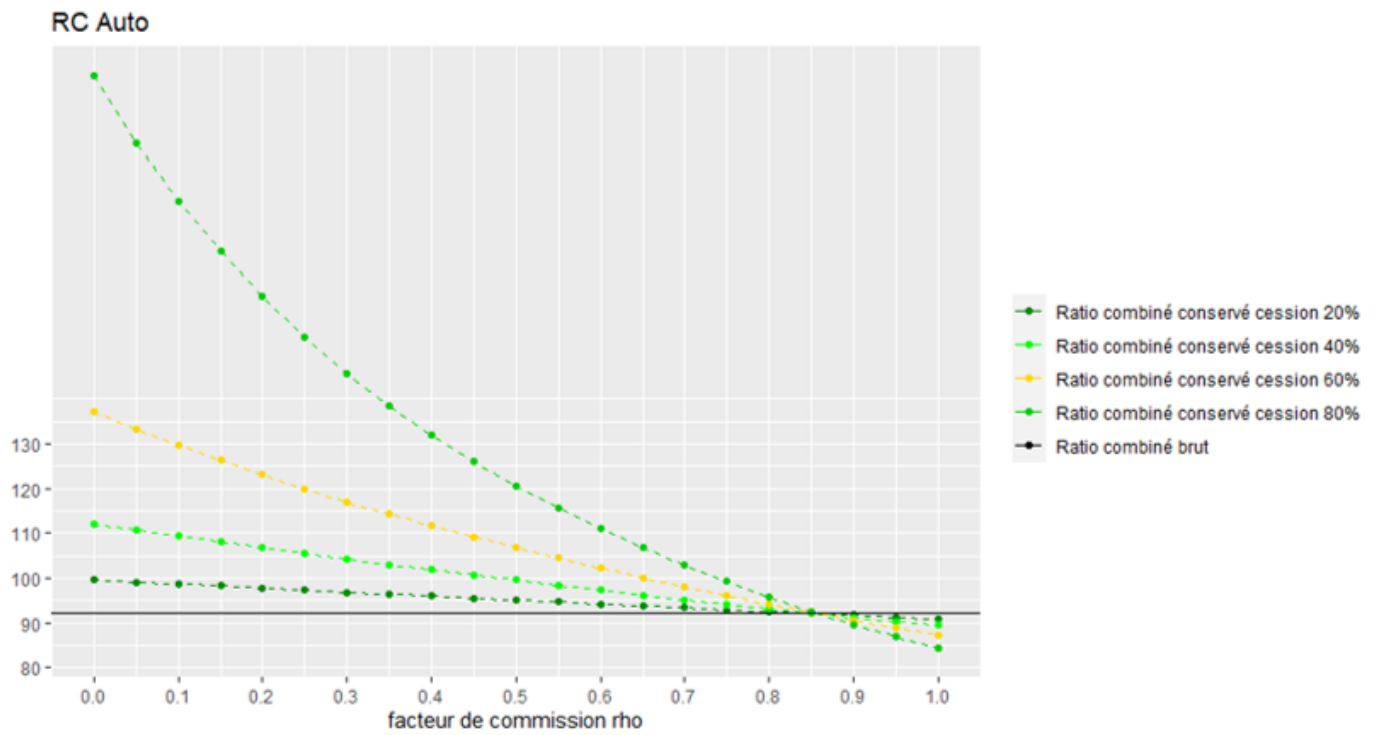


FIGURE B.2 – Etude de l'impact de la commission sur le MRH

La RC est un cas particulier car pour que le réassureur prenne à sa charge une partie "juste" des frais, il faudrait fixer le coefficient  $\rho$  au-delà de 1. Le réassureur accepterait donc de faire des pertes. Dans ce cas, le résultat inévitable de l'optimisation serait que l'assureur céderait 100% de la LoB RC. Cela est dû au caractère déficitaire de la RC. Nous faisons l'hypothèse que le réassureur n'accepte pas un coefficient de commission au-delà de 0,9.

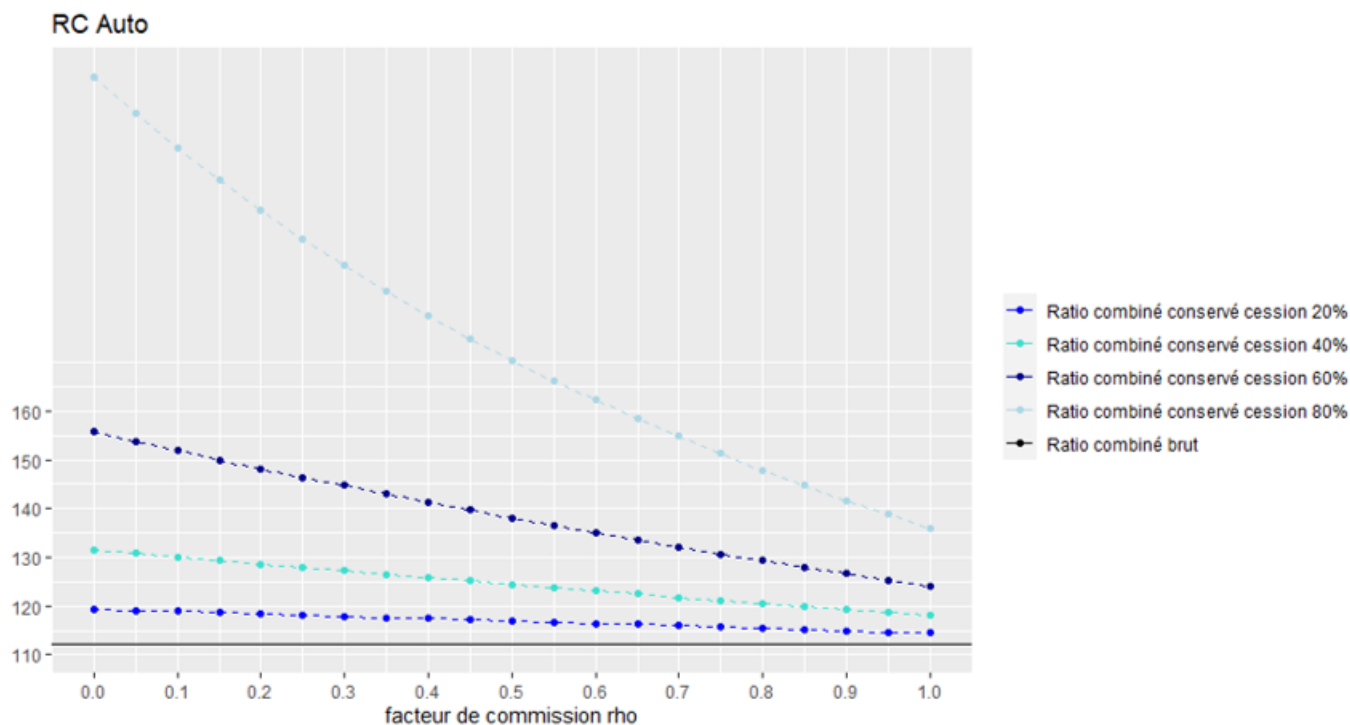


FIGURE B.3 – Etude de l'impact de la commission sur la RC auto

### Tarification de l'excédent de sinistre

L'étude de la prime de risque de l'excédent de sinistre est plus délicate car celle-ci dépend de la portée et de la priorité. Afin de fixer le paramètre  $k$  qui pondère cette prime de risque, nous choisissons d'étudier le pourcentage de la marge brute conservée après réassurance, et ce en fonction de  $k$ . Nous définissons la marge brute comme la différence entre les primes émises et la sinistralité. Nous étudions également le pourcentage de la prime pure que représente la prime totale (prime pure + prime de risque) en fonction de  $k$ . Le tracé pour différents couples priorité-portée montre l'impact différent du paramètre  $k$ . Nous le fixons néanmoins de manière unique pour chaque LoB.

On décide de fixer une prime de risque qui permet de conserver entre 96 et 99% de la marge brute et qui coûte entre 5 et 10% de la prime pure.



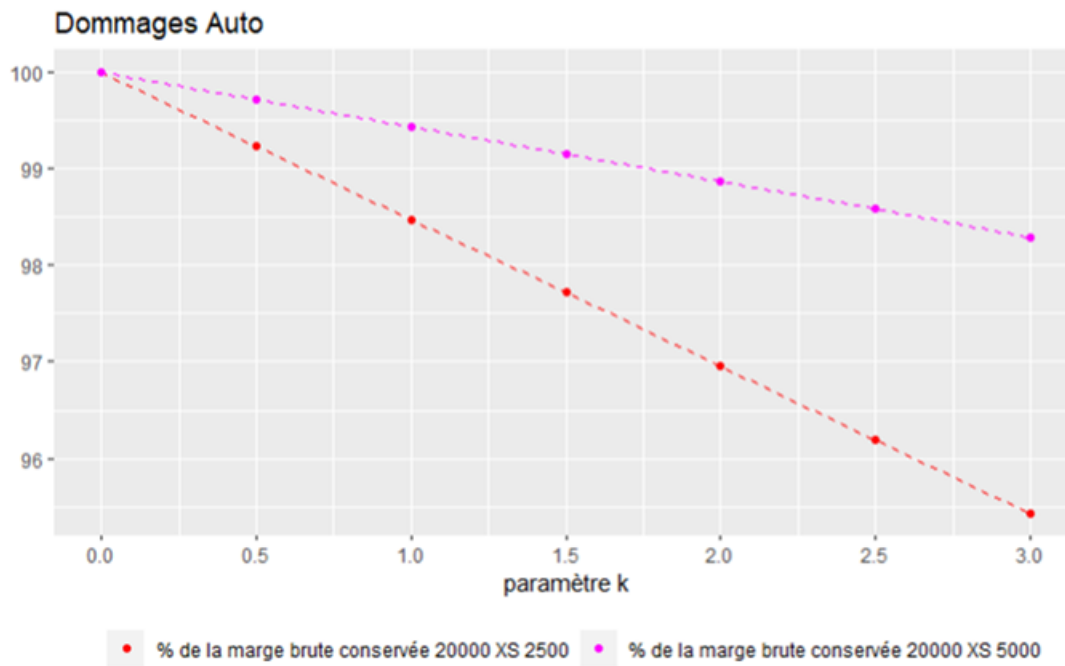


FIGURE B.4 – Etude de la prime de risque XS sur le dommages auto (1)

