

**Mémoire présenté le :  
pour l'obtention du diplôme  
de Statisticien Mention Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuares**

Par : Lucas JULLIA

**Titre du mémoire : Provisionnement en assurance IARD à l'aide de la Data Science**

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus.

Membres présents du jury de la  
filière :

Signature :

Entreprise :

Nom : Crédit Agricole Assurances  
- PACIFICA

Signature :



Directeur de mémoire en  
entreprise

Membres présents du jury de  
l'Institut des Actuares :

Signature :

Nom : Valery CAUSSARIEU

Signature :



Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise  
en ligne sur un site de diffusion de  
documents actuariels (après expiration  
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable  
entreprise :



Signature du candidat :





## Résumé

L'inversion du cycle de production inhérent à l'activité même d'une compagnie d'assurance engendre une incertitude quant aux montants qu'elle devra indemniser dans le futur afin de réparer les préjudices subis par ses assurés. Pour un assureur, le provisionnement est la pratique qui consiste à estimer le plus précisément possible les réserves à constituer afin qu'il soit en mesure de tenir ses engagements auprès de ses assurés.

Plusieurs méthodes statistiques sont disponibles afin d'atteindre cet objectif. La technique du *Chain-Ladder* est la plus utilisée et est ancrée depuis des années au sein des compagnies d'assurances. Cette méthode a de nombreux avantages tels que sa facilité d'application ainsi que son interprétabilité intéressante. Cependant, de par la nature des données utilisées, cette approche ne permet pas d'utiliser toute l'information disponible pour chaque sinistre.

L'utilisation de ces informations est un sujet de recherche actif au sein de la communauté actuarielle. C'est dans ce contexte qu'intervient la *Data Science*. Les modèles qui y sont associés sont de plus en plus utilisés dans tous types d'industries grâce à la collecte massive des données dans l'ère actuelle du *Big Data*. Son utilisation dans le cadre du provisionnement permettrait d'esquisser la possibilité d'une estimation à la maille individuelle, en utilisant les informations à disposition pour chaque sinistre.

Au cours des travaux de ce mémoire, nous avons développé un modèle de *Deep Learning* capable de prendre en compte des dépendances temporelles à l'aide de neurones récurrents. L'objectif est de prédire les réserves à la maille individuelle avec précision, tout en essayant de répondre aux problématiques de durée d'exécution et d'interprétabilité inhérentes à leur nature.

**Mots-clés :** *provisionnement, Data Science, Machine Learning, Deep Learning, Chain-Ladder, Mack, PSAP, réseaux de neurones récurrents, maille individuelle, Big Data, SHAP*

## Abstract

The inversion of the production cycle inherent in the very activity of an insurance company creates uncertainty as to the amounts it will have to compensate in the future in order to repair the damage suffered by its policyholders. For an insurer, provisioning is the practice of estimating as precisely as possible the reserves to be set up so that it is able to meet its commitments to its policyholders.

Several statistical methods are available in order to achieve this objective. The Chain-Ladder technique is the most widely used and has been anchored for years in insurance companies. This method has many advantages such as its ease of application as well as its interesting interpretability. However, due to the nature of the data used, this approach does not make it possible to use all the information available for each claim.

The use of this information is an active research topic within the actuarial community. This is where Data Science comes in. Models associated with it are more and more used in all types of industries thanks to the massive collection of data in the current era of Big Data. Its use in the context of reserving makes it possible to outline the opportunity of reserving at the individual grid level, using all the information available.

During the work of this thesis, we have developed a Deep Learning model capable of taking into account temporal dependencies using recurrent neurons. The aim is to predict accurately the reserves at the individual grid level, while trying to answer the issues of execution time and interpretation inherent to their nature.

**Keywords :** *reserving, Data Science, Machine Learning, Deep Learning, Chain-Ladder, Mack, PSAP, recurrent neural networks, individual grid level, Big Data, SHAP*

## Note de synthèse

### Contexte et enjeux

Un sinistre est susceptible d'être l'objet de nombreux événements au cours de son développement. Pour une compagnie d'assurance, il s'agit d'autant d'incertitudes quant au montant total qu'elle devra indemniser à l'assuré afin de réparer le préjudice subi. L'assureur se doit donc de prédire de la façon la plus juste possible ce coût afin de pouvoir tenir les engagements qu'il s'est engagé à respecter envers ses clients, tout en ne bloquant pas des fonds de façon excessive. Différentes méthodes statistiques sont à disposition afin de réaliser le provisionnement. Notamment, le *Chain-Ladder* est profondément ancré dans les pratiques des compagnies d'assurance grâce notamment à sa simplicité et son interprétabilité. Elle présente pourtant certaines spécificités bien connues parmi lesquelles la perte des informations propres à chacun des sinistres due à son principe d'agrégation de ces derniers. Cependant, à l'heure de l'essor du *Big Data* et des méthodes de *Data Science*, de nouvelles possibilités émergent afin d'entrevoir la possibilité d'un provisionnement à la maille individuelle en prenant en compte toutes les informations à disposition, surmontant ainsi le principal défaut du *Chain-Ladder*.

	0	1	2	3	Réserves
0	1 000	1 200	1 250	1 260	0
1	1 100	1 350	1 375	1 386	11
2	1 300	1 600	1 647	1 660	60
3	1 450	1 770	1 822	1 836	386

Facteurs de développements

Exemple simplifié d'application du *Chain-Ladder*

Après une revue des recherches actuarielles sur ce sujet, il est clair qu'un grand nombre d'entre elles se tournent actuellement vers le *Deep Learning* et les réseaux de neurones, réputés pour être capable de prendre en compte des tendances plus fines. Nous avons donc construit un réseau de neurones récurrents à plusieurs étapes à même de pouvoir apprendre des dépendances temporelles afin de tirer le plein potentiel des informations contenues dans les années de développement déjà observées des sinistres. L'objectif de ce modèle est de concurrencer la précision des réserves estimées par la méthode *Chain-Ladder*, tout en adaptant sa construction afin de ne pas être limité par des durées d'exécution des programmes trop importantes et en apportant une réponse à l'effet « boîte noire » des réseaux de neurones.

Pour cela nous avons utilisé des données de différentes sources. Nous avons notamment tiré parti des variables dynamiques liées aux sinistres telles que les règlements, les variations de charge et leur ouverture/clôture. L'aspect séquentiel de ces caractéristiques met en lumière l'intérêt de l'utilisation des neurones récurrents. De plus, nous avons également utilisé les données propres à chacun des assurés comme leur CSP ou leur département de résidence ainsi que les variables concernant leur contrat telles que la date de début effectif de celui-ci. Au cours des travaux de ce mémoire, nous nous sommes focalisés sur les sinistres de type *IBNeR*, puisque nous ne disposons pas d'informations pour les *IBNyrR*.

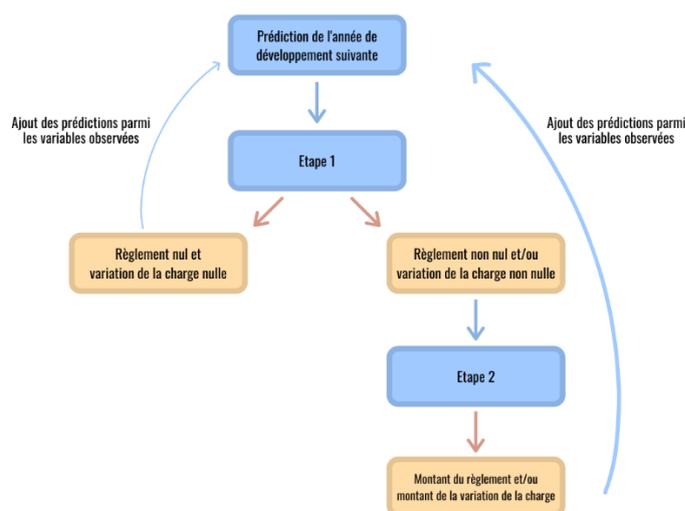
Par la suite, nous nous sommes d'abord attelés à l'application du modèle sur la branche Responsabilité Civile Vie Privée. Cette assurance concerne tous les dommages que l'assuré pourrait causer à un tiers ou à ses biens en dehors des accidents de la circulation. Cette branche présente des sinistres hétérogènes, certains pouvant être de nature corporelle et d'autres de nature matérielle. Or, selon la revue de la littérature effectuée, la valeur ajoutée des réseaux de neurones par rapport au *Chain-Ladder* est plus grande lorsque les sinistres sont de natures différentes. De plus, nous disposons d'un historique de sinistres supérieur à 20 ans et donc d'un volume de données pléthorique, ce qui permet de tirer pleinement parti des capacités des réseaux de neurones. C'est pour ces raisons que cette branche a été choisie.

Nous avons ensuite appliqué le modèle à la Protection Juridique afin d'évaluer la stabilité de notre modèle. Ce produit d'assurance permet à l'assuré de bénéficier de l'avis d'un expert juridique pour tout litige du quotidien l'opposant à un tiers. De plus, si l'affaire est judiciairisée, l'assureur prend à sa charge le montant des dépenses associées. Nous disposons là encore d'une volumétrie de données très importante puisque nous disposons également de plus de 20 ans d'historique. Un litige pouvant être tant un conflit de voisinage que le non-respect d'une clause d'un contrat, les sinistres sont par nature très hétérogènes.

### Processus de modélisation

Le modèle – que nous avons baptisé « modèle complexe » – est construit sur une maille temporelle annuelle et se veut itératif. Cela signifie que pour chacun des sinistres, nous utilisons d'abord l'ensemble des années de développement connues afin de prédire les données de la première année de développement non observée. Le modèle se sert ensuite de ces prédictions comme des données observées pour prédire la deuxième année de développement dont nous ne connaissons pas encore les résultats. Après avoir itéré sur un horizon assez lointain afin que tous les sinistres soit clos, il est alors naturellement possible de déterminer les réserves à effectuer en additionnant les montants qui seront indemnisés dans le futur.

Le modèle complexe est proposé en deux étapes de modélisation, toutes deux dirigées par les résultats de leur réseau de neurones respectif. La première étape a pour objectif de déterminer l'état général



*Schéma détaillant le processus de modélisation*

d'un sinistre lors de l'année de développement considérée. Nous cherchons ainsi à obtenir les probabilités pour chacun des sinistres de faire l'objet d'un paiement lors de l'année de développement en question, de subir une variation de l'estimation de sa charge et enfin d'être ouvert ou clos en fin de période. Plusieurs tirages aléatoires indiquant l'état du sinistre sont ensuite répétés en respectant les probabilités obtenues afin d'obtenir différents *scenarii*. Ces simulations permettent de tirer pleinement parti de la sortie du modèle, celle-ci étant nativement la probabilité

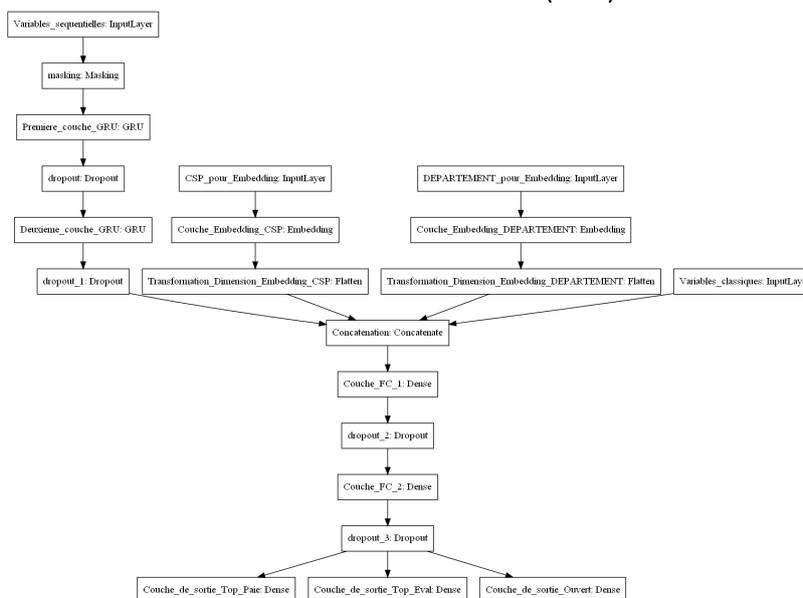
d'appartenance à chacune des classes, mais également de pouvoir construire un intervalle de confiance autour des réserves estimées par la suite.

La seconde étape permet d'estimer le montant du règlement ainsi que la variation de l'évaluation de la charge du sinistre considéré. Cette seconde étape est donc en lien direct avec la première étape puisqu'elle n'est appliquée au sinistre que si cette dernière prédit la présence d'un paiement ou d'une variation de sa charge. Cette décomposition en deux étapes permet de gérer la présence d'une grande affluence de sinistres pour lesquels il n'y a pas de paiements lors de plusieurs années de développement. Une estimation directe du montant sans se servir de la première étape conduirait nécessairement d'abord à la prédiction de montants non nuls lorsqu'il n'y a en réalité aucun paiement, mais également à une sous-estimation des montants réellement observés due à la présence de multiples paiements nuls.

## Implémentation des modèles

Ce schéma de modélisation guide le fonctionnement du modèle complexe – lequel repose sur l'utilisation d'un réseau de neurones propre à chacune des deux étapes – mais également de deux autres modèles : l'un basé sur des *Random Forests*, l'autre sur un Perceptron Multi-Couches (*MLP*). Implémenter ces modèles nous permet de comparer les performances du modèle complexe à celles de deux modèles plus simples. Nous avons donc pu évaluer la valeur ajoutée d'un modèle ayant une complexité supérieure.

Lors de la construction des réseaux de neurones du modèle complexe, nous avons dû nous confronter à la contrainte des temps de calcul lors de la phase d'apprentissage. Avec une telle volumétrie de données, il était en effet inconcevable de réaliser une validation croisée afin de trouver l'architecture et les hyperparamètres optimaux. Nous nous sommes donc restreints à l'application des bonnes pratiques usuelles que l'on trouve généralement dans la littérature. Les réseaux de neurones de la 1<sup>ère</sup> et de la 2<sup>ème</sup> étape sont identiques dans leur architecture qui présente plusieurs entrées. D'abord, les séquences de paiements, de variation de charge et d'ouverture/clôture sont traitées à l'aide de deux couches comportant des neurones récurrents nommés *Gated Recurrent Unit (GRU)*. Ces neurones à mémoire évaluent l'information pertinente présente dans une instance de la séquence et délaissent l'information jugée inutile. L'information conservée est ensuite concaténée à l'instance suivante de la séquence et le processus est réitéré. Ils permettent ainsi au réseau de pouvoir apprendre des dépendances de long terme. Deux autres entrées sont composées d'une couche *embedding* chacune qui sont chargées de prendre en charge respectivement la CSP de



Architecture du réseau de neurones du modèle complexe

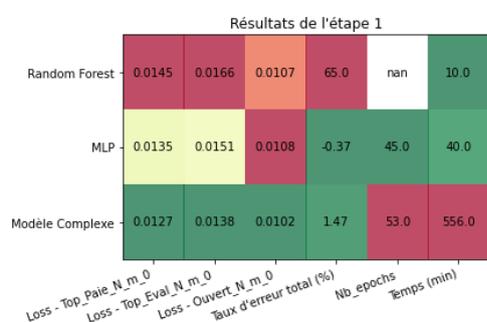
l'assuré ainsi que son département de résidence. Ces couches permettent de transformer les variables comportant de nombreuses modalités en vecteurs de nombres réels de façon à ce que les modalités ayant un impact similaire sur la variable cible soient proches au sens de la distance euclidienne, tout en limitant la dimensionnalité du modèle. Enfin, les variables standards sont concaténées aux sorties des couches *GRU* et *embedding*. L'ensemble obtenu passe ensuite à travers deux couches classiques telles que l'on pourrait retrouver au sein d'un *MLP* afin de permettre l'apprentissage de tendances plus fines qu'avec une seule couche. Enfin, le réseau de neurones est composé de trois sorties binaires pour la 1<sup>ère</sup> étape : s'il y a la présence d'un paiement pour le sinistre et l'année de développement considérés, s'il y a une variation de la charge et si le sinistre est ouvert ou clos en fin de période. Lors de l'étape 2, le réseau est composé de deux sorties quantitatives : le montant du paiement si celui-ci est non nul et la variation de la charge si celle-ci est non nulle. Les techniques du *dropout* et de l'*early stopping* sont utilisées afin de se prémunir du phénomène de surapprentissage.

Le *MLP* établi afin de concurrencer le modèle complexe est de son côté composé de 3 couches afin de compenser l'absence des couches récurrentes. Quant à la *Random Forest*, le temps de calcul nécessaire à son implémentation étant moindre, celle-ci a fait l'objet d'une validation croisée afin d'optimiser ses hyperparamètres.

## Résultats

L'analyse exploratoire des données préalable à l'implémentation des modèles décrits précédemment a révélé l'existence de certains sinistres d'une intensité particulièrement élevée au sein de la branche Responsabilité Civile Vie Privée. Du fait de leur faible nombre, nous avons jugé qu'il n'était pas réaliste d'espérer estimer ces sinistres avec précision et les avons donc exclus de la suite de l'étude.

Afin de pouvoir comparer les performances des différents modèles, nous nous sommes restreints à la première moitié de l'historique à disposition afin de bénéficier de triangles de développements



Comparaison des performances des modèles

complets. Après avoir appliqué les trois modèles en concurrence à la branche RCVP, nous avons pu observer que le modèle complexe obtenait les meilleurs résultats lors de l'étape 1 en termes de valeur de la fonction de perte sur l'échantillon de test composé du triangle inférieur. En revanche, la *Random Forest* tire son épingle du jeu lors de l'étape 2 en ce qui concerne la fonction de perte. Néanmoins, le montant total des règlements prédits est trop éloigné du montant total observé, laissant craindre une sous-estimation significative des règlements. Sur cette métrique, c'est à nouveau le modèle complexe qui obtient

le montant total le plus précis. Par conséquent, le modèle complexe a été choisi tant sur la première que sur la deuxième étape afin d'être confronté aux données observées ainsi qu'à la méthode *Chain-Ladder*.

Le modèle complexe a ainsi été appliqué à l'ensemble du triangle inférieur à travers 100 simulations. Bien que ce chiffre soit peu élevé pour construire des intervalles de confiances, il permet de rester dans des temps de calcul raisonnables. Après comparaison avec les valeurs observées, la prédiction de la première diagonale du triangle inférieur présente des résultats probants en termes de nombre de paiements. Cependant, le montant de ces paiements est bien trop sous-estimé par la deuxième étape. Il s'ensuit une mécanique de compensation réalisée par la première étape qui, au vu de l'écart encore trop important entre la somme des règlements et la charge totale, augmente les probabilités de présence d'un paiement pour les années de développement futures. Cet effet de compensation permet d'obtenir des réserves cohérentes dans leur globalité, mais la cadence de règlements s'en trouve inexorablement déformée ce qui réduit en partie la force d'un provisionnement à la maille individuelle. Les intervalles de confiance construits autour des prédictions du modèle complexe sont très fins, ce qui indique que les probabilités en sortie de la première étape sont globalement assez tranchées, c'est-à-dire proches de 1 ou de 0. La méthode *Chain-Ladder* quant à elle obtient des réserves moins précises que celles du modèle complexe mais bénéficie d'intervalles

Année	Réserves observées	Modèle complexe		Mack-Chain-Ladder	
		Borne inf	Borne sup	Borne inf	Borne sup
1998	8 194	11 029	12 728	0	4 343
1999	21 864	21 347	23 456	8 004	20 407
2000	42 231	44 985	48 372	23 699	38 078
2001	127 326	112 468	118 135	47 252	79 850
2002	165 225	157 614	164 143	70 270	218 946
2003	307 953	202 470	209 260	143 486	406 311
2004	451 484	404 636	413 827	495 897	799 497
2005	1 427 725	650 516	663 017	632 452	1 033 098
2006	1 607 019	1 238 285	1 254 966	1 329 502	1 905 253
2007	2 805 023	2 766 320	2 790 684	2 776 537	3 568 385
2008	6 518 966	7 070 547	7 104 617	7 596 105	9 038 497
Total	13 483 011	12 717 965	12 765 463	14 037 044	16 197 783

Comparaison des réserves simulées et observées

de confiance obtenus par la méthode de *Mack* plus larges, ainsi qu'une cadence de règlements plus cohérente. Par ailleurs, la méthode *SHAP* issue de la théorie des jeux nous a permis d'observer les influences des différentes variables du modèle complexe et a notamment mis en évidence la prépondérance des variables séquentielles de paiements et de charges, confirmant ainsi l'importance de l'association de ces deux données.

Le modèle complexe a ensuite été appliqué à la branche Protection Juridique. Celle-ci dispose de plusieurs spécificités dont l'ajout de plusieurs variables dynamiques en rapport avec le litige à prédire au cours de l'étape 1 telles que le niveau de juridiction ou la position de l'assuré au sein de l'affaire. Surtout, les séquences de variations de charge ne sont pas disponibles pour cette branche à cause d'un changement dans la façon dont cette donnée a été traitée dans l'entreprise pour cette branche au cours des années. Le modèle complexe échoue ici à fournir des réserves précises et l'effet de compensation n'est plus présent. Cela confirme notamment que la présence de la variation de l'estimation de la charge est indispensable au bon fonctionnement du modèle complexe. Toutefois, cette branche présente certaines irrégularités non négligeables dans son développement puisque le *Chain-Ladder* ne propose pas des résultats plus convaincants.

### **Conclusion et ouverture**

Finalement, nous avons établi un modèle de réseau de neurones profond basé sur des couches récurrentes en adoptant les bonnes pratiques d'implémentation. La comparaison de ses performances avec celles d'une *Random Forest* et d'un *MLP* ont permis de mettre en lumière l'apport de ce type de neurones. Toutefois, l'étape 2 du modèle complexe présente un fort biais dans la précision des montants estimés. Cette lacune peut être compensée par les résultats plus convaincants de l'étape 1 dès lors que les séquences de règlements et de variations de la charge sont associées, permettant ainsi d'obtenir des réserves globalement justes au détriment de la cohérence de la cadence de règlements. Cela réduit donc partiellement la force d'un provisionnement à la maille individuelle. Le modèle complexe pourrait toutefois être utilisé comme second avis après le *Chain-Ladder* lorsque la branche offre des conditions optimales à son exploitation.

Les techniques en rapport avec la *Data Science* ne semblent donc pas encore être en mesure de pouvoir remplacer le *Chain-Ladder* dans sa position de méthode de référence. Les résultats sont néanmoins encourageants et il n'y a peu de doutes sur le fait que ces méthodes prendront de plus en plus d'importance dans le domaine du provisionnement. Le développement d'outils aidant à leur interprétation tels que *SHAP* pourrait permettre à terme de démystifier leur effet « boîte noire ». La gestion de données non structurées tels que les commentaires des gestionnaires de sinistres ainsi que les photos des préjudices subis par l'assuré – qui contiennent par nature des informations capitales – pourrait également permettre à ces méthodes de se démarquer à l'avenir.

## Executive summary

### Context and challenges

An insurance claim is likely to be the subject of many events during its development. For an insurance company, these are all uncertainties on the total amount that it will have to compensate to the insured in order to repair the damage suffered. The insurer must therefore predict this cost as accurately as possible in order to be able to meet the commitments it has made to its customers, while not blocking funds excessively. Different statistical methods are available in order to carry out the reserving practice. In particular, the Chain-Ladder method is deeply anchored in the practices of insurance companies thanks in particular to its simplicity and interpretability. However, it has certain well-known specificities, including the loss of information specific to each claim due to its principle of aggregation of claims. However, at the time of the rise of Big Data and Data Science methods, new possibilities are emerging in order to open the possibility of reserving at the individual grid level by taking into account all the information available, thus overcoming the main defect of the Chain-Ladder method.

	0	1	2	3	Réserves
0	1 000	1 200	1 250	1 260	0
1	1 100	1 350	1 375	1 386	11
2	1 300	1 600	1 647	1 660	60
3	1 450	1 770	1 822	1 836	386

✖ 1,22   ✖ 1,03   ✖ 1,01  
Facteurs de développements

*Simplified example of Chain-Ladder method*

After a review of the actuarial research on this subject, it is clear that a large number of them are currently looking to deep learning and neural networks, known to be able to take into account finer trends. We therefore built a multi-stage recurrent neural network capable of learning temporal dependencies in order to make the most of the information contained in the development years already observed from claims. The objective of this model is to compete with the precision of reserves estimated by the Chain-Ladder method, while adapting its construction so as not to be limited by excessively long program execution times and by providing an answer to the "black box" effect of neural networks.

For this we used data from different sources. In particular, we took advantage of the dynamic features linked to claims such as paid losses, variations of total cost and their opening / closing state. The sequential aspect of these characteristics highlights the value of using recurrent neurons. In addition, we also used data specific to each insured, such as their socio-professional category or department of residence, as well as features relating to their contract such as the effective start date of it. During the work of this thesis, we have focused on IBNeR type claims, since we do not have information for IBNyrR ones.

Subsequently, we first got down to applying the model to the Civil Liability Private Life branch. This insurance covers all damage that the insured could cause to a third party or to his property other than traffic accidents. This branch presents heterogeneous claims, some of which may be of a physical nature and others of a material nature. And according to the literature review carried out, the added value of neural networks compared to the Chain-Ladder is greater when the claims are of different natures. In addition, we have a claim history of over 20 years and therefore a plethora of data, which allows us to take full advantage of the capabilities of neural networks. It is for these reasons that this branch was chosen.

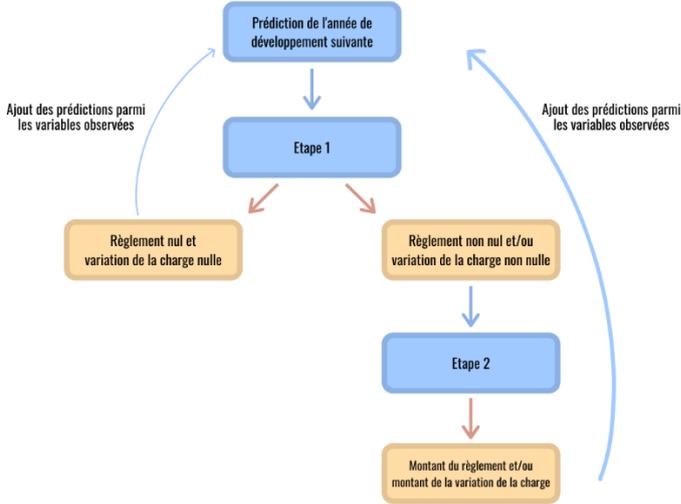
We then applied the model to Legal Protection to assess the stability of our model. This insurance product allows the insured to benefit from the advice of a legal expert for any day-to-day dispute between them and a third party. In addition, if the case goes to court, the insurer shall bear the cost

of the associated expenses. Here again, we have a very large volume of data since we also have more than 20 years of history. Also, since a dispute can be many things such as a neighborhood conflict or the non-compliance with a clause in a contract, claims are by nature very heterogeneous.

**Modeling process**

The model – which we have called “complex model” – is built on an annual time grid level and is intended to be iterative. This means that for each loss, we first use all known development years to predict data for the first unobserved development year. The model then uses these predictions as observed data to predict the next development year that is still unknown. After having iterated over a sufficiently number of years so that all claims are closed, it is then naturally possible to determine the reserves to be made by adding the amounts of predicted settlements in the future.

The complex model is composed of two modeling stages, both driven by the results of their respective neural network.



*Diagram detailing the modeling process*

The first step aims to determine the general state of a claim during the considered development year. We thus seek to obtain the probabilities for each of the claims of being the subject of a payment during the development year in question, of undergoing a variation in the estimate of its total cost and finally of being opened or closed at the end of the period. Several random draws indicating the state of the claim are then repeated, respecting the probabilities obtained in order to obtain different scenarios. These simulations make it possible to take full advantage of the output of the model, which is natively the probability of belonging to each of the classes, but also to be able to build a

confidence interval around the reserves estimated thereafter.

The second step makes it possible to estimate the amount of the settlement as well as the variation of the total cost of the claim in question. This second step is therefore directly linked to the first step since it is only applied to the claim if the latter predicts the presence of a payment or a change in its total cost. This two-step breakdown makes it possible to manage the presence of a large number of claims for which there are no payments during several years of development. A direct estimate of the amounts without using the first step would necessarily lead first to the prediction of non-zero amounts when there is actually no payment, but also to an underestimation of the amounts actually observed due to the presence of multiple zero payments.

**Model implementation**

This modeling scheme guides the operation of the complex model - which is based on the use of a neural network specific to each of the two stages - but also of two other models: one based on Random Forests, the other on a Multi-Layer Perceptron (MLP). Implementing these models allows us

to compare the performance of the complex model with that of two simpler models. We were therefore able to assess the added value of a model with greater complexity.

During the construction of the neural networks of the complex model, we had to face the constraint of computational times during the learning phase. With such a large volume of data, it was indeed inconceivable to perform cross-validation in order to find the optimal architecture and hyperparameters. We have therefore limited ourselves to applying the usual good practices generally found in the literature. The neural networks of the 1st and the 2nd stage are identical in their architecture which presents several inputs. First, the payment, variation of the total cost and open / close sequences are processed using two layers with recurrent neurons called Gated Recurrent Unit (GRU). These neurons evaluate relevant information present in an instance of the sequence and leave out information considered unnecessary. The retained information is then concatenated to the next instance of the sequence and the process is repeated. They thus allow the network to learn from long-term dependencies. Two other inputs are made up of an embedding layer each which is responsible for respectively supporting the insured's socio-professional category as well as his department of residence. These

layers make it possible to transform the features comprising many modalities into vectors of real numbers so that the modalities having a similar impact on the target variable are close in the sense of the Euclidean distance, while limiting the dimensionality of the model. Finally, the standard inputs are concatenated with the outputs of the GRU and embedding layers. The resulting assembly then passes through two classic layers such as could be found in an MLP to allow the learning of trends finer than with a single layer. Finally, the neural network is composed of three binary outputs for the 1st stage: if there is the presence of a payment for the claim and the development year considered, if there is a change in the total cost and if the claim is open or closed at the end of the period. During step 2, the network is made up of two quantitative outputs: the amount of the settlement if it is not zero and the variation in the total cost if it is not zero. The techniques of dropout and early stopping are used to guard against the phenomenon of overfitting.



*Neural network architecture of the complex model*

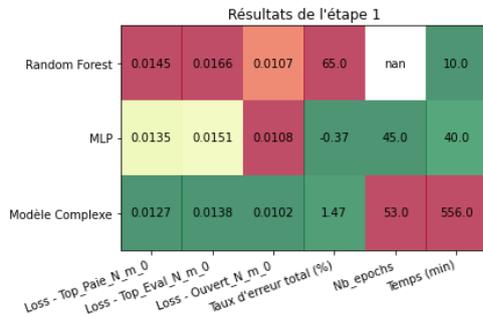
layers make it possible to transform the features comprising many modalities into vectors of real numbers so that the modalities having a similar impact on the target variable are close in the sense of the Euclidean distance, while limiting the dimensionality of the model. Finally, the standard inputs are concatenated with the outputs of the GRU and embedding layers. The resulting assembly then passes through two classic layers such as could be found in an MLP to allow the learning of trends finer than with a single layer. Finally, the neural network is composed of three binary outputs for the 1st stage: if there is the presence of a payment for the claim and the development year considered, if there is a change in the total cost and if the claim is open or closed at the end of the period. During step 2, the network is made up of two quantitative outputs: the amount of the settlement if it is not zero and the variation in the total cost if it is not zero. The techniques of dropout and early stopping are used to guard against the phenomenon of overfitting.

The MLP established in order to compete with the complex model is for its part composed of 3 layers in order to compensate for the absence of recurrent layers. As for the Random Forest, the computation time required for its implementation being smaller, we used the cross-validation technique in order to optimize its hyperparameters.

## Results

The exploratory analysis of the data prior to the implementation of the models described above revealed the existence of some claims of a particularly high intensity within the Civil Liability Private Life branch. Due to their small number, we found it unrealistic to expect to estimate these claims accurately and therefore excluded them from further study.

In order to be able to compare the performance of the different models, we have limited ourselves to the first half of the history available in order to benefit from complete development triangles. After



*Comparison of models performance*

applying the three competing models to the Civil Liability Private Life branch, we could observe that the complex model obtained the best results in step 1 in terms of the value of the loss function on the test sample composed of the lower triangle. In contrast, the Random Forest does well in step 2 when it comes to the loss function. However, the total amount of predicted settlements is too far from the total amount observed, giving rise to fears of a significant underestimation of settlements. On this metric, the complex model again obtains the most accurate total amount. Therefore, the complex model was chosen for

both the first and the second step in order to be confronted with the observed data as well as the Chain-Ladder method.

The complex model was thus applied to the entire lower triangle through 100 simulations. Although this number is small for building confidence intervals, it allows us to stay within reasonable calculation times. After comparison with the observed values, the prediction of the first diagonal of the lower triangle presents convincing results in terms of the number of payments. However, the amount of these payments is far too underestimated by the second step. There follows a compensation mechanism carried out by the first step which, in view of the still too large gap between the sum of the payments and the total cost, increases the probabilities of the presence of a payment for the future development years. This compensation effect makes it possible to obtain reserves that are coherent as a whole, but the rate of payments is inexorably deformed, which in part reduces the strength of individual reserving. The confidence intervals built around the predictions of the complex model are very fine, which indicates that the probabilities at the end of the first step are generally quite clear, that is to say close to 1 or 0. The Chain-Ladder method, for its part, obtains less precise reserves than those of the complex model but benefits from wider confidence intervals obtained by Mack's method, as well as a more consistent rate of payments. In addition, the SHAP method resulting from game theory allowed us to observe the influences of the different features of the complex model and in particular highlighted the preponderance of the sequential features of payments and variations of the total cost, thus confirming the importance of the combination of these two data.

Année	Réserves observées	Modèle complexe		Mack-Chain-Ladder	
		Borne inf	Borne sup	Borne inf	Borne sup
1998	8 194	11 029	12 728	0	4 343
1999	21 864	21 347	23 456	8 004	20 407
2000	42 231	44 985	48 372	23 699	38 078
2001	127 326	112 468	118 135	47 252	79 850
2002	165 225	157 614	164 143	70 270	218 946
2003	307 953	202 470	209 260	143 486	406 311
2004	451 484	404 636	413 827	495 897	799 497
2005	1 427 725	650 516	663 017	632 452	1 033 098
2006	1 607 019	1 238 285	1 254 966	1 329 502	1 905 253
2007	2 805 023	2 766 320	2 790 684	2 776 537	3 568 385
2008	6 518 966	7 070 547	7 104 617	7 596 105	9 038 497
<b>Total</b>	<b>13 483 011</b>	<b>12 717 965</b>	<b>12 765 463</b>	<b>14 037 044</b>	<b>16 197 783</b>

*Comparison of estimated and observed reserves*

The complex model was then applied to the Legal Protection branch. This has several specificities including the addition of several dynamic features related to the dispute that must be predicted during step 1, such as the level of jurisdiction or the position of the insured within the case. Importantly, total cost variations sequences are not available for this branch due to a change in the way this data has been processed in the business for this branch over the years. The complex model here fails to provide

accurate reserves and the compensation effect is no longer present. This confirms in particular that the presence of the variation of the total cost is essential for the proper functioning of the complex model. However, this branch presents some non-negligible irregularities in its development since the Chain-Ladder method does not offer more convincing results.

### **Conclusion and opening**

Finally, we established a deep neural network model based on recurrent layers by adopting good implementation practices. The comparison of its performance with that of a Random Forest and an MLP has highlighted the contribution of this type of neurons. However, step 2 of the complex model has a strong bias in the accuracy of the estimated amounts. This shortcoming can be compensated by the more convincing results of step 1 when the sequences of settlements and total cost variations are associated, thus making it possible to obtain reserves that are accurate as a whole to the detriment of the consistency of the rate of payments. This therefore partially reduces the strength of reserving at an individual grid level. The complex model could however be used as a second opinion after the Chain-Ladder method when the branch offers optimal conditions for its operation.

The techniques related to Data Science do not yet seem to be able to replace the Chain-Ladder in its position as a reference method. The results are nevertheless encouraging and there is no doubt that these methods will become increasingly important in the reserving field. The development of tools to assist their interpretation such as SHAP could demystify their "black box" effect. Managing unstructured data such as claims handler comments as well as photos of claims – which inherently contain critical information – could also allow these methods to stand out in the future.

## Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier Virginie SALAUN, directrice de la Direction de la Solvabilité et de l'Actuariat pour m'avoir permis d'évoluer au sein de ses équipes au cours de mon alternance chez PACIFICA.

Je remercie également Anaïs BELABED, Pierre BERTHOU et Valéry CAUSSARIEU pour m'avoir particulièrement suivi durant mon mémoire mais également tout au long de mon année d'alternance. Leurs conseils et leur bienveillance ont été d'une aide précieuse pour la réalisation des travaux de ce mémoire.

Plus généralement, je remercie l'ensemble des personnes de la Direction de la Solvabilité et de l'Actuariat qui auront contribué à maintenir une ambiance dans laquelle il fut agréable de travailler.

Je souhaite adresser mes remerciements à Nicolas BOUSQUET, mon encadrant académique avec lequel nos échanges furent constructifs quant à la structure de ce mémoire. Je remercie également l'ensemble de l'équipe pédagogique de l'ISUP pour les enseignements délivrés au cours de ces trois années. Plus généralement, je remercie l'ensemble des professeurs que j'ai pu avoir depuis mon enfance.

Enfin, j'ai une pensée toute particulière pour l'ensemble de mes proches qui m'ont toujours accompagné et soutenu dans l'ensemble de mes projets, et qui font la personne que je suis aujourd'hui.

## Table des matières

Résumé.....	3
Abstract .....	4
Note de synthèse.....	5
Executive summary .....	10
Remerciements .....	15
Introduction.....	19
1 – Contexte .....	21
1.1 – Le provisionnement en assurance non-vie.....	21
1.1.1 – Vie d’un sinistre.....	21
1.1.2 – Les provisions techniques.....	23
1.1.3 – Règlementation .....	25
1.2 – Etat de l’art du provisionnement .....	27
1.2.1 – Représentation et notations usuelles .....	27
1.2.2 – Le <i>Chain Ladder</i> comme référence.....	28
1.2.3 – La <i>Data Science</i> comme concurrent émergeant .....	32
1.3 – Objectifs de ce mémoire .....	34
2 – Environnement de l’étude.....	36
2.1 – Définition des branches de garantie .....	36
2.1.1 – Responsabilité Civile Vie Privée.....	36
2.1.2 – Protection Juridique .....	37
2.2 – Présentation et retraitement des données.....	38
2.2.1 – Liste des variables utilisées .....	38
2.2.2 – Retraitement des variables .....	42
2.2.3 – Volume de données.....	44
2.3 – Outils de programmation .....	44
3 – Processus de modélisation .....	45
3.1 – Description des étapes de modélisation .....	45
3.1.1 – Etape 1 : prédiction de l’état global du sinistre .....	45
3.1.2 – Etape 2 : prédiction des montants .....	48
3.1.3 – Itérations .....	50
3.2 – Méthodes d’apprentissage et d’évaluation des performances .....	51
3.2.1 – Triangles inclus .....	51
3.2.2 – Décomposition des données d’apprentissage .....	52
3.3 – Algorithmes utilisés .....	54

4 –	Formalisation et présentation des modèles.....	55
4.1 –	<i>Random Forests</i> .....	55
4.1.1 –	De l'arbre solitaire... ..	55
4.1.2 –	... à la forêt aléatoire .....	58
4.2 –	Perceptron Multi-Couches .....	59
4.2.1 –	Du neurone artificiel au réseau de neurones.....	60
4.2.2 –	Rétropropagation et descente de gradient.....	62
4.2.3 –	Hyperparamètres et autres composantes.....	64
4.3 –	Modèle profond et complexe.....	68
4.3.1 –	GRU : le neurone à mémoire .....	69
4.3.2 –	Couche <i>embedding</i> .....	71
5 –	Modélisation sur la branche Responsabilité Civile Vie Privée.....	73
5.1 –	Analyse exploratoire des données .....	73
5.1.1 –	Dépendance des variables dans le cadre de la 1 <sup>ère</sup> étape .....	73
5.1.2 –	Dépendance des variables dans le cadre de la 2 <sup>ème</sup> étape .....	76
5.1.3 –	Corrélation des variables quantitatives.....	78
5.2 –	Implémentation des modèles.....	80
5.2.1 –	Modèle complexe .....	80
5.2.2 –	Perceptron Multi-Couches .....	83
5.2.3 –	<i>Random Forests</i> .....	84
5.3 –	Comparaison des performances et choix du meilleur modèle .....	86
5.3.1 –	Performances lors de l'étape 1.....	86
5.3.2 –	Performances lors de l'étape 2.....	89
5.4 –	Résultats du modèle complexe .....	91
5.4.1 –	Confrontation aux données observés .....	91
5.4.2 –	Confrontation avec la méthode <i>Mack-Chain-Ladder</i> .....	95
5.4.3 –	Modèle complexe sur l'ensemble de l'historique .....	98
5.5 –	Interprétabilité du modèle complexe .....	101
6 –	Modélisation sur la branche Protection Juridique .....	105
6.1 –	Analyse exploratoire des données .....	105
6.2 –	Implémentation du modèle complexe .....	106
6.3 –	Résultats du modèle complexe .....	107
6.3.1 –	Confrontation aux données observées .....	107
6.3.2 –	Confrontation avec la méthode <i>Chain-Ladder</i> .....	111
6.4 –	Interprétabilité du modèle complexe .....	112
Conclusion .....		115

Références bibliographiques .....	117
Annexe A – Tableau récapitulatif de la validation-croisée de l'étape 2 lors de l'implémentation de la forêt aléatoire.....	119
Annexe B – Suivi des courbes d'apprentissage du <i>MLP</i> .....	120
Annexe C – Ajustement de lois normales sur les réserves estimées par le modèle complexe.....	121

## Introduction

De par leur activité, les sociétés d'assurance ne connaissent pas à l'avance le montant exact des engagements qu'elles prennent envers leurs assurés. Elles ont le devoir d'estimer cette somme afin de pouvoir pallier aux indemnisations futures qu'elles vont devoir verser. Cette pratique se nomme le provisionnement. L'objectif est alors d'évaluer avec le plus de précision possible ce montant afin de pouvoir tenir ses engagements tout en ne bloquant pas des fonds de façon excessive. Pour l'atteindre, des méthodes statistiques sont utilisées par les actuaires chargés de cette mission.

