

Mémoire présenté devant l'Université de Paris-Dauphine  
pour l'obtention du Certificat d'Actuaire de Paris-Dauphine  
et l'admission à l'Institut des Actuares

le 27/06/2022

Par : Mehdi El Mouatadil

Titre : Mise en place d'un cadre d'analyse dans un environnement stochastique

Confidentialité :  Non     Oui    (Durée:  1 an     2 ans)

---

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité ci-dessus*

*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuares:*

**Etienne Flichy**



*Entreprise :*

Nom: Sia Partners

Signature :



*Membres présents du Jury du Certificat  
d'Actuaire de Paris-Dauphine:*

**Quentin Guibert**



*Directeurs de Mémoire en entreprise :*

Nom: Antoine MAZURIE

Signature:



Nom: Murielle RAVELONANDRO

Signature:



---

*Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents  
actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

*Secrétariat :*

*Signature du responsable entreprise*



*Bibliothèque :*

*Signature du candidat*





## Résumé

---

La projection des flux financiers en Assurance-Vie représente un enjeu majeur du fait de la structure complexe des interactions Actif-Passif et des options et garanties que peuvent contenir certains contrats. Les récentes évolutions réglementaires, notamment avec l'introduction de la directive Solvabilité 2 et de la norme IFRS17, ont nettement accru les besoins calculatoires. L'introduction de modèles ALM (Asset & Liabilities Management) dans les processus de projection de flux des assureurs-vie est devenue indispensable. En effet, l'évaluation du coût des options et garanties du « Best Estimate Liability » (BEL) nécessite l'utilisation d'une approche de type Monte Carlo, via la projection de milliers de simulations stochastiques.

Développer une capacité d'analyse des flux projetés stochastiques est donc devenu un enjeu important pour les assureurs-vie. Il est nécessaire de comprendre les mouvements de leur portefeuille et d'en appréhender les causes. Or, analyser les évolutions d'un BEL dans un modèle ALM stochastique et Risque Neutre peut très vite s'avérer complexe. En effet, le plus souvent, les modèles ALM intègrent par défaut des bilans et des comptes de résultats basés sur des grandeurs moyennées des flux projetés. Ces dernières ne sont pas réellement exploitables pour l'analyse dans la mesure où elles ne prennent pas en compte le poids de l'actualisation de chaque scénario de la projection. Enfin l'explication des mouvements d'un BEL stochastique au management s'avère également complexe, faute d'outils d'analyse pertinents.

Le présent mémoire a donc pour objectif de proposer un ensemble d'indicateurs exploitables permettant aux modélisateurs ALM de plus facilement analyser les flux stochastiques, et ce grâce à la mise en place d'un scénario économique unique contenant toute l'information du Best-Estimate stochastique.

Pour ce faire, il a été tout d'abord nécessaire de présenter les principes de modélisation stochastique à la base des modèles ALM en épargne. Ensuite, après un focus détaillé sur la mise en place de l'approche d'analyse développée et des indicateurs financiers construits, nous montrerons comment ce scénario unique permet de simplifier les travaux d'analyses des résultats et la compréhension des modèles. Enfin, nous illustrerons l'étude du choc de *Spread* sur un modèle en cours de construction (et donc imparfait) et montrerons comment ce scénario unique contenant toute l'information du BEL stochastique peut être utilisé.

---

*Mots-clés : Fonds en Euros, Modélisation ALM, Scénarios stochastiques, Analyse de flux, Indicateurs financiers*

## Abstract

---

The projection of financial cash-flows in life insurance represents a major challenge due to the complex structure of asset-liability interactions. The recent regulatory developments, notably with the introduction of the Solvency 2 directive and the IFRS17 model, have significantly increased the computational requirements. The introduction of ALM (Asset & Liability Management) models in the cash-flow projection's processes of life insurers has become indispensable. Indeed, the evaluation of the options and guarantees' cost in the best-estimate of liabilities (BEL) requires the use of a Monte Carlo type method.

Being able to correctly analyse stochastically projected cash-flows has therefore become an important issue for life insurers. However, analysing the evolution of a BEL in a stochastic and Neutral Risk ALM model can quickly become complex. In fact, ALM models usually incorporate balance sheets and income statements based on averaged values of their projected cash-flows. These are not really usable for the analysis insofar as they do not take into account the discounting's weight of each projection's scenario. Finally, explaining the movements of a stochastic BEL to the management is also complex, due to the lack of relevant analysis tools.

The aim of this paper is therefore to propose for ALM modelers a set of usable indicators for correctly analyzing stochastic cash-flows, thanks to the implementation of a single economic scenario containing all of the stochastic Best-Estimate's information.

To do this, it was first necessary to present the principles of stochastic modelling at the basis of ALM models. Then, we will show how the unique scenario and the financial indicator makes it possible to simplify the analysis of the results and the understanding of the stochastic models. Finally, we will illustrate the study of the *Spread* shock on a model under construction (and therefore imperfect) and show how this unique scenario containing all the information of the stochastic BEL can be used.

---

*Keywords : Euro Funds, ALM, Stochastic Scenarios, Flow Analysis, Financial Indicators*

# Note de Synthèse

## Introduction

En Assurance-Vie, la quasi-totalité des contrats comportent des interactions actif-passif qui rendent complexe l'évaluation du coût des options et garanties. Par ailleurs, les besoins réglementaires de calculs de best-estimate sous la directive Solvabilité 2 ou la norme IFRS17 contraignent plus que jamais ces derniers à correctement évaluer les coûts de ces options et garanties dans le calcul de leur Best-Estimate.

L'utilisation de modèles ALM stochastiques dans les processus de projection des flux est indispensable pour le calcul des options et garanties sur les contrats en euro. Cependant, les sorties classiques de ces modèles sont construites sur la base de la moyenne de scénarios stochastiques. Ces dernières sont ainsi complexes à analyser et peuvent être sources d'erreurs d'interprétation.

L'objectif de ce mémoire est dès lors de proposer un ensemble d'indicateurs non biaisés à l'attention des modélisateurs ALM afin de leur permettre d'analyser aisément les flux stochastiques qu'ils étudient, et ce grâce à la mise en place d'un scénario économique unique contenant toute l'information du Best-Estimate stochastique.

Afin de répondre à cette problématique, il a été nécessaire de présenter en premier lieu les principes de modélisation stochastique à la base des modèles ALM en épargne, qui seront illustrés en présentant l'outil ALM en construction (et donc imparfait) à la base de nos travaux. Ensuite, nous détaillerons le développement du nouveau scénario économique, ainsi que des indicateurs financiers qui y en découlent. Enfin, l'utilisation de ce scénario unique sera mise en pratique dans le cas concret d'une étude des effets d'un choc de Spread.

## Modélisation Stochastique

L'évaluation correcte des coûts des Options et Garanties dans le Best-Estimate est un enjeu majeur pour les assureurs-vie proposant des contrats d'épargne Fonds en euros. Cependant, l'impossibilité d'utilisation de formules fermées pour le calcul des coûts de ces Options et Garanties les a contraint à se tourner vers la modélisation stochastique de leurs flux financiers. Celle-ci se base sur deux notions issues du monde bancaire, la propriété de martingalité et la méthode de Monte-Carlo.

### Propriété de Martingalité

La propriété de martingalité permet d'évaluer un actif financier et de déterminer son prix sur un marché complet en tout instant donné.

La transcription de cette propriété au monde assuranciel permet d'établir la formule suivante d'évaluation du Best-Estimate des engagements des assureurs, qui intègrent correctement les coûts des Options & Garanties

$$BE(0) = E_{\mathbb{P}^*\mathbb{Q}}\left[\sum_{t \geq 1} CF_t * Defl(0, T) | \mathcal{F}_0\right].$$

### Méthode de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo permet de faciliter le calcul (complexe en pratique) de l'espérance dans la formule précédente.

Celle-ci consiste à approcher l'espérance par un calcul d'intégrale, et, en s'appuyant sur la Loi des Grands Nombres, de faire l'estimation suivante

$$BE(0) = E_{\mathbb{P}^*\mathbb{Q}}\left[\sum_{t \geq 1} CF_t * Defl(0, T) | \mathcal{F}_0\right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T CF_t^i * Defl_i(0, T).$$

### Des résultats stochastiques difficilement exploitables

Une modélisation stochastique implique la projection des flux financiers de l'assureur sur un très grand nombre de scénarios économiques. Ainsi, les flux affichés dans les sorties des modèles ALM stochastiques (Bilan, Compte de Trésorerie et Compte de Résultat) sont traditionnellement calculés sous forme moyennée sur ces scénarios et leur calcul ne prend aucunement en compte le poids de l'actualisation. Ce type de sortie peut entraîner des erreurs lors de l'analyse des résultats et il n'est pas toujours aisé d'expliquer dans ce cas l'évolution d'un Best-Estimate stochastique au management.

Afin d'illustrer cette problématique, nous présentons un cas purement fictif d'une projection stochastique sur un même run de deux flux aléatoires exprimés en pourcentage de la PM et variant d'une simulation à l'autre. Le run en question est par ailleurs lancé sur un horizon de 5 ans et suivant 3 scénarios stochastiques. A des fins d'illustration, nous considérerons un scénario spécial, ici noté scénario 2, où le taux d'actualisation et celui du Flux 2 sont supposés particulièrement élevés.

	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Taux d'actualisation	2%	15%	3%
Taux Flux 1 (% de la PM)	8%	4%	7%
Taux Flux 2 (% de la PM)	2%	15%	2%

TABLE 1: Taux considérés sur les trois scénarios

Une première analyse des flux basée sur leur chronique de taux obtenue suite à la projection stochastique mènerait à déduire que dans cet exemple le flux le plus représentatif dans le Best-Estimate est le Flux 2, dans la mesure où sa chronique de taux est constamment supérieure à celle du Flux 1.

Année	1	2	3	4	5
Taux Flux 1 (en % de la PM)	6,2%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%
Taux Flux 2 (en % de la PM)	6,6%	6,6%	6,6%	6,6%	6,6%

TABLE 2: Chronique de Taux

Cependant, les poids effectifs des deux flux contredisent cette déduction et démontrent que le flux le plus représentatif dans le Best-Estimate est le Flux 1.

<b>BE Flux 1 (en % du BE)</b>	32.5%
<b>BE Flux 2 (en % du BE)</b>	28.1%

TABLE 3: Poids effectifs des flux dans le BE

## Mise en place de l'approche d'analyse des scénarios stochastiques

Afin de répondre à la problématique déroulée au précédent paragraphe, une approche d'analyse permettant de correctement interpréter les sorties des modèles stochastiques a été mis en place. Celle-ci se décompose en deux volets :

### Développement du scénario économique unique

Le scénario unique développé permet de retraiter les flux afin de contenir toute l'information du Best-Estimate stochastique. Le retraitement s'effectue en trois grandes étapes :

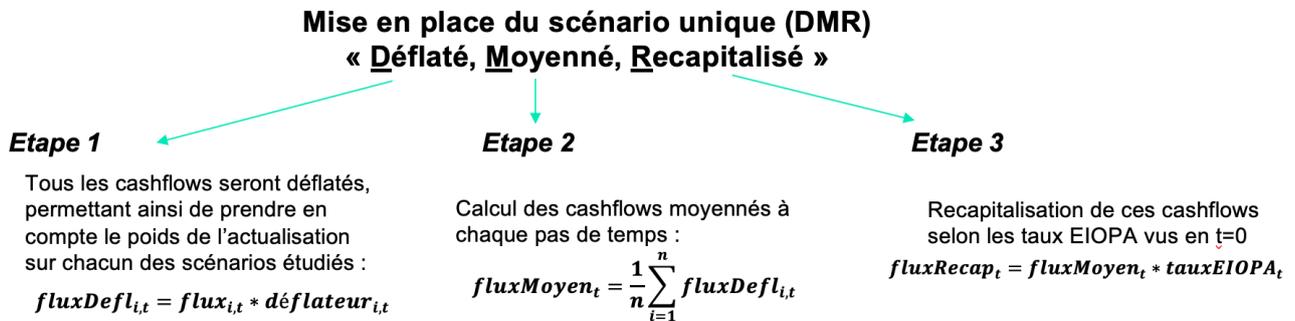


FIGURE 1: Retraitement des flux - Scénario unique "DMR"

Ce scénario permet d'obtenir des sorties exploitables et dont la projection stochastique des flux prend correctement en compte le poids de l'actualisation.

Au-delà de la problématique des erreurs d'analyse, l'utilisation de ce scénario unique rend possible la mise en place d'indicateurs financiers permettant de guider et de faciliter la compréhension et l'analyse des scénarios stochastiques.

### Mise en place d'indicateurs financiers

Le second volet consiste en la mise en place d'indicateurs financiers permettant de guider et de faciliter l'analyse des flux stochastiques. Ces derniers se basent exclusivement sur le scénario économique unique présenté au précédent paragraphe.

1. Le premier indicateur développé est la décomposition de la TVoG par flux et par pas de temps. Celle-ci est obtenue par différence de la décomposition du BE stochastique dont les flux sont calculés suivant le scénario DMR, et celle du BE déterministe dont les flux sont projetés suivant le scénario équivalent certain (scénario déterministe où tous les actifs rapportent le taux sans risque)

$$BE_{Sto} = BE_{EquivalentCertain} + TVoG.$$

2. Le deuxième indicateur développé est la rationalisation de la NAV. Ce dernier permet d'expliquer les mouvements du montant de NAV en rationalisant les extériorisations futurs des résultats qui

sont comptabilisés dans la NAV (et dans la VIF) grâce à un calcul de marge assureur. Par ailleurs, la construction de cet indicateur est propre au modèle ALM utilisé dans le cadre du présent mémoire et à la fonction de participation aux bénéfices qui y est implémentée.

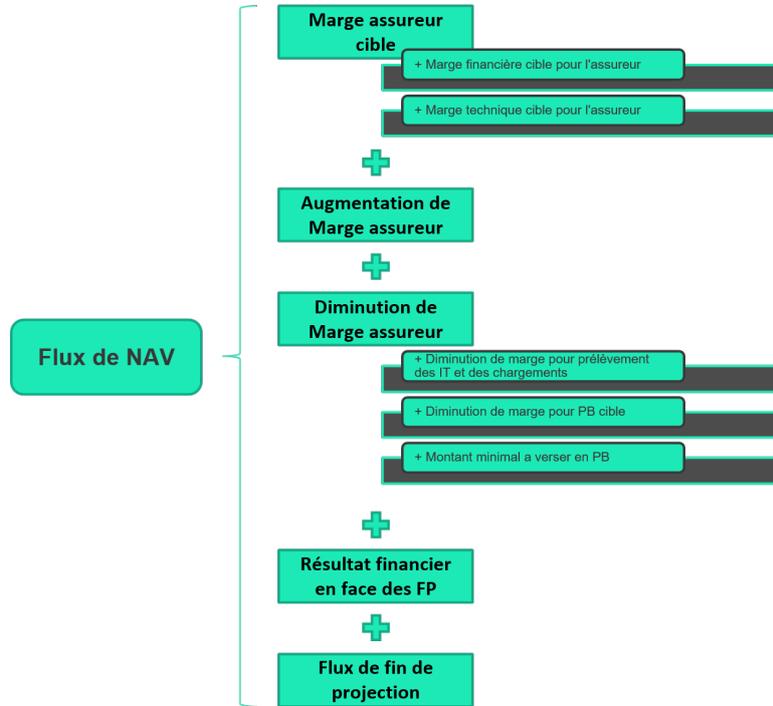


FIGURE 2: Rationalisation de la NAV

- Enfin, le dernier indicateur implémenté dans le modèle est la chronique des réalisations de moins-values avec réserve de capitalisation nulle. Il permet d'expliquer les variations des résultats financiers et de la NAV, qui sont directement impactés en cas de fortes réalisations de moins-values. Sa formule de calcul est donnée par

$$RealisationsMV_{sRK=0} = \sum_{t \geq 1} [(RealisationsPMV_{sObligataires,t} + VariationsRK_t) * B(0, t)],$$

où  $B(0,t)$  est le prix Zéro-Coupon vu en  $T=0$ .

## Application : Analyse des effets d'un choc de Spread

Cette partie permet d'illustrer l'utilisation des indicateurs construits dans le cadre de l'analyse des comportements du modèle ALM sur un choc de Spread. L'objectif est d'illustrer la manière dont le scénario unique et les indicateurs financiers peuvent être mis à profit.

A noter que la méthodologie suivie lors de la mise en place du choc de Spread est celle présentée par l'EIOPA : le choc à la baisse des valeurs de marché des obligations dépendra de leur notation et leur sensibilité.

L'étude menée nous a par ailleurs permis de détecter certaines incohérences au niveau des résultats obtenus par le modèle ALM utilisé (qui est pour rappel en phase d'audit).

## Contexte de l'étude

Le modèle ALM à la base des travaux présentés ci-après a été développé en interne au sein du cabinet SIA Partners et permet de projeter les flux financiers des assureurs-vie dans le cadre de contrats d'épargne Fonds en euros, sur un horizon de projection de 50 années. Le portefeuille-type utilisé a été choisi de façon à représenter le mieux possible une société d'assurance française proposant des contrats d'épargne majoritairement Fonds en euros.

Actif - VNC		Passif - VNC	
Actions	7,9 %	Fonds Propres	10 %
Obligations	87,8 %	PM	85 %
Immobilier	1,6 %	Réserve de Capitalisation	1 %
Monétaire	2,7 %	PRE	-
<b>Total</b>	<b>100 %</b>	<b>PPE</b>	<b>4 %</b>
		<b>Total</b>	<b>100 %</b>

FIGURE 3: Présentation du portefeuille - BILAN S2

Afin de mener à terme nos travaux et d'être en mesure de répondre à la problématique posée dans ce présent mémoire, deux runs du modèle ALM ont été lancés : un run central et un autre choqué (suivant le choc de Spread en question). Ensuite, une seconde étape a permis d'analyser et d'expliquer les écarts de flux constatés entre les deux runs à l'aide des indicateurs présentés précédemment.

## Analyse du choc

Une première étape de l'analyse a été d'étudier les mouvements de NAV suite au choc de Spread grâce à l'indicateur de rationalisation de la NAV.

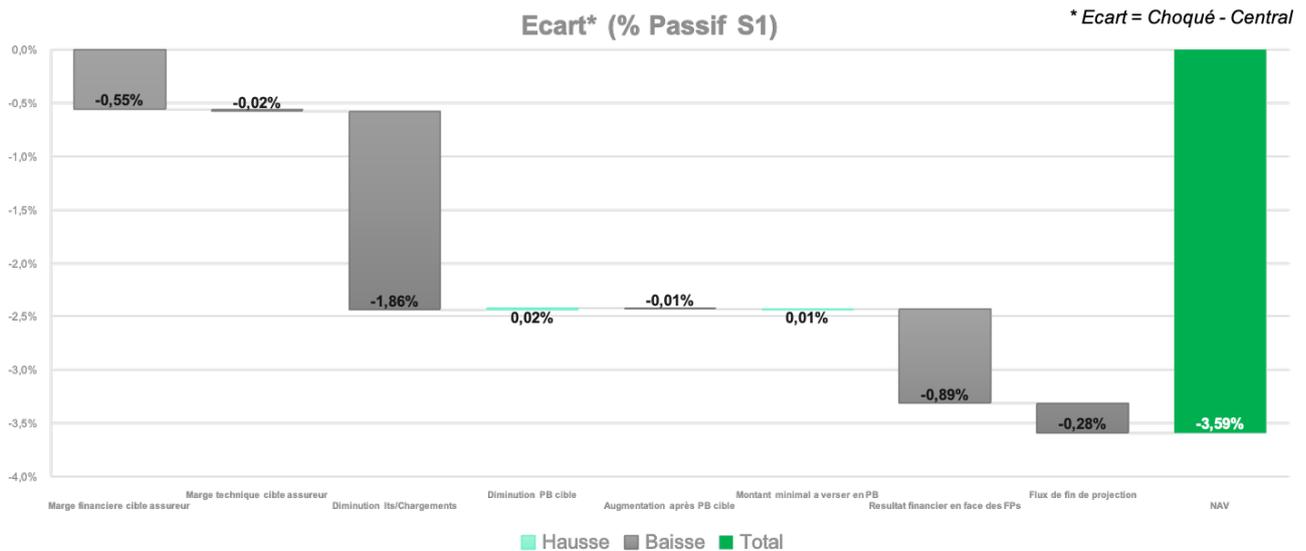


FIGURE 4: Sortie de l'indicateur "Rationalisation de la NAV"

Une analyse par poste de la sortie de cet indicateur nous permet de quantifier la baisse de NAV suite au choc de Spread et d'expliquer les sources de ce mouvement. Dans notre cas, trois éléments principaux ont été à l'origine de la baisse de la NAV :

- L'augmentation du Spread a impliqué une augmentation des défauts obligataires via les mécanisme de Risque-Neutralisation. Les rendements comptables des obligations ont vu leurs montants baissés, ce qui a entraîné la **baisse de la Marge Financière Cible**
- La diminution des valeurs de marchés obligataires suite au choc de Spread a impliqué des réalisations de moins-values plus importantes pour l'assureur, et in fine, des réalisations de moins-values avec réserve de capitalisation nulle plus fréquentes. Cela a entraîné également la **baisse de la Marge Financière Cible**
- Le choc de Spread a eu comme conséquence une baisse du stock des produits financiers. Le TMG et le taux de chargements étant restés inchangés d'un run à l'autre, l'assureur se voit ainsi contraint de baisser plus fortement sa marge pour verser les ITs et Chargements. D'où une **plus forte Diminution de Marge pour ITs et Chargements**.

## Conclusion

Les sorties traditionnelles des modèles stochastiques consistant à prendre la moyenne des flux compliquent en l'état l'explication de l'évolution du Best-Estimate au management. Dans ce présent mémoire, nous nous sommes attardés sur cette problématique et nous avons proposé une approche d'analyse qui pourra être utilisée par les modélisateurs ALM afin de correctement analyser les flux stochastiques.

Pour cela, nous avons développé dans un premier temps un nouveau scénario unique contenant toute l'information du Best-Estimate stochastique, dont la mise en place s'effectue suite à une étape de retraitement des flux financiers projetés. Par la suite, nous avons développé dans notre modèle ALM des indicateurs financiers qui sont basés sur ce scénario unique et qui permettent de faciliter l'analyse et le suivi des résultats stochastiques. Enfin, une dernière partie a permis de mettre en pratique le

cadre d'analyse développé dans le cas précis d'un choc de Spread.

Par ailleurs, l'étude menée nous a également permis de mettre en avant les incohérences de quelques résultats, dont certaines sont encore à tracer, qui auraient été plus difficiles à détecter sans ce scénario unique. En effet, le degré de maturité du modèle ALM utilisé (qui est en cours de construction) est la cause principale à l'origine de ces erreurs et a été un frein à l'atteinte de l'ambition de départ de ce mémoire, à savoir, de proposer un ensemble d'indicateurs financiers permettant d'expliquer et d'analyser les flux stochastiques sur tous les chocs de la formule standard.

Ainsi, une fois notre modèle ALM fiabilisé (et donc les incohérences citées plus haut intégralement corrigées), une première perspective d'amélioration serait de mettre en place une batterie d'indicateurs permettant d'expliquer les comportements du modèle sur l'ensemble des chocs de la formule standard. Par ailleurs, le séquençement des flux étant supposé unique dans l'affichage des reportings du scénario unique du modèle utilisé, une seconde perspective serait d'adapter le développement du scénario à des modèles avec un séquençement plus complexe des flux.



# Synthesis note

## Introduction

In life insurance, almost all contracts include asset-liability interactions that make it difficult to evaluate the cost of options and guarantees. Moreover, the regulatory requirements for best-estimate calculations under the Solvency 2 directive or the IFRS17 standard oblige insurers more than ever to correctly evaluate the costs of these options and guarantees in the calculation of their best-estimate.

The use of stochastic ALM models in the cash-flow projection process is essential for the valuation of options and guarantees. However, the classical outputs of these models are built on the basis of the average of the stochastic scenarios. The latter are thus complex to analyse and can be a source of interpretation errors.

The objective of this thesis is therefore to propose for ALM modelers a set of usable indicators for analysing stochastic cash-flows, thanks to the implementation of a single economic scenario containing all the stochastic best estimate's information.

In order to address this issue, it was necessary to first present the stochastic modelling principles underlying ALM models in savings, which will be illustrated by presenting the ALM tool under construction (and therefore imperfect) that served as the basis for this paper. Next, we will detail the development of the new economic scenario, as well as the financial indicators derived from it. Finally, the use of this unique scenario will be put into practice in the concrete case of a study of the effects of a Spread shock.

## Stochastic modelling

The correct valuation of Guaranteed Options' costs in the Best-Estimate is a major issue for life insurers. However, the impossibility of using closed formulas to calculate the costs of these options has forced them to turn to a stochastic modelling of their financial cash-flows, which is based on the martingality property and the Monte Carlo method.

## Martingality property

The property of martingality makes it possible to evaluate a financial asset and determine its price on a complete market at any given moment.

The transcription of this property to the insurance world makes it possible to establish a formula for evaluating the Best-Estimate of the insurers' commitments, which correctly integrates the Options & Guarantees' costs

$$BE(0) = E_{\mathbb{P}^*} \left[ \sum_{t \geq 1} CF_t * Defl(0, T) | \mathcal{F}_0 \right].$$

## Monte-Carlo Method

The Monte-Carlo method facilitates the calculation of the expectation in the previous formula.

This consists of approximating the expectation by an integral calculation and, based on the Law of Large Numbers, making the following estimate

$$BE(0) = E_{\mathbb{P}^* \otimes \mathbb{Q}} \left[ \sum_{t \geq 1} CF_t * Defl(0, T) | \mathcal{F}_0 \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T CF_t^i * Defl_i(0, T).$$

## Stochastic results are hardly analyzable

Stochastic modelling involves projecting the insurer's cash-flows over a very large number of economic scenarios. Thus, the cash-flows displayed in the outputs of stochastic ALM models (Balance Sheet, Cash Flow Statement and Income Statement) are traditionally averaged over these scenarios and their calculation does not take into account the weight of discounting. This type of output can lead to errors when analysing the results and it is not always easy in this case to explain the evolution of a stochastic Best-Estimate to the management.

To illustrate this problem, we present a purely fictitious case of a stochastic projection on the same run of two random cash-flows expressed as a percentage of the mathematical provision and varying from one simulation to another. The run in question is launched over a 5-year horizon and according to 3 stochastic scenarios. For the purpose of the illustration, we will consider a special scenario, noted here as scenario 2, where the discount rate and that of the cash-flow 2 are assumed to be particularly high.

	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Discount factor	2%	15%	3%
Rate cash-flow 1 (in % of the MP)	8%	4%	7%
Rate cash-flow 2 (in % of the MP)	2%	15%	2%

Table 4: Rates considered in the three scenarios

An initial analysis of the cash-flows based on their rate history obtained following the stochastic projection would lead to the conclusion that in this example the most representative cash-flow in the Best-Estimate is the cash-flow 2, insofar as its rate history is constantly higher than that of the first one.

Année	1	2	3	4	5
Rate cash-flow 1 (in % of the MP)	6,2%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%
Rate cash-flow 2 (in % of the MP)	6,6%	6,6%	6,6%	6,6%	6,6%

Table 5: Rates obtained

However, the actual weights of the two cash-flows contradict this deduction and show that the most representative cash-flow in the Best-Estimate is the cash-flow 1.

<b>BE cash-flow 1 (in % of the BE)</b>	32.5%
<b>BE cash-flow 2 (in % of the BE)</b>	28.1%

Table 6: Effective weights of the two cash-flows in the BE

## Implementation of the stochastic scenario analysis approach

In order to respond to the problem described in the previous paragraph, an analytical approach has been developed to correctly analyze the outputs of stochastic models. This is divided into two parts.

### Development of the single economic scenario

The unique scenario developed allows the cash-flows to be reprocessed to contain all the stochastic Best-Estimate information. The reprocessing is done in three main steps:

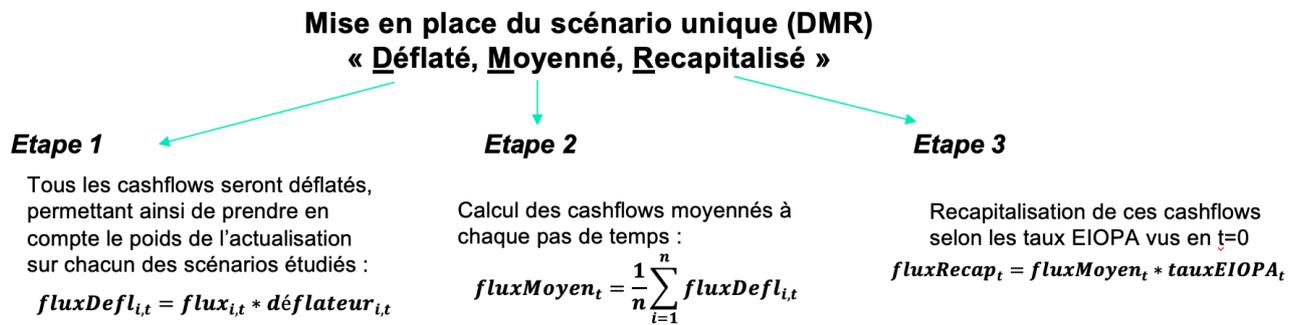


Figure 5: Cash-flow reprocessing - Unique scenario "DMR"

This scenario makes it possible to obtain exploitable outputs whose stochastic projection of cash-flows correctly takes into account the weight of discounting.

Beyond the problem of analysis errors, the use of this unique scenario makes it possible to set up financial indicators to guide and facilitate the understanding and analysis of stochastic scenarios.

### Financial indicators

The second component consists of the establishment of financial indicators to guide and facilitate the analysis of stochastic flows. These are based exclusively on the single economic scenario presented in the previous paragraph.

1. The first indicator developed is the TVoG's decomposition by flow and by time step. This is obtained by differentiating the decomposition of the stochastic BE, whose cash-flows are calculated according to the unique scenario, and the deterministic BE, whose cash-flows are projected according to the certainty equivalent scenario (deterministic scenario where all assets yield the risk-free rate).

$$BE_{Sto} = BE_{certaintyEquivalent} + TVoG.$$

2. The second indicator developed is the NAV rationalisation. This explains the movements in the amount of NAV by rationalising the future outflows of earnings that are recognised in NAV (and in the VIF) through an insurer margin calculation. Furthermore, the construction of this indicator is specific to the ALM model used in this paper and the profit sharing function implemented

in it.

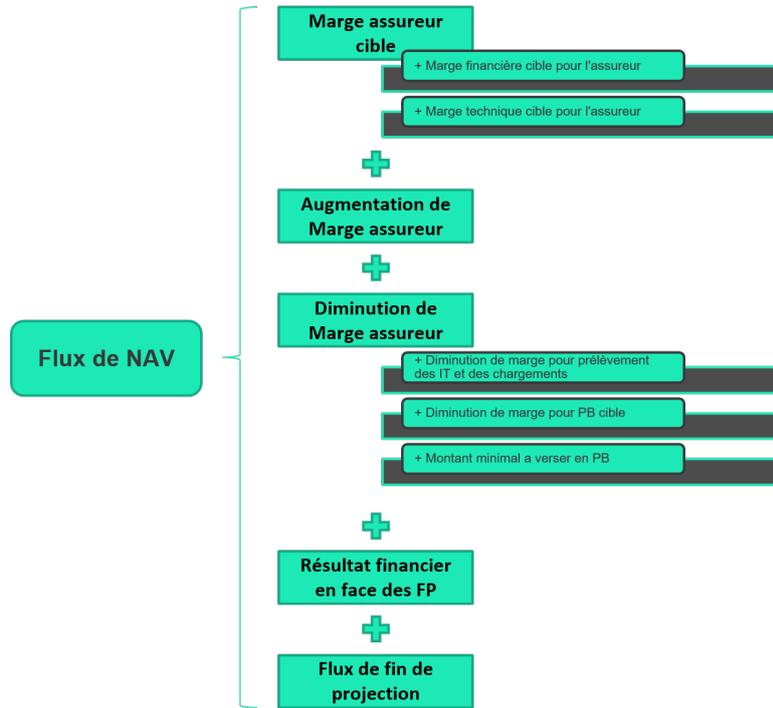


Figure 6: NAV rationalisation

3. Finally, the last indicator implemented in the model is the chronicle of capital losses while the capitalisation reserve is empty. It explains the variations in financial results and NAV, which are directly impacted in the event of strong realisations of capital losses.

$$RealisationsMV s_{RK=0} = \sum_{t \geq 1} [(RealisationsPMV s_{Obligataires,t} + VariationsRK_t) * B(0, t)].$$

## Analysis of the effects of a spread shock

This section illustrates the use of indicators constructed as part of the analysis of the behaviors of the ALM model on a spread shock. The aim is to illustrate how the single scenario and financial indicators can be put to good use.

It should be noted that the methodology followed during the implementation of the spread shock is the one presented by the EIOPA : the downward shock to bond market values will depend on their rating and sensitivity.

The study carried out has also enabled us to detect certain inconsistencies in the results. obtained by the ALM model used (which is for reminder in the audit phase).

## Context of the study

The ALM model used in our study and presented below was developed internally within SIA Partners and makes it possible to project the financial flows of life insurers in the context of fund savings contracts in euros, over a projection horizon of 50 years. The typical portfolio used was chosen in order to best represent a French insurance company offering savings contracts mainly funds in euros.

Actif - VNC		Passif - VNC	
<b>Actions</b>	7,9 %	<b>Fonds Propres</b>	10 %
<b>Obligations</b>	87,8 %	<b>PM</b>	85 %
<b>Immobilier</b>	1,6 %	<b>Réserve de Capitalisation</b>	1 %
<b>Monétaire</b>	2,7 %	<b>PRE</b>	-
<b>Total</b>	100 %	<b>PPE</b>	4 %
		<b>Total</b>	100 %

Figure 7: Présentation of the portofolio - Solvency 2

In order to complete our study, two runs of the ALM model were launched : a central run and another shocked (following the Spread shock in question). Then, a second step made it possible to analyze and explain the flow differences observed between the two runs using the indicators presented above.

### Shock analysis

A first step in the analysis was to study the NAV movements following the Spread shock using the NAV rationalisation indicator.

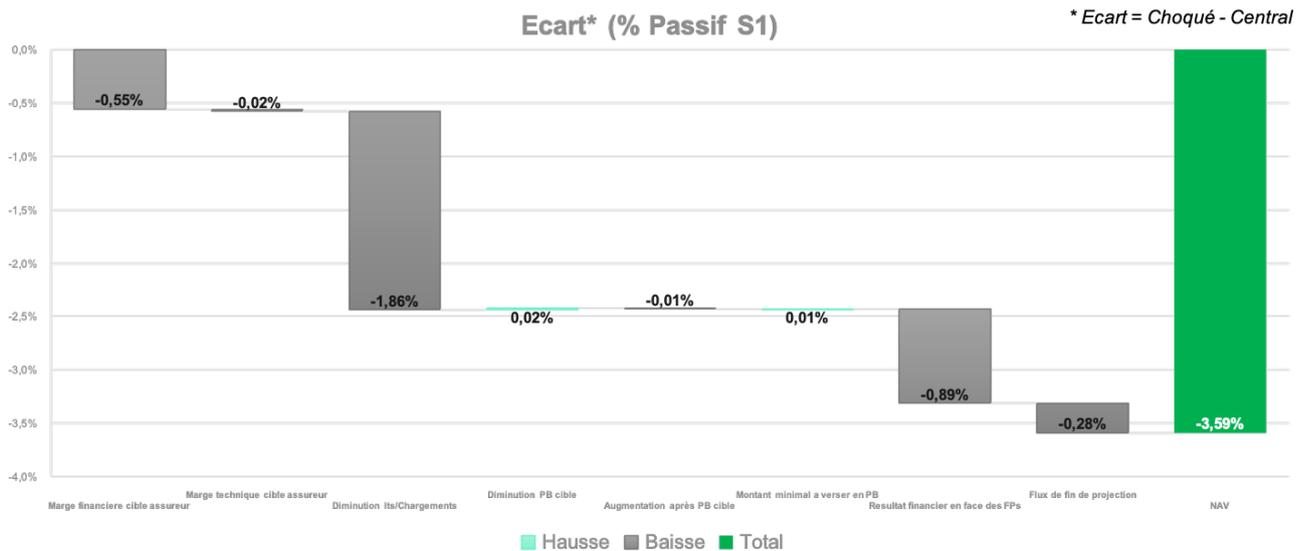


Figure 8: Output of the "NAV Rationalisation" indicator

A line item analysis of the output of this indicator allows us to quantify the decline in the NAV amount following the spread shock and to explain the sources of this movement. In our case, three main elements were at the origin of the decline in NAV:

- The increase in spread implied an increase in bond defaults via the Risk-Neutralisation mechanism. The book yields of the bonds have been reduced, which has led to a **reduction in the Target Financial Margin**.
- The decrease in bond market values as a result of the Spread shock implied higher realisations of losses for the insurer, and ultimately more frequent realisations of losses with an empty capitalisation reserve. This has also led to a **decrease in the Target Financial Margin**.
- The spread shock has resulted in a decrease in the stock of financial products. As the TMG and the loading rate remained unchanged from one run to the next, the insurer was forced to lower its margin for paying ITs and loadings more sharply. This results in a greater **decrease in the margin for ITs and charges**.

Furthermore, the indicator on the realisations of MVs in the absence of RK allowed us to detect an inconsistency in the model's results. Indeed, although the amounts of realisations of capital losses with a zero capitalisation reserve have increased following the shock, their present value in the shocked run remains very low.

One of the potential sources of the problem detected comes from the use of a G2++ in the GSE where the maximum rates are 10% after calibration. One solution would be to migrate to a shifted LMM model, the G2++ having the disadvantage of giving strongly negative rates which we wanted to avoid.

## Conclusion

The traditional output of stochastic models, which consists of taking the average of the cash-flows, makes it difficult to explain the evolution of the Best Estimate to the management. In this thesis, we have focused on this problem and have proposed an analytical approach that allows us to correctly

analyse stochastic flows.