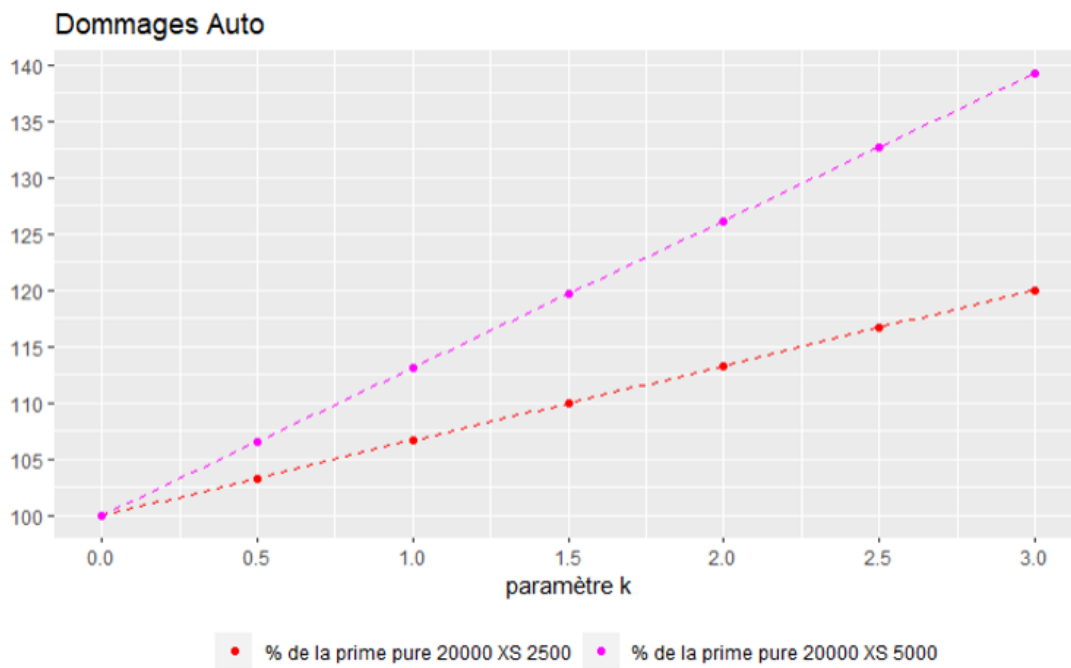


FIGURE B.5 – Etude de la prime de risque XS sur le dommages auto (2)

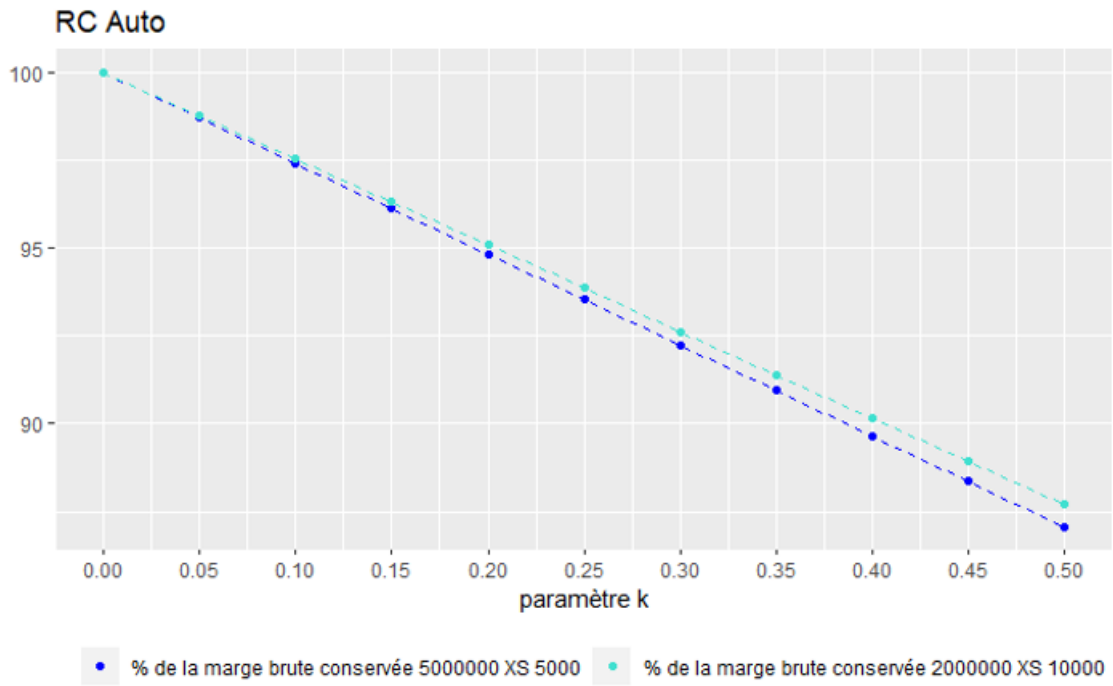


FIGURE B.6 – Etude de la prime de risque XS sur la RC auto (1)

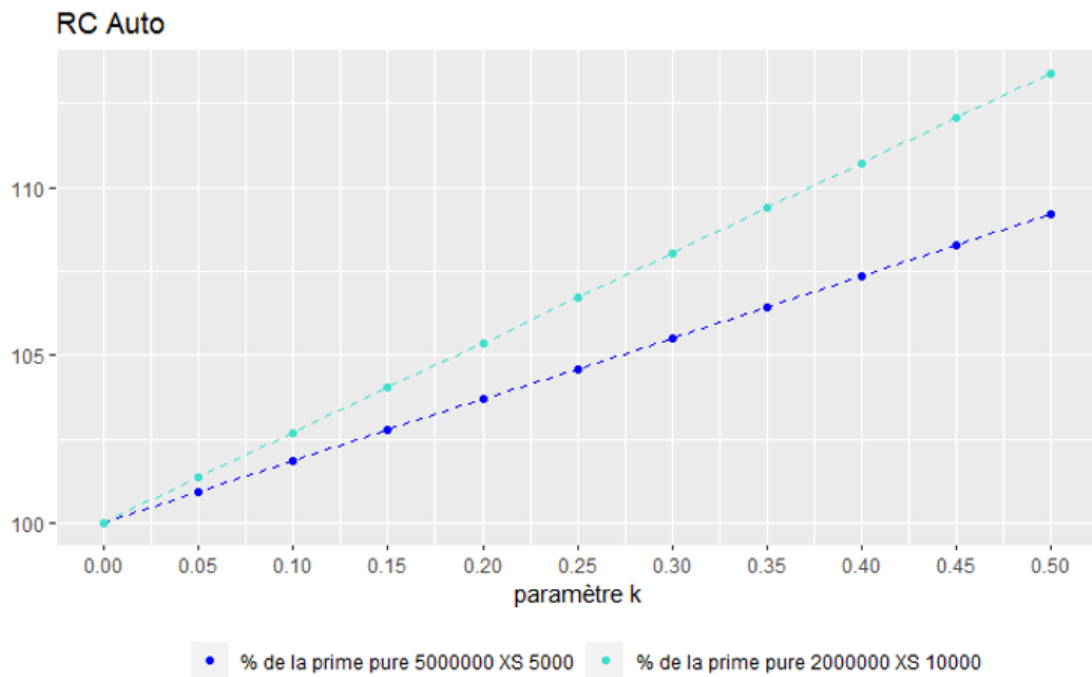


FIGURE B.7 – Etude de la prime de risque XS sur la RC auto (2)

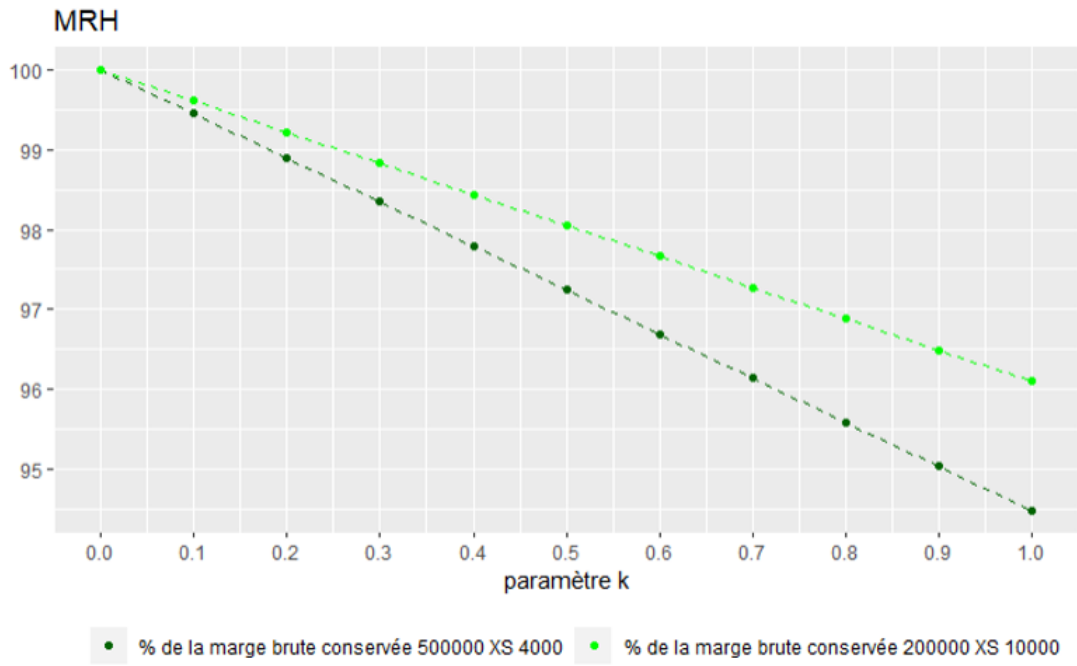


FIGURE B.8 – Etude de la prime de risque XS sur le MRH (1)