Parmi ces méthodes statistiques se situe la référence dans ce domaine nommée *Chain-Ladder*. Cette technique possède bien des avantages puisqu'elle offre non simplement une interprétabilité suffisante mais également une simplicité d'application idoine. Bien que plutôt ancien, le *Chain-Ladder* est encore aujourd'hui une pratique profondément ancrée au sein du secteur assurantiel grâce à une certaine robustesse. Pourtant, cette méthode possède aussi de défauts. En effet, cette méthode est basée sur un principe d'agrégation des sinistres, engendrant inexorablement une perte d'information importante propre à chacun d'entre eux de façon individuelle.

Dans le même temps, le concept d'Intelligence Artificielle s'est grandement développé depuis le début du XXI<sup>e</sup> siècle. La collecte de plus en plus massive des données dans l'ère du *Big Data* ainsi que l'amélioration continue des ordinateurs permettent aujourd'hui à la *Data Science* de s'inviter dans tout type de secteurs, allant du marketing jusqu'au domaine médical en passant par le sport. Les modèles associés sont souvent prometteurs mais peuvent parfois souffrir de la durée d'exécution des algorithmes due au contexte du *Big Data* et d'un certain manque d'interprétabilité.

Les assureurs comptent parmi les entreprises possédant un volume de données important. Pour autant, la *Data Science* n'est encore que très peu utilisée dans les pratiques actuarielles, la faute notamment au manque d'interprétabilité de certains algorithmes rendant leur utilisation délicate dès lors que les assureurs ont l'obligation de pouvoir expliquer de façon précise les résultats obtenus. Son utilisation dans les équipes de tarification commence toutefois à émerger.

Dans le cadre du provisionnement, l'emploi des modèles de *Machine Learning* et surtout de *Deep Learning* est un sujet de recherche très actif en ce moment. En effet, ils pourraient permettre idéalement de pouvoir concurrencer le *Chain-Ladder* en proposant un provisionnement réalisé pour chacun des sinistres de façon individuelle. Toutes les informations à disposition concernant les sinistres seraient alors utilisées, par opposition au principe d'agrégation de la méthode de référence.

Dans ce contexte, l'objectif de ce mémoire est de proposer un modèle de réseau de neurones profond innovant capable de prendre en compte des dépendances temporelles afin de prédire les réserves à la maille individuelle avec précision dans le cadre de la pratique du provisionnement. Nous chercherons également à proposer une solution aux contraintes liées au *Big Data* et au *Deep Learning*, à savoir le temps d'exécution et l'interprétabilité des modèles. La problématique est donc triple : construire un modèle de *Deep Learning* capable de prédire les réserves avec précision tout en apportant une réponse à l'effet « boîte noire » des réseaux de neurones et en conservant des durées d'exécution raisonnables d'un point de vue opérationnel.

Afin de résoudre cette problématique, nous établirons d'abord les fondamentaux du provisionnement en assurance non-vie puis nous effectuerons un état de l'art du provisionnement ainsi qu'une revue de la littérature sur les recherches actuelles. Nous décrirons ensuite le principe des deux branches qui serviront à l'application de notre modèle ainsi que les données et l'interface de programmation à disposition. Par la suite, nous détaillerons le processus de modélisation retenu avant d'effectuer une

présentation théorique des éléments composant les algorithmes utilisés. Enfin, nous appliquerons notre modèle construit aux branches Responsabilité Civile Vie Privée et Protection Juridique. Nous comparerons notamment les performances de notre modèle de *Deep Learning* à des modèles plus simples et interprétables avant de le confronter à la méthode de référence, le *Chain-Ladder*.

## 1 – Contexte

Le provisionnement est un sujet crucial pour les assureurs. Il convient en premier lieu d'en définir les concepts et les fondamentaux afin de saisir l'ensemble des enjeux que comportent cette pratique. Nous introduirons tout d'abord les notions liées au provisionnement en assurance non-vie avant d'établir un état de l'art des méthodes de *reserving*. Enfin, nous détaillerons les objectifs des travaux liés à ce mémoire.

### 1.1 – Le provisionnement en assurance non-vie

Le provisionnement est défini par la somme à mettre de côté afin de pouvoir pallier aux engagements probables futurs. Ainsi, ce domaine est relatif à l'indemnisation et au développement de chacun des sinistres. Ces derniers comportent des événements au cours de leur vie que nous listerons et qui sont susceptibles d'impacter leur évolution. De même, il existe différents types de provisions en assurance non-vie que nous énumérerons ensuite. Pour finir, nous établirons une revue des cadres réglementaires entourant la problématique du provisionnement.

#### 1.1.1 – Vie d'un sinistre

L'activité même d'une société d'assurance présente une différence majeure avec la plupart des entreprises. En temps normal, ces dernières proposent un produit aux clients dont elles connaissent le coup de production et établissent le prix de vente en conséquence. Dans le secteur assurantiel en revanche, un produit est proposé à la vente alors qu'une incertitude plane sur le montant que devra payer l'entreprise qui n'est défini que plus tard en fonction de la réalisation ou non d'un événement. Nous parlons alors d'inversion du cycle de production.

Dans ce dernier cas, l'événement en question est appelé un sinistre. Si celui-ci se réalise, alors la compagnie d'assurance doit indemniser l'assuré à hauteur suffisante afin de réparer le préjudice subi si celui-ci figure parmi les garanties souscrites à la signature du contrat d'assurance. Cependant, l'évolution de cette indemnisation peut s'avérer ardue en fonction de la nature du sinistre. En effet, le déroulement de la gestion d'un sinistre est défini par plusieurs caractéristiques, et les assimiler est primordial pour une bonne compréhension du sujet.

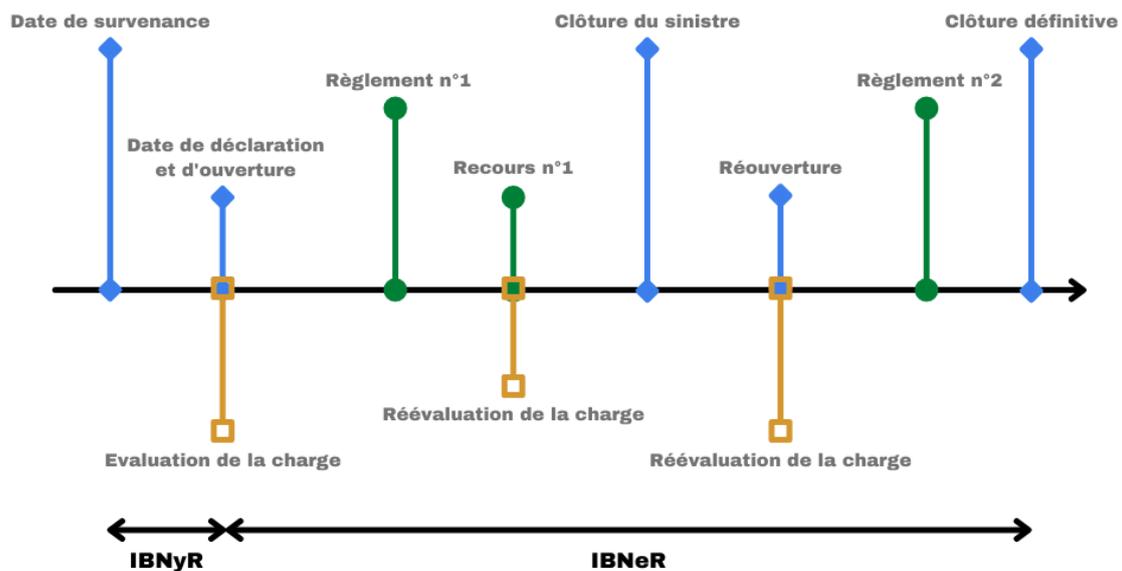


Figure 1.1 - Différentes étapes de la vie d'un sinistre

Tout d'abord, un sinistre est caractérisé par sa date de survenance qui correspond à la date à laquelle le sinistre se produit. Celui-ci est ensuite le plus souvent rattaché à son **année de survenance** car la comptabilité est réalisée par exercice de survenance en assurance non-vie. Cela aura notamment un impact sur le provisionnement, que nous détaillerons dans les parties suivantes. À la date de survenance, l'assureur n'a pas toujours connaissance du sinistre qui peut éventuellement être déclaré plus tardivement pour certaines branches.

Suite à la survenance du sinistre, l'assuré le déclare à son assureur qui en prend alors connaissance. Cette date est donc égale ou postérieure à celle de la date de survenance. Il s'agit de la date de déclaration ou **date d'ouverture**. L'assureur ouvre alors un dossier et les informations concernant le sinistre sont intégrées au système d'information de l'entreprise. En fonction de celles-ci, il est décidé ensuite si la plainte est recevable ou si elle sera classée sans suite.

À l'aide des informations reçues, le gestionnaire de sinistre établit le coût total estimé du sinistre, ou en d'autres termes sa **charge**. Cependant, cette estimation peut fluctuer au cours de la vie du sinistre lorsque de nouvelles informations sont disponibles. À titre d'exemple, cela pourrait être le cas suite à un accident lors duquel une victime n'est d'abord blessée que légèrement avant que son état ne s'aggrave dans les jours qui suivent. La charge serait alors inévitablement revue à la hausse.

Afin d'indemniser la victime, la société d'assurance verse un ou plusieurs **règlements** – que nous qualifierons aussi indifféremment de **paiements** – en fonction de la nature du sinistre. En effet, ces règlements peuvent se présenter sous une forme unique ou sous plusieurs paiements répartis sur une durée potentiellement plus longue.

Certains sinistres complexes sont suivis sur plusieurs années après sa date de survenance. Durant ces années, différentes évolutions peuvent avoir lieu telles que des règlements ou des variations de charge. Ces années de suivi sont dénommées comme des **années de développement**.

De plus, il est également possible pour l'assureur de percevoir des sommes relatives à un sinistre. C'est notamment le cas dans le domaine de la Responsabilité Civile. Ainsi, si un tiers cause un dommage à

l'assuré, l'assureur indemnise d'abord son assuré avant d'exercer son droit de subrogation et de se retourner contre le tiers afin d'exiger le remboursement de la somme en jeu. Nous parlerons dans ce cas de **recours**.

Enfin, lorsque le dossier est stabilisé et que l'ensemble des règlements et des recours ont été effectués, le gestionnaire procède à la **clôture** du sinistre. À cet instant, la somme des règlements et des recours doit correspondre à la charge finale du sinistre. Cela ne signifie pas toujours qu'aucun règlement lié au sinistre n'aura lieu dans le futur. En effet, dans une petite minorité des cas, la charge peut à nouveau évoluer en fonction des nouvelles informations. L'assureur procède alors à une **réouverture** du dossier jusqu'à ce que celui-ci soit définitivement réglé.

La Figure 1.1 représente toutes les différentes étapes que peut subir un sinistre au cours de sa vie. Cet exemple a pour objectif d'expliquer les différentes notions en les illustrant. Nous précisons toutefois qu'un sinistre comportant autant d'événements tel qu'illustré ici reste relativement rare.

### 1.1.2 – Les provisions techniques

Dans l'objectif de pouvoir honorer l'ensemble de ses engagements, une société d'assurance est tenue de constituer des provisions. Cela signifie que l'assureur immobilise une certaine somme d'argent afin de pallier à ses dépenses futures. La détermination de ce montant est un enjeu capital. En effet, des provisions techniques trop élevées assurent à l'assureur un certain confort dans sa capacité à tenir ses engagements, mais bloqueront des fonds qui auraient pu être investis dans d'autres domaines et qui de plus peuvent engendrer un impact fiscal non négligeable. À l'inverse, un montant trop faible au regard des dépenses futures expose l'assureur à ne pas pouvoir tenir ses engagements ainsi qu'à des sanctions de la part des superviseurs. Afin d'allier confortabilité et rentabilité, l'assureur a donc un intérêt certain à constituer ses provisions de la façon la plus précise.

Il existe plusieurs catégories de provisions techniques constituées séparément en assurance dommages. Chacune d'entre elles est destinée à couvrir un risque bien spécifique et les plus courantes sont listées ci-après.

- La **Provision pour Primes Non Acquises (PPNA)** sert à anticiper, pour chaque contrat dont la prime a été émise, la survenance potentielle d'un sinistre ainsi que les frais qui y sont associés. En pratique, elle évalue la part des primes émises ainsi que la part des primes restant à émettre correspondant à l'intervalle de temps situé entre la date de l'inventaire et la date de la prochaine échéance de la prime.
- La **Provision pour Risques en Cours (PREC)** est un complément de la PPNA. Celle-ci permet de pallier à une éventuelle dérive de la sinistralité et donc à des primes qui seraient insuffisantes.
- La **Provision pour Risques Croissants (PRC)** a pour objectif de couvrir les risques d'aggravation des sinistres de types maladie ou invalidité, pour les assureurs présentant ce type de garanties.
- La **Provision pour Egalisation (PE)** permet de faire face à des sinistres dont la charge serait exceptionnellement élevée. Les types de sinistres concernés sont très diversifiés. Nous pouvons par exemple citer les aléas naturels, les risques liés aux attentats ou encore au domaine de l'aviation.

- La **Provision pour Risque d'Exigibilité (PRE)** est destinée à se prémunir d'une variation à la baisse de la valeur du portefeuille d'actifs de l'assureur.
- La **Provision Mathématiques (PM)** sert à l'indemnisation en rentes des sinistres corporels graves dont l'assureur a la charge. Elle se calcule comme étant la somme des rentes futures actualisées pondérées par la probabilité de survie de la victime.
- La **Provision pour Sinistres A Payer (PSAP)** - aussi désignée sous l'appellation de « réserves » - correspond aux sommes restantes à verser de la part de l'assureur afin de liquider l'ensemble des sinistres survenus à la date de l'inventaire. En d'autres termes, il s'agit du montant restant à payer afin que chacun des assurés sinistrés soit complètement indemnisé, soit la charge diminuée de la somme des règlements.

Le montant de la PSAP représente le point crucial lors de la constitution des provisions techniques. En effet, c'est pour celle-ci que les volumes de provisions sont généralement les plus importantes. Les travaux effectués lors de ce mémoire se concentrent justement sur l'estimation de la PSAP.

La PSAP peut être décomposée en 3 ou 4 parties suivant si nous considérons la charge brute ou la charge nette de recours.

- Les **provisions dossier/dossier** sont constituées individuellement pour chaque sinistre et présentent deux composantes. La première est la charge brute de recours estimée par le gestionnaire. Les frais de procédure et d'expertise sont également inclus dans ce montant. La méthode d'estimation diffère selon la branche d'assurance concernée et les informations connues par l'assureur.  
Les **prévisions de recours** constituent la deuxième composante et sont à considérer seulement si nous cherchons à estimer la PSAP nette de recours. Elles correspondent aux sommes que l'entreprise pourraient récupérer lorsqu'elle indemnise d'avance son assuré pour les dommages subis bien que sa responsabilité ne soit pas engagée. Dans ce cas, l'assureur peut exercer son droit de subrogation pour effectuer un recours contre la compagnie adverse. Par différence entre ces deux composantes, nous obtenons la charge nette de recours.
- Les sinistres qualifiés de **tardifs** font référence aux sinistres étant survenus mais pas encore déclarés à l'assureur. Ce dernier se doit de constituer des provisions pour ces sinistres, souvent nommés par l'anglicisme ***Incurred But Not yet Reported (IBNyR)***.
- De la même manière, nous introduisons les sinistres dits ***Incurred But Not enough Reported (IBNeR)***. Ils correspondent à une aggravation ou à une amélioration d'un sinistre qui entraîne des variations de la charge estimée lorsque des nouvelles informations sont connues au cours de son développement. Ainsi, les provisions des sinistres ***IBNeR*** peuvent être positifs ou négatifs et servent à pallier la variation des sinistres déjà survenus. Par convention, les ***IBNeR*** et les ***IBNyR*** sont parfois regroupés sous le sigle ***IBNR***.

En pratique, la PSAP est toujours estimée nette de recours. Cependant, lorsque ces derniers possèdent un poids significatif, les prévisions de recours peuvent faire l'objet d'un traitement indépendant. Des

frais de gestion sont également ajoutés à la PSAP à titre de chargement. Aussi, nous concentrerons-nous lors de ce mémoire sur l'estimation de la PSAP brute, hors frais de gestion et de recours.

Ainsi, la PSAP peut être caractérisée par l'équation suivante :

$$PSAP_{brute} = prov_{d/a} + IBNyR + IBNeR$$

Puisqu'il s'agit du montant restant à payer afin d'indemniser totalement les assurés, nous avons également l'équation suivante :

$$Charge_{brute} = \sum Règlements_{brute} + PSAP_{brute}$$

Enfin, lorsque le sinistre est clos, nous obtenons que la somme des règlements est égale à la charge. C'est d'ailleurs en prédisant l'ensemble des règlements futurs que nous estimerons la PSAP dans le cadre de ce mémoire.

### 1.1.3 – Règlementation

La constitution des provisions techniques est obligatoire pour chaque société d'assurance. Son montant apparaît dans les passifs du bilan de l'entreprise. En revanche, sa nature diffère légèrement selon la règlementation considérée.

#### **Comptes statutaires – Normes françaises**

Tout d'abord, à la fin de chaque exercice, l'assureur est tenu de présenter son bilan comptable. En normes comptables françaises, les valeurs des comptes sont inscrites en coût historique, c'est-à-dire sans actualisation. Elle permet de dresser une photographie des états financiers de l'entreprise à un instant donné. Ses normes et ses règlements sont décrits par l'Autorité des Normes Comptables.

Plus particulièrement, l'article 143-10 du règlement 2015-11 de l'ANC fixe les exigences concernant la PSAP. Celui-ci stipule notamment plusieurs règles en rapport avec son estimation.

- Elle doit être calculée exercice par exercice ;
- Son évaluation est effectuée dossier par dossier ;
- Son montant brut et ses recours doivent être estimés par des méthodes statistiques pertinentes.

Les articles 143-11 et de 143-12 à 143-16 du même règlement font respectivement référence à l'évaluation des frais de gestion et aux branches d'activité pour lesquelles des cas particuliers s'appliquent. Etant donné que nous considérons ici une PSAP hors frais de gestion et que nous travaillerons sur les branches de Responsabilité Civile Non Auto et Protection Juridique, nous ne détaillerons pas le contenu de ces articles.

De plus, l'article R331-1 du Code des assurances impose d'appliquer une marge de prudence à l'estimation de la PSAP. Toutefois, si cette marge de prudence est trop importante et engendre un sur-provisionnement excessif, cela peut avoir un impact fiscal sur l'entreprise.

#### **Solvabilité 2**

La norme Solvabilité 2 est entrée en vigueur le 1<sup>er</sup> janvier 2016. Celle-ci est construite sur 3 piliers que sont l'exigence en capital, la gouvernance et le *reporting* au régulateur. Nous allons nous intéresser au premier d'entre eux. A la différence des comptes sociaux français, celui-ci exige notamment que les flux soient inscrits à leur « juste valeur » économique.

Les provisions techniques n'échappent pas à ce principe. En effet, ceux-ci sont estimés selon une approche dite *Best Estimate*. Ce montant correspond à l'estimation probabiliste de l'espérance des flux futurs sortants auxquels sont soustraits l'espérance des flux futurs entrants. Ces flux sont actualisés selon la courbe des taux sans risque fournie par l'EIOPA.

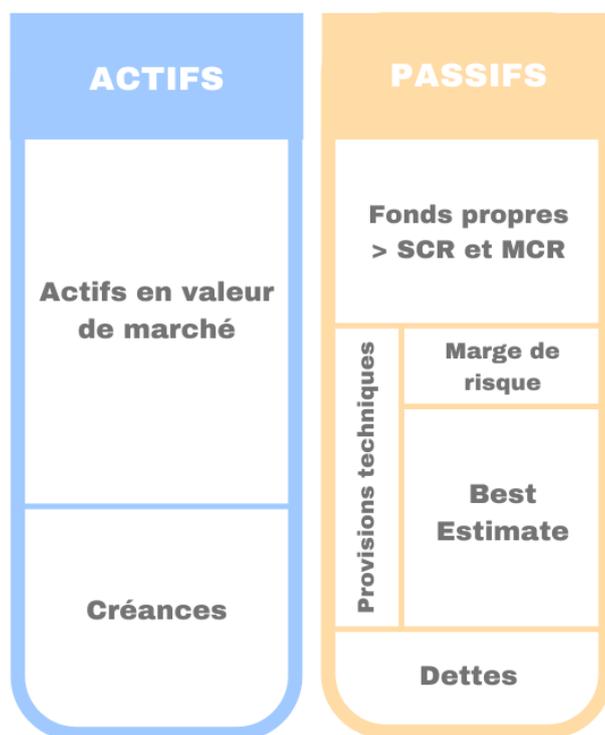


Figure 1.2 - Bilan simplifié dans le cadre Solvabilité 2

Une marge de risque est ajoutée séparément de l'estimation des provisions. Elle est issue de la méthode coût du capital et nécessite la projection des *SCR*<sup>1</sup> futurs. Sa valeur est égale à 6% de la valeur actuelle de ces derniers.

Ainsi, le bilan Solvabilité 2 – dont la Figure 1.2 représente un schéma simplifié – diffère de celui des comptes sociaux, puisqu'il intègre notamment des exigences pour les assureurs comme la nécessité de constituer des certaines réserves de fonds propres. Cependant, il est intéressant de noter que dans le cadre réglementaire Solvabilité 2, il est également impératif d'estimer la PSAP au plus juste afin de disposer des *Best Estimate*.

De cette façon, en se plaçant dans chacun des deux cadres réglementaires, l'estimation de la PSAP – qui représente, rappelons-le, le principal montant des provisions techniques en assurance non-vie –

<sup>1</sup> *Solvency Capital Requirement* : capital requis afin que l'assureur puisse faire face à ses engagements à horizon d'un an avec une probabilité de 99,5%.

est primordiale. Différentes méthodes statistiques existent afin de parvenir à cet objectif. Certaines sont des références, d'autres sont émergentes.

## 1.2 – Etat de l'art du provisionnement

La constitution de réserves adéquates est un sujet qui n'est pas récent. De ce fait et bien qu'anciennes, certaines méthodes statistiques sont bien ancrées dans les pratiques actuarielles au sein des compagnies d'assurance. Cependant, d'autres techniques liées à l'avènement de la *Data Science* attirent un intérêt grandissant à leur égard.

### 1.2.1 – Représentation et notations usuelles

Le provisionnement est réalisé lors de l'inventaire qui consiste à recenser l'ensemble des immobilisations financières et corporelles à la fin d'un exercice comptable. Leur calcul est la plupart du temps effectué à partir de triangles de développement. Ils permettent généralement de visualiser des informations de sinistralité agrégées sur le développement des sinistres suivant 2 axes : l'année de survenance et l'année de développement. Ces informations peuvent être de différentes natures telles que des nombres de paiements, des paiements incrémentaux, des paiements cumulés ou encore des taux de clôture.

Il convient tout d'abord pour cette section d'introduire quelques notations qui seront utilisées au cours de ce mémoire.

- $n$  : nombre d'années avant liquidation complète des sinistres ;
- $i \in \llbracket 0, I \rrbracket$  : année de survenance ;
- $j \in \llbracket 0, J \rrbracket$  : année de développement ;
- $P_{i,j}$  : somme des paiements réglés durant l'année de développement  $j$  pour les sinistres survenus durant l'année  $i$  ;
- $C_{i,j}$  : somme des paiements cumulés réglés depuis l'année de développement 0 jusqu'à  $j$  pour les sinistres survenus durant l'année  $i$  ;
- $R_i$  : réserves (PSAP) à constituer pour les sinistres survenus durant l'année  $i$ .

Nous avons donc naturellement la relation suivante entre les paiements cumulés et les paiements incrémentaux :

$$C_{i,j} = \sum_{k=0}^j P_{i,k}$$

Dans l'ensemble de la section 1.2, nous nous placerons dans le cas simplifié dans lequel nous disposons de suffisamment d'années d'historique afin que l'ensemble des sinistres soient liquidés. De cette façon, nous avons la relation suivante :  $I = J = n$ .

		Année de développement						
		0	1	...	j	...	n	Réserves
Année de survenance	0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	...	$C_{0,j}$	...	$C_{0,n}$	0
	1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	...	$C_{1,j}$	...	$\hat{C}_{1,n}$	$\hat{R}_1 = \hat{C}_{1,n} - C_{1,n-1}$
	...	...	...	...	...	...	...	...
	i	$C_{i,0}$	$C_{i,1}$	...	$\hat{C}_{i,j}$	...	$\hat{C}_{i,n}$	$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,j-1}$
	...	...	...	...	...	...	...	...
	n	$C_{n,0}$	$\hat{C}_{n,1}$	...	$\hat{C}_{n,j}$	...	$\hat{C}_{n,n}$	$\hat{R}_n = \hat{C}_{n,n} - C_{n,0}$

Figure 1.3 - Triangles de développement des paiements cumulés

Les triangles de développement sont divisés en deux parties : le triangle supérieur et le triangle inférieur. Le premier représente l'ensemble des informations connues à la date de l'inventaire, c'est-à-dire lorsque  $i + j < n + 1$ . Le second correspond aux informations que nous cherchons à estimer. La Figure 1.3 illustre un triangle de liquidation des paiements cumulés. L'objectif est alors d'estimer les paiements cumulés du triangle inférieur afin de constituer la PSAP par année de survenance. Rappelons que celle-ci correspond à la somme restante à payer afin de liquider l'ensemble des sinistres. Ainsi, en estimant le montant des paiements cumulés à l'ultime, c'est-à-dire à l'année de développement  $n$ , il ne reste plus qu'à soustraire le dernier paiement cumulé connu pour obtenir une estimation des réserves.

De ce fait, nous avons la formule suivante pour l'estimation de la PSAP :

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i}$$

Ces estimateurs doivent être calculés par des méthodes statistiques robustes parmi lesquelles le *Chain-Ladder* est la figure de proue.

### 1.2.2 – Le Chain Ladder comme référence

#### Méthode déterministe

La méthode de *Chain-Ladder* est une référence dans le monde de l'actuariat. Bien que son existence remonte aux années 1930, elle est toujours aujourd'hui la méthode de provisionnement la plus utilisée au sein des compagnies d'assurance. En effet, son interprétabilité, sa facilité d'application, son adaptabilité et sa précision sont des atouts qui en font une des techniques de premier choix pour la réalisation du provisionnement.

Le *Chain-Ladder* est une méthode déterministe qui se base sur les triangles de développement. Elle repose sur des facteurs de développement permettant l'extrapolation du triangle inférieur à partir des informations présentes dans le triangle supérieur. De plus, cette méthode implique l'hypothèse que les sinistres se développent de façon similaire en moyenne. En d'autres termes, les années de survenance sont indépendantes entre elles.

Nous formaliserons mathématiquement la méthode en prenant en considération les paiements cumulés  $C_{i,j}$ . Cependant, le *Chain-Ladder* peut également être utilisé pour des triangles de paiements incrémentaux, de taux de clôture, de nombre de paiements ou encore de coûts moyens.

**Hypothèse 1 :** Toutes les années de survénance sont indépendantes.

**Hypothèse 2 :** Existence de facteurs de développement (aussi appelés coefficients de passage) :

$$\forall i \in \llbracket 0, n \rrbracket, \forall j \in \llbracket 0, n - 1 \rrbracket, \exists \lambda_{i,j} \text{ tel que } C_{i,j+1} = \lambda_{i,j} C_{i,j}$$

Or, selon l'hypothèse 1, les années de survénance sont indépendantes dont le facteur de développement est indépendant de l'année de survénance  $i$ .

On a donc :

$$\lambda_j = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}, \quad j = 0, \dots, n - 1$$

Un estimateur du facteur de développement est donné par la formule suivante :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}, \quad j = 0, \dots, n - 1$$

Une fois que les coefficients de passage sont calculés, il ne reste plus qu'à estimer itérativement les paiements cumulés au sein du triangle inférieur jusqu'à l'ultime de la façon suivante :

$$\hat{C}_{i,k} = C_{i,n-i} \times \prod_{l=n-i}^{k-1} \hat{\lambda}_l$$

Ainsi, les paiements cumulés à l'ultime peuvent s'exprimer de la façon suivante :

$$\hat{C}_{i,n} = C_{i,n-i} \times \prod_{k=n-i}^{n-1} \hat{\lambda}_k$$

	0	1	2	3	Réserves
0	1 000	1 200	1 250	1 260	0
1	1 100	1 350	1 375	1 386	11
2	1 300	1 600	1 647	1 660	60
3	1 450	1 770	1 822	1 836	386

× 1,22      × 1,03      × 1,01

Facteurs de développements

Figure 1.4 - Exemple simplifié d'une estimation par la méthode Chain-Ladder

Les réserves par année de survénance peuvent ensuite être constituées en soustrayant les derniers paiements cumulés observés à la date de l'inventaire. La Figure 1.4 illustre un exemple fictif et simplifié de la méthode *Chain-Ladder* dans lequel les sinistres seraient entièrement liquidés après 4 années de développement.

### Méthode stochastique

Des méthodes stochastiques existent également et permettent notamment de caractériser l'incertitude autour de l'estimation des provisions. La plus répandue d'entre elles est la méthode de Mack établie en 1993. Elle peut être vue comme une extension du *Chain-Ladder* dans la mesure où elle reprend ses hypothèses mais en se plaçant ici dans un cadre dans lequel les paiements  $C_{i,j}$  sont des

variables aléatoires. Cela permet ainsi d'établir une marge d'erreur et de construire un intervalle de confiance autour du calcul des provisions. L'estimation de la volatilité des provisions est intéressante puisqu'elle permet d'ajuster leur montant en rapport avec la prudence souhaitée.

Afin de formaliser le modèle de Mack, il convient d'abord de redéfinir les hypothèses précédentes dans un cadre stochastique.

**Hypothèse 1 :** Les paiements cumulés sont indépendants lorsque les années de survenance sont différentes :

$$C_{i,j} \perp C_{l,j} \quad , \quad \forall i, l, j \in \llbracket 0, n \rrbracket \quad , \quad i \neq l$$

**Hypothèse 2 :** Existence de facteurs de développement indépendants de l'année de survenance (aussi appelés coefficients de passage) :

$$\forall i \in \llbracket 0, n \rrbracket, \forall j \in \llbracket 0, n - 1 \rrbracket, \exists \lambda_j \text{ tel que } \mathbb{E}[C_{i,j+1} | C_{i,j}, \dots, C_{i,0}] = \lambda_j C_{i,j}$$

Ainsi, nous obtenons avec la méthode de Mack le même estimateur des facteurs de développement que celui du *Chain-Ladder* qui est par ailleurs non biaisé :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \quad , \quad j = 0, \dots, n - 1$$

La méthode de Mack implique une troisième hypothèse, en supplément des deux premières qui ne sont que des reformulations de celles établies pour le *Chain-Ladder* avec une vision stochastique.

**Hypothèse 3 :** Existence de facteurs de variations :

$$\forall i \in \llbracket 0, n \rrbracket, \forall j \in \llbracket 0, n - 1 \rrbracket, \exists \sigma_j \text{ tel que } \text{Var}(C_{i,j+1} | C_{i,j}, \dots, C_{i,0}) = \text{Var}(C_{i,j+1} | C_{i,j}) = \sigma_j^2 C_{i,j}$$

Un estimateur du paramètre  $\sigma_j^2$  est proposé par la formule suivante :

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{\lambda}_j \right)^2 \quad , \quad 0 \leq j \leq n - 2 \\ \sigma_{n-1}^2 = \min \left( \frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-3}^2}, \min(\hat{\sigma}_{n-3}^2, \hat{\sigma}_{n-2}^2) \right) \quad , \quad j = n - 1 \end{cases}$$

Ces estimateurs permettent de construire l'erreur quadratique moyenne de prédiction (*MSEP* pour *mean squared error*) du modèle pour chacune des réserves estimées par année de survenance. Son calcul est traduit par la formule suivante :

$$\widehat{MSEP}(\hat{R}_i) = \hat{C}_{i,n}^2 \sum_{j=n-i}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2} \left( \frac{1}{\tilde{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=0}^{n-j-1} C_{k,j}} \right)$$

$$\text{Où : } \tilde{C}_{i,j} = \begin{cases} C_{i,j} \quad , \quad j = n - i \\ \hat{C}_{i,j} \quad , \quad j > n - i \end{cases}$$

Il est également possible de déterminer l'erreur quadratique moyenne pour l'ensemble des provisions estimées. En revanche, il ne suffit pas de sommer l'erreur de chacun des  $R_i$  puisqu'il faut tenir compte d'une corrélation entre eux car ils sont estimés à partir des mêmes coefficients de passage :

$$\widehat{MSEP}(\hat{R}) = \sum_{i=1}^n \left[ \widehat{MSEP}(\hat{R}_i) + \hat{C}_{i,n} \left( \sum_{k=i+1}^n \hat{C}_{k,n} \right) \sum_{j=n-i}^{n-1} \frac{2 \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2}}{\sum_{l=0}^{n-j-1} C_{l,j}} \right]$$

Ces formulations de l'erreur permettent à leur tour de construire un intervalle de confiance autour des réserves estimées. Pour cela, il faut cependant supposer une loi de distribution des provisions. La loi la plus couramment utilisée est la loi Normale de moyenne  $R_i$  et d'écart-type  $\sqrt{\widehat{MSEP}(R_i)}$ , bien que la loi log-normale soit parfois plus appropriée. En injectant les estimateurs des provisions et de l'erreur quadratique moyenne, nous obtenons un intervalle de confiance de risque  $\alpha$  :

$$IC_{1-\alpha} = \left[ \hat{R}_i - q_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\widehat{MSEP}(\hat{R}_i)}; \hat{R}_i + q_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\widehat{MSEP}(\hat{R}_i)} \right]$$

Où  $q_{1-\frac{\alpha}{2}}$  est le quantile d'ordre  $1 - \frac{\alpha}{2}$  de la loi Normale centrée-réduite.

Cet intervalle de confiance est également valable pour les réserves totales.

### Validation des hypothèses

La méthode *Chain-Ladder* et la méthode de Mack, que nous nommerons par extension *Mack-Chain-Ladder*, reposent sur des hypothèses importantes qu'il faut respecter pour s'assurer des résultats probants.

En pratique, les hypothèses relatives au *Chain-Ladder* sont le plus souvent vérifiées en affichant graphiquement les couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  pour  $j$  fixé. Si leur alignement forme approximativement une droite passant par l'origine, alors l'application de la méthode est valide.

En ce qui concerne l'hypothèse ajoutée par la méthode *Mack-Chain-Ladder*, sa vérification consiste à afficher graphiquement les résidus du modèle pour  $j$  fixé, les résidus étant définis par la formule suivante :

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{C_{i,j+1} - \hat{\lambda}_j C_{i,j}}{\sigma_j \sqrt{C_{i,j}}}$$

Leur disposition ne doit laisser apparaître aucune structure particulière afin que l'hypothèse soit validée.

Toutefois les hypothèses de ces modèles constituent leurs principales limites. Elles requièrent notamment que les sinistres appartenant au même triangle de liquidation soient suffisamment homogènes. C'est pourquoi les triangles de liquidation sont segmentés par produit et par garantie. De plus, une séparation est généralement réalisée entre les sinistres attritionnels, caractérisés par une fréquence élevée et un montant faible, et les sinistres graves, représentant un événement rare accompagné d'un coût élevé. Ainsi, des retraitements doivent être effectués par les actuaires afin d'aboutir à des résultats stables tels que le retrait d'exercices atypiques. Aussi, les méthodes basées sur le *Chain-Ladder* comportent-elles un effet de propagation de l'erreur puisque les montants sont estimés itérativement au sein du triangle inférieur. De cette manière, la marge d'erreur augmente lorsque nous estimons les années de survenance les plus récentes pour lesquelles nous ne disposons pas de beaucoup d'informations. Enfin, l'estimation du triangle inférieur repose sur une agrégation des sinistres entraînant irrémédiablement une perte d'information propre à chacun d'entre eux. C'est

ce dernier point que les nouvelles méthodes de provisionnement basée sur des techniques de *Machine Learning* tentent d'adresser et qui font l'objet de ce mémoire.

### **Autres méthodes de provisionnement**

Bien que le modèle *Mack-Chain-Ladder* soit la référence, de nombreuses autres méthodes existent. Parmi les méthodes déterministes les plus connues, nous pouvons par exemple citer celle publiée en 1972 par R. Bornhuetter et R. Ferguson qui est une dérivée du *Chain-Ladder* et qui permet d'introduire une donnée exogène supplémentaire telle que le *loss ratio*<sup>2</sup> afin de calculer les réserves. La méthode *Munich-Chain-Ladder*, elle, s'aide à la fois des triangles de règlements et de charges afin d'en améliorer leur convergence.

Ce mémoire a pour vocation de challenger les modèles références utilisées dans les compagnies d'assurance, à savoir le *Chain-Ladder* et par extension la méthode *Mack-Chain-Ladder*. De ce fait, nous redirigeons le lecteur intéressé par les deux méthodes citées précédemment vers leur article respectif [1] et [2].

### 1.2.3 – La *Data Science* comme concurrent émergent

#### **Généralités sur l'utilisation de l'Intelligence Artificielle**

Nous assistons ces dernières années à l'émergence du *Big Data* et de la *Data Science*. En effet, les entreprises de tout secteur collectent de plus en plus de données et les assureurs ne font pas exceptions. Cette importante masse de données, véritable source d'information sur les caractéristiques et les comportements des individus présents dans leur portefeuille, permet l'utilisation de plus en plus fréquente des algorithmes de *Machine Learning* et de *Deep Learning*.

Pour autant, ces algorithmes ne sont pas récents puisque dès les années 1950 le célèbre Alan Turing – pionnier de la confection des premiers ordinateurs – imagine ce qui sera plus tard considéré comme les fondations de l'Intelligence Artificielle [3]. D'abord vecteurs d'espoirs dans la concrétisation des rêves de conférer une réelle intelligence aux machines, les travaux autour du Perceptron – considéré comme le tout premier réseau de neurones – tombent en désuétude dans les années 1960 à la suite d'une succession d'échec en les appliquant à des tâches relativement simples. De plus, la puissance des machines de l'époque ne permettait pas de réaliser des travaux avec un grand nombre de données. C'est pourquoi les recherches autour du *Machine Learning* ont été alors mises pratiquement à l'arrêt pendant une vingtaine d'années. L'invention des arbres de décisions en 1984 par Leo Breiman [4] marque un tournant important dans l'histoire de l'Intelligence Artificielle. Avec une vision plus pragmatique que celle de ses prédécesseurs et en focalisant l'utilité de sa machine sur une tâche très particulière, sa publication entraîne un regain d'intérêt pour ce secteur.

Ce n'est finalement que depuis le début du XXI<sup>e</sup> siècle que la recherche autour du *Machine Learning* ainsi que du *Deep Learning* obtient de grandes avancées. Différents algorithmes fleurissent tour à tour au cours des années. Les années 2010 marquent véritablement l'avènement de ces méthodes, bien aidé par la puissance croissante des ordinateurs, la généralisation d'internet et l'ultra-connectivité planétaire permettant la collecte massive de données.

---

<sup>2</sup> *Loss ratio* : il s'agit du rapport entre la charge et la prime acquise.

Aujourd'hui, leurs applications sont nombreuses et leurs résultats très convaincants dans des secteurs variés, allant de la résolution de tâches simples à des tâches beaucoup plus complexes telles que la reconnaissance d'image et de textes. Parmi les exemples les plus parlants, les réseaux neuronaux sont utilisés dans le développement des voitures autonomes.