To do this, we first developed a new single scenario containing all the stochastic best-estimate information, which is set up following a reprocessing stage of the projected financial cash-flows. Subsequently, we developed financial indicators in our ALM model that are based on this single scenario and that facilitate the analysis and monitoring of stochastic results.

Moreover, the study also allowed us to highlight inconsistencies in some results, some of which are still to be traced, which would have been more difficult to detect without this unique scenario. Indeed, the degree of maturity of the ALM model used (which is still under construction) is the main cause of these errors and has been a hindrance to the achievement of the initial ambition of this dissertation, namely, to propose a set of financial indicators to explain and analyze the stochastic flows on all shocks of the standard formula.

Thus, once our ALM model has been made reliable (and the inconsistencies mentioned above have been fully corrected), a first perspective for improvement would be to set up a battery of indicators to explain the model's behavior on all the shocks of the standard formula. Moreover, since the sequencing of flows is assumed to be unique in the display of the reports of the single scenario of the model used, a second perspective would be to adapt the development of the scenario to models with a more complex sequencing of flows.



# Remerciements

Tout d'abord, je tiens à adresser mes remerciements chaleureuses à toute l'équipe Actuariat du cabinet Sia Partners pour leur accompagnement et leur présence tout au long de mon stage.

Je tiens à remercier particulièrement mes deux tuteurs, M. Antoine MAZURIE et Mme. Murielle RAVELONANDRO, pour leur disponibilité, leurs innombrables conseils avisés et pour leur implication dans la réussite de ce mémoire. Leur riche expérience dans de nombreux domaines de l'assurance ont permis de m'apporter une formation de très haute qualité.

Je voudrais également adresser des remerciements au corps professoral de l'Université Paris-Dauphine, et tout particulièrement M. Quentin GUIBERT, pour leur enseignement et leur suivi.

Enfin, je remercie mes parents pour leur soutien inébranlable et continu durant toutes mes études et sans qui rien de tout cela n'aurait pu être possible.



# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>4</b>
<b>Note de Synthèse</b>	<b>5</b>
<b>Synthesis note</b>	<b>13</b>
<b>Remerciements</b>	<b>21</b>
<b>Table des matières</b>	<b>23</b>
<b>Introduction</b>	<b>25</b>
<b>1 L'Assurance-Vie, une activité réglementée</b>	<b>27</b>
1.1 Assurance-Vie en France . . . . .	27
1.2 Focus sur les Fonds en euros . . . . .	30
1.3 Généralités sur S2 et IFRS17 . . . . .	39
1.4 Des besoins réglementaires convergents . . . . .	43
1.5 Modélisation et analyse des flux financiers . . . . .	49
<b>2 Modélisation stochastique en Assurance-Vie</b>	<b>51</b>
2.1 Notions théoriques . . . . .	51
2.2 Projection stochastique du Best-Estimate . . . . .	53
2.3 Méthodes accélérées de calcul du Best-Estimate . . . . .	56
<b>3 Présentation du modèle ALM</b>	<b>61</b>
3.1 Généralité sur les modèles ALM . . . . .	61

3.2	Présentation du Générateur de Scénarios Economiques Risque-Neutre utilisé . . . . .	63
3.3	Description du portefeuille-type utilisé . . . . .	67
3.4	Présentation du modèle : SiALM . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Analyse des Scénarios Stochastiques</b>	<b>81</b>
4.1	Des résultats en stochastique difficiles à analyser . . . . .	81
4.2	Mise en place d'indicateurs financiers . . . . .	86
<b>5</b>	<b>Analyse des effets d'un choc de <i>Spread</i></b>	<b>97</b>
5.1	Mise en contexte . . . . .	97
5.2	Évolution de la NAV . . . . .	99
5.3	Limites et perspectives d'amélioration . . . . .	110
	<b>Conclusion</b>	<b>115</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>116</b>
<b>A</b>	<b>Annexes</b>	<b>119</b>
A.1	Fonction de Participation aux Bénéfices . . . . .	120

# Introduction

L'entrée en vigueur en 2016 de la Directive Solvabilité 2 et la future introduction en 2023 de la norme IFRS17 ont nettement accru les besoins calculatoires, notamment en assurance-vie. Disposer d'outils d'analyses permettant de comprendre finement les calculs réalisés et les risques auxquelles la compagnie est soumise est devenu un enjeu central pour les assureurs.

La complexité des interactions Actif-Passif inhérente à la modélisation des contrats d'assurance vie constitue une problématique majeure dans l'évaluation des engagements des assureurs et implique in fine un calcul de Best-Estimate plus compliqué. En effet, la majorité de ces contrats comportent des Options & Garanties dont la valorisation des coûts complique la modélisation des portefeuilles des assureurs-vie. Cependant, l'introduction des modèles ALM (*Asset & Liabilities Management*) stochastique dans les processus de projection des flux a pu répondre positivement aux attentes des assureurs qui sont dès lors plus à même de se conformer aux exigences de la réglementation. Ces derniers sont basés sur des techniques financières issues du monde bancaire, notamment avec l'utilisation de la projection Risque-Neutre où tous les prix d'actifs sont martingales, et également, sur la méthode de Monte Carlo qui permet d'évaluer efficacement les coûts des Options & Garanties.

Une sortie classique d'un modèle ALM stochastique est la projection des bilans, comptes de résultats et comptes de trésorerie, construits sur la base de la moyenne des scénarios. Cette sortie permet de s'assurer que les bilans soient bien équilibrés. Cependant, au-delà de cet aspect, l'analyse des flux moyens présentés sur ces sorties sont souvent la source de nombreuses erreurs d'interprétation. L'objectif de ce mémoire est dès lors de proposer un nouveau cadre d'analyse exploitable des flux stochastiques grâce à la mise en place d'un scénario économique unique qui contient toute l'information de la projection stochastique.

Une première étape fait office de présentation des différentes réglementations assurancielles, à savoir, la directive Solvabilité 2 et la norme comptable IFRS17, ainsi que leurs besoins réglementaires convergents. Par la suite, nous nous focaliserons sur les principes de modélisation stochastique d'un modèle ALM en épargne. Nous illustrerons ces principes en présentant l'outil ALM en construction (et donc imparfait) qui nous a servi de base dans le cadre de ce mémoire. Nous présenterons ensuite le nouveau scénario unique développé qui contient l'ensemble de l'information du BEL stochastique, ainsi que les indicateurs développés. Enfin, nous éclaircirons la manière dont ces indicateurs pourraient être utilisés, sur un cas concret. Pour cela, nous nous sommes penchés sur l'analyse des effets d'un choc de *Spread* dans notre modèle en construction et montrerons comment ce scénario a permis de faciliter l'analyse des flux stochastiques et la détection des potentiels incohérences.



# Chapitre 1

## L'Assurance-Vie, une activité réglementée

### 1.1 Assurance-Vie en France

Dans cette première partie, nous présenterons globalement l'Assurance-Vie en France et les types de contrats qui y sont proposés, en commençant par les contrats multi-supports, ainsi que leurs caractéristiques. Etant à la base de ce mémoire, un focus particulier sera par ailleurs fait sur les Fonds en euros.

#### 1.1.1 Généralités

Le secteur de l'Assurance Vie est un des secteurs les plus porteurs du marché financier. Cela est d'autant plus marqué en France où l'Assurance-Vie représente plus de 1700 milliards d'euros de placements à fin 2020 (soit environ 75% du Produit National Brut en France sur la même année) et a été pendant longtemps considéré comme étant le placement préféré des Français. De façon générale, une activité d'assurance est une activité qui relie deux entités : un assureur qui s'engage à payer des prestations en cas de survenance de sinistres et un assuré qui paie une prime (unique ou périodique) afin de se protéger contre ces mêmes sinistres.

Dans le monde assurantiel, nous distinguons différentes catégories d'assurances, mais dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéresserons exclusivement à l'Assurance-Vie. Dans cette branche de l'assurance, l'exécution des engagements dépend exclusivement de la vie humaine. L'aléa principal, ou l'évènement aléatoire, que les assureurs prennent en compte dans ce cas est le décès de leurs assurés. Contrairement à l'Assurance Non-Vie où la survenance de l'aléa n'est pas certaine, l'Assurance Vie a la particularité de supposer qu'à coup sûr ce dernier se produira à un instant donné.

Les contrats en Assurance-Vie proposent deux principaux types de garantie :

- Les garanties en cas de vie : il s'agit des contrats dans lesquels le paiement des prestations (en capital ou en rentes) par l'assureur à un bénéficiaire (en général, l'assuré lui-même) est déclenché seulement dans le cas où l'assuré est toujours en vie à une échéance donnée. Nous pouvons y retrouver par exemple les épargnes ou, plus anciennement, les tontines.

- Les garanties en cas de décès : il s'agit dans ce cas-là des contrats assurant le paiement des

prestations (en capital ou en rentes) par l'assureur au bénéficiaire que si l'assuré décède, quelle que soit la raison de ce décès. C'est le cas par exemple des contrats Vie Entière ou des Assurances temporaire décès.

Par la suite, l'intérêt sera principalement porté sur les garanties en cas de vie, et plus spécialement, les contrats d'épargne.

Un produit d'épargne représente le placement d'un capital, versé par l'assuré, sur des supports financiers, plus ou moins risqués, permettant de le fructifier dans le temps et de dégager des rendements, qui vont venir (en totalité ou en partie, dépendamment du produit en question) s'ajouter à ce montant épargné. La durée du placement peut être définie en amont dans le contrat, ou par le décès de l'assuré. Dans ce dernier cas, les fonds sont réservés aux bénéficiaires définis dans le contrat d'épargne.

Il existe deux fonds d'épargne traditionnels en Assurance-Vie :

- Les supports en euro, ou Fonds en euros : le placement le moins risqué en Assurance-Vie. Le capital y est placé sur un Fonds en euros et est investi sur des produits sans risque, majoritairement des obligations d'Etat. Ce placement est caractérisé par une prise de risque minimale et une grande sûreté des placements qui l'ont rendu au fil des années le contrat attirant la majorité des épargnants en France, désirant assurer un rendement stable quelle que soit la situation économique du pays.

- Les contrats à capital variable, ou plus communément appelé, les contrats en Unité de Compte : Le montant épargné est placé en unités d'investissement financier, à savoir, des parts ou des actions de valeurs mobilières et immobilières (les articles L131-1 et R131 énumèrent les unités d'investissement des contrats UC). Bien qu'ils proposent des rendements attractifs, ils restent néanmoins très risqués pour les assurés qui se doivent dans ce cas de supporter eux-mêmes les risques des marchés financiers. Il existe néanmoins une possibilité d'opter pour une garantie plancher, mais il faut dans ce cas prévoir des chargements additionnels.

Dans les paragraphes suivants, une présentation plus détaillée sera faite sur chacun de ses contrats. Par ailleurs, d'autres types de contrats existent également, plus exotiques certes et dont le fonctionnement diffère plus ou moins au fonctionnement des deux fonds présentés précédemment. Nous en présenterons un dans ce qui suit.

### 1.1.2 Présentation des contrats multi-supports

Les contrats multi-supports sont des contrats permettant aux épargnants d'investir leur capital sur des produits financiers diversifiés et sont caractérisés par une grande souplesse dans la réalisation des investissements.

En effet, lors de la souscription, l'assuré est amené à choisir la répartition de l'investissement de son capital entre deux principaux supports d'épargne : le Fonds en euros, proposant une sûreté accrue de l'épargne mais pour de faibles rendements, et les UC, offrant des rendements élevés contre une garantie minimale et sujette aux mouvements de marché. En général, l'assureur demande à ce qu'une part minimale de 50% se doit d'être investie au préalable en Fonds en euros, afin d'assurer un niveau de risque acceptable. Une fois la répartition faite, plusieurs méthodes de gestion du contrat sont proposées à l'épargnant :

- Gestion déléguée : Dans cette gestion, l'assuré ne s'occupe pas de son contrat. Celui-ci est entre les mains de l'assureur ou d'une compagnie de gestion

- Gestion profilée : L'assuré choisi un profil d'investisseur-type sur lequel se basera l'assureur dans

sa gestion du contrat

- Gestion conseillée : L'assuré gère lui-même son contrat, mais est épaulé via des conseils d'investissement par l'assureur

- Gestion libre : L'assuré gère son contrat sans aucune intervention extérieure. Il choisit donc les supports dans lesquels il désire investir son capital. Le choix dépend généralement du portefeuille de l'assureur, mais permet à l'assuré de diversifier ses risques entre les supports et entre les zones géographiques.

Cette gestion est principalement basée sur des mouvements de capitaux entre les Unités de comptes vers le Fonds en euros, ou inversement. Cela est communément l'arbitrage.

Afin d'être plus précis, l'arbitrage est une opération consistant à modifier la répartition de l'investissement du capital entre le Fonds en euros et les Unités de Compte. Cela permettrait aux assurés de passer d'une stratégie de placements à faible risque (afin de sécuriser l'épargne en vue de préparer une retraite par exemple), à une autre à haut risque mais dont les rendements sont importants (si l'assuré est confiant vis-à-vis de ses placements et de la conjoncture économique par exemple), et vice-versa. Dépendamment du contrat, l'arbitrage peut ou pas être une option payante. Si c'est le cas, Nous parlerons de chargements d'arbitrage, qui seront extraits directement des rendements de l'épargne de l'année en cours.

Par la suite, nous présenterons plus en détail les principaux supports d'épargne que proposent les assureurs en France, à savoir, les UC, les contrats Euro-Croissance et les Fonds en euros. A noter qu'au vu de la problématique de ce présent mémoire, le focus sur les Fonds en euros sera plus approfondi.

## Les contrats UC

Mentionnés à l'article L.131-1 du code des assurances, les UC sont des contrats dans lesquels le capital épargné par le signataire peut être investi dans une grande diversité de supports financiers à moyens/hauts rendements (actions de SICAV, parts de SCPI, parts de FCP, trackers (ETF), obligations souveraines ou « corporate », etc.), offrant aux assurés la possibilité de mettre en place des stratégies d'investissements variées. A l'inverse du Fonds en euros, l'investissement est réalisé en nombre de parts, et non en euro.

L'assureur ne garantit pas à son assuré l'entièreté du capital épargné, mais uniquement le nombre de parts investi. Le montant touché par l'assuré à la fin de son contrat dépend donc entièrement de l'évolution des marchés boursiers et le risque lié à l'investissement du capital de l'épargne n'est pas supporté par l'assureur, mais par l'assuré. Ce dernier encaisse les plus-values engendrées dans le cas où la valeur marchande des parts augmente (ce qui est à l'origine du rendement important que peuvent proposer les contrats UC) mais aussi, en cas de baisse, la totalité des moins-values.

## Les contrats Euro-Croissance

Les contrats Euro-Croissance ont été lancés en 2014 en tant que perspective aux Fonds en euros. Leur fonctionnement se rapproche du fond traditionnel, mais permet aux épargnants de toucher de meilleures rémunérations (sans pour autant dépasser celles des UC). L'une des différences notables entre ces deux fonds est la durée de garantie du capital épargné. En effet, du côté Fonds en euros, le capital est garanti à tout moment pour l'assuré, alors que dans le cas des contrats Euro-Croissance, cette garantie n'est valable qu'après une échéance fixée lors de la signature du contrat. Celle-ci est de

8ans minimum, et peut atteindre les 30ans dans certains contrats.

Cependant, la durée de garantie n'explique pas l'origine de la supériorité des rendements qu'offrent les contrats Euro-Croissance par rapport à ceux qu'il est possible de rencontrer habituellement dans les Fonds en euros, ni la plus faible prise de risque que l'assureur supporte en offrant ce type de contrat. En effet, ces deux aspects s'expliquent principalement par son mode de fonctionnement.

Contrairement aux Fonds en euros, le capital épargné dans les contrats Euro-Croissance est départagé entre deux provisions :

- La provision mathématique, qui représente la part du capital placée sur des actifs peu risqués, des titres obligataires par exemple. Celles-ci permettent de donner aux contrats Euro-Croissance une certaine immunisation face aux mouvements de marché et traduisent l'engagement de l'assureur envers son assuré.
- La provision de diversification, qui contient la part restante du capital. Celle-ci est placée sur des actifs plus dynamiques, et par conséquent, plus risqués (des actions par exemple), permettant aux fonds Euro-Croissance de proposer des rémunérations intéressantes. Elle est la source de rendement de ce type de contrat. L'assureur ne garantissant pas la totalité du capital, le risque qu'il supporte est donc plus faible.

## 1.2 Focus sur les Fonds en euros

Les contrats Fonds en euros ont été depuis longtemps le produit phare de l'Assurance-Vie en France. Proposant des avantages fiscaux intéressants et un rapport « rendement/risque » attractif, ils ont toujours été les produits préférés des épargnants. Cette partie permettra de mettre la lumière sur le mode de fonctionnement de ce type de contrat.

### 1.2.1 Généralités sur les Fonds en euros

Les contrats en euro sont des placements financiers où le montant épargné par l'assuré est investi en totalité ou en partie sur un même type de produits de marché. Dans ce type de contrat, l'assureur s'engage à garantir à son détenteur un taux minimum garanti, indépendamment de la situation économique en cours, et ce, quitte à verser la différence de ses Fonds Propres s'il n'arrive pas à honorer ses engagements. Faire le bon choix d'allocation de portefeuille d'épargne est donc primordial afin d'assurer une solvabilité acceptable.

Bien que ce choix dépende des assureurs et de leur stratégie d'investissement, ces derniers investissent en général jusqu'à 80% de ces placements sur des emprunts (ou des obligations) de l'Etat, leur permettant d'assurer une régularité des rendements et la garantie des épargnes de leurs assurés. La partie restante est placée quant à elle sur des actions et sur de l'immobilier afin d'améliorer légèrement les rendements, notamment grâce aux tombées de dividendes pour l'un et au paiement de loyers pour l'autre.

Enfin, les contrats en euro incluent aussi une faible proportion de monétaire, permettant aux assureurs de faire face aux potentiels rachats et d'investir, au besoin, sur d'autres classes d'actifs.

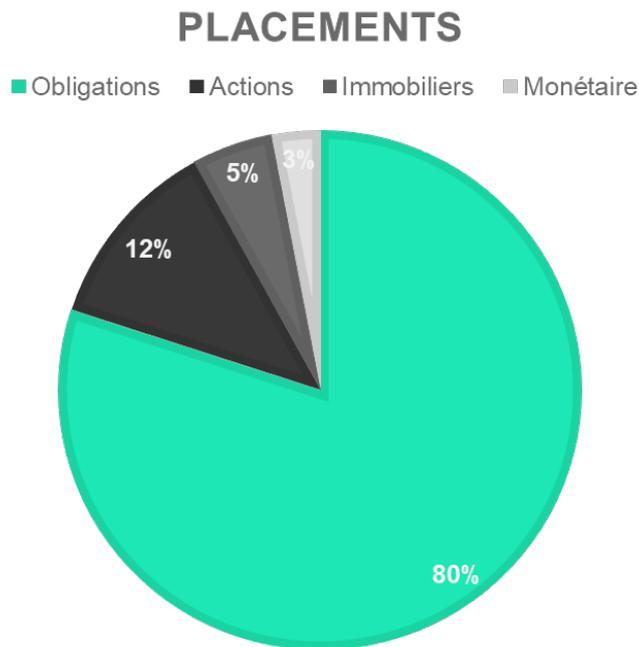


FIGURE 1.1: Stratégie-type de placements dans le cas des contrats Fonds en euros, *Source : FFA*

Le mode de fonctionnement d'un Fonds en euros se décline en 3 étapes principales :

- **La validation du contrat** : Le contrat en Euro, comme la majorité des contrats d'épargne, est dit « valide » lors de sa signature par l'assuré. Celui-ci paie ensuite une prime commerciale, égale à la somme d'une prime dite « pure », qui représente le montant minimal que l'assureur s'engage à garantir au signataire du contrat, et des chargements d'acquisition, couvrant les différents frais de la compagnie d'assurance. Le montant garanti est par ailleurs capitalisé chaque année à un taux fixe renseigné dans les clauses du contrat.

- **Revalorisation de l'épargne** : L'assureur investit cette prime sur le marché et une partie des bénéfices générés par cet investissement viendra augmenter l'épargne de l'assuré sous forme de « participation aux bénéfices ».

- **Clôture du contrat** : Le contrat en Euro peut être clôturé automatiquement au terme de la durée qui y est initialement fixée lors de la signature. Il existe cependant d'autres possibilités pour que le contrat atteigne son terme, à savoir, si le détenteur du contrat venait à décéder, ou si ce dernier décide de faire une demande de rachat de son épargne.

### 1.2.2 Provisions Techniques

A l'inverse des autres secteurs financiers, l'activité d'Assurance est caractérisée par un cycle de production inversé : La prime versée par l'assuré lors de la signature du contrat (dans notre cas, l'épargne déposée) doit couvrir les futurs engagements de l'assureur. Ainsi, afin de comptabiliser ces engagements envers ses assurés dans son bilan, l'assureur met en place des provisions à chaque date d'inventaire.

Il existe en Assurance-Vie de nombreuses provisions. Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéresserons qu'à celles que nous avons au préalable implémentées dans le modèle ALM utilisé.

### **La Provision Mathématique**

Afin d'être en capacité d'honorer ses engagements à tout instant, l'assureur se doit de constituer au niveau de son Passif une réserve, la Provision Mathématique. C'est le montant qu'un assureur doit détenir dans ses comptes pour garantir à tout instant son engagement vis-à-vis des souscripteurs de ses contrats d'Assurance-Vie. Définie à l'article R.331-3 du Code des Assurances, elle est égale à la différence entre les valeurs actuelles probables des engagements pris par l'assureur et ceux pris par les assurés.

### **La Réserve de Capitalisation**

La réserve de capitalisation est une provision présente principalement en Assurance-Vie et qui permet de neutraliser les effets de plus ou moins-values obligataires. En effet, elle est alimentée par les plus-values réalisées lors de la vente d'obligations, et est reprise dans le cas où cette même vente engendre des moins-values. Elle permet donc d'une part de lisser le résultat, et d'autre part de dissuader les compagnies d'assurance de vendre leurs obligations en cas de baisse des taux, de faire des gains illusoire et d'aller ensuite acquérir des titres obligataires moins performants.

### **La Provision pour Participation aux Excédents**

La provision pour participation aux excédents (PPE), aussi appelée provision pour participation aux bénéfices, est le montant des participations aux bénéfices attribuées aux bénéficiaires de contrats lorsque ces bénéfices ne sont pas payables immédiatement après la liquidation de l'exercice qui les a produits. En effet, l'assureur peut décider de ne verser que le minimum réglementaire en termes de participation aux bénéfices et d'utiliser le montant restant afin d'alimenter la PPE. Celle-ci permettra, pour les 8 années à venir, de lisser les participations aux bénéfices de l'assureur quand la situation économique ne lui permettra pas de servir le taux minimum réglementaire de PB. Après ces 8 années, l'assureur est tenu à redistribuer cette réserve de PPE.

### **La Provision pour Risque d'Exigibilité**

La provision pour risque d'exigibilité (PRE) est une réserve permettant à l'assureur de faire face à ses engagements dans le cas de moins-value de l'ensemble des actifs mentionnées à l'article R. 343-10 du Code des assurances, à savoir les actifs non amortissables. La PRE est dotée lorsque ces mêmes actifs sont en situation de moins-value latente nette globale et peut être passée soit à 100% à la fin de l'exercice en cours, soit lissée sur 3 à 8 années.

### **La Provision pour Dépréciation Durable**

La provision pour dépréciation durable (PDD) est constituée si la valeur d'un actif est inférieure à sa valeur au bilan, et si cette situation est considérée comme durable. Contrairement à la PRE, ce mécanisme s'applique à tous les actifs du portefeuille des assureurs. La PDD est dotée lorsqu'un actif baisse de plus de 20%, plafonnée à 30% en période de forte volatilité, pendant au moins 6 mois.

### 1.2.3 Avantages du Fonds en euros

Au début du XXIème siècle, les Fonds en euros ont connu un succès considérable au près des épargnants en France. Les avantages et les rendements qu'ils proposaient ont fait qu'ils ont été considérés à cette époque comme étant l'épargne favorite des Français.

Plusieurs facteurs économiques ont eu un rôle dans la montée en puissance de ce type de contrat d'épargne.

#### Un fond sans risque

L'un des plus gros avantages qu'offre le Fonds en euros, en comparaison aux autres contrats d'épargne, est la capacité de placer un capital en toute sécurité et protégé de l'inflation. En effet, la stratégie d'allocation d'actifs utilisés par l'assureur dans le cadre des contrats Fonds en euros est très peu risquée et permet à ce dernier de garantir à son assuré 100% du montant investi ainsi que les intérêts réalisés depuis l'ouverture du support.

#### Une fiscalité avantageuse

Les Fonds en euros, et les contrats d'Assurance-Vie en général, bénéficie d'une fiscalité très avantageuse. Cela concerne principalement deux types d'impôts :

- L'impôt sur le revenu : en Assurance-Vie, seuls les Plus-Values (PV) réalisées depuis l'ouverture du contrat sont imposables, mais bénéficient d'un dispositif d'imposition avantageux lorsque l'ancienneté du contrat est supérieure à 8ans. En effet, pour ces contrats, les souscripteurs peuvent retirés jusqu'à 4600 euros de plus-values par an en étant exonérés d'impôts.

Ancienneté	Inférieure à 8ans	Supérieure à 8ans
Imposition sur les PV engendrées depuis la création du contrat	<b>Impôts</b> : 17.2%  + <b>PS*</b> : 12.8%	<b>Impôts</b> : 4600euros non imposables  7.5% sur le reste  + <b>PS</b> : 12.8%

TABLE 1.1: Impôts sur le Revenu en France

- L'impôt sur les successions : Dans les contrats d'Assurance-Vie, les héritages sont soumis à une fiscalité particulière. En effet, on dénote deux dispositifs d'imposition, dépendamment de l'âge du souscripteur lors des versements.

---

\*Prélèvements Sociaux

Versements avant les 70ans du souscripteur	Versements après les 70ans du souscripteur
- Abattement de 152 500 euros par bénéficiaire	- Abattement de 30 500 euros sur l'ensemble des bénéficiaires
- 20% d'impôts jusqu'à 700 000euros	- Les capitaux au-delà des 30 500 euros
- 31,25% d'impôts au-delà des 700 000euros	soumis aux droits de succession

TABLE 1.2: Impôts sur les successions en France

Le point avantageux en Assurance-Vie est donc quand le souscripteur a moins de 70 ans lors des versements. Ces héritiers bénéficient dans ce cas d'un abattement exceptionnel sur le montant épargné et d'une imposition avantageuse sur le reste de l'héritage.

### Un contexte historique de baisse des taux

Afin de comprendre comment le contexte économique de baisse durable des taux a joué un rôle primordial dans l'ascension du Fonds en euros, il est nécessaire d'expliquer tout d'abord comment ce contexte-là s'est installé en Europe. En 2008, suite à la faillite de Lehman Brothers, l'économie européenne (et mondiale plus généralement) a été frappé de plein fouet par une crise bancaire et financière. L'aversion au risque de crédit monte en flèche de côté des banques, qui se retrouvent inaptes à se refinancer. Dans une tentative de maîtrise de cette crise, la BCE (Banque Centrale Européenne) décide alors de mettre en place plusieurs mesures afin de relancer l'économie, dont le Quantitative Easing\* (cf. CHOUKAIRY et IBENRISSOUL (2013)).

Accompagné par une politique de baisse du taux directeur de la part de la BCE (le taux directeur étant le taux d'emprunt de la BCE pour les banques en difficulté de refinancements), cela a donc conduit au début du contexte de baisse des taux d'intérêt, qui va se prolonger par la suite de manière quasi-ininterrompue.

Dans le cadre des Fonds en euros, les assureurs investissent plus de 70% de leur actif en titres obligataires long terme (dont la durée peut atteindre les 20 années). Cette baisse des taux n'a donc pas impacté instantanément les Fonds en euros. En effet, pendant que les taux d'intérêt du marché baissaient, les assureurs eux profitaient toujours des tombées de coupons aux taux historiquement élevés des titres obligataires qu'ils ont acheté auparavant et dont la maturité n'est pas arrivée à son terme. Par conséquent, les rendements et les rémunérations proposés dans les contrats Fonds en euros ont fini par devenir plus attractifs que ceux qu'un investissement dans le marché pourrait rapporter aux épargnants. Ces derniers ont même fini par surpasser les rendements de Livret A, principal concurrent des Fonds en euros en termes d'épargne, comme le démontre la figure 1.2. Les chiffres y figurant sont issus de INSEE (2021) (pour l'inflation), de ACPR (2020) (pour les rendements du Support en Euro) et de BANQUEDEFrance (2021) (pour les taux TME).

---

\*Le Quantitative Easing (ou assouplissement quantitatif) est une procédure majeure durant laquelle la BCE achète massivement des titres long terme sur le marché obligataire, à savoir, des obligations d'Etat ou d'Entreprise, afin d'augmenter la masse monétaire et encourager les prêts et les investissements

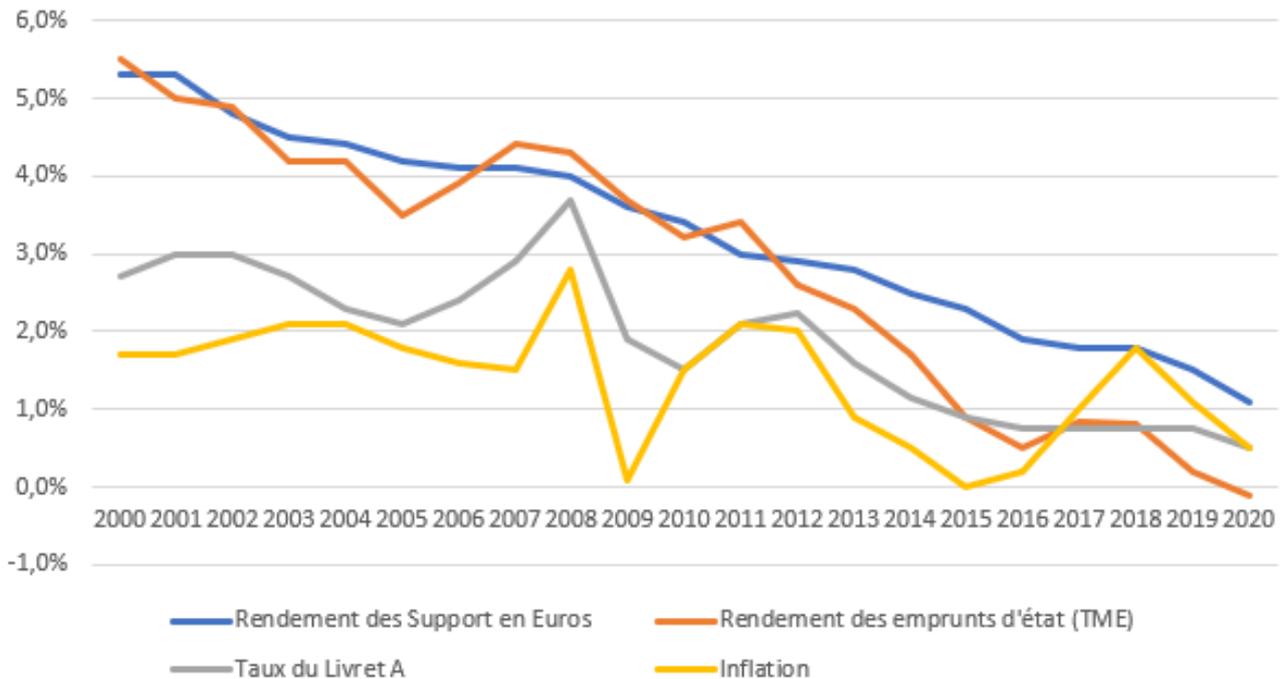


FIGURE 1.2: Comparaison des évolutions de rendements des Fonds en euros et du taux du Livret A

Bien que le contexte de baisse durable des taux ait permis, au cours des premières années, au Fonds en euros de tirer son épingle du jeu et de se démarquer des autres contrats d'épargne, le maintien de cette baisse depuis quasiment 20 années a par ailleurs soulevé de nouveaux risques pour les assureurs proposant ce type d'épargne, dont le risque de rachat massif dans le cas d'une remontée rapide des taux.

#### 1.2.4 Options et Garanties

En Assurance-Vie, plusieurs options ou garanties sont proposés aux assurés. Ces derniers leur facilitent la gestion de leur épargne, rendent l'Assurance-Vie plus attractive et enfin constituent, pour la plupart des assureurs, le principal levier afin d'attirer d'avantage de clients que la concurrence.

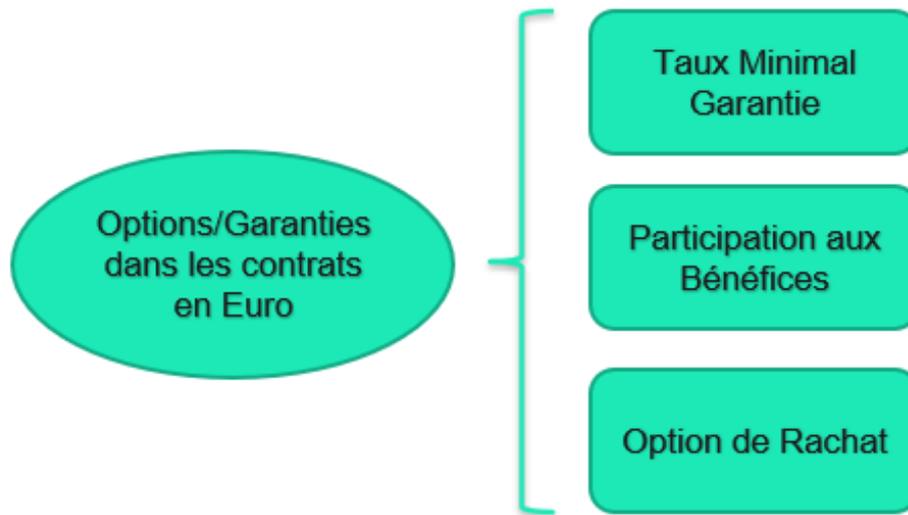


FIGURE 1.3: Les O&amp;G dans les contrats en Euro

### Le Taux Minimum Garantie

Le Taux Minimal Garantie, ou TMG, est le taux minimum de revalorisation annuelle des provisions mathématiques des contrats d'épargne. Il est défini contractuellement et ne peut excéder 85% du rendement des actifs de l'assureur au cours des 2 dernières années.

La notion de TMG est centrale dans le cas des contrats d'épargne en Assurance-Vie. Elle illustre le fait que dans des contrats pareils, l'assuré est toujours gagnant (au pire il recevra chaque année le TMG), alors que l'assureur porte tous les risques : dans les meilleurs des cas (des produits financiers réalisés importants), il se partage les bénéfices avec ses assurés, et dans les pires (pas de produits financiers), il doit assumer les pertes.

Afin d'illustrer cela, prenons l'exemple simple et assez simpliste suivant :

Prenons le cas d'un assureur proposant que des contrats Fonds en euros et dont le portefeuille au passif contient un seul assuré. Celui-ci a épargné un montant de 1000 euros à un TMG de 3%. Le graphique ci-dessous affiche la distribution des gains entre Assureur/Assuré selon les produits financiers réalisés.

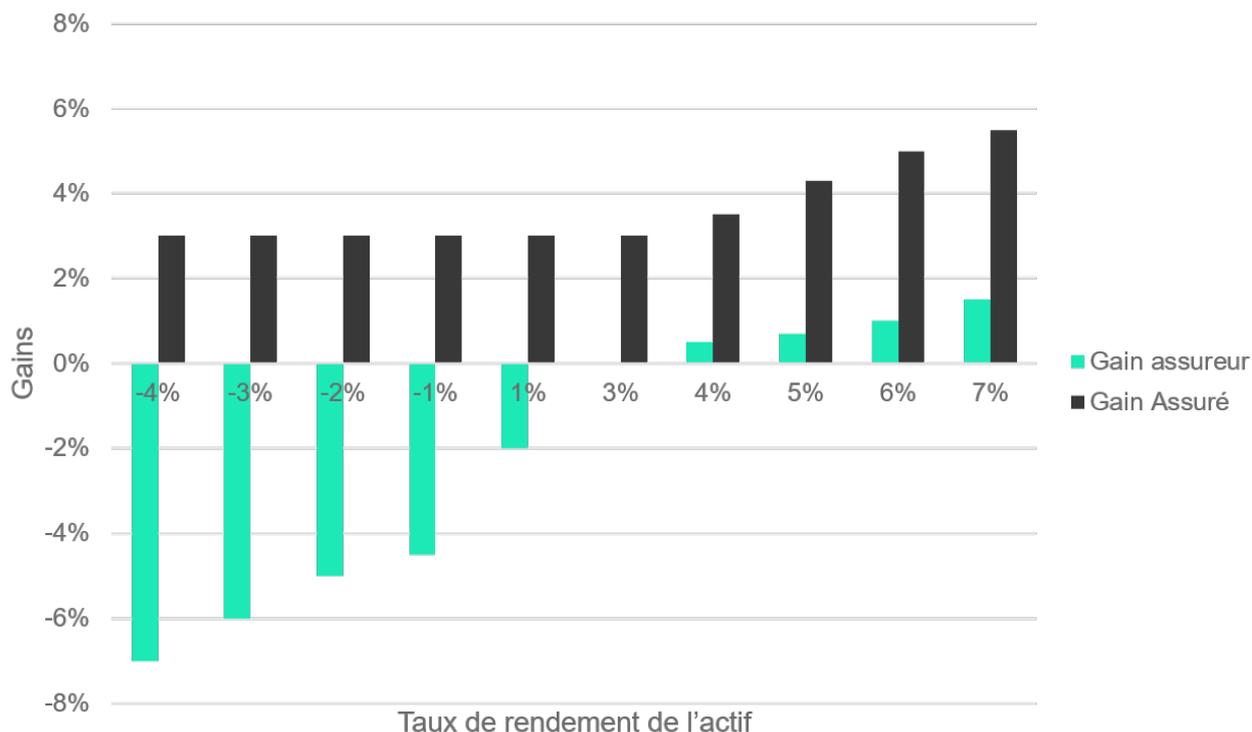


FIGURE 1.4: Exemple de répartition des gains entre l'assureur et l'assuré

Nous remarquons donc que quand l'actif rapporte moins que le TMG (3% dans notre exemple), l'assureur porte la totalité des pertes et puise dans ses Fonds Propres afin de garantir la revalorisation de l'épargne de son assuré au Taux Minimum Garantit. Celle-ci est donc bornée inférieurement (par le TMG) quelque soit la situation économique.