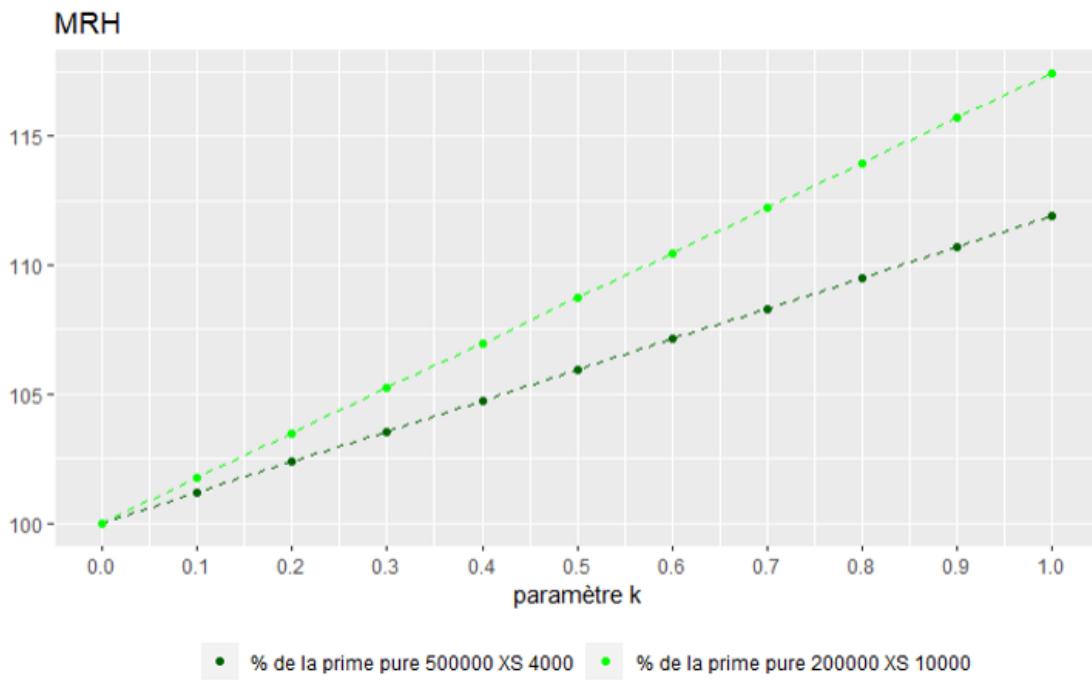


FIGURE B.9 – Etude de la prime de risque XS sur le MRH (2)

## Tarification du Stop Loss

Pour tarifier le stop-loss, on simule un historique et on étudie pour plusieurs couples priorité/portée l'impact du facteur  $l$  qui pondère la prime de risque. On ne montre ici que le facteur retenu pour un seul couple portée/priorité. On trace par ailleurs, comme pour l'excédent de sinistre, le pourcentage de la prime pure que représente la prime totale en fonction de  $l$ .

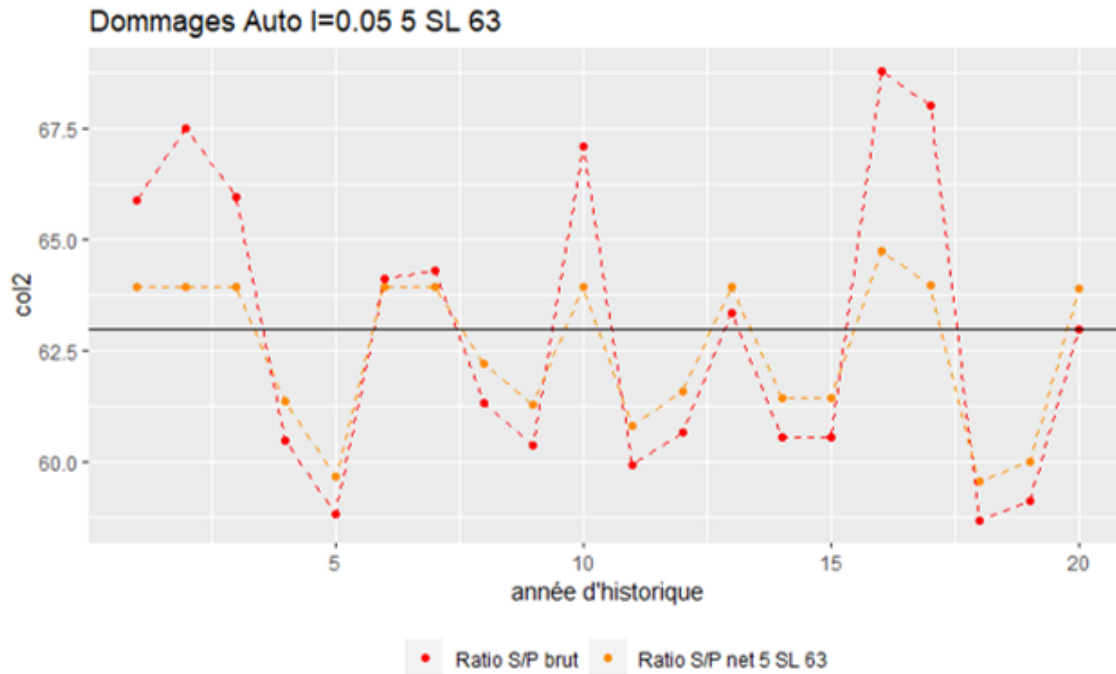


FIGURE B.10 – Etude de la prime de risque SL sur le dommage auto (1)

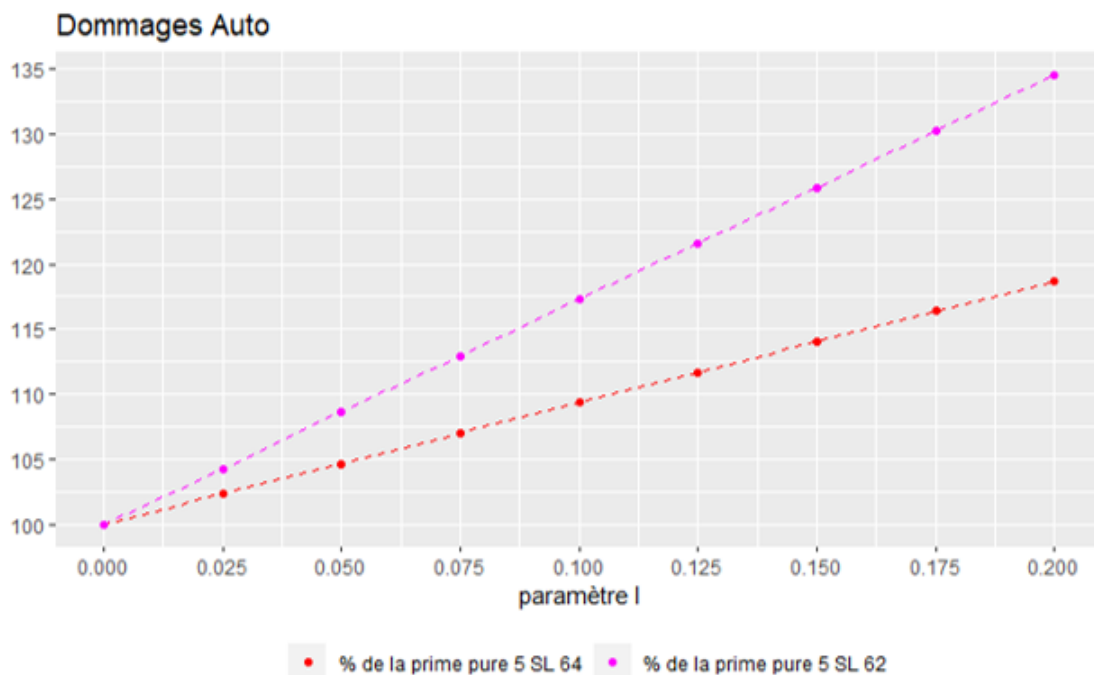


FIGURE B.11 – Etude de la prime de risque SL sur le dommage auto (2)

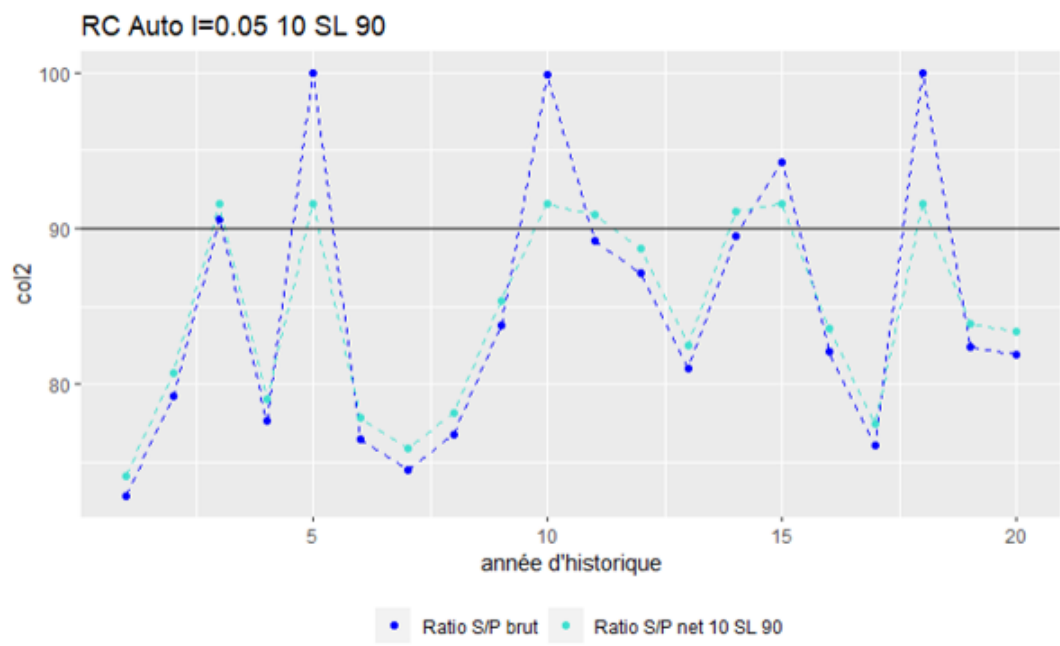


FIGURE B.12 – Etude de la prime de risque SL sur la RC auto (1)