Malgré ses performances intéressantes, l'acceptation totale de l'apprentissage statistique se heurte encore à deux obstacles principaux. Le premier d'entre eux est paradoxal puisqu'il est lié au *Big Data*. En effet, si un grand nombre de données améliore sensiblement les résultats des algorithmes, il demande également une puissance de calcul toujours plus élevée. Ainsi, l'implémentation et l'apprentissage de certaines méthodes comportent un facteur temps qui peut être non négligeable. Le second obstacle concerne le manque d'interprétabilité de certains algorithmes. Il est parfois ardu de justifier les choix d'algorithmes agissant avec un effet « *Black Box* » tels que les réseaux de neurones pour lesquels l'inférence des variables dans le résultat est difficilement quantifiable.

### Utilisation de la *Data Science* pour le provisionnement

L'essor de la *Data Science* pousse les compagnies d'assurance à s'y intéresser de plus en plus. Son utilisation dans le domaine de la tarification est de plus en plus fréquente afin de compléter ou de surpasser les estimations données par les GLM. En ce qui concerne le provisionnement, les algorithmes de *Machine Learning* font l'objet de plus en plus d'intérêt dans la recherche actuarielle afin de challenger les méthodes de références telles que le *Chain-Ladder*. Ces techniques innovantes pourraient permettre de s'affranchir de certaines limites des méthodes traditionnelles. En effet, la démultiplication des données laisse espérer la possibilité d'un provisionnement à la maille individuelle en utilisant toutes les informations disponibles sur chacun des sinistres et des contrats correspondants.

Pour l'élaboration de ce mémoire, une revue de la littérature a été effectuée sur quelques-uns des articles les plus récents afin de pouvoir proposer une démarche innovante. Les publications du monde de la recherche actuarielle sont nombreuses ces dernières années. En 2017 paraît un article du groupe ASTIN, une communauté internationale regroupant des actuaires publiant régulièrement des travaux dans le domaine de l'assurance non-vie. Au sein de ce rapport [5], le groupe propose d'utiliser un *MLP* – la forme classique des réseaux de neurones – par année de développement en prédisant les paiements incrémentaux à la maille individuelle. L'idée est d'utiliser à la fois les paiements incrémentaux et la PSAP parmi les variables d'entrées. Cependant, la méthode *Chain-Ladder* conserve globalement des prédictions plus précises concernant les provisions totales lorsque les sinistres sont bien segmentés.

En 2018, Mario V. Wüthrich [6], très actif sur le sujet du provisionnement à l'aide du *Machine Learning*, pose les bases d'une estimation du nombre de paiements par sinistre à l'aide d'arbres de décisions. Cet article possède surtout un intérêt pédagogique puisque la méthodologie n'est pas appliquée jusqu'à la prédiction du montant des réserves.

Des approches plus originales ont également été proposées et se basent sur une vision agrégée des sinistres. C'est le cas par exemple de la proposition d'Andrea Gabrielli en 2019 [7], comportant dans un premier temps la calibration de deux modèles surdispersés de Poisson respectivement sur le nombre de paiements et sur leur montant. Ces deux modèles servent ensuite comme inputs d'un réseau de neurones. Bien que les résultats obtenus sur les réserves soient plutôt bons, la méthodologie a été appliquée sur des données simulées. C'est pourquoi il est important de nuancer les performances du modèle. L'année suivante, Eduardo Ramos-Pérez, Pablo J. Alonso-González et José Javier Núñez-Velázquez [8] présentent un modèle en 2 étages. Le premier étage est lui-même composé de 5

méthodes statistiques différentes dont le *Chain-Ladder*. Les sorties de ces 5 méthodes servent ensuite de variables d'entrée à un réseau de neurones afin de prédire les données du triangle inférieur.

Puisqu'il serait fastidieux de citer toutes les publications récentes sur le domaine, deux derniers articles retiendront particulièrement notre attention. Le premier est encore une fois l'œuvre de Mario V. Wüthrich accompagné cette fois par Lukasz Delong et Mathias Lindolm en 2020 [9]. Dans cet article, le trio propose une méthodologie très complète afin d'estimer les paiements incrémentaux à la maille individuelle pour les *IBNeR* mais également le montant agrégé des sinistres *IBNyR*. Le tout est disposé en 3 étapes pour chacune des deux types de provisions, avec un *MLP* à la baguette à chaque temps :

- ***IBNeR***
  1. Prédire à chaque pas de temps et pour chaque sinistre s'il y a eu paiement et si le sinistre est ouvert ou clos ;
  2. Si paiement il y a, prédire s'il s'agit effectivement d'un règlement ou d'un recours ;
  3. En prédire le montant.
- ***IBNyR***
  1. Prédire pour chaque case du triangle inférieur le nombre de sinistres *IBNyR* ;
  2. Parmi les *IBNyR* estimés à l'étape précédente, prédire le nombre d'entre eux qui ne souffriront d'aucun règlement ;
  3. Modéliser le montant des *IBNyR* non nuls.

Par ailleurs, Kevin Kuo propose en 2019 d'utiliser des réseaux de neurones dits récurrents afin d'estimer simultanément les paiements incrémentaux et les sommes restantes à payer à une maille agrégée [10]. Ce type de réseaux neuronaux d'une complexité supérieure aux MLP permet au modèle d'apprendre des tendances sur des séquences temporelles. Il s'agit ici en l'occurrence de la succession de paiements observés dans le triangle supérieur.

La méthodologie appliquée dans ce mémoire tire principalement son inspiration des deux derniers articles présentés, tout en adaptant le problème et les techniques utilisées aux données que nous avons à notre disposition.

Cette revue scientifique permet de retirer quelques hypothèses sur les performances du *Machine Learning* et du *Deep Learning* dans le cadre du provisionnement. Tout d'abord, la tendance forte semble être à l'utilisation des réseaux de neurones, lesquels sont réputés pour leur faculté à apprendre des dynamiques et des nuances plus fines. Ensuite, la valeur ajoutée par l'apprentissage statistique semble d'autant plus importante lorsque la branche concernée est à développement long. De la même manière, ces méthodes innovantes semblent *a priori* pouvoir mieux s'adapter à une légère hétérogénéité des sinistres ainsi qu'à une déformation de la structure du portefeuille. Toutefois, considérer que ces méthodes surpassent celle du *Chain-Ladder* semble être une vision assez optimiste à l'heure actuelle.

### 1.3 – Objectifs de ce mémoire

Au sein de ce mémoire, l'objectif est de mettre en place une méthodologie innovante afin de challenger les méthodes classiques liées au *Chain-Ladder* pour l'estimation de la PSAP brute. Nous tenterons d'atteindre un objectif ambitieux qui sera de modéliser les paiements incrémentaux pour chaque année de développement et pour chaque sinistre en utilisant des réseaux de neurones récurrents. Nous calibrerons également un MLP classique ainsi que l'algorithme des *Random Forests*

afin de mesurer la valeur ajoutée d'un modèle plus complexe. La masse importante de données disponibles dans les bases de PACIFICA permettent en effet de tirer parti des atouts des méthodes de *Machine Learning* et de *Deep Learning*. Nous utiliserons donc une multitude de données en rapport avec le sinistre, le contrat et l'assuré concerné. Ces données n'étant par définition disponibles que pour les sinistres déjà déclarés, nous nous focaliserons uniquement sur l'estimation des provisions liées aux sinistres *IBNeR*. De plus, cette étude se place dans le cadre d'une automatisation du processus de provisionnement. Nous comparerons donc nos résultats avec un *Chain-Ladder* qui n'aura pas subi de retraitement.

La méthode proposée sera d'abord développée sur la branche de la Responsabilité Civile Vie Privée avant d'être également appliquée sur le segment de la Protection Juridique. Cela permettra donc d'évaluer d'une certaine manière la stabilité du modèle.

Par ailleurs, nous essayerons de répondre au défi du temps de calibration des algorithmes en adaptant les méthodes par rapport à la masse d'informations à disposition et en réalisant certaines concessions dans la conception des modèles. Effectivement, un volume de données important peut engendrer des temps d'apprentissage voire de prédiction inadaptés à l'utilisation de telles méthodes en entreprise.

Enfin, nous apporterons une ouverture sur des solutions permettant une interprétation intéressante des algorithmes de *Deep Learning* à l'aide de la technique SHAP. Cette méthode est issue de la théorie des jeux et a été adaptée pour répondre à l'effet « *Black Box* » de certains modèles complexes.

## 2 – Environnement de l'étude

Cette partie a pour objectif de détailler les outils et informations à notre disposition ainsi que la méthodologie qui va être appliquée. Nous définirons d'abord les garanties telles que proposées chez PACIFICA en rapport avec les segments sur lesquels nous allons centrer les travaux, puis nous listerons les données utilisées. Enfin, nous expliciterons les différentes étapes de la modélisation des réserves avant d'indiquer les caractéristiques de l'environnement de programmation.

### 2.1 – Définition des branches de garantie

Tout d'abord, nous commencerons par aborder le fonctionnement de la branche Responsabilité Civile Vie Privée qui constituera notre principal support de recherche au cours de ce mémoire. Nous définirons ensuite les bénéficiaires de l'assurance Protection Juridique, laquelle permettra d'évaluer la stabilité de notre modèle.

#### 2.1.1 – Responsabilité Civile Vie Privée

La Responsabilité Civile (RC) est un domaine bien connu du grand public puisque sa souscription dans le cadre de la conduite de véhicules motorisés est obligatoire en France. Lorsque l'assuré provoque un accident de la route, il se doit de dédommager la victime pour les préjudices causés. Les montants en jeu peuvent parfois atteindre des sommes très importantes, notamment en cas d'atteinte corporelle grave. Dans ce dernier cas, il est fort probable que l'assuré ne soit pas en mesure de réparer ses torts. L'assurance Responsabilité Civile sert notamment à couvrir cette situation. L'assureur – bien plus solvable – est alors chargé d'indemniser la victime à la place de son assuré.

Toutefois, c'est la Responsabilité Civile Vie Privée des particuliers qui va ici nous intéresser. Celle-ci comporte des principes identiques à ceux énoncés pour la Responsabilité Civile automobile, mais concerne des dommages que l'assuré pourrait causer à des tiers en dehors de la conduite de véhicules motorisés. Contrairement à la RC Auto, la RC Vie Privée n'est pas obligatoire excepté dans le cadre d'un contrat Multirisques Habitation d'un locataire. Cependant, elle reste fortement conseillée afin de pallier à tout problème de solvabilité.

Cette garantie est le plus souvent associée aux contrats Multirisques Habitation (MRH), mais elle est également retrouvée en tant que produit à part entière pour les personnes âgées en résidence ou encore pour les personnes attendant la fin de la construction de leur logement avant d'aménager. Parfois appelée Responsabilité Civile « chef de famille », elle place sous sa couverture l'ensemble des individus présents au sein d'une habitation ainsi que les dégâts pouvant être causés par des animaux.

Nous retrouvons finalement quatre types de garanties liés à la Responsabilité Civile Vie Privée (RCVP) chez PACIFICA :

- **La Responsabilité Civile Matérielle** : comme son nom l'indique, cela concerne tous dommages infligés à des biens matériels dans la limite de 10 000 000 €.

- **La Responsabilité Civile Corporelle** : à nouveau bien identifiable par son nom, cela concerne les dommages corporels dans la limite de 40 000 000 €.
- **L'avance au préjudice de l'assuré** : la RCVP permet également à l'assuré d'être dédommagé par son assureur des dommages qu'elle aurait subi par la responsabilité d'un tiers. L'assureur bénéficie ensuite du droit de subrogation pour se faire rembourser le montant auprès de l'assureur du tiers.
- **La sauvegarde des droits** : en cas de litige suite à un accident lié à la RCVP, l'assureur prend à sa charge les éventuels frais de défense pénale ou de recours qui en découle, à hauteur maximale de 8000€.

Plusieurs exceptions sont tout de même présentes. Tout d'abord, des dommages causés à ses propres biens ou aux personnes couvertes par le même contrat ne peuvent à l'évidence pas faire l'objet d'une indemnisation, de même que des dégâts provoqués intentionnellement par l'assuré. Également, tout sinistre survenant pendant la pratique de la chasse, d'une activité sportive en tant que membre d'un club, ou encore d'une activité rémunérée, ne sera pas pris en charge par l'assureur. Enfin, les dommages infligés par une cause qui aurait pu être prévue par l'assuré font aussi parti des exceptions.

Cette branche a été choisie pour notre étude pour différentes raisons. Premièrement, nous disposons d'un historique de sinistres allant jusqu'à 1997, ce qui assure un nombre d'observations conséquent et propice à l'utilisation de la *Data Science*. Ensuite, cette branche a la particularité d'avoir des sinistres assez différents. En effet, des sinistres corporels graves auront tendance à avoir un développement plus long et des règlements plus importants que des sinistres matériels courants. De ce fait, cela nous permettra de confirmer l'hypothèse selon laquelle la valeur ajoutée par l'apprentissage automatique est plus forte sur des branches comportant des sinistres hétérogènes.

### 2.1.2 – Protection Juridique

Quant à elle, l'assurance Protection Juridique (PJ) permet à l'assuré d'obtenir du soutien en cas de litige du quotidien contre une partie adverse. Ainsi, pour tout problème mettant en jeu une somme supérieure à 150€, les personnes couvertes par le contrat peuvent demander l'aide téléphonique d'un expert juridique à tout moment. En fonction des éléments du dossier, ce dernier conseille l'assuré dans les démarches amiables ou juridiques à entreprendre. Celui-ci est libre de ne pas suivre les recommandations proposées mais ne sera alors indemnisé que s'il ressort gagnant du litige. Dans le cas où l'assuré suit les conseils de l'expert, l'assureur prend en charge sa défense à hauteur maximale de 20 000 €. De plus, si l'affaire est portée devant la justice, l'assurance Protection Juridique couvre les honoraires d'avocat et peut même en conseiller un si l'assuré ne bénéficie pas déjà des services d'un professionnel du droit.

Les types de litiges concernés sont nombreux et sont souvent relatifs à des événements du quotidien :

- **Le Logement** : le litige peut être en rapport avec des travaux mal réalisés ou encore avec des troubles de voisinage.
- **Le Travail** : concerne tout problème lié au non-respect d'un contrat, que l'assuré soit salarié ou employeur.
- **La Consommation** : pour toute complication liée à l'achat ou à la livraison d'un produit.
- **Les Réseaux Sociaux** : en cas d'utilisation non autorisée des données personnelles de l'assuré.

- **La Santé** : le conflit peut notamment concerner une erreur médicale de la part du professionnel de santé.
- **La Fiscalité** : le problème est relatif à toute contestation à propos de la taxe d'habitation, de la taxe foncière ou encore de l'impôt sur le revenu.
- **L'Administration** : pour toute réclamation en rapport avec la prise en charge ou le remboursement par la Sécurité Sociale ou la Caisse de Retraite.
- **La Famille** : en cas de différends liés à des problèmes de succession, de filiation voire de mise sous tutelle.
- **Autres** : pour tout autre litige du quotidien ne rentrant pas dans le périmètre des précédents domaines énoncés.

En revanche, il est important de préciser que l'indemnisation des dommages liés au litige n'est pas assurée dans le cadre d'une assurance PJ. De même, les frais engagés suite à des décisions de l'assuré sans l'aval de l'assureur ne pourront être remboursés. Les principales exclusions d'un contrat PJ concernent les litiges relevant d'infractions pénales ou d'actes intentionnels, ou encore des sommes dont l'assuré serait redevable à la partie adverse.

Ce produit a été lancé en 2001 par PACIFICA. De cette manière, nous disposons d'un historique de sinistres suffisamment important pour pouvoir appliquer des méthodes de *Machine Learning* et *Deep Learning*. De plus, cette branche représente un cas intéressant ainsi qu'un véritable défi puisque de nouvelles variables spécifiques à la Protection Juridique potentiellement explicatives des réserves sont également à caractère dynamique. Nous pensons par exemple à un assuré demandant d'abord simplement conseil à un expert juridique, et qui décide plus tard de porter l'affaire en question devant les tribunaux. L'enjeu est alors plus complexe puisqu'il demande également de modéliser l'état du litige au cours des années de développement, lequel servira à prédire au plus juste les provisions à constituer.

## 2.2 – Présentation et retraitement des données

### 2.2.1 – Liste des variables utilisées

#### **Responsabilité Civile Vie Privée**

La toute première étape de la conception d'un modèle réside dans la construction d'une base de données adéquates. Cette phase est d'une importance capitale puisque c'est à ce moment précis que nous choisissons les variables que nous allons introduire dans les modèles. Des retraitements sont nécessaires afin d'avoir les données avec une qualité et une pertinence optimale. Les informations souhaitées se trouvent dans différentes bases de données de sinistres et de contrats, ce qui nécessite d'être méticuleux dans les manipulations effectuées. Tous ces éléments rendent cette étape extrêmement chronophage.

En ce qui concerne les données spécifiques au segment de la Responsabilité Civile Vie Privée, nous prendrons en compte bien évidemment les variables directement liées au sinistre, mais également des variables exogènes liées au contrat de l'assuré. Le Tableau 2.1 répertorie l'ensemble des caractéristiques utilisées ainsi que le type d'information qu'elles pourraient apporter au modèle.

Nom de la variable	Description de la variable	Information ajoutée par la variable
<b>PRODUIT</b>	Le produit associé au sinistre.	Eventuelles différences d'indemnisation d'un produit à l'autre.
<b>GTIESIN</b>	La garantie sinistrée.	Il est intuitif que la sauvegarde des droits ne souffrira pas des mêmes montants que de la RC corporelle.
<b>mois_surv</b>	Le mois de survenance du sinistre.	Cela peut avoir une influence notamment sur les 2 premières années de développement. Nous pouvons imaginer qu'un sinistre survenu en Décembre aura plus de chance de ne comporter aucun règlement la première année puisque moins d'un mois se sera écoulé depuis sa survenance.
<b>annee_surv</b>	L'année de survenance du sinistre.	Capter les effets d'évolution d'une année sur l'autre tels que l'inflation.
<b>An_Dev</b>	L'année de développement du montant associé.	Il est évident que le nombre de paiements diminue lorsque l'année de développement augmente.
<b>Delai_Decla</b>	Nombre de jours entre la date de survenance et la date d'ouverture.	Couplée au mois de survenance, elle permet également d'aider à la prédiction des premières années de développement jusqu'à la déclaration.
<b>Age_surv</b>	L'âge de l'assuré au moment de la survenance du sinistre.	Eventuelles différences d'indemnisation suivant l'âge de l'assuré.
<b>Duree_contrat</b>	Nombre de jours entre la date de début de la période couverture et la date de survenance.	Eventuelles différences d'indemnisation suivant l'ancienneté du client.
<b>CSP</b>	Catégorie socio-professionnelle de l'assuré à la date de survenance.	Variable exogène sur l'assuré servant à capter son niveau de vie.
<b>SEXE</b>	Sexe de l'assuré.	Variable exogène sur l'assuré.
<b>SITFAM</b>	Situation familiale de l'assuré à la date de survenance.	Permet de capter le nombre de personnes couvertes par la même garantie RC Vie Privée.
<b>NBENFANT</b>	Nombre d'enfants de l'assuré à la date de survenance.	Idem que précédemment, avec la possibilité de capter d'éventuels dommages typiques que pourrait provoquer un enfant.
<b>TYPERS</b>	Si l'assuré est une personne physique ou une personne morale.	Sinistres potentiellement différents en fonction du type de la personne.
<b>MTCOTCA</b>	Montant de la prime de l'assuré à la date de survenance.	Par construction, la prime est un indicateur du risque sous-jacent auquel est soumis l'assuré.
<b>HABITAT</b>	Type de l'habitation associée au contrat MRH de l'assuré (appartement/maison...).	Sinistres potentiellement différents en fonction du type d'habitation.
<b>RESIDE</b>	Si la résidence associée au contrat MRH est la résidence principale/secondaire...	Sinistres potentiellement différents en fonction du type de résidence.
<b>NBPIECE</b>	Nombre de pièces de l'habitat associé au contrat.	Permet de capter le niveau de vie de l'assuré. De plus, un habitat plus grand pourrait éventuellement provoquer plus de sinistres (dégâts des eaux, fuite de gaz etc...).
<b>QUALITE</b>	Si l'assuré est propriétaire ou locataire de l'habitat.	Idem que pour HABITAT et RESIDE.
<b>MATERN</b>	Option de la garantie Assistance Maternelle.	Permet d'indiquer la présence d'enfants en bas âge pouvant causer des sinistres typiques.
<b>HORSNORM</b>	Indicateur indiquant si le contrat présente un risque hors norme.	Permet d'anticiper éventuellement les sinistres pouvant être grave.
<b>PISCINE</b>	Indicateur de la présence d'une piscine.	Permet de capter le niveau de vie de l'assuré et d'éventuels sinistres en rapport avec la présence d'une piscine.
<b>NBCHIEN</b>	Nombre de chiens que possède l'assuré.	Les animaux étant également compris dans la Responsabilité Civile Vie Privée, cette variable permet d'intégrer le risque lié à la morsure d'un chien.
<b>NBCARA</b>	Nombre de caravanes que possède l'assuré.	Permet d'intégrer les risques liés à la RC du fait du gardiennage de caravanes.
<b>NBEQUI</b>	Nombre d'équidés que possède l'assuré.	Permet d'intégrer les risques liés à la RC du fait de la prise de pension d'équidés.
<b>CHEMINEE</b>	Indicateur de présence d'une cheminée.	La présence d'une cheminée pourrait présenter un risque accru de propagation d'incendie.

<b>ESPINSEE</b>	Zone d'habitation (rural/urbain...)	Sinistres potentiellement différents en fonction de la zone d'habitation.
<b>DEPARTEMENT</b>	Département dans lequel vit l'assuré.	Différentes activités suivant les régions et donc des sinistres potentiellement différents.
<b>Paiement_inc_N_m_i</b>	Montant du règlement effectué lors de l'année de développement N mois <i>i</i> (où N représente l'année de développement associée à la prédiction).	L'historique des paiements pourrait permettre de caractériser le type de sinistre en question.
<b>Ouvert_N_m_i</b>	Indicateur de l'état du sinistre (clos/ouvert) lors de l'année de développement N moins <i>i</i> .	Un sinistre clos ne devrait plus faire l'objet d'un règlement à moins d'une réouverture.
<b>Eval_var_N_m_i</b>	Variation de l'évaluation de la charge lors de l'année de développement N moins <i>i</i> .	Couplé à l'historique des paiements, la variation de la charge estimée permet de mesurer les montants restant à régler.
<b>Top_Paie_N_m_0</b>	Variable indiquant s'il y a eu au moins un règlement lors de l'année de développement associée à la prédiction.	Cette variable n'est utilisée que pour la prédiction du montant des règlements, il s'agit d'une variable prédite par la première étape de la modélisation.
<b>Top_Eval_var_N_m_0</b>	Variable indiquant s'il y a eu une variation de l'évaluation de la charge lors de l'année de développement associée à la prédiction.	Cette variable n'est utilisée que pour la prédiction du montant des règlements, il s'agit d'une variable prédite par la première étape de la modélisation.
<b>Nb_Paiements</b>	Nombre de paiements effectués depuis l'ouverture du sinistre.	Intuitivement, un sinistre ayant déjà reçu de nombreux paiements est un dossier compliqué et est donc plus susceptible d'en recevoir d'autres.
<b>Nb_Ouverts</b>	Nombre d'années pendant lequel un sinistre est resté ouvert depuis sa déclaration.	Intuitivement, un sinistre ouvert durant plusieurs années est un dossier compliqué et est donc plus susceptible de rester encore ouvert.
<b>Nb_Variations</b>	Nombre d'années pendant lesquelles un sinistre a subi une variation de l'évaluation de sa charge.	Intuitivement, un sinistre ayant déjà subi de nombreuses variations est un dossier compliqué et est donc plus susceptible d'en subir d'autres.
<b>Paied</b>	Somme des paiements incrémentaux effectués depuis l'ouverture du sinistre.	Couplée à la variable Eval_tot, elle permet de donner une indication sur la somme restante à payer.
<b>Eval_tot</b>	Somme des variations de l'évaluation de la charge depuis l'ouverture du sinistre.	Couplée à la variable Paied, elle permet de donner une indication sur la somme restante à payer.

Tableau 2-1 - Liste des variables utilisées dans le cadre de la Responsabilité Civile Vie Privée

Au sein du Tableau 2.1, nous pouvons différencier les variables situées au-dessus de *Paiement\_inc\_N\_m\_i* des suivantes. En effet, dans la première catégorie, les caractéristiques sont toutes statiques, c'est-à-dire qu'elles n'évoluent pas dans le temps et sont les mêmes pour toutes les années de développement du sinistre. Au contraire, les variables relatives aux paiements, à l'état du sinistre et à la variation de charge sont dans variables dynamiques. Cela signifie qu'il sera nécessaire d'estimer ces variables pour chaque année de développement du triangle inférieur.

### Protection Juridique

Afin de modéliser les réserves du segment de la Protection Juridique, nous réutiliserons en partie les variables exploitées précédemment. Cependant, le contrat n'étant pas lié à l'habitation, plusieurs informations sur le mode de vie de l'assuré ne pourront pas être prises en compte. En revanche, plusieurs variables dynamiques concernant l'état du litige sont disponibles.

Nom de la variable	Description de la variable	Information ajoutée par la variable
<b>GTIESIN</b>	La garantie sinistrée.	Il est intuitif que la catégorie à laquelle appartient le litige influera sur les montants.
<b>mois_surv</b>	Le mois de survenance du sinistre.	Cela peut avoir une influence notamment sur les 2 premières années de développement. Nous pouvons imaginer qu'un sinistre survenu en Décembre aura plus de chance de ne comporter aucun règlement la première année puisque moins d'un mois ce sera écoulé depuis sa survenance.
<b>annee_surv</b>	L'année de survenance du sinistre.	Capter les effets d'évolution d'une année sur l'autre tels que l'inflation.
<b>An_Dev</b>	L'année de développement du montant associé.	Il est évident que le nombre de paiements diminue lorsque l'année de développement augmente.
<b>Age_surv</b>	L'âge de l'assuré au moment de la survenance du sinistre.	Eventuelles différences d'indemnisation suivant l'âge de l'assuré.
<b>Duree_contrat</b>	Nombre de jours entre la date de début de la période couverture et la date de survenance.	Eventuelles différences d'indemnisation suivant l'ancienneté du client.
<b>CSP</b>	Catégorie socio-professionnelle de l'assuré à la date de survenance.	Variable exogène sur l'assuré servant à capter son niveau de vie.
<b>SEXE</b>	Sexe de l'assuré.	Variable exogène sur l'assuré.
<b>SITFAM</b>	Situation familiale de l'assuré à la date de survenance.	Permet de capter le nombre de personnes couvertes par la même garantie PJ.
<b>NBENFANT</b>	Nombre d'enfants de l'assuré à la date de survenance.	Idem que précédemment, avec la possibilité de capter d'éventuels litiges liés à la présence d'enfants.
<b>DEPARTEMENT</b>	Département dans lequel vit l'assuré.	Différentes activités suivant les régions et donc des litiges potentiellement différents. Différences de décisions entre les tribunaux.
<b>Paiement_inc_N_m_i</b>	Montant du règlement effectué lors de l'année de développement N mois <i>i</i> (où N représente l'année de développement associée à la prédiction).	L'historique des paiements pourrait permettre de caractériser le type de sinistre en question.
<b>Ouvert_N_m_i</b>	Indicateur de l'état du sinistre (clos/ouvert) lors de l'année de développement N moins <i>i</i> .	Un sinistre clos ne devrait plus faire l'objet d'un règlement à moins d'une réouverture.
<b>TYPGES_N_m_i</b>	Indicateur de l'objet du sinistre (assistance/litige) lors de l'année de développement N moins <i>i</i> .	La simple assistance d'un expert juridique ne devrait pas engendrer de règlements au contraire d'un litige.
<b>NIVLIT_N_m_i</b>	Indicateur du niveau de juridiction lors de l'année de développement N moins <i>i</i> parmi : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Gestion à l'amiable (modalité A)</li> <li>- Gestion en judiciaire (année de survenance ancienne, modalité J)</li> <li>- 1° degré de juridiction (modalité 1)</li> <li>- Appel du client (modalité 2)</li> <li>- Pourvoi du client (modalité 3)</li> <li>- Appel de l'adversaire (modalité 4)</li> <li>- Pourvoi de l'adversaire (modalité 5)</li> <li>- Exécution du jugement (modalité 6)</li> </ul>	Il est intuitif que les sommes en jeu ne sont pas les mêmes suivant le type de la juridiction.
<b>TYLIT</b>	Indicateur de la position du client (défense/recours).	Ici aussi, nous pouvons penser que la position dans laquelle se trouve l'assuré lors du litige peut être déterminante.

<b>Top_Paie_N_m_0</b>	Variable indiquant s'il y a eu au moins un règlement lors de l'année de développement associée à la prédiction.	Cette variable n'est utilisée que pour la prédiction du montant des règlements, il s'agit d'une variable prédite par la première étape de la modélisation.
<b>Nb_Paiements</b>	Nombre de paiements effectués depuis l'ouverture du sinistre.	Intuitivement, un sinistre ayant déjà reçu de nombreux paiements est un dossier compliqué et est donc plus susceptible d'en recevoir d'autres.
<b>Nb_Ouverts</b>	Nombre d'années pendant lequel un sinistre est resté ouvert depuis sa déclaration.	Intuitivement, un sinistre ouvert durant plusieurs années est un dossier compliqué et est donc plus susceptible de rester encore ouvert.
<b>Paied</b>	Somme des paiements incrémentaux effectués depuis l'ouverture du sinistre.	Elle permet de donner une vision explicite des paiements cumulés depuis l'ouverture du sinistre.

Tableau 2-2 - Liste des variables utilisées dans le cadre de la Protection Juridique

De plus, les variables liées à l'évolution de la charge ne sont pas incluses. Cela est dû au fait qu'un changement dans les méthodes d'évaluation de la charge a été effectué à PACIFICA. Ainsi, la variable ne serait pas cohérente pour toutes les années de survenance. La nouvelle méthode d'évaluation consiste à faire varier la charge en fonction du niveau de juridiction du litige. De ce fait, une reprise d'historique en appliquant cette méthode apporterait une redondance d'information avec la variable *NIVLIT\_N\_m\_i*. Le Tableau 2.2 répertorie à son tour l'ensemble des variables intégrées à la modélisation des réserves relatives à la Protection Juridique.

### 2.2.2 – Retraitement des variables

Lors de la construction des bases de données, un certain nombre de valeurs manquantes sont présentes au sein de plusieurs variables. C'est notamment le cas pour le segment de la RC Vie Privée. Cela est dû au fait que les sinistres proviennent de produits différents et donc de bases de données différentes, avec des variables qui peuvent être présentes dans l'une d'entre elles mais absentes dans une autre. De plus, certains sinistres correspondent à des produits migrés depuis des entités rachetées par PACIFICA depuis.

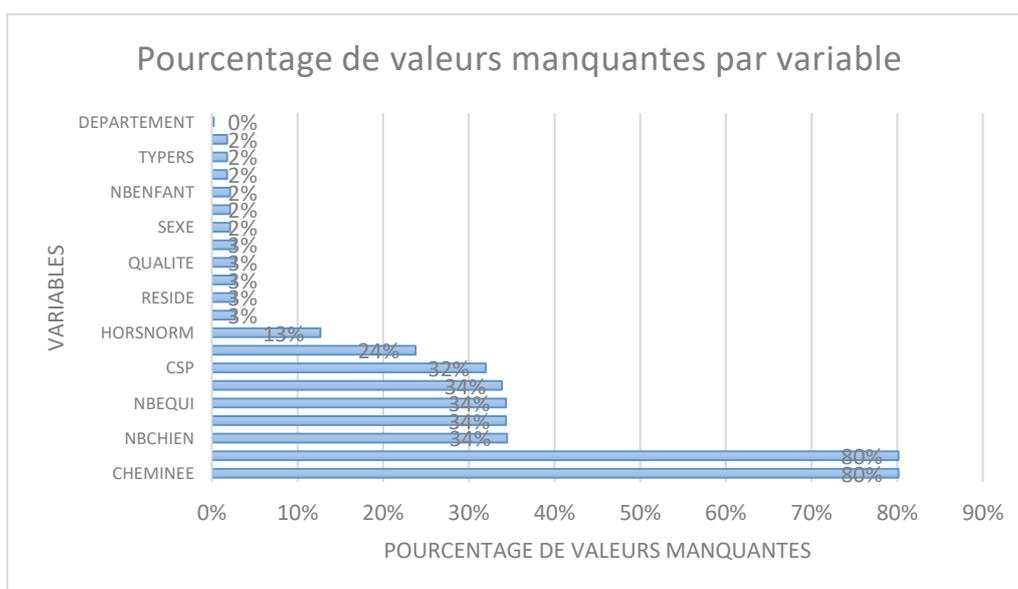


Figure 2.1 - Proportion des valeurs manquantes par variable - RC Vie Privée

Les sources de valeurs manquantes peuvent donc être nombreuses. Certaines données ne sont par exemple collectées que pour les années les plus récentes. La solution choisie pour les sinistres et les contrats de date antérieure est alors de prendre en compte l'information dès que celle-ci est disponible. En effet, sous une hypothèse de stabilité des variables statiques, nous pouvons supposer que les caractéristiques de l'assuré sont peu ou prou les mêmes dans le futur que lors de la survenance du sinistre. Cependant, les variables comportant une proportion de valeurs manquantes trop importante seront supprimées car l'approximation serait alors trop grande. La Figure 2.1 indique le pourcentage de données manquantes pour chaque variable du segment RC Vie Privée comprenant au moins une observation absente. Au vu de ce graphique, nous décidons par conséquent de supprimer les variables *ESPINSEE* et *CHEMINEE*.

Etape	Cas de figure	Exemple	Action
1	Nombre de valeurs manquantes trop important.	7847668 valeurs manquantes pour la variable ESPINSEE.	Suppression de la variable.
2	Contrat non disponible à la date de survenance.	Informations sur le contrat non disponible à la date de survenance du sinistre mais disponible dans le futur.	Récupération de la donnée dès que disponible sur les images contrats futures.
	Variable non disponible avant une certaine date.	Variable HORSNORM non disponible pour le produit NH avant 1998.	
3	Il s'agit d'une personne morale.	Une personne morale n'a pas de donnée pour la variable SITFAM.	Si catégorielle : Création d'une nouvelle modalité "Autres". Si numérique : Attribution de la moyenne.
	Variable non disponible pour un produit.	Variable NBPIECE non disponible pour le produit RC.	
	Donnée non renseignée.	Absence de la donnée dans la base.	

Tableau 2-3 - Etapes à suivre afin de combler les valeurs manquantes

Il peut également arriver que l'information ne soit tout simplement pas disponible pour certains sinistres ou que certaines données manquantes soient dues à la valeur prise par une autre variable. Par exemple, une personne morale n'est logiquement pas concernée par une quelconque situation familiale ou un nombre d'enfants. Dans ce cas, nous leur attribuerons une nouvelle modalité pour les variables catégorielles et la moyenne calculée sur l'ensemble des valeurs prises par la caractéristique en question dans la base de données pour les variables numériques. Le Tableau 2.3 récapitule l'ensemble des étapes effectuées afin de combler les données manquantes.

### 2.2.3 – Volume de données

Afin de construire un modèle, il est primordial d'avoir un nombre d'observations assez grands pour ce que celui-ci puisse avoir des performances satisfaisantes. Concernant, le segment de la Responsabilité Civile Vie Privée, nous disposons d'un historique allant de 1997 à 2020. Nous recensons au cours de ces 24 années plus de 900 000 sinistres associés à ce segment. Nous précisons que les sinistres indemnisés en rentes ne font pas parti de ce total. En effet, ceux-ci bénéficient déjà d'un traitement particulier dû à leur spécificité et ne seront donc pas compris dans les travaux de ce mémoire.

Quant à la seconde branche, le produit Protection Juridique a été commercialisé par PACIFICA en 2001. Le nombre de sinistres répertorié depuis cette année est de 2 500 000 à la date d'observation du 31 Décembre 2020.

Nous bénéficions donc d'une volumétrie de données importante. Nous pouvons tirer deux enseignements principaux de ses chiffres. D'abord, cela nous permet de justifier le choix de se tourner vers des modèles de *Machine Learning* et de *Deep Learning*, ceux-ci étant réputés de plus en plus performants à mesure que le nombre d'exemples augmente. Aussi, un ordinateur avec des composants suffisamment puissants est-il nécessaire afin d'implémenter des modèles dans des temps raisonnables.

## 2.3 – Outils de programmation

Dans le but de mener à bien les travaux de ce mémoire et compte tenu du volume de données à disposition, une Machine Virtuelle possédant des bonnes capacités a été utilisée. Nous mettons à disposition le détail de l'architecture de celle-ci pour les intéressés :

- Système d'exploitation : Windows Server 2008 R2 Enterprise (64-bit) ;
- Processeur : Intel® Xeon® CPU E5-2630 v3 2.40 Ghz (2 processeurs) ;
- Mémoire vive (RAM) : 64 GB.

Cette liste permet également aux connaisseurs de mettre en perspective les temps de calculs relatifs à l'apprentissage des modèles que nous indiquerons plus tard.

En ce qui concerne la programmation, elle a été réalisée en langage *Python* via l'application web *Jupyter Notebook*. Les principales bibliothèques utilisées lors de l'étude sont :

- *Time* : pour mesurer les temps d'implémentation et de prédiction ;
- *NumPy* : pour manipuler des tableaux et effectuer des opérations sur ceux-ci ;
- *Pandas* : pour manipuler des *dataframes* ;
- *Scikit-Learn* : pour réaliser l'implémentation des forêts aléatoires, la préparation des données ainsi que l'évaluation des performances des modèles ;
- *Keras* : pour construire des modèles de *Deep Learning* personnalisables et complexes.

## 3 – Processus de modélisation

Au sein de cette section, nous allons établir l'ensemble des étapes du processus de modélisation que nous appliquerons dans le cadre de ce mémoire. Nous développerons également les sujets liés à l'apprentissage des différents algorithmes que nous implémenterons.

### 3.1 – Description des étapes de modélisation

Comme indiqué dans la section 1.2.3, le processus de modélisation que nous allons implémenter est inspiré des travaux de Mario V. Wüthrich en 2020. Cependant, nous effectuerons plusieurs adaptations afin de répondre aux contraintes liées au temps et à nos données. Tout d'abord, la maille temporelle utilisée pour la survenance et le développement des sinistres dans la publication est mensuelle. Cependant, une maille aussi fine engendrerait un volume de données bien trop important dans notre cas, ce qui conduirait à des temps de calculs déraisonnables. De plus, les mois de développement ne comportant aucun paiement sont nombreux et nous nous retrouverions alors en présence d'un problème de classification extrêmement déséquilibré. C'est pourquoi nous utiliserons dans le cadre de notre modèle une maille temporelle annuelle. De plus, l'étape indiquant le signe du paiement disparaît-elle dans notre cas car nous nous focaliserons sur les provisions brutes de recours.

Pour rappel, son article propose de séparer l'estimation des réserves *IBNeR* en 3 phases :

1. Modéliser la présence ou non d'un paiement à chaque pas de temps et pour chaque sinistre, ainsi que l'état du sinistre c'est-à-dire s'il est toujours ouvert ou s'il est clos en fin de période.
2. Conditionnellement au fait qu'un paiement soit prédit lors de l'étape 1, modéliser si celui-ci est un règlement ou un recours en ajoutant les sorties du modèle de l'étape précédente.
3. Conditionnellement au fait qu'un paiement soit prédit lors de l'étape 1, modéliser le montant de celui-ci en ajoutant les sorties des modèles des deux étapes précédentes.

Un unique Réseau de neurones classique est implémenté à chacune de ces étapes.

#### 3.1.1 – Etape 1 : prédiction de l'état global du sinistre

La première étape permet de définir l'état général<sup>3</sup> d'un sinistre à la fin de chaque année de développement et donc d'établir sa cadence de règlement. Dans leur publication, les auteurs définissent ainsi une variable cible unique comportant 4 modalités :

- 0 : Absence de paiements et sinistre clos ;
- 1 : Présence d'au moins un paiement et sinistre clos ;
- 2 : Absence de paiements et sinistre ouvert ;
- 3 : Présence d'au moins un paiement et sinistre ouvert.

---

<sup>3</sup> L'état général comprend le fait de définir si un paiement et une variation de charge sont présents ainsi que si le sinistre est ouvert ou clos.

Ceci s'apparente donc à un problème de classification multi-classes. Cependant, comme repéré lors de la revue de la littérature, il peut être intéressant d'ajouter des éléments sur l'évaluation de la charge du sinistre. Nous construisons donc dans notre cas un modèle comprenant plusieurs variables cibles binaires :

- Top\_Paie\_N\_m\_0 :
  - 0 : pas de paiement pour l'année de développement considérée ;
  - 1 : au moins un paiement pour l'année de développement considérée ;
  
- Top\_Eval\_var\_N\_m\_0 :
  - 0 : pas de variation de l'évaluation de charge pour l'année de développement considérée ;
  - 1 : au moins une variation de l'évaluation de la charge pour l'année de développement considérée ;
  
- Ouvert\_N\_m\_0 :
  - 0 : sinistre clos à la fin de l'année de développement considérée ;
  - 1 : sinistre ouvert à la fin de l'année de développement considérée.