### La Participation aux Bénéfices

Depuis 1967, la réglementation a mis en place un cadre de partage des bénéfices techniques et financiers entre l'assureur et son assuré. On distingue trois types de Participation aux Bénéfices :

- Le minimum de PB réglementaire : Il représente le niveau minimal de PB que l'assureur peut proposer à son assuré dans le cadre d'un contrat en Assurance-Vie et dont l'obligation est à l'échelle d'un canton. Il a été défini dans l'Article A.132-11 du Code des Assurances et est égal à 85% du résultat financier (hors produits financiers sur les Fonds Propres) et 90% du résultat technique (différence entre les frais de gestion prélevés sur les contrats par l'assureur et les frais qu'il supporte pour la gestion de ces mêmes contrats).

- La PB contractuelle : Les assureurs peuvent mettre en place un niveau de PB contractuelle, c'est-à-dire, un niveau de PB supérieur au minimum réglementaire et qui soit décidé contrat par contrat, au moment de la signature.

- La PB discrétionnaire : La concurrence oblige, l'assureur peut aussi décider de distribuer en plus jusqu'à 15% de ses bénéfices annuels à ses assurés, équitablement entre eux ou pas.

## L'option de Rachat

Le rachat est une option que l'assureur met à disposition à son assuré et qui permet à ce dernier de retirer, avant la date d'échéance prévue dans le contrat, la totalité (nous parlerons de rachat total) ou une partie (nous parlerons cette fois-ci de rachat partiel) de son épargne, augmentée du cumul des intérêts réalisés.

Le droit de rachat appartenant à l'assuré, deux principaux types de rachats ressortent, à savoir :

- Les Rachats dits structurels, représentant les rachats modélisés en se basant sur l'analyse des rachats passés des assurés en fonction de leur âge, de leur sexe, de l'ancienneté de leur contrat, etc...
- Les Rachats dits conjoncturels, représentant cette fois-ci les rachats engendrées suite à un changement, brusque ou continu, de l'environnement économique forçant l'assureur à revoir vers la baisse ces engagements envers ses assurés.

Par ailleurs, le risque porté par l'assureur dans le cadre d'un Fonds en euros vient essentiellement de ces trois Options et Garanties. En effet, afin d'éclaircir ces propos, considérons deux scénarios possibles d'évolution du marché financier :

1. Une baisse durable des taux d'intérêt Dans le cas où les taux d'intérêt venaient à conserver leur tendance baissière pendant les années à venir, les produits financiers réalisés par les stratégies d'investissement des assureurs ne seront plus suffisants pour leur permettre d'honorer leurs engagements (cela est d'autant plus vrai pour les anciens contrats où les Taux Minimum Garantie sont en général très élevés). Ces derniers se verront dans l'obligation de baisser leur marge, et dans les cas les plus critiques, d'honorer ces engagements en puisant dans leurs Fonds Propres. De plus, les assureurs ne pourront naturellement pas verser de Participations aux Bénéfices à leurs assurés, ce qui pourrait potentiellement engendrer une vague de rachats (certes probablement peu imposante).
2. Une hausse des taux d'intérêt Dans le cas où ce scénario venait à s'établir et à durer dans le temps, les rémunérations sur le marché finiront par atteindre un niveau plus élevé que celui proposer par les assureurs dans leurs contrats Fonds en euros. Les assurés seront donc plus enclins à racheter leur épargne et aller l'investir ou l'épargner ailleurs. Afin de disposer de suffisamment de liquidités pour faire face à cette potentielle vague massive de rachats, l'assureur sera contraint de vendre une part de ses actifs. Ces derniers étant majoritairement des obligations dont, rappelons-le, la valeur baisse en cas de hausse des taux, cette vente engendrera potentiellement des moins-values qui viendront impacter négativement la solvabilité de l'assureur. Afin de contextualiser ce cas de hausse des taux, prenons l'exemple simple d'un marché assuranciel composé de deux assureurs : le premier, que nous nommerons assureur A dans ce qui suivra, est un assureur exerçant son activité depuis  $t=0$  année, et le deuxième, assureur B, qui a lancé son activité à  $t=20$ ans. Comme tout assureur, A détient un portefeuille majoritairement obligataire et de par son historique d'achat d'obligations, le taux de coupon moyen sur son portefeuille est de 2%. Ensuite, supposons qu'à  $t = 19$ ans, un scénario de grande hausse des taux d'intérêt s'est mis en place et a perduré jusqu'à  $t = 20$ ans (année d'entrer sur le marché de B). **Conséquences :** Comme B vient tout juste de lancer son activité, les nouvelles obligations (à taux de coupon élevé du fait du scénario en place) qu'il aura acheté lui permettront de proposer des taux de revalorisation plus élevés que A. Ayant constaté cet écart, les assurés de A seront plus enclin à racheter leur épargne et d'aller l'investir chez B. Pour faire face à cette vague massive de

rachats, A aura besoin de liquidités et sera donc dans l'obligation de vendre ses obligations. Or, leur valeur de marché aura fortement diminuée du fait de la hausse des taux d'intérêt. La vente s'effectue en moins-values latentes, et afin de contrer cette réalisation de moins-values, A épuisera sa réserve de capitalisation et potentiellement, lorsque celle-ci sera épuisée, réalisera des pertes.

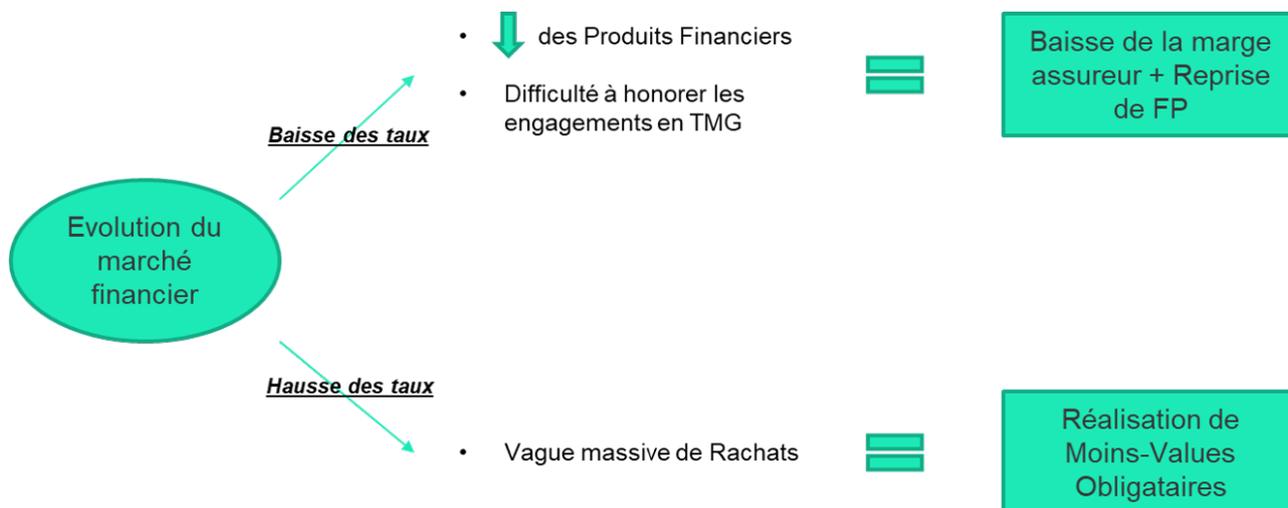


FIGURE 1.5: Impact des scénarios de hausse et de baisse des taux sur l'activité des assureurs-vie

Les coûts des O/G (Options et Garanties) ont donc un impact énorme sur la solvabilité des assureurs, et peuvent dans quelques cas constituer de dangereux freins à leur bonne santé financière. Les assureurs ont donc un besoin important de quantifier les engagements qu'ils ont vis-à-vis de leurs assurés, besoin qui s'est traduit par l'introduction d'un calcul de Best-Estimate dans leurs bilans.

Avant de donner une présentation formelle du Best-Estimate pour les assureurs-vie, il serait intéressant de nous attarder dans un premier lieu sur les deux principales réglementations assurancielle qui structurent son calcul et justifient son fonctionnement, à savoir la directive Solvabilité 2 et la norme IFRS17.

### 1.3 Généralités sur S2 et IFRS17

L'activité assurancielle est une activité hautement risquée. Les Options et Garanties mises à disposition aux assurés constitue une part importante de ce risque. Cela est d'autant plus préoccupant dans le cas des Fonds en euros où le risque est en grande partie porté par les assureurs.

Afin de permettre à ces derniers d'être en mesure de se protéger face à ces risques, les autorités ont introduit plusieurs règles à suivre par les assureurs sous la forme de deux réglementations : Solvabilité 2 et IFRS 17.

### 1.3.1 La directive Solvabilité 2

#### Objectifs et enjeux de la directive

Suite aux différentes crises économiques du début des années 2000, de nouveaux accords et règlements ont été mis en place afin de réguler et mieux maîtriser l'activité des entreprises qui sont les plus sujettes aux risques économiques, à savoir les Banques et les Assurances. Ainsi, Bâle II et la Loi Mer (ou LSF, Loi de Sécurité Financière) ont vu le jour dans le monde bancaire.

Du côté assurantiel, l'année 2009 a été marqué par un tournant majeur pour les assureurs et réassureurs en Europe. En effet, l'adoption de la Directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance a introduit Solvabilité 2, une nouvelle réforme prudentielle fixant un nouveau cadre réglementaire pour l'activité d'assurance. Modifiée par la suite en 2014 par la Directive 2014/51/UE, Solvabilité 2 instaure de profonds changements dans le fonctionnement des assureurs européens.

Bien que l'adoption de ce nouveau régime ait été réalisé en 2009, il a fallu la transposition en droit local de la Directive. En France, cela a impliqué l'ajout, la suppression ou la modification de certains articles du Code de l'Assurance. Son application réelle dans le marché de l'assurance n'a donc été effectuée qu'en Janvier 2016.

La directive Solvabilité 2 a un triple objectif :

- La protection des assurés
- L'uniformisation des règles assurancielles sur le plan européen
- L'amélioration de l'image des assureurs et réassureurs européens à l'international

Contrairement à Solvabilité 1 initialement mise en place depuis 1970, Solvabilité 2 a installé de nouvelles exigences plus strictes en Fonds Propres ainsi qu'une gestion de risques plus approfondie. Cela permet aux assureurs de mieux évaluer les risques, notamment le risque opérationnel et le risque systémique, non pris en compte sous Solvabilité 1, et les impacts qu'ils peuvent induire sur leur portefeuille. Cela permet in fine de leur accorder une meilleure imperméabilité face aux différents risques qu'ils seront amenés à potentiellement rencontrer, du fait de leur type d'activité et de leur mode de fonctionnement.

Ces nouvelles exigences ont été introduites sous la forme de trois piliers fondamentaux, qui seront présentés ci-après.

#### Exigences introduites par Solvabilité 2 :

##### Pilier 1 : Des exigences quantitatives

Le pilier 1 de Solvabilité 2 rassemble toutes les exigences en lien avec les calculs quantitatifs en Assurance Vie. Il détaille la technique d'évaluation "Market Consistent" et de valorisation des actifs et des engagements au passif, ainsi que la méthode de calcul de deux indicateurs économiques :

1. Le Solvency Capital Requirement (SCR) qui représente le niveau minimum de fonds propres dont doit disposer une compagnie d'assurance pour s'assurer de ne pas être en faillite à horizon 1 an avec une probabilité de 99,5%

2. Le Minimum Capital Requirement (MCR) qui correspond à l'exigence minimale de fonds propres en dessous de laquelle l'intervention de l'autorité de contrôle est automatique.

Ce pilier introduit par ailleurs le nouveau bilan économique sous Solvabilité 2, présenté dans le figure 1.6.

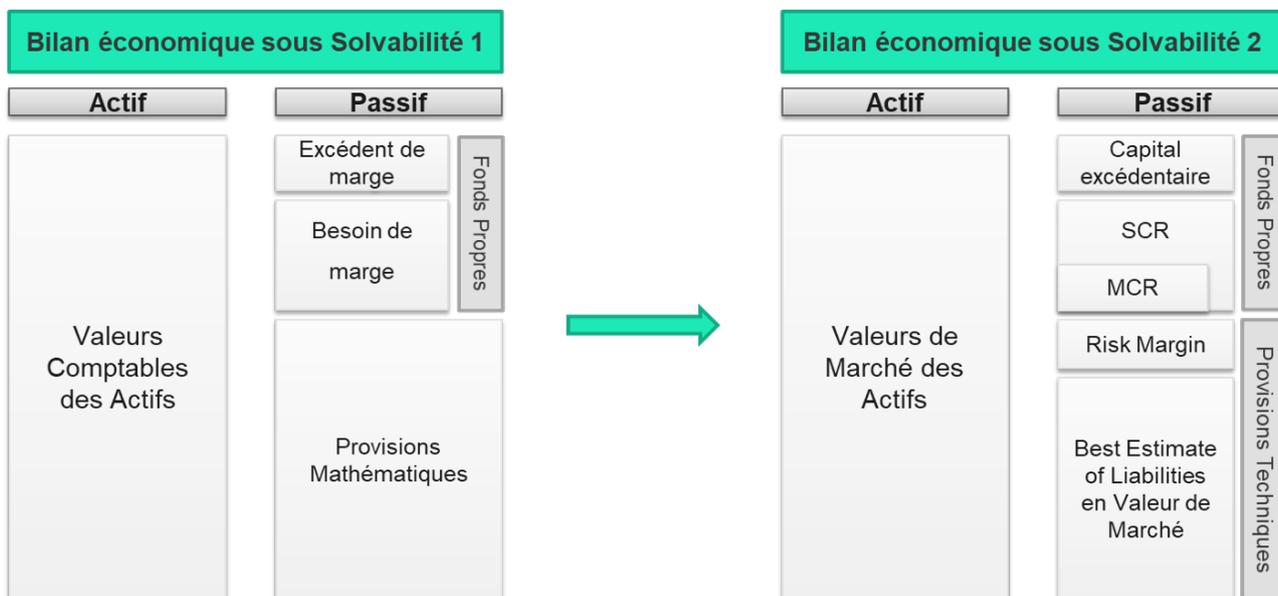


FIGURE 1.6: Passage de la directive Solvabilité 1 à la directive Solvabilité 2, *Source* : GERBER (2019)

#### Pilier 2 : Des exigences qualitatives

Le pilier 2 quant à lui traite les exigences qualitatives imposés par Solvabilité 2. Parmi elles, nous retrouvons l'obligation de mettre en place et/ou de renforcer le système de gouvernance, comprenant quatre fonctions clés (Gestion de Risques, Actuariat, Conformité, Audit Interne) et l'obligation de mettre en place un processus interne d'auto-évaluation des besoins de capital (ORSA) permettant à l'assureur de correctement identifier et quantifier les futurs risques que ce dernier aura à faire face.

#### Pilier 3 : Reporting prudentiel et Information du public

Le troisième et dernier pilier de Solvabilité 2 est un élément important du nouveau cadre prudentiel. En effet, il permet de faciliter la communication au public et aux autorités de contrôle (l'ACPR par exemple) en obligeant les assureurs à mettre à la disposition des acteurs externes d'avantage de données (sous forme de QRT \*) sur leur santé financière annuelle et/ou mensuelle .

### 1.3.2 IFRS 17, une nouvelle norme comptable

#### Présentation de la norme

Introduite par l'IASB (International Accounting Standards Table), IFRS17 est une norme comptable qui entrera en vigueur au 1er Janvier 2023 et qui concernera principalement les contrats d'Assurance

\*Quantitative Reporting Template

et de Réassurance, ainsi que les contrats financiers qui présentent une participation aux bénéfices discrétionnaires.

Son objectif principal est triple :

1. Harmoniser les méthodes de comptabilisation des contrats d'assurance au niveau mondial
2. Apporter une comptabilité identique et cohérente pour tous les contrats d'assurance (ces derniers seront donc comptabilisés de la même manière dans tous les pays)
3. Améliorer la transparence des informations financières publiées par les entreprises d'assurance et de réassurance

Par ailleurs, la norme IFRS17 apporte un regard nouveau sur la comptabilisation des contrats d'assurance et à leur provisionnement. Ainsi, trois approches principales d'évaluation des provisions ont été introduites par la norme :

- L'approche générale BBA (Building Block Approach), applicable à l'ensemble des contrats, excepté les contrats participatifs directs où le contrat d'assurance et les éléments du sous-jacent ont des liens étroits (tels que les contrats d'épargne en Euro par exemple).
- L'approche VFA (Variable Fee Approach) applicable aux contrats participatifs directs,
- L'approche PAA (Premium Allocation Approach) applicable aux contrats d'assurance de court terme dont la durée de couverture est inférieure ou égale à une année.

## **Différences entre le bilan comptable sous IFRS17 et le bilan prudentiel sous Solvabilité 2**

Bien que la norme IFRS17 soit également basée sur une vision économique de la même manière que la directive Solvabilité 2, ces deux réglementations présentent quand même quelques différences notables :

1. Sous Solvabilité 2, les contrats doivent être regroupés par entité (Line of Business (LoB)). Ces LoB sont définies dans les spécifications techniques fournies par EIOPA. Sous IFRS 17, l'agrégation doit se faire par portefeuille x groupes. La nouvelle norme nécessite donc un niveau de granularité plus fin.
2. Dans le référentiel Solvabilité 2, les contrats sont comptabilisés en date d'engagement. Sous IFRS 17, la première comptabilisation a lieu au plus tôt entre le début de la couverture, la réception de la première prime et la date à laquelle le contrat devient onéreux. La date de reconnaissance peut donc être différente sous les deux normes, notamment pour les contrats onéreux.
3. Les frontières des contrats sous les deux référentiels semblent proches mais ne sont pas identiques. Les flux futurs à prendre en compte lors de l'estimation du best estimate ne sont pas exactement les mêmes. Selon les deux normes, les flux sont en dehors de la frontière lorsque l'assureur a la possibilité de modifier les primes ou les prestations pour prendre en compte une réévaluation du risque.
4. La norme Solvabilité 2 ajoute comme condition de limite la possibilité pour l'assureur de se soustraire au contrat. De plus, une divergence pourrait exister concernant les versements libres

en épargne. Ces derniers ne sont pas pris en compte sous Solvabilité 2 mais il n'est pas clairement écrit qu'ils doivent être exclus sous IFRS 17.

5. Sous la norme Solvabilité 2, la courbe des taux à utiliser est une courbe des taux sans risque corrigée d'un ajustement pour volatilité et d'un ajustement pour risque de crédit. La courbe des taux sans risque ainsi que le niveau de la correction pour volatilité sont fournis par l'EIPOA. La norme IFRS 17 est moins précise quant à la courbe à utiliser et ne donne que des principes (« top-down » et « bottom-up »). Les méthodes proposées par IFRS 17 pourraient être rapprochées de la méthode Solvabilité 2 mais la courbe d'actualisation IFRS 17 doit tenir compte des caractéristiques des flux de passif.
6. De plus sous Solvabilité 2, tous les flux sont actualisés avec la même courbe alors que les calculs sous IFRS 17 peuvent utiliser une multitude de courbes. Dans le modèle BBA, l'ensemble des courbes antérieures doit être conservé puisque ces courbes servent au calcul des charges d'intérêt sur la CSM.
7. La définition de l'ajustement pour risque IFRS 17 est très proche de celle de la marge pour risque Solvabilité 2. En effet, la marge pour risque se calcule de manière à garantir un montant total de provisions techniques équivalent au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance. Il y a tout de même une différence de point de vue :
8. Sous Solvabilité 2, la marge pour risque est liée à un transfert de risque alors que sous IFRS 17 il s'agit de conserver le risque. La marge pour risque doit représenter le coût de l'immobilisation du capital alors que l'ajustement pour risque représente l'incertitude portant sur l'évaluation des flux futurs. Comme pour la courbe des taux, la méthode de calcul à utiliser pour la marge pour risque est présentée dans la norme Solvabilité 2 alors qu'IFRS 17 ne donne que les principes de l'ajustement pour risque.
9. Sous Solvabilité 2, l'ensemble des gains et pertes à l'origine sont directement enregistrés en fonds propres. Avec l'intégration de la « CSM », IFRS 17 permet une reconnaissance des gains tout au long de la période de couverture (les pertes sont comptabilisées directement en résultat comme sous Solvabilité II). Par la suite, lorsque des changements d'hypothèses sont effectués, leur effet est directement comptabilisé en fonds propres sous Solvabilité 2. Sous IFRS 17, ces modifications peuvent venir impacter la CSM, l'impact est donc enregistré tout au long des années de couverture restantes.

## 1.4 Des besoins réglementaires convergents

Que ce soit sous Solvabilité 2 ou IFRS17, il y a des besoins identiques de quantification et de mesure des risques portés par l'assureur. Ces besoins se traduisent par le calcul du SCR et du Best-Estimate, et par le suivi de variations de ce dernier de l'ouverture à la clôture. La partie qui suit fera ainsi office de présentation formelle de ces deux notions et des différentes analyses de mouvement employées par les assureurs.

### 1.4.1 Le SCR

L'une des premières mesures de risques que les assureurs suivent est le SCR. Il correspond au montant de fonds propres économiques dont doit disposer la compagnie d'assurance pour être sûr à 99,5% de

ne pas être ruiné dans 1 an. Autrement dit, il s'agit des fonds propres nécessaires à la compagnie pour absorber les pertes sur un horizon d'un an et ce pour un niveau de confiance de 99,5%, de tel sorte que

$$P(NAV_1 < 0) \leq 0.5,$$

où  $P$  la probabilité sous l'univers Monde-Réel.

Deux approches permettent son calcul en pratique (cf. GERBER (2019)) :

1. Une première approche par le modèle interne, dont le fonctionnement se base sur la méthode des Simulations dans les Simulations (cf 2.3.1). Le nombre conséquent de simulations projetées et la nécessité d'effectuer du "stochastique dans le stochastique" rendent l'approche très lourde à mettre en place.
2. Une deuxième approche dite modulaire (de type Formule Standard). Celle-ci est basée dans un premier temps sur l'application de chocs marginaux, puis, dans un second, sur l'agrégation des capitaux relatifs à chaque « risque élémentaire ». En d'autres termes, l'approche consiste à calculer un ensemble de besoins en capital élémentaires (chacun d'eux sera calculé au titre d'un seul facteur de risque donné (actions, taux, mortalité, ...)), qui sont obtenus par variation entre une NAV centrale et une NAV choquée ; puis à les agréger (parfois en plusieurs étapes) à l'aide de matrices de corrélations.

## 1.4.2 Le Best-Estimate of Liabilities

### Définition

Depuis sa mise en place dans le marché assurantiel français, la directive Solvabilité 2 impose aux assureurs une valorisation économique la plus exacte possible de leur bilan, et in fine, de déterminer avec précision leurs engagements envers leurs assurés.

Les flux pris en compte dans le passif du bilan d'un contrat d'épargne Fonds en euros ne sont pas répliquables, c'est-à-dire, qu'il n'est pas possible de parfaitement les répliquer et les couvrir grâce à des instruments financiers se monnayant sur un marché suffisamment actif, liquide et transparent. Ainsi, la valorisation s'effectue en déterminant la "meilleure estimation" des engagements futurs de l'assureur, communément appelée Best-Estimate of Liabilities, majorée au préalable par la marge de risque.

La directive Solvabilité 2 a par ailleurs défini cette "meilleure estimation" dans son article 77 comme étant la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents.

En d'autres termes, il s'agit de l'espérance des cash-flows futurs aux passifs actualisés suivant la courbe des taux sans risque, majorée du "volatility adjuster" (VA), paramètre permettant de prendre en compte la volatilité du marché, et diminuée du "credit risk adjustment" (CRA).

La formule générale du Best-Estimate est ainsi donnée comme suit (*Source* : GERBER (2019))

$$BE = E^{P \otimes \mathbb{Q}} \left[ \sum_{t \geq 1} \delta_t \times S_t \right],$$

où :

- $P$  la probabilité historique sous l'univers Monde-Réel
- $Q$  la probabilité Risque-Neutre\*
- $\delta_t$  le discount factor (ou coefficient d'actualisation) en fonction des taux sans risque
- $S_t$  les Cash-Flows au Passif, modélisant les engagements nets de l'assureur envers ses assurés †

### Hypothèses de calcul

Dans l'article 76, la directive Solvabilité 2 met en place un certain nombre d'hypothèses et principes à respecter lors de la valorisation des engagements :

1. Hypothèse sur l'horizon de calcul : les projections se doivent donc d'être assez longues afin de couvrir complètement la durée de vie des flux émanant des engagements de l'assureur lors du calcul,
2. Hypothèse sur l'actualisation : l'actualisation des Cash-Flows se doit d'être réalisé suivant la courbe officielle des taux communiquée par l'EIOPA (avec VA),
3. Calcul en continuité d'exploitation : le calcul du Best-Estimate se fait en "run-off", c'est-à-dire, sans prendre en compte les nouvelles affaires (ouvertures de contrats), et en supposant qu'en cas de pertes, le surplus de Fonds Propres nécessaires à la poursuite de l'activité assurancielle sera apportée par les actionnaires,
4. Hypothèse sur les frais : tous les frais se doivent d'être pris en compte dans le calcul,
5. Hypothèse sur la réassurance : le calcul de Best-Estimate se fait brut de réassurance.

#### 1.4.3 Les analyses de mouvement

L'ACPR imposent aux assureurs d'être en mesure de correctement expliquer les origines des variations de leurs flux constatées entre l'Ouverture et la Fermeture des exercices annuels. De ce fait, la directive Solvabilité 2 et la norme IFRS17 ont établi des mécanismes spéciaux permettant cela.

#### Profit&Loss Attribution et S29.03 en S2

Du côté Solvabilité 2, les analyses de mouvement sont effectuées via le P&LA, ou Profit&Loss Attribution. Utilisé traditionnellement dans le secteur bancaire, il permet aux "entreprises d'assurance et de réassurance d'examiner, au moins une fois par an, les origines et les causes des profits et pertes enregistrés par chacune de leurs unités opérationnelles majeures et de démontrer comment la catégorisation des risques retenue dans leur modèle interne explique les origines et les causes de ces profits et pertes". Les notions de "profits" et de "pertes" n'étant pas explicitement définies par l'EIOPA, elles diffèrent d'une entreprise à l'autre et peuvent inclure par exemple :

- les variations de Best-Estimate of Liabilities,

---

\*Ces deux probabilités de calcul seront présentées plus en détail par la suite

†pouvant référer à des flux entrants (primes et créances) comptés positivement ou à des flux sortants (prestations, frais, etc..) comptés négativement

‡Article 123 de la Directive Solvabilité 2

- les variations au niveau du SCR,
- les variations de la marge de risque,
- les variations des Fonds Propres,
- ...

En somme, le P&LA est un outil efficace de validation du bon fonctionnement du modèle de gestion Actif-Passif utilisé et permet in fine d'analyser les différents mouvements de flux. Concernant la mise en place de ce processus, elle dépend étroitement de la politique de l'entreprise d'assurance. L'étude IRM (2017) suggère la succession d'étapes présentée dans le tableau 1.4.

Etape	Objectifs
1 – Décider du niveau d'application du P&LA	<p>Une grande granularité d'informations peut alourdir les processus et impliquer des calculs plus longs, alors qu'une petite risque de passer sous silence des informations importantes</p> <p>L'objectif de cette étape est donc de choisir la granularité optimale</p>
2 – Définir les profits et les pertes considérés	<p>Solvabilité 2 ne définit pas explicitement les profits et pertes à considérer dans le P&amp;LA</p> <p>Leur définition se fait conjointement avec la politique de l'assurance</p>
3 – Comprendre les origines de ces profits et pertes	<p>Une fois les P&amp;L définis, il convient d'explicitier les causes qui pourraient potentiellement les engendrer</p>
4 – Mettre en place l'attribution	<p>Attribuer les variations constatés (P&amp;L) à chaque poste</p>
5 – Évaluer les résultats	<p>Comprendre les variations des P&amp;L et valider le bon fonctionnement du modèle ALM</p>

TABLE 1.3: Mécanisme de P&LA

Par ailleurs, l'analyse de mouvement des flux fait également partie des informations importantes que les assureurs se doivent de communiquer dans le cadre du pilier 3 de la directive Solvabilité 2. Des QRTs\* spéciaux, appelés Etats d'analyse de variation, ont été introduits afin de répondre à cette problématique. Au nombre de 4, ils permettent d'expliquer les variations constatées au niveau des

\*Quantitative Reporting Templates, ou usuellement appelés les états réglementaires, sont des reportings permettant de balayer la globalité des activités des assureurs (SCR/MCR, réassurance, Bilans, Provisions Techniques, Fonds Propres, Actifs, etc..), de retranscrire de manière transparente leur état financier et de regrouper toutes les données nécessaires aux calculs décrits dans le pilier 1

capitaux économiques.

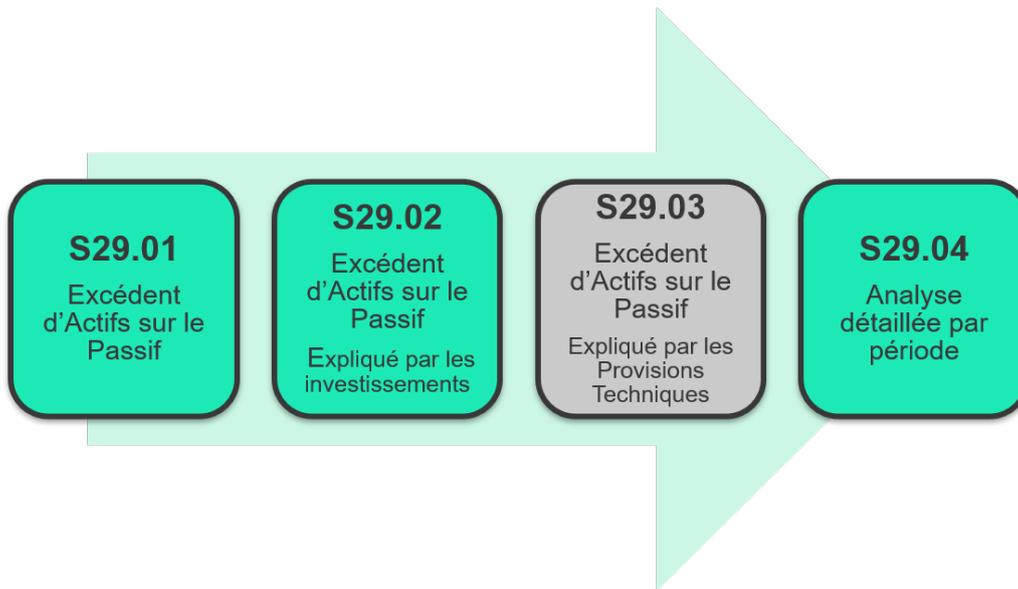


FIGURE 1.7: Les 4 états d'analyse de variation en Solvabilité 2

Le tableau 1.5 résume l'utilité de chacun de ces 4 QRTs.

QRT	Utilité
S29.01	Expliquer les variations des composantes des Fonds Propres
S29.02	Expliquer la variation des Fonds Propres (selon les investissements)
S29.03	Expliquer la variation de Best-Estimate of Liabilities
S29.04	Apporter une vision alternative au S29.03 (analyse des variations de Best-Estimate of Liabilities par Line of Business)

TABLE 1.4: QRTs S29, *Source* : ACPR (2019)

Dans le cadre de ce mémoire et au vu du sujet traité, le *S29.03* sera celui qui nous intéressera le plus. En effet, ce dernier explicite les détails des variations de l'actif net suite à des variations au niveau des Provisions Techniques et permet de comprendre in fine le passage du Best-Estimate of Liabilities de l'exercice d'ouverture à celui de clôture. En pratique, les variations sont usuellement présentées dans un tableau, listant les étapes à prendre en compte.

<i>Dont ventilation suivante de la variation de la meilleure estimation - analyse par année de souscription si applicable</i>		VIE
		Brut de réassurance
		C0010
<b>Best Estimate of Liabilities d'ouverture</b>	<b>R0010</b>	<b>C0010/R0010</b>
Événements exceptionnels entraînant le recalcul de la meilleure estimation d'ouverture	<b>R0020</b>	C0010/R0020
Changements de périmètre	<b>R0030</b>	C0010/R0021
Variation des changes	<b>R0040</b>	C0010/R0022
Meilleure estimation relative aux risques acceptés durant la période	<b>R0050</b>	C0010/R0023
Variation de la meilleure estimation liée au dénouement de l'actualisation - risques acceptés avant la période	<b>R0060</b>	C0010/R0024
Variation de la meilleure estimation liée aux flux entrants et sortants projetés pour l'année N - risques acceptés avant la période	<b>R0070</b>	C0010/R0025
Variation de la meilleure estimation liée à l'expérience - risques acceptés avant la période	<b>R0080</b>	C0010/R0026
Variation de la meilleure estimation liée à des changements d'hypothèses non économiques - risques acceptés avant la période	<b>R0090</b>	C0010/R0027
Variation de la meilleure estimation liée à des changements de l'environnement économique - risques acceptés avant la période	<b>R0100</b>	C0010/R0028
Autres variations non expliquées par ailleurs	<b>R0110</b>	C0010/R0029
<b>Best Estimate of Liabilities de clôture</b>	<b>R0120</b>	<b>C0010/R0120</b>

FIGURE 1.8: Explication des Variations de Best-Estimate - S29.03, *Source* : ACPR (2019)

L'enchaînement des étapes précédents n'étant pas imposé par la réglementation, il est quand même fortement conseillé de rester cohérent et de s'assurer que chaque étape prenne bien en compte la réalisation des étapes qui la précèdent.

### Les analyses de mouvements en IFRS 17

Comme pour la directive Solvabilité 2, la norme IFRS17 porte un intérêt particulier à l'évaluation des engagements des assureurs et à la valorisation de leur passif. Il a été donc naturel de mettre en place, dans le cadre de cette norme, des analyses de mouvements (ou de variations) permettant de faire évoluer toutes les provisions de l'ouverture à la clôture de l'exercice.

La démarche diffère selon l'approche étudiée (BBA, VFA ou PAA). Cependant, au vu des analyses

qui seront effectuées à la Partie VI de ce présent mémoire, nous nous intéresserons exclusivement à l'analyse de mouvements dans un modèle Variable Fee Approach (VFA).

Le passage de BE ouverture à celui de fermeture nécessite le calcul d'un certain nombre de paramètres. Celui-ci est effectué en suivant cinq étapes :

- Une première étape d'unwinding où nous allons décaler d'une année les flux financiers. Elle permet d'impacter le Best-Estimate et la Valeur de Marché des actifs par le passage du temps en se basant sur les mêmes hypothèses qu'à l'ouverture. En d'autres termes, cela consiste en la désactualisation aux taux sans risque sur l'année non prise en compte

$$\text{désactualisation}_N = BEL_{\text{Ouverture}} \times \text{taux sans risque}_{N-1}.$$

- Une deuxième étape de relachement de la TVOG. La prise en compte d'une année en moins dans la projection des flux à l'étape 1 implique naturellement une réduction des engagements de l'assureur en lien avec les Options&Garanties des contrats, et donc in fine, par une baisse de la TVOG Rappel : la TVOG correspond aux coûts des options et garanties financières pour les assureurs. Ce relachement doit donc être également pris en compte dans l'analyse de mouvements.

- Une dernière étape où nous allons impacter nos flux sous l'effet d'un changement d'hypothèses futurs liés aux service futurs. En effet, il est très probable de constater un écart entre les hypothèses "comme attendues", c'est-à-dire, sur lesquelles s'est basée la projection des flux au départ, et les hypothèses réellement constatées lors de la mise en place de l'analyse des mouvements. Cette étape permet donc de prendre en compte ces éventuels changements. A noter que deux types d'hypothèses sont utilisés et peuvent être sujets à ce changement : des hypothèses économiques (modifications au niveau de la courbe de taux, etc) et non économiques (modifications au niveau de la loi de mortalité, etc).

La figure 1.10 permet de donner une vue d'ensemble de l'analyse de mouvements en IFRS 17.



FIGURE 1.9: Explication des Variations de Best-Estimate - S29.03

En pratique, les analyses de mouvements IFRS17 mises en place sont plus détaillées que celle présentée dans ce chapitre. En effet, des étapes additionnelles peuvent être ajoutées et le raisonnement peut être effectué sur des notions autres que le Best-Estimate (la CSM ou la RA par exemple). Cependant, l'objet de ce mémoire n'étant pas de présenter une étude complète et détaillée en IFRS17, il a été décidé de se limiter aux étapes et aux notions qui seront traitées à la Partie IV.

## 1.5 Modélisation et analyse des flux financiers

Les exigences quantitatives de calcul de Best-Estimate of Liabilities introduites par la directive Solvabilité 2 et la norme IFRS17 imposent aux assureurs d'être en mesure de correctement modéliser l'ensemble des flux qu'ils génèrent. Pour cela, un premier type de modélisation dit déterministe a été introduit. Ce dernier a la particularité de permettre un calcul rapide et peu coûteux des engagements des assureurs. Les hypothèses qui y sont pris en compte sont également assez faciles à mettre en place.