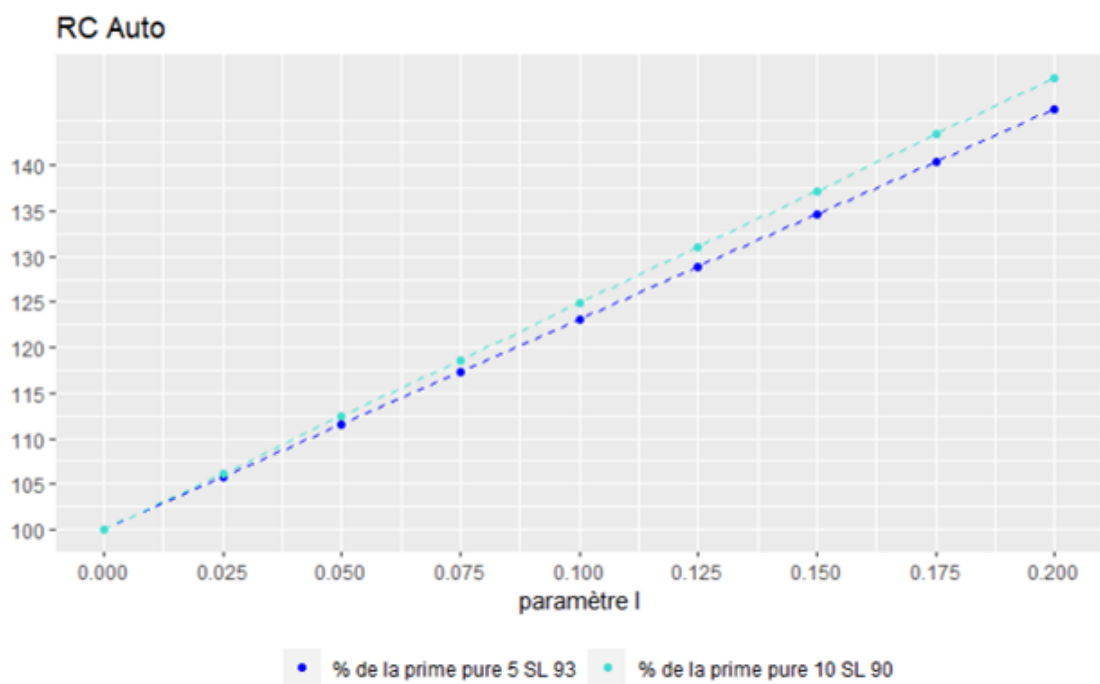


FIGURE B.13 – Etude de la prime de risque SL sur la RC auto (2)

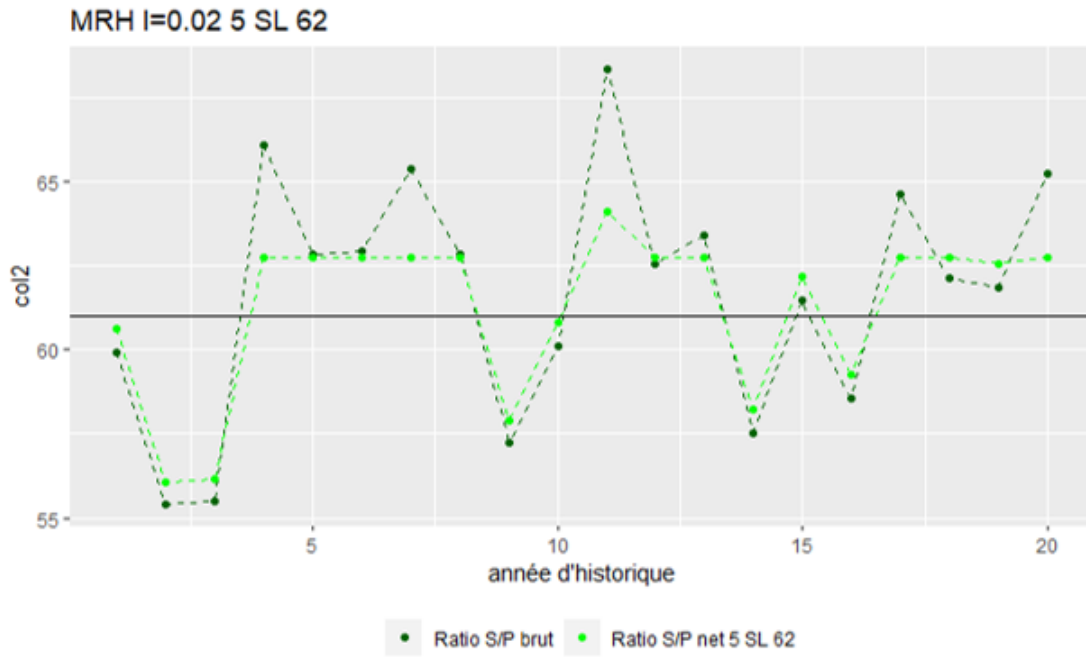


FIGURE B.14 – Etude de la prime de risque SL sur le MRH (1)

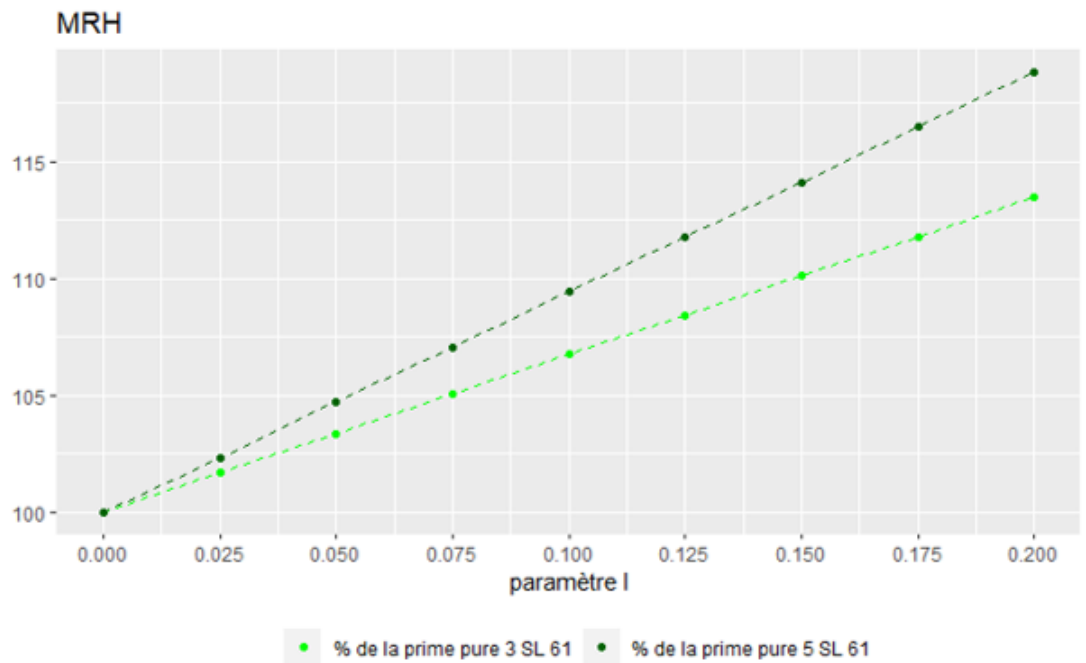


FIGURE B.15 – Etude de la prime de risque SL sur le MRH (2)

## B.3 Calcul du SCR en formule standard

### Module risque de contrepartie

La réassurance est considérée comme une exposition de type 1 par le règlement délégué Solvabilité 2. Les étapes du calcul du module risque de contrepartie de la formule standard sont dans ce cas :

1. Calcul de la perte en cas de défaut de l'exposition :

$$LGD = \max(50\% \cdot (\text{Recoverables} + 50\% \cdot RM_{re}) - F \cdot \text{Collateral}; 0) \quad (\text{B.9})$$

Avec :

- Recoverables : meilleure estimation des montants recouvrables découlant du contrat de réassurance,
  - $RM_{re}$  : effet d'atténuation du risque qu'a le contrat de réassurance sur le risque de souscription (différence entre les exigences de capital pour le risque de souscription sans et avec réassurance),
  - $F$  : facteur pour tenir compte de l'effet économique du contrat de sûreté concernant le contrat de réassurance en cas d'événement de crédit concernant la contrepartie,
  - Collateral : valeur pondérée des sûretés en ce qui concerne le contrat de réassurance.
2. Détermination de la probabilité de défaut  $PD$  du réassureur selon sa notation ou son ratio de solvabilité.
  3. Calcul de la variance de la distribution des pertes de l'exposition :

$$V = \frac{1,5 \cdot PD \cdot (1 - PD)}{2,5 - PD} \cdot LGD \quad (\text{B.10})$$

4. Détermination du SCR pour le risque de contrepartie comme étant égal à la valeur de  $V$ .

Une sûreté est une garantie accordée à un créancier, qui lui permet d'obtenir paiement de sa créance en cas de défaillance du débiteur. Nous n'en considérons pas ici. Par ailleurs, la probabilité de défaut du réassureur est fixée à 0,01%, ce qui correspond à une notation du réassureur supérieure à A.

### Module risque opérationnel

Dans le cas d'une entreprise exerçant une activité non-vie, l'exigence de capital pour le module de risque opérationnel se calcule de la manière suivante :

$$\begin{aligned} SCR_{op} &= \min(0, \cdot BSCR; Op) \\ Op &= \max(Op_{\text{premiums}}; Op_{\text{reserves}}) \\ Op_{\text{premiums}} &= \max(0; 0,03 \cdot (P - 1,2 \cdot P') + 0,03 \cdot P) \\ Op_{\text{reserves}} &= 0,03 \cdot \max(0, TP) \end{aligned}$$

Avec :

- $BSCR$  : capital de solvabilité requis de base
- $Op$  : capital requis de base pour risque opérationnel
- $Op_{\text{premiums}}$  : capital requis pour risque opérationnel sur base des primes acquises

- $Op_{\text{reserves}}$  : capital requis pour risque opérationnel sur base des provisions techniques
- $P$  : primes acquises au cours des 12 derniers mois pour les contrats d'assurance bruts de réassurance
- $P'$  : primes acquises au cours des 12 derniers mois précédant les 12 derniers mois pour les contrats d'assurance bruts de réassurance
- $TP$  : provisions techniques pour les contrats d'assurance

## B.4 Calcul du RA IFRS 17

Soit  $X$  la variable aléatoire représentant la perte de l'assureur. On suppose  $X \sim \mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$ . On sait que :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= BE \\ q_{99,5\%}(X) &= BE + SCR\end{aligned}$$