Dans le cadre de la Protection Juridique, il faut également rajouter parmi les variables cibles le type de gestion du dossier c'est-à-dire s'il s'agit d'une simple assistance ou d'un litige contre une partie adverse, le niveau de juridiction et la position de l'assuré dans le conflit. Pour rappel, les variables relatives à l'évaluation de la charge ne sont pas prises en compte pour la PJ. Pour la suite des explications, nous nous placerons uniquement dans le cadre de la Responsabilité Civile Vie Privée car les principes de modélisation sont identiques.

Nous sommes donc en présence d'un modèle *multioutputs*. En utilisant des algorithmes de *Machine Learning* compatibles avec la prédiction de plusieurs variables de façon simultanée tels que les forêts aléatoires et les réseaux de neurones, nous pouvons tirer profit des interactions que peuvent avoir les différentes variables cibles entre elles. Cela signifie que les variables ne sont pas prédites indépendamment les unes des autres. De plus, nous n'implémenterons qu'un seul et unique modèle capable de prédire toutes les années de développement.

Cette première étape est extrêmement importante puisqu'en moyenne un sinistre n'a que 8,5% de chances de faire l'objet d'un paiement lors de chacune des années de développement. Elle permet alors d'éliminer les situations dans lesquelles aucun paiement n'est effectué et ainsi d'améliorer considérablement l'estimation du montant des règlements. En effet, puisque 91,5% des montants observés sont de 0€, si nous cherchions à prédire directement la valeur des règlements, cette affluence de paiements nuls pourrait engendrer d'abord une sous-estimation des montants réglés lorsque nous sommes bien en présence d'un paiement, mais également la prédiction de montants non nuls pour l'ensemble des années de développement.

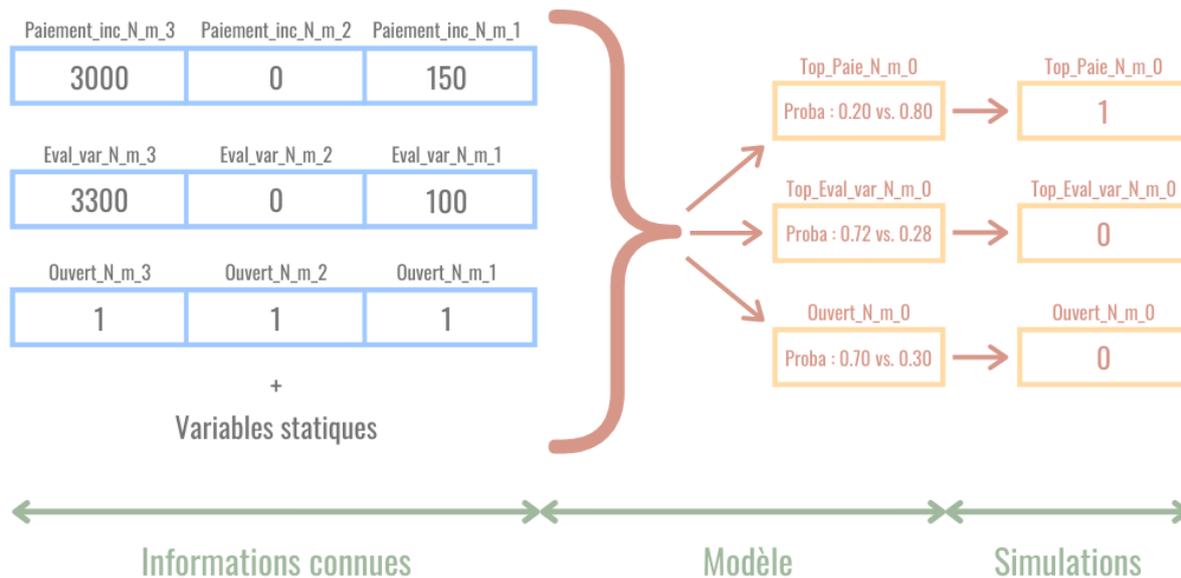


Figure 3.1 - Etape 1 du processus de modélisation appliquée à un sinistre fictif

De plus, les algorithmes de types *Random Forests* et Réseaux de neurones que nous implémenterons renvoient en sortie des probabilités d'appartenance à chaque classe dans le cadre d'une classification. Le plus souvent dans ce type de problématique et lorsque le caractère des variables d'intérêts est binaire, la classe prédite est définie en fonction de la supériorité ou l'infériorité de la probabilité d'appartenance par rapport à un seuil établi. En revanche dans notre cas et à l'instar de ce qui est réalisé dans la publication de référence, nous nous servirons directement des probabilités d'appartenance à chaque classe comme telles afin de réaliser plusieurs simulations dans lesquels l'état général du sinistre sera tiré aléatoirement en suivant les probabilités présentes en sortie du modèle. La première raison de ce choix est de donner un réel sens à la sortie de l'algorithme afin de ne pas réaliser d'approximation en attribuant de façon rigide une classe précise. En effet, considérons par exemple un seuil de 0,50 et une observation ayant la probabilité d'appartenir à la classe 1 de 0,51. Alors la classe attribuée à cette observation serait forcément de 1, bien que sa probabilité d'appartenir à la classe 0 soit pratiquement identique. La deuxième raison réside dans le fait de réaliser plusieurs simulations et donc de pouvoir obtenir une distribution des provisions estimées. Cela permet alors de construire un intervalle de confiance autour de la moyenne des provisions simulées de la même façon que ce qui est réalisé dans le modèle *Mack-Chain-Ladder*.

La Figure 3.1 prend l'exemple d'un sinistre fictif et simplifié pour lequel nous connaissons 3 années de développement. L'objectif est donc d'abord de prédire l'état général du sinistre à la fin de sa 4<sup>ème</sup> année de développement. Afin d'y parvenir, nous utilisons en entrée du modèle les séquences de paiements, de variations d'évaluation de la charge et d'ouvertures observées lors des 3 premières années de développement pour ce sinistre, ainsi que ses caractéristiques statiques. L'algorithme utilisé renvoie alors les probabilités d'appartenance à chaque classe pour chacune des variables cibles. Nous réalisons ensuite une simulation en tenant compte de ces probabilités pour déterminer les classes auxquelles appartient le sinistre. Ainsi, à la fin de l'étape 1, nous avons estimé s'il y a eu au moins un paiement pour ce sinistre en 4<sup>ème</sup> année de développement, mais également s'il y a eu une variation de l'évaluation de sa charge et s'il est ouvert ou clos à la fin de cette période. Dans l'exemple en question, un paiement est effectué au cours de la 4<sup>ème</sup> année de développement sans variations de charge

Finalement, nous ajoutons les éléments suivants aux notations introduites dans la section 1.2.1 :

- $R_{i,j,s} \in \{0,1\}$  : l'indicateur désignant s'il y a un règlement lors de l'année de développement  $j$  pour un sinistre  $s$  survenu durant l'année  $i$  ;
- $V_{i,j,s} \in \{0,1\}$  : l'indicateur désignant s'il y a une variation de charge lors de l'année de développement  $j$  pour un sinistre  $s$  survenu durant l'année  $i$  ;
- $O_{i,j,s} \in \{0,1\}$  : l'indicateur désignant si le sinistre  $k$  survenu durant l'année  $i$  est ouvert ou clos en fin d'année de développement  $j$  ;
- $Y_{i,j,s} \in \{0,1\}^3$  : le triplet composé des 3 variables précédentes ;
- $X_s \in \mathcal{X}$  : où  $X_s$  est le vecteur des variables non séquentielles associé au sinistre  $s$  et  $\mathcal{X}$  est l'ensemble des valeurs que peuvent prendre chacune de ces variables ;
- $E_{i,j,s} \in \mathbb{R}$  : le montant de la variation de charge lors de l'année de développement  $j$  pour un sinistre  $s$  survenu durant l'année  $i$ .

Nous pouvons alors décrire le problème de l'étape 1 comme étant la recherche d'une fonction  $f$  optimale selon des conditions qui seront définies plus tard telle que :

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[ Y_{i,j,s} \mid X_s, (P_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1}, (E_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1}, (O_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1} \right] \\ = f \left( X_s, (P_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1}, (E_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1}, (O_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1} \right) \end{aligned}$$

### 3.1.2 – Etape 2 : prédiction des montants

L'étape 2 de l'article de Mario V. Wüthrich permet d'effectuer la distinction entre les règlements et les recours. Or, nous sommes ici dans le cadre d'une estimation des PSAP brutes de recours et nous ne pouvons par conséquent pas avoir de recours. C'est pourquoi cette étape a été supprimée de notre processus de modélisation. Notons toutefois que même dans le but de définir des provisions nettes de recours, cette étape ne semble pas indispensable puisqu'une régression permet d'obtenir des valeurs tant positives que négatives et donc de prédire des sommes de règlements comme des sommes de recours.

L'étape 2 de notre processus de modélisation consiste cette fois en une régression *multioutputs*. Effectivement, nous nous plaçons ici conditionnellement au fait qu'un paiement ou qu'une variation de charge aient été prédits par l'Etape 1 du modèle pour l'année de développement et le sinistre considérés, et cherchons à estimer les quantités suivantes :

- `Paiement_inc_N_m_0` : le montant du règlement ;
- `Eval_var_N_m_0` : le montant de la variation de l'évaluation de la charge.

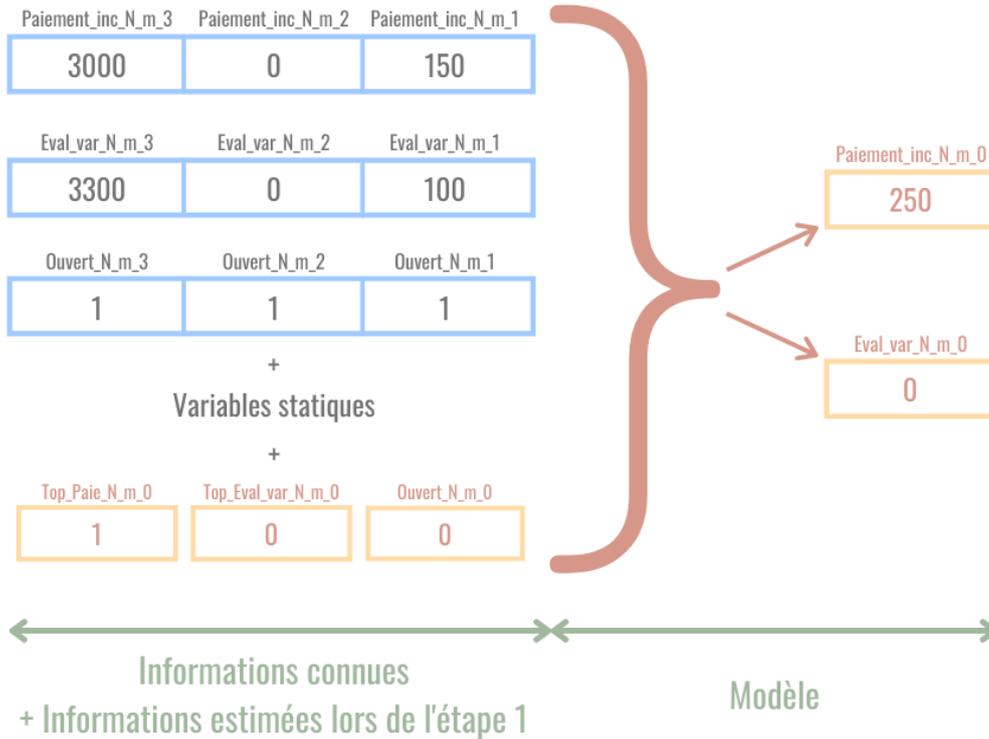


Figure 3.2 - Etape 2 du processus de modélisation appliquée à un sinistre fictif

La Figure 3.2 reprend l'exemple du sinistre défini dans la Figure 3.1. La prédiction de l'étape 1 impose que le montant d'un règlement soit estimé pour la 4<sup>ème</sup> année de développement de ce sinistre. En revanche, toujours selon les sorties de l'étape 1, aucune variation de charge n'est à prévoir. Nous rajoutons également parmi les variables explicatives la prédiction indiquant que le sinistre sera clos à la fin de la 4<sup>ème</sup> année de développement dans la séquence des variables Ouvert/Clos. L'algorithme prédit alors que le montant du règlement sera de 250€. Cette valeur semble logique ici puisqu'il s'agit du montant restant à régler afin d'égaliser la charge totale en sachant que le sinistre est clôturé lors de cette période. Le dernier paiement avant clôture ne sera toutefois pas réalisé par forçage en tenant compte de la différence entre la charge totale et la somme des règlements.

Ajoutons aux notations précédemment introduites l'élément suivant :

- $\mathcal{Y}_{i,j,s} \in \mathbb{R}^2$  : le couple composé des paiements  $P_{i,j,s}$  et des variations de charge  $E_{i,j,s}$ .

L'objectif de l'étape 2 est donc de chercher une fonction  $g$  optimale selon des conditions que nous définirons plus tard telle que :

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[ \mathcal{Y}_{i,j,s} \mid X_s, (P_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1}, (E_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1}, (O_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j}, R_{i,j,s}, V_{i,j,s} \right] \\ = f \left( X_s, (P_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1}, (E_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1}, (O_{i,k,s})_{0 \leq k \leq j-1}, R_{i,j,s}, V_{i,j,s} \right) \end{aligned}$$

Où :

- $R_{i,j,s} = 1$  ou  $V_{i,j,s} = 1$ .

### 3.1.3 – Itérations

Les deux étapes décrites précédemment permettent donc d'estimer le montant à régler lors la première année de développement non connue pour chacun des sinistres. Cependant, l'objectif final étant d'estimer l'ensemble des réserves, il est impératif de prédire les règlements des années de développement suivantes.

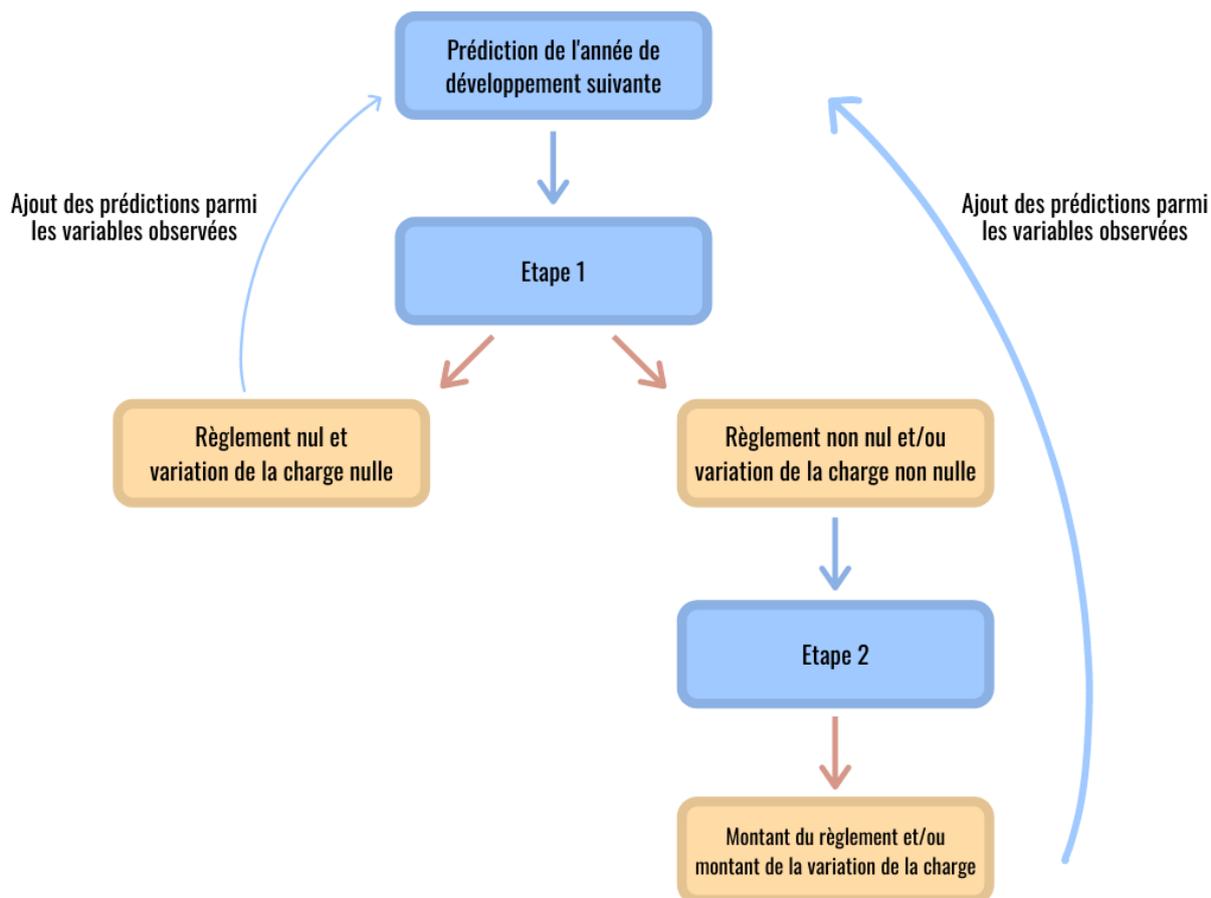


Figure 3.3 - Fonctionnement général du processus de modélisation

Pour cela, il faut d'abord réaliser les deux étapes qui nous conduisent à la prédiction d'un montant de règlement et d'un montant de variation de la charge – qu'ils soient nuls ou non – pour la 1<sup>ère</sup> année de développement non connue. La stratégie est alors d'ajouter les prédictions obtenues parmi les variables explicatives et donc de les considérer comme des données observées. Après avoir mis à jour les variables dynamiques qui dépendent des estimations, telles que le nombre de paiements total ou l'évaluation de la charge totale, il est alors possible d'estimer les valeurs de la 2<sup>ème</sup> année de développement initialement non connue.

Il suffit ensuite d'itérer ce processus plusieurs fois afin de prédire successivement toutes les années de développement pour chacun des sinistres comme illustré par la Figure 3.3. Nous choisirons alors d'arrêter la boucle soit lorsqu'il ne reste plus aucun sinistre ouvert, soit lorsque l'année de

développement maximale pour laquelle un sinistre observé ait déjà fait l'objet d'un règlement a été atteinte.

Nous pouvons ensuite simuler différents *scenarii* de règlements en répétant le processus de modélisations plusieurs fois grâce à l'aspect stochastique que comporte la première étape.

Enfin, il est important de remarquer que les deux étapes sont imbriquées. En effet, puisque la séquence des règlements est utilisée pour la prédiction de l'étape 1, il est nécessaire de posséder le montant du règlement suivant qui est obtenu lors de l'étape 2 avant de pouvoir passer à l'année de développement ultérieure. De ce fait, il est impossible de prédire d'abord l'ensemble de la cadence des règlements avant d'en estimer les montants dans un second temps.

### 3.2 – Méthodes d'apprentissage et d'évaluation des performances

L'implémentation de ce processus nécessite de structurer correctement les données afin de garantir un apprentissage optimal des modèles. Il est également primordial de séparer le jeu de données initial en plusieurs sous-échantillons dans l'optique de pouvoir comparer les résultats des modèles avec des données réelles. Cette section traite de ces deux problématiques.

#### 3.2.1 – Triangles inclus

Pour toute problématique liée à la construction d'un modèle, les données doivent être séparées afin d'une part d'implémenter l'algorithme et d'autre part d'en évaluer les performances. Ainsi, la base de données est souvent séparée en 3 sous-échantillons différents :

- Un *set* d'apprentissage ;
- Un *set* de validation ;
- Un *set* de test.

Le premier d'entre eux comporte l'ensemble des données qui vont être fournis au modèle lors de son apprentissage. Le second sert généralement à calibrer les hyperparamètres propres à la méthode choisie. Enfin, le dernier permet d'évaluer les performances du modèle en comparant ses prédictions sur des observations dont nous connaissons la nature de la variable d'intérêt mais dont il n'a pas eu la connaissance lors de son apprentissage.

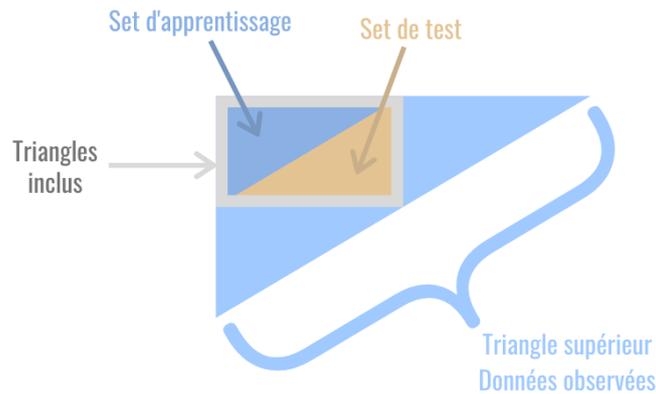


Figure 3.4 - Schéma des triangles inclus illustrant la séparation de la base de données

Habituellement, la séparation de la base de données se fait selon un tirage aléatoire parmi les observations. Dans le cadre du provisionnement nous séparerons les données de façon plus stratégique. En effet, l'objectif est d'estimer les valeurs présentes dans le triangle inférieur. Cependant, ces valeurs sont inconnues puisqu'il s'agit d'événements futurs. Il n'est alors pas possible d'évaluer les performances du modèle développé. De plus, séparer aléatoirement les données parmi les observations du triangle supérieur ne conduirait pas à une structure pertinente de l'échantillon de test puisque nous cherchons à estimer les informations du triangle inférieur.

De façon relativement semblable à ce qui a été réalisé dans le cadre d'un mémoire portant sur un sujet similaire [11], nous utiliserons pour notre étude uniquement les données présentes dans les triangles inclus tels qu'illustrés par la Figure 3.4. Concrètement, cela permet de simuler une situation réelle pour laquelle nous cherchons à estimer les éléments du triangle inférieur. Or, ces derniers sont connus et permettent donc de comparer les valeurs prédites par le modèle avec les valeurs observées. Ainsi, le triangle supérieur inclus servira d'échantillon d'apprentissage alors que le triangle inférieur inclus fera office de set de test. Dans le cadre de l'optimisation des hyperparamètres, un tirage aléatoire parmi le set d'apprentissage sera effectué afin de constituer le set de validation.

La contrainte de cette stratégie réside dans la diminution du nombre de données à disposition puisque cela revient à diviser par deux l'historique de sinistres initialement disponible. Ceci est à nuancer dans notre cas puisque nous obtenons alors respectivement 12 et 10 années d'historique pour les segments RC Vie Privé et PJ, ce qui reste suffisamment important. De plus, bien que certains sinistres soient encore ouverts lors de la dernière année de développement disponible dans les triangles inclus, nous observons à cet instant un taux de clôture qui est de 99,95% pour la Responsabilité Civile et de 99,78% pour la Protection Juridique. Nous estimons que ces taux sont suffisants afin de pouvoir considérer l'approximation selon laquelle la différence entre les paiements cumulés de la dernière année de développement et les paiements cumulés de la dernière année de développement du triangle supérieur soit bien égale aux réserves observées.

### 3.2.2 – Décomposition des données d'apprentissage

Les observations permettant l'implémentation des modèles sont donc issues du triangle supérieur inclus. Pour l'apprentissage des différentes méthodes utilisées, nous utiliserons tous les sinistres appartenant à cet ensemble qu'ils soient clôturés ou non. Aussi, ces sinistres seront-ils

décomposés en autant d'observations que d'années de développement connues pour ce sinistre. De cette manière, nous enrichissons le nombre d'exemples à fournir au modèle. Bien que les variables statiques soient identiques à chacune des années de développement d'un même sinistre, les caractéristiques dynamiques quant à elles varient au cours de son évolution et permettent d'éviter une redondance dans les informations utilisées pour l'implémentation de la méthode choisie.

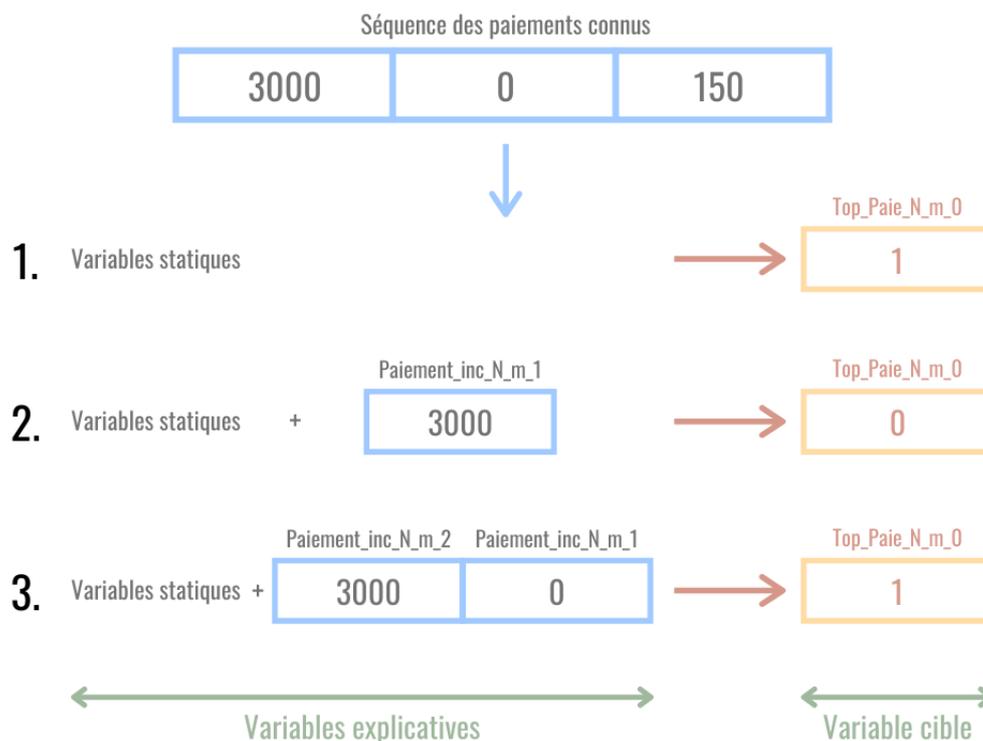


Figure 3.5 – Exemple de la décomposition d'un sinistre dans la base d'apprentissage

La Figure 3.5 schématise cette décomposition des sinistres de la base d'apprentissage dans le cadre de l'étape 1 en reprenant l'exemple du sinistre fictif introduit au sein de la section 3.1.1. Seuls les paiements sont ici mentionnés pour la clarté de l'illustration. Le fonctionnement avec les séquences de variations de charge et d'ouverture/clôture du sinistre est identique. Concernant ce sinistre, trois années de développement sont connues et peuvent servir pour l'implémentation du modèle. Il y aura donc trois observations qui correspondent à ce sinistre dans la base d'apprentissage. La première observation est relative à l'apprentissage de sa toute première année de développement. Ainsi, les seules informations connues sont alors les variables statiques. La seconde contribution de ce sinistre est liée à l'apprentissage de sa deuxième année de développement pour laquelle nous pouvons utiliser les informations observées précédemment. Il en est de même pour la troisième année d'observation qui bénéficie des éléments observés lors des deux années antérieures. Ainsi, chacune des observations est liée à un flux de règlement, qu'il soit nul ou non.

De cette manière, la base d'apprentissage et la base de test sont respectivement composées d'un peu moins de 1 600 000 et de plus de 1 900 000 observations pour le segment Responsabilité Civile Vie Privée ; et de plus de 3 500 000 et de plus de 4 600 000 observations pour le segment Protection

Juridique. Ces bases de données pléthoriques justifient la pertinence de l'utilisation de solutions en lien avec le *Machine Learning* et le *Deep Learning*.

### 3.3 – Algorithmes utilisés

L'objectif dans ce mémoire est de déployer un modèle pouvant ajouter une forte valeur ajoutée à la prédiction des réserves. En ce sens, les réseaux de neurones sont réputés pour avoir la faculté de capter des tendances fines que d'autres algorithmes ne pourraient pas apprendre. Le *Deep Learning* est encore aujourd'hui un vaste sujet d'étude et les capacités liées à ses méthodes ne cessent de croître au fil des années. C'est d'ailleurs vers ces techniques que se tournent le plus les derniers travaux de recherche dans le cadre du provisionnement.

On retrouve différents types de réseaux neuronaux ayant leur propre spécialité. Parmi eux nous pouvons retrouver les Perceptrons Multi-Couches qui représentent la forme la plus classique et la plus fréquemment rencontrée, les réseaux convolutifs qui s'avèrent particulièrement efficaces pour la reconnaissance d'images, ou encore les réseaux neuronaux récurrents. Ces derniers ont notamment obtenu des résultats probants dans le cadre de l'analyse sémantique. Ils ont la possibilité de prendre en charge des variables séquentielles telles que des caractéristiques temporelles. Ils permettent alors de tenir compte de cette temporalité afin de déterminer pour chaque nouvelle instance la quantité d'information à retenir, mais également la quantité d'information non essentielle à oublier. C'est pourquoi ce type d'algorithme est parfois appelé réseaux à mémoire.

Or, nous disposons justement dans le cadre de nos travaux des variables séquentielles telles que la succession des règlements et la suite des variations de charge. Ainsi, l'utilisation d'un réseau de neurones récurrents semble particulièrement adaptée à la problématique. Parmi les deux articles principaux détaillés dans la section 1.2.3 se trouve celui de Kevin Kuo qui propose l'utilisation de ce type d'algorithme. Nous adapterons encore une fois les travaux effectués dans cet article afin de répondre aux spécificités des données à disposition. Principalement, l'architecture du réseau sera différente et s'appuiera sur les bonnes pratiques usuelles relatives à l'implémentation des réseaux neuronaux.

Les réseaux de neurones récurrents sont d'une complexité importante et peuvent également engendrer des temps d'apprentissage non négligeables. De plus, la valeur ajoutée par les couches récurrentes est parfois négligeable par rapport à un réseau de neurones classique. Ainsi, nous lui opposerons un Perceptron Multi-Couches afin d'évaluer l'apport de la gestion de la temporalité dans les prévisions.

Les méthodes de *Deep Learning* présentent l'inconvénient de fonctionner sous forme de « boîtes noires » extrêmement difficiles à interpréter. C'est pour cette raison que nous implémenterons également une forêt aléatoire (ou *Random Forest* en anglais). Ce modèle rencontre généralement un succès important puisqu'il permet d'obtenir des résultats robustes tout en maintenant un niveau d'interprétabilité intéressant.

Enfin, ces trois modèles possèdent la capacité de réaliser la prédiction de plusieurs variables en simultané. De cette manière, ils prennent en charge dans leur construction les interactions que peuvent avoir les variables d'intérêts entre elles.

## 4 – Formalisation et présentation des modèles

Au sein de cette partie, nous décrivons le fonctionnement des méthodes d'apprentissage statistiques utilisées. Nous définirons également un cadre mathématique autour de leurs différentes composantes.

### 4.1 – Random Forests

Les techniques les plus réputées de *Machine Learning* sont liées à des arbres de décision. Leur invention a notamment relancé la recherche autour de l'apprentissage statistique au moment où celle-ci semblait à l'abandon. Nous décrivons d'abord le fonctionnement d'un arbre de décision unique avant d'aborder le thème des forêts aléatoires.

#### 4.1.1 – De l'arbre solitaire...

Plusieurs algorithmes permettant de construire des arbres de décision existent, mais le plus répandu est sans aucun doute l'algorithme *CART (Classification And Regression Trees)* instauré par Leo Breiman en 1984. La force des arbres de décision réside notamment dans leur exceptionnelle intuitivité. Le principe est simple, nous divisons tour à tour l'ensemble des exemples à disposition en deux parties suivant si la valeur d'une de leur caractéristique est supérieure ou inférieure à un seuil défini, afin de créer des groupes à l'intérieur desquels les observations se ressemblent.

D'un point de vue mathématique, considérons  $\mathcal{X}$  l'ensemble initial que nous voulons diviser en plusieurs hyper-rectangles  $A_1, \dots, A_m$  formant une partition. Plaçons-nous pour le moment dans le cadre d'une classification. La détermination de la classe se fait alors par vote majoritaire des classes présentes dans chacun des hyper-rectangles, c'est-à-dire que nous avons le classifieur  $g_n$  suivant :

$$g_n = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{Z_i \in A(x)} \mathbb{1}_{Y_i=1} > \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{Z_i \in A(x)} \mathbb{1}_{Y_i=0} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Où  $Z_1, \dots, Z_n \in \mathcal{X}$  représentent les vecteurs des variables explicatives des  $n$  observations et  $A(x)$  est l'hyper-rectangle contenant  $x$ .

$\mathcal{X}$  est donc le point de départ appelé la « racine », et qui s'avère être le premier nœud de l'arbre. Autour de ce nœud, un couple  $(j, \alpha)$  est désigné, où  $X_j$  correspond à une variable explicative particulière avec  $j \in \{1, \dots, p\}$  où  $p$  représente le nombre de variables explicatives ; et  $\alpha$  représente un seuil.

A chaque nœud  $N$ , un couple  $(j, \alpha)$  est choisi, et deux nouveaux nœuds « fils »  $N_L$  et  $N_R$  sont créés en répondant à la question de la supériorité ou de l'infériorité de  $X_j$  par rapport à  $\alpha$ . Les deux sous-groupes engendrés sont donc les suivants :

$$N_L(j, \alpha) = \{x \in N : x_j < \alpha\} \text{ et } N_R(j, \alpha) = \{x \in N : x_j \geq \alpha\}$$

L'objectif est donc de choisir de façon optimale le couple  $(j, \alpha)$  afin que les ensembles  $N_L$  et  $N_R$  soient les plus homogènes possibles. Pour cela, l'impureté du nœud  $N$  est comparée avec celle des deux nœuds fils pour chacun des couples possibles et le couple choisi est celui pour lequel le gain d'information est maximale. En classification, nous rencontrons principalement deux mesures d'impureté potentielles, l'indice d'Entropie et l'indice de Gini. Ce dernier fait figure de référence et c'est donc celui-ci que nous allons utiliser. Celui-ci se calcule par la formule suivante :

$$G(N) = \sum_{k=1}^K p_{N,k} (1 - p_{N,k})$$

Où :

- $K$  est le nombre de classes dans la variable cible  $Y$  ;
- $p_{N,k} = \frac{\#\{i: x_i \in N, y_i=k\}}{|N|}$  ;
- $|N| = \#\{i : x_i \in N\}$  .

Le couple retenu est celui qui maximise le gain d'information qui est calculé de la façon suivante :

$$IG(j, \alpha) = G(N) - \frac{|N_L(j, \alpha)|}{|N|} G(N_L(j, \alpha)) - \frac{|N_R(j, \alpha)|}{|N|} G(N_R(j, \alpha))$$

De plus, les arbres de décisions comportent la faculté de prendre en charge les problématiques *multioutputs*. Le principe est alors exactement identique et le couple  $(j, \alpha)$  est choisi comme étant celui qui maximise la moyenne du gain d'information pour chacune des variables cibles.

La construction d'un arbre peut donc être résumée par une succession d'étapes :

- Pour chaque nœud  $N$  présent dans l'arbre :
  1. Trouver le couple  $(j, \alpha)$  qui maximise le gain d'information  $IG(j, \alpha)$  ;
  2. Effectuer la séparation induite par le couple trouvé lors l'étape précédente afin de créer deux nœuds fils ;
  3. S'arrêter si un critère d'arrêt est rencontré, sinon continuer.

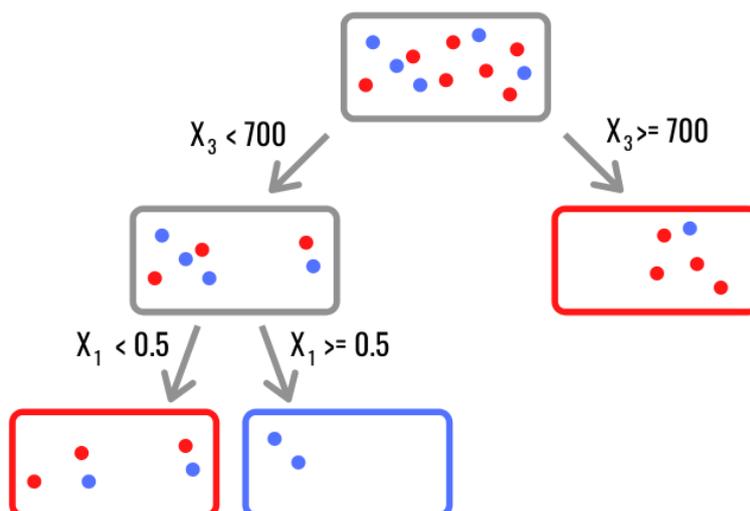


Figure 4.1 - Représentation d'un arbre de décision simple

Les critères d'arrêt peuvent être multiples. Dans le cadre de ce mémoire nous utiliserons les 2 critères suivants :

- La profondeur maximale de l'arbre, où la profondeur d'un arbre est définie comme étant le nombre d'étapes au cours desquelles nous cherchons à diviser les nœuds présents dans l'arbre ;
- Le nombre minimal d'observation dans un nœud.

Lorsqu'un critère d'arrêt est rencontré par un nœud, alors celui-ci devient un nœud terminal, plus communément qualifié par l'appellation de « feuille » de l'arbre. Lorsque tous les nœuds de l'arbre rencontrent l'un des critères d'arrêt, l'algorithme est arrêté. Alors, la proportion d'observations ayant pour étiquette la classe  $k$  au sein d'une feuille peut être vu comme la probabilité pour un nouvel individu qui se situerait dans cette même feuille d'appartenir à la classe  $k$ .

La Figure 4.1 schématise un arbre de décision servant à classifier des observations parmi 2 valeurs possibles : rouge ou bleue. Cet arbre est de profondeur 3, possède 2 nœuds dont la racine ainsi que 3 feuilles. Au sein de la feuille la plus à gauche, il y a 5 observations dont 3 rouges et 2 bleues. La probabilité pour une nouvelle observation appartenant à cette feuille d'être rouge (resp. bleue) est de  $\frac{3}{5} = 0.60$  (resp.  $\frac{2}{5} = 0.40$ ). Pour un nouvel individu appartenant à la feuille du milieu, la probabilité d'être bleu est de 1. S'il appartenait en revanche à la feuille de droite, il aurait une probabilité d'être rouge de 0.80.

Dans le cadre d'une régression, le fonctionnement d'un arbre de décision est identique à deux différences près. La première concerne la valeur à attribuer à une nouvelle observation. Celle-ci est définie par la moyenne des valeurs déjà présentes au sein de la même feuille. Nous pouvons donc introduire le régresseur  $r_n$  suivant :

$$r_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{Z_i \in A(x)} Y_i$$

La deuxième dissimilitude réside dans l'indice utilisé afin de quantifier l'impureté. En effet, il est naturellement impossible ici de se servir de l'indice de Gini. La mesure utilisée est alors la variance du nœud  $N$  définie comme :

$$V(N) = \sum_{i: x_i \in N} (y_i - \bar{y}_N)^2$$

Où :

$$\bar{y}_N = \frac{1}{|N|} \sum_{i: x_i \in N} y_i$$

Le calcul du gain d'information reste quant à lui inchangé.

Comme expliqué précédemment, les arbres de décision uniques possèdent une interprétabilité très intéressante et une intuitivité sans égale dans le domaine du *Machine Learning*. Toutefois, les résultats obtenus à partir de ceux-ci sont souvent peu concluants si la profondeur n'est pas suffisante. Et si la profondeur de l'arbre est suffisante, ils ont alors tendance à souffrir du sur-apprentissage. Le concept de sur-apprentissage – ou *overfitting* en anglais – désigne le fait pour un modèle d'apprendre précisément chacun des points du *set* d'apprentissage par cœur et de ne plus être capable de

généraliser ses prédictions à de nouvelles observations. Un modèle faisant preuve de sur-apprentissage est donc un prédicteur avec un biais faible, mais une variance élevée.

Ainsi, les arbres de décisions ne sont que très peu utilisés en tant que tels, mais servent surtout de base à des méthodes plus robustes et efficaces parmi lesquelles se situent les *Random Forests*.

#### 4.1.2 – ... à la forêt aléatoire

##### **Bagging**

Avant d'aborder les *Random Forests*, il convient d'abord d'introduire la notion de *bagging*, laquelle a été proposée par l'inventeur des arbres de décisions Leo Breiman en 1996 [12]. Ce concept a pour objectif de réduire la variance d'une méthode d'apprentissage statistique. Le nom « bagging » est la contraction de deux mots, « bootstrap » et « aggregation ».

Le *bootstrap* est une technique consistant à générer plusieurs bases de données différentes à partir d'un même *dataset* initial. Cela est réalisé en tirant aléatoirement avec remise les observations présentes à l'intérieur de ce dernier. La Figure 4.2 représente un exemple d'un *bootstrap* réalisé sur un *dataset* de 5 observations afin d'obtenir 3 nouveaux échantillons de 3 observations chacun.