Cependant, l'introduction de nouvelles exigences par la directive Solvabilité 2 rend impossible l'usage en pratique du modèle déterministe. En effet, dans le calcul de leur Best-Estimate, celle-ci impose aux assureurs de prendre en compte les éléments suivants (*Source* : PLANCHET et al. (2009)) :

- Toutes les dépenses qui seront engagées aux fins de la gestion des engagements d'assurance et de réassurance,
- L'ensemble des paiements aux preneurs et bénéficiaires, y compris les participations discrétionnaires que les entreprises d'assurance et de réassurance prévoient de verser dans l'avenir, que ces paiements soient ou non garantis contractuellement...
- l'inflation, y compris l'inflation des charges et des sinistres,

Prendre en compte ces flux (en particulier ceux générés par les Options & Garanties financières) lors de la projection des Cash-Flows crée une asymétrie entre le scénario moyen et la moyenne des scénarios projetés. En effet, ces derniers ne sont pas des fonctions linéaires de la réalisation d'un scénario : En prenant pour exemple la Participation aux Bénéfices, celle-ci ne peut être que positive ou nulle, quelque soit les produits financiers générés, d'où l'asymétrie. Le modèle déterministe ne permettra donc pas d'évaluer correctement les coûts liés à la clause de participation aux bénéfices.

L'utilisation de formules fermées (celles de Black & Scholes étant un très bon exemple dans notre cas) permettrait de remédier à ce problème, sauf que dans la pratique, de telles formules sont extrêmement complexes à expliciter, les rendant complètement inutilisables. En effet, cette complexité provient principalement du nombre important d'options sous-jacentes aux contrats et des interactions étroites entre l'Actif et le Passif au bilan. Parmi ces interactions, on peut citer :

- Les rachats (dynamiques en l'occurrence) : Les assurés ont à tout moment le droit de racheter tout ou partie de leur contrat. Ainsi, un mauvais résultat à l'Actif oblige l'assureur-vie à revoir ses promesses de Participations aux Bénéfices à la baisse, poussant les assurés à exercer leur droit de rachat, ce qui impacte in fine son Passif,
- La revalorisation des contrats : Chaque année, la prime investie est revalorisée via le mécanisme de Participation aux Bénéfices,

Ainsi, les assureurs ont du mettre en place un nouveau type de modèles afin de calculer leur Best-Estimate, le modèle stochastique. Bien que ce type de modèles a l'avantage de permettre une estimation des engagements (en particulier celle des coûts des Options & Garanties), les flux stochastiques qui y sont projetés sont néanmoins complexes à interpréter. Or, certaines habitudes d'analyses des scénarios stochastiques reposent sur une erreur théorique et peuvent conduire à des analyses erronées. Il est donc nécessaire aux modélisateurs ALM d'avoir accès à des indicateurs financiers pertinents leur permettant d'être en mesure de correctement et facilement interpréter les mouvements de ces flux stochastiques et in fine d'expliquer leur BE.

Les prochains paragraphes de ce mémoire permettront de mettre en évidence cette erreur conceptuelle et de proposer des solutions pratiques pour palier cette difficulté d'analyse. Ces dernières ont également été mis en pratique dans le cas particulier d'une projection stochastique sous un choc de Spread.

## Chapitre 2

# Modélisation stochastique en Assurance-Vie

### 2.1 Notions théoriques

Avant d'aborder le sujet de la modélisation stochastique en Assurance-Vie, il est nécessaire de donner une première présentation formelle de quelques notions essentielles que nous serons amené à utiliser ou évoquer par la suite. Cette partie permettra donc de poser le cadre théorique général, autour duquel gravitera les études menées dans ce présent mémoire.

#### 2.1.1 Projection Monde-Réel / Risque-Neutre

Dans une modélisation stochastique des flux, l'une des premières interrogations à laquelle nous nous confrontons est le choix de l'univers de projection.

Il en existe deux :

- L'univers réel basé sur la probabilité Monde-Réel : correspond à l'univers réellement observé. La mise en place et le calibrage de la modélisation se fait par l'observation de variables de marché sur un historique. Afin de générer des scénarios Monde-Réel, il est donc nécessaire de répliquer les comportements des historiques des données. Par ailleurs, sous la probabilité Monde-Réel, l'actualisation des flux se fait selon un taux d'actualisation tenant compte d'une prime de risque.

- L'univers Risque-Neutre basé sur la probabilité Risque-Neutre : Plus simple à mettre en place que l'univers Monde-Réel, il correspond à l'univers dans lequel l'espérance de rendement de tout actif est égal au taux sans risque. La génération des scénarios Risque-Neutre nécessite de répliquer des conditions de marchés à un instant donné.

Dans le cas du calcul du Best-Estimate et avec les nouvelles exigences introduites par la directive Solvabilité 2, il est nécessaire de valoriser et d'évaluer les flux à l'Actif et au Passif de manière « Market Consistent », c'est-à-dire, où les valeurs de marché des actifs et des payoffs soient égales aux valeurs de marché observées. L'utilisation de l'univers Risque-Neutre à cet effet paraît donc naturel.

### 2.1.2 Opérations financières : Actualisation - Capitalisation

En Finance, quasiment toutes les opérations sont basées sur un traitement de flux monétaires futurs, c'est-à-dire, qui tomberont après un certain moment. Cela est d'autant plus vrai dans le monde bancaire, où les calculs sont portés sur des valeurs acquises de capitaux, que dans le monde assuranciel, où les calculs sont portés cette fois-ci sur des valeurs actuelles de capitaux.

L'objectif final reste pourtant commun, à savoir, manier des flux monétaires futurs tout en prenant en compte la valeur temps de l'argent.

- **Opération de capitalisation** : Cette opération permet de calculer la valeur acquise d'un capital à l'instant  $T$ , c'est-à-dire, le montant dont disposera une personne investissant un capital initial pour une certaine durée et à un certain taux (communément appelé taux d'intérêt) à la date  $T$ . Ainsi, pour un capital donné  $C$ , un taux d'intérêt  $i$  et une durée d'investissement  $T$ , la valeur acquise est donnée par

$$V_{acquise}(T, i) = C \times (1 + i)^T.$$

- **Opération d'actualisation** : Opération inverse de la capitalisation financière, elle permet de calculer la valeur actuelle d'un capital, c'est-à-dire, le montant que doit investir un individu en  $t=0$ , à un taux (communément appelé taux d'actualisation) et à durée d'investissement connus à l'avance, afin d'obtenir un capital donné au terme de l'opération. Pour un capital donné  $C$ , un taux d'actualisation  $i$  et une durée d'investissement  $T$ , la valeur actuelle est donnée par

$$V_{actuelle}(T, i) = C \times \frac{1}{(1 + i)^T}.$$

Cette opération financière est très utilisée en Assurance. En effet, le cycle inverse d'activité oblige les assureurs à encaisser des primes avant de payer les prestations qui en résultent. Ils sont donc dans la nécessité de pouvoir quantifier ces flux futurs et d'être en mesure de calculer leurs valeurs à  $t=0$  afin de constituer des provisions.

La figure 2.1 permet de résumer les deux opérations financières et d'explicitier leur fonctionnement.



FIGURE 2.1: Opérations d'Actualisation et de Capitalisation

### 2.1.3 Notion de déflateurs

Un déflateur est une fonction d'actualisation stochastique, comprenant à la fois une composante risque et une composante temps. Elle permet de valoriser un actif sur la base d'un taux d'actualisation. Le prix déflaté d'un actif de marché est une martingale sous la mesure de probabilité Risque-Neutre, c'est-à-dire, que nous avons (*Source* : DASTARAC et SAUVEPLANE (2010))

$$C(s) \times Defl(s, T) = E_P(Defl(t, T) \times C(t) \mid F_s),$$

où,

- $C(\cdot)$  est le processus stochastique définissant l'évolution dans le temps du prix de l'actif,
- $Defl(s, T)$  est le déflateur à la date  $s$  et applicable à la date  $T$
- $P$  est la mesure de probabilité historique,
- $F_t$  est la tribu des évènements possibles vu à la date  $t$ .

Il existe en pratique deux approches d'utilisation des déflateurs :

1. **Approche des déflateurs en temps continu** Soit  $r_s$  le taux d'actualisation continue, le déflateur est donné par

$$Defl(t, T) = \exp\left(-\int_t^T r_s ds\right).$$

2. **Approche des déflateurs en temps discret** En temps discret, le taux d'actualisation est constant par morceaux. Ainsi, nous discrétiserons le domaine d'étude et nous noterons  $r_{[i; i+1[}$  le taux entre  $i$  et  $i+1$ . Nous avons donc

$$Defl(t, T) = \exp\left(-\sum_{i=t}^{T-1} \int_i^{i+1} r_{[i; i+1[} ds\right) = \exp\left(-\sum_{i=t}^{T-1} r_{[i; i+1[} \int_i^{i+1} ds\right) = \exp\left(-\sum_{i=t}^{T-1} r_{[i; i+1[}\right) = \prod_{i=t}^{T-1} \exp(-r_{[i; i+1[}).$$

Et en faisant l'approximation telle que  $\exp(-r_{[i; i+1[}) \sim \frac{1}{1+r_{[i; i+1[}}$ , nous obtenons finalement que

$$Defl(t, T) = \frac{1}{\prod_{i=t}^{T-1} (1 + r_{[i; i+1[})}.$$

## 2.2 Projection stochastique du Best-Estimate

Au vu du manque d'efficacité du modèle déterministe par son incapacité à correctement valoriser les Options & Garanties financières, les assureurs-vie ont dû se tourner vers la modélisation stochastique de leurs engagements (*Source* : IA (2016)).

### 2.2.1 Martingalité et pricing des actifs

En Assurance-vie, et en particulier dans le cadre des Fonds en euros, l'utilisation de formules fermées permettant de calculer le coût des options et garanties financières proposées dans les contrats est inenvisageable.

Ainsi, afin de valoriser leurs engagements au passif, les assureurs se sont basés sur des notions de théorie financière issues du monde bancaire, et plus spécialement, sur la propriété de martingalité. Celle-ci permet d'évaluer un actif financier et de déterminer son prix sur un marché complet\* en tout instant donné.

---

\*Se dit d'un marché où chaque flux financier peut être répliqué par un portefeuille autofinancé composé de l'actif sans risque et des actifs risqués

### Définition de la notion de martingalité

Soit  $H = (H_t)_{t \geq 0}$  un processus stochastique\* adapté défini sur l'espace de probabilité  $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$  muni de la filtration  $F$ .  $H$  est martingale si et seulement si :

- $M_t$  est intégrable  $\forall t \geq 0$
- $E[M_t | \mathcal{F}_s] = M_s, \forall t \geq 0$  et  $\forall s \geq 0$

### Propriété de martingalité

Dans le cas où la condition d'AOA<sup>†</sup>, ou Absence d'Opportunité d'Arbitrage, est vérifiée et sous la probabilité Risque-Neutre, il est possible de montrer l'existence d'une ou de plusieurs mesures martingales sous lesquels tous les prix des actifs actualisés sont des martingales.

Cela signifie qu'in fine, nous avons pour  $S$  un actif actualisé (qui est donc martingale en AOA), la relation suivante  $\forall t \leq T$

$$S(t) = E_{\mathbb{Q}}[S(T) \times Defl(t, T) | \mathcal{F}_t],$$

où,

- L'information en  $t$  est supposée connue,
- $\mathbb{Q}$  la probabilité Risque-Neutre,
- $Defl(t, T)$  est le coefficient d'actualisation appliqué entre  $t$  et  $T$ ,

Ce qui nous amène à la relation suivante quand  $t=0$

$$S(0) = E_{\mathbb{Q}}[S(T) \times Defl(0, T) | \mathcal{F}_0].$$

Ainsi, sous les hypothèses énoncées précédemment, il est possible de connaître le prix d'un actif à la date d'évaluation, c'est-à-dire, à  $t=0$ .

En banque, la pratique courante est d'utiliser cette propriété afin de faciliter la valorisation et le pricing des actifs (les produits dérivés plus spécialement). Par exemple, si l'évaluation de pricing porte sur un Call  $C$  de sous-jacent  $S$  et de strike  $K$ , dont nous connaissons le prix qu'à maturité, la propriété de martingalité précédente nous permet de poser

$$C(0) = E_{\mathbb{Q}}[(S(T) - K)_+ \times Defl(0, T) | \mathcal{F}_0].$$

## 2.2.2 Application de ces méthodes dans le monde de l'assurance

La volonté première des assureurs-vie est de pouvoir librement et facilement évaluer leurs engagements au Passif. La transposition de ces méthodes financières de pricing d'actifs au monde de l'assurance-

\*Toute famille  $X = \{X_t, t \geq 0\}$  de variables à valeurs dans  $\mathbb{R}^d$  est un processus stochastique

<sup>†</sup>Se dit d'un marché financier où il n'est pas possible de réaliser un bénéfice positif sans risque à partir d'un portefeuille initial de richesse nulle

vie a donc été réalisé de manière assez naturelle et a pu répondre aux attentes des assureurs et aux exigences d'évaluation introduites par la directive Solvabilité 2.

En effet, l'application du principe de martingalité dans le calcul du Best-Estimate des engagements au Passif nous mène à son évaluation en  $t=0$  via la relation suivante

$$BE(0) = E_{\mathbb{P}^*\mathbb{Q}}\left[\sum_{t \geq 1} CF_t \times Defl(0, T) | \mathcal{F}_0\right],$$

où,

- $CF$  désigne l'ensemble des Cash-Flows au Passif (prestations, rachats, décès, primes, ...)
- $Defl(0, T)$  désigne toujours le coefficient d'actualisation (déflateur) appliqué entre 0 et  $T$ ,

L'objectif est donc d'être en mesure de calculer l'espérance sous  $\mathbb{Q}$ . Pour y arriver, les assureurs-vie utilisent des méthodes de calculs algorithmiques, qui sont à la base de la modélisation stochastique : les méthodes de Monte-Carlo.

### Méthode de Monte Carlo

Bien que les calculs d'intégrales semblent systématiques en théorie, cela n'est pas usuellement le cas en pratique. En effet, calculer des intégrales peut rapidement devenir très complexe. Ainsi les méthodes de Monte-Carlo constituent une réelle alternative aux méthodes d'intégration numérique pour le calcul d'intégrales de la forme

$$\int \varphi(x) f(x) dx$$

où  $f$  est une fonction de densité et  $\varphi$  est une fonction quelconque mesurable.

La méthode de Monte-Carlo consiste à approcher l'espérance  $E(\varphi(X)) = \int_{\mathbb{R}^d} \varphi(x) f_X(x) dx$

pour un vecteur aléatoire  $X$  de dimension  $d$  et une fonction mesurable  $\varphi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  par la moyenne empirique  $\bar{\varphi}_n(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi(X_i)$ ,

où les  $X_i$  sont  $n$  répliques du vecteur aléatoire  $X$ .

Cette approche s'appuie principalement sur la Loi forte des Grands Nombres. En effet, celle-ci énonce que pour tout  $(X_n)_n$  suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuables (iid) de moyenne  $m < \infty$ , nous avons  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} = m$ . Ainsi, en supposant  $E(\varphi(X)) < \infty$ , il est possible d'appliquer la Loi forte des Grands Nombres et déduire que  $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{\varphi}_n(X) = E(\varphi(X))$ . Rappelons la formule du Best-Estimate des engagements obtenus

$$BE(0) = E_{\mathbb{P}^*\mathbb{Q}}\left[\sum_{t \geq 1} CF_t \times Defl(0, T) | \mathcal{F}_0\right].$$

L'application de la méthode de Monte Carlo dans ce cas nous conduit à l'égalité suivante

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T CF_t^i \times Defl_i(0, T) = E_{\mathbb{P}^*\mathbb{Q}}\left[\sum_{t \geq 1} CF_t \times Defl(0, T) | \mathcal{F}_0\right] = BE(0).$$

Il est donc nécessaire d'être en mesure de simuler  $n$  trajectoires de  $T$  périodes pour chaque type de Cash-Flows des engagements au Passif considérés. De par l'étroite interaction entre l'Actif et le Passif en Assurance-Vie, il s'agira de projeter les éléments à l'Actif qui pourraient avoir un impact sur l'activité au Passif comme par exemple l'évolution des taux d'intérêts, du cours des actions, de l'immobilier ou de l'inflation, etc. Ces scénarios économiques sont obtenus grâce aux Générateurs de Scénarios Economiques.

### Les Générateurs de Scénarios Economiques

Les Générateurs de Scénarios Economiques, ou GSE, sont des moteurs de calcul permettant de projeter et de simuler des scénarios financiers et économiques de façon stochastique. En d'autres termes, ils permettent de connaître l'évolution des valeurs des grandeurs économiques sur toute la durée de l'horizon choisi et sur un éventail de scénarios possibles donné.

L'évolution de ces indices financiers doit être calibrée sur les prix du marché, et de respecter certaines propriétés (dont celles de martingalités, cf 2.2.1).

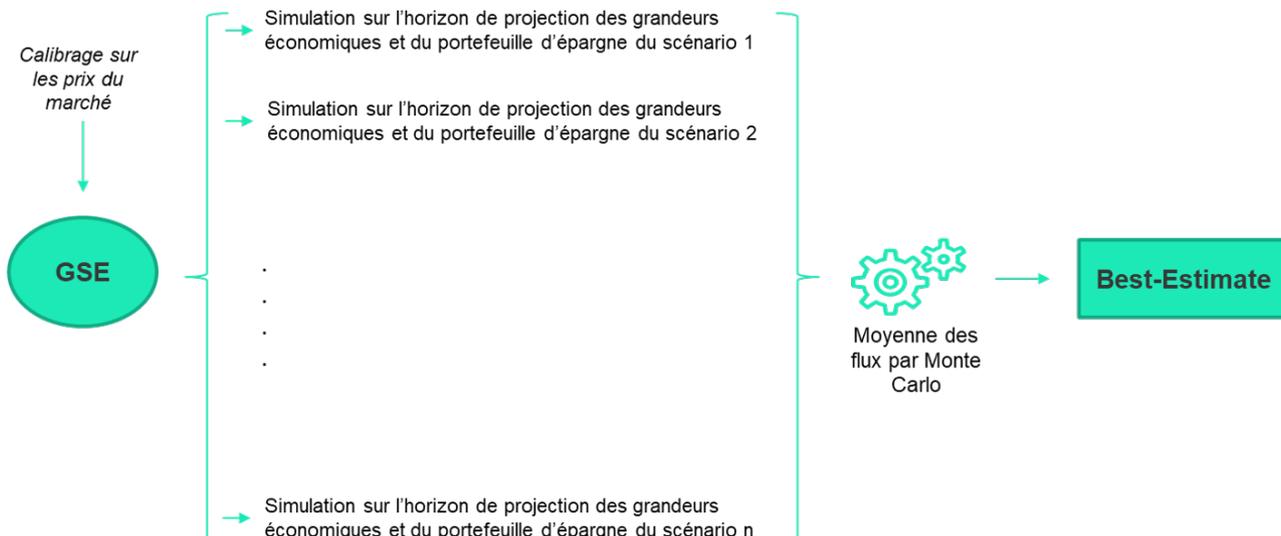


FIGURE 2.2: Utilité du GSE dans le calcul de BE

*Une présentation plus détaillée des GSE a été réalisé dans le chapitre 3.2*

### 2.3 Méthodes accélérées de calcul du Best-Estimate

Les portefeuilles de passif des assureurs n'ont de cesse de se complexifier chaque année et le nombre grandissant des contrats à l'origine de cela résulte en des calculs de Best-Estimate plus complexes, longs et coûteux en temps d'exécution.

Ainsi, les grands assureurs du marché, qui sont les plus touchés par cette problématique, se sont tournés vers un modèle interne, basé sur l'obtention de la distribution des Fonds Propres économiques (et par conséquent, du Best-Estimate) en faisant évoluer simultanément les facteurs de risque.

La première méthode de calcul du modèle interne à être utilisé est la méthode des Simulations dans les Simulations.

### 2.3.1 Méthode des Simulations dans les Simulations

Les Simulations dans les Simulations est une méthode qui permet de construire une distribution empirique de Fonds Propres économiques et du Best-Estimate sur une période d'une année. En d'autres termes, elle permet d'obtenir le bilan économique sur un panel de scénarios de projection.

Son fonctionnement se construit en deux étapes :

1. Une première étape pendant laquelle le bilan économique est projeté selon  $P$  simulations primaires (en Monde-Réel pour les risques financiers considérés).
2. Une deuxième étape pendant laquelle le bilan économique est projeté selon  $N$  simulations secondaires (en Risque-Neutre cette fois-ci). Les Fonds Propres et le Best-Estimate sont ensuite calculés par Monte-Carlo. Ce processus est effectué pour chaque simulation primaire.

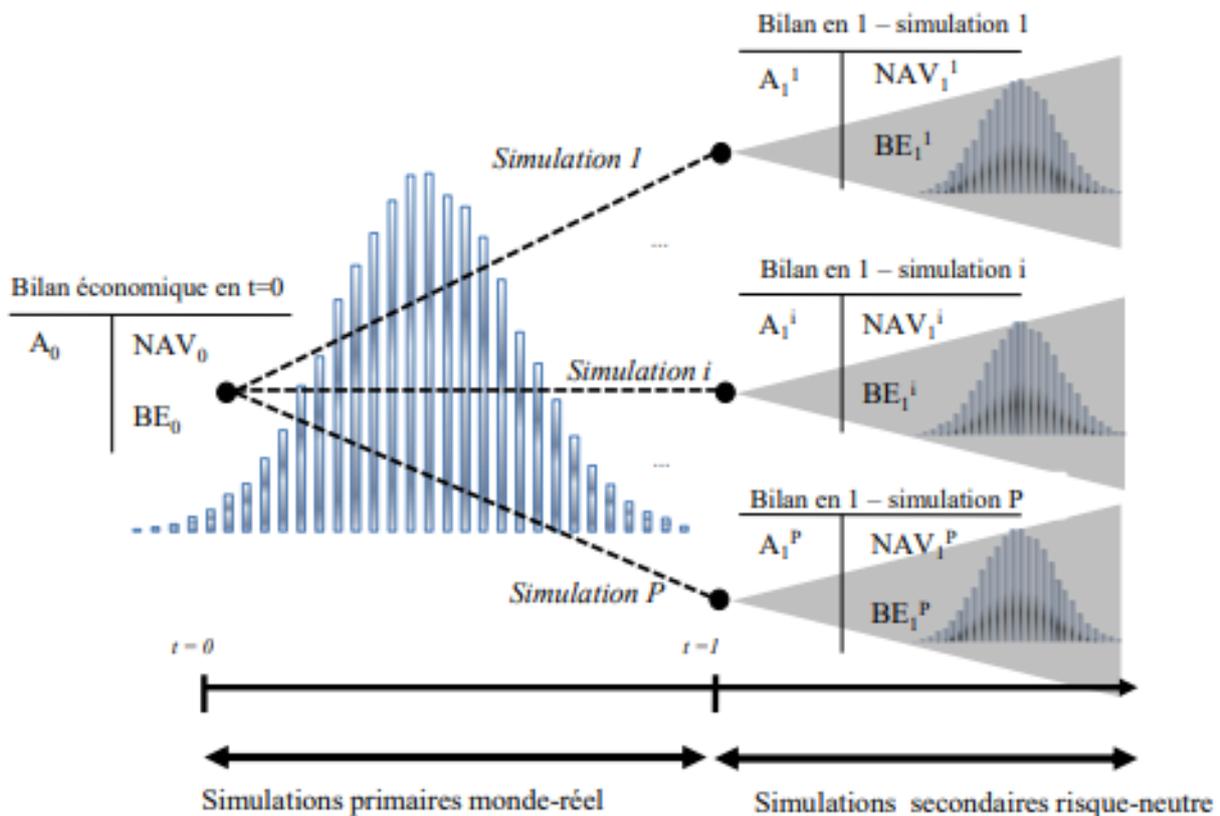


FIGURE 2.3: La méthode des Simulations dans les Simulations, *Source* : DEVINEAU et LOISEL (2009)

Cependant, le temps de calcul conséquent qu'implique cette méthode constitue un défaut majeur à sa mise en place en pratique. En effet, la complexité vient du nombre total de simulations que la méthode effectue :  $P$  simulations primaires, puis  $N$  simulations secondaires pour chaque simulation primaire. Soit un total de  $P \times N$  simulations. Sachant qu'il est nécessaire de faire un nombre  $P$  et  $N$  très élevés de simulations pour obtenir une projection correcte du bilan économique, les assureurs se sont très vite heurtés au problème de temps importants de calcul. Ces derniers se sont donc orientés

vers d'autres méthodes plus optimisées, qui remplacent le calcul par Monte-Carlo effectué en deuxième étape (source majeur du problème évoqué précédemment) par un calcul sur proxy.

### 2.3.2 Méthode de Curve Fitting et de Least Square Monte Carlo

Elles représentent deux approches paramétriques assez identiques dont l'objectif principale est d'obtenir la distribution du Best-Estimate (ou des Fonds Propres) à l'aide d'une forme paramétrique, aussi appelé proxy, issue d'une formule fermée. Leur point de départ est identique : Mise en place tout d'abord de la forme paramétrique polynomiale sur la base de facteurs de risques obtenus lors des simulations primaires.

Par la suite, la forme paramétrique construite est calibré. Les deux méthodes divergent et chacune d'elles propose un calibrage différent :

1. La méthode de Curve Fitting propose une calibrage sur des valeurs de Fonds Propres économiques. Elle permet ainsi le calibrage du proxy sur un nombre réduit de simulations primaires (et avec le nombre usuel de simulations secondaires).
2. La méthode de Least Square Monte Carlo propose quant à elle un calibrage sur des VAN de marges. Le nombre de simulations primaires reste le même, mais la méthode effectue qu'une seule simulation secondaire (pour le calcul de la VAN). Cela constitue son point fort : En effet, les simulations en Risque-Neutre prennent en général un temps de calcul beaucoup important que les simulations Monde-Réel. En diminuer le nombre permet ainsi un calcul plus rapide et moins coûteux en temps d'exécution.

La figure 2.4, extraite de l'étude MOODY'S (2014), schématise les approches présentées par ces deux méthodes.

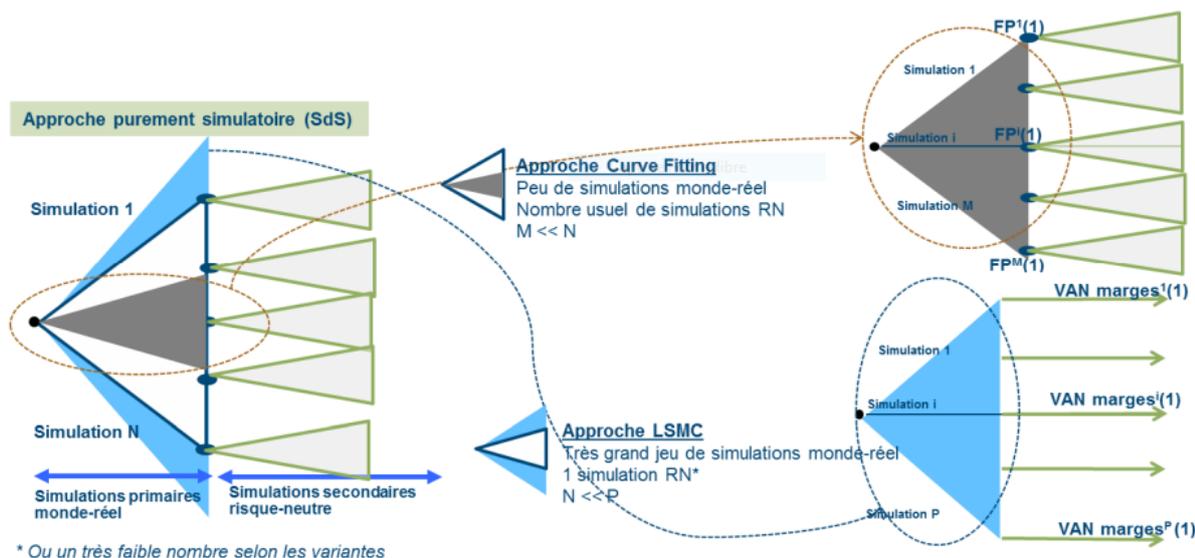


FIGURE 2.4: Comparaison des deux approches : Curve Fitting et LSMC

Il est important de noter que les trois méthodes évoquées précédemment ont pour seul but de permettre un calcul plus rapide du Best-Estimate : les Simulations dans les Simulations donnant une

première solution, assez peu performante certes, à la problématique; puis les méthodes de Curve Fitting et de LMSC qui viennent en proposer des améliorations de performances. La question de proposer une meilleure analyse des résultats calculés n'est donc aucunement soulevée.

L'objectif de ce présent mémoire est donc d'y apporter une réponse intéressante, et ce, par la présentation d'une nouvelle approche de modélisation basée sur la mise en place d'un scénario stochastique innovant.

Cependant, avant de faire cela, une présentation détaillée sera faite du modèle ALM qui est au coeur des études réalisées dans ce mémoire.



# Chapitre 3

## Modèle ALM

### 3.1 Généralité sur les modèles ALM

#### 3.1.1 Nécessité d'un modèle ALM pour un assureur Vie

L'une des principales préoccupations des acteurs financiers de nos jours est d'être en mesure de correctement évaluer les relations qui existent entre leurs flux.

Cela est d'autant plus vrai pour les assureurs-vie où l'activité implique une dépendance étroite entre l'Actif et le Passif, et engendre de nombreux effets croisés.

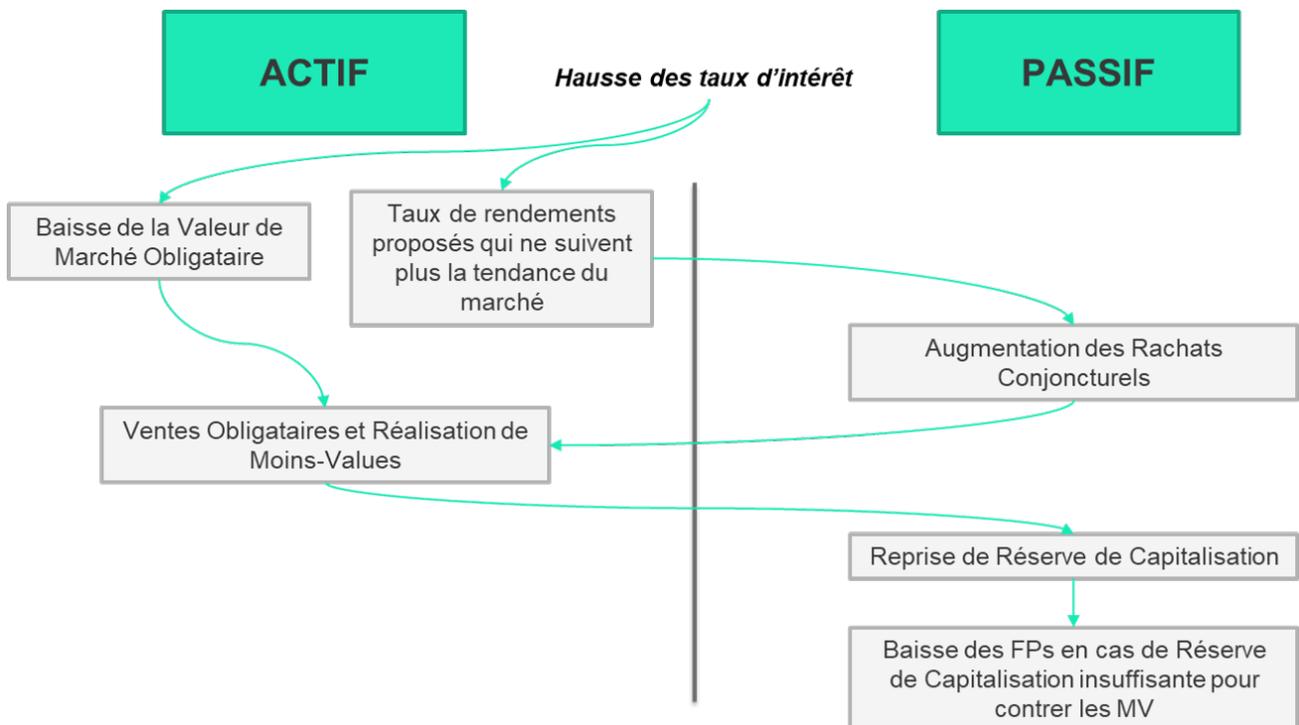


FIGURE 3.1: Effets croisés Actif/Passif engendrés suite à une situation de hausse des taux

Les assureurs-vie expriment ainsi un besoin fort d'être en mesure de prendre en considération toutes les interdépendances que peuvent provoquer leurs activités financières. Afin d'y répondre, ils se sont naturellement tournés vers les modèles ALM.

Un modèle ALM, ou *Asset And Liabilities Management*, est un modèle financier qui permet de projeter les flux présents au Bilan, Compte de Résultat et Compte de Trésorerie, sur un horizon de projection donné, tout en prenant en compte les différentes interactions qui peuvent exister entre l'Actif et le Passif. Parmi les flux projetés, nous pouvons en citer quelques-uns : les primes, les frais (frais de gestion, frais de chargements, frais d'acquisition), les prestations (de Rachats et de Décès), les produits financiers, les charges, etc...

### 3.1.2 Calcul de BE

Au-delà de la prise en compte des interactions Actif-Passif, le modèle ALM permet également de calculer le Best-Estimate of Liabilities des assureurs-vie proposant des contrats d'épargne, et dans notre cas, des contrats Fonds en euros. Pour rappel, le Best-Estimate of Liabilities, ou "meilleure estimation des engagements", correspond à l'espérance des cash-flows futurs aux passifs actualisés suivant la courbe des taux sans risque.

La majorité des modèles ALM s'appuie sur des processus stochastiques de projection des flux. Le chapitre 2 explique bien l'utilité que présente une telle modélisation pour les assureurs-vie, ainsi que son fonctionnement et son principe. Une fois tous les flux correctement évalués et projetés, et ce, pour toutes les simulations stochastiques, le modèle calcule ensuite le Best-Estimate of Liabilities par la méthode de Monte-Carlo comme suit (*Source* : IA (2016))

$$BE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T CF_t^i \times Defl_t^i,$$

où,

- $F_t^i$  désigne les flux de trésorerie au Passif de l'année t pour le scénario i,
- $Defl_t^i$  désigne le coefficient d'actualisation (ou déflateur) de l'année t pour le scénario i

La figure 3.2 présente le fonctionnement des modèles ALM dans le cadre précis des contrats d'épargne Fonds en euros.

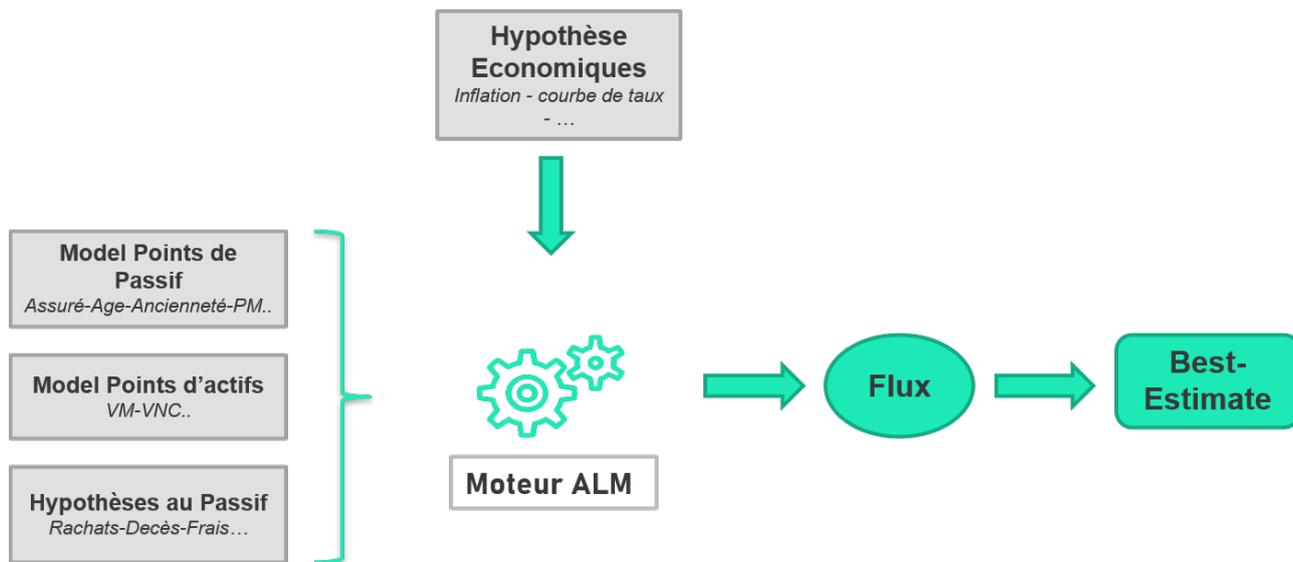


FIGURE 3.2: Fonctionnement d'un modèle ALM

En plus des Model Points (et des hypothèses) de Passif et ceux d'Actifs, il est aussi nécessaire d'introduire en entrée du modèle des paramètres nous renseignant sur les hypothèses économiques pris en compte. Ces Inputs, fournis par le GSE, permettent de projeter les flux tout en restant en accord avec les données des marchés financiers. Ils sont ainsi d'une grande importance et jouent un rôle primordial dans le bon fonctionnement des modèles ALM.

Les parties qui suivront permettront ainsi de donner une présentation générale du modèle ALM sur lequel se basent les études menées dans ce mémoire\*, et ce après avoir présenté d'abord le Générateur de Scénarios Economiques et le portefeuille-type sur lesquels se base le lancement du modèle.

### 3.2 Présentation du Générateur de Scénarios Economiques Risque-Neutre utilisé

Un Générateur de Scénarios Economiques, ou *GSE*, est un moteur de calcul permettant de projeter des grandeurs financières et économiques tels que le taux de l'inflation, la courbe des taux d'intérêt, le taux de l'immobilier ou le taux d'action sur un horizon donné, et à terme, de fournir des hypothèses sur la projection de ces paramètres.