Or, l'espérance d'une loi log-normale est définie en fonction de ses paramètres par :

$$\mathbb{E}(X) = \exp(\mu + \sigma^2/2)$$

Ce qui est équivalent à :

$$\mu = \ln(BE) - \sigma^2/2$$

D'autre part, on a, par transformation strictement croissante :

$$\mathbb{P}(X \leq x) = \mathbb{P}\left(\frac{\ln(X)-\mu}{\sigma} \leq \frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)$$

Avec  $\frac{\ln(X)-\mu}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1)$ . On évalue  $x$  en  $BE + SCR$ , et on obtient que  $\frac{\ln(BE+SCR)-\mu}{\sigma}$  est le quantile à 99,5% de la loi normale centrée réduite, qui est connu et est noté  $z_{99,5\%}$  :

$$z_{99,5\%} = \frac{\ln(BE+SCR)-\mu}{\sigma}$$

On a donc :

$$\begin{cases} \mu &= \ln(BE) - \sigma^2/2 \\ \sigma &= \frac{\ln(BE+SCR)-\mu}{z_{99,5\%}} \end{cases}$$

$$\implies \sigma = \frac{\ln(SCR + BE) - \ln(BE) + \sigma^2/2}{z_{99,5\%}}$$

On a là un polynôme du second degré dont  $\sigma$  est la solution :

$$\sigma^2 - 2 \cdot z_{99,5\%} + 2 \ln(SCR + BE) - 2 \ln(BE) = 0$$

Le discriminant réduit du polynôme est :

$$\delta = z_{99,5\%}^2 - 2 \ln(SCR + BE) + 2 \ln(BE)$$



Il faut et il suffit pour qu'il existe au moins une solution réelle que :

$$\begin{aligned}\delta \geq 0 &\Leftrightarrow \ln\left(\frac{SCR + BE}{BE}\right) \leq z_{99,5\%}/2 \\ &\Leftrightarrow \frac{SCR + BE}{BE} \leq \exp(z_{99,5\%}/2) \\ &\Leftrightarrow \frac{SCR}{BE} \leq \exp(z_{99,5\%}/2) - 1\end{aligned}$$

On a :

$$\begin{aligned}\frac{SCR}{BE} &= \frac{q_{99,5\%}(X) - \mathbb{E}(X)}{\mathbb{E}(X)} \\ &= \frac{\exp((\mu + z_{99,5\%}) \cdot \sigma)}{\exp(\mu + \sigma^2/2)} - 1 \\ &= \exp(\sigma(z_{99,5\%} - \sigma/2)) - 1\end{aligned}$$

On étudie donc la fonction :

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow \mathbb{R} \\ \sigma & \longmapsto \exp(\sigma(z_{99,5\%} - \sigma/2)) - 1 \end{cases}$$

Cette fonction est dérivable sur  $\mathbb{R}_+$ . Sa dérivée est :

$$f' : \begin{cases} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow \mathbb{R} \\ \sigma & \longmapsto (z_{99,5\%} - \sigma) \cdot \exp(\sigma(z_{99,5\%} - \sigma/2)) \end{cases}$$

Le signe de la dérivée se déduit facilement : la dérivée s'annule en  $\sigma = z_{99,5\%}$  et est positive avant et négative après. On a donc que la fonction  $f$  croit jusqu'en  $z_{99,5\%}$ , où elle atteint son maximum, avant de décroître. Or,  $f(z_{99,5\%}) = \exp(z_{99,5\%}/2) - 1$ . La condition sur  $SCR/BE$  est donc toujours remplie.

Le polynôme possède donc deux racines (ou une si  $\delta = 0$ ) :

$$\begin{aligned}\sigma_- &= z_{99,5\%} - \sqrt{\delta} \\ \sigma_+ &= z_{99,5\%} + \sqrt{\delta}\end{aligned}$$

$\sigma_-$  est positive car  $\sqrt{\delta} = \sqrt{z_{99,5\%}^2 - 2 \cdot (\ln(SCR + BE) - \ln(BE))} \leq \sqrt{z_{99,5\%}^2} \leq z_{99,5\%}$

Nous devons donc choisir entre les deux solutions lorsque  $\delta > 0$ . On souhaite conserver la racine qui amène au RA le plus conservateur. Les deux  $\sigma$  donnent deux paramétrisations différentes pour la loi log-normale (mais qui donnent bien la même espérance et le même quantile à 99,5%, c'est la variance qui diffère) :

$$\begin{aligned}X_- &\sim \mathcal{LN}(\mu_-; \sigma_-) \\ X_+ &\sim \mathcal{LN}(\mu_+; \sigma_+)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{q_\alpha(X_+)}{q_\alpha(X_-)} &= \frac{\exp(\mu_+ + z_\alpha \cdot \sigma_+)}{\exp(\mu_- + z_\alpha \cdot \sigma_-)} \\
&= \frac{\exp(\ln(BE) - \sigma_+^2/2 + z_\alpha \cdot \sigma_+)}{\exp(\ln(BE) - \sigma_-^2/2 + z_\alpha \cdot \sigma_-)} \\
&= \exp(z_\alpha \cdot (\sigma_+ - \sigma_-) - (\sigma_+^2 - \sigma_-^2)/2)
\end{aligned}$$

Comme on a, en déduisant trivialement des expressions de  $\sigma_-$  et  $\sigma_+$  :

$$\begin{aligned}
\sigma_+ - \sigma_- &= 2 \cdot \sqrt{\delta} \\
\sigma_+^2 - \sigma_-^2 &= (\sigma_+ + \sigma_-) \cdot (\sigma_+ - \sigma_-) = 4\sqrt{\delta} \cdot z_{99,5\%}
\end{aligned}$$

On obtient donc :

$$\frac{q_\alpha(X_+)}{q_\alpha(X_-)} = \exp(2(z_\alpha - z_{99,5\%}))\sqrt{\delta}$$

Donc :

$$\begin{aligned}
\alpha \leq 0,995 &\Leftrightarrow z_\alpha - z_{99,5\%} \leq 0 \\
&\Leftrightarrow \exp(2(z_\alpha - z_{99,5\%})) \leq 1 \\
&\Leftrightarrow q_\alpha(X_+) \leq q_\alpha(X_-)
\end{aligned}$$

En choisissant la plus petite solution  $\sigma_-$ , on obtient un quantile supérieur et donc RA supérieur et plus sécuritaire.

# Annexe C

## Étude des couvertures de réassurances

### C.1 Sensibilités

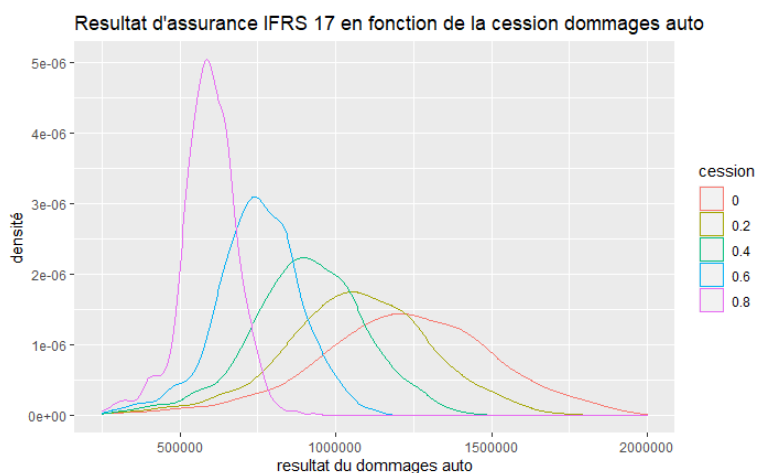


FIGURE C.1 – Impact du taux de cession Quote Part du dommage auto sur le résultat d'assurance de la ligne

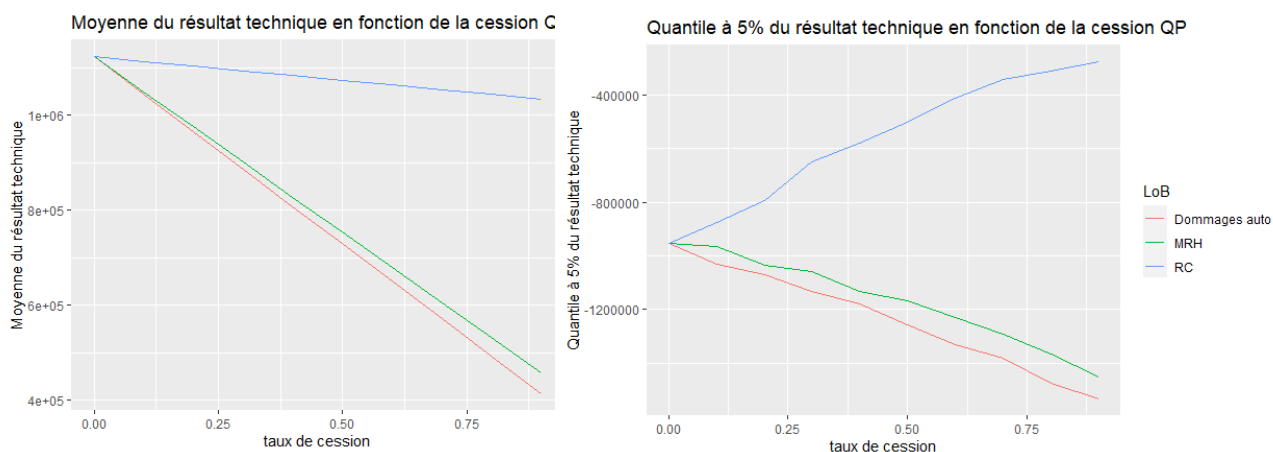


FIGURE C.2 – Résultat technique français selon la cession QP (moyenne et quantile à 5%)