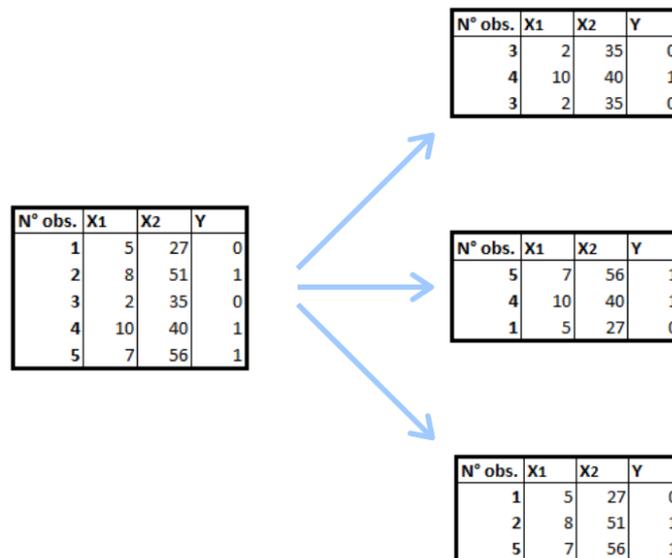


Figure 4.2 - Exemple d'un bootstrap

De son côté, le terme « *aggregation* » fait référence à une agrégation de plusieurs modèles. Le fonctionnement du *bagging* est donc intuitif puisqu'il s'agit d'une agrégation de différents modèles implémentés grâce à différents jeux de données issus d'un *bootstrap*. L'analogie avec le monde réel est facile. En effet, l'idée générale est de se dire qu'une personne peut avoir un avis faussé sur un sujet particulier, mais qu'en récoltant l'opinion d'un grand nombre de personnes alors il est probable que la vérité soit approchée.

Ainsi, l'algorithme du *bagging* peut être récapitulé de la façon suivante :

1. Pour  $b$  allant de 1 à  $B$  :
  - a. Tirer aléatoirement avec remise des observations du *dataset* initial  $D_n$  afin de créer un nouveau *dataset*  $D_n^b$  ;

- b. Implémenter un modèle  $\hat{f}^b$  à partir du *dataset*  $D_n^b$  ;
2. Fin de la boucle ;
3. Agréger les modèles  $\hat{f}^1$  à  $\hat{f}^B$  en utilisant un vote majoritaire dans le cadre d'une classification ou une moyenne dans le cadre d'une régression.

### Random Forests

La très populaire méthode des *Random Forests* a été formalisée une fois de plus par Leo Breiman en 2001 [13]. Celui-ci reprend ses travaux sur l'algorithme *CART* et décide d'y appliquer du *bagging*. Nous obtenons alors de multiples arbres servant à prédire la variable cible, ce qui explique l'appellation de « forêts ».

En revanche, le terme « aléatoire » ne fait pas seulement référence à l'utilisation du *bagging*. Un processus aléatoire sur les variables explicatives est également appliqué. Celui-ci consiste à tirer aléatoirement un nombre limité de variables parmi celles à dispositions à chaque nœud. Seules celles ayant été tirées au sort sont alors considérées pour la recherche du meilleur couple  $(j, \alpha)$ . À l'instar de ce qui est réalisé lors du *bootstrap*, cela permet de décorréler encore plus chacun des arbres afin d'optimiser l'efficacité de leur agrégation. Ce procédé est parfois désigné par le terme « *bagging feature* ».

Ainsi, si nous notons  $\hat{g}^i(x)$  la prédiction de l'arbre  $i \in \{1, \dots, B\}$  pour une nouvelle observation  $x$ , le classifieur  $\hat{g}_{RF}(x)$  pour une forêt aléatoire est défini de la façon suivante :

$$\hat{g}_{RF}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \mathbb{1}_{\hat{g}^i(x)=1} > \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \mathbb{1}_{\hat{g}^i(x)=0} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

De plus, la quantité  $\frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \mathbb{1}_{\hat{g}^i(x)=1}$  peut être vue comme la probabilité pour  $x$  d'appartenir à la classe 1.

Dans le cadre d'une régression, si nous notons note  $\hat{f}^i(x)$  la prédiction de l'arbre  $i \in \{1, \dots, B\}$  pour une nouvelle observation  $x$ , le régresseur d'une forêt aléatoire  $\hat{f}_{RF}(x)$  est défini de la façon suivante :

$$\hat{f}_{RF}(x) = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \hat{f}^i(x)$$

Finalement, les *Random Forests* perdent certes légèrement en interprétabilité par rapport à un arbre de décision unique, mais leurs performances sont autrement plus robustes. De plus, le calcul parallèle est réalisable étant donné que chacun des arbres d'une forêt sont implémentés indépendamment les uns des autres. Cela permet de ne pas être sujet à un temps de calcul trop élevé ce qui est bénéfique lorsqu'il s'agit de manipuler des données en grandes dimensions.

## 4.2 – Perceptron Multi-Couches

Les réseaux de neurones artificiels, eux, font partie intégrante du domaine du *Deep Learning*. Leur appellation est due à la volonté initiale des chercheurs d'imiter les connexions des neurones présents dans le cerveau humain. Nous présenterons les réseaux de neurones dans l'ordre

chronologique des avancées effectuées sur le sujet, en commençant par expliquer le fonctionnement d'un neurone unique avant d'en venir progressivement aux différents hyperparamètres modulables qui composent un Perceptron Multi-Couches (*MLP*) tel qu'utilisé aujourd'hui.

#### 4.2.1 – Du neurone artificiel au réseau de neurones

Les prémices des réseaux de neurones artificiels ont été introduits par McCulloch et Pitts en 1943 [14]. Ces derniers tentent de reproduire le fonctionnement d'un neurone humain et créent alors la notion de neurone artificiel. Ce dernier reçoit en entrée une somme pondérée de plusieurs variables ajoutée d'un biais et renvoie 0 si son résultat est négatif, 1 si son résultat est positif. Il s'agit donc d'un classifieur binaire. La fonction prenant en argument la somme pondérée est appelée « fonction d'activation ». Celle-ci vaut donc  $\sigma(x) = \mathbb{1}_{x>0}$  dans le cas précédent.

En 1958, Frank Rosenblatt réutilise ces travaux et crée le Perceptron [15]. Celui-ci se caractérise par l'utilisation du neurone artificiel inventé par McCulloch et Pitts en ajoutant un algorithme permettant l'optimisation des poids de la somme pondérée, aussi appelés « poids synaptiques » par analogie.

En notant  $\tilde{w} = (w_1, \dots, w_d, b)$  le vecteur des poids et du biais du modèle,  $\tilde{x}_i = (x_{1,i}, \dots, x_{d,i}, 1)$  le vecteur de la valeur des variables pour l'observation  $i$  et  $y_i$  la valeur de la variable d'intérêt pour l'observation  $i$ , alors l'algorithme est le suivant :

1. Initialiser les poids à 0 :  $\tilde{w} = 0$  ;
2. Pour chacune des observations :
  - a. Si la quantité  $y_i \langle \tilde{w}, \tilde{x}_i \rangle < 0$ , alors  $\tilde{w} = \tilde{w} + y_i \tilde{x}_i$  ;
  - b. Sinon passer à l'observation suivante.

Cet algorithme peut être vu comme la problématique de minimisation de la fonction suivante :

$$f(\tilde{w}) = - \sum_{i \in \mathcal{C}} y_i \langle \tilde{w}, \tilde{x}_i \rangle$$

Avec  $\mathcal{C}$  la liste des observations incorrectement prédites.

Ce type de fonction sera par la suite nommée indifféremment « fonction de perte » ou « fonction de coût » et sera notée  $f$ .

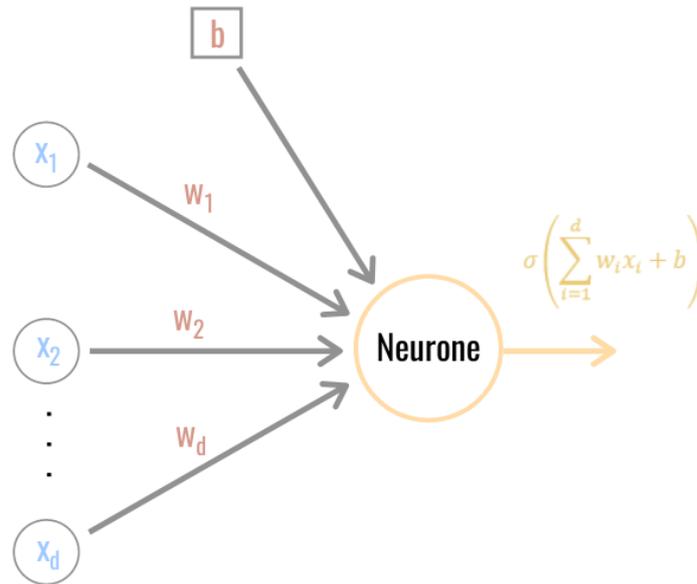


Figure 4.3 - Représentation d'un neurone artificiel

Si l'algorithme d'optimisation des poids est aujourd'hui plus sophistiqué, le neurone – parfois aussi appelé une unité – tel qu'introduit et représenté sur la Figure 4.3 est de son côté toujours en vigueur, à l'exception faite de la fonction d'activation utilisée.

Finalement, le Perceptron de Frank Rosenblatt peut être vu comme l'équivalent d'une régression logistique avec les mêmes défauts. Ainsi, en 1969, Minsky et Papert publient un article soulignant l'inefficacité du Perceptron pour résoudre des problèmes simples, et son incapacité à élucider des problèmes non linéaires. Cet article marque un coup d'arrêt dans les recherches liées aux réseaux neuronaux.

Ce n'est que dans la deuxième moitié des années 1980 que les réseaux de neurones refont véritablement parler d'eux. L'idée à l'origine de ce retour en grâce est de combiner l'utilisation de plusieurs neurones à la fois simultanément et successivement afin de leur permettre d'apprendre des dépendances plus complexes. Le Perceptron Multi-Couches est né.

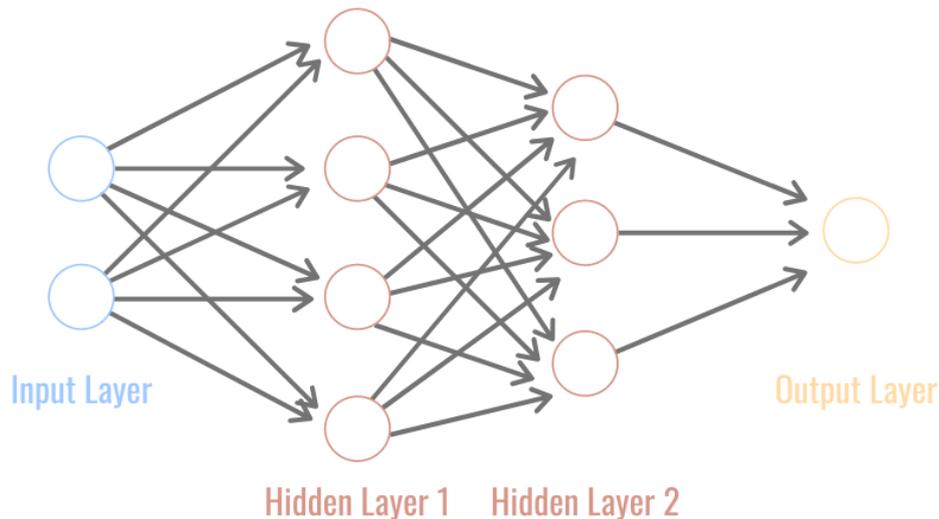


Figure 4.4 - Schéma d'un MLP

Celui-ci est successivement composé d'une couche d'entrée (*Input Layer*) comportant autant d'unités qu'il y a de variables explicatives, d'une ou de plusieurs couches cachées (*Hidden Layers*) contenant chacune un nombre de neurones à choisir, et enfin d'une couche de sortie (*Output Layer*) comprenant un unique neurone dans le cas d'une classification binaire ou d'une régression, ou autant de neurones que de classes différentes s'il s'agit d'une classification multi-classes. Ce genre de réseau de neurones est appelé *feedforward* ou acyclique, c'est-à-dire que l'information se propage uniquement de la gauche vers la droite. De plus, la fonction d'activation des couches cachées est généralement différente de celle de la couche de sortie. La Figure 4.4 illustre un MLP ayant pour architecture une couche d'entrée, deux couches cachées et une couche de sortie composées respectivement de 2, 4, 3 et 1 neurones. Précisons qu'aucun biais n'est représenté pour des raisons de clarté du schéma. En revanche, un biais est présent pour chacun des neurones du réseau.

Pour la suite, nous adopterons les notations suivantes :

- $w^l = \begin{pmatrix} w_{1,1}^l & \cdots & w_{1,J}^l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{I,1}^l & \cdots & w_{I,J}^l \end{pmatrix}$  : matrice des poids issus des connexions entre la couche  $l - 1$  (comportant  $J$  neurones) et la couche  $l$  (comportant  $I$  neurones) ;
- $b^l = (b_1^l, \dots, b_I^l)$  : vecteur contenant l'ensemble des biais de la couche  $l$  ;
- $a^l = (a_1^l, \dots, a_I^l)$  : vecteur contenant l'ensemble des sorties de la couche  $l$  ;
- $z^l = (z_1^l, \dots, z_I^l)$  : vecteur contenant l'ensemble des entrées de la couche  $l$  .

La combinaison des neurones n'est pas la seule nouveauté puisque l'algorithme d'optimisation des poids synaptiques évolue également étant donné que l'algorithme du Perceptron n'est alors plus applicable. En effet, il est désormais nécessaire d'optimiser les poids de l'ensemble du réseau.

#### 4.2.2 – Rétropropagation et descente de gradient

##### **Backpropagation**

Afin d'apprendre correctement, le réseau doit pouvoir mettre à jour l'ensemble de ses poids. La méthode de rétropropagation (ou *backpropagation* en anglais) de l'erreur permet de faire face à ce défi. En effet, elle permet de mettre à jour successivement les poids de chacune des couches en commençant d'abord par calculer l'erreur de prédiction d'une observation à l'aide de la fonction de perte  $f$ . En fonction de celle-ci, le réseau va pouvoir déterminer l'erreur induite par les poids de la couche de sortie. En connaissant l'erreur des poids de la couche de sortie, il est ensuite possible de calculer l'erreur induite par les poids de la couche précédente. Ceci est répété de façon récursive jusqu'à la couche d'entrée. En reprenant les notations précédentes, il est possible de démontrer à l'aide du théorème de la dérivation des fonctions composées les quatre équations fondamentales de la rétro-propagation suivantes :

- $\delta^L = \sigma'(z^L) \times \nabla_{a^L} f$
- $\delta^l = \left( (w^{l+1}) \delta^{l+1} \right) \sigma'(z^l)$
- $\frac{\partial f}{\partial b_i^l} = \delta_i^l$
- $\frac{\partial f}{\partial w_{i,j}^l} = a_j^{l-1} \delta_i^l$

De plus, l'algorithme de la rétro-propagation des erreurs est le suivant :

1. Initialiser les poids et les biais du réseau de façon aléatoire ;
2. Pour chaque observation  $x_i$  :
  - a. Passer  $x_i$  à travers le réseau et conserver les valeurs de la fonction d'activation ainsi que de sa dérivée pour tous les neurones du réseau ;
  - b. Calculer l'erreur de prédiction de l'observation  $x_i$  à l'aide de la fonction de perte ;
  - c. À l'aide des quatre équations listées ci-dessus, calculer récursivement l'erreur pour chacune des couches en allant de la couche de sortie jusqu'à la couche d'entrée.

### Optimisation des poids

Il reste maintenant à déterminer l'algorithme servant à optimiser les poids du neurone en minimisant la fonction de perte. Il existe différents solveurs afin de réaliser cela, mais tous reposent initialement sur le principe d'une descente de gradient stochastique telle que décrite ci-dessous :

- Initialiser  $w$  de façon aléatoire et choisir  $\eta$  appelé « taux d'apprentissage » ;
- Tant que  $|w_{t+1} - w_t| \geq \epsilon$  :
  1. Tirer au sort une observation  $i$  dans l'échantillon ;
  2.  $w_{t+1} = w_t - \eta \nabla_w f_i$

Afin que cet algorithme converge, il suffit en principe que la fonction de perte  $f$  soit convexe.

En pratique, au lieu d'une seule observation, un petit échantillon appelé « *mini-batch* » – aussi qualifié par le diminutif « *batch* » – est tiré aléatoirement puis est vu par le réseau avant qu'il ne mette à jour ses poids. Nous parlerons alors d'une itération. Dans ce cas, si le *batch* est de taille  $m$ , alors son gradient vaut :

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_w f_i$$

Parmi les différents solveurs, nous retrouvons les populaires SGD (*Stochastic Gradient Descent*) comme décrit précédemment et SGD avec moment qui utilise l'information de la précédente mise à jour des poids (c'est-à-dire le premier moment) pour calculer la mise à jour suivante. Cela permet notamment d'accélérer la convergence. Aussi, les solveurs RMSProp (*Root Mean Square Propagation*) et RMSProp avec moment permettent-ils d'adapter et de diminuer le taux d'apprentissage à chaque itération dans l'objectif d'accélérer l'apprentissage d'abord puis de l'affiner ensuite afin que l'algorithme ne diverge pas.

Cependant, nous détaillerons ici la méthode ADAM (*ADaptive Moment estimation*) que nous utiliserons lors de l'implémentation des modèles car elle est réputée pour son efficacité lorsqu'il s'agit de traiter des grandes bases de données. Le principe de cette méthode consiste en l'utilisation non plus seulement du premier moment mais également du deuxième. L'algorithme est le suivant :

1. Choisir :
  - a. Un taux d'apprentissage  $\eta$  ;
  - b. Des taux de décroissance  $\beta_1, \beta_2 \in [0,1)$  pour les deux moments ;
  - c. Une constante numérique  $\epsilon$  d'une valeur extrêmement faible.
2. Initialiser le vecteur du premier moment  $m_0$  et du deuxième moment  $v_0$  à 0, initialiser aléatoirement les poids  $w_0$  ;
3. Tant qu'il n'y a pas convergence et pour chaque itération  $t$  :

- a. Calculer l'estimation du premier et du deuxième moment de la façon suivante :

$$m_t = \frac{\beta_1}{(1-\beta_1)} m_{t-1} + \nabla_{w^t} f \quad \text{et} \quad v_t = \frac{\beta_2}{(1-\beta_2)} v_{t-1} + (\nabla_{w^t} f)^2$$

- b. Mettre à jour les poids de la façon suivante :

$$w_{t+1} = w_t - \frac{\eta}{\sqrt{v_t} + \epsilon} m_t$$

Chacun des solveurs est la plupart du temps une amélioration d'un autre. Cependant, le choix du solveur ne s'avère pas nécessairement être capital pour le bon apprentissage d'un réseau. Les choix liés à l'architecture du réseau ainsi qu'à ses hyperparamètres sont souvent les plus importants dans l'optique de construire un modèle performant.

#### 4.2.3 – Hyperparamètres et autres composantes

Plusieurs hyperparamètres régissent l'identité même d'un réseau de neurones. Ils permettent de construire le modèle de la façon la plus adaptée possible au problème. Toutefois, pour certains hyperparamètres, il n'existe pas encore de vérité générale concernant leur valeur, seulement des bonnes pratiques. Ainsi, ces hyperparamètres sont soumis à différents tests et différentes variations afin de trouver la configuration optimale.

#### **Architecture du réseau**

Les hyperparamètres parmi les plus cruciaux sont relatifs à l'architecture même du réseau. Il convient alors de choisir :

- **Le nombre de couches cachées** : plus le nombre de couches cachées augmente et plus la complexité du modèle est importante ;
- **Le nombre de neurones présents dans chacune des couches cachées** : la complexité augmente également lorsque les neurones sont nombreux.
- **Le nombre de neurones dans la couche de sortie** : permet de définir le nombre de sorties voulues. Par exemple, un réseau ayant pour objectif de résoudre un problème de classification *multioutputs* composé de 3 variables cibles binaires possèdera 3 neurones dans sa couche de sortie.

L'architecture optimale d'un réseau n'est pas préétablie suivant la problématique. Nous pouvons même retrouver différentes pensées dans la littérature qui sont parfois contradictoires quant à la structure générale à adopter.

### Fonctions du réseau

Tout d'abord, il convient de choisir la fonction d'activation des couches cachées du réseau. À la création des Perceptron Multi-Couches, deux fonctions étaient principalement utilisées :

- **Sigmoïde** :

$$x \mapsto \frac{e^x}{1 + e^x}$$

- **Tangente hyperbolique** :

$$x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Cependant, ces deux fonctions présentent la particularité de prendre leurs valeurs respectivement dans l'intervalle  $]0,1[$  et  $] -1,1[$ , qui sont des valeurs très petites. Cela peut engendrer le problème pour lequel le réseau se retrouve bloqué et ne peut plus apprendre. En effet, en utilisant le théorème de dérivation des fonctions composées lors de la *backpropagation*, le gradient des couches proches de l'entrée peut alors devenir extrêmement petit et par conséquent les poids synaptiques ne peuvent presque plus évoluer. Ce phénomène est connu sous le nom de « *gradient vanishing* ». De plus, la fonction exponentielle qui compose chacune de ces deux fonctions est plus coûteuse en termes de temps de calcul.

Afin de pallier à ces problèmes, la fonction **ReLU** (*Rectified Linear Unit*) a été introduite en 2012. Celle-ci est définie de la façon suivante :

$$x \mapsto \max(0, x)$$

Ainsi, cette fonction ne possède pas de borne supérieure et permet de se prémunir du *gradient vanishing*. Si son gradient est effectivement nul lorsque  $x < 0$ , laissant alors le neurone dans un « état de mort », il est peu probable que l'ensemble des neurones se retrouvent dans cet état. Il s'agit aujourd'hui de la fonction d'activation la plus utilisée pour les réseaux de neurones.

Ensuite, le choix de la fonction de sortie permet de définir la nature du réseau, c'est-à-dire de définir s'il s'agit d'un classifieur ou d'un régresseur. Les fonctions suivantes sont utilisées :

- **Sigmoïde** : dans le cadre d'une classification binaire (sa fonction est définie ci-dessus), elle permet d'avoir une sortie ayant pour valeur la probabilité d'appartenir à la classe positive ;

- **Softmax** : dans le cadre d'une classification multi-classes, elle permet d'avoir pour sortie les probabilités d'appartenir à chacune des classes et que la somme de celles-ci soit égale à 1. Elle est définie de la façon suivante :

$$Z_i \mapsto \frac{e^{z_i}}{\sum_{k=1}^K e^{z_k}} \quad \text{où } z_i \text{ est l'activation d'un unique neurone de la couche précédente.}$$

- **Linéaire** : dans le cadre d'une régression, elle permet d'avoir pour sortie la valeur prédite pour la variable d'intérêt et est définie ainsi :

$$x \mapsto Wx + b$$

Enfin, il est nécessaire de choisir la fonction de perte du réseau. En théorie, il existe plusieurs fonctions pouvant remplir ce rôle. Nous citerons ici les deux fonctions de coût les plus fréquemment utilisées :

- **Cross-entropy (classification)** :

$$-\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \mathbb{1}_{y_i=k} \ln([\hat{y}_i]_k)$$

Où  $K$  est le nombre de classes dans la variable d'intérêt et  $[\hat{y}_i]_k$  est la probabilité prédite par le réseau d'appartenir à la classe  $k$  pour l'observation  $i$ .

- **Mean Squared Error – MSE (régression)** :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Cette fonction de perte est donc minimisée au cours de l'apprentissage du réseau de neurone.

### Hyperparamètres d'apprentissage

Afin d'apprendre, le réseau doit mettre à jour ses poids lors des algorithmes de rétro-propagation et de descente du gradient. Plusieurs hyperparamètres régissent la façon dont ces algorithmes vont être itérés.

- **La taille du batch** : comme défini précédemment, un *batch* représente un sous-échantillon tiré aléatoirement depuis la base de données initiale. Le réseau doit voir ce sous-échantillon dans son intégralité avant de mettre à jour ses poids. Il faut donc choisir la taille du *batch* qui est souvent choisie comme étant une puissance de 2 bien que ce ne soit pas une obligation. Sa valeur ne peut pas dépasser quelques centaines sous peine d'être limité par la puissance de l'ordinateur.
- **Le nombre d'epochs** : une *epoch* représente le nombre de fois où le réseau de neurones va rencontrer l'entièreté de la base de données initiale. En choisissant ce nombre trop petit, le modèle n'aura pas eu le temps de suffisamment apprendre des observations et sera en situation de sous-apprentissage. À l'inverse, si le nombre d'*epochs* est trop élevé, le réseau comporte des risques de sur-apprendre les données, ce qui mène à une mauvaise capacité de généralisation.

- **Le nombre d'itérations** : il est calculé directement à partir du nombre d'*epochs* et de la taille du *batch*, les itérations étant le nombre de fois où le réseau voit un *batch* quel qu'il soit durant l'ensemble de sa phase d'apprentissage. Le nombre d'itérations n'est donc pas à moduler lors de la construction d'un réseau puisqu'il est déduit des deux hyperparamètres précédents.
- **Taux d'apprentissage initial** : le taux d'apprentissage tel que défini dans la descente du gradient doit être choisi petit, généralement entre  $10^{-3}$  et  $10^{-5}$ . En cas de taux d'apprentissage trop élevé, le risque est de ne pas trouver de minimums locaux et donc de diverger. Au contraire, si sa valeur est trop petite il y a un risque de trouver rapidement un minimum local qui ne serait pas assez satisfaisant. De plus, un taux d'apprentissage plus faible engendre naturellement une durée de l'apprentissage plus importante.
- **Taux de diminution de l'apprentissage pour le premier et le deuxième moment** : ces valeurs tels que définies dans la méthode d'optimisation ADAM sont uniquement présentes lorsque ce solveur est utilisé. Généralement, le taux  $\beta_1$  lié au premier moment et le taux  $\beta_2$  lié au deuxième moment prennent respectivement pour valeur 0,9 et 0,999.
- **Constante numérique pour le solveur ADAM** : cette valeur  $\epsilon$  telle que définie précédemment est généralement très faible, et ne sert que pour des raisons de stabilité numérique. Nous pouvons la retrouver par défaut à hauteur de  $10^{-8}$  dans la librairie *Scikit-Learn* ou à hauteur de  $10^{-7}$  dans *Keras*.
- **Initialisation des poids** : l'initialisation des poids est généralement réalisée aléatoirement selon une loi de probabilité. La méthode proposée par Xavier Glorot et Yoshua Bengio en 2010 figure parmi les plus courantes. Elle propose de tirer aléatoirement les poids selon une loi uniforme qui dépend de la taille de la couche précédente ainsi que de la taille de la couche suivante. Pour plus de détails, nous redirigeons le lecteur vers leur article [16]. Cependant, cette méthode n'est pas applicable aux couches ayant *ReLU* pour fonction d'activation. Dans ce cas, la méthode souvent préconisée est de tirer aléatoirement les poids suivant une loi normale centrée en 0 et dont la variance ne dépend que de la taille de la couche suivante. Cette initialisation a été proposée par He et al. [17] en 2015. Par ailleurs, les biais sont initialisés à 0 dans chacune de ces méthodes.

## Régularisation

Enfin, des méthodes de régularisation permettent de se prémunir contre l'*overfitting*. Dans le cadre des réseaux de neurones, il existe principalement trois paramètres pour éviter cela :

- **Pénalisation** : cette technique est utilisée dans de nombreux modèles. Elle consiste à ajouter un terme de pénalité à la fonction de coût. Nous dénombrons principalement 3 types de pénalité :
  1. **Lasso (pénalité L1)** : le terme  $\lambda \|w\|_1$  - où  $\lambda$  est une constante positive qui détermine l'importance de la pénalisation - est ajouté à la fonction de perte. Ce terme s'avère être une contrainte sur la taille des poids au sens de la norme 1. Ainsi, il a pour effet de diminuer voire d'annuler certains poids et agit donc d'une certaine façon comme un sélecteur de variable. La réduction des poids permet de ne pas sur-interpréter une variable particulière et donc d'éviter l'*overfitting*. En revanche, l'annulation de certains

pois peut être problématique si des variables ayant une corrélation trop importante sont présentes. La méthode ne prend alors en compte qu'une seule de ces variables et le risque qu'elle ne soit pas la plus pertinente d'entre elles existe.

2. **Ridge (pénalité L2)** : le terme  $\lambda \|w\|_2$  est ajouté à la fonction de perte. Ce terme est donc une contrainte sur la taille des poids au sens de la norme 2. Il permet de pallier au problème désigné précédemment puisque cette pénalité a pour effet de contracter seulement la taille des poids sans avoir le pouvoir de les annuler. En revanche, il ne possède donc pas la capacité de sélectionner des variables.
  3. **Elastic Net (L1 + L2)** : les deux termes liés aux méthodes *Lasso* et *Ridge* sont ajoutés. Cela a pour effet de réduire de façon plus importante les poids des variables non intéressantes pour la prédiction sans les annuler et ainsi de se prémunir de l'inconvénient de la méthode *Lasso* utilisée seule.
- **Dropout rate** : méthode très populaire du *Deep Learning*, le *dropout* consiste à désactiver aléatoirement des neurones appartenant à la couche d'entrée ou à des couches cachées selon une probabilité choisie (le *dropout rate*) durant la phase d'apprentissage. Après une itération, le modèle met à jour ses poids sans tenir compte des neurones désactivés. Lors de l'itération suivante, il réactive les neurones qui étaient mis hors de fonctionnement avant de désigner aléatoirement à nouveau les neurones qui seront désactivés. Cela permet notamment de répartir les poids du réseau puisqu'il doit alors apprendre à prédire correctement la variable d'intérêt sans la présence de certaines variables qui ne sont pas accessibles lors de certaines itérations. Ainsi, le modèle met à jour ses poids à partir de réseaux ayant des architectures différentes suite à la désactivation de certains neurones tout en limitant les variables utilisées. Cela peut donc presque être vu comme une méthode de *bagging* d'une façon similaire à ce qui est réalisé pour les arbres de décision et les forêts aléatoires. Enfin, la désactivation aléatoire d'un certain nombre de neurones permet de rendre le modèle moins complexe lors de la phase d'apprentissage et par conséquent de réduire le temps de calcul.
  - **Early stopping** : dernière méthode très couramment utilisée dans le cadre des réseaux de neurones, l'*early stopping* consiste d'abord à séparer les données en *set* d'apprentissage et *set* de test, et de calculer l'erreur sur chacun des deux jeux de données à la fin de chaque *epoch*. L'erreur d'apprentissage comme l'erreur de test devraient d'abord décroître lors des premières *epochs*, avant que cette dernière se mette à augmenter pendant que l'erreur d'apprentissage continue de diminuer. Le modèle perd alors sa capacité de généralisation et souffre donc de l'*overfitting*. Alors c'est à cet instant que l'*early stopping* intervient afin d'arrêter l'apprentissage du réseau. Il permet donc de déterminer le nombre optimal d'*epochs* afin que le réseau ne sur-apprenne pas les données. En pratique, on modulera un seuil de tolérance ainsi qu'un paramètre de patience. Ce dernier est le nombre d'*epochs* pendant lesquelles l'erreur de test ne diminue pas d'au moins la valeur du seuil choisi. Si ce nombre d'*epochs* est atteint, alors l'apprentissage est arrêté.

### 4.3 – Modèle profond et complexe

Si le Perceptron Multi-Couches possède déjà de nombreuses composantes, il est à présent possible de créer des réseaux neuronaux encore plus spécifiques, avec des unités et des architectures adaptées à des objectifs particuliers. Nous utiliserons notamment des couches récurrentes ainsi que

des couches *embedding* dans le cadre de notre modèle principal, que nous qualifierons de « modèle complexe » par la suite.

#### 4.3.1 – GRU : le neurone à mémoire

Les réseaux de neurones récurrents (*RNN*) permettent de tenir compte de la présence de données séquentielles et de contexte. Un neurone récurrent se matérialise par une interface cyclique contrairement à un neurone classique tel que défini précédemment. Cela signifie que le neurone va se servir non seulement des données qu'il reçoit en entrée, mais également de la sortie de son état précédent appelé « état caché » afin de prédire la sortie suivante.

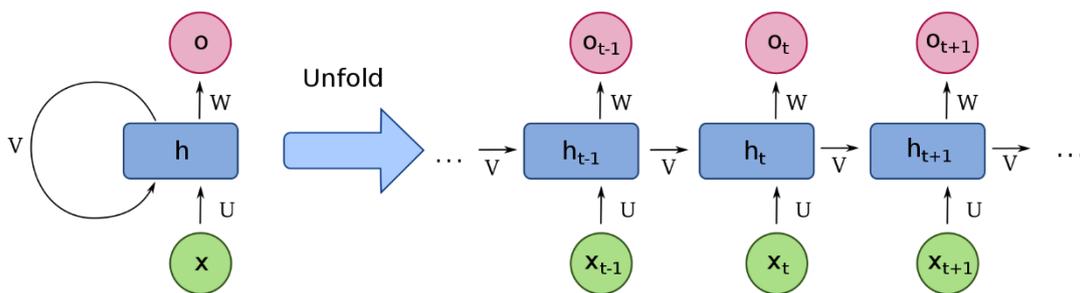


Figure 4.5 - Décomposition des itérations d'un neurone récurrent (Crédit : fdeloche - Own work, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=60109157>)

La Figure 4.5 illustre le fonctionnement des itérations d'un neurone récurrent. Celui-ci reçoit d'abord en entrée une information  $x_0$ , la traite et obtient un résultat qui sera celui de son état caché  $h_0$ . Cet état caché est également renvoyé en tant que premier élément  $o_0$  de son vecteur de sortie  $o$ , après avoir été pondéré par un poids  $W$ . À ce stade, le neurone récurrent dispose donc d'un état caché et nous pouvons donc généraliser son fonctionnement par la suite. Celui-ci reçoit donc une entrée  $x_{t-1}$  ainsi que son état caché antérieur  $h_{t-1}$  afin d'obtenir son nouvel état caché  $h_t$  et de renvoyer le  $t^{\text{ième}}$  élément  $o_t$  de son vecteur de sortie. La sortie du neurone peut être sous forme de vecteur comme décrit ci-dessus, mais il est aussi possible de ne conserver que le dernier élément de ce vecteur pour la suite du réseau étant donné qu'il contient de l'information sur l'ensemble des pas de temps précédents.

Initialement, ce type de neurone concaténait simplement l'information  $x_{t-1}$  et  $h_{t-1}$  avant de les passer en argument de la fonction tangente hyperbolique. Or, l'algorithme de rétro-propagation de l'erreur fonctionne de la même façon que pour un neurone classique. Ainsi, les informations les plus anciennes peuvent souffrir du problème de *gradient vanishing*. De ce fait, ces neurones récurrents – que nous qualifierons de « standards » dans ce cas – ne possèdent qu'une mémoire à court-terme puisque l'information temporellement éloignée de la fin de la séquence est alors oubliée.

C'est au sein de ce contexte que sont apparus d'abord les unités *LSTM* (*Long Short-Term Memory*) en 1997, puis plus récemment les *GRU* (*Gated Recurrent Unit*) introduits par Cho et al. en 2014 [18]. Ces neurones présentent l'avantage de se prémunir du problème de *gradient vanishing* et par conséquent de pouvoir retenir des dépendances de long-terme. Dans le cadre de ce mémoire, nous n'implémenterons que des cellules récurrentes de type *GRU*. Ce choix est motivé par une complexité

moins importante de ces dernières comparées aux unités *LSTM* et donc un temps de calcul moindre, couplée à des résultats souvent aussi performants. De ce fait, nous ne présenterons ici que le fonctionnement des *GRU*. Aussi redirigeons-nous le lecteur intéressé par les *LSTM* vers l'article à l'origine de leur introduction [19].

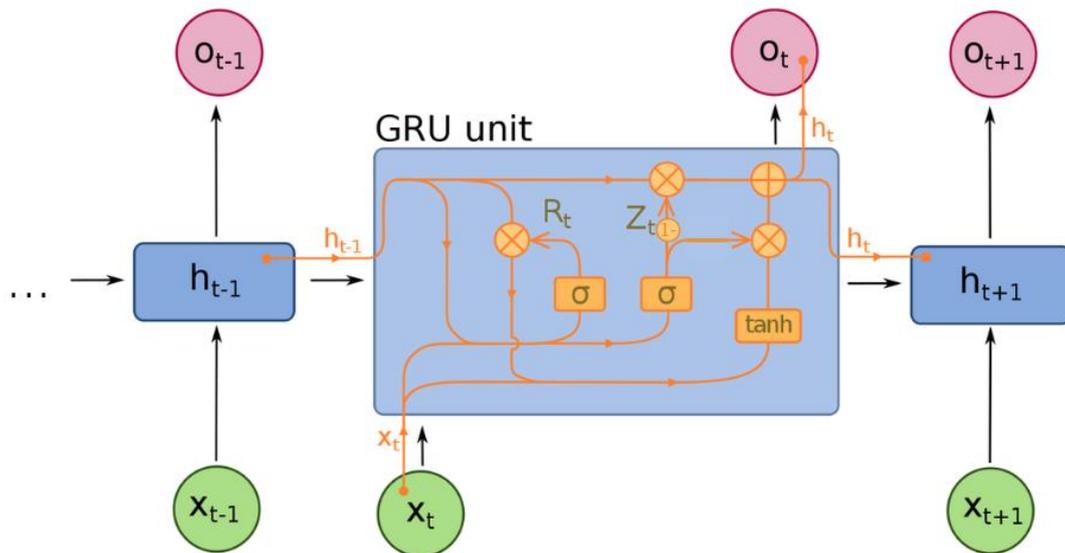


Figure 4.6 - Fonctionnement d'un GRU (Crédit : fdeloche - Own work, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=60466441>)

Les *GRU* sont composés de deux portes, la *reset gate* et l'*update gate*. En résumé, la première sert à déterminer la part d'information non essentielle de l'état caché pendant que l'autre permet de décider la quantité d'information à conserver du nouveau pas de temps.

En plus des notations précédemment définies, il convient d'introduire les éléments suivants :

- $R_t$  : la sortie de la *reset gate* ;
- $Z_t$  : la sortie de l'*update gate* ;
- $\tilde{h}_t$  : le potentiel candidat du nouvel état caché, dépendant de  $Z_t$  ;
- $W_R, W_Z$  et  $W_{\tilde{h}}$  : les poids respectifs de la *reset gate* et de l'*update gate*, ainsi que les poids relatifs à  $\tilde{h}_t$ , tous liés à la nouvelle information  $x_t$  ;
- $H_R, H_Z$  et  $H_{\tilde{h}}$  : les poids respectifs de la *reset gate* et de l'*update gate*, ainsi que les poids relatifs à  $\tilde{h}_t$ , tous liés à l'état caché antérieur  $h_{t-1}$  ;
- $b_R, b_Z$  et  $b_{\tilde{h}}$  : biais respectifs de la *reset gate* et de l'*update gate*, ainsi que les poids relatifs à  $\tilde{h}_t$ .

Tout d'abord, la *reset gate* additionne la nouvelle information  $x_t$  et l'état caché antérieur  $h_{t-1}$  tous deux pondérés par leurs poids respectifs. Cette addition est ensuite passée en argument de la fonction sigmoïde. Nous avons donc à ce stade :

$$R_t = \text{sigmoïde}(W_R x_t + H_R h_{t-1} + b_R)$$

La fonction sigmoïde renvoie alors un nombre compris entre 0 et 1. Ce nombre est en fait la proportion d'information à conserver au sein de l'état caché  $h_{t-1}$ . Ceci est naturellement formalisé en réalisant le produit de  $R_t$  et de  $h_{t-1}$ . En introduisant  $R_t^{(2)}$ , nous avons donc :

$$R_t^{(2)} = R_t \times h_{t-1}$$

L'information conservée de l'état antérieur est ensuite ajoutée à la nouvelle information  $x_t$  pondérée, avant d'être passé en argument de la fonction tangente hyperbolique. Cela a pour effet de fournir le candidat au nouvel état caché  $\tilde{h}_t$ . Ainsi :

$$\tilde{h}_t = \tanh(U_h R_t^{(2)} + W_h x_t + b_{\tilde{h}})$$

Ensuite, l'*update gate* fonctionne de façon similaire au début de la *reset gate*. Nous avons donc de la même façon que précédemment :

$$Z_t = \text{sigmoïde}(W_Z x_t + H_Z h_{t-1} + b_Z)$$

Cette quantité va finalement servir à rajouter la part d'information que le candidat  $\tilde{h}_t$  n'avait pas jugé essentiel de retenir.

Finalement, nous obtenons le nouvel état caché  $h_t$  :

$$h_t = (1 - Z_t) + Z_t \tilde{h}_t$$

Cela permet ainsi au neurone de conserver l'ensemble des informations disponibles. Le neurone ne souffre alors pas de problèmes de mémorisation pour des dépendances de long terme. La Figure 4.6 schématise le fonctionnement d'une cellule *GRU* décrit ci-dessus.

Enfin, les neurones de type *GRU* peuvent également être combinés afin de former une couche au sein d'un réseau de neurones de la même façon que les neurones classiques.

#### 4.3.2 – Couche *embedding*

Les modèles de *Machine Learning* et de *Deep Learning* ne sont pas capables de traiter les variables qualitatives dans leur état brut. Plusieurs transformations sont possibles afin que celles-ci deviennent utilisables. Il existe par exemple le « *One Hot Encoding* » qui consiste à créer autant de variables binaires que de modalités présentes dans la variable initiale, ou encore le « *Label Encoding* » qui remplace chacune des modalités par un chiffre si celles-ci possèdent une relation d'ordre. Dans le cadre des réseaux de neurones, la couche *embedding* fait également partie de ces possibilités. Bien que non spécifique à des réseaux neuronaux récurrents, elle ne fait pas partie des couches que nous retrouvons habituellement au sein d'un *MLP*. Son utilisation est notamment recommandée dans le cadre du traitement du langage naturel.