Le modèle ALM se basant essentiellement sur ces hypothèses pour projeter les flux à l'actif, il paraît donc important de bien calibrer le GSE utilisé. De plus, les interactions étroites qu'existent entre les composantes du bilan en Assurance-Vie font qu'une variation dans l'Actif a de fortes chances d'induire un impact sur le Passif également. Une mauvaise calibration du GSE peut non seulement être problématique pour la projection de l'Actif, mais aussi, par effets croisés, pour celle du Passif.

Le but de ce présent mémoire n'étant pas d'expliquer les spécificités techniques et pratiques des GSE, il a été décidé de ne pas entrer dans les détails de ce sujet. Les paragraphes qui suivent permettront de présenter à minima et de manière concise les modèles de calibration du GSE employé dans notre modèle ALM, les risques considérés dans le cadre de ce GSE et enfin sa validation.

\* A noter que le modèle utilisé a été développé en interne par le cabinet SIA Partners et est, au jour de la rédaction de ce mémoire, toujours en phase de développement

### 3.2.1 Modèles de calibration et de projection pour les risques considérés

La première étape dans la mise en place d'un GSE est le choix des facteurs de risque considérés. Les portefeuilles des assureurs-vie étant traditionnellement constitués d'obligations, d'actions et d'actifs immobiliers, les facteurs de risque considérés sont :

- Facteur Taux d'intérêt
- Facteur Immobilier
- Facteur Action
- Facteur Inflation

Ensuite, il est nécessaire de choisir les modèles de diffusion qui seront utilisés pour chacun de ces facteurs. Plusieurs modèles, plus ou moins efficaces, existent dans la littérature. Le choix a été ainsi simplement guidé par la performance recherchée des modèles et le temps disponible pour les travaux.

A noter que la date de calibrage de notre GSE est fixée au 31/12/2020.

#### Modèle de diffusion pour les taux d'intérêt

Pour les taux d'intérêt, le choix porte sur deux modèles de diffusion : le modèle gaussien G2++, mis en place par MERCURIO et BRIGO (2007), ainsi que le modèle LMM à 2 facteurs.

	G2++	LMM à 2 facteurs
Dynamique	$r_t = x(t) + y(t) + \varphi(t), r(0) = r_0$ Avec $dx(t) = -ax(t)dt + \sigma dW_1(t), x(0) = 0$ $dy(t) = -by(t)dt + \eta dW_2(t), y(0) = 0$	$\frac{dF_k(t)}{F_k(t)} = \sum_{i=m(t)}^k \frac{\delta_i F_i(t) \sum C_{i,q}(t) C_{k,q}}{1 + \delta_i F_i(t)} dt + \sum_{q=1}^p C_{k,q}(t) dZ_q$ $C_{k,q}$ volatilité du qième facteur $\delta_i$ pas de temps entre 2 prix caps $M(t)$ : plus petit entier tel que $t \leq m(t)$
Avantages	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Discrétisation exacte</li> <li>• Modèle à 2 facteurs : meilleure réplication de la surface de volatilité</li> <li>• Formule fermée pour les ZC</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modélisation Log-normale des Tx forward</li> <li>• Calcule aisément le prix des Caps</li> <li>• Réplique bien la surface de volatilité</li> </ul>
Inconvénients	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dynamique gaussienne des taux courts</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calibrage plus complexe que le G2++</li> <li>• Incohérences sur le prix des swaptions</li> </ul>

TABLE 3.1: Présentation des deux modèles de diffusion pour les taux d'intérêt

Le modèle gaussien à deux facteurs est le modèle de taux d'intérêt qui a été choisi dans le cadre de nos travaux. En effet, il permet de mieux reproduire la volatilité des taux par rapport aux modèles à un facteur, sans pour autant rendre le calibrage beaucoup plus complexe.

Le calibrage des paramètres  $(a, b, \sigma, \eta)$  du modèle G2++ s'effectuent par la suite sur la base des prix de marché des Swaptions (At The Money sur taux Euribor 3mois). Ces derniers sont calibrés par la minimisation de la somme des carrés des écarts relatifs entre les prix du marché des Swaptions et les prix théoriques.

### Modèle de diffusion pour les actions et l'immobilier

Pour ces deux classes d'actifs, le choix a été porté sur le modèle de Black & Scholes, qui est couramment utilisé en pratique pour la modélisation de ces indices en raison de sa simplicité. Sous la probabilité Risque-Neutre, la dynamique d'un processus  $(S_t)_{t \geq 0}$  décrivant le cours d'une action selon le modèle de Black-Scholes est donnée par

$$dS_t = S_t \times ((r_t - div) \times dt + \sigma \times dW_t),$$

où,

- $r_t$  désigne le taux court,
- $div$  désigne le taux de dividende,
- $\sigma$  désigne la volatilité,
- $W_t$  désigne le mouvement brownien.

Le taux de dividende est déterminé sous les conditions suivantes :

1. Le marché considéré est un marché sans opportunité d'arbitrage

2. Les coûts dus aux transactions sont négligés
3. Il existe un taux d'intérêt sans risque
4. Le temps est continu

Le calibrage du modèle de diffusion choisi pour les actions et l'immobilier s'effectue par le calcul de la valeur du paramètre de volatilité implicite déterministe  $\sigma$  :

1. Pour les actions : Les volatilités de Puts At the Money sur le Cac40 sont récupérés. Leur prix est alors déterminé et comparé avec leur prix théorique donné par le modèle de Black & Scholes.
2. Pour l'immobilier : Le calibrage est plus simple que pour les actions à cause du peu de liquidité du marché immobilier et la volatilité historique est utilisée comme volatilité constante du modèle. Dans notre cas, le calcul de la volatilité historique se fait sur la base de la série d'indices de prix des logements fournis par l'INSEE.

### Modèle de diffusion pour l'inflation

L'inflation a été quant à elle modélisée suivant un processus d'Ornstein-Uhlenbeck (ou modèle de Vasicek). Sous ce modèle, la diffusion des taux est décrite par la dynamique suivante

$$dr_t = k \times (\mu - r_t) \times dt + \sigma \times dW_t,$$

avec,

- $k$  désigne la vitesse de retour à la moyenne,
- $\mu$  désigne la moyenne à long terme,
- $\sigma$  désigne la volatilité,
- $W_t$  désigne un mouvement brownien

Par ailleurs, en posant

$$X_t = r_t - b,$$

la dynamique précédente devient

$$r_{t+1} = r_t \times \exp(-a) + b \times (1 - \exp(-a)) + \sigma \times \sqrt{\frac{1 - \exp(-2a)}{2a}} \times \epsilon_t.$$

Il est possible de déduire les valeurs des paramètres  $(a, b, \sigma)$  par régression linéaire. A noter que le modèle utilisé pour l'inflation est market-consistent avec la courbe inflation en France de 2020.

### 3.2.2 Corrélation et dépendance des actifs

Dans le cadre d'un GSE, il est nécessaire de modéliser les dépendances entre les actifs du portefeuille. Cela se traduit en pratique par l'introduction de coefficients de corrélation, calculés grâce à la méthode de Pearson qui permet de mesurer la linéarité de la dépendance entre deux variables comme suit

$$\rho(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}.$$

### 3.2.3 Validation du GSE

La mise en place d'un GSE est fortement sensible aux erreurs de calibrage et aux imprécisions liés aux calculs numériques. De par son importance plus tard dans le lancement du modèle ALM, il est primordiale donc d'effectuer une dernière étape de validation, qui permettrait de vérifier la cohérence des scénarios économiques produits par le GSE.

Ainsi, deux tests ont été effectués afin de valider le GSE utilisé dans le cadre de ce mémoire :

- *Le test de Market-Consistency* : Ce test consiste à vérifier que les prix théoriques de la Swaptions (ATM sur taux Euribor 3mois) et du Put (ATM sur Cac40) calculés à partir des trajectoires générées par le GSE correspondent aux prix évalués à partir d'une formule fermée (formule de Black par exemple) en utilisant les volatilités implicites extraites de Bloomberg.

- *Le test de Martingalité* : L'intérêt de ce test est de s'assurer que le GSE développé est bien Risque-Neutre, c'est-à-dire, de garantir que les trajectoires de prix générées pour tous les produits de taux sont neutres vis-à-vis du risque. L'idée est donc de vérifier que l'espérance des trajectoires des déflateurs à chaque instant  $t \geq 0$  est égale au prix Zéro-Coupon, ou mathématiquement, que  $E(Defl(0, t)) \sim P(0, t)$  avec  $P(0, t)$  est le prix Zéro-Coupon et  $Defl(0, t)^*$  le déflateur. Dans la pratique, en utilisant la méthode de Monte-Carlo, nous considérons que la moyenne approxime l'espérance et l'équation précédente devient ainsi  $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N D_n(0, t) \sim P(0, t)$ , où  $N$  est le nombre de trajectoires générées (qui doit être suffisamment grand pour assurer une approximation exacte).

## 3.3 Description du portefeuille-type utilisé

Afin de mener à bien les études qui seront présentées par la suite, il a été nécessaire de construire un portefeuille financier en adéquation avec les hypothèses prises à l'Actif et au Passif et représentant le mieux possible une société d'assurance française proposant des contrats d'épargne majoritairement Fonds en euros.

---

\*Rappel :  $Defl(t, T) = \frac{1}{\prod_{i=t}^{T-1} (1+r_{[i; i+1]})}$

<b>BILAN</b>	
<b>Actif - VNC</b>	<b>Passif - VNC</b>
<b>Actions</b> 78 800 000 €	<b>Fonds Propres</b> 100 000 000 €
<b>Obligations</b> 878 800 000 €	<b>PM</b> 850 000 000 €
<b>Immobilier</b> 15 800 000 €	<b>Réserve de Capitalisation</b> k 10 000 000 €
<b>Monétaire</b> 26 600 000 €	<b>PRE</b> -
<b>Total</b> 1 000 000 000 €	<b>Total</b> 1 000 000 000 €

FIGURE 3.3: Présentation du portefeuille - BILAN

### 3.3.1 Du côté de l'Actif

La composition de l'Actif du portefeuille-type utilisé a été choisi de sorte à rester conforme au marché assurantiel.

	Actions	Obligations	Immobilier	Monétaire
<b>Portefeuille d'Actifs</b>	7.8%	87.8%	1.6%	2.7%

TABLE 3.2: Composition du portefeuille d'Actifs

### Portefeuille obligataire

Le portefeuille obligataire utilisé est composé de 42 obligations. Nous supposons qu'elles viennent toutes d'être achetées au début de la projection et sont de maturités allant de 5 à 20 ans. Le tableau

3.2 résume quelques caractéristiques du portefeuille en question.

Taux de coupon moyen	2,435%
Duration du portefeuille	14,4 années
Ratings	7% AAA — 74% AA — 19% A
Part de Plus-Values latentes	10%
Frais de garde	0,010%
Frais sur Produits	0,035%

TABLE 3.3: Quelques caractéristiques du portefeuille obligataire

### Portefeuille d'actions

Le portefeuille est composé de deux actions, respectivement de type 1 et de type 2, en plus-values latentes. Leurs caractéristiques sont présentées dans le tableau 3.3.

	VNC	VM	Classification
Action 1	70 920 000 €	88 650 000 €	Type 1
Action 2	7 880 000 €	9 850 000 €	Type 2
Part de Plus-Values latentes	25%		
Frais de garde	0,010%		
Frais sur Produits	0,12%		

TABLE 3.4: Portefeuille d'actions

### Portefeuille d'immobilier

Le tableau 3.4 présente les caractéristiques du portefeuille d'immobilier choisi.

	VNC	VM
Immobilier	15 800 000 €	20 540 000 €
Part de Plus-Values latentes	30%	
Frais de garde	1,512%	
Frais sur Produits	0%	

TABLE 3.5: Portefeuille d'immobilier

### Monétaire

Enfin, le tableau 3.5 présente les caractéristiques de la composition choisie de l'actif restant du portefeuille, à savoir, le monétaire.

	Cash
Monétaire	26 600 000 €

TABLE 3.6: Monétaire

### Réallocation cible

La stratégie de réinvestissement implémentée dans le modèle est une réallocation cible statique. Le modèle cherchera donc à chaque année d'atteindre l'allocation cible introduite en input.

Actif	Allocation cible
Obligations	87,88%
Actions	7,88%
Immobilier	1,58%
Monétaire	2,66%

TABLE 3.7: Réallocation cible

### 3.3.2 Du côté du Passif

Le portefeuille de Passif construit est composé de 30 000 assurés répartis en 12 Models Points (MP), c'est-à-dire, regroupés en 12 groupes homogènes selon leurs caractéristiques.

Model Point	Nombre de contrats	Sexe	Age	Ancienneté	Montant de PM	TMG
MP 1	3794	H	50	0	107 500 000 €	0%
MP 2	3794	F	50	0	107 500 000 €	0%
MP 3	7588	H	53	3	215 000 000 €	0,5%
MP 4	7588	F	53	3	215 000 000 €	0,5%
MP 5	2732	H	56	6	77 400 000 €	1%
MP 6	2379	F	56	6	67 400 000 €	1%
MP 7	607	H	59	9	17 200 000 €	2%
MP 8	607	F	59	9	17 200 000 €	2%
MP 9	304	H	63	13	8 600 000 €	3%
MP 10	304	F	63	13	8 600 000 €	3%
MP 11	152	H	68	18	4 300 000 €	3%
MP 12	152	F	68	18	4 300 000 €	3%

TABLE 3.8: Composition du portefeuille de passif

De plus, le taux de chargements d'administration est constant sur les 12 Models Points et est égal à 3%.

## 3.4 Présentation du modèle : SiALM

Comme expliqué précédemment, un modèle ALM permet de projeter les flux financiers des assureurs-vie sur un horizon de projection et ce en prenant en compte les différents effets croisés que peuvent exister entre les postes à l'Actif et au Passif.

Afin de mettre en pratique toutes les notions présentées dans ce mémoire et pouvoir obtenir des résultats justes et analysables, nous avons utilisé le modèle ALM développé en interne par le cabinet SIA Partners. Cette partie vise donc à le présenter et expliciter son fonctionnement.

Il est important de noter que le squelette de développement du modèle a été réalisé par TICHIT

(2019) dans le cadre de son stage de fin d'étude au cabinet SIA Partners. Les propos qui vont suivre visent ainsi à donner une vision globale au lecteur sur le modèle ALM utilisé. Pour plus de détails sur son fonctionnement, il est conseillé de se référer aux mémoires TICHIT (2019) et RAVELONANDRO (2019). Cependant, plusieurs ajouts, modifications et améliorations ont été réalisés sur le modèle et seront également présentés dans cette partie.

### 3.4.1 Hypothèses utilisées

Avant d'aborder le sujet sur le fonctionnement du modèle, il est important de préciser dans un premier temps sur les hypothèses structurantes qui ont orientées le développement.

#### au Passif

L'hypothèse considérée dans le cas du Passif est la projection en "run-off" du portefeuille de la compagnie d'assurance étudiée. Une projection en "run-off" désigne une projection où aucun contrat d'assurance sera souscrit dans l'horizon de projection considéré.

Les primes et les charges de réassurance n'ont par ailleurs pas été modélisé.

#### à l'Actif

Du côté actif du modèle, les hypothèses considérées sont celles prises en compte lors de la mise en place du GSE. En effet, le GSE étant à la base de la projection de l'Actif, il est naturel de rester sur les mêmes hypothèses.

Ainsi, nous supposons que :

- Les actifs sont infiniment divisibles, c'est-à-dire, que les achats d'actifs peuvent se réaliser sur des fractions d'actifs si nécessaire,
- Le marché est supposé liquide, c'est-à-dire, que l'achat et la vente d'un actif n'impacte pas les prix constatés sur ce marché,
- La projection de l'Actif se fait en monde Risque-Neutre, cf III.6.1

### 3.4.2 Fonctionnement du modèle

L'un des objectifs principaux du modèle ALM utilisé est de permettre in fine d'effectuer un calcul stochastique du Best-Estimate of Liabilities. Pour ce faire, il simule 1000 projections des flux à l'Actif et au Passif du portefeuille sur 50 années. La simulation se fait en se basant sur les 1000 scénarios économiques générées par le GSE (chaque scénario pour une projection donnée).

Le choix du nombre de simulations projetés a été effectué après avoir effectué une étude sur la convergence du Best-Estimate.

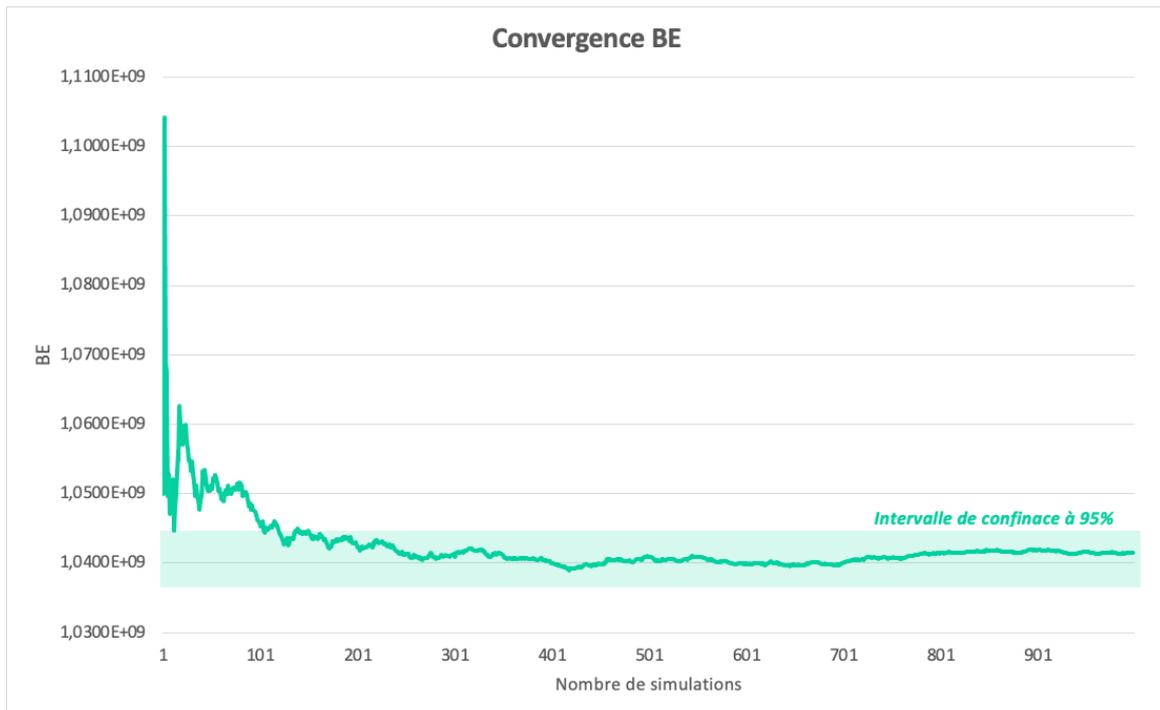


FIGURE 3.4: Convergence du montant de BE sur un run-test

Ainsi, nous obtenons une convergence optimale du Best-Estimate en projetant 1000 simulations consécutives, avec les intervalles de confiance suivants :

1. à 95%

$$IC_{95\%} = [1038530159; 1044361638],$$

2. à 99%

$$IC_{99\%} = [1037627171; 1045264625].$$

Par ailleurs, un portefeuille de départ sera au préalable introduit en input dans le modèle et permettra de renseigner ce dernier sur l'état initial de la compagnie d'assurance, c'est-à-dire, sur :

- le Passif en  $t=0$  : les Model Points des contrats (PM, Ancienneté, Taux Minimal Garantie, Taux de chargements, ...)
- l'Actif en  $t=0$  : les Model Points des titres financiers (Valeur de Marché/Valeur Net Comptable des obligations, des actions, et de l'immobilier ainsi que le montant de Monétaire)

Le passage de l'année  $t$  à l'année  $t+1$  à chaque projection se fait suivant les étapes présentées dans le figure 3.6.

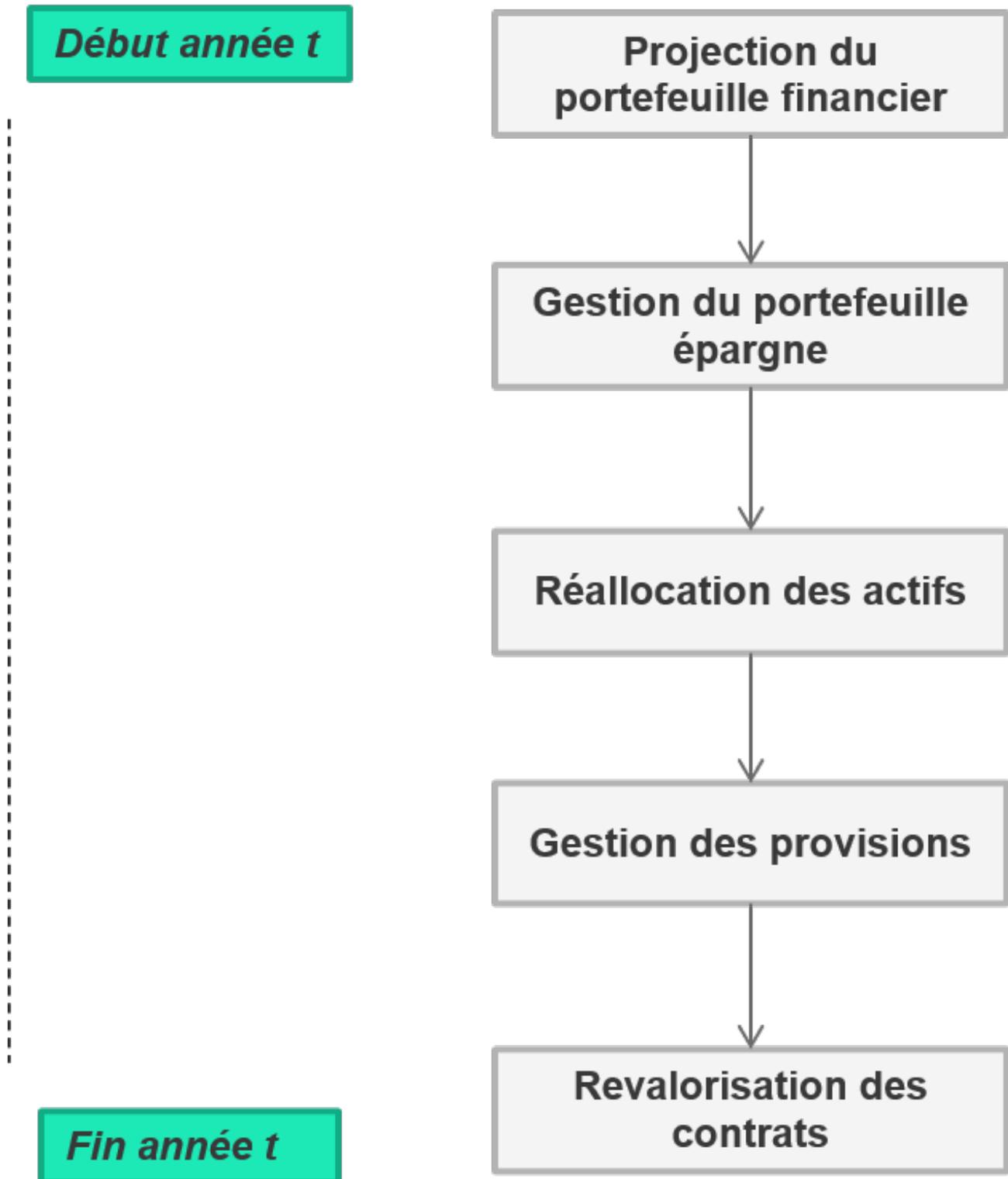


FIGURE 3.5: Étapes de projection

Ces cinq opérations seront présentées par la suite.

### Projection du portefeuille financier

La première étape du modèle consiste à projeter le portefeuille financier de la compagnie. Il recalcule ainsi les valeurs de marché des actifs du portefeuilles en se basant sur les grandeurs économiques projetées par le GSE, à savoir, les taux zéro coupon pour le recalcul de la VM des obligations et les taux de rendements pour les actions et l'immobilier. Nous supposons par ailleurs que le monétaire évolue suivant l'indice monétaire, augmenté du solde de trésorerie. Les produits financiers sont ensuite récoltés suite au placements des actifs, permettant de constituer la richesse de la compagnie d'assurance, et enfin les frais financiers sont payés.

### Gestion du portefeuille épargne

Cette étape consiste à veillir d'une année les Model Points au Passif du portefeuille et d'évaluer les flux générés par les prestations de l'assureur. Les principales prestations considérées dans le modèle sont les décès et les rachats (structurels et conjoncturels).

Une fois l'évaluation réalisée, la Provision Mathématique à l'Ouverture de l'année en cours sera diminuer des montants de ces prestations, augmentés quant à eux du TMG sur 6 mois (l'hypothèse faite selon laquelle les rachats et les décès sont uniformément repartis sur l'année).

### Réallocation des actifs

Une fois les prestations au Passif évaluées, vient l'étape de la réallocation du portefeuille d'actifs. Celle-ci consiste à acheter ou vendre des actifs afin d'atteindre une allocation cible donnée. Deux schémas subsistent :

- La réallocation statique, impliquant de définir en amont une allocation d'actif fixe et que le modèle cherchera à atteindre à chaque année de projection quelque soit la santé du portefeuille et la situation économique.
- La réallocation dynamique, impliquant quant à elle une allocation d'actif qui s'adapte aux configurations et aux changements du marché financier.

Dans le cadre du modèle utilisé, il a été décidé d'utiliser une réallocation statique des actifs.

### Gestion des provisions

L'étape de réallocation précédente peut induire des changements sur les paramètres financiers du portefeuille d'Actifs de l'assureur. En effet, lors des ventes d'actifs, des Plus-Ou-Moins-Values (PMVL) seront réalisés et leur comptabilisation dans le bilan se doit de suivre les directives imposés par Solvabilité 2 à cet effet. Ainsi, les PMVL obligatoires impacteront le stock de Réserve de Capitalisation (la doter si la vente a réalisé des Plus Values ou la diminuer dans le cas contraire) et les Moins-Values latentes des actifs non amortissables, à savoir, des actions et de l'immobilier, s'ajouteront quant à eux au stock de PRE.

Il est donc nécessaire de revoir les montants des provisions suite aux processus de réallocations, d'où l'utilité de cette étape.

### Revalorisation des contrats

La projection sur une année prend fin par une étape de revalorisation des contrats. Celle-ci permet de déterminer le montant de participations aux bénéfices que l'assureur est en mesure de distribuer à ces assurés au vu des résultats techniques et financiers réalisés, et de gérer par la même occasion le montant de Provision pour Participation aux Excédents (PPE).

Cette revalorisation est effectuée par la fonction de Participation aux Bénéfices, qui a été nouvellement implémentée et ajoutée dans le modèle. Celle-ci permet d'allouer entre assureur et assurés l'ensemble des produits disponibles, à savoir, les produits financiers nets de frais financiers, le solde de gestion et le solde de souscription.

Les étapes de l'algorithme au coeur de cette fonction sont présentés de façon détaillée au chapitre 4.2.3. Une vue globale est également donnée ci-dessous :

- Etape 1 : Paiement des engagements et prélèvement des chargements de gestion sur encours (à la maille portefeuille). Au cours de cette étape, le modèle cherchera à calculer et à payer le montant des intérêts techniques que l'assureur est tenu de servir à ses assurés au titre des TMGs contractuels ainsi que celui des chargements sur encours. Ces derniers ne sont pas prélevés si les produits financiers ne sont pas suffisants.

- Etape 2 : Prélèvement de la marge assureur cible (à la maille portefeuille). Une fois les intérêts techniques et les chargements prélevés, le modèle calculera par la suite la marge cible que l'assureur espère réaliser sur l'année en cours. Celle-ci est égal à la somme de la marge financière cible (marge qu'il espère réaliser sur le solde financier) et de la marge technique cible (marge qu'il espère réaliser sur le solde technique).

- Etape 3 : Paiement de la revalorisation au titre du taux cible de participation aux bénéfices (à la maille portefeuille). Afin de faire face à la concurrence et d'attirer et fidéliser le maximum d'assurés, les assureurs distribuent très souvent une Participation aux Bénéfices additionnelle (au delà des intérêts techniques). Cependant, ce montant est qualifié de "cible" dans la mesure où son versement dépendra des résultats de l'assureur sur l'année.

- Etape 4 : Vérification du minimum réglementaire de participation aux bénéfices (au niveau entité). La dernière étape consiste à vérifier si le montant total de Participation aux Bénéfices versé par l'assureur jusque là (intérêts techniques + PB cible) atteint le niveau minimal réglementaire de participation aux bénéfices imposé par les autorités.

Il est par ailleurs important de noter que la construction de cette fonction est propre au modèle utilisé dans ce présent mémoire et n'a pas pour vocation d'être applicable à tous les modèles assuranciers du marché.

### Gestion de fin de projection

Dans le cadre du modèle utilisé, la projection des flux s'effectue sur une durée de 50 années. En pratique, un tel horizon n'est en général pas suffisant pour liquider la totalité des provisions mathématiques présentes dans le portefeuille des assureurs. Il a donc été décidé de mettre en place une étape finale permettant de gérer les flux restants une fois la fin de projection atteinte, c'est-à-dire, de mettre en place un processus de distribution de ces flux entre l'assureur et les assurés.

Les hypothèses retenues sont :

- Part Assureur : 100% de la Réserve de Capitalisation et 100% de la PRE
- Part Assuré : 100% de la PM et 100% de la PPE

### Modifications introduites dans le modèle

Des travaux de fiabilisation du modèle intervenus au début du stage ont permis de déceler quelques dysfonctionnements du modèle ALM. Cette partie n'a pas pour objectif de présenter tous ces travaux, mais de mettre l'accent sur ceux que j'ai pu développer.

- Gestion des Fonds Propres :

Les premiers changements qui ont été réalisés concerne la gestion et la projection des Fonds Propres. Un nouveau processus d'extériorisation des résultats a été mis en place et fonctionne comme suit :

Une partie du résultat de l'année N-1 est basculée en Report à Nouveau de l'année N (qu'ils soient positifs ou négatifs) et l'autre partie est extériorisée (en tant qu'Apport de FP si le résultat extériorisé est négatif ou en tant que Dividendes si le résultat extériorisé est positif). L'extériorisation est effectuée suivant un pourcentage d'extériorisation des résultats, paramètre du modèle. Les formules suivantes permettent d'appréhender les nouveaux calculs de Report A Nouveau, d'extériorisation et de résultat qui ont été ajoutés au modèle (pour l'exemple, nous considérerons l'année de projection N)

$$ReportANouveau_N = ReportANouveau_N + (1 - \text{taux}_{exteriorisation}) * Resultat_{N-1},$$

$$Exteriorisation_N = \text{taux}_{exteriorisation} * Resultat_{N-1},$$

$$Resultat_N = Resultat_{N_{avant impôts}} - ImpôtsSociétés - ParticipationsSalariés.$$

- Gestion de Fin de Projection :

Les redistributions des richesses latentes en fin de projection ont été également modifié. Les Plus-Ou-Moins Values Latentes (PMVL) des actifs au bout des 50 années de projection a été ajouté au calcul de distribution des richesses entre l'assureur et les assurés. Ce partage s'effectue suivant un taux de redistribution assureurs des PMVL en fin de projection, paramètre égal par défaut à 15% mais qui peut être librement modifié par l'utilisateur du modèle, si les PMVL sont positifs en fin de projection. Dans le cas contraire, l'assureur absorbe toute la perte.



*NB : Le pourcentage de distribution « x » des PMVL est par défaut égal à 15%. Cependant, il peut être modifié dans le fichier d'input du modèle.*

FIGURE 3.6: Gestion des richesses latentes en fin de projection

### 3.4.3 Test de fuite

Avant l'utilisation d'un modèle ALM, il est nécessaire tout d'abord de valider son fonctionnement et ce, par la réalisation d'un test de fuite économique.

Ce dernier a pour objectif de vérifier que le modèle ne crée, ni ne perd de valeur au cours de la projection, c'est-à-dire, de quantifier l'écart de convergence du modèle, défini comme étant l'écart entre la richesse initiale de la compagnie d'assurance (son actif en  $t=0$ ) et sa richesse projetée (l'ensemble des flux actualisés au passif en fin de projection). Sa formule de calcul est donnée par :

$$EcartDeConvergence = 1 - \frac{VMactif_{t=0}}{PVFP + BE}$$

avec *PVFP* (Present Value of Future Profits) désignant la valeur actuelle des résultats futurs distribuables générés par le portefeuille de la compagnie d'assurance.

Le tableau 3.9 permet de présenter le test de fuite réalisé sur la base d'un run stochastique sur 1000 simulations, ainsi que sur la base d'un run déterministe.

Test de fuite		
	Scénario Stochastique	Scénario Equivalent Certain
<b>Richesse initiale</b>	1 099 138 000	1 099 138 000
<b>Richesse projetée</b>	1 098 062 438	1 099 137 998
<b>Ecart de convergence</b>	-0,10%	0,00%

TABLE 3.9: Test de fuite

L'écart obtenu suite au test de fuite est de -0,10%. La règle générale énonçant qu'un modèle ALM est jugé valide dans sa globalité si l'écart de convergence du test de fuite est inférieur (en valeur absolue) à 1%, nous pouvons ainsi estimer que l'écart cité plus haut est satisfaisant. Cependant, ce test de fuite, bien que valide, n'implique pas que le modèle ALM utilisé est parfaitement fonctionnel. En effet, nos travaux d'analyse ont permis de déceler quelques incohérences dans les résultats sortis par ce dernier. Ces derniers seront présentés au Chapitre 5 de ce présent mémoire.



## Chapitre 4

# Analyse des Scénarios Stochastiques

### 4.1 Des résultats en stochastique difficiles à analyser

Dans les modèles ALM, les résultats sont essentiellement analysés suivant le Best-Estimate of Liabilities des scénarios stochastiques. Analyser les résultats sur la base d'éléments de bilans moyennés pourrait être source d'erreur.

Ainsi cette partie vise dans un premier temps à mettre en avant la nature et la source des erreurs induites par une analyse sur des résultats stochastiques moyennés. Un deuxième objectif serait d'explicitier une solution possible permettant d'éviter ces erreurs, d'obtenir des reportings (du type Bilan/Compte de Résultat/Compte de Trésorerie) corrects et in fine de se faciliter l'analyse des Best-Estimate of Liabilities stochastiques.

Ce scénario se construit en trois étapes :

- Une première étape où les différents flux stochastiques pris en compte dans le bilan, le compte de résultat et le compte de trésorerie seront déflatés suivant les coefficients d'actualisation fournis par le Générateur de Scénarios Economiques,
- Une deuxième étape consistant à moyenner les flux sur tous les scénarios considérés,
- Une dernière étape où les moyennes obtenues seront recapitalisées au taux EIOPA vu à  $t=0$ .

Par la suite, nous nommerons ce scénario "Scénario DMR" (pour **D**éflaté, **M**oyenné, **R**ecapitalisé).

#### 4.1.1 Origine des erreurs d'analyse

La modélisation Risque-Neutre mise en place dans les modèles ALM s'effectue suivant des projections stochastiques : nous projetons un très grand nombre de scénarios économiques sur un horizon de temps donné. Chacun de ses scénarios nous renseigne sur une évolution possible des grandeurs économiques prises en compte dans le modèle, à savoir : taux, action, immobilier, monétaire, etc... Nous obtenons ensuite en sortie, pour chaque flux (rachats, décès, etc..), un certain nombre de valeurs possibles (égal au nombre de scénarios projetés).

Traditionnellement, dans les modèles ALM, il est commun de sortir les différents postes du Bilan, du Compte de Trésorerie et du Compte de Résultat sous forme moyennée sans prendre en compte le poids de l'actualisation.

Ce type de sortie, mal utilisé, peut entraîner des erreurs d'analyse de résultats et il n'est pas toujours aisé d'expliquer l'évolution d'un Best-Estimate stochastique au management.

Ainsi, dans la suite, nous expliquerons plus en détail cela en se basant sur un exemple concret, et présenterons une solution qui permet de corriger ces erreurs.

#### 4.1.2 Mise en contexte de la problématique

Dans le cadre des travaux de modélisation ALM, il est toujours intéressant de connaître le poids des différents flux dans le Best-Estimate. En effet, Cela permet aux assureurs d'améliorer la compréhension de leur portefeuille au Passif, d'être en mesure de prendre les meilleures décisions stratégiques et enfin de répondre positivement aux exigences de la directive Solvabilité 2 (qui leur impose une connaissance parfaite des flux qu'ils génèrent).

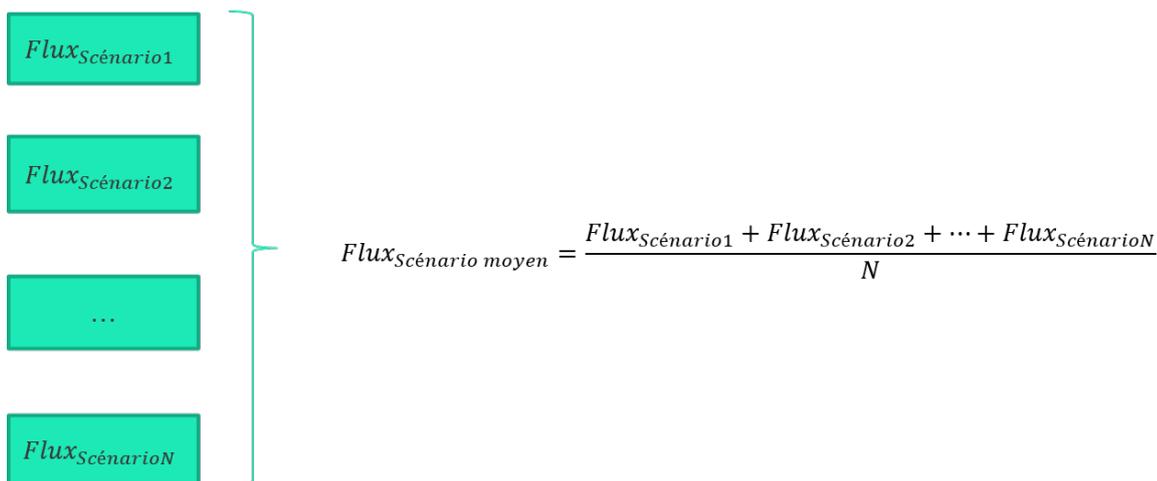
Ainsi, pour ce faire, il est possible de reconstituer une chronique de taux moyens des flux permettant d'analyser l'évolution de leur poids dans le Best-Estimate sur les années de projection. La démarche suit généralement les étapes ci-après :

- S'appuyer sur la modélisation stochastique afin de projeter les flux sur les différentes simulations,

Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	...
Flux 1	Flux 2	Flux 3	...