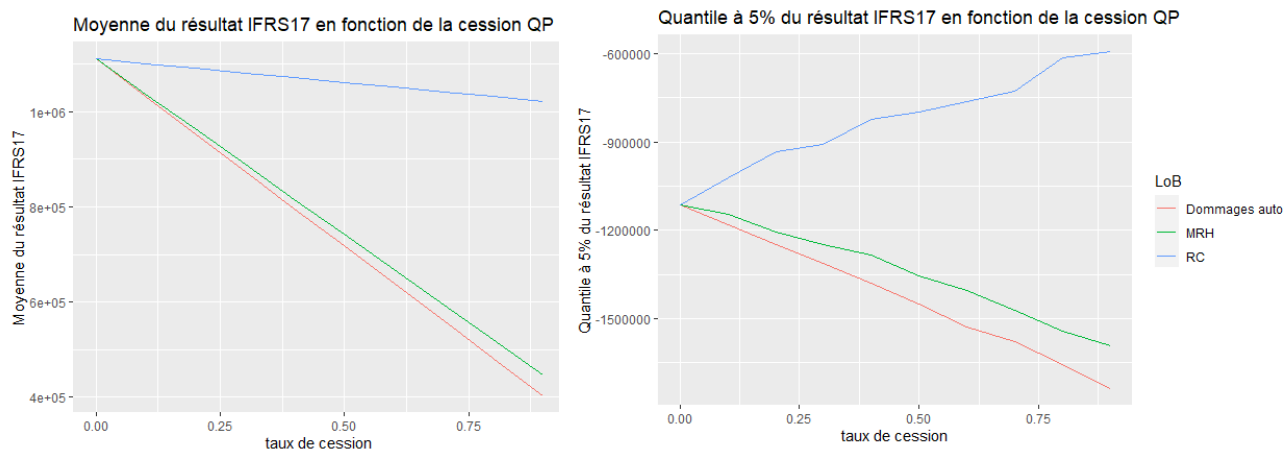


FIGURE C.3 – Résultat IFRS 17 français selon la cession QP (moyenne et quantile à 5%)

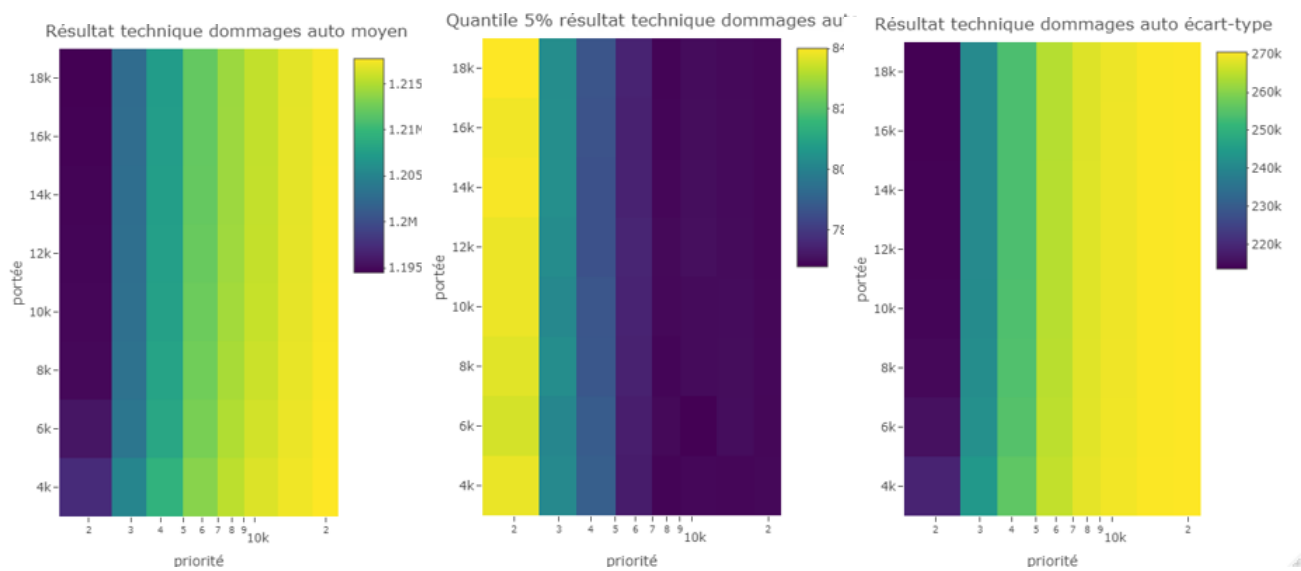


FIGURE C.4 – Résultat technique français dommages auto selon la cession XS : moyenne, quantile à 5% et écart-type

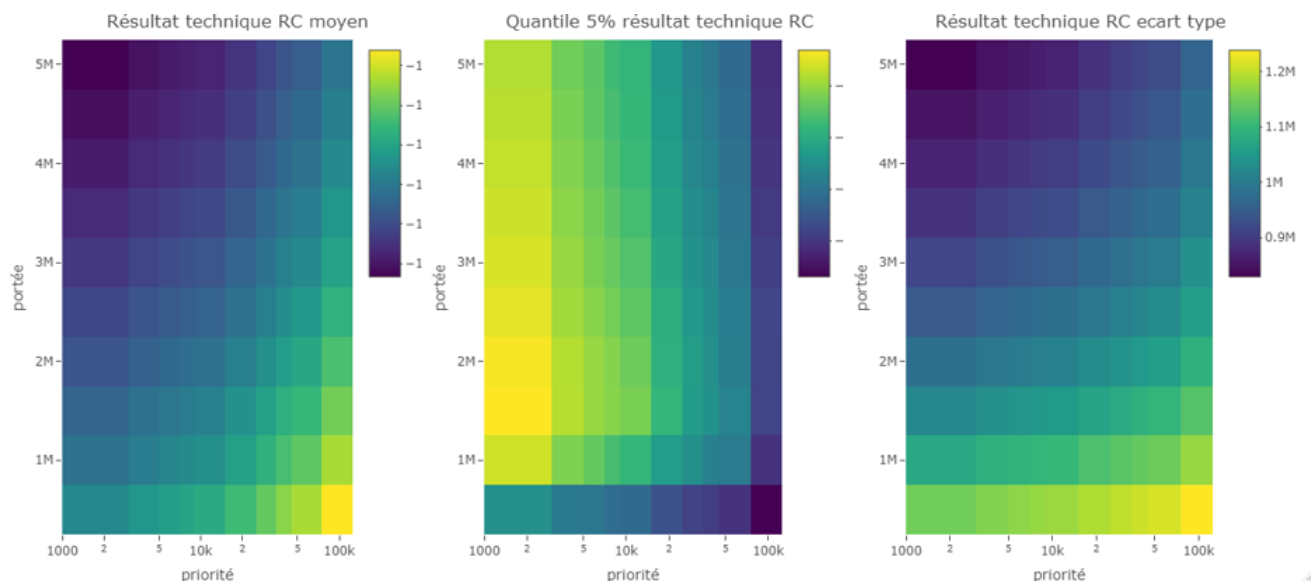


FIGURE C.5 – Résultat technique français RC auto selon la cession XS : moyenne, quantile à 5% et écart-type

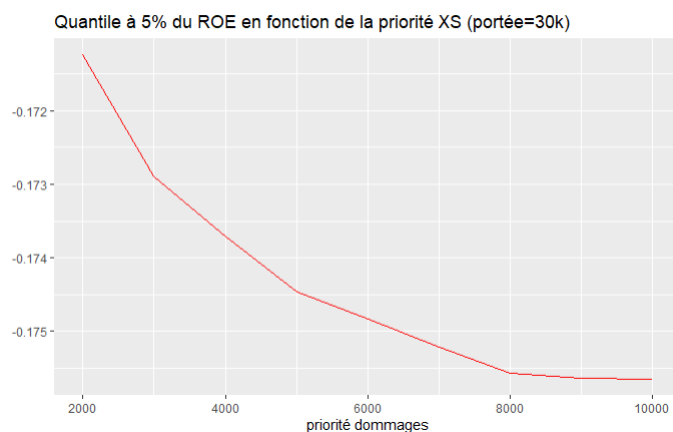
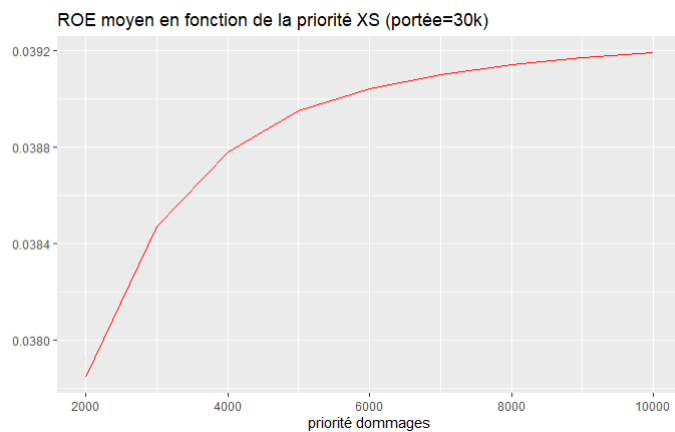


FIGURE C.6 – ROE moyen et quantile à 5% selon la priorité dommages auto

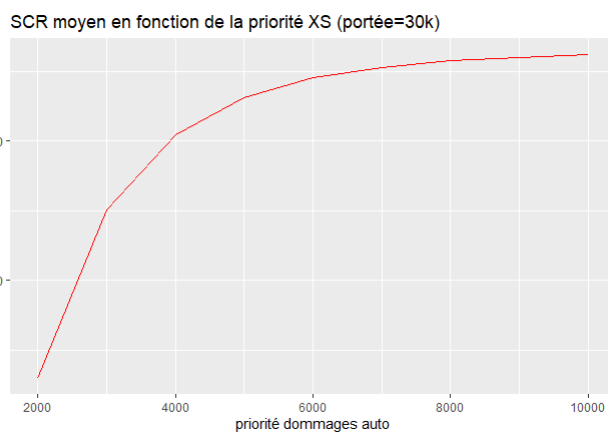
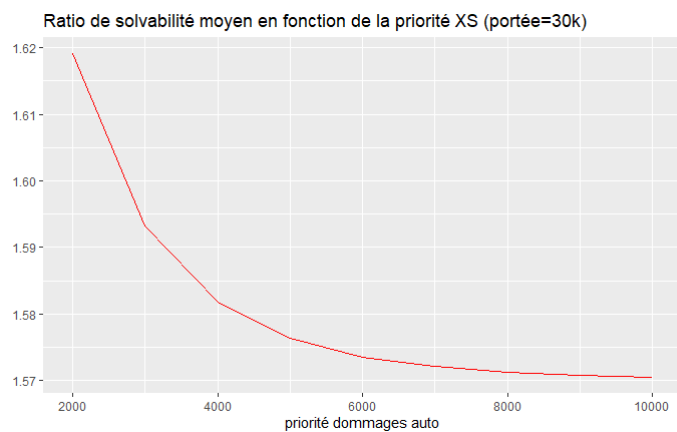