Cette couche a pour effet de transformer chacune des modalités de la variable initiale en un vecteur de la dimension choisie comportant des nombres réels. De plus, les modalités ayant un impact similaire sur la variable d'intérêt verront leur vecteur correspondant être proches au sens de la distance euclidienne. Afin d'atteindre cet objectif, des poids sont associés à chaque nombre réel composant les vecteurs et sont optimisés durant l'apprentissage de façon similaire aux autres poids du réseau.

La couche *embedding* présente donc deux avantages importants. Le premier est de réduire la dimension du modèle par rapport à l'utilisation d'un *One Hot Encoder*. Le second est de pouvoir tenir

compte des similitudes et des différences entre les modalités. Ainsi, la couche *embedding* sera privilégiée pour la transformation des variables catégorielles comportant de nombreuses modalités.

## 5 – Modélisation sur la branche Responsabilité Civile Vie Privée

Au sein de cette partie, nous implémenterons les modèles détaillés précédemment sur les triangles inclus pour la branche RCVP. Nous comparerons leurs performances respectives afin de choisir le modèle le plus précis. Le modèle élu sera ensuite mis en confrontation avec la méthode *Mack-Chain-Ladder* appliquée sur les mêmes données afin d'observer les différences entre les réserves estimées et les intervalles de confiance établis autour de celles-ci. Enfin, nous développerons le modèle choisi sur l'ensemble de l'historique disponible afin de vérifier la cohérence et la stabilité de la méthode lorsque de nouvelles observations entrent en jeu lors de l'apprentissage.

### 5.1 – Analyse exploratoire des données

Avant d'implémenter un modèle, il est important de réaliser une analyse exploratoire des données. Cette étape permet non seulement de comprendre certaines dépendances entre les variables explicatives et les variables cibles afin de déterminer les caractéristiques discriminantes, mais également de détecter des éventuelles corrélations entre les variables explicatives qui pourraient nuire à la qualité du modèle.

#### 5.1.1 – Dépendance des variables dans le cadre de la 1<sup>ère</sup> étape

L'objectif de cette section est d'étudier les dépendances que peuvent avoir les variables explicatives avec les variables d'intérêts de la première étape à savoir la présence d'un paiement, la présence d'une variation de charge et enfin la clôture du sinistre à chaque année de développement. Au vu du nombre de variables à disposition, il serait fastidieux d'étudier pour chacune d'entre elles leur influence sur les variables cibles. De plus, la notion temporelle des variables dynamiques semble intuitivement importante pour la prédiction. C'est pourquoi nous étudierons en priorité l'influence des variables séquentielles et notamment le lien existant entre le pas de temps qui précède celui que nous cherchons à prédire et la variable cible.

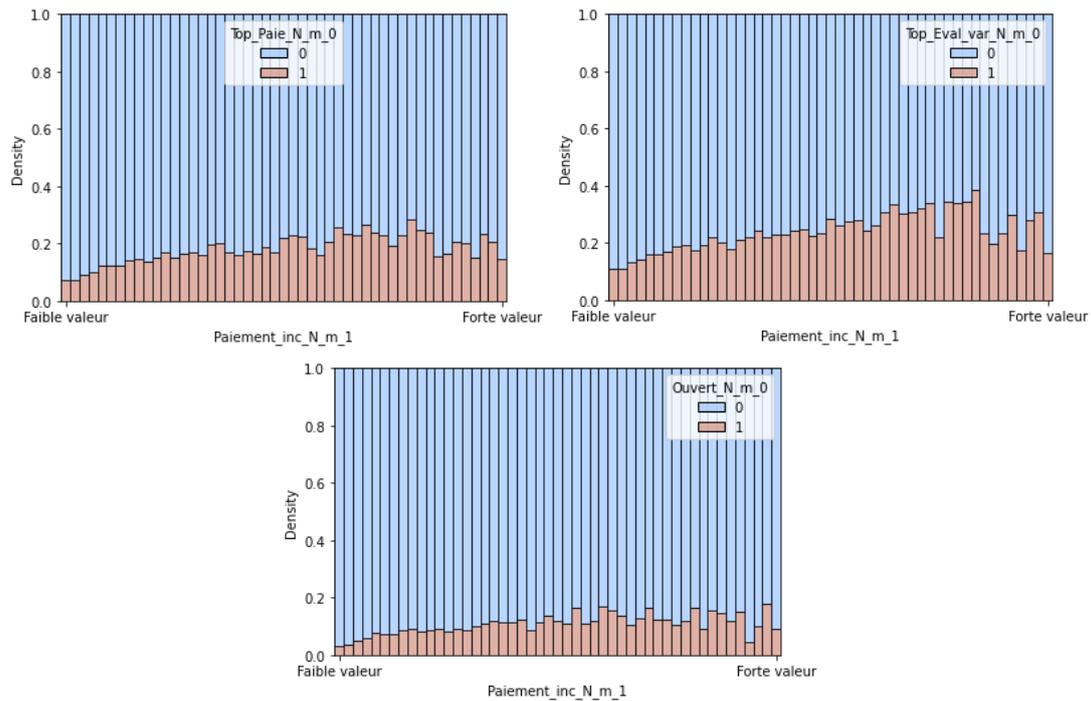


Figure 5.1 – Proportion des classes des variables cibles en fonction du montant du paiement de l’année de développement précédente

Nous pouvons observer tout d’abord sur la Figure 5.1 que le montant du paiement de l’année de développement précédant celle des variables cibles semble avoir un effet tout relatif. Ses effets les plus visibles concernent la variation de l’évaluation de la charge. Dans un premier temps, lorsque le montant du paiement augmente, la proportion des sinistres subissant une variation de charge l’année suivante croît également. Cependant, ceci est vrai jusqu’à un certain point. Lorsque le montant du paiement précédent devient réellement important, une diminution des probabilités d’observer une variation de charge se produit. Cette tendance est globalement identique concernant les deux autres variables bien que moins marquée. Nous pouvons donc penser que la variable des séquences de paiements sera certes discriminante mais probablement pas la plus prépondérante au vu de ces tendances qui sont visibles mais peu marquées.

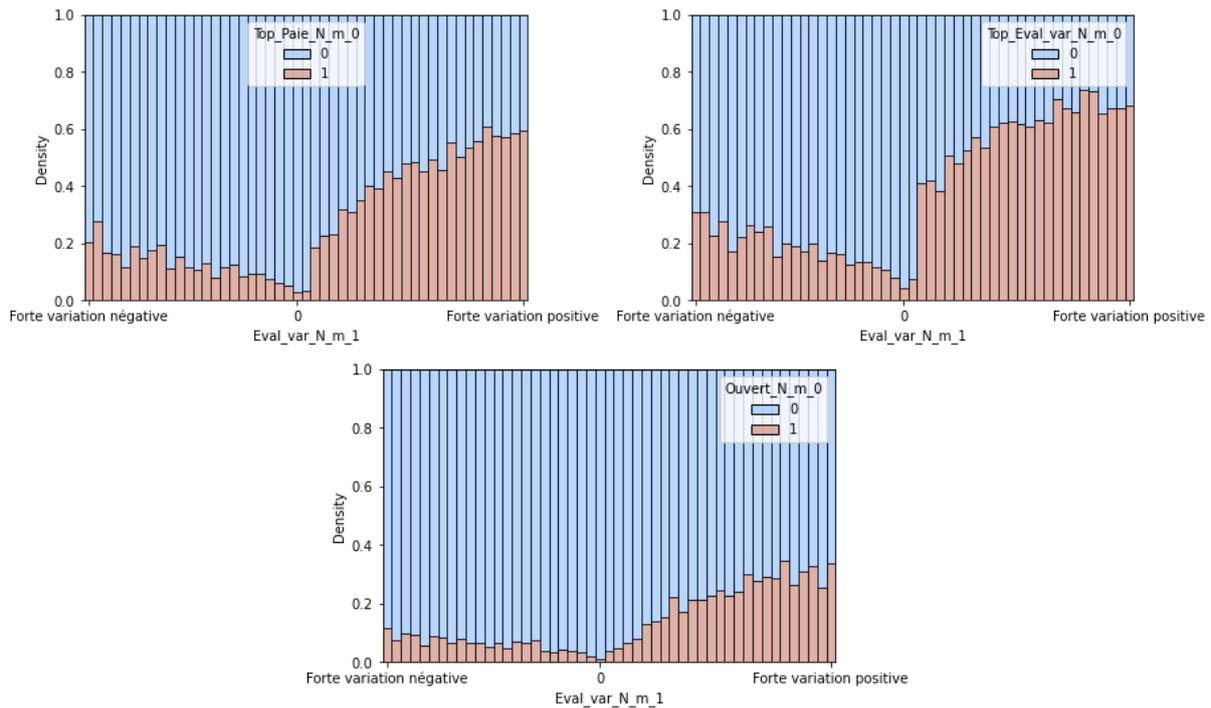


Figure 5.2 - Proportion des classes des variables cibles en fonction de la variation de la charge lors de l'année de développement précédente

En revanche, l'influence de la variation de charge lors de l'année précédente est nettement plus visible. Comme illustré sur la Figure 5.2, une variation nulle de la charge est souvent synonyme d'absence de paiement et de variation de charge l'année suivante. Cela peut également être dû au fait que le sinistre soit clos et donc qu'il ne peut plus subir d'événements, sauf réouvertures. En revanche, une variation positive engendre souvent un paiement ensuite, ainsi qu'une plus grande probabilité que le sinistre soit toujours ouvert. En effet, il est intuitif d'imaginer qu'un paiement doit alors être réalisé afin de compenser l'écart creusé entre la somme des règlements et la charge. La même tendance se dessine pour des variations négatives mais avec une ampleur logiquement moins importante puisque ce même écart est alors amoindri. Dans ce cas, l'année suivante semble donc susceptible de faire l'objet de quelques ajustements concernant les règlements.

Aussi est-il clair que l'état du sinistre – c'est-à-dire s'il est ouvert ou clos – à la fin de l'année précédente joue un rôle crucial. Un sinistre précédemment clos ne pourra pas être concerné par des paiements ou des variations de la charge pour la suite. La seule exception est la réouverture du sinistre, un fait qui reste extrêmement rare puisque cela ne se produit que dans 0,06% des cas. Au contraire, un sinistre ouvert possède en moyenne 20% de chance de le rester l'année suivante.

Enfin, bien que non séquentielle, il semble intuitif que l'année de développement soit très importante lors de cette première étape. De façon naturelle, il est ici plus probable qu'un sinistre soit clos après 10 ans qu'après 1 an et par conséquent de plus en plus de chance de ne pas être concerné par des règlements ou des variations à mesure que l'année de développement augmente. De même, des différences entre les garanties sinistrées pourraient être visibles puisque les sinistres corporels sont par exemple souvent plus complexes par nature que des sinistres matériels.

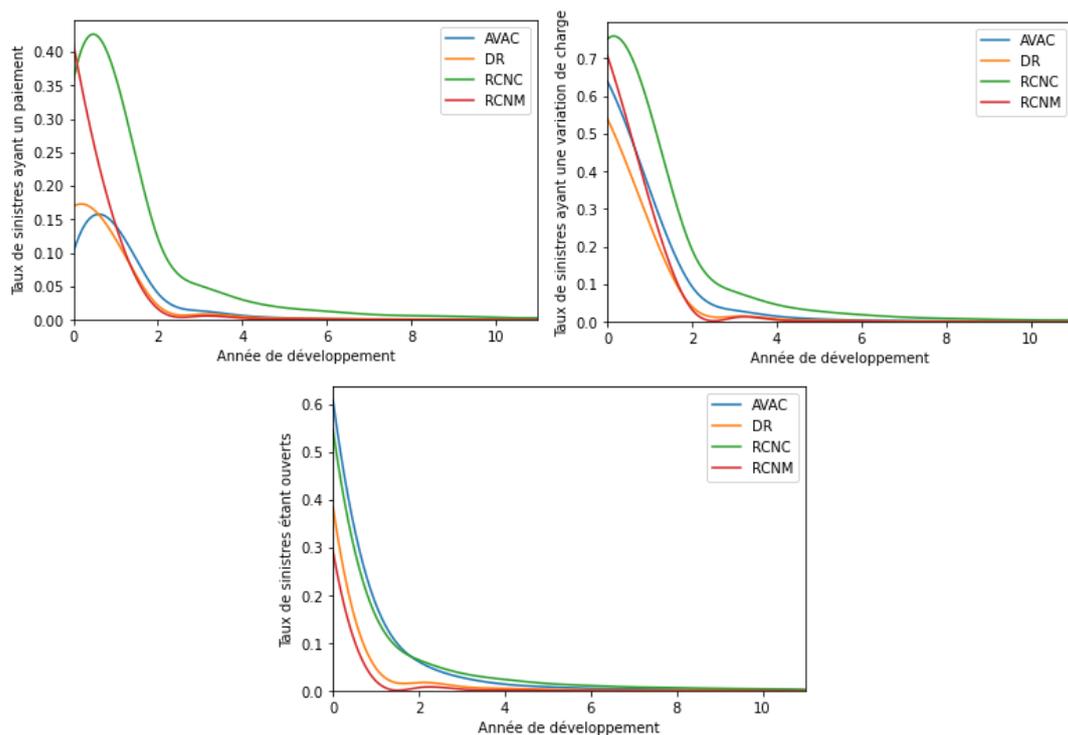


Figure 5.3 - Impact de l'année de développement et de la garantie sinistrée sur les variables cibles

La Figure 5.3 confirme ces hypothèses puisque nous observons de façon empirique que les sinistres corporels (RCNC) sont ceux étant ouverts le plus longtemps alors que les sinistres matériels sont à l'inverse clôturés de façon rapide. Il est également intéressant de noter que les sinistres de type « avance au préjudice (AVAC) » et « sauvegarde des droits (DR) » sont bien moins susceptibles de faire l'objet d'un règlement lors des toutes premières années de développement.

### 5.1.2 – Dépendance des variables dans le cadre de la 2<sup>ème</sup> étape

À nouveau, étudions l'effet des variables séquentielles sur les variables cibles de la deuxième étape, à savoir le montant du paiement et la variation de l'évaluation de la charge de l'année de développement considérée. Nous pouvons par exemple émettre l'hypothèse selon laquelle une variation de charge positive et importante engendre un paiement plus important l'année suivante dans l'objectif de liquider la PSAP.

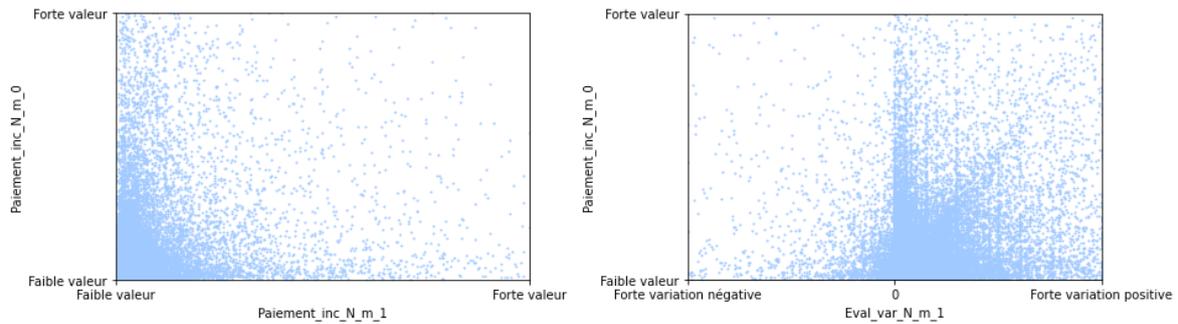


Figure 5.4 - Influence des variables séquentielles sur le montant du paiement

Nous considérons ici uniquement les cas où le paiement et la variation de charge sont non nuls et connus, ce qui exclut de fait la première année de développement de chaque sinistre. La Figure 5.4 renseigne les dépendances de ces variables avec le montant du paiement. Tout d'abord, il semble difficile d'observer une quelconque tendance dans le graphique de gauche. Le graphique situé à droite, lui, confirme notre hypothèse introduite précédemment. Nous observons en effet qu'une forte variation positive de la charge a plus de chance d'entraîner par la suite un paiement plus important. En revanche, une variation négative engendre généralement un paiement d'un montant peu élevé lors de l'année postérieure. La variation de charge de l'année antérieure pourrait donc bien être un facteur important dans la prédiction du montant du règlement de l'année considérée.

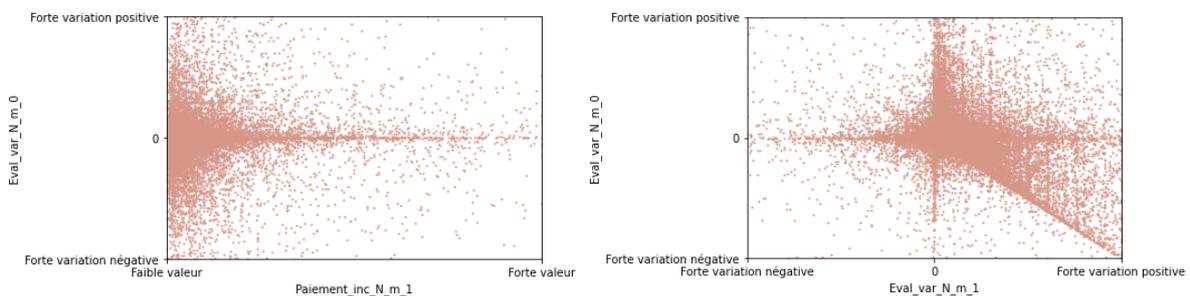


Figure 5.5 - Influence des variables séquentielles sur la variation de l'évaluation de la charge

La Figure 5.5 représente l'impact des variables séquentielles sur la variation de la charge. En raison de la masse importante de paiements à faible valeur, il est difficile de conclure sur l'influence du paiement de l'année antérieure, si ce n'est qu'un paiement d'un montant faible peut en revanche engendrer une variation importante tant positive que négative. La variation de charge de l'année précédente semble avoir un impact important ici puisqu'un effet de compensation s'opère. En effet, si une forte variation positive entraîne parfois une variation que très faible ensuite, il y a également de nombreux cas où elle entraîne plutôt une variation négative de l'évaluation de la charge, si bien que l'on observe pratiquement une relation linéaire entre les variations de charge positives de l'année  $n - 1$  et les variations de charge négatives de l'année  $n$ . La variation de la charge de l'année antérieure pourrait donc également être importante pour la prédiction de la variation de la charge de l'année considérée.

Enfin, il est souvent intéressant de procéder à une étude sur la distribution des variables d'intérêts. Nous l'effectuerons ici sur la variable cible principale du problème c'est-à-dire le montant des règlements.

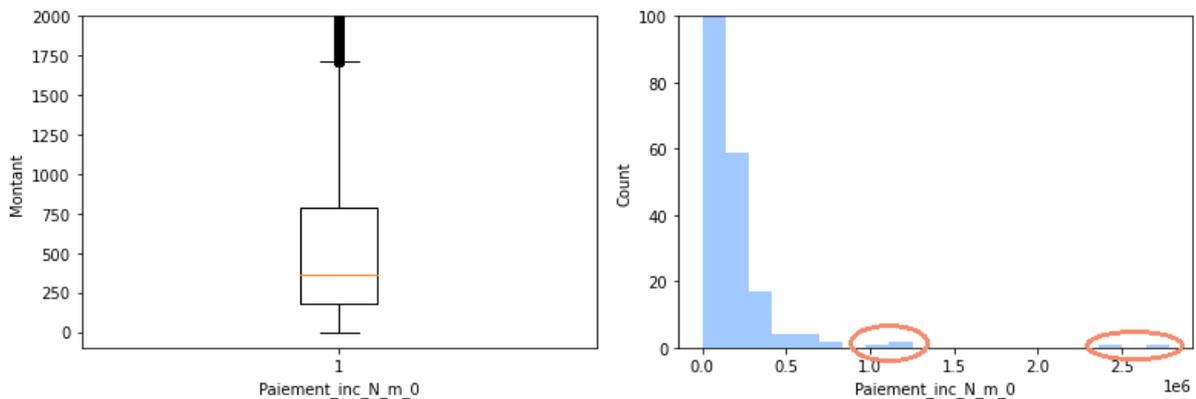


Figure 5.6 - Distribution du montant des paiements

La boîte à moustaches située à gauche de la Figure 5.6 indique que les montants des paiements sont surtout situés en-dessous de 2 000 €. Néanmoins, nous observons sur l’histogramme que quelques sinistres comportent des montants très élevés allant même jusqu’à plus de 2,5 M€. Au vu de cette distribution, il semble irréaliste de modéliser par le même algorithme une multitude de montants peu élevés avec quelques paiements très importants. Ces derniers pourraient effectivement engendrer un bruit non négligeable dans la prédiction des montants à faible valeur, de façon identique à la présence de valeurs aberrantes dans un modèle linéaire classique. De plus leur faible proportion – contrairement à celles des paiements à faible valeur – les rend inexorablement plus complexe à prédire.

Nous décidons donc d’effectuer une séparation entre les sinistres attritionnels, c’est-à-dire communs, et les sinistres graves. Un sinistre sera considéré comme grave dès lors que l’évaluation de sa charge dépasse 50 000 €, peu importe ses éventuelles variations de charge futures. Ce seuil a été choisi arbitrairement de sorte à ce qu’il soit alors plus probable que le modèle puisse capter la sévérité d’un sinistre jusqu’à une hauteur de 50 000 € plutôt que de plusieurs millions d’euros. D’autres procédés existent afin de séparer ces deux catégories de sinistres et le seuil pourrait être différent. Cependant, établir la meilleure séparation possible nécessite une étude complète qui n’entrera pas dans le cadre de ce mémoire. De plus, après séparation, les sinistres graves sont trop peu nombreux pour pouvoir être prédits correctement par un modèle d’apprentissage statistique et leur caractère spécifique devrait conduire à une étude approfondie sur leur cas qui sort du contexte des travaux réalisés ici. Par conséquent, nous ne nous préoccupons pour la suite que des sinistres n’ayant jamais atteint une évaluation de sa charge estimée à 50 000 €. Il convient néanmoins de préciser que le choix de ce seuil pourrait avoir un impact non négligeable dans les prédictions à réaliser. Dans le cadre de travaux ultérieurs au mémoire, des études supplémentaires sur la détermination de ce seuil à l’aide de méthodes statistiques pourraient alors aider à améliorer la précision des estimations.

### 5.1.3 – Corrélation des variables quantitatives

Après avoir étudié les dépendances avec les variables cibles, il est tout aussi important d’analyser les interactions potentielles entre les variables explicatives. Des corrélations trop prononcées empêchent généralement le modèle de pouvoir exprimer tout son potentiel en le

soumettant par exemple à un risque de surapprentissage. Deux variables induisant une redondance d'information conduisent donc l'algorithme à ne pas tirer pleinement parti de leur présence.

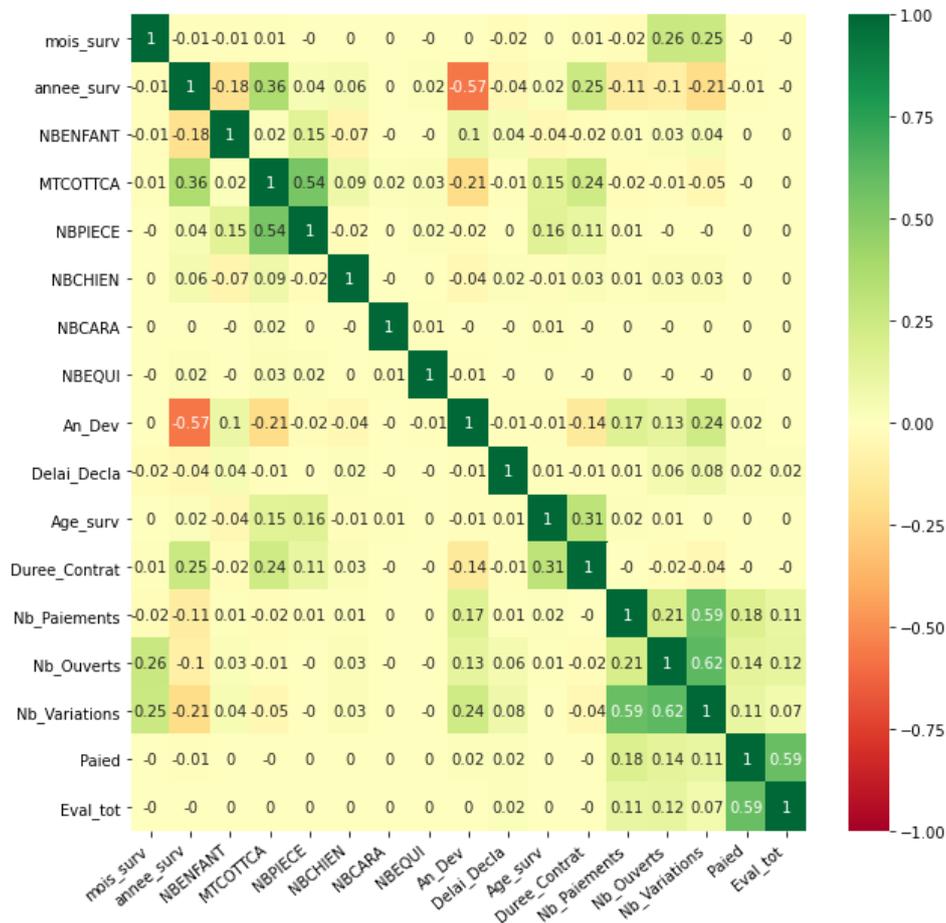


Figure 5.7 - Coefficient de corrélation linéaire de Pearson entre chacune des variables explicatives quantitatives

Concernant les variables quantitatives, il est possible d'avoir un aperçu de leurs interactions potentielles à l'aide du coefficient de corrélation linéaire de Pearson. La Figure 5.7 affiche cette mesure pour chacune des variables explicatives quantitatives.

Certaines corrélations apparaissent telles que l'année de développement et l'année de survenance à hauteur de  $-0,57$ , ce qui est logique puisque les années de survenance plus anciennes bénéficient de plus d'années de développement connues. Par exemple dans notre cas, un sinistre survenu en 1997 engendrera 11 observations avec des valeurs allant de 0 à 11 pour la variable « année de développement », quand un sinistre survenu en 2007 n'engendrera que 2 observations avec pour valeur respectives 0 et 1 en année de développement. Néanmoins, l'information qu'elles apportent au modèle n'est pas du tout la même.

Des corrélations autour de  $0,60$  sont également présentes entre la charge totale et la somme des règlements effectués précédemment, entre le nombre de variations de la charge et le nombre de paiements effectués auparavant, ainsi qu'entre le nombre de variations de la charge et le nombre d'années lors desquelles le sinistre est resté ouvert. Ces informations semblent *a priori* complémentaires plutôt qu'identiques. Par conséquent, nous décidons de conserver l'ensemble des

variables proposées initialement. Il est important de préciser toutefois que des dépendances non linéaires peuvent aussi être présentes et sont dans ces cas-là mal captées par le coefficient de Pearson.

## 5.2 – Implémentation des modèles

La seconde étape de la modélisation consiste à implémenter les modèles en veillant à être cohérent dans le choix des hyperparamètres et de leur optimisation compte tenu des contraintes de performances et de temps de calcul. Nous commencerons d'abord par détailler l'ensemble de la structure du modèle complexe, avant d'implémenter un Perceptron Multi-Couches ainsi qu'une forêt aléatoire dans l'objectif d'évaluer l'apport des couches spécifiques au modèle complexe. Aussi la structure des modèles sera-t-elle identique lors des deux étapes de modélisation.

### 5.2.1 – Modèle complexe

Le modèle complexe possède des unités *GRU* capables de tenir compte de la temporalité des variables séquentielles. Ce type de neurones, bien que plus rapide que des unités *LSTM*, est coûteux en termes de temps de calcul. Couplé à la quantité importante de données à disposition, la durée de la phase d'apprentissage peut vite devenir problématique. Il semble ici utopique de pouvoir réaliser une optimisation des hyperparamètres en bonne et due forme à l'aide d'une validation croisée dans des temps acceptables. Par conséquent, nous appliquerons uniquement les bonnes pratiques usuelles dans le choix de l'architecture du réseau et des hyperparamètres.

Il est également conseillé de normaliser les variables numériques avant de les introduire dans le réseau de neurones afin d'assurer une convergence plus rapide la plupart du temps. Par ailleurs, les variables catégorielles sont transformées à l'aide d'un *One Hot Encoding*, exceptées les variables CSP et DEPARTEMENT qui feront l'objet d'un traitement par une couche *embedding* du fait de leur nombre important de modalités. Concernant son architecture le réseau est structuré de la façon suivante :

#### 1. Première partie :

- **2 couches de 20 neurones de type GRU** : ces couches reçoivent en entrée les variables séquentielles. Bien qu'une seule couche cachée soit en théorie suffisante afin que le réseau puisse approximer n'importe quelle fonction, de nombreux travaux indiquent que deux couches cachées mènent souvent à une meilleure généralisation [20]. Au-delà de ce nombre, il est accepté que l'ajout d'autres couches cachées ne soit véritablement utile que pour des problématiques extrêmement complexes. Concernant leur taille, différentes croyances existent quant au nombre de neurones à inclure. La règle qui revient le plus souvent dans la littérature est de choisir un nombre situé entre le nombre de variables d'entrée et le nombre de variables de sortie. Dans le cadre des triangles inclus, les séquences sont de 11 (resp. 12) pas de temps pour 3 variables ce qui signifie 33 (resp. 36) entrées au total pour l'étape 1 (resp. l'étape 2). Nous choisirons donc 20 neurones *GRU* pour chacune des couches.
- **Dropout rate de 0,2** : à chacune des deux couches récurrentes est associé un *dropout rate* de 0,2 afin de limiter le risque d'*overfitting*.

- **2 couches *embedding*** : l'une afin de traiter la catégorie socio-professionnelle de l'assuré, l'autre afin de traiter son département. Ces deux variables possèdent effectivement de nombreuses modalités et il semble judicieux de les associer à une couche *embedding*. La taille des vecteurs sera d'un tiers le nombre de modalités qu'elles comportent. Ce choix semble suffisant afin d'engendrer une représentation fidèle des modalités tout en gardant une complexité raisonnable. Ces couches sont suivies d'une couche d'aplatissement pour des raisons de dimensions.
- 2. Deuxième partie :**
- **Concaténation et entrée des autres variables** : les sorties des couches récurrentes et des couches *embedding* sont concaténées en compagnie des variables statiques.
- 3. Troisième partie :**
- **2 couches « *fully connected* » de 20 neurones** : ces couches contiennent des neurones classiques tels que nous pourrions retrouver dans un *MLP*. Bien que la première couche *fully connected* possède un nombre d'entrées supérieur, le même raisonnement que pour les couches récurrentes a ici été appliqué afin de limiter le temps de calcul lors de l'apprentissage.
  - **Dropout rate de 0,2** : celui-ci est appliqué à chacune des deux couches *fully connected*. Le raisonnement est similaire à celui des couches récurrentes.
- 4. Quatrième partie :**
- **Couches de sortie** : la sortie de la deuxième couche *fully connected* est envoyé dans 3 (resp. 2) couches de sorties différentes correspondant chacune à l'une des 3 (resp. 2) variables d'intérêts de l'étape 1 (resp. l'étape 2).

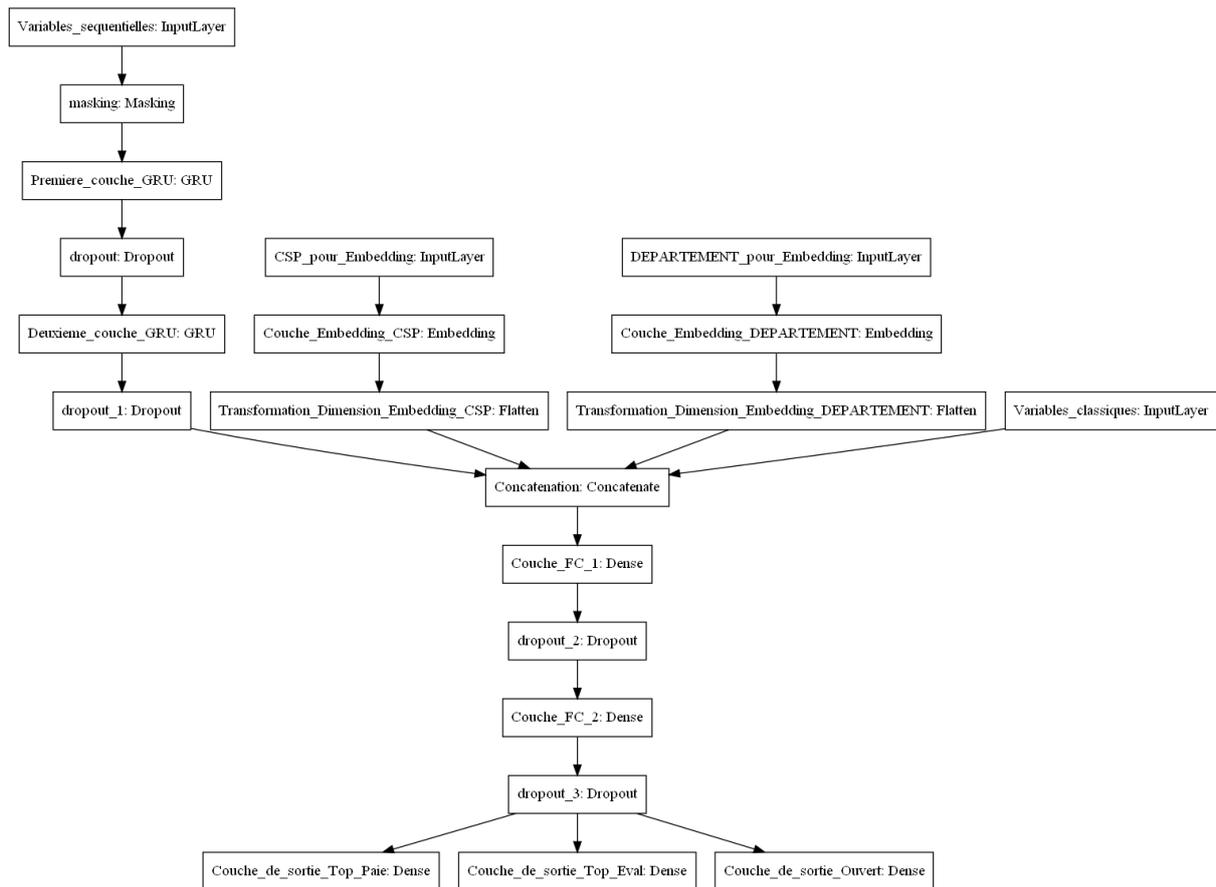


Figure 5.8 - Architecture du modèle complexe de l'étape 1

L'architecture détaillée ci-dessus est illustrée par la Figure 5.8 qui se lit de haut en bas.

À présent que l'architecture est établie, il faut choisir judicieusement les hyperparamètres du modèle complexe :

- **ReLU en fonction d'activation des couches cachées** : cette fonction permet de ne pas s'exposer au *gradient vanishing*.
- **Sigmoid en fonction de sortie pour l'étape 1, linéaire pour l'étape 2** : les variables cibles sont binaires pour l'étape 1 et continues pour l'étape 2.
- **Cross-entropy en fonction de perte pour l'étape 1, MSE pour l'étape 2** : la justification est la même que ci-dessus.
- **512 pour la taille du batch pour l'étape 1, 64 pour l'étape 2** : la taille du *dataset* étant très grande lors de l'étape 1, la taille du *batch* choisie est la plus grande possible avant de rencontrer des problèmes de mémoire. Le jeu de données de l'étape 2 est plus petit puisqu'il est restreint suivant la condition qu'un paiement ou qu'une variation de charge se produise. La taille du *batch* est donc réduite dans ce cas à 64.
- **300 pour le nombre d'epochs** : l'objectif ici est d'autoriser un nombre maximal d'*epochs* élevé afin que l'*early stopping* définisse lui-même le moment opportun pour arrêter l'apprentissage.

- **$10^{-4}$  pour le taux d'apprentissage initial** : cette valeur est située dans l'intervalle généralement préconisé pour cet hyper-paramètre.
- **ADAM en solveur** : ce solveur est recommandé lorsque la taille du *set* d'apprentissage est grande. Les valeurs des hyperparamètres liés au solveur, c'est-à-dire  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\epsilon$ , sont laissées par défaut soit respectivement 0,9 ; 0,999 et  $10^{-7}$ .
- **Méthode de He et al. pour l'initialisation des poids** : cette méthode est préconisée lorsque la fonction d'activation des couches cachées est *ReLU*.
- **Pas de pénalisation** : l'idée est de penser que le *Dropout rate* et l'*early stopping* sont suffisants dans l'optique de contenir le phénomène de sur-apprentissage.
- **Présence d'*early stopping*** : le triangle inférieur inclus sera donné en guise de *set* de test. Cela permettra à l'algorithme de s'arrêter lorsque l'erreur de test s'arrête de diminuer et par conséquent de déterminer le nombre optimal d'*epochs* dans le cadre de l'application du modèle sur l'intégralité de l'historique. Nous fixons une patience de 10 *epochs* consécutives sans une diminution de l'erreur d'au moins  $10^{-4}$  avant d'arrêter la phase d'apprentissage.

Le modèle complexe possède un total de 11 305 poids à optimiser durant la phase d'apprentissage du réseau.

### 5.2.2 – Perceptron Multi-Couches

Le Perceptron Multi-Couches a ici pour objectif de mesurer si l'utilisation d'une architecture profonde telle que celle du modèle complexe est bénéfique ou superflue. Afin de pouvoir comparer au mieux les deux méthodes, les hyperparamètres auront une valeur identique à ce qui a été présenté précédemment. Seule l'architecture change en n'utilisant aucune cellule de type *GRU* ou de couches *embedding*. De plus, une couche cachée a été ajoutée afin de compenser l'absence de neurones récurrents et de permettre au modèle de capter la complexité des variables séquentielles. Les variables CSP et DEPARTEMENT présentent de trop nombreuses modalités et il n'est donc pas raisonnable de les traiter à l'aide d'un *One Hot Encoding*. Ces deux variables ne seront donc pas incluses dans le Perceptron Multi-Couches ce qui pourrait éventuellement pénaliser le modèle si ces variables s'avéraient capitales.

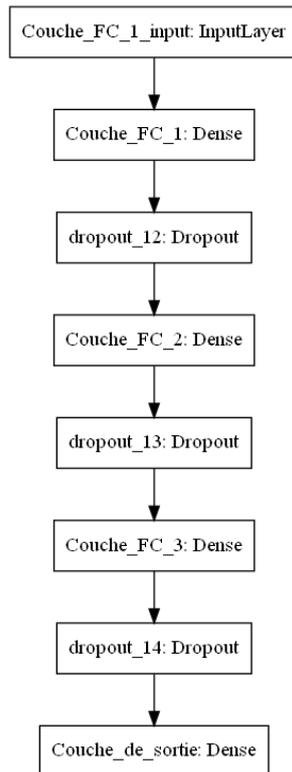


Figure 5.9 - Architecture du MLP

La Figure 5.9 schématise les couches successives du *MLP*. Précisons ici que la couche de sortie est composée de 3 (resp. 2) neurones ce qui est équivalent aux 3 (resp. 2) couches de sortie du modèle complexe composées chacune de 1 neurone lors de l'étape 1 (resp. 2).

### 5.2.3 – *Random Forests*

L'objectif des *Random Forests* est ici d'évaluer la capacité d'un algorithme de modélisation qui est en l'occurrence plus simple et plus interprétable à pouvoir obtenir des performances similaires à celles du modèle complexe. Le temps d'implémentation des *Random Forests* étant plutôt rapide, nous effectuerons ici une validation croisée afin d'optimiser les hyperparamètres. Une validation croisée consiste à séparer le *set* d'apprentissage en plusieurs sous-échantillons appelés « dossiers » et de se servir tour à tour de chacun d'entre eux comme *set* de validation. Le modèle est alors implémenté sur les dossiers restants et les performances sont évaluées sur les données de validation selon une métrique donnée, et ceci pour chacune des combinaisons d'hyperparamètres que l'on cherche à optimiser. Ce processus est ensuite itéré plusieurs fois en changeant le dossier servant de *set* de validation. La combinaison d'hyperparamètres optimale est ensuite désignée comme étant celle obtenant le meilleur score moyen en prenant en compte chacune des itérations. Nous établirons ici une validation croisée comportant 3 dossiers en utilisant pour métrique le *F1 Score* plutôt que la *cross-entropy* lors de l'étape 1 pour des raisons pratiques. Cette métrique se définit ainsi :

$$F1\ Score = \frac{2 \times \text{précision} \times \text{sensibilité}}{\text{précision} + \text{sensibilité}}$$

Où :

- $précision = \frac{nb\ de\ vrais\ positifs}{nb\ de\ vrais\ positifs + nb\ de\ faux\ positifs}$
- $sensibilité = \frac{nb\ de\ vrais\ positifs}{nb\ de\ vrais\ positifs + nb\ de\ faux\ négatifs}$

La *cross-entropy* telle qu'implémentée dans *Scikit-Learn* ne tolère pas les modèles *multioutputs* lors de la validation-croisée. Le *F1 Score* est tout de même cohérent puisqu'il est particulièrement adapté au cas des classifications comportant un déséquilibre des classes, ce qui est le cas ici. Lors de l'étape 2, la métrique utilisée est bien le *MSE*.