TABLE 4.1: Projections des flux selon chaque scénario stochastique

- Calculer le scénario moyen où tous ces flux sont moyennés\*



- Obtenir enfin la chronique des taux moyens des flux en les divisant par la Provision Mathématique

$$tauxFlux = \frac{Flux_{Scénario\ Moyen}}{PM_{Scénario\ Moyen}}$$

\*les moyennes sont calculées sur tous les scénarios stochastiques projetés

Cependant, analyser les flux sur la base de leurs valeurs moyennées expose les assureurs à de sérieuses erreurs d'interprétation. Un exemple concret sera présenté par la suite afin de conceptualiser cette problématique.

Nous présentons ainsi un cas purement fictif d'une projection stochastique sur un même run de deux flux aléatoires exprimés en pourcentage de la PM et variant d'une simulation à l'autre. Ici, nous allons considérer une projection selon les trois scénarios possibles présentés dans le tableau 4.1.

	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Taux d'actualisation	2%	15%	3%
Taux Flux 1 (% de la PM)	8%	4%	7%
Taux Flux 2 (% de la PM)	2%	15%	2%

TABLE 4.2: Taux considérés sur les trois scénarios

*Le choix d'un scénario atypique (Scénario 2) où les taux d'actualisation et du Flux 2 explosent a été fait afin de permettre de correctement expliciter par la suite les erreurs d'analyse. La projection s'effectuant de manière pseudo-aléatoire, il est tout à fait possible que le GSE renvoie des valeurs atypiques pareilles sur quelques scénarios donnés, lorsque l'éventail de simulation est large.*

L'objectif désormais est de connaître le poids du Flux 1 et du Flux 2 dans notre Best-Estimate, et ainsi de savoir in fine lequel des deux pèse le plus dans le modèle. Pour cela, une première analyse des flux est réalisée sur la base de leur chronique de taux obtenue suite à la projection stochastique.

Année	1	2	3	4	5
Taux Flux 1 (en % de la PM)	6,2%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%
Taux Flux 2 (en % de la PM)	6,6%	6,6%	6,6%	6,6%	6,6%

TABLE 4.3: Chronique de Taux

Celle-ci mènerait à déduire que dans cet exemple le flux le plus représentatif dans le Best-Estimate est le Flux 2, dans la mesure où sa chronique de taux est constamment supérieure à celle du Flux 1. Cependant, les poids effectifs des deux flux dans le Best-Estimate affichés dans le tableau 4.3 contredisent cette déduction et démontrent que le flux le plus représentatif dans le Best-Estimate est le Flux 1.

BE Flux 1 (en % du BE)	32.5%
BE Flux 2 (en % du BE)	28.1%

TABLE 4.4: Poids effectifs des flux dans le BE

La raison pour laquelle une analyse sur des valeurs moyennées implique des erreurs d'interprétation est la non prise en compte du poids de l'actualisation dans les flux de sorties. En effet, comme cité précédemment, l'analyse des flux est effectuée sur la base de valeurs moyennées sur toutes les simulations stochastiques. Or, ce calcul de moyenne ne prend aucunement en compte l'actualisation des flux, qui est pourtant un facteur non négligeable dans un modèle ALM assurantiel.

Dans l'exemple précédemment présenté, la forte chronique de taux moyen du flux 2 est causée par son taux explosif au scénario 2 (de 15%, contre 4% de taux du Flux 1). Or sur le même scénario, le

taux d'actualisation est également élevé (de 15%), ce qui atténue et absorbe en partie les impacts de ce flux sur le Best-Estimate. La non prise en compte de l'actualisation implique donc la surévaluation du poids de ce scénario 2 dans le scénario moyen et résulte in fine en une forte chronique de taux moyens du Flux 2.

Il est ainsi nécessaire de prendre en compte le poids des coefficients d'actualisation de chaque scénario afin de permettre une analyse correcte des flux lors d'une modélisation stochastique. Le chapitre suivant présentera une solution intéressante permettant de répondre efficacement à cette problématique.

### 4.1.3 Solution proposée

Afin de permettre une analyse qui soit claire et précise, une solution possible est de retraiter les flux existants au bilan, compte de résultats et compte de trésorerie lors des projections. Celle-ci implique la mise en place d'un nouveau scénario stochastique obtenu par l'ajout de deux étapes additionnelles au calcul du scénario moyen réalisé précédemment.

Ainsi, nous reprenons les tableaux de bilans de chacun des 3 scénarios et nous appliquons ce qui suit :

- Une première étape où tous les flux seront déflatés suivant des coefficients d'actualisation générés par le GSE, permettant ainsi de prendre en compte le poids de l'actualisation sur chacun des scénarios étudiés,
- Mettre en place le scénario moyen sur la base de ces scénarios stochastiques déflatés,
- Une fois le scénario moyen obtenu, une dernière étape où les flux du scénario moyens seront recapitalisés suivant des taux sans risque EIOPA vu en  $t=0$ .

Dans la suite de ce présent mémoire, nous nommerons ce scénario particulier le **scénario DMR\***.

Les résultats obtenus suite à la mise en pratique de cette méthodologie dans le cas fictif de l'exemple présenté au précédent chapitre sont présentés dans le tableau 4.4.

Année	1	2	3	4	5
<b>Taux Flux 1 (en % de la PM)</b>	6,3%	6,4%	6,5%	6,6%	6,7%
<b>Taux Flux 2 (en % de la PM)</b>	6,3%	6%	5,6%	5,3%	5%

TABLE 4.5: Chronique de Taux - Scénario DMR

Les taux moyens du Flux 1 constatés sont supérieurs sur les 5 années de projection aux taux moyen du Flux 2. Leurs chroniques de taux suivent désormais bien la tendance des Best-Estimates qui leur sont associés. La prise en compte du poids de l'actualisation a eu pour conséquence l'obtention de résultats justes et cohérents. Ainsi, la lecture des valeurs de flux sur ce scénario DMR, et en particulier, les chroniques de taux, permet d'analyser correctement les résultats et de faire les bonnes déductions (à savoir, que le Best-Estimate dans cet exemple est plus impacté par le Flux 1 que par le Flux 2, et non l'inverse).

Bien que cet exemple traite un cas assez simpliste (nombre réduit de grandeurs économiques, de flux, de scénarios), il permet tout de même de justifier l'efficacité du scénario DMR, présenté ici en

\*pour Déflatés, Moyennés et Recapitalisés

tant que solution fiable permettant d'éviter les erreurs d'analyse.

#### 4.1.4 Application du scénario DMR dans le modèle

Le Best-Estimate of Liabilities et la NAV sont des indicateurs importants pour les assureurs. Ils résument tous les engagements pris par ces derniers et reflètent au mieux la situation économique de leurs portefeuilles. Une attention particulière est ainsi portée sur leur mécanisme de calcul afin de s'assurer qu'aucune erreur n'y subsiste. En effet, la mise en place du scénario DMR présenté précédemment impacte grandement les montants de flux qui sont intégrés dans le BEL et la NAV. Il est donc impératif de vérifier que ces impacts ne faussent pas leur calcul. Cette sous-partie a donc pour objectif d'étudier les effets potentiels de l'application du scénario DMR sur le BEL et la NAV du modèle.

De ce fait, la projection des flux dans la modèle a été lancée sur différents nombres de simulations et les écarts de BEL/NAV obtenus en scénario DMR (par rapport à leurs homologues en scénario moyen) ont été calculés.

Nombre de simulations	BEL Scénario Moyen	BEL Scénario DMR	Ecart (en % du BEL Moyen)
<b>1</b>	1 050 736 629	1 050 736 629	$7,43E^{-8}\%$
<b>10</b>	1 049 640 890	1 049 640 890	$8,48E^{-9}\%$
<b>100</b>	1 046 120 961	1 046 120 961	$4,01E^{-10}\%$
<b>1000</b>	1 028 648 291	1 028 648 291	$1,23E^{-11}\%$
Nombre de simulations	NAV Scénario Moyen	NAV Scénario DMR	Ecart (en % de NAV Moyen)
<b>1</b>	45 720 899	45 720 899	$1,66E^{-7}\%$
<b>10</b>	56 463 069	56 463 069	$2,3E^{-8}\%$
<b>100</b>	53 671 428	53 671 428	$7,7E^{-9}\%$
<b>1000</b>	53 489 709	53 489 709	$8,3E^{-10}\%$

TABLE 4.6: Ecart relatif au BEL/NAV après la mise en place du scénario DMR

Les écarts constatés proviennent principalement du processus de stockage informatique des données et sont extrêmement faibles. L'impact de la mise en place du scénario DMR est ainsi très fortement négligeable.

Au-delà de la problématique des erreurs d'analyse, l'utilisation de ce scénario rend possible la mise en place d'indicateurs financiers intéressants permettant de guider et de faciliter la compréhension et l'analyse des scénarios stochastiques.

## 4.2 Mise en place d'indicateurs financiers

L'analyse des scénarios stochastiques est une problématique récurrente chez les assureurs. En effet, la complexité des développements informatiques font que les modèles ALM sont de véritables boîtes noires, et les nombreux effets croisés qui peuvent exister entre l'Actif et le Passif des modèles ALM des assureurs rendent les différents mouvements des flux difficilement interprétables pour le management.

Des indicateurs financiers ont ainsi été mis en place sur la base du scénario DMR développé dans le cadre de ce mémoire. Ces derniers ont été spécialement choisis afin de pouvoir expliquer au mieux les variations des flux.

### 4.2.1 Durations

Deux types de durations seront utilisés par la suite :

- Duration du portefeuille obligataire : L'actif des assureurs est majoritairement constitué d'obligations d'Etat. De ce fait, il est fortement affecté par les potentiels changements des paramètres économiques. Par exemple, une variation dans la courbe des taux d'intérêt impacte la rentabilité des obligations détenues par les assureurs de la manière suivante : « Une hausse des taux d'intérêt fait baisser le cours des obligations\*, et à l'inverse, une baisse des taux d'intérêt implique une hausse de leurs cours ». Cependant, toutes choses égales par ailleurs, cette variation impacte également le rendement des obligations. Une hausse (respectivement baisse) des taux implique une hausse (respectivement baisse) des intérêts versés via les coupons. Après un certain nombre d'années de détention de l'obligation, ce dernier effet commencera à compenser entièrement les impacts de variation des taux sur le cours des obligations. La duration d'une obligation correspond donc à ce nombre d'années à l'issue duquel la rentabilité d'une obligation n'est plus impactée par une variation des taux d'intérêts. Le risque pour l'assureur est par conséquent de détenir des obligations de grandes durations, impliquant que celles-ci auront besoin d'un nombre considérable d'années pour devenir insensibles aux variations de la courbe de taux d'intérêts. Dans le cadre de ce mémoire, il a été décidé de calculer la duration du portefeuille obligataire grâce à la formule de Macaulay -1938- (cf. INGERSOL et al. (1978))

$$D_{obligation} = \frac{\sum_{t=1}^N \frac{t * C_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+i)^t}},$$

où,  $C_t$  les coupons de l'obligation à la date  $t$ ,  $i$  le taux de rendement actuariel annuel et  $N$  la maturité de l'obligation. Il est ensuite possible de calculer la duration globale du portefeuille obligataire en prenant la moyenne des durations des obligations pondérées par leurs Valeurs de Marché

$$D_{ptfobligataire} = \frac{\sum_i D_{obligation_i} * VM_{obligation_i}}{\sum_i VM_{obligation_i}}.$$

- Duration au Passif : Elle permet de mesurer la durée moyenne des engagements au passif du portefeuille des assureurs. Sa formule de calcul est donnée comme suit

$$D_{passif} = \frac{\sum_{t=1}^T t * (\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N CF_{n,t} * defl_{n,t})}{BE_{Sto}},$$

où  $N$  le nombre de simulations,  $T$  l'horizon de projection,  $CF_{n,t}$  sont les cash-flows à l'année de projection  $t$  suivant le scénario  $n$  et  $defl_{n,t}$  le déflateur relatif à l'année  $t$  pour le scénario  $n$ .

---

\*c'est-à-dire, leur prix d'achat

Un grand écart entre ces deux durations peut impliquer de réelles complications pour les assureurs. En effet, avoir une durée à l'actif bien plus grande que celle au passif accentuera les risques de liquidité des assureurs et les pénalisera également au travers du SCR Marché au titre du risque de taux. Inversement, une durée à l'actif plus faible impliquera des obligations de petites maturités, et donc in fine, qui proposent des taux de rendement très faibles et dont les coupons peuvent ne pas endosser les engagements sur toute la durée des contrats.

Il est donc nécessaire d'adosser la durée de l'Actif et celle du Passif lors de la mise en place des stratégies d'investissement et de minimiser au maximum le gap séparant ces deux durations.

#### 4.2.2 Valeur temps des Options & Garanties

Les O&G (Options et Garanties), intrinsèques aux contrats d'épargne Fonds en euros, constituent des poids financiers importants pour les assureurs. Les exigences introduites par la directive Solvabilité 2 les obligent désormais à les inclure dans l'estimation de leurs engagements. Cette estimation se doit quant à elle de prendre en compte l'aspect asymétrique de ces Options & Garanties. En effet, dans le cas des contrats Fonds en euros, celle-ci est générée par les clauses réglementaires et contractuelles de participation aux bénéficiaires : les pertes financières sont entièrement supportées par l'assureur alors que les profits au de-là des montants garantis au titre du TMG par l'assureur à l'assuré sont partagés sous la forme de participations aux bénéficiaires. Il est donc nécessaire de calculer la valeur temps de ces Options & Garanties afin que l'estimation des engagements soient la plus proche de la réalité.

Communément appelée TVOG, cette valeur représente le coût des options et garanties portées par les assureurs dans le cadre de leurs contrats d'épargne et permet de quantifier l'incertitude des engagements que la compagnie d'assurance a pris envers ses assurés. Il existe deux approches pour la calculer :

1. Une approche se basant sur la théorie d'évaluation des options financières
2. Une approche se basant sur la modélisation ALM stochastique des engagements

La TVOG qui sera analysée par la suite de ce mémoire suit la deuxième approche de calcul. Elle est définie comme étant la différence du Best-Estimate stochastique issu du scénario DMR, et du Best-Estimate issu du scénario équivalent certain\*

$$BE_{Sto} = BE_{EquivalentCertain} + TVoG.$$

Un reporting spécifique a été mis en place dans les sorties du modèle à cet effet. Ce dernier est composé de trois éléments :

- Une décomposition par flux calculés suivant le scénario DMR du Best-Estimate stochastique,

---

\*scénario déterministe où tous les actifs rapportent le taux sans risque

				Année de projection	
				1	2
<b>Scénario Stochastique (DMR) - BE Stochastique</b>					
BE par composants	-	0,000%	Prime	0	0
	952 529 390,43	96,995%	Prestations versées	58 424 683	36 608 650
	206 188 356,90	20,996%	Décès	2 931 092	3 044 278
	-	0,000%	Terme		
	379 819 772,06	38,676%	Rachats partiels	27 479 455	10 656 652
	366 521 261,47	37,322%	Rachats totaux	28 014 136	22 907 719
	-	0,000%	Arrérages		
	6 039 382,20	0,615%	IT inclus dans les prestations	233 920	191 376
	21 024 148,47	2,141%	Frais	1 071 057	1 001 469
	979 592 921,10	99,750%	Total Hors Fin Proj	59 729 660	37 801 495
2 451 766,69	0,250%	Flux de fin de projection	0	0	
		PPE	0	0	
		PM	0	0	
Total BE	982 044 687,78		Total	59 729 660	37 801 495

FIGURE 4.1: Décomposition du BE stochastique

- Une décomposition par flux moyennés du Best-Estimate déterministe,

				Année de projection	
				1	2
<b>Scénario Equivalent Certain - BE Déterministe</b>					
BE par composants	-	0,000%	Prime	0	0
	970 612 253,22	97,187%	Prestations versées	58 424 683	36 677 234
	207 735 443,44	20,800%	Décès	2 931 092	3 049 981
	-	0,000%	Terme		
	389 355 371,72	38,986%	Rachats partiels	27 479 455	10 676 617
	373 521 438,11	37,400%	Rachats totaux	28 014 136	22 950 636
	-	0,000%	Arrérages		
	6 276 415,21	0,628%	IT inclus dans les prestations	233 920	191 735
	20 933 068,08	2,096%	Frais	1 084 699	1 011 105
	997 821 736,51	99,911%	Total Hors Fin Proj	59 743 302	37 880 074
888 918,61	0,089%	Flux de fin de projection	0	0	
		PPE	0	0	
		PM	0	0	
Total BE	998 710 655,12		Total	59 743 302	37 880 074

FIGURE 4.2: Décomposition du BE déterministe

- Et enfin une décomposition par flux de la TVOG résultante de leur différence,

				Année de projection	
				1	2
<b>TVOG</b>					
TVOG par composants	-	0,000%	Prime	0	0
	- 18 082 862,79	108,502%	Prestations versées	-0	-68 585
	- 1547 086,54	9,283%	Décès	-0	-5 703
	-	0,000%	Terme	0	0
	- 9 535 599,66	57,216%	Rachats partiels	-0	-19 965
	- 7 000 176,64	42,003%	Rachats totaux	0	-42 917
	-	0,000%	Arrérages	0	0
	- 237 033,01	1,422%	IT inclus dans les prestations	-0	-359
	91 080,39	-0,547%	Frais	-13 641	-9 636
	- 18 228 815,41	109,377%	Total Hors Fin Proj	-13 641	-78 579
1 562 848,07	-9,377%	Flux de fin de projection	0	0	
		PPE	0	0	
		PM	0	0	
Total TVOG	- 16 665 967,34		Total	-13 641	-78 579

FIGURE 4.3: Calcul et Décomposition de la TVOG

Par ailleurs, cet indicateur répond également in fine à quelques besoins en lien avec l'analyse des mouvements en IFRS17 (cf 1.4.3). En effet, comme le montre la figure ??, il permet de facilement distinguer les montants de relâchement de TVoG et ceux de certains Cash-Flows du Best-Estimate qui ne sont pas reportés au même endroit lors d'une AoM en IFRS17 (certains sont comptabilisés CSM et d'autres en P&L).

Analyse de Mouvement IFRS17		BE Equivalent Certain	TVOG	BE Stochastique
	Ouverture		1 000 676 474,80	40 679 956,02
Désactualisation		-5 518 468,28	-224 339,29	-5 742 807,56
Relâchement CF		-59 786 454,93	7 470,33	-59 778 984,60
Clôture comme attendu		935 371 551,60	40 463 087,06	975 834 638,65

*Impacte la CSM ou le P&L (selon le cashflow)*

*Impacte la CSM*

TABLE 4.7: Exemple d'utilisation de l'indicateur dans le cas d'une AoM en IFRS17

Il serait intéressant de noter que la démarche et l'indicateur présentées ci-dessous permettraient d'expliquer le Best-Estimate à chaque étape d'une AoM, et non sa variation entre deux d'entre elles.

### 4.2.3 Rationalisation de la NAV

La NAV, ou Net Asset Value, correspond aux Fonds Propres d'une société d'assurance et comporte tous les flux financiers revenant aux assureurs. Sous Solvabilité 2, où l'actif est valorisé à sa valeur de marché et le Passif en utilisant la courbe d'actualisation sans risque, la NAV est définie par

$$NAV = Actif - Passif.$$

Les exigences introduites par la nouvelle directive ont par ailleurs contraints les assureurs à être constamment en mesure de démontrer aux autorités de contrôle qu'elles disposent de fonds propres suffisants pour couvrir les différents risques liés à leur activité. Pour cela, les assureurs sont tenus d'avoir une connaissance parfaite de leur NAV et, surtout, des flux qui la composent.

L'introduction d'un processus de rationalisation de la NAV dans le modèle ALM permet de répondre positivement à cette problématique. En effet, ce dernier met en avant la manière dont est construite la NAV du modèle et facilite le suivi de ses montants sur toutes les années de projection. Une présentation détaillée de cet indicateur sera faite par la suite.

**Il est important de noter que la construction de la rationalisation de la NAV qui sera exposée par la suite dans ce chapitre est propre au modèle ALM utilisé dans le cadre de ce présent mémoire, et n'est en aucun cas une généralité applicable à tous les modèles des assureurs sur le marché.**

L'objectif principal de la rationalisation de la NAV est de tracer tous les flux qui sont comptabilisés dans la NAV. Dans notre modèle, ce sont principalement les marges assureurs. Ces derniers sont calculés en se basant sur les sorties de la fonction de Participation aux Bénéfices et se décomposent de la manière suivante

$$NAV = MargeAssureurCible + DiminutionMargeAssureur + AugmentationMargeAssureur + ResultatsFinanciersFPs + RichessesLatentesFinProjection.$$

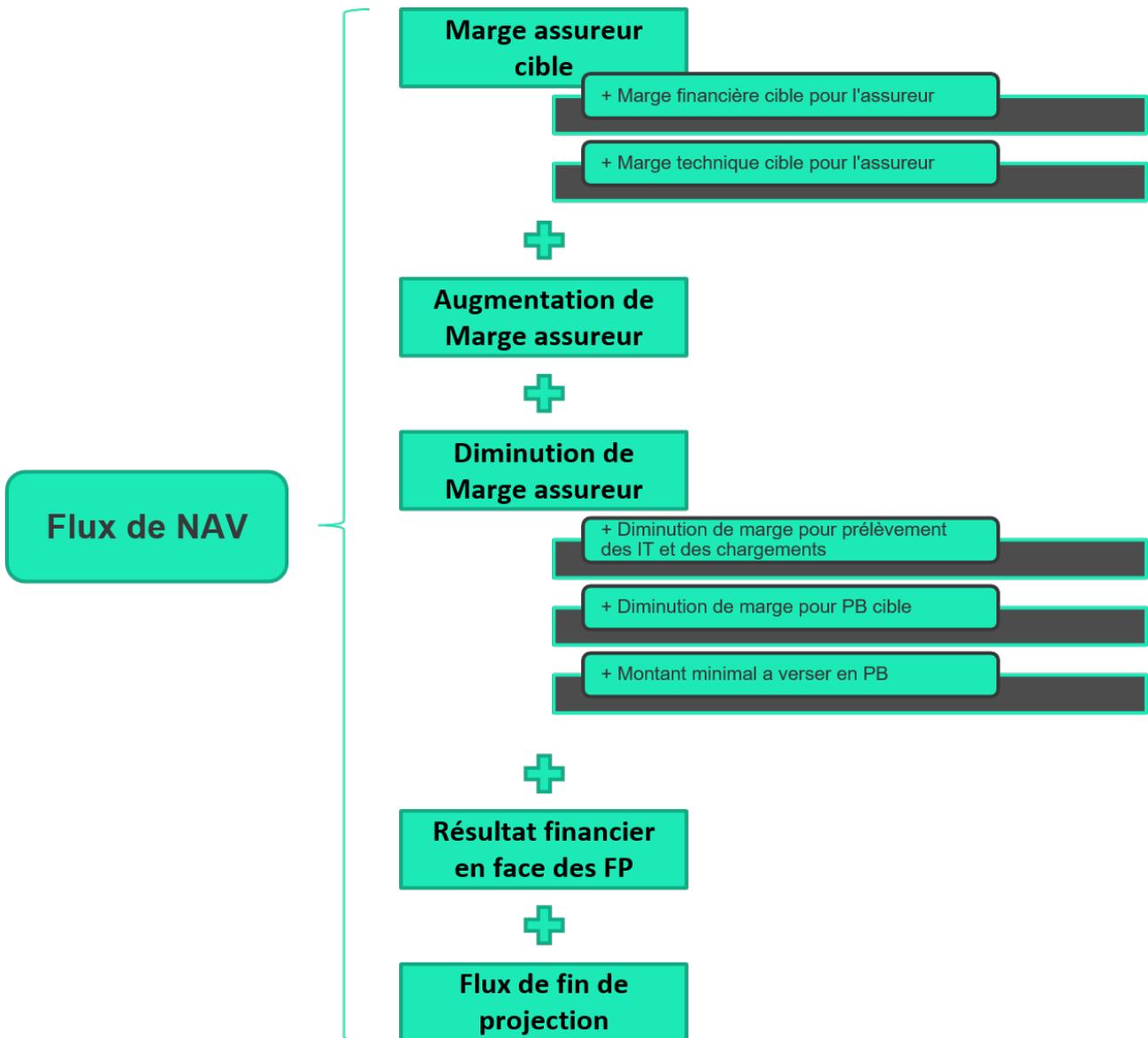


FIGURE 4.4: Rationalisation de la NAV

Pour rappel, la fonction de Participation aux Bénéfices permet d'allouer entre assureur et assurés l'ensemble des produits disponibles, à savoir, les produits financiers nets de frais financiers, le solde de gestion et le solde de souscription.

Les étapes de l'algorithme au coeur de cette fonction sont les suivantes \* :

- Etape 1 : Paiement des engagements et prélèvement des chargements de gestion sur encours (à la maille portefeuille)
- Etape 2 : Prélèvement de la marge assureur cible (à la maille portefeuille)
- Etape 3 : Paiement de la revalorisation au titre du taux cible de participation aux bénéfices (à la maille portefeuille)
- Etape 4 : Vérification du minimum réglementaire de participation aux bénéfices (au niveau entité)

### Marge assureur cible

Une fois l'étape de paiement des engagements de l'assureur et de prélèvement des chargements de gestion sur encours (Etape 1 de la fonction de Participation aux Bénéfices), le modèle cherchera ensuite à calculer la marge cible que l'assureur espère prélever. Celle-ci est libellée en pourcentage du solde technique et financier

$$Marge\ financière\ cible\ assureur = \max(0, x \times QP\ ppts\ financiers\ assure),$$

$$Marge\ technique\ cible\ assureur = \max(0, y \times Solde\ technique),$$

$$- > Marge\ cible\ assureur = Marge\ financière\ cible\ assureur + Marge\ technique\ cible\ assureur,$$

où x et y sont respectivement la part "assureur" du solde technique et financier choisi par ce dernier sous la contrainte que  $x \leq 15\%$  et  $y \leq 10\%$  (ces derniers sont entrés en input dans le modèle)

### Diminution de marge assureur

La marge calculée précédemment est rarement le montant exact que prélèvera l'assureur en fin d'année. En effet, ce dernier est obligé de baisser sa marge pour faire face à différentes charges annexes. La marge cible assureur est ainsi sujette à plusieurs diminutions consécutives.

Une première **Diminution de marge pour prélèvement des IT et des chargements** qui s'effectue à l'étape 2 de la fonction de Participation aux Bénéfices et juste après le calcul de la marge cible assureur. En effet, lors du calcul des engagements de l'assureur liés aux chargements et aux IT (étape 1), il se peut que les produits financiers réalisés sur l'année en cours ne soient pas suffisants pour payer ses engagements. L'assureur cherchera donc à réaliser des Plus-Values sur ses actifs R332-20 et, dans le cas où cette réalisation de Plus-Values ne suffirait toujours pas à faire face à ces engagements, baissera sa marge cible

---

\*Une présentation plus détaillée de ces étapes peut être retrouvée au préalable en Annexe

$$\text{Produits manquants} = \max(0; \text{Marge cible assureur} - \text{Réserve pdts fi}),$$

$$\text{Diminution pour IT Chargements} = -\text{Produits manquants} + \text{PV réalisées},$$

où *Réserve pdts fi* désigne la différence entre les produits financiers initiaux et les engagements liés aux chargements et aux IT.

Une deuxième **Diminution de marge pour PB cible** qui s'effectue à l'étape 3 de la fonction de Participation aux Bénéfices. Après paiement des IT et des chargements, l'assureur peut décider de verser une Participation aux Bénéfices additionnelle, c'est-à-dire, au-delà des IT, selon un taux cible choisi. Ce taux doit refléter correctement les objectifs du management, qui cherchera à s'aligner au mieux par rapport à la concurrence, et doit ainsi tenir compte des taux susceptibles d'être servis par la concurrence. Cependant, l'assureur peut être contraint dans quelques situations à baisser sa marge afin de verser cette Participation aux Bénéfices cible. Pour mieux appréhender cela, l'algorithme de son calcul est donné par la suite :

- La PPE 8 ans est tout d'abord vidée puis incorporée à la réserve de produits financiers à distribuer. Si cette réserve suffit à verser la Participation aux Bénéfices cible, celle-ci est distribuée et l'algorithme s'arrête.
- Les stocks de PPE les plus récents sont repris et incorporés à la réserve de produits financiers à distribuer. Si cette réserve suffit à verser la Participation aux Bénéfices cible, celle-ci est distribuée et l'algorithme s'arrête.
- L'assureur cherchera ensuite à réaliser des Plus-Values sur ses actifs R332-20 qui seront incorporées à la réserve de produits financiers à distribuer. Si cette réserve suffit à verser la Participation aux Bénéfices cible, celle-ci est distribuée et l'algorithme s'arrête.
- Enfin, si ces trois premières incorporations dans la réserve de produits financiers ne suffisent toujours pas pour verser le montant de Participation aux Bénéfices cible, l'assureur diminuera sa marge

$$\begin{aligned} \text{Diminution pour PB cible} = \max(\min(0; \text{param diminution PB cible} \times \text{marge assureur}), \\ -\text{Produits manquants}), \end{aligned}$$

où *param diminution PB cible* est un paramètre désignant le pourcentage de diminution de marge que peut assumer l'assureur et *Produits manquants* les produits financiers manquants pour être en mesure de verser le montant de Participation aux Bénéfices cible (après incorporations des PPE et des Plus-Values aux produits financiers).

Une troisième **Diminution pour montant minimal à verser en PB** qui s'effectue à l'étape 4 de la fonction de Participation aux Bénéfices. La juridiction impose aux assureurs un niveau minimal de Participation aux Bénéfices qu'ils doivent impérativement distribuer chaque année (ou incorporer en PPE). Le compte de Participation aux Bénéfices minimale en question est ainsi égal à la somme de 85% de la quote-part du compte financier (0% s'il est négatif), 90% du compte technique (100% s'il est négatif) et du solde débiteur de l'année précédente

$$\text{comptePBmin}_N = \max(85\% \times \text{solde financier}, 0) + [100\% \times \text{soldetechnique} - \max(10\% \times \text{soldetechnique}, 0)]$$

$$+\min(0, \text{ComptePBmin}_{N-1}).$$

Le montant minimal de Participation aux Bénéfices que l'assureur se doit de verser est donc

$$\text{MontantminimumdePB}_N = \max(0, \text{ComptePBmin}_N - IT_N),$$

où  $IT_N$  est le montant d'intérêts techniques en année N. Cependant, dans le cas où le total des montants de Participation aux Bénéfices versées par l'assureur (au titre des ITs et de la PB cible) n'atteint pas ce niveau minimal, ce dernier est tenu de diminuer sa marge de l'écart restant

$$\text{Diminution pour montant minimal}_N = \max(0, \text{MontantminimumdePB}_N - \text{PBdistribuéebrute}_N - \text{VariationPPE}_N),$$

où  $\text{PBdistribuéebrute}_N$  est le montant total de Participation aux Bénéfices distribués, diminué des chargements sur encours à l'année N.

### Augmentation de marge

A l'étape 3 de la fonction de Participation aux Bénéfices, il est question de calculer le montant additionnel cible de Participation aux Bénéfices que l'assureur est en mesure de verser. L'algorithme de calcul de ce montant (présenté dans le paragraphe précédent) commence tout d'abord par vider la PPE 8 ans et l'incorporer à la réserve de produits financiers à distribuer. La PB cible est ensuite distribuée. Cependant, il se peut que cette réserve soit bien au-dessus du montant de PB cible. Ce surplus de produits financiers est dès lors ventilé entre l'assureur et l'assuré et permettra au préalable l'assureur d'augmenter sa marge. Cette ventilation se fait comme suit :

- Le surplus servira d'abord à augmenter la marge de l'assureur et l'augmentation en question est déterminée par un pourcentage introduit en input dans le modèle

$$\text{Augmentationmargeassureur} = \max(0; \min(\text{surplusProdFinanciers}; \text{augmentationmarge} \times \text{Margeassureur})),$$

où  $\text{augmentationmarge}$  est le paramètre d'augmentation de marge et  $\text{Margeassureur}$  est la marge assureur cible calculé au début de l'étape 2 (cf Marge assureur cible)

- Ensuite, les produits financiers restants seront doté en PPE

$$\text{DotationPPE} = \text{surplusProdFinanciers} - \text{Augmentationmargeassureur}.$$

## Résultat financier en face des Fonds Propres

Les résultats financiers en face des Fonds Propres sont également ajouté au calcul de marge. Il s'agit d'un quote-part des produits financiers générés par les actifs en face des Fonds Propres revenant à l'assureur.

## Flux de fin de projection

Le modèle ALM à la base des travaux présentés dans ce présent mémoire permet une projection des flux sur un horizon de 50 années. Bien que la projection est en run-off, il n'est pas si rare de voir des contrats en Assurance-Vie s'étalant sur une durée supérieure à 50ans. Ainsi, à la fin de la projection, il est très probable que le portefeuille de l'assureur contienne toujours des flux financiers non arrivé à échéance qu'il doit ainsi distribuer entre lui-même et ses assurés (cf pour plus de détails concernant la distribution de ces flux en fin de projection).

Les flux de fin de projection revenant à l'assureur se doivent donc d'être également ajoutés au calcul de marge.

La figure 4.6 présente un bref aperçu du reporting officiel mis en place dans les sorties du modèle ALM.

Année de projection	1	2	3	4	5
<b>Rationalisation de la NAV</b>					
Marge cible	2 119 720	1 394 222	1 305 416	1 287 532	1 123 895
Marge financière cible pour l'assureur	1 979 106	1 279 265	1 205 510	1 190 468	1 040 128
Marge technique cible pour l'assureur	140 614	114 956	99 906	97 064	83 767
Augmentation de marge	27 296	0	2 257	10 842	14 145
Diminution de marge	-935 016	-2 437 740	-3 194 420	-3 069 064	-3 005 657
Diminution de marge pour prélèvement des Its et chargements	-907 721	-2 433 242	-3 159 769	-3 006 213	-2 939 656
Diminution de marge pour PB cible	0	-4 498	-32 393	-60 505	-62 921
Montant minimal à verser en PB	-27 296	0	-2 257	-2 345	-3 080
Resultat financier en face des FPs	1 531 953	925 368	812 408	841 616	782 184
Flux de fin de projection	0	0	0	0	0
<b>Total Marge</b>	<b>2 743 952</b>	<b>-118 150</b>	<b>-1 074 339</b>	<b>-929 074</b>	<b>-1 085 433</b>

FIGURE 4.5: Aperçu du reporting du modèle : Rationalisation de la NAV

Afin de se convaincre de l'exactitude de ce processus de rationalisation, une étude a été réalisé sur la base d'un run du modèle sur un horizon de projection de 50ans. Celle-ci permet de comparer l'évolution des flux de NAV et des montants de marge assureur, et dont le résultat est présenté dans le graphique ci-après.

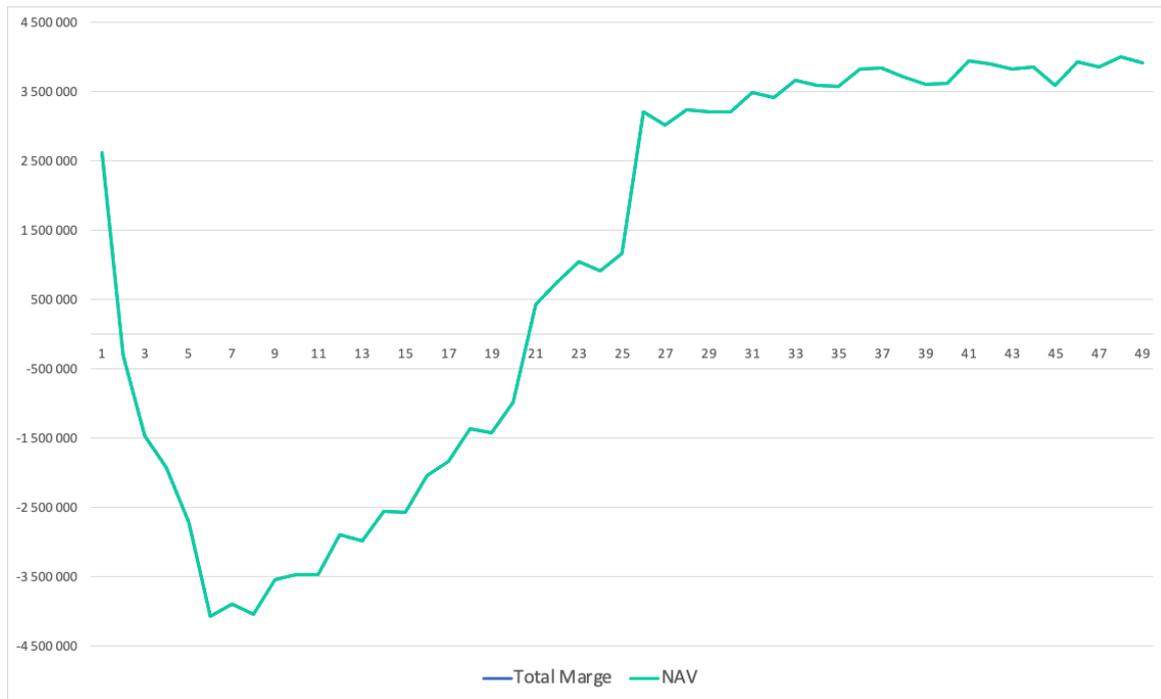


FIGURE 4.6: Comparaison des flux de NAV et des marges assureurs\*

Les deux courbes sont parfaitement superposées. Les montants de marges permettent donc bien de †tracer les flux de NAV par pas de temps et de calculer in fine la NAV total du modèle.