FIGURE C.7 – Ratio de solvabilité et SCR moyen selon la priorité dommages auto

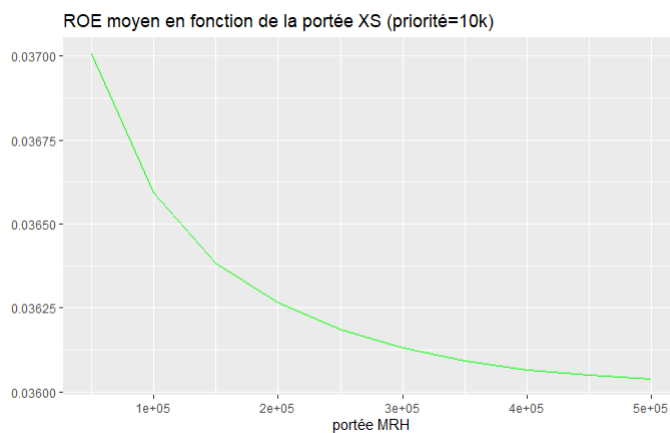
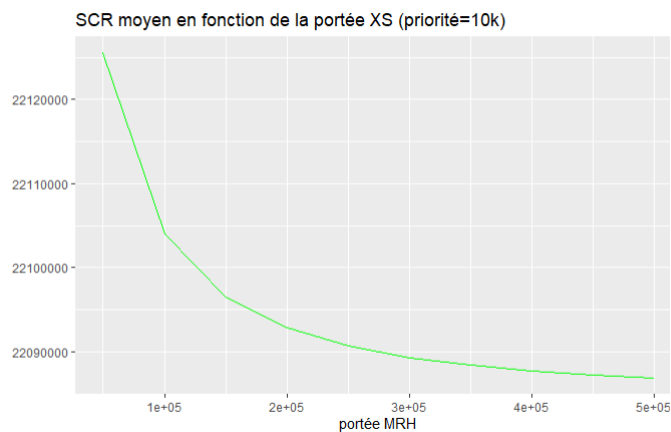


FIGURE C.8 – SCR et ROE moyen selon la portée MRH

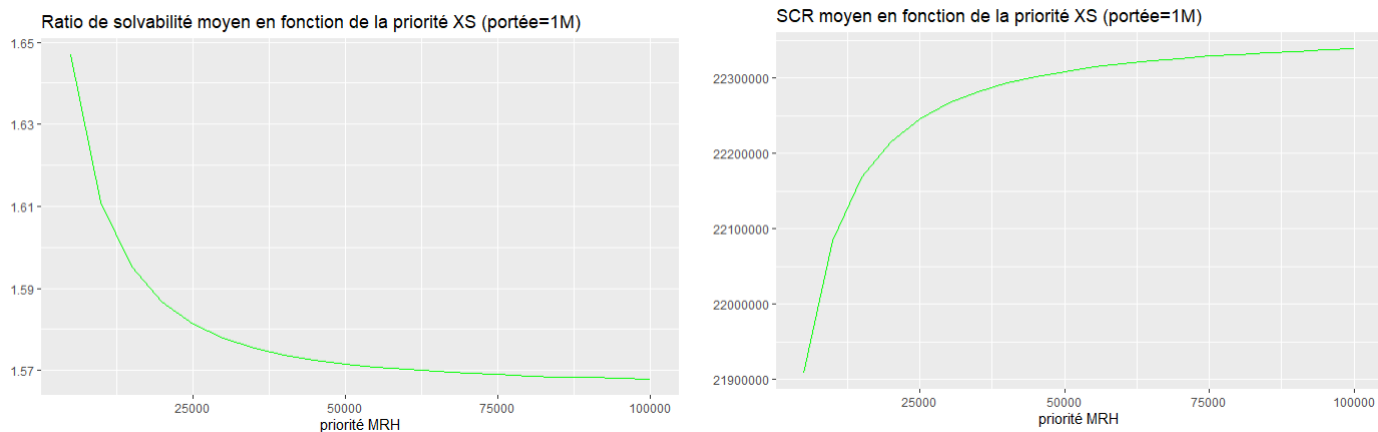


FIGURE C.9 – SCR et ratio de solvabilité moyen selon la portée MRH

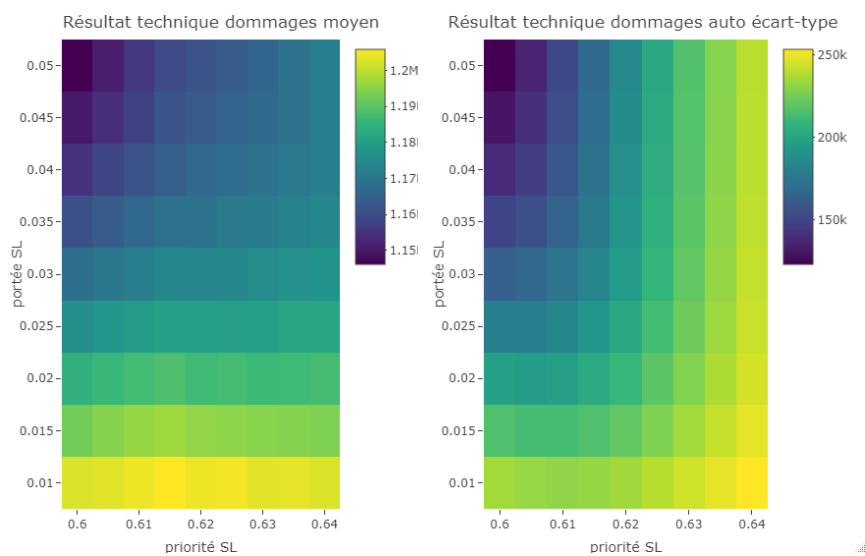


FIGURE C.10 – Résultat d'assurance IFRS 17 dommages auto selon la cession SL : moyenne et écart-type

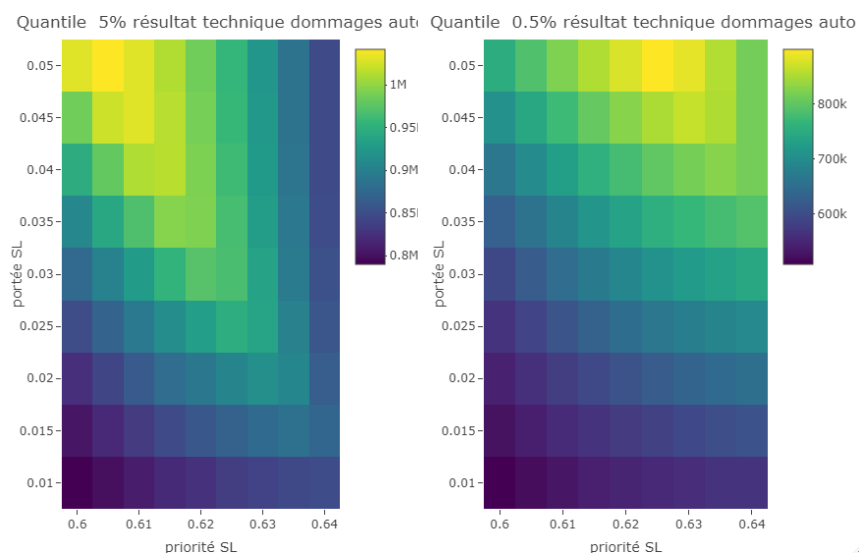


FIGURE C.11 – Résultat technique dommages auto selon la cession SL : quantiles à 5% et 0.5%

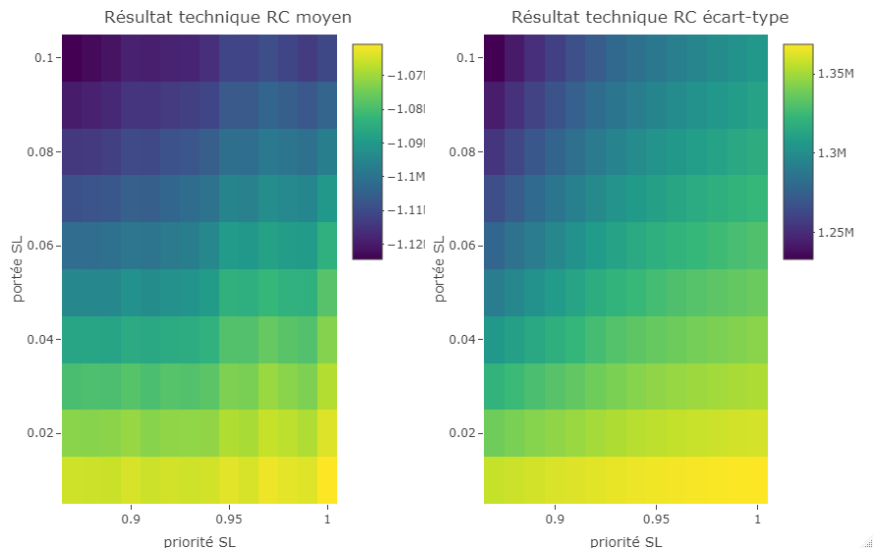


FIGURE C.12 – Résultat technique RC auto selon la cession SL : moyenne et écart-type

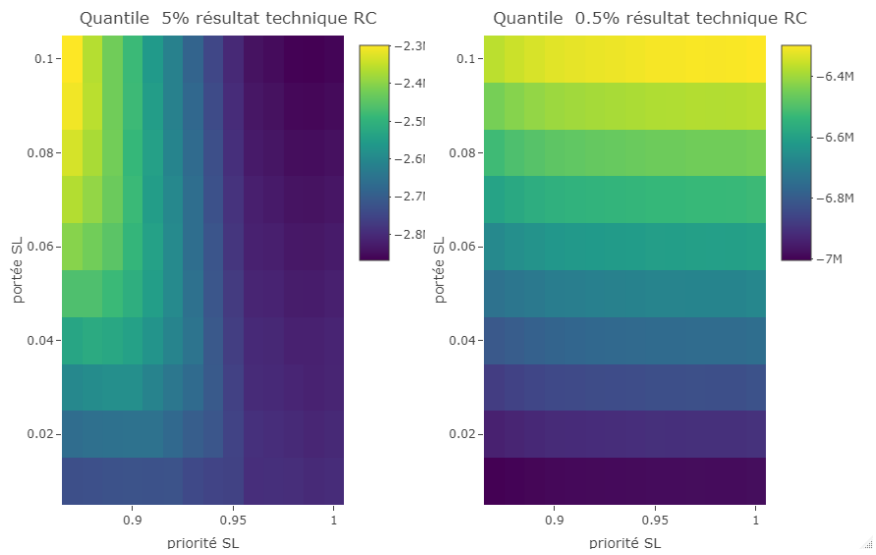


FIGURE C.13 – Résultat technique RC auto selon la cession SL : quantiles à 5% et 0.5%