Les hyperparamètres que nous cherchons à optimiser sont les suivants :

- **Nombre d'arbres ({200, 300})** : ces propositions de valeurs semblent suffisantes afin d'obtenir des prédictions robustes tout en n'augmentant pas excessivement le temps de calcul.
- **Profondeur maximale de l'arbre ({20, 25})** : deux profondeurs pas trop faibles afin de ne pas faire face à des problèmes de sous-apprentissage, mais pas trop élevée pour se prémunir du sur-apprentissage.
- **Nombre minimal d'observations dans les feuilles ({5, 20})** : la justification est la même que précédemment.
- **Taille de l'échantillon considéré ({500 000, 800 000}, étape 1), ({50 000, 100 000}, étape 2)** : les valeurs recommandées sont situées entre un tiers et un demi de la taille total du *dataset*. Les valeurs testées correspondent donc approximativement à ces proportions.

Le nombre maximal de variables considérées à chaque nœud des arbres correspond à la racine carrée du nombre total de variables à disposition tel que préconisé dans la littérature. Cela donne donc 16 combinaisons possibles au total.

Résultats de la cross-validation

Combinaisons	param_max_depth	param_max_samples	param_min_samples_leaf	param_n_estimators	mean_fit_time	mean_test_score	rank_test_score
15	25.0	500000.0	5.0	300.0	875.55	0.53	4.0
14	25.0	500000.0	5.0	200.0	1039.81	0.53	2.0
13	25.0	500000.0	20.0	300.0	1428.72	0.51	11.0
12	25.0	500000.0	20.0	200.0	1013.17	0.51	12.0
11	25.0	800000.0	5.0	300.0	2108.91	0.53	3.0
10	25.0	800000.0	5.0	200.0	1448.0	0.53	1.0
9	25.0	800000.0	20.0	300.0	2055.95	0.52	9.0
8	25.0	800000.0	20.0	200.0	1394.36	0.52	10.0
7	20.0	500000.0	5.0	300.0	1509.57	0.53	8.0
6	20.0	500000.0	5.0	200.0	1032.79	0.53	5.0
5	20.0	500000.0	20.0	300.0	1486.42	0.51	16.0
4	20.0	500000.0	20.0	200.0	1074.4	0.51	15.0
3	20.0	800000.0	5.0	300.0	2082.71	0.53	6.0
2	20.0	800000.0	5.0	200.0	1489.91	0.53	7.0
1	20.0	800000.0	20.0	300.0	2152.94	0.51	13.0
0	20.0	800000.0	20.0	200.0	1514.36	0.51	14.0

Figure 5.10 - Résultats de la validation croisée lors de l'étape 1

La Figure 5.10 récapitule sous forme de carte de chaleur les résultats de la validation croisée de l'étape 1 pour chacune des combinaisons. Le tableau récapitulatif de la validation croisée de l'étape 2 est fourni en annexe.

La recherche des hyperparamètres optimaux a duré respectivement 175 minutes et 75 minutes lors des deux étapes, ce qui est convenable compte tenu du fait que 48 forêts aléatoires ont été implémentées au total lors de l'algorithme de la validation croisée. Au vu des résultats, les hyperparamètres respectivement retenus lors de l'étape 1 et l'étape 2 sont les suivants :

- **Nombre d'arbres** : 200 et 300 ;
- **Profondeur maximale de l'arbre** : 25 et 20 ;
- **Nombre minimal d'observations dans les feuilles** : 5 et 20 ;
- **Taille de l'échantillon considéré** : 800 000 et 100 000.

### 5.3 – Comparaison des performances et choix du meilleur modèle

Après avoir implémenté le modèle complexe ainsi que ses deux challengers, la suite logique est de comparer les performances de chacune de ces méthodes suivant des indicateurs pertinents. Cela permettra d'abord de mesurer la valeur ajoutée du modèle complexe, puis de choisir en conséquence le modèle le plus précis qui sera par la suite utilisé afin de réaliser les simulations du triangle inférieur.

#### 5.3.1 – Performances lors de l'étape 1

La première étape du modèle permet de prédire – pour un sinistre et une année de développement considérée – son état général, c'est-à-dire s'il fera l'objet d'un paiement, s'il souffrira d'une variation de l'estimation de sa charge et s'il sera clos en fin de période.

Lors de l'apprentissage des réseaux de neurones, il est possible de suivre l'évolution de l'erreur calculée par la fonction de perte sur le *set* d'apprentissage ainsi que sur le *set* de test. Cela permet de vérifier l'*epoch* à laquelle l'*early stopping* intervient.

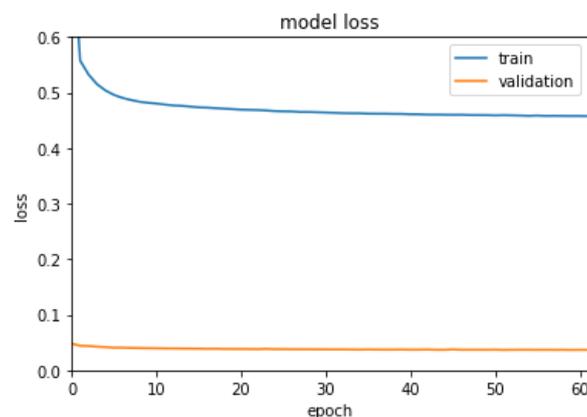


Figure 5.11 - Evolution de l'erreur d'apprentissage et de l'erreur de validation pour le modèle complexe lors de l'étape 1

Nous illustrons graphiquement cette évolution sur la Figure 5.11. La somme de la valeur de la fonction de perte des trois variables cibles est représentée dessus. Le graphique semble contre-intuitif au premier abord puisque l'erreur d'apprentissage est généralement inférieure à l'erreur de validation alors que la tendance inverse se produit ici. Cela est dû au fait qu'il y a un déséquilibre des classes déjà présent dans le *set* d'apprentissage qui correspond au triangle supérieur (les paiements nuls et les variations de charge nulles  $y$  sont majoritaires, de même que les sinistres clos) qui s'accroît encore dans le *set* de test qui correspond au triangle inférieur. Le modèle ayant alors appris avec plus de précision les classes majoritaires a donc naturellement plus de facilité à les prédire sur le *set* de test. Ceci explique que l'erreur de validation soit plus faible dans notre cas.

La courbe de l'erreur d'apprentissage possède une forme typique, avec une réduction de l'erreur très rapide au début avant de diminuer plus lentement et de façon continue. La courbe de l'erreur de validation présente la même tendance au cours des premières *epochs* bien que moins marquée, avant de ne progresser que très légèrement sans rencontrer les conditions de l'*early stopping*. Ce dernier intervient finalement après 63 *epochs*.

Un graphique avec des tendances similaires peut également être obtenu en suivant l'évolution de l'erreur pour le *MLP*. Ce graphique est disponible en annexe.

Les métriques de performances sont à peu près tout ce que nous possédons afin d'interpréter les résultats d'un réseau de neurone. En revanche, les *Random Forests* permettent de mieux comprendre les choix effectués par cet algorithme. S'il est fastidieux de regarder en détail les nœuds des 200 arbres qui composent la forêt aléatoire implémentée, il est possible d'obtenir l'importance d'une variable en calculant la moyenne de la diminution de l'impureté qu'elle engendre sur les nœuds de chacun des arbres.

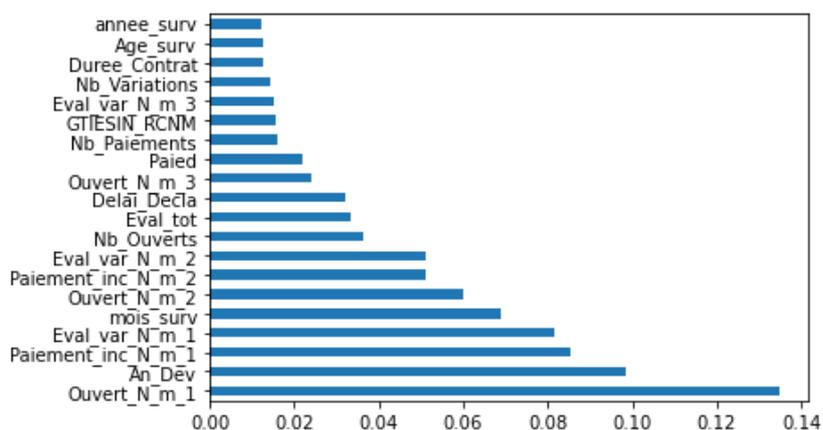


Figure 5.12 - Importance des variables lors de l'étape 1 selon la forêt aléatoire

La Figure 5.12 représente l'importance des 20 variables les plus pertinentes selon la forêt aléatoire. Nous retrouvons dans les 8 premières positions les 2 pas de temps précédant l'année que l'on cherche à estimer des 3 variables séquentielles. Cela signifie que ces dernières sont importantes et donc que les prédictions sont probablement bien sujettes à une dépendance temporelle, ce qui conforte le choix de l'utilisation de couches récurrentes au sein du modèle complexe. Par ailleurs, les deux variables les plus importantes sont sans surprise l'état du sinistre – s'il est ouvert ou clos – lors de l'année antérieure

et l'année de développement. Leur rôle primordial et naturel dans les prédictions de l'étape 1 avait effectivement été remarqué lors de l'analyse exploratoire.

Il convient à présent de comparer les performances des 3 modèles suivant une métrique choisie. Celle-ci sera la fonction de perte utilisée lors de l'apprentissage des réseaux de neurones c'est-à-dire la *Cross-Entropy*, qui devra donc être la plus proche possible de 0. Cette mesure tient compte des probabilités d'appartenance aux classes dans son calcul contrairement à d'autres métriques classiques telles que le *F1 Score* ou la précision qui ne tiennent compte seulement des classes d'appartenance après application d'un seuil. Ainsi, elle est adaptée à notre situation car nous chercherons ensuite à réaliser des simulations suivant ces probabilités.

De plus, il est important que la somme des probabilités d'avoir des paiements dans le triangle inférieur soit du même ordre que le nombre de paiements observé. En effet, un modèle dont la valeur de la *Cross-Entropy* est faible mais qui sous-estime systématiquement chacune des probabilités d'avoir un paiement entraînera inévitablement au niveau global une sous-estimation plus importante du nombre total de paiements et donc des réserves par implication. Nous veillerons donc à ce que le modèle soit performant non seulement au cas par cas, mais aussi au niveau global pour lequel nous ne tiendrons compte uniquement que du nombre de paiements puisque c'est ce paramètre qui va influencer directement sur les réserves estimées par la suite, ces dernières étant estimées en additionnant les montants des paiements du triangle inférieur.

Résultats de l'étape 1

	Loss - Top_Paie_N_m_0	Loss - Top_Eval_N_m_0	Loss - Ouvert_N_m_0	Taux d'erreur total (%)	Nb_epochs	Temps (min)
Random Forest	0.0145	0.0166	0.0107	65.0	nan	10.0
MLP	0.0135	0.0151	0.0108	-0.37	45.0	40.0
Modèle Complexe	0.0127	0.0138	0.0102	1.47	53.0	556.0

Figure 5.13 - Comparaison de la performance des modèles lors de l'étape 1

La Figure 5.13 présente la valeur de la fonction de perte calculée à partir des données du triangle inférieur, ainsi que le taux d'erreur du nombre total de paiements prédits (en termes de somme des probabilités d'être en présence d'un paiement) par rapport au nombre total de paiements observés. L'*epoch* à laquelle le modèle complexe et le MLP minimisent la fonction de perte est aussi donnée de même que la durée de leur apprentissage. Le modèle complexe obtient des meilleurs résultats que les deux autres modèles pour chacune des variables cibles. Le MLP obtient lui le nombre de paiements total le plus proche de la réalité avec un taux d'erreur de  $-0,37\%$ , ainsi qu'un temps d'apprentissage largement moins important que celui du modèle complexe. Pour autant, le taux d'erreur sur le nombre global de paiements est également très faible pour le modèle complexe et sa durée d'apprentissage d'environ 9 heures reste raisonnable d'un point de vue opérationnel. C'est pourquoi nous privilégierons le modèle complexe lors de l'étape 1.

La forêt aléatoire est le modèle comportant les résultats les moins satisfaisants, notamment en ce qui concerne le taux d'erreur du nombre total de paiements. Si les deux modèles de *Deep Learning* semblent donc effectivement avoir capté des tendances plus fines, il est important de rappeler que l'optimisation des hyperparamètres de la forêt aléatoire a été réalisée suivant la métrique *F1-Score* et non pas avec la *Cross-Entropy*. Les résultats de la *Random Forest* sont donc à nuancer.

Par ailleurs, la valeur de la fonction de perte pour chacune des variables cibles est extrêmement basse ce qui laisse présager des prédictions satisfaisantes. Toutefois, il ne faut pas oublier que ces valeurs sont ici calculées dans le cadre d'une prédiction parfaite des pas de temps situés avant l'année de développement considérée. Ceci ne sera évidemment pas le cas lors des simulations puisque nous devons prédire itérativement chaque flux du triangle inférieur, et donc ajouter des valeurs dans l'historique des sinistres qui ne seront pas nécessairement égales à celles observées si les prédictions ne sont pas correctes. Les résultats indiqués dans la Figure 5.13 sont donc pertinents pour comparer ces 3 modèles, mais comportent irrémédiablement une vision optimiste.

### 5.3.2 – Performances lors de l'étape 2

La deuxième étape a pour objectif d'estimer le montant du règlement et/ou le montant de la variation de l'estimation de la charge d'un sinistre pour lequel un paiement et/ou une variation de la charge a été prédite par l'étape 1 du modèle lors de l'année de développement considérée.

Lors de l'étape 2, l'erreur de validation est cette fois logiquement plus forte que l'erreur d'apprentissage puisque la structure du triangle inférieur ne modifie pas nécessairement les montants en jeu. La différence entre les deux erreurs est ici assez importante. Les courbes d'erreur de la Figure 5.14 sont donc représentées selon le *RMSE* des deux variables cibles – qui est calculé comme la racine carré de la valeur de la fonction de perte *MSE* – pour plus de clarté. Cela permet également d'avoir un ordre de grandeur identique à celui des montants des variables cibles.

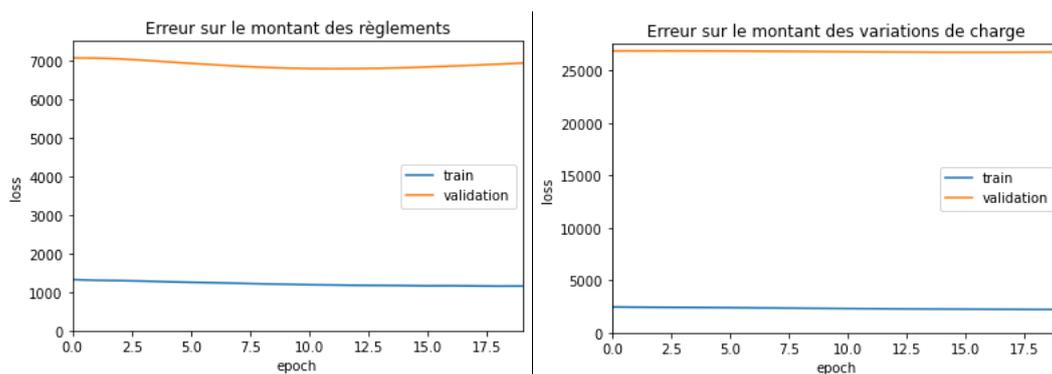


Figure 5.14 - Evolution de l'erreur d'apprentissage et de l'erreur de validation des deux variables cibles pour le modèle complexe lors de l'étape 2

L'erreur d'apprentissage ne diminue que très légèrement de façon pratiquement continue tant pour les règlements que pour les variations de charge, ce qui indique que le modèle ne réussit pas à apprendre efficacement les tendances sous-jacentes à l'estimation des montants de règlements et de

variation de l'évaluation de la charge. Cela peut être dû à un manque de caractéristiques réellement discriminantes au sein des variables explicatives pour cette étape.

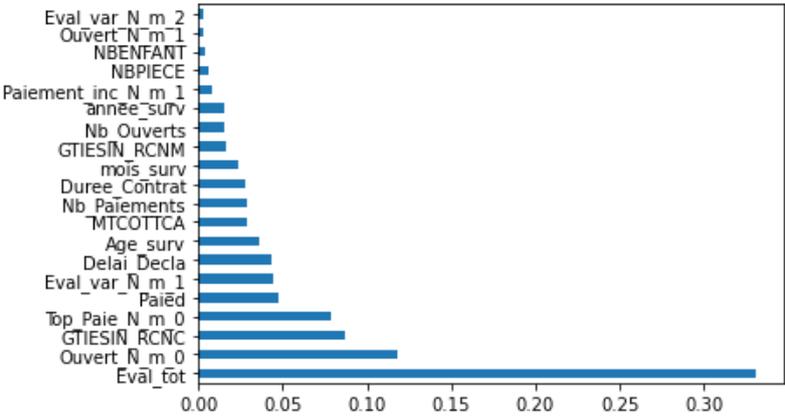


Figure 5.15 - Importance des variables lors de l'étape 2 selon la forêt aléatoire

La Figure 5.15 représentant l'importance des variables selon l'algorithme de la *Random Forest* tend à confirmer cette hypothèse. En effet, nous observons que l'évaluation de la charge totale du sinistre est cruciale dans la détermination du paiement futur. Il est naturel qu'une charge élevée devrait entraîner un règlement important, même s'il faut évidemment la mettre en relation avec la somme des règlements effectués auparavant qui apparaît d'ailleurs en 5<sup>ème</sup> position. Cependant, le reste des variables ne joue un rôle que très limité dans la construction des arbres de la forêt. Nous retrouvons tout de même logiquement la variable indiquant la nature corporelle ou non du sinistre dans le trio de tête puisqu'un dommage corporel peut engendrer des sommes conséquentes. La variation de l'évaluation de la charge lors de l'année précédente est également présente, ce qui rejoint l'analyse réalisée lors de l'analyse exploratoire des données.

De même que lors de l'étape 1, nous veillerons à ce que le montant total des paiements prédits soit proche du montant total des paiements observés afin de ne pas aboutir à des réserves sous-estimées ou excessives.

Résultats de l'étape 2

	RMSE - Paiement_inc_N_m_0	RMSE - Eval_var_N_m_0	Taux d'erreur total (%)	No_epochs	Temps (min)
Random Forest	6674.0	26706.0	-7.8	nan	1.0
MLP	6931.0	26720.0	4.47	32.0	5.0
Modèle Complexe	6775.0	26721.0	0.06	11.0	120.0

Figure 5.16 - Comparaison de la performance des modèles lors de l'étape 1

La Figure 5.16 récapitule les résultats obtenus par chacune des méthodes. Cette fois-ci, la forêt aléatoire possède les meilleurs résultats en terme du *RMSE* des règlements et des variations de charge. Néanmoins, son taux d'erreur global indique qu'elle a une tendance importante à approcher les montants par le bas, conduisant à une sous-estimation beaucoup trop importante du montant total des paiements. En effet, une erreur de  $-7,8\%$  comporte ici une différence de l'ordre du million d'euro, ce qui n'est pas négligeable. C'est pourquoi la *Random Forest* ne peut pas être choisie comme modèle le plus pertinent aussi. À nouveau, c'est le modèle complexe qui est sélectionné pour cette étape puisqu'il obtient des meilleurs résultats que le *MLP*. Surtout, son taux d'erreur global extrêmement faible est très intéressant dans l'optique d'obtenir des réserves cohérentes. Bien que largement supérieure à celle de ses deux concurrents, son temps d'apprentissage de 2 heures reste largement satisfaisant.

Nous alertons tout de même sur le fait que si les résultats du modèle complexe semblent pertinents au niveau global, la valeur du *RMSE* de plus de 6500 pour le montant des règlements laisse à penser que l'estimation individuelle des montants sera approximative. En effet, nous avons vu lors de l'analyse exploratoire qu'une grande partie des montants observés était inférieure à 2000 €. Un tel *RMSE*, lequel pénalise les écarts importants dû à la mise au carré des différences, indique donc probablement que les montants approchant la limite des 50 000 € ne sont pas prédits avec précision.

De nombreuses options ont été testées afin d'améliorer les résultats de cette seconde étape parmi lesquelles l'absence du suivi dynamique de l'évaluation de la charge, le suivi dynamique de la PSAP plutôt que des variations de charge, l'utilisation des paiements cumulés plutôt qu'incrémentaux ou encore une séparation du modèle entre les sinistres corporels et matériels. Ces tentatives n'ont pas réussi à améliorer les résultats obtenus lors de l'étape 2. Nous nous satisferons donc des montants prédits qui semblent cohérents en moyenne, bien que le modèle puisse contenir quelques lacunes quant à la prédiction individuelle de ces montants.

## 5.4 – Résultats du modèle complexe

Le modèle complexe a été désigné comme le plus performant tant sur l'étape 1 que sur l'étape 2. Nous développons donc les prédictions de ce modèle sur l'ensemble des flux du triangle inférieur inclus pour chacun des sinistres puis nous agrégerons les résultats obtenus afin de les comparer aux données réelles. Nous évaluerons également les résultats d'une méthode de *Mack-Chain-Ladder* afin de situer les performances du modèle complexe par rapport à la technique de référence. Enfin, le modèle complexe sera également développé sur l'ensemble de l'historique et comparé à un *Chain-Ladder* afin d'évaluer sa stabilité avec plus de données. Au sein de cette section 5.4, toutes les données ont été transformées afin de conserver la confidentialité des données tout en conservant leur structure.

### 5.4.1 – Confrontation aux données observés

Dans l'optique d'obtenir une distribution des réserves et donc de pouvoir construire un intervalle de confiance autour de celles-ci, nous réalisons 100 simulations différentes pour le développement des sinistres. Ce nombre peut paraître faible au premier abord, mais nous sommes

toujours soumis à la contrainte du temps de calcul. En effet, il a fallu près de 31 heures d'exécution afin de réaliser l'ensemble des simulations, ce qui explique que nous nous sommes restreints à 100 simulations. Dans un premier temps, nous réalisons la moyenne sur les 100 simulations afin d'obtenir les informations que l'on souhaite estimer c'est-à-dire les 5 variables d'intérêts du modèle toutes étapes confondues.

D'abord, il convient de calculer quelques indicateurs concernant son comportement général. En moyenne, sur l'intégralité du développement d'un sinistre, il y a un écart de 0,05 entre le nombre de paiements estimé et le nombre de paiements observé. Cet écart monte à 0,50 en ne tenant compte que des sinistres comportant au moins un paiement. La différence entre ces deux chiffres signifie d'abord que le modèle réussit bien à capter les sinistres sans-suites et qui ne feront l'objet d'aucun paiement. Pour les sinistres comportant au moins un paiement, l'écart est plutôt élevé en sachant que beaucoup de sinistres ne comportent qu'un seul paiement. Quant aux règlements, sur la somme des règlements d'un sinistre, l'écart est en moyenne de 750 € entre le montant estimé et le montant prédit, ce qui est globalement plutôt satisfaisant. Cependant, l'écart monte à 25 000 € en se concentrant sur les sinistres comportant au moins un paiement. Cet écart très élevé est à relativiser puisqu'il peut être dû à quelques sinistres dont l'état grave n'est pas connu au sein du triangle supérieur, mais qui le deviennent par la suite en mettant en jeu des sommes considérables. Par construction, le modèle ne pourra pas les prédire correctement puisqu'il est calibré avec une limitation de la charge totale à 50 000 €.

Règlements observés													PSAP
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1997	1 699 639	1 429 922	501 779	148 910	136 908	101 623	24 277	26 585	11 712	17 368	9 961	1 694	0
1998	2 206 446	1 862 384	582 670	220 795	154 662	72 099	38 102	24 298	27 494	19 617	9 709	8 194	8 194
1999	2 463 083	2 211 922	757 728	224 060	189 281	121 902	48 625	108 273	23 274	22 827	10 127	11 738	21 864
2000	2 653 188	2 095 927	653 953	277 877	208 123	125 506	41 689	78 116	19 889	15 544	20 890	5 797	42 231
2001	2 659 618	2 434 267	912 437	369 715	183 997	96 481	161 220	71 705	56 981	26 646	28 960	14 740	127 326
2002	2 980 978	2 427 147	827 953	453 997	206 713	162 359	77 888	35 888	14 471	44 866	24 434	45 567	165 225
2003	3 193 978	2 669 658	976 113	428 669	238 669	167 011	67 536	68 970	71 512	88 709	7 416	3 810	307 953
2004	3 451 312	2 645 214	906 482	469 384	381 014	153 836	108 586	137 855	20 479	6 219	14 925	9 583	451 484
2005	3 777 000	3 212 060	1 036 567	470 716	320 754	106 297	122 577	111 310	626 685	75 652	34 438	30 012	1 427 725
2006	4 087 714	3 709 869	1 363 977	492 071	382 860	285 880	170 244	118 848	64 238	53 198	16 245	23 435	1 607 019
2007	5 206 513	4 207 612	1 040 030	695 191	521 472	190 466	103 730	103 038	61 816	79 671	7 801	1 808	2 805 023
2008	5 639 868	3 942 802	1 173 264	548 657	248 568	147 625	120 630	41 932	67 537	35 994	26 301	165 656	6 518 966
<b>Total :</b>												<b>13 483 011</b>	

Figure 5.17 - Règlements observés sous forme de triangle

La Figure 5.17 renseigne les montants des paiements incrémentaux observés sous forme de triangles de liquidation. Les réserves par exercice de survenance et les réserves totales sont aussi indiquées. Nous pouvons remarquer des montants élevés pour l'année de développement 8 de l'année de survenance 2005 ainsi que pour l'année de développement 11 de l'année de survenance 2008 qui contrastent avec les montants des autres exercices de survenances. Cela est l'illustration de sinistres qui passerait potentiellement dans la catégorie des sinistres graves.

Règlements estimés - Modèle Complexe sur 100 simulations															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	PSAP	Tx d'erreur	
1997	1 699 639	1 429 922	501 779	148 910	136 908	101 623	24 277	26 585	11 712	17 368	9 961	1 694	0	0%	
1998	2 206 446	1 862 384	582 670	220 795	154 662	72 099	38 102	24 298	27 494	19 617	9 709	11 879	11 879	45%	
1999	2 463 083	2 211 922	757 728	224 060	189 281	121 902	48 625	108 273	23 274	22 827	13 217	9 186	22 402	2%	
2000	2 653 188	2 095 927	653 953	277 877	208 123	125 506	41 689	78 116	19 889	19 240	16 219	11 220	46 679	11%	
2001	2 659 618	2 434 267	912 437	369 715	183 997	96 481	161 220	71 705	39 677	31 662	24 883	19 079	115 302	-9%	
2002	2 980 978	2 427 147	827 953	453 997	206 713	162 359	77 888	48 096	39 983	30 031	24 457	18 311	160 878	-3%	
2003	3 193 978	2 669 658	976 113	428 669	238 669	167 011	58 219	45 267	34 850	28 820	21 801	16 907	205 865	-33%	
2004	3 451 312	2 645 214	906 482	469 384	381 014	105 002	81 051	64 853	52 503	41 431	34 507	29 884	409 232	-9%	
2005	3 777 000	3 212 060	1 036 567	470 716	167 270	132 742	100 573	75 775	59 155	48 313	39 211	33 727	656 767	-54%	
2006	4 087 714	3 709 869	1 363 977	346 080	262 870	184 556	131 043	98 307	73 148	60 523	49 370	40 730	1 246 626	-22%	
2007	5 206 513	4 207 612	821 473	581 099	391 444	274 622	198 869	151 509	118 744	96 145	78 980	65 618	2 778 502	-1%	
2008	5 639 868	2 862 315	1 592 623	811 277	500 214	352 923	263 334	203 336	164 015	136 146	111 722	89 676	7 087 583	9%	

Total :	12 741 714
Erreur :	-5,5%

Figure 5.18 - Règlements prédits par le modèle complexe sous forme de triangles

Comparons à présent les prédictions du modèle complexe et les données observées. La Figure 5.18 recense le montant des règlements prédits par le modèle complexe ainsi que les réserves qui en sont déduites. Le taux d'erreur entre les réserves estimées et les réserves réelles est également affiché dans la dernière colonne du triangle. Nous observons dans un premier temps pour les années de survenance les plus récentes une forte sous-estimation des règlements de la première diagonale du triangle inférieure. Une compensation semble ensuite s'effectuer tout au long des années de développement suivantes, et nous obtenons finalement au global des réserves proches des montants observés au vu des taux d'erreurs plutôt faibles. Par ailleurs, les deux taux d'erreurs les plus forts c'est-à-dire celui de l'exercice de 1998 et de l'exercice 2005 sont à relativiser. En effet, le premier met en jeu des sommes négligeables et le second est victime d'un flux atypique lié à la présence potentielle d'un sinistre devenu grave comme vu dans les données observées.

Ainsi, si le montant des réserves est satisfaisant, la cadence de liquidation des règlements ne correspond pas à ce qui est observé. Il convient alors d'étudier le triangle de liquidation du nombre de paiements afin d'investiguer le problème.

Nombre de paiements observés														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Nb paiements	
1997	3 156	1 563	278	88	48	26	20	11	8	5	5	5	0	
1998	4 036	1 895	308	122	52	29	25	18	15	11	7	7	7	
1999	4 805	2 339	454	133	83	48	29	21	14	13	8	5	14	
2000	4 931	2 462	395	148	80	50	29	20	14	11	9	6	26	
2001	4 967	2 544	479	165	95	47	38	24	15	8	5	5	33	
2002	5 304	2 630	501	197	100	43	32	15	11	11	9	6	52	
2003	5 297	2 657	535	196	91	50	29	21	17	12	5	8	92	
2004	5 891	2 744	518	182	106	48	33	23	11	10	8	7	140	
2005	6 290	2 983	565	230	92	56	41	25	15	12	12	8	261	
2006	6 677	3 738	649	230	112	72	41	27	17	14	7	10	530	
2007	8 619	4 115	634	230	123	54	32	23	14	8	4	4	1 126	
2008	10 265	3 725	558	181	77	38	36	19	17	19	13	10	4 691	

Total :	6 970
---------	-------

Figure 5.19 - Nombre de paiements observés sous forme de triangles

Nombre de paiements estimés - Modèle Complexe sur 100 simulations														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Nb paiements	Tx d'erreur
0	3 156	1 563	278	88	48	26	20	11	8	5	5	5	0	0%
1	4 036	1 895	308	122	52	29	25	18	15	11	7	5	5	-33%
2	4 805	2 339	454	133	83	48	29	21	14	13	6	4	10	-27%
3	4 931	2 462	395	148	80	50	29	20	14	9	7	5	21	-18%
4	4 967	2 544	479	165	95	47	38	24	16	13	10	8	46	40%
5	5 304	2 630	501	197	100	43	32	23	18	14	11	7	73	41%
6	5 297	2 657	535	196	91	50	29	22	17	13	9	7	97	6%
7	5 891	2 744	518	182	106	55	41	32	25	19	15	12	199	42%
8	6 290	2 983	565	230	104	78	57	41	30	23	18	14	364	39%
9	6 677	3 738	649	234	166	111	73	52	36	27	21	16	737	39%
10	8 619	4 115	749	479	289	182	120	85	61	46	34	26	2 071	84%
11	10 265	3 772	1 673	683	363	230	155	109	81	62	46	35	7 209	54%

Total :	10 830
Erreur :	55,4%

Figure 5.20 - Nombre de paiements prédits par le modèle complexe sous forme de triangles

La Figure 5.19 et la Figure 5.20 représentent respectivement le nombre de paiements observés et prédits sous forme de triangles. La première remarque importante concerne la première diagonale du triangle inférieure. Afin de prédire cette diagonale, nous n'utilisons que des informations effectivement observées et il est possible d'observer que les prédictions du nombre de paiements sont alors très proches de la réalité. Cela permet de confirmer tout d'abord que l'étape 1 du modèle obtient des résultats satisfaisants. Par ailleurs, nous avons vu que les montants associés à ces paiements sont très sous-estimés. L'utilisation de ces paiements pour prédire les années de développement suivantes entraîne alors un nombre de paiements inévitablement éloigné des données réelles. L'étape 1 prédit alors plus de paiements afin de compenser les montants faibles qui ont été réglés auparavant, ce qui permet en définitive d'obtenir des réserves cohérentes. Cet effet de compensation peut être réalisé grâce à la différence alors trop importante entre la somme des règlements et la charge totale des sinistres présentes en variables explicatives, engendrant une plus grande probabilité qu'il y ait d'autres paiements afin de combler cet écart.

De plus, nous modélisons également au cours de l'étape 2 la variation de l'évaluation de la charge des sinistres afin de guider la prédiction des règlements. La somme des règlements devrait alors pratiquement converger vers la charge totale après 12 années de développement sur cette branche.

Année	Paiement	Charge
1998	5 230 155	5 272 810
1999	6 193 377	6 232 679
2000	6 200 946	6 272 325
2001	7 004 743	7 113 718
2002	7 297 913	7 362 445
2003	7 879 963	7 978 264
2004	8 262 638	8 390 264
2005	9 153 110	9 441 256
2006	10 408 186	11 076 614
2007	12 192 627	13 390 399
2008	12 727 450	14 401 055

Figure 5.21 - Somme des règlements et des variations de charge par année de survenance

Cependant, nous pouvons constater sur la Figure 5.21 que la somme des règlements et la somme des variations de l'évaluation de la charge convergent de moins en moins lorsque l'année de survenance est récente. L'estimation des variations de la charge est principalement présente pour aider à la prédiction des règlements, mais le fait que les règlements et la charge ne convergent pas exactement constitue tout de même une limite du modèle.

#### 5.4.2 – Confrontation avec la méthode *Mack-Chain-Ladder*

##### Validation des hypothèses du modèle *Mack-Chain-Ladder*

Il reste maintenant à comparer les résultats du modèle complexe avec la méthode référence, le *Chain-Ladder*. Avant de pouvoir appliquer cette technique, il est nécessaire de vérifier la validité des hypothèses énoncées dans la section 1.2.2 dans le cadre de nos données. Tout d'abord, les hypothèses liées à l'existence de facteurs de développement peuvent être vérifiées en affichant graphiquement les couples  $(P_{i,j}, P_{i,j+1})$  du triangle supérieur.

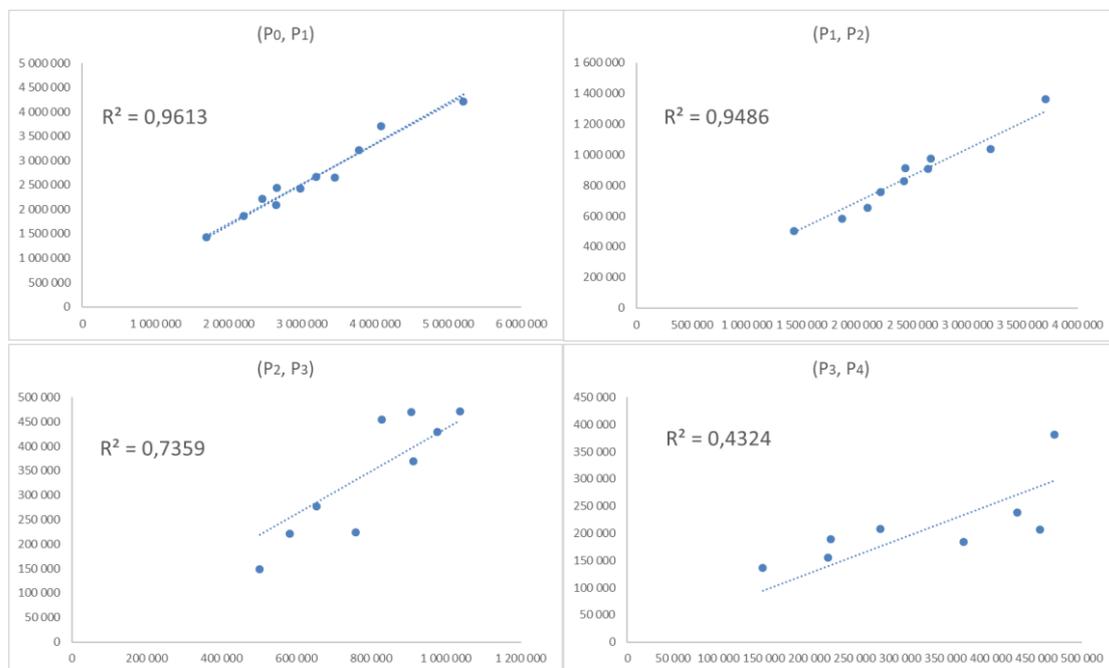


Figure 5.22 - Vérification de la validité des hypothèses du *Chain-Ladder* déterministe

Nous affichons donc sur la Figure 5.22 les quatre premiers couples de règlements du triangle supérieur ainsi que la droite de régression linéaire qui est contrainte de passer par 0 et son coefficient de détermination  $R^2$ . Si ce dernier est proche de 1, alors les hypothèses sont vérifiées. Les 2 premiers couples de règlements affichent une droite presque parfaite avant que cela ne se dégrade pour les couples suivants. Les hypothèses ne sont alors réellement vérifiées que pour les premières années de développement. Toutefois ce sont ces années qui mettent en jeu les montants les plus élevés. Nous considérerons donc l'application d'un *Chain-Ladder* déterministe comme valide.

Il reste à déterminer la validité de l'existence de facteurs de variation liés à l'hypothèse propre à la méthode de Mack. Pour ceci, nous affichons à l'aide d'un nuage de points les résidus des couples  $(\epsilon_{i,j}, \epsilon_{i,j+1})$ . Ceux-ci ne doivent faire apparaître aucune structure de dépendance particulière afin que la méthode de Mack soit applicable.

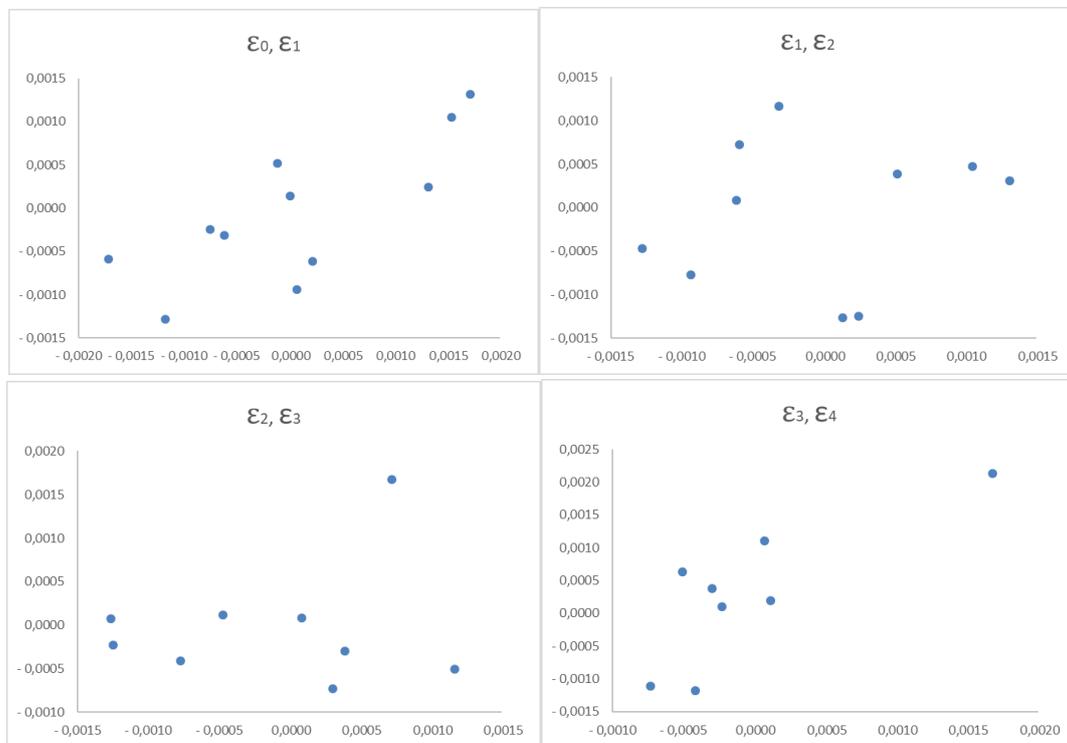


Figure 5.23 - Vérification de la validité des hypothèses de la méthode de Mack

La Figure 5.23 représente les quatre premiers couples de résidus dans le cadre de nos données. Aucune structure clairement définie n'apparaît dans chacun des quatre graphiques. Nous en concluons que l'application de la méthode de Mack est bien valide.