#### 4.2.4 Réalisation de MVs en absence de RK

Enfin, le dernier indicateur implémenté dans le modèle est la chronique des réalisations de moins-values avec réserve de capitalisation nulle. En effet, dans des cas particuliers, l'assureur peut se voir dans la nécessité de vendre une partie de son portefeuille obligataire, engendrant des réalisations de moins-values. Si le stock de réserve de capitalisation n'est pas suffisant pour contre ces moins-values, ces dernières iront directement impacter le montant de NAV de l'assureur. Ainsi, il nous a semblé intéressant de mettre en place cet indicateur afin de faciliter l'analyse des mouvements de NAV et des résultats financiers. Sa formule de calcul est donnée par

$$RealisationsMV_{s_{RK=0}} = \sum_{t \geq 1} [(RealisationsPMV_{s_{Obligataires,t}} + VariationsRK_t) * B(0,t)],$$

où  $B(0,t)$  est le prix Zéro-Coupon vu en  $T=0$

\*hors flux de fin de projection revenant à l'assureur

†L'écart d'un an est dû à l'extériorisation des résultats en  $N+1$



## Chapitre 5

# Application du cadre d'analyse : Analyse des effets d'un choc de *Spread*

Dans cette partie, nous avons cherché à illustrer la manière dont le scénario DMR et les indicateurs développés peuvent être mis à profit. Pour cela, nous nous sommes penchés sur l'étude des effets d'un choc de *Spread* dans le cas d'un portefeuille d'assureur proposant des contrats d'épargne Fonds en euros. Il est à noter que, notre modèle étant en cours de développement, l'approche suivie consistera dans cette partie à croiser les comportements que nous attendions avec les résultats observés dans le modèle, afin de détecter d'éventuelles incohérences. Les chiffres présentés dans cette partie n'ont donc pas pour vocation à représenter un ordre de grandeur cohérent par rapport au marché.

### 5.1 Mise en contexte

Avant d'analyser les résultats, il a été nécessaire dans un premier temps de choquer notre portefeuille d'actifs suivant un choc de *Spread*. Ce dernier ne contenant pas de positions de titrisations et de dérivées de crédit, le choc porte ainsi que sur les obligations et implique une dégradation de la qualité de crédit de leurs émetteurs.

La méthodologie suivie lors de la mise en place de ce choc est celle présentée par l'EIOPA. Les valeurs de marché des obligations du portefeuille d'actifs sont choquées à la baisse selon deux critères propres à chaque obligation :

1. Sa notation, qui permet de mesurer les risques liés à la solvabilité de ses émetteurs. Celle-ci varie de "AAA" (meilleure qualité : dans ce cas, il est quasiment sûr que l'émetteur respectera toutes ses obligations de paiement) à "Non noté" (la plus basse qualité)
2. Sa sensibilité, qui représente la variation du cours de l'obligation en cas de hausse ou baisse de 1% des taux d'intérêts. Elle est égale à  $\frac{Duration_{Obligation}^\dagger}{(1+TRI)}$  où *TRI* est le Taux de Rendement Interne.

La figure 5.1 présente les niveaux de chocs appliqués aux obligations du portefeuille selon les deux critères cités plus haut.

---

<sup>†</sup>où  $Duration_{obligation} = \frac{\sum_{t=1}^N \frac{t \cdot C_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+i)^t}}$

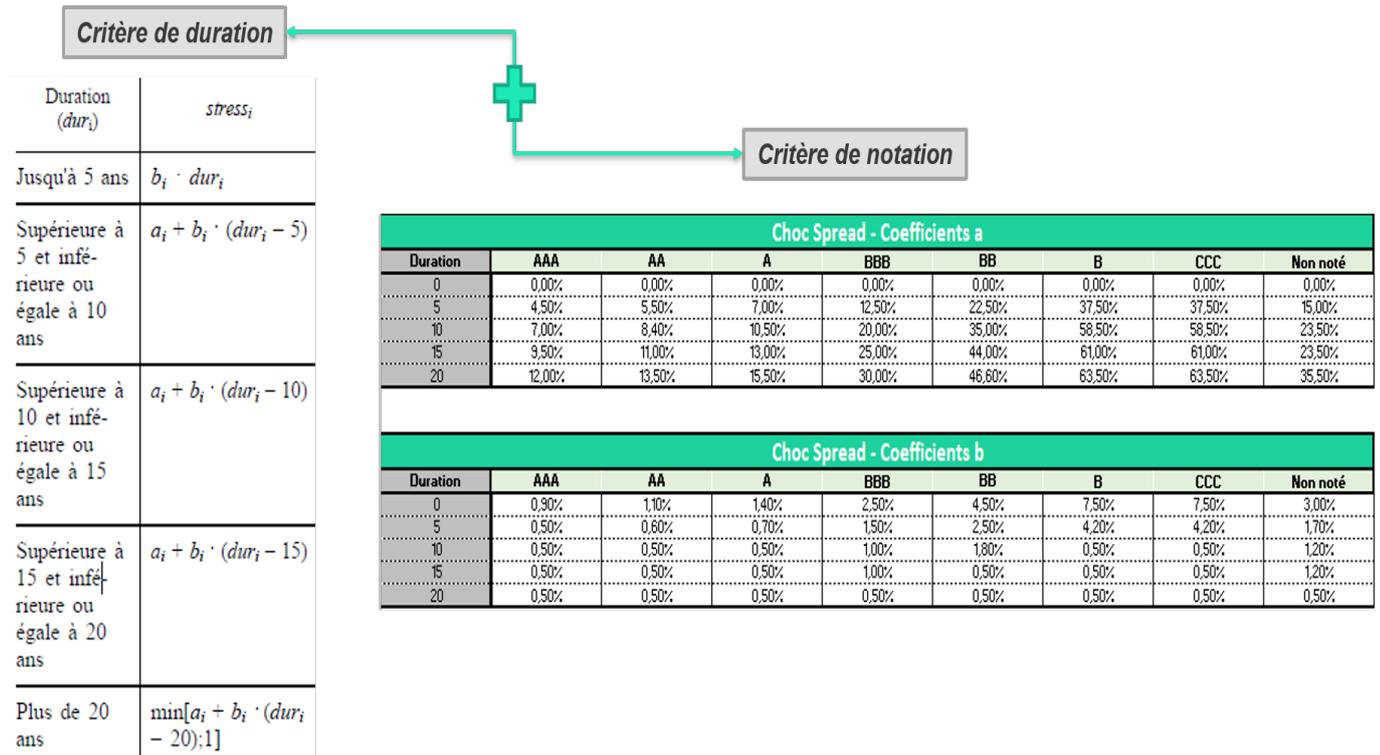


FIGURE 5.1: Choc de Spread

Une fois les niveaux de stress calculés, le choc est appliqué aux valeurs de marchés des obligations comme suit

$$VM_{\text{aprèsChoc}} = VM_{\text{avantChoc}} * (1 - stress).$$

Il est par ailleurs important de noter que le choc de Spread est nul pour les obligations souveraines des pays membres de l'Union Européenne ou de l'OCDE, dans le cas d'émission en devise locale.

Les analyses qui seront présentées par la suite visent à mettre en avant tous les impacts du choc du *Spread* sur le portefeuille-type présenté au chapitre 3.3. Elles sont fondées sur une comparaison du portefeuille projeté selon deux runs différents :

1. Un premier run central du modèle : Le portefeuille d'actifs n'est pas choqué et les hypothèses de modélisation restent inchangées. Cela permet d'avoir un *template* de base des sorties du modèle, sur lequel la comparaison sera portée plus tard.
2. Un deuxième run choqué du modèle : Cette fois-ci, le portefeuille d'actifs est choqué suivant le choc de *Spread*.

L'étude qui sera présentée par la suite se base exclusivement sur les indicateurs financiers développés grâce au scénario DMR, et a pour dessein de montrer comment ces derniers permettent d'analyser efficacement la majorité des impacts du choc de *Spread* sur le portefeuille de l'assureur. Elle se déroulera en deux parties : une première partie qui concentrera l'analyse sur l'évolution de la NAV suite au choc et une deuxième où le focus sera porté sur les mouvements de BEL.

**Notons tout d'abord que les montants des flux qui seront présentés dans toutes les**

prochaines analyses ont été rapportés au Passif total (sous Solvabilité 1), sauf mention contraire.

## 5.2 Évolution de la NAV

L'étude de l'évolution de cet élément du bilan de l'assureur se base sur l'indicateur lié à la Rationalisation de la NAV, dont le développement et la mise en place dans le modèle ALM ont été présentés en détail dans le chapitre 4.2.3. Rappelons tout de même très brièvement l'utilité de cet indicateur qui est de tracer et de suivre tous les mouvements de la NAV grâce au calcul de marges assureur.

Les deux figures suivantes présentent le WaterFall de la rationalisation de la NAV suivant les deux runs Central et Choqué.

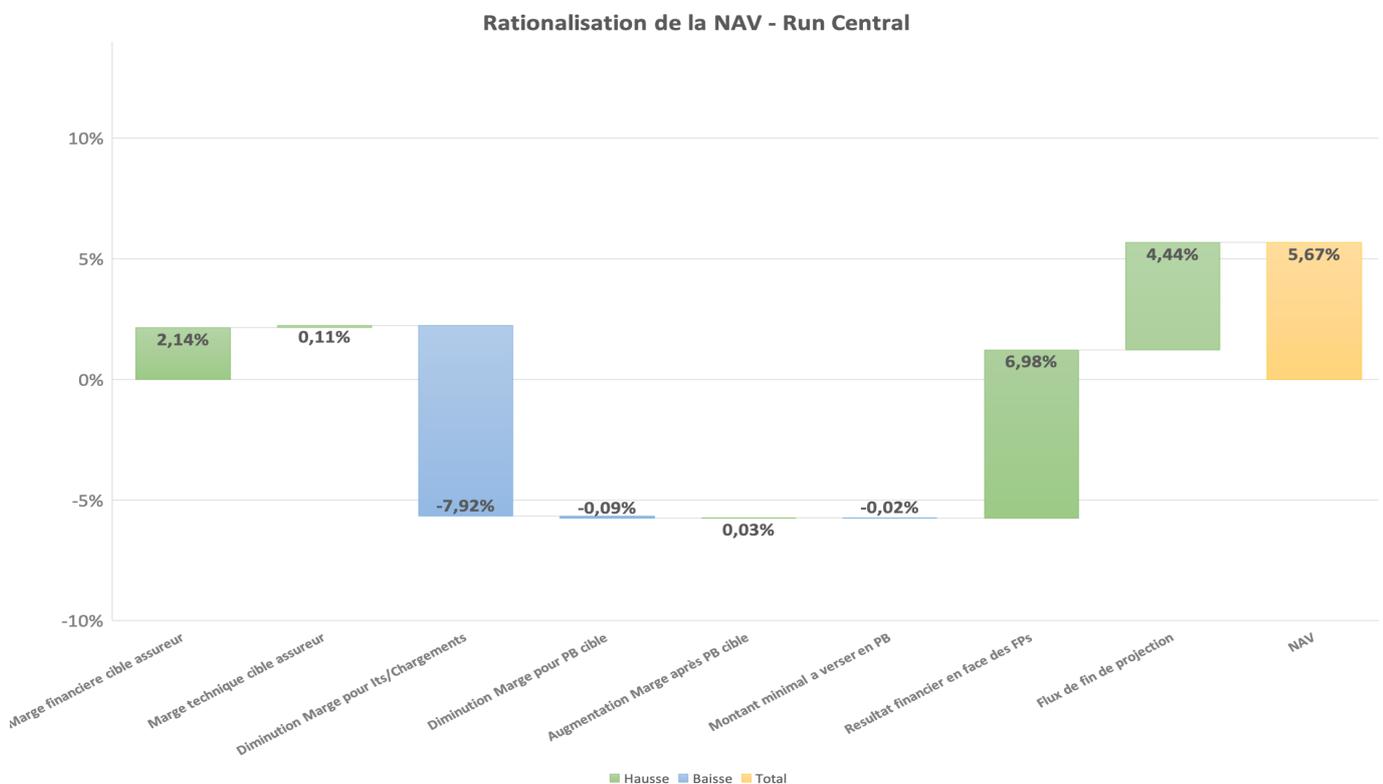


FIGURE 5.2: Rationalisation de la NAV Centrale (en % du passif total S1)

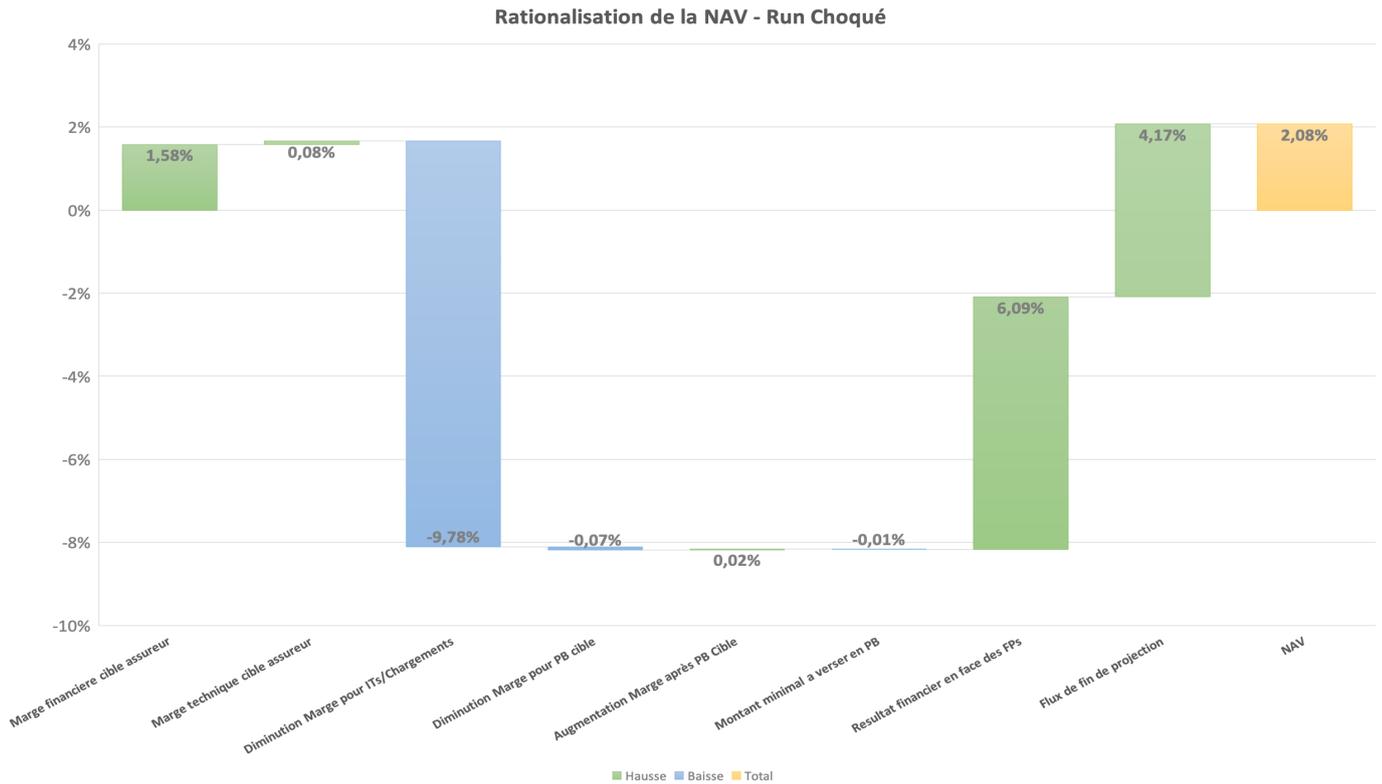


FIGURE 5.3: Rationalisation de la NAV Choquée (en % du passif total S1)

La NAV a ainsi été fortement impacté par le choc de *Spread* et a diminué de quasiment 65% (par rapport à sa valeur dans le run central). Une première incohérence des résultats sortis par le modèle peut déjà être notée à ce niveau de notre étude et est visible après analyse du taux d'absorption du choc à l'actif par le passif. Rappelons tout d'abord la formule de calcul du taux d'absorption en question

$$\text{taux}_{\text{absorption}} = \frac{\Delta BEL}{\Delta VM_{t=0}},$$

où

$$\begin{aligned} \Delta BEL &= BEL_{\text{Central}} - BEL_{\text{Choque}}, \\ \Delta VM_{t=0} &= VM_{t=0; \text{Centrale}} - VM_{t=0; \text{Choquee}}. \end{aligned}$$

Nous obtenons ainsi un taux d'absorption du choc à l'actif par le passif de 33%, qui nous semble relativement faible par rapport à ce que nous observons sur le marché.

Par ailleurs, nous résumons dans le tableau suivant les écarts de taux (Central - Choqué) enregistrés suite au choc de *Spread* pour chaque élément entrant en compte dans la rationalisation de la NAV (classés dans l'ordre de leur calcul dans la fonction de PB, cf 4.2.3).

	Écart (% central - % choqué)
Marge financière cible	0,55%
Marge technique cible	0,02%
Diminution de marge pour versements des ITs et Chargements	1,86%
Diminution de marge pour PB Cible	-0,02%
Augmentation de marge après PB Cible	0,01%
Diminution de marge pour minimum de PB réglementaire	-0,01%
Résultat financier en face des FP	0,89%
Flux fin de projection	0,28%
<b>NAV</b>	<b>3,59%</b>

TABLE 5.1: Écart NAV Central - Choqué

Nous constatons ici que la majeure partie de l'écart provient de la diminution de la marge que l'assureur met en place afin de continuer à honorer ses engagements au titre du TMG et de sa marge financière cible. L'analyse détaillée qui sera présentée par la suite se focalisera ainsi sur ces trois éléments.

### 5.2.1 Marge financière cible

Tout d'abord, rappelons que

$$\text{Marge financière cible assureur} = \max(0, x \times QP \text{ pdts financiers assure}).$$

Après avoir prélevé sur la poche des produits financiers disponibles les engagements au titre du TMG et les chargements sur encours, l'assureur définit ensuite sa marge cible. C'est le premier flux qui entre en compte dans la rationalisation de la NAV. Celui-ci est décomposé de deux éléments : la marge financière cible et la marge technique cible. N'ayant pas eu un impact considérable dans la variation de la NAV suite au choc, le mouvement de la marge technique cible sera négligé dans cette étude et l'attention sera portée particulièrement sur la marge financière cible. Son montant dépend exclusivement des produits financiers générés par le portefeuille d'actifs sur l'année en cours.

Or, le portefeuille obligataire étant très largement majoritaire (plus de 88% du total de l'actif, cf 3.3), une grande part de ces produits proviennent ainsi des revenus des obligations. Le graphique suivant permet d'appréhender l'impact du choc de *Spread* sur les valeurs de marché de notre portefeuille obligataire.

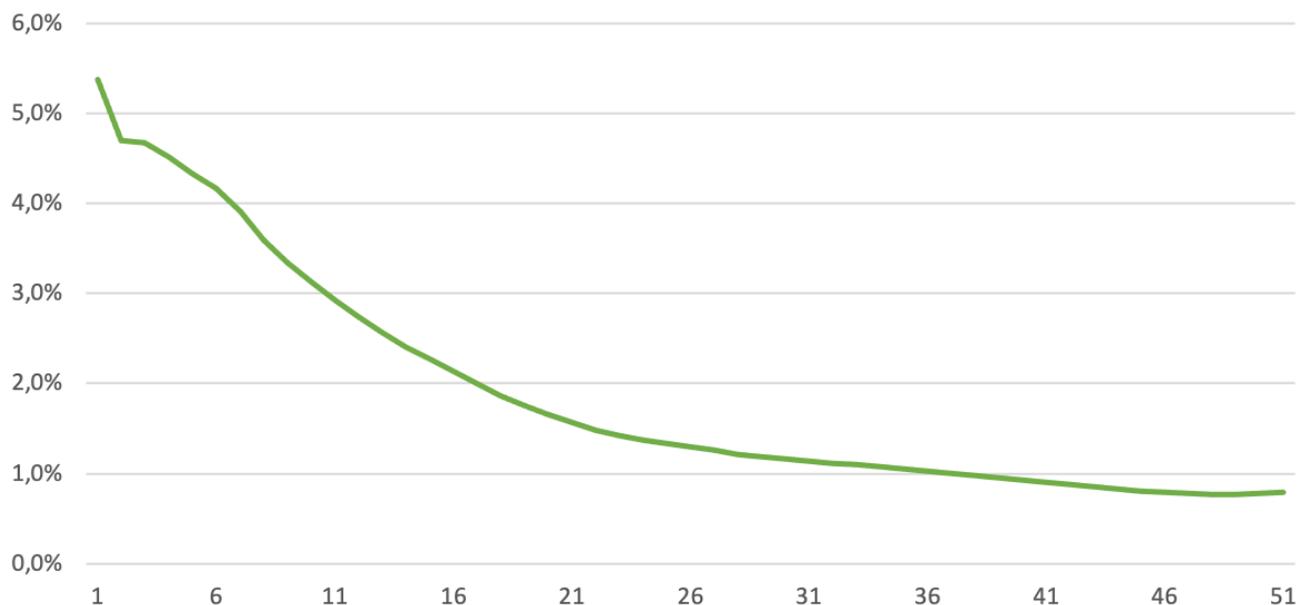


FIGURE 5.4: Évolution de l'écart (Central - Choqué) des VMs obligataires (en % du passif total S1)

L'impact du choc de *Spread* est ainsi visible dès le début de la projection : les valeurs de marché obligataires ont baissé d'environ 5,5% (du Passif total S1) à la fin de la première année. Cette baisse implique in fine des réalisations de moins-values plus fréquentes qui vont diminuer le stock de réserve de capitalisation (revenant à l'assureur en fin de projection). D'où la baisse de la marge financière cible. A noter que la baisse des valeurs de marché ne s'étale pas de façon constante sur toute la durée de projection mais diminue graduellement au fil des années. En effet, cela s'explique par le fait que le choc de *Spread* en Solvabilité 2 est un choc ponctuel, c'est-à-dire, qu'il n'est applicable qu'en  $t=0$ . Les seuls valeurs de marché à être impactées par le choc de *Spread* sont ainsi les obligations initialement présentes dans le portefeuille obligataire. Or, l'activité des assureurs peut amener assez fréquemment ces derniers à être dans la nécessité de vendre une partie de leur portefeuille obligataire (afin d'atteindre l'allocation cible qu'ils se sont fixés, ou pour honorer leurs engagements de participation aux bénéfices lors des mauvaises années par exemple). Les obligations nouvellement achetées par la suite ne sont donc pas impactées par le choc de *Spread*, d'où un écart de valeurs de marché entre les deux runs qui baisse de façon continue.

Par ailleurs, la baisse de la marge financière cible est également expliqué par un second mécanisme, celui de la risque-neutralisation des obligations. En effet, l'augmentation du *Spread* du run choqué implique in fine des défauts obligataires via les mécanismes de risque-neutralisation plus importants. Cela engendre naturellement la diminution des rendements comptables des obligations, et donc, celle de la marge financière cible.

### 5.2.2 Diminution de marge pour versements des ITs et Chargements

Tout d'abord, rappelons que

$$\text{Diminution pour IT Chargements} = -\text{Produits manquants} + \text{PV réalisées.}$$

Afin de mieux appréhender la baisse constatée sur ce poste de la rationalisation de la NAV, nous allons analyser ses montants sur toute la durée de la projection.

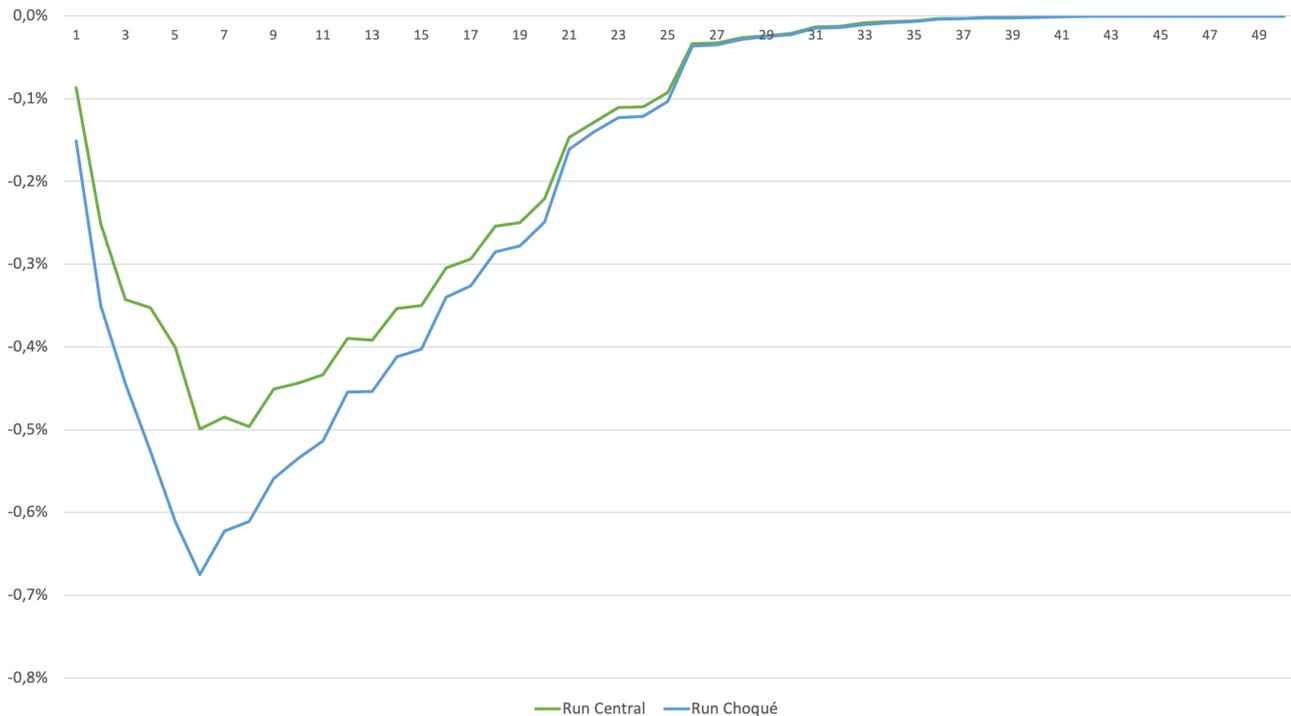


FIGURE 5.5: Évolution du taux de diminution de la marge assureur pour ITs/Chargements (en % du passif total S1)

La diminution de marge pour versements des ITs et Chargements est bien constamment plus accentuée quand le portefeuille subit un choc de *Spread*. En effet, une fois sa marge cible définie, l'assureur doit ensuite honorer ses engagements au titre du TMG et des chargements. Pour ce faire, il puise dans son stock de produits financiers générés sur l'année en cours. Or, comme présenté précédemment, le choc de *Spread* a pour conséquence la baisse des valeurs de marché des obligations, et in fine, celle des produits financiers générés par le portefeuille obligataire. Le taux minimum garantie et celui des chargement n'ayant pas changé du run central au run choqué, ce stock de produits financiers revue à la baisse est ainsi plus fréquemment insuffisant pour permettre à l'assureur de verser la globalité de ses engagements au titre du TMG et des chargements. Ce dernier est par conséquent contraint de supporter lui-même le montant restant et donc de diminuer d'avantage sa marge cible afin de réaliser les versements en question.

Par ailleurs, il est intéressant de noter également que les écarts présentés dans la figure 5.5 tendent à disparaître en fin de projection. La raison pour cela est la composition du portefeuille obligataire dont la plus grande maturité avoisine les 20 années. En effet, comme énoncé précédemment, seule la valeur de marché des obligations initialement présentes au début de la modélisation est choquée. La plus grande maturité étant de 20 années, les impacts de ce choc auront de moins en moins d'ampleur par la suite et disparaissent en fin de projection car la totalité du portefeuille obligataire initial serait vendu ou arrivé à terme.

### 5.2.3 Diminution/Augmentation de marge pour PB Cible

Les calculs de ses deux montants sont très corrélés et interviennent simultanément dans la rationalisation de la NAV. Cette sous-partie aura donc pour objectif d'analyser conjointement leur mouvement.

### Diminution de marge pour PB Cible

Le mécanisme de calcul des montants de Participation aux Bénéfices additionnelle cible (au delà des ITs) peut potentiellement obliger l'assureur à revoir à la baisse sa marge afin de la servir. Or, le tableau 5.1 montre bien que ce flux a diminué suite au choc : l'assureur a ainsi moins baissé sa marge pour verser ce montant de PB. Afin de proposer une explication correcte à cela, nous présentons dans le graphique suivant l'évolution du taux de PBs versées aux assurés suivant les deux runs.

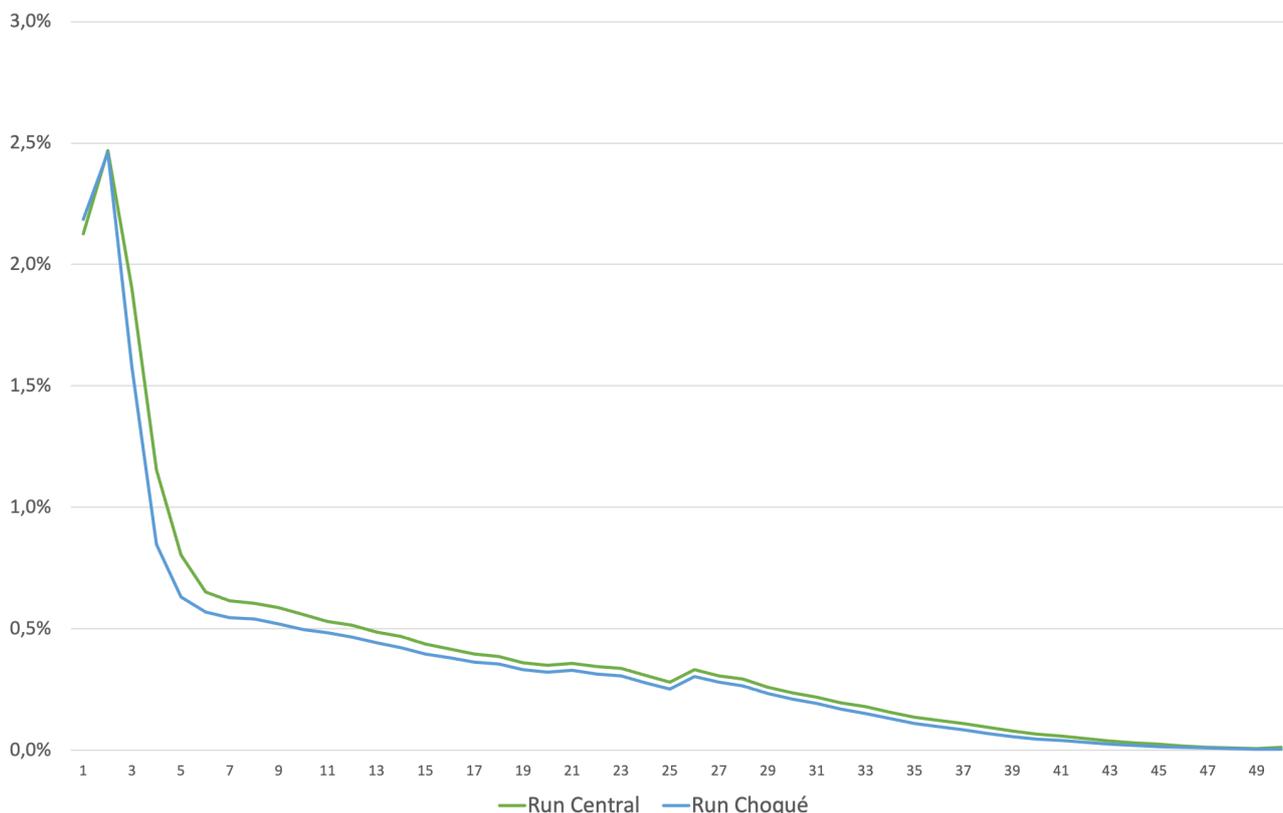


FIGURE 5.6: Évolution du taux de PBs versées (en % du passif total S1)

Bien que les versements de PB ont continuellement baissé sur toute la durée de projection dans les deux runs, cette baisse reste cependant plus marquée en choc de *Spread*. En effet, la diminution des produits financiers induite par le choc du portefeuille obligataire implique une plus grande difficulté pour l'assureur à honorer ses engagements au titre du TMG. Les versements de PB cible supplémentaire étant calculés sur la base des produits financiers restants suite au versement des ITs, elles sont ainsi moins récurrentes et/ou importantes. L'assureur baissera par conséquent moins sa marge pour les verser, d'où une diminution de marge pour PB Cible moins importante suite au choc.

Il est possible de noter un pic de PB versé à la deuxième année de projection. Cela s'explique par une forte reprise du stock de PPE. Son évolution est donnée ci-dessous.

<sup>†</sup>Elle permet de faire face à la concurrence et de fidéliser les assurés

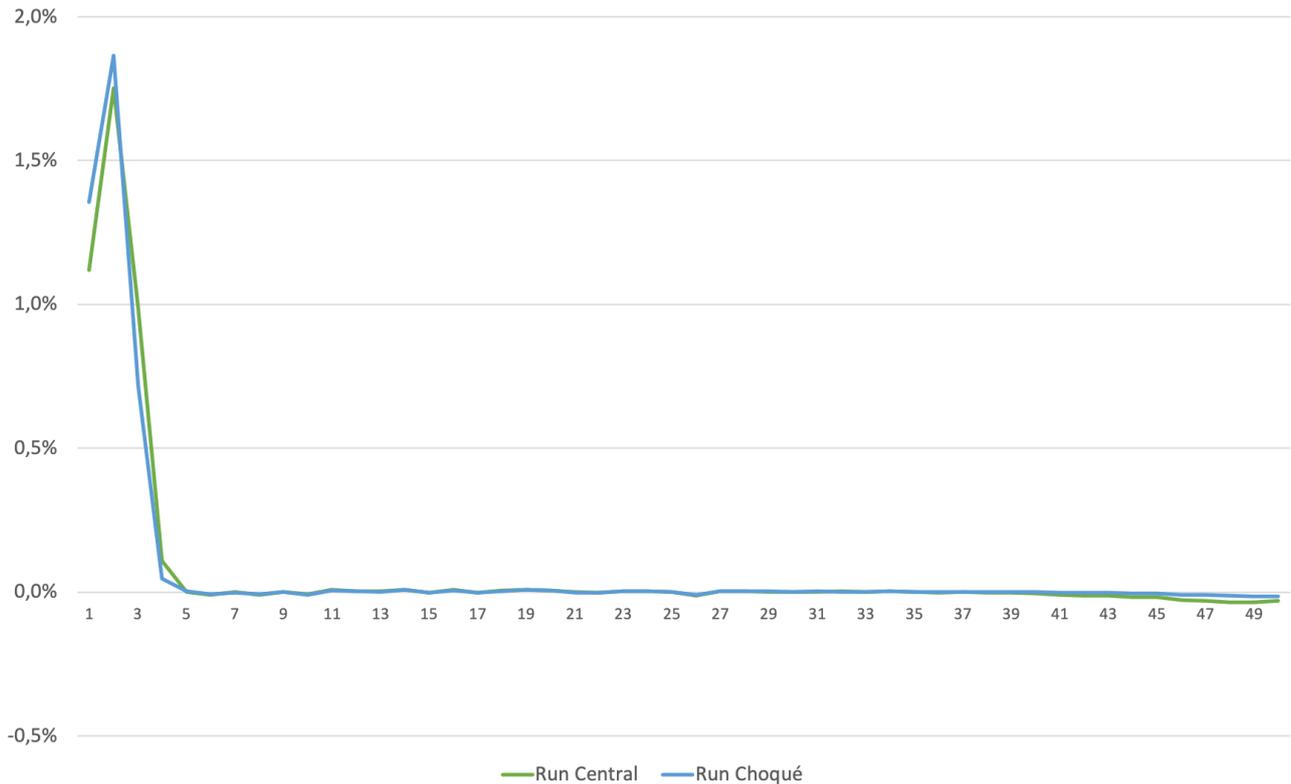


FIGURE 5.7: Évolution du taux de reprise de PPE (en % du passif total S1)

Il est ainsi possible d'observer une forte reprise du stock de PPE en deuxième année (légèrement plus importante en choc de *Spread*), qui a permis à l'assureur d'atteindre le pic de versements de PB constaté précédemment.

Par ailleurs, baisser les montants de versements de PB peut être à l'origine d'un certain nombre d'effets croisés dans le portefeuille de l'assureur, dont la hausse des rachats. En effet, les assurés non convaincus par la revalorisation de leur contrat peuvent décider de le racheter et de l'investir chez la concurrence, qui proposerait des taux de PB plus attractifs. Ainsi, plus cette baisse de PBs est marquée, plus les rachats constatés risqueraient d'être plus importants.

Du côté du modèle ALM utilisé dans ce mémoire, deux types de rachats ont été implémentés :

1. les rachats structurels, qui sont indépendants de l'environnement économique,
2. les rachats conjoncturels, qui sont quant à eux calculés selon la différence entre le taux de PB servi et le taux de PB observé sur le marché.

Les rachats conjoncturels seront donc les plus impactés en cas de choc de *Spread*. Cependant, il serait erroné de porter l'analyse sur la totalité des rachats en supposant que les rachats structurels resteront identiques à l'euro près et que toute variation notée sera forcément issue des rachats conjoncturels. En effet, la structure du portefeuille de l'assureur peut être amenée à changer au fil des années d'un run à l'autre, impliquant des rachats structurels différents. Cet impact étant in fine négligeable et afin de bien cibler les effets du choc recherchés, il a été décidé d'orienter les travaux en ayant pour base uniquement les rachats conjoncturels. Ainsi, le graphique ci-après présente l'écart constaté entre le taux de rachats conjoncturels du run choqué et celui du run central.