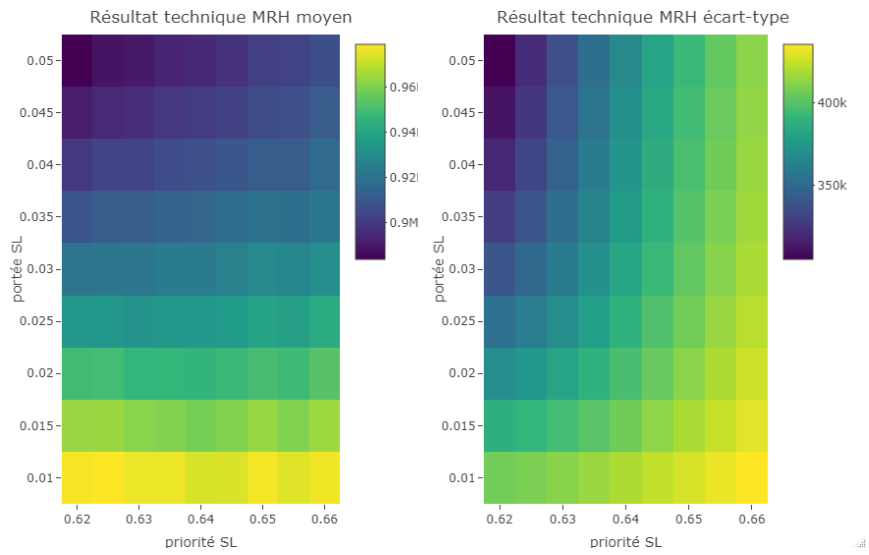


FIGURE C.14 – Résultat technique MRH selon la cession SL : moyenne et écart-type

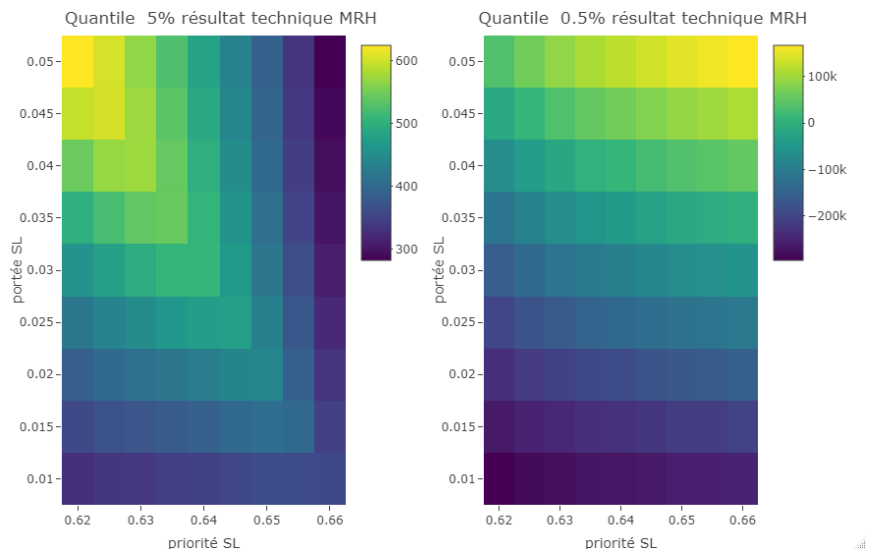


FIGURE C.15 – Résultat technique MRH selon la cession SL : quantiles à 5% et 0.5%

## C.2 Résultats de l'optimisation

N°	Stratégie de réassurance	Résultat IFRS 17	SCR	ROE	Ratio de solvabilité	Ratio combiné
1	Dom. auto : QP 0 %	990 k€	13 712 k€	0,07 %	261,5 %	98,3 %
	RC auto : QP 87 %					
	MRH : QP 0 %					
2	Dommages auto : QP 0%	992 k€	13 778 k€	0,03 %	259,3 %	98,3 %
	RC auto : QP 86 %					
	MRH : QP 0 %					
3	Dommages auto : 6000 XS 5871	967 k€	13 322 k€	0,01 %	275,9 %	98,3 %
	RC auto : QP 95%					
	MRH : QP 0 %					
4	Dommages auto : 5,6 % XL 64 %	985 k€	13 674 k€	0,28 %	273,8 %	98,1 %
	RC auto : QP 95 %					
	MRH : QP 0 %					
5	Dommages auto : 7% XL 64 %	845 k€	12 494 k€	0,008 %	298,4 %	98,4 %
	RC auto : QP 95%					
	MRH : QP 0 %					
6	Dommages auto : 5,8 % XL 64	1 014 k€	14 618 k€	0,15 %	236,7 %	98,3 %
	RC auto : QP 74%					
	MRH : QP 0 %					
7	Dommages auto : 3% XL 64%	877 k€	12 682 k€	0,07 %	295,9 %	98,7 %
	RC auto : QP 95%					
	MRH : QP 14 %					
8	Dom. auto : 6,7 % XL 64 %	934 k€	12 973 k€	0,12 %	285,2 %	98,2 %
	RC auto : QP 95 %					
	MRH : QP 8 %					
9	Dommages auto : 6 % XL 64 %	1 004 k€	14 102 k€	0,19 %	250,9 %	98,3 %
	RC auto : QP 81%					
	MRH : QP 0 %					
10	Dommages auto : 9 % XL 64 %	999 k€	13 809 k€	0,23 %	259,4 %	98,1 %
	RC auto : QP 85%					
	MRH : QP 0 %					

N°	Stratégie de réassurance	Résultat IFRS 17	SCR	ROE	Ratio de solvabilité	Ratio combiné
11	Dom. auto : 7,5 % XL 64 %	1 031 k€	15 184 k€	0,07 %	222,4 %	98,4 %
	RC auto : QP 67 %					
	MRH : QP 0 %					
12	Dommages auto : 6,1 % XL 64 %	967 k€	13 229 k€	0,24 %	278,8 %	97,8 %
	RC auto : QP 94%					
	MRH : QP 2					
13	Dommages auto : QP 0	1 071 k€	15 611 k€	0,30 %	199,2 %	98,2 %
	RC auto : 14 771 k€ XS 5k€					
	MRH : QP 0					
14	Dommages auto : 4,4 % XL 64 %	1 088 k€	16 098 k€	0,51 %	193,4 %	98,0 %
	RC auto : 9 190 k€ XS 5000					
	MRH : QP 0					
15	Dom. auto : 4,2 % XL 64 %	1 055 k€	15 441 k€	0,32 %	200,1 %	98,4 %
	RC auto : 15 853 k€ XS 5 k€					
	MRH : QP 4 %					
16	Dommages auto : 8 % SL 64 %	934 k€	13 163 k€	0,25 %	281,5 %	97,8 %
	RC auto : QP 94%					
	MRH : 32 k€ XS 16,6 k€					
17	Dommages auto : 8 % SL 64 %	910 k€	12 852 k€	0,13 %	295,7 %	97,5 %
	RC auto : QP 94%					
	MRH : 30 342 XS 5472					
18	Dom. auto : 9,8 % XL 65,1 %	875 k€	12 652 k€	0,1 %	300,1 %	98,1 %
	RC auto : QP 95 %					
	MRH : 99 k€ XS 4k€					
19	Dommages auto : 9,8 % SL 64 %	895 k€	12 699 k€	0,11 %	302,8 %	97,5 %
	RC auto : QP 95%					
	MRH : 42 k€ XS 4k€					
20	Dommages auto : 9,7 % SL 64 %	902 k€	12 741 k€	0,15 %	300,9 %	97,5 %
	RC auto : QP 95%					
	MRH : 35 k€ XS 4375					

N°	Stratégie de réassurance	Résultat IFRS 17	SCR	ROE	Ratio de solvabilité	Ratio combiné
21	Dom. auto : 23 k€ XS 3 k€	972 k€	13 589 k€	0,16 %	279,7 %	97,8 %
	RC auto : QP 95 %					
	MRH : 3 % XL 64 %					
22	Dommages auto : 3 % XL 64 %	979 k€	13 614 k€	0,31 %	275,6 %	97,7 %
	RC auto : QP 95%					
	MRH : 0,8 % XL 64,1 %					
23	Dommages auto : 9,2 % XL 64 %	1 009 k€	14 297 k€	0,19 k€	245,3 %	98,0 %
	RC auto : QP 77%					
	MRH : 0,5 % XL 70 %					
24	Dommages auto : 8,5 % XL 64 %	1 001 k€	13 950 k€	0,22 %	255,3 %	98,0 %
	RC auto : QP 83%					
	MRH : 0,5 % XL 69,5 %					
25	Dom. auto : 6,7 % XL 64 %	1 065 k€	15 601 k€	0,62 %	196,2 %	97,9 %
	RC auto : 15 126 k€ XS 5 k€					
	MRH : 11 % XL 64 %					
26	Dommages auto : 7,8 % XL 64 %	1 059 k€	15 571 k€	0,721 %	201 %	97,4 %
	RC auto : 12 572 129 XS 5001					
	MRH : 6,9 % XL 64 %					
27	Dommages auto : 5,3 % XL 64 %	1 064 k€	15 588 k€	0,68 %	200 %	97,6 %
	RC auto : 15 043 k€ XS 5k€					
	MRH : 2,6 % XL 64,5 %					
28	Dommages auto : 6,2 % XL 64 %	1 083 k€	15 808 k€	0,58 %	197,7 %	97,8 %
	RC auto : 10 331 k€ XS 5185					
	MRH : 0,9 % XL 64 %					
29	Dommages auto : 7,9 % XL 64 %	1 078 k€	15 750 k€	0,55 %	196,3 %	97,9 %
	RC auto : 12 731 k€ XS 6372					
	MRH : 1,4 % XL 64 %					
30	Dommages auto : 4,3 % XL 64 %	1 084 k€	15 892 k€	0,53 %	196,6 %	97,9 %
	RC auto : 9 883 k€ XS 5k€					
	MRH : 5,6 % XL 64 %					