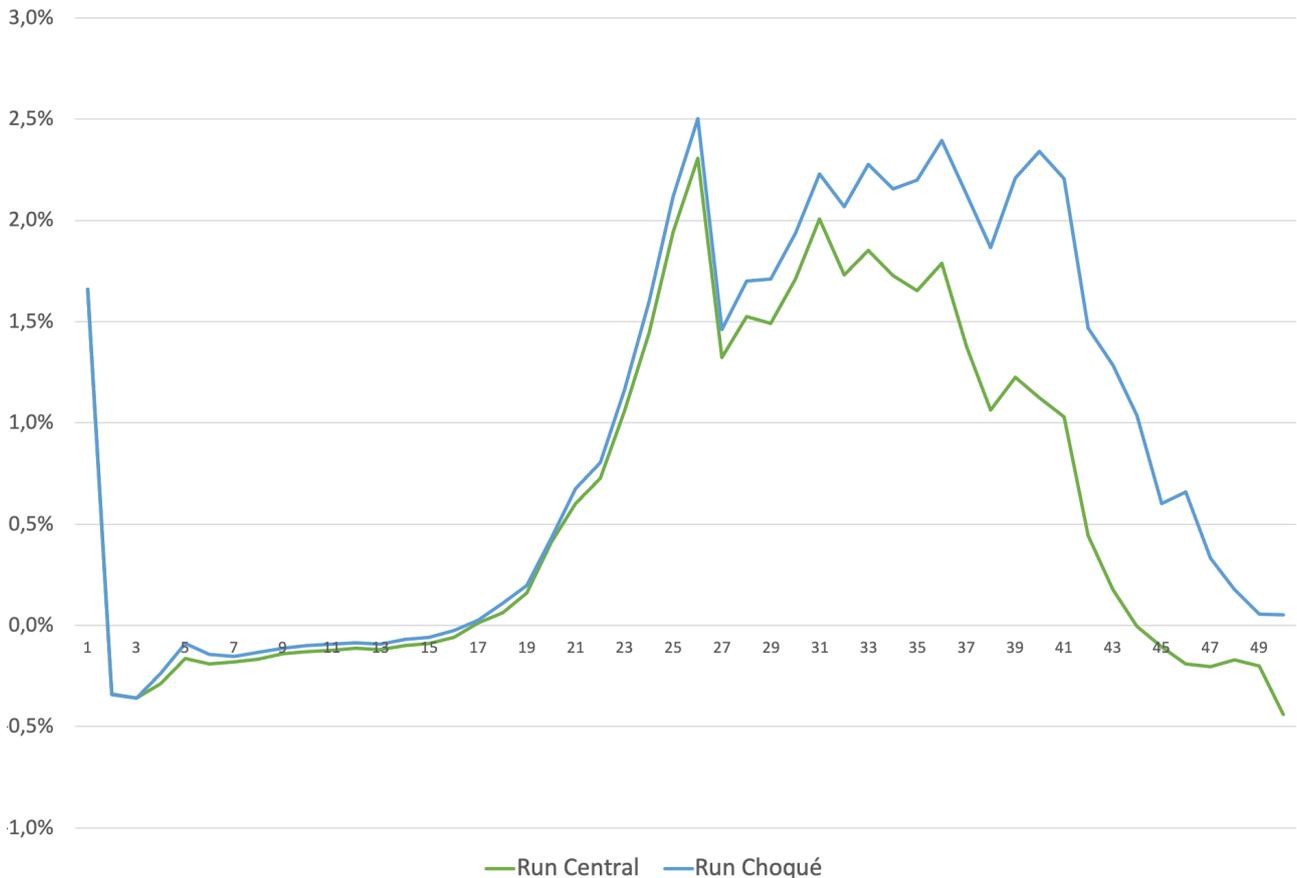


FIGURE 5.8: Evolution des taux de rachats conjoncturels (en % de la PM)

Les rachats conjoncturels sont ainsi plus importants en cas de choc de *Spread*. Cela s'explique en partie par les versements de PBs constatée à la figure 5.6. En effet, deux évolutions particulières peuvent être remarquées dans le graphique précédent :

1. Un écart nul en début de projection qui s'explique par le fait que le fort montant de PBs versé pendant cette période ait absorbé une grande partie de l'impact engendré par le choc de *Spread*.
2. Des taux de rachats conjoncturels en *Spread* constamment plus importants qu'en central de l'année 3 jusqu'à la fin de la projection. Cela est dû à la baisse notable de versements de PBs sur cette période. En effet, le taux de PB concurrentiel servi dans le marché étant basé sur une moyenne des taux 10 ans, ce dernier n'est donc pas impacté par le niveau des spreads et est resté constant dans les deux runs. La baisse de PBs servi a par conséquent impliqué une hausse des rachats conjoncturels pour l'assureur. Par ailleurs, l'absorption citée au premier point a disparu du fait du faible niveau de PBs versés.

En général, pour faire face à une vague de rachats, les assureurs sont forcés de vendre une partie de leur portefeuille obligataire. Les Plus-Ou-Moins Values générés par la suite alimenteront leur Réserve de Capitalisation. Le graphique suivant présente donc l'évolution de la Réserve de Capitalisation suite au choc de *Spread* :

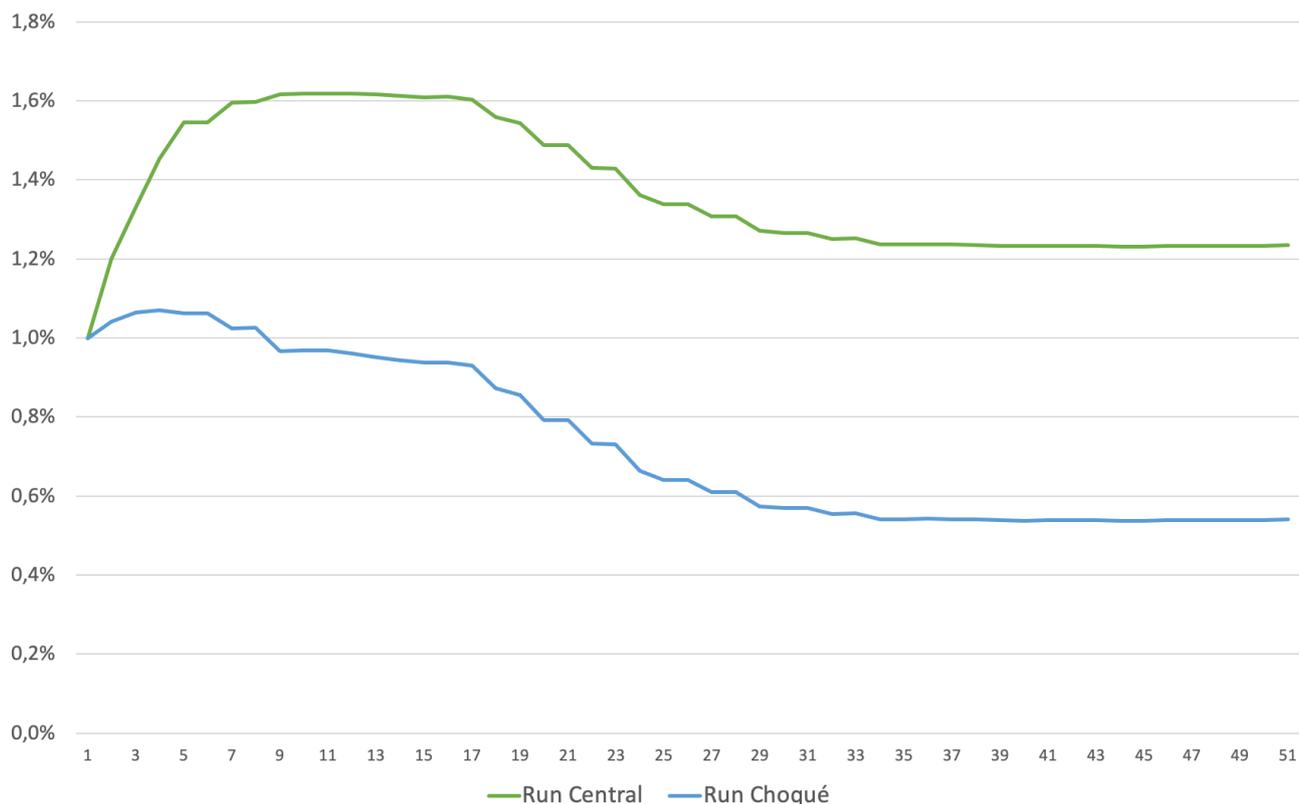


FIGURE 5.9: Évolution du taux de Réserve de Capitalisation (en % du passif total S1)

Le choc appliqué à notre portefeuille a un impact très visible sur la Réserve de Capitalisation. En effet, pour faire face à la hausse des rachats constatée précédemment, l'assureur vend une partie de ses actifs, et en priorité, de son portefeuille obligataire. Or, les valeurs de marché du portefeuille obligataire ont fortement baissé suite au choc de *Spread*. Leurs ventes engendreront ainsi des moins-values qui feront baisser la Réserve de Capitalisation.

Par ailleurs, ce mécanisme devient réellement problématique pour l'assureur lorsque la Réserve de Capitalisation n'est plus suffisante pour faire face à ces montants de Moins-Values. Dans la figure suivante, nous présentons l'évolution des taux de montants actualisés des Moins-Values réalisées en cas de Réserve de Capitalisation non suffisante.

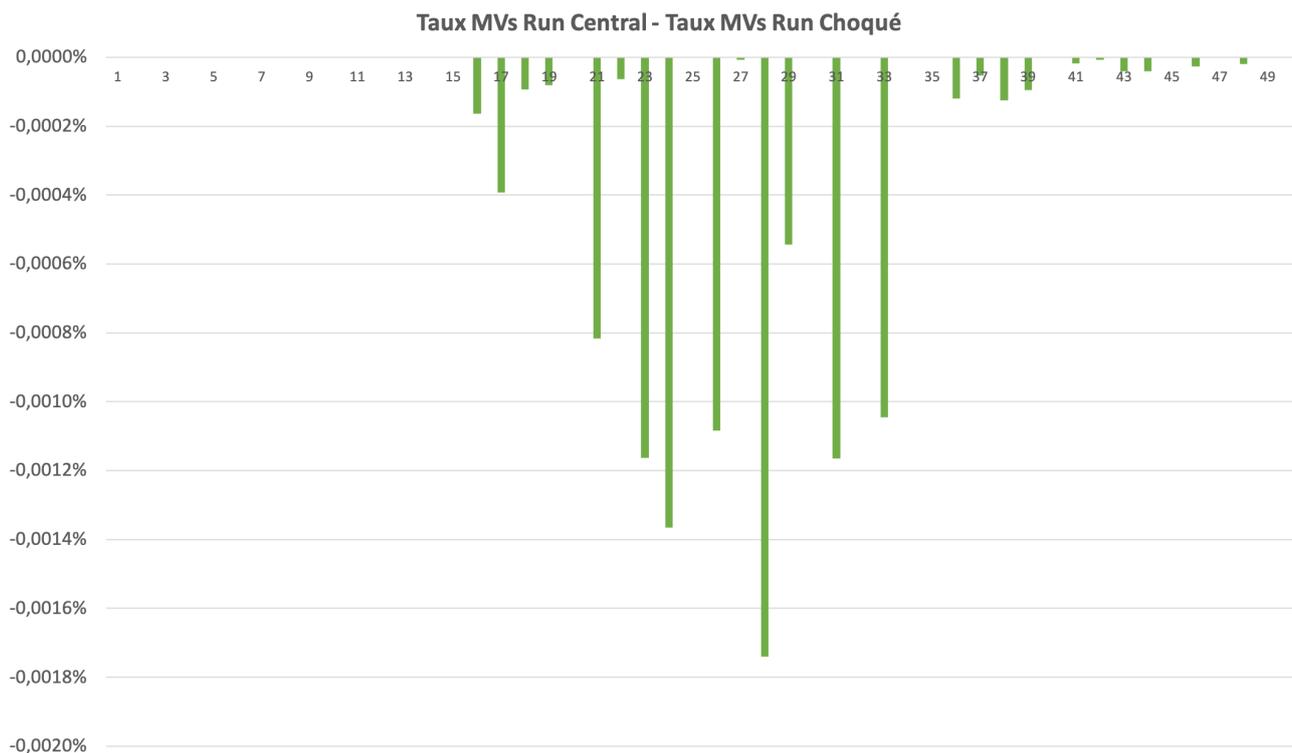


FIGURE 5.10: Évolution de l'écart des taux de Moins-Values en absence de RC (en % du passif total S1)

Ainsi, les Moins-Values réalisées que nous pouvons lire sur le graphique à partir de l'année 16 n'ont pas été (ou partiellement) repris par la Réserve de Capitalisation et iront diminuer d'avantage le stock des produits financiers de l'assureur, et donc in fine, sa NAV.

Par ailleurs, les indicateurs présentés par les graphiques 5.9 et 5.10 nous ont permis de détecter une seconde incohérence dans les résultats sortis par notre modèle. En effet, le portefeuille obligataire que nous avons utilisé pour nos premières analyses n'est pas celui présenté au chapitre 3.3.1. La principale différence venait de la durée du portefeuille obligataire qui était de 7, et donc, beaucoup plus inférieure que la durée du portefeuille utilisé pour l'analyse présentée dans cette partie. La raison expliquant ce changement est l'incohérence que nous avons détecté dans l'évolution du stock de Réserve de Capitalisation et celle des Moins-Values réalisées avec RC nulle :

1. La Réserve de Capitalisation n'était jamais reprise (en central et en choqué). Au contraire, elle était constamment dotée et son stock augmentait sur toute la durée de projection.

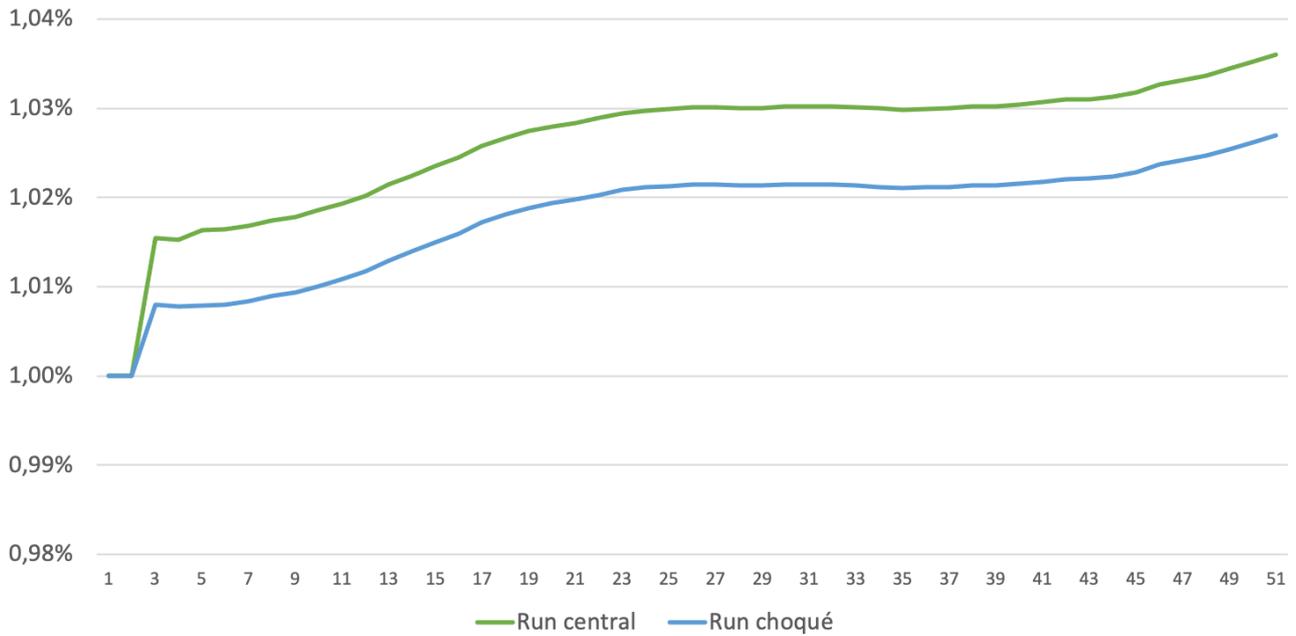


FIGURE 5.11: Evolution du stock de Réserve de Capitalisation sous l'ancien portefeuille (en % du passif total S1)

2. Les réalisations de Moins-Values étaient nulles (en central et en choqué). La vente d'obligation ne généraient aucunes Moins-Values sur toute la durée de projection.

Afin de tracer cette incohérence, nous avons mené notre analyse sur les taux délivrés par l'ESG. Nous avons ainsi remarqué qu'il n'y avait pas de scénario extrêmes du côté de l'ESG implémenté dans le modèle (avec une augmentation continue des taux). Le graphique 5.12 présente à cet effet l'évolution des taux Zéro-Coupon sur le scénario le plus extrême.

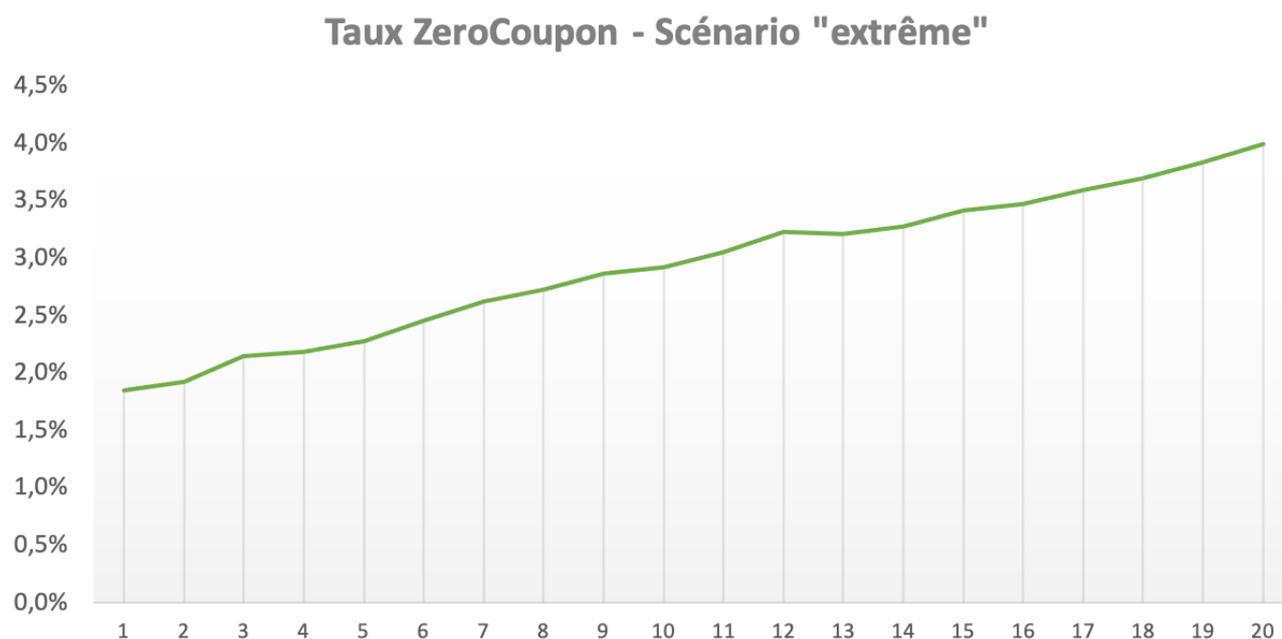


FIGURE 5.12: Evolution des taux ZC dans le scénario extrême

Ainsi, les taux du scénario le plus extrême ne dépassent pas les 4%, ce qui est relativement faible et expliquerait l'absence des réalisations de Moins-Values et, in fine, le stock de Réserve de Capitalisation qui ne baissait jamais. La source de l'incohérence réside par conséquent dans le processus de mise en place de l'ESG employé dans le modèle (l'utilisation d'un G2++ pourrait être à l'origine de ce problème).

Par conséquent, afin de faire apparaître les impacts du choc de *Spread* sur nos indicateurs et d'étudier le "bon" comportement du modèle, nous avons décidé d'augmenter la durée de notre portefeuille obligataire à 14,4 années (tout en faisant en sorte de rester en adéquation avec la durée au passif).

### 5.3 Limites et perspectives d'amélioration

Deux principales limites ont été rencontrées lors des travaux présentés dans ce présent mémoire, dont une annoncée brièvement au paragraphe précédent. Cette dernière section permettra ainsi de les présenter en détail, ainsi que quelques perspectives d'amélioration qu'il serait judicieux de mettre en place.

#### 5.3.1 Niveau de maturité du modèle ALM

Il est tout d'abord important de rappeler que le modèle ALM utilisé lors de nos travaux et qui a permis d'obtenir les résultats présentés au chapitre 5 de ce mémoire est toujours en cours de construction. Une première étape chronophage de gestion des incohérences a été nécessaire avant de lancer les calculs. Parmi les incohérences détectées, nous pouvons en citer quelques unes :

1. Une réserve de capitalisation qui n'est pas, ou peu, impactée suite au notre choc de *Spread*. Afin de comprendre la source de cette incohérence, nous avons essayé de tracer les montants qui sont

censés impacter cette réserve de capitalisation, à savoir, les réalisations de Moins Values latentes. En effet, ces réalisations devraient être plus importantes sous un choc de Spread, en partie à cause de la baisse de la Valeur de Marché du portefeuille obligataire (cf 5.2). Bien que celles-ci ont effectivement augmenté après application du choc en question, elles restent pour autant très faibles avec une VA égale à 0,009% du passif total S1.

	Run central	Run choqué
Réalisations MVs avec RK=0	0%	-0,009%

TABLE 5.2: Réalisations de MVs en absence de réserve de capitalisation (en % du passif total S1)

2. Comme cité plus haut, un taux d'absorption du choc à l'actif par le passif de 33%, qui nous semble assez faible comparé à ce que nous pouvons observer sur le marché.

Bien que le scénario DMR nous a permis de déceler (et corriger dans certains cas) quelques incohérences, certaines erreurs de modélisation demeurent (dont les deux cités plus haut) et il ne nous a pas été possible dans le temps imparti de proposer une approche stable permettant de mieux appréhender les comportements du modèle, et spécialement sur le choc de *Spread* étudié.

**Perspective d'amélioration** Une fois l'outil fiabilisé et suffisamment stable, une perspective d'amélioration de nos travaux serait de mettre en place et de proposer une batterie d'indicateurs permettant d'expliquer les comportements du modèle sur l'ensemble des chocs de la formule standard (choc *Action*, choc *Spread*, choc *Taux*, choc *Souscription*, etc)



FIGURE 5.13: Mise en place de la batterie d'indicateurs

Un exemple d'indicateur pertinent qui aurait pu être développé dans le cadre de ce mémoire et faire partie de cette batterie d'indicateurs financiers est le ratio de couverture du SCR. Comme énoncé dans le paragraphe 1.4.1, le capital de solvabilité requis, ou SCR, est égal au montant minimum de fonds propres devant être détenu par la compagnie d'assurance afin d'absorber une perte provoquée par un ou plusieurs chocs définis dans Solvabilité 2. Ainsi, une fois que le modèle ALM est fiable, un suivi du ratio de couverture du SCR permettrait d'analyser la solvabilité de la compagnie d'assurance et in fine compléter l'analyse des effets des chocs Solvabilité 2 (qui a été présentée ci-dessus pour le cas précis d'un choc de Spread). Une formule de calcul de ce ratio serait donnée comme suit

$$\text{RatiodeCouvertureSCR} = \frac{VM_0 - BEL}{SCR}.$$

### 5.3.2 Séquencement des flux

Une deuxième limite concerne le séquencement des flux lors des projections ALM suivant notre scénario DMR. En effet, dans notre modèle, l'ensemble des flux sont supposés tomber en fin d'année. Cependant, sur certains modèles, le séquencement des cashflows peut être plus complexe.

**Perspective d'amélioration** Une perspective d'amélioration serait d'adapter les développements du scénario DMR dans le cas d'un modèle avec un séquencement plus multiple des flux (avec par exemple, des primes tombant en début de période et des sinistres tombant en fin de période).

**Problématiques engendrées** La mise en pratique de la perspective présentée précédemment induirait quelques problématiques. En effet, si tous les flux tombent en fin de période, les processus d'actualisation et de recapitalisation inhérents au scénario DMR sont ainsi homogènes à l'ensemble du portefeuille. Or, le cas contraire risquerait de créer un léger biais et pourrait engendrer des problèmes non négligeables dans la modélisation des flux. L'introduction de primes périodiques tombant en début d'année, par exemple, générerait une incohérence entre les flux dans le Compte de Résultat sur lequel le timing des cashflows n'a pas d'importance, et le scénario DMR, sur lequel les flux ont été déflatés, moyennés et recapitalisés, pour être vus comme tombant en fin d'année de manière uniforme. La prise en compte du timing des cashflows de début d'année dans ce scénario DMR générerait ainsi une problématique d'affichage. Afin de mieux illustrer ces propos, un exemple est présenté ci-dessous et permet de bien comprendre la problématique en question.

Supposons que nous nous plaçons dans le cadre fictif d'une projection d'un nombre limité de flux sur 5 années, et que l'un des flux est une prime tombant normalement en début d'année. Deux cas de figure peuvent être dès lors considérés :

1. Un premier cas où les flux sont tous supposés tombant en fin de période.
2. Un deuxième cas où le séquencement des flux est plus complexe (Les flux sont supposés tomber selon le séquencement qui leur est propre - début ou fin de période).

Les deux tableaux suivants présentent d'une part les Compte de Résultat et Bilan dans le premier cas (séquencement unique/uniforme des flux) et d'autre part les Compte de Résultat et Bilan dans le deuxième cas (séquencement complexe des flux).

BILAN	1	2	3	4	5
PM Ouverture	0	917,8	842,1	774,7	714,4
Prime	1003,0	0	0	0	0
Chargements	-8,0	-7,3	-6,7	-6,2	-5,7
Flux Sortant	-76,1	-70,0	-64,5	-59,7	-768,7
PM Clôture	918,8	846,9	783,0	725,9	-38,5

CR	1	2	3	4	5
Prime	1003,0	0	0	0	0
Charge PM	-918,8	77,4	71,4	66,0	774,5
Prestations	-133,0	-119,8	-108,3	-98,3	-802,8
PB	48,9	42,4	36,9	32,3	28,2
Total	0	0	0	0	0

TABLE 5.3: Séquencement supposé unique (en fin de période)

BILAN	1	2	3	4	5
PM Ouverture	0	918,8	846,9	783,0	725,9
Prime	1000,0	0	0	0	0
Chargements	-8,0	-7,4	-7,2	-6,7	-6,2
Flux sortant	-76,1	-70,0	-64,5	-59,7	-768,7
PM Clôture	918,8	846,9	783,0	725,9	-38,5

CR	1	2	3	4	5
Prime	1000	0	0	0	0
Charge PM	-918,8	71,9	63,9	57,0	764,4
Prestations	-133,0	-119,8	-108,3	-98,3	-802,8
PB	48,9	42,5	36,5	31,9	27,9
Total	-2,9	-5,4	-7,8	-9,3	-10,5

TABLE 5.4: Séquencement multiple (Début/Fin de période selon le flux)

Nous constatons donc que la problématique citée plus haut est bien réelle et que le choix du séquencement des flux impacte directement l'affichage des reportings en sortie. Deux possibilités se présentent dans ce cas :

1. Soit il est décidé de garder l'hypothèse selon laquelle tous les flux tombent uniformément en début de période - Tableau 5.3 -. L'affichage du Compte de Résultat sera dès lors correct mais la vision économique sera biaisée.
2. Soit il est décidé de considérer un séquençement complexe des flux (dans notre exemple, de considérer la PM Ouverture, la Prime et les Chargements avec un séquençement en début de période, et les Flux Sortant et la PM Clôture suivant un séquençement en fin de période) - Tableau 5.4 -. La vision économique sera dès lors cohérente mais l'affichage du Compte de Résultat sera faux (avec des totaux non nuls).

# Conclusion

L'Assurance-Vie est une activité hautement réglementée par les autorités de contrôle du fait des risques inhérents aux portefeuilles d'assurance. L'introduction de la directive Solvabilité 2 et la future entrée en vigueur de la norme IFRS17 ont fortement accru les besoins calculatoires imposés aux assureurs, avec en particulier la meilleure évaluation possible du Best-Estimate de leurs engagements et l'analyse de mouvements des flux entre l'ouverture et la clôture. La présence d'interactions actif/passif dans les contrats d'épargne a rendu indispensable l'utilisation de modèles ALM, dont l'objectif est d'évaluer le coût des options et garanties, dans un monde stochastique et risque neutre.

Traditionnellement, ces modèles ALM intègrent par défaut, en sortie, des projections de bilans et comptes de résultats basés sur des grandeurs moyennées des flux projetés ne prenant pas en compte le poids de l'actualisation. L'analyse, en l'état, de ces sorties peut être source de nombreuses erreurs d'interprétation et la présentation au management de l'analyse de mouvement des BEL stochastiques peut s'avérer complexe. Nous avons donc développé dans le cadre de ce mémoire un nouveau scénario stochastique unique contenant toute l'information du BEL stochastique et facilitant les travaux d'analyse. Le cadre d'analyse et les indicateurs financiers construits ont été par la suite mis en pratique sur un cas concret. Nous avons analysé les résultats sur un choc de *Spread* en utilisant nos nouvelles sorties. Cela nous a permis de mettre en lumière les incohérences de quelques résultats, dont certaines sont encore à tracer, qui auraient été plus difficile à détecter sans ce scénario unique dit « DMR ».

L'ambition de départ du mémoire n'a malheureusement pas pu être intégralement atteinte à cause du degré de maturité du modèle ALM utilisé (qui est en court de construction) et dont les sorties contiennent quelques incohérences, notamment au niveau des réalisations de moins-values (très faible après le choc de *Spread*) et de l'absorption du choc à l'actif par le passif (faible également). Cependant, nous avons quand même pu proposer, sur la base de ce modèle ALM incomplet, un cadre d'analyse et quelques indicateurs pertinents répondant en partie aux attentes des modélisateurs ALM. Une première perspective d'amélioration serait donc de fiabiliser l'outil ALM afin d'être en mesure de mettre en place une batterie d'indicateurs financiers permettant d'analyser les flux stochastiques sur, cette fois-ci, l'ensemble des chocs de la formule standard. Un deuxième axe d'amélioration non exploré dans le cadre de ce mémoire concerne le traitement des flux intervenant en début d'année (par exemple une prime périodique qui serait payée à chaque début d'année). Dans notre modèle, l'ensemble des flux sont supposés tomber en fin d'année. Cependant, un séquençement plus complexe des flux risquerait de créer un léger biais et une piste d'amélioration serait ainsi de traiter ce cas particulier dans les développements du scénario DMR. Une seconde limite sur ce mémoire a été, comme cité plus haut, le niveau de maturité du modèle sur lequel nous nous sommes basés, qui est toujours en cours de développements et d'audit à la date de rédaction de ce mémoire.



# Bibliographie

- ACPR (2019). S29.03 : Excédent d'actif sur passif – Expliqué par les provisions techniques. URL : <https://esurfi-assurance.banque-france.fr/current/etats-et-notices/reporting-prudentiel-solo/detail/S.29.03.01>.
- ACPR (2020). Revalorisation 2020 des contrats d'assurance-vie et de capitalisation – engagements à dominante épargne et retraite individuelle.
- BANQUEDEFrance (2021). Les indices obligataires. URL : <https://www.banque-france.fr/statistiques/taux-et-cours/les-indices-obligataires>.
- CHOUKAIRY, W. et IBENRISSOUL, W. (2013). The quantitative easing strategy of the central banks facing the crisis : Case of the ECB (European Central Bank) and the FED (Federal Reserve System). Thèse de doct. Grenoble : Université Pierre Mendèse.
- DASTARAC, H. et SAUVEPLANE, P. (2010). Les Déflateurs stochastiques : quelle utilisation en assurance ? Mémoire d'actuariat. ENSAE ParisTech.
- DEVINEAU, L. et LOISEL, S. (2009). Construction d'un algorithme d'accélération de la méthode des "simulations dans les simulations" pour le calcul du capital économique Solvabilité 2. HAL.
- GERBER, G. (2019). Allocation d'actifs sous Solvabilité 2 : cas de l'assurance vie épargne. Mémoire d'actuariat. Université Paris-Dauphine.
- IA (2016). Groupe de travail - Best Estimate of Liabilities Vie. Rapp. tech. Institut des actuaires.
- INGERSOL, E., SKELTON, J. et WEIL, R. (1978). Duration Forty Years Later. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis* 13, p. 627-650.
- INSEE (2021). Taux d'inflation, données annuelles de 1991 à 2021. URL : <https://www.insee.fr/fr/statistiques/2122401>.
- IRM (2017). Profit and Loss Attribution : the road ahead. Rapp. tech. Institut du Risk Management.
- MERCURIO, F. et BRIGO, D. (2007). Theory, Practice, with Smile, Inflation et Credit.
- MOODY'S (2014). Implementation of Least-Squares Monte Carlo (LSMC) in a Life Insurance Context – A Case Study. Rapp. tech. Moody's Analytics.
- PLANCHET, F., THÉRON, P.-E. et KAMEGA, A. (2009). Scénarios économiques en assurance - Modélisation et simulation, *Economica*.
- RAVELONANDRO, M. (2019). Intégration de la modélisation du risque de crédit dans un portefeuille d'un assureur vie. Mémoire d'actuariat. Université Paris-Dauphine.
- TICHT, D. (2019). Construction d'un modèle ALM pour l'analyse de l'impact d'une remontée des taux sur la solvabilité d'un assureur vie. Mémoire d'actuariat. ENSAE ParisTech.



**Annexe A**

**Annexes**

### A.1 Fonction de Participation aux Bénéfices

Ci-dessous le plan complet de la fonction de participation aux bénéfices implémentée dans le modèle ALM. Les étapes de la rationalisation de la NAV sont exclusivement basées sur celle-ci.

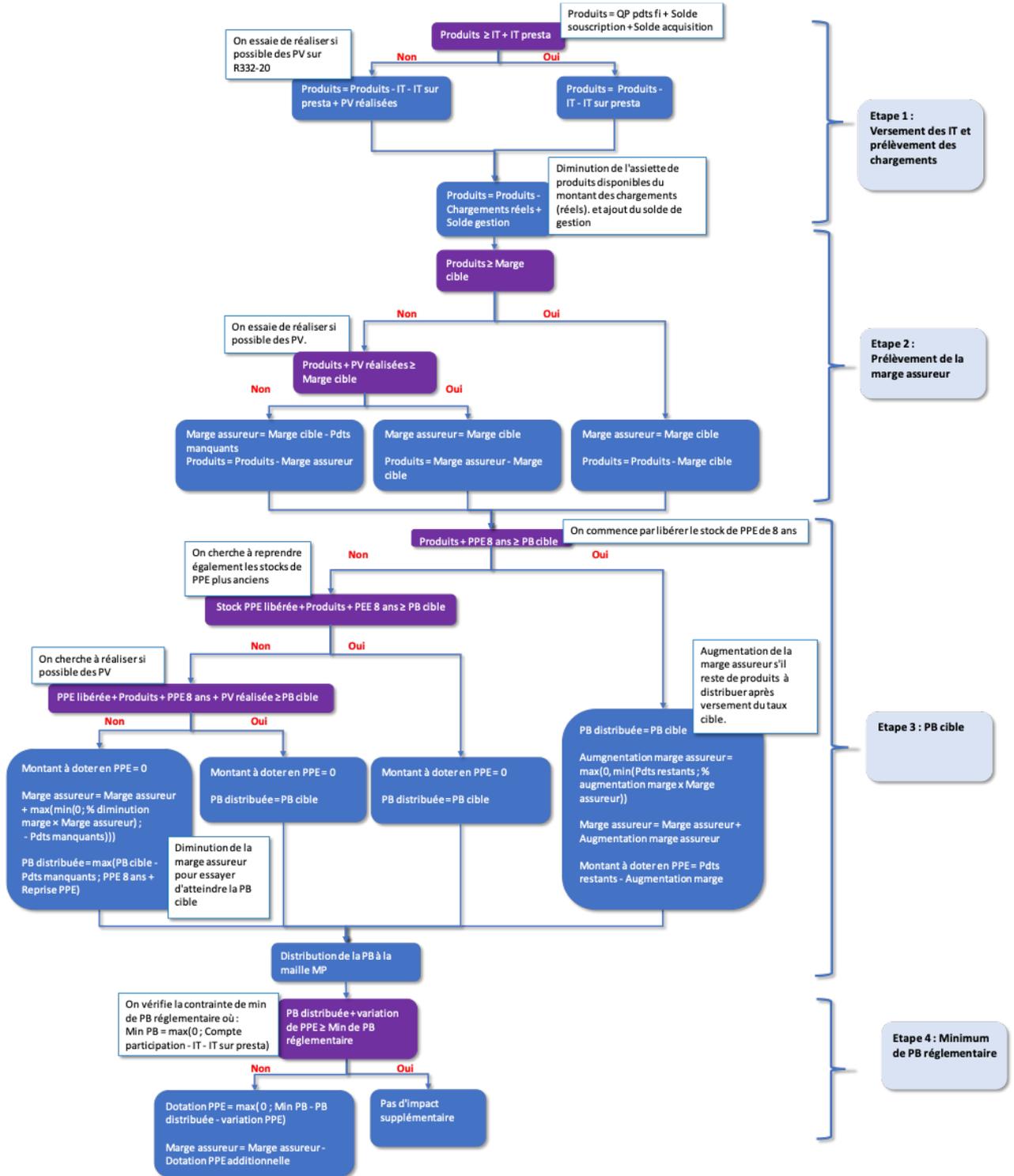


FIGURE A.1: Fonction de Participation aux Bénéfices