### Comparaison du modèle complexe et du *Chain-Ladder*

Après avoir vérifié que la méthode *Mack-Chain-Ladder* était bien applicable, nous pouvons à présent établir les résultats de cette méthode de référence afin de mettre en perspective les résultats obtenus par le modèle complexe.

Règlements estimés - Chain-Ladder															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	PSAP	Tx d'erreur	
1997	1 699 639	1 429 922	501 779	148 910	136 908	101 623	24 277	26 585	11 712	17 368	9 961	1 694	0	0%	
1998	2 206 446	1 862 384	582 670	220 795	154 662	72 099	38 102	24 298	27 494	19 617	9 709	1 651	1 651	-80%	
1999	2 463 083	2 211 922	757 728	224 060	189 281	121 902	48 625	108 273	23 274	22 827	12 141	2 065	14 205	-35%	
2000	2 653 188	2 095 927	653 953	277 877	208 123	125 506	41 689	78 116	19 889	19 040	10 126	1 722	30 888	-27%	
2001	2 659 618	2 434 267	912 437	369 715	183 997	96 481	161 220	71 705	24 892	23 829	12 674	2 156	63 551	-50%	
2002	2 980 978	2 427 147	827 953	453 997	206 713	162 359	77 888	76 663	26 614	25 477	13 550	2 305	144 608	-12%	
2003	3 193 978	2 669 658	976 113	428 669	238 669	167 011	96 232	94 719	32 882	31 477	16 741	2 847	274 898	-11%	
2004	3 451 312	2 645 214	906 482	469 384	381 014	244 784	141 046	138 828	48 194	46 135	24 537	4 173	647 697	43%	
2005	3 777 000	3 212 060	1 036 567	470 716	308 443	198 161	114 181	112 385	39 014	37 348	19 864	3 378	832 775	-42%	
2006	4 087 714	3 709 869	1 363 977	584 066	382 718	245 879	141 676	139 448	48 409	46 342	24 647	4 192	1 617 378	1%	
2007	5 206 513	4 207 612	1 451 408	621 505	407 250	261 640	150 758	148 387	51 512	49 312	26 227	4 461	3 172 461	13%	
2008	5 639 868	4 741 955	1 635 729	700 433	458 969	294 867	169 903	167 231	58 054	55 575	29 558	5 027	8 317 301	28%	

Coeff CL :	0,84	0,34	0,43	0,66	0,64	0,58	0,98	0,35	0,96	0,53	0,17			
													<b>Total :</b>	<b>15 117 414</b>
													<b>Erreur :</b>	<b>12,1%</b>

Figure 5.24 – Règlements prédits par la méthode Chain-Ladder sous forme de triangles

La Figure 5.24 représente les paiements incrémentaux prédits par la méthode *Chain-Ladder* ainsi que les réserves qui en sont déduites et le taux d'erreur de ces réserves par rapport aux données observées. Lorsque le taux d'erreur est sur fond rouge, cela signifie que la valeur absolue du taux d'erreur du *Chain-Ladder* pour la PSAP correspondante est supérieure à celle du modèle complexe. Nous constatons donc que du point de vue des réserves, la méthode *Chain-Ladder* obtient des résultats légèrement moins précis que le modèle complexe. Cela est notamment dû à la forte surestimation des réserves de l'année de survenance 2008, qui présente en réalité un déroulement atypique. En revanche, la cadence de paiements est, elle, beaucoup plus cohérente avec la méthode de référence.

Il est possible d'estimer un intervalle de confiance à 95% des réserves estimées tant pour le *Chain-Ladder* que pour le modèle complexe. Pour le premier, nous utiliserons la méthode de Mack. Pour le second, nous nous servirons de la distribution des réserves obtenues afin d'ajuster une loi de probabilité et de construire l'intervalle de confiance, bien que 100 simulations soit un nombre peu élevé.

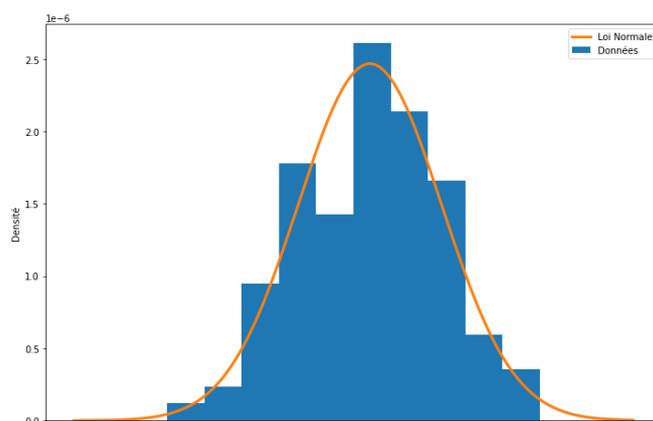


Figure 5.25 – Ajustement d'une loi normale sur la distribution des réserves totales estimées par le modèle complexe

La Figure 5.25 représente la distribution des réserves totales estimées par le modèle complexe sous forme d'histogramme. Une loi normale de moyenne 12 741 714 et de variance  $161\,559^2$  a été ajustée

à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance. Nous pouvons voir que cet ajustement est satisfaisant. La même méthode a été employée sur les réserves relatives à chacun des exercices de survénance. Leur histogramme et la loi normale qui leur a été ajustée sont disponibles en annexe.

Cet ajustement permet ainsi de construire un intervalle de confiance à 95% sur la distribution des réserves :

$$IC_{95\%} = \left[ \hat{R}_i - q_{1-\frac{0,05}{2}} \times \frac{\hat{\sigma}_{\hat{R}_i}}{\sqrt{100}} ; \hat{R}_i + q_{1-\frac{0,05}{2}} \times \frac{\hat{\sigma}_{\hat{R}_i}}{\sqrt{100}} \right]$$

Où les notations sont les mêmes que celles introduites en section 1.2.2 et  $\hat{\sigma}_{\hat{R}_i}$  correspond à l'écart-type estimé à partir de la méthode de vraisemblance.

Année	Réserves observées	Modèle complexe		Mack-Chain-Ladder	
		Borne inf	Borne sup	Borne inf	Borne sup
1998	8 194	11 029	12 728	0	4 343
1999	21 864	21 347	23 456	8 004	20 407
2000	42 231	44 985	48 372	23 699	38 078
2001	127 326	112 468	118 135	47 252	79 850
2002	165 225	157 614	164 143	70 270	218 946
2003	307 953	202 470	209 260	143 486	406 311
2004	451 484	404 636	413 827	495 897	799 497
2005	1 427 725	650 516	663 017	632 452	1 033 098
2006	1 607 019	1 238 285	1 254 966	1 329 502	1 905 253
2007	2 805 023	2 766 320	2 790 684	2 776 537	3 568 385
2008	6 518 966	7 070 547	7 104 617	7 596 105	9 038 497
<b>Total</b>	<b>13 483 011</b>	<b>12 717 965</b>	<b>12 765 463</b>	<b>14 037 044</b>	<b>16 197 783</b>

Figure 5.26 - Intervalles de confiance autour des réserves estimées

Nous appliquons par la suite la méthode de *Mack-Chain-Ladder* afin d'obtenir les intervalles de confiance autour des réserves estimées par cette technique. La Figure 5.26 récapitule les réserves observées pour chaque année de survénance ainsi que les bornes inférieures et supérieures des intervalles de confiance du modèle complexe et de *Mack-Chain-Ladder*. Lorsque le fond est en vert, cela signifie que la réserve observée est comprise dans l'intervalle de confiance de la méthode en question. Nous observons d'abord que les intervalles de confiance sont extrêmement petits pour le modèle complexe contrairement à la méthode du *Chain-Ladder*. Ceci indique que les probabilités d'appartenance aux classes lors de l'étape 1 du modèle complexe sont très tranchées, c'est-à-dire proche de 0 et de 1, et donc que les 100 *scenarii* simulés ne sont pas si différents les uns des autres. Au final, peu d'intervalles de confiance ne contiennent les véritables réserves à constituer pour chacune des deux méthodes. Nous observons toutefois qu'à plusieurs reprises la valeur de la PSAP réelle est située non loin d'une des bornes de l'intervalle de confiance du modèle complexe, comme en 1998, de 2000 à 2002 ou encore en 2004 et 2007.

#### 5.4.3 – Modèle complexe sur l'ensemble de l'historique

Bien que les données réelles du triangle inférieur ne soient pas connues, il est intéressant de développer le modèle complexe sur l'ensemble de l'historique, soit de 1997 à 2020. Cela permet tout d'abord de suivre le comportement du modèle sur un historique plus large et avec plus d'années de

développement. Ensuite, cela permet également d’observer si la cadence de règlement est plus juste que celle des triangles inclus lorsque le modèle apprend avec encore plus données.

Les hyperparamètres des réseaux de neurones de l’étape 1 et de l’étape 2 sont identiques à ceux des modèles implémentés sur les triangles inclus, à l’exception du nombre d’*epochs*. L’*early stopping* a précédemment déterminé que le nombre optimal d’*epochs* était respectivement de 53 et 11. Néanmoins, faire apprendre le réseau de neurones de l’étape 1 pendant 53 *epochs* n’est pas concevable en termes de temps de calcul étant donné que le nombre de données est ici bien plus important. Nous avons également vu précédemment que l’erreur de validation lors de l’étape 1 ne diminuait que de façon très négligeable après quelques *epochs* seulement. C’est pourquoi nous nous contenterons d’implémenter ce réseau de neurones avec seulement 20 *epochs*, ce qui ne devrait donc pas nuire aux performances de l’étape 1. Les 11 *epochs* du réseau de neurones de l’étape 2 étant beaucoup plus raisonnables, nous conserverons ce nombre dans le cadre de l’implémentation du modèle complexe sur l’intégralité de l’historique.

Avec ces choix d’hyperparamètres, le temps d’apprentissage des réseaux de neurones de l’étape 1 et de l’étape 2 a respectivement duré 11 heures et 2 heures. La durée d’implémentation de la première étape nous conforte dans le fait d’avoir réduit le nombre d’*epochs*.

Toujours en tenant compte de la contrainte du temps de calcul, seuls 5 *scenarii* seront simulés. Cela conduit à une durée d’exécution de 23 heures. Cette durée importante constitue une limite non négligeable dans le cadre d’un nombre de simulations beaucoup plus grand. Toutefois, nous avons vu précédemment que les différents *scenarii* simulés ne sont généralement pas très différents les uns des autres, et donc qu’un nombre de simulations plus important ne changerait donc pas la moyenne des prédictions de façon excessive.

Nombre de paiements estimés - Modèle complexe sur 5 simulations																		
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1997	3 156	1 563	278	88	48	26	20	11	8	5	5	5	2	3	0	1	1	1
1998	4 036	1 895	308	122	52	29	25	18	15	11	7	8	4	2	1	2	1	1
1999	4 805	2 339	454	133	83	48	29	21	14	13	8	5	5	4	2	1	1	2
2000	4 931	2 462	395	148	80	50	29	20	14	11	10	6	4	1	2	1	0	0
2001	4 966	2 543	478	164	95	47	36	23	15	8	5	4	3	2	0	1	2	1
2002	5 304	2 629	500	196	99	42	31	16	14	11	9	6	4	2	2	1	3	1
2003	5 297	2 657	534	194	90	49	31	23	18	11	5	8	3	3	3	1	0	0
2004	5 890	2 743	516	180	104	50	34	25	21	11	8	7	5	2	3	2	0	1
2005	6 287	2 979	563	228	98	67	44	25	16	11	11	8	5	5	2	1	2	1
2006	6 674	3 731	643	255	133	90	50	33	18	13	7	7	5	5	2	3	2	1
2007	8 616	4 111	730	290	163	73	42	27	14	8	5	4	2	2	1	1	2	0
2008	10 258	4 679	852	317	139	71	60	32	20	16	13	8	3	4	3	1	1	1
2009	11 483	4 896	866	332	157	86	50	20	15	13	8	2	3	4	2	1	1	0
2010	11 943	5 018	821	285	164	84	40	17	15	11	5	5	5	3	2	2	1	2
2011	12 770	5 057	776	285	154	68	43	22	13	8	6	6	4	3	2	1	1	1
2012	13 002	4 965	837	348	153	62	41	18	8	6	7	6	4	4	2	1	1	0
2013	13 349	5 090	893	368	152	65	43	17	14	11	7	5	6	2	3	2	2	1
2014	13 495	4 840	871	324	134	62	21	22	14	9	6	6	4	2	2	1	1	0
2015	13 655	5 149	922	347	152	52	42	34	19	16	9	4	6	3	3	2	1	1
2016	14 921	4 906	953	296	89	67	44	29	17	13	10	7	8	3	3	1	2	1
2017	16 067	5 258	992	242	137	96	60	36	24	17	12	9	5	3	3	2	1	2
2018	15 544	5 573	716	344	207	114	69	40	30	15	11	10	7	4	4	2	1	1
2019	15 029	4 436	1 054	531	269	142	77	50	27	19	14	7	5	3	1	2	2	2
2020	13 139	4 683	1 468	525	229	109	59	36	22	14	9	6	4	2	2	1	1	0

Figure 5.27 - Nombre de paiements prédits par le modèle complexe sur l'ensemble de l'historique sous forme de triangles

Règlements estimés - Modèle complexe sur 5 simulations																			
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	PSAP
1997	1 699 639	1 429 922	501 779	148 910	136 908	101 623	24 277	26 585	11 712	17 368	9 961	1 694	1 103	3 370	0	1 259	644	150	0
1998	2 206 446	1 862 384	582 670	220 795	154 662	72 099	38 102	24 298	27 494	19 617	9 709	9 132	2 114	2 650	206	494	212	6 231	0
1999	2 463 083	2 211 922	757 728	224 060	189 281	121 902	48 625	108 273	23 274	22 827	10 127	11 738	19 296	13 206	1 729	0	990	1 400	0
2000	2 653 188	2 095 927	653 953	277 877	208 123	125 506	41 689	78 116	19 889	15 544	25 390	5 797	3 685	197	2 162	2 280	0	0	0
2001	2 657 091	2 427 483	911 560	364 264	183 997	96 181	153 596	70 877	59 648	21 470	28 960	2 198	1 785	2 499	0	1 656	3 714	225	0
2002	2 980 978	2 426 393	819 921	452 679	203 466	160 989	74 669	34 395	17 050	43 775	26 659	6 520	5 280	3 582	13 034	284	3 038	4 308	525
2003	3 193 978	2 669 009	975 321	427 450	238 221	164 121	69 150	66 685	46 736	34 673	18 455	3 810	5 861	2 674	4 511	3 750	0	0	6 071
2004	3 451 147	2 631 891	900 057	463 209	366 271	160 283	109 503	67 567	77 224	6 368	9 803	9 583	13 521	2 053	3 814	0	0	2 708	5 826
2005	3 757 315	3 188 823	1 020 339	450 256	204 593	171 908	126 494	48 621	47 687	37 297	17 852	27 408	7 062	7 519	9 825	750	5 137	2 033	16 637
2006	4 081 553	3 685 764	1 328 018	513 937	308 175	250 025	102 702	104 237	37 498	24 166	18 002	16 074	7 009	15 962	1 530	10 453	4 991	6 644	29 969
2007	5 203 042	4 174 012	1 199 188	748 806	542 851	190 322	128 387	72 926	62 414	44 292	11 924	1 808	5 526	670	3 691	723	2 578	625	8 427
2008	5 633 032	4 648 664	1 462 763	748 345	328 253	250 971	140 853	97 636	26 720	31 795	24 819	7 489	31 051	8 376	8 302	3 029	2 546	1 509	26 257
2009	6 999 613	4 517 475	1 664 149	827 905	437 887	230 476	161 453	36 749	25 660	19 072	14 003	1 606	5 935	7 674	4 495	2 679	3 277	458	26 755
2010	6 928 204	4 517 591	1 594 187	787 955	456 429	242 138	102 813	78 900	33 612	13 430	10 465	10 726	10 706	6 493	2 347	3 816	1 907	2 679	38 830
2011	7 373 081	4 858 881	1 508 149	692 020	420 526	226 628	106 765	60 066	28 630	32 184	9 980	14 562	9 438	6 711	3 683	1 855	2 479	6 190	58 965
2012	7 360 972	4 957 635	1 819 980	827 536	475 056	336 404	105 577	58 120	34 626	17 423	11 748	15 316	10 979	9 512	5 540	3 109	3 609	706	80 024
2013	7 398 842	4 971 222	1 965 117	978 702	432 654	220 678	163 991	59 042	42 597	28 841	19 503	13 017	15 703	5 813	5 164	4 635	4 253	3 724	152 881
2014	7 449 847	5 075 132	1 857 555	837 587	395 444	214 884	68 430	46 340	31 487	15 782	10 029	10 226	9 718	2 994	2 805	899	1 585	0	134 132
2015	7 906 457	5 515 501	2 221 754	942 476	415 248	146 297	90 493	84 334	43 075	36 797	25 033	11 086	13 539	6 297	7 242	6 637	3 363	3 348	335 947
2016	8 654 717	5 542 718	2 239 737	862 521	267 240	118 886	84 425	55 337	33 562	29 412	19 252	12 131	19 575	7 248	5 243	310	2 760	538	393 299
2017	9 598 081	6 121 993	2 332 331	720 831	296 174	222 625	126 094	80 056	57 941	39 717	27 808	22 132	13 080	4 800	6 035	4 672	3 024	2 656	908 882
2018	9 335 326	6 642 344	1 619 845	641 572	408 534	222 218	142 876	90 477	63 329	34 258	23 639	21 428	13 167	8 846	10 860	6 845	3 489	2 908	1 698 693
2019	9 491 341	5 309 521	1 638 047	950 252	478 079	284 555	161 431	109 080	60 659	52 057	35 157	21 343	12 780	8 292	3 629	6 906	6 028	4 232	3 843 466
2020	9 116 967	4 717 470	1 932 398	832 660	417 471	217 775	125 375	80 894	54 972	33 597	24 406	15 111	14 507	6 288	7 764	3 876	4 163	747	8 494 075
<b>Total :</b>																			<b>16 259 660</b>

Figure 5.28 - Montant des règlements prédits par le modèle complexe sur l'ensemble de l'historique sous forme de triangles

Le paiement observé le plus tard au cours de l'historique est situé lors de la 21<sup>ème</sup> année de développement. Ainsi, si tous les sinistres ne sont pas clôturés avant pendant la prédiction, tous les règlements seront définis automatiquement à 0 € après la 21<sup>ème</sup> année de développement. La Figure 5.27 et la Figure 5.28 représentent respectivement le nombre de paiements prédits et leur montant sous forme de triangles. Pour des raisons de clarté, seules les 18 premières années de développement sont ici affichées. À nouveau, la première diagonale du triangle inférieur semble très cohérente avec ce qui est observé au sein du triangle supérieur en termes de nombre de paiements. Cependant, ici aussi, les montants des règlements semblent d'abord sous-estimés pour les années de survenance les plus récentes. De la même façon que pour les triangles inclus, nous pouvons deviner une surestimation du nombre de paiements pour les années suivantes afin de compenser ce phénomène.

Bien qu'il ne soit pas possible de comparer ces prédictions à des données observées, il semble judicieux d'appliquer un *Chain-Ladder*, lequel devrait donner des prédictions cohérentes à défaut d'être totalement exactes. Cela permet alors de comparer les prédictions des réserves du modèle complexe avec celle d'une méthode reconnue de tous.

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
<b>Modèle complexe</b>	0	0	0	0	0	525	6 071	5 826	16 637	29 969	8 427	26 257
<b>Chain-Ladder</b>	0	0	0	0	4	734	0	0	3 654	2 667	1 260	67 318

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
<b>Modèle complexe</b>	26 755	38 830	58 965	80 024	152 881	134 132	335 947	393 299	908 882	1 698 693	3 843 466	8 494 075
<b>Chain-Ladder</b>	5 088	20 274	63 470	72 453	102 391	120 401	213 768	375 720	935 733	1 645 703	3 718 463	11 038 173

	Total
<b>Modèle complexe</b>	16 259 660
<b>Chain-Ladder</b>	18 387 274

Figure 5.29 - Réserves prédites par le modèle complexe et par la méthode Chain-Ladder

Les réserves prédites par le *Chain-Ladder* sont répertoriées dans la Figure 5.29 aux côtés des réserves estimées par le modèle complexe. Les sommes sont très proches exceptées pour la dernière année de survenance, comme pour les triangles inclus. Ainsi, les lacunes de l'étape 2 se répercutent principalement sur la 2<sup>ème</sup> année de développement de l'année de survenance la plus récente qui met en jeu les sommes les plus importantes, et dont la compensation effectuée par l'étape 1 sur les années suivantes ne suffit pas à empêcher une certaine sous-estimation des réserves pour cette année.

Les conclusions sont donc ici les mêmes que pour les triangles inclus. L'étape 1 semble précise dans l'optique de prédire le nombre de paiements. Cependant, l'étape 2 comporte des lacunes qui étaient déjà visibles en se fiant au *RMSE* lors de son implémentation. Le fait que l'étape 2 agisse sur l'étape 1 de l'année de développement suivante est à la fois un avantage et un inconvénient. L'avantage réside dans le fait que l'étape 1 s'ajuste à l'imprécision de l'étape 2 en diminuant ou en rehaussant le nombre de paiements par la suite et permet d'obtenir des réserves plutôt précises. En revanche, l'inconvénient est que cet effet de compensation engendre inévitablement une cadence de règlements moins cohérente. Le fait que les mêmes tendances puissent être observées lors de l'application sur les triangles inclus ou sur l'intégralité de l'historique indique que le modèle complexe comporte une certaine stabilité lorsque le nombre de données augmente.

## 5.5 – Interprétabilité du modèle complexe

Le manque d'interprétabilité des modèles de *Deep Learning* constitue un véritable frein à leur utilisation au sein des entreprises. Bien que souvent plus performants lorsque les données sont présentes en nombres et sont plus complexes, des modèles plus interprétables mais moins précis leurs sont généralement préférés. Ainsi, comprendre la façon dont agit un réseau de neurones a été un sujet de recherche actif ces dernières années et plusieurs méthodes ont vu le jour récemment. L'objectif général de ces méthodes est d'approcher le modèle initial par un autre modèle dit « d'explication » étant défini comme une combinaison linéaire de variables simplifiées sous une forme binaire par rapport au modèle initial. Les coefficients associés à ces variables simplifiées permettent donc d'établir l'importance de chacune d'entre elles.

Nous nous intéresserons ici à la méthode *SHAP* (*SHapley Additive exPlanation*) parue en 2017 et définie par Scott M. Lundberg et Su-In Lee. Cette méthode issue de la théorie des jeux a pour idée de considérer l'ensemble des variables comme une équipe et chaque variable comme un joueur. Pour évaluer l'importance d'un joueur, il faut regarder l'impact que son absence a sur le résultat de l'équipe, mais aussi son impact lorsqu'il est présent avec d'autres joueurs différents. Dans le cadre de l'importance d'une variable, ce principe se matérialise par le fait de ré-entraîner le modèle en présence et en l'absence de cette variable. La différence entre les prédictions des deux modèles permet alors de définir l'impact de la variable – appelé « *shapley value* » – lorsqu'elle est combinée aux autres variables utilisées. Ainsi, il est nécessaire de réaliser cette opération pour chacune des combinaisons possibles de variables. L'impact général de la variable est alors calculé en effectuant la moyenne de son impact pour chaque combinaison de variables. En pratique, la *shapley value* n'est pas calculée de façon exacte mais plutôt approximée par différentes techniques afin de ne pas être rapidement confronté à des temps de calcul prohibitifs.

De plus, contrairement à d'autres méthodes parues auparavant, *SHAP* présente l'avantage de se conformer à plusieurs propriétés théoriques intéressantes. Nous redirigeons le lecteur intéressé vers l'article introduisant cette méthode [21].

Nous pouvons ainsi utiliser la méthode *SHAP* afin de mieux comprendre les tenants et les aboutissants du modèle complexe développé. Il est possible d'obtenir des éléments de compréhension sur le modèle tant d'un point de vue global que local, c'est-à-dire sur une seule observation.

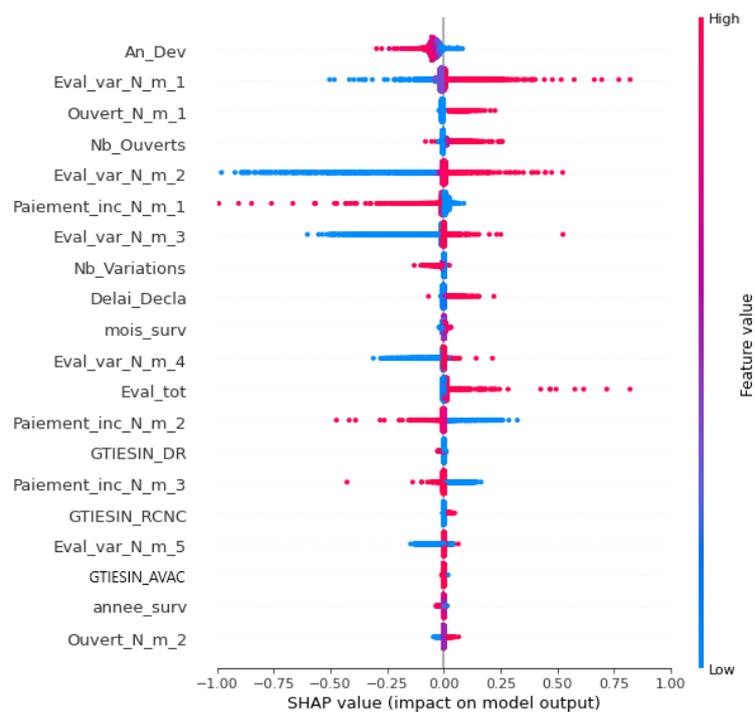


Figure 5.30 - Importance des variables lors de la prédiction de *Top\_Paie\_N\_m\_0*

La Figure 5.30 affiche dans l'ordre les 20 variables ayant en moyenne la *shapley value* la plus élevée et donc l'importance la plus forte pour la prédiction de la présence ou non d'un paiement lors de l'étape 1. Sur ce graphique, chaque point correspond à la *shapley value* d'une variable pour chaque observation du *set* de test. Les points rouges indiquent une grande valeur de la variable et les points bleus une valeur plus faible. Sans surprise, les 3 premières variables sont respectivement l'année de développement, la variation de charge de l'année antérieure et le fait que le sinistre soit ouvert ou clos l'année antérieure. Ces 3 variables avaient été identifiées comme déterminantes lors de l'analyse exploratoire. Nous pouvons également remarquer qu'un montant de règlement important conduit le modèle à abaisser la probabilité qu'il y ait un paiement ensuite, que ce règlement ait lieu l'année précédente ou les deux années antérieures à celle-ci. Cela peut être interprété comme le fait que l'écart entre la somme des règlements et la charge se réduit et donc qu'il y a moins de chance d'observer des paiements par la suite. Il est également intéressant de noter que la variation de charge lors des 5 dernières années joue un rôle dans la prédiction alors que la séquence de paiements ne semble importante que jusqu'à 3 années antérieures à l'année considérée. Inversement, l'information indiquant si le sinistre est ouvert ou clos ne semble prépondérante que pour l'année précédente. Une hypothèse markovienne aurait donc pu être effectuée selon laquelle la clôture d'un sinistre ne dépend que de son état précédent. Enfin, chacune des 20 variables les plus discriminantes sont relatives à des

informations sur le sinistre en lui-même. Les variables concernant l'assuré et le contrat ne sont donc pas primordiales dans le cadre de la RCVP.

Des graphiques intéressants peuvent également être affichés afin de comprendre quelles variables ont influencé la décision du modèle pour une observation en particulier.

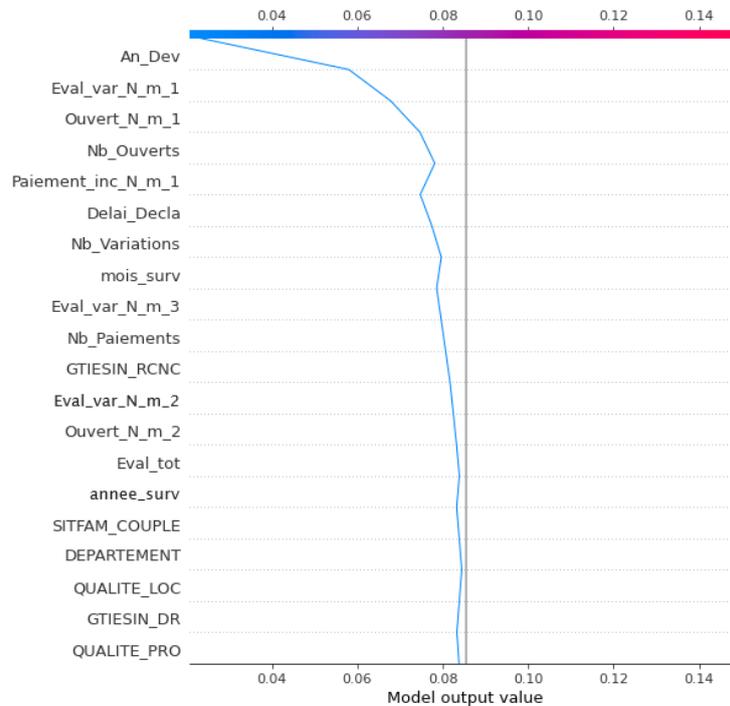


Figure 5.31 - Impact des variables dans la prédiction de Top\_Paie\_N\_m\_0 pour une observation

La Figure 5.31 représente les 20 variables ayant l'impact le plus fort sur la probabilité prédite en sortie du modèle lors de la prédiction de la présence d'un paiement pour une observation en particulier. Il est ainsi possible d'établir précisément de quelle façon et à quel point les variables ont influé sur la sortie. La courbe commence en bas au niveau de la droite grise qui représente la sortie du modèle dans le cas où celui-ci ne comporterait aucune variable explicative. La droite correspond donc simplement à la proportion de la classe 1 présente au sein de la variable d'intérêt, ici environ 0,08. La courbe bleue change ensuite de trajectoire suivant l'impact qu'ont chacune des variables sur la sortie. Pour cette observation, nous pouvons donc voir que le montant du paiement de l'année précédente ainsi que le mois de survenance du sinistre tendent à faire augmenter légèrement la probabilité qu'un paiement ait lieu. Cependant, les variables *Ouvert\_N\_m\_1*, *Eval\_var\_N\_m\_1* et *An\_Dev* ont toutes pour effet de faire baisser fortement la probabilité qu'un paiement ait lieu. En mettant en relation ces trajectoires avec la Figure 5.30, nous pouvons en déduire que cette observation correspond à une année de développement élevée, qu'une variation nulle ou négative de la charge a eu lieu l'année précédente et surtout que le sinistre a été clôturé à la fin de cette période. Cette faculté que possède la méthode *SHAP* à calculer l'influence de chaque variable d'un point de vue local pourrait être intéressante pour aller plus loin dans l'optique de mettre en évidence ce qui induit le modèle en erreur sur les observations incorrectement prédites.

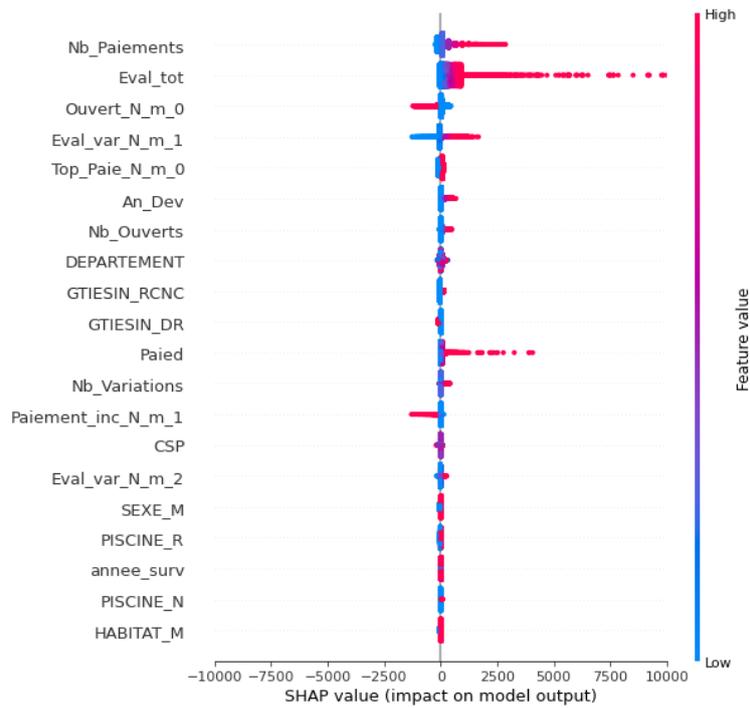


Figure 5.32 - Importance des variables lors de la prédiction de Paiement\_inc\_N\_m\_0

Nous nous intéressons à présent à l'importance des variables lors de la prédiction du montant des règlements. Leur impact respectif est représenté sur la Figure 5.32. Nous pouvons voir sur celle-ci que trop peu de variables semblent réellement discriminantes exceptées les variables liées à l'évaluation de la charge et dans une moindre mesure celles liées au paiement. Ceci conforte l'idée selon laquelle nous ne disposons pas d'assez de variables ayant une véritable influence afin d'expliquer le montant des règlements, ce qui engendre donc notamment les mauvais résultats de l'étape 2 du modèle complexe.

## 6 – Modélisation sur la branche Protection Juridique

Nous avons vu lors de l'application sur la branche de la RCVP que le modèle complexe s'est avéré être la méthode la plus cohérente devant les *Random Forests* et le *MLP* classique. Nous confronterons donc lors de cette section uniquement le modèle complexe à la technique du *Chain-Ladder* sur la branche de la Protection Juridique. Pour rappel, des différences importantes sont présentes entre l'application à la branche RCVP et à la branche PJ. D'abord, les variables liées à la charge ne peuvent pas être incluses pour cette dernière puisqu'un changement de méthodologie dans l'évaluation de celle-ci a été opéré au cours des années. De plus, la PJ dispose de nombreuses variables liées à l'évolution du litige qu'il convient de modéliser de façon dynamique de la même façon que les règlements afin d'avoir une prédiction plus précise.

### 6.1 – Analyse exploratoire des données

De façon identique à la partie précédente, nous commencerons ici par réaliser une étude exploratoire des données. Nous avons vu précédemment que les variables séquentielles telles que les règlements et les suites d'ouverture/clôture des sinistres ont un impact non négligeable sur les prédictions de l'année considérée, de même que la garantie sinistrée. Nous ne réaliserons donc pas à nouveau une étude approfondie sur ces variables mais nous regarderons plutôt l'impact des variables liées à l'évolution du litige.

Comme indiqué lors de la partie 2.1.2, l'assistance d'un expert juridique ne comporte aucune indemnisation. C'est en revanche le cas lorsque le dossier en question devient un litige à proprement parler, c'est-à-dire qu'un véritable différent oppose l'assuré et un tiers. L'affaire peut alors être portée devant différents tribunaux matérialisés par le niveau de juridiction dans nos variables. Nous allons donc nous intéresser ici aux différences qu'il peut y avoir entre chacun des niveaux de juridiction au regard de leur impact sur les règlements.

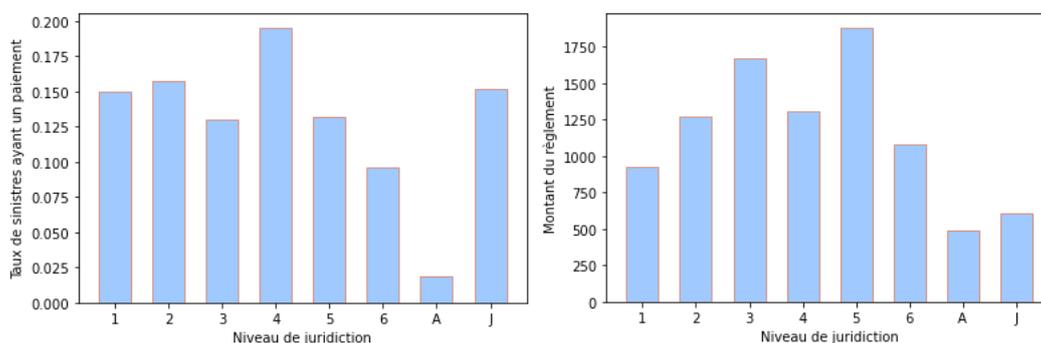


Figure 6.1 - Impact du niveau de juridiction sur le nombre de règlements et leur montant

La Figure 6.1 représente un *barplot* indiquant à gauche le taux des sinistres comportant au moins un règlement et à droite le montant moyen des règlements (lorsque ceux-ci sont non-nuls) pour chacun des niveaux de juridiction dont la description respective de chacune des modalités est donnée au sein de la section [2.2.1](#). Sans surprise, la résolution à l'amiable du litige n'entraîne généralement que très

peu de règlements et avec des montants plus faibles. Lorsque l'affaire est portée devant la justice, la fréquence des paiements devient plus importante et leur montant plus élevé. Cependant, des écarts ont tout de même lieu entre chaque niveau de juridiction. Nous pouvons par exemple remarquer que le niveau de juridiction 6, qui correspond à la phase finale du litige soit l'exécution du jugement, entraîne des coûts d'indemnisation plus faibles que lors du déroulement du procès en lui-même. Les niveaux de juridiction 4 et 5 qui correspondent à une action de la partie adverse (appel et pourvoi), engendrent respectivement dans pratiquement 20% des cas un paiement et un règlement moyen d'environ 1800 €, ce qui est élevé par rapport aux autres niveaux de juridictions.

Ainsi, les différences engendrées par le niveau de juridiction sont non négligeables. Par conséquent, il semble effectivement judicieux de modéliser dynamiquement cette variable lors de l'étape 1 du modèle complexe. Une autre variable intéressante représente la qualité de l'assuré dans le litige c'est-à-dire s'il est la partie demanderesse – celui qui réclame quelque chose à la partie adverse – ou la partie défenderesse – celui qui se défend contre l'accusation.

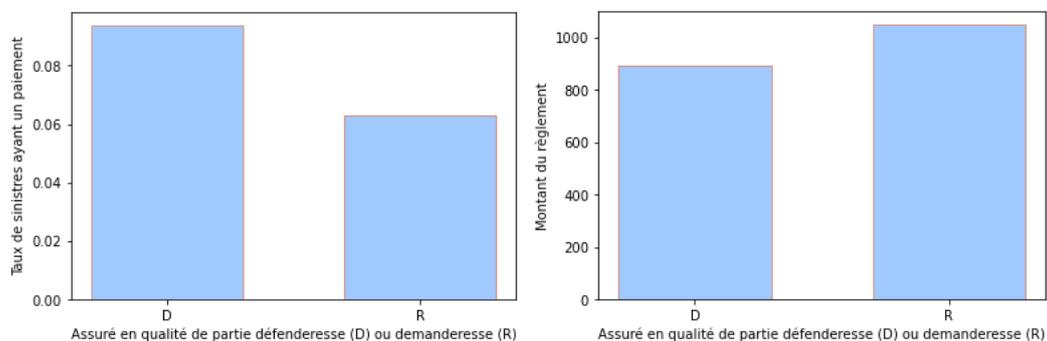


Figure 6.2 - Impact de la qualité de l'assuré au cours du litige sur le nombre de règlements et leur montant

La Figure 6.2 représente donc de la même façon que précédemment l'impact de cette variable sur le nombre et le montant des règlements. Être de la partie défenderesse entraîne un paiement dans 9% des cas contre 6% pour la partie demanderesse. En revanche, les montants sont en moyenne plus élevés de plus de 100€ pour cette dernière. L'impact de cette variable n'est donc pas aussi important que pour le niveau de juridiction, mais elle présente tout de même un intérêt afin d'avoir des prédictions plus précises.

Enfin, comme vu lors de la section 2.2, les variables utilisées afin de modéliser la branche PJ sont pour beaucoup d'entre elles identiques à celles utilisées pour la RCVP pour lesquelles nous avons décidé de retenir l'ensemble des variables suite à l'analyse de la matrice des corrélations. Nous appliquerons donc la même conclusion ici.

## 6.2 – Implémentation du modèle complexe

L'étape suivante est d'implémenter le modèle, nous reprendrons ici pour l'essentiel les hyperparamètres utilisés pour l'application sur la branche Responsabilité Civile Vie Privée (voir section 5.2.1). Notons toutefois quelques différences avec ce qui a été implémenté précédemment :

- Les variables séquentielles de règlements et d'ouverture/clôture sont rejointes par les variables séquentielles indiquant le niveau de juridiction ainsi que le type de gestion (assistance ou judiciaire) qui passeront elles aussi par des couches récurrentes de type GRU.
- La variable GTIESIN sera ici traitée à l'aide d'une couche *embedding*. Ce choix a été réalisé car le nombre de garanties sinistrées différentes est bien supérieur que précédemment du fait des natures diverses que peut représenter un sinistre de la branche Protection Juridique.
- Le réseau de neurones de l'étape 1 possède 3 couches de sorties supplémentaires puisque nous cherchons également à prédire, à l'issue de cette étape, le type de gestion, le niveau de juridiction ainsi que la qualité de l'assuré (partie demanderesse, défenderesse ou simple assistance d'un expert). Ces couches auront respectivement pour fonction d'activation *sigmoid*, *softmax* et à nouveau *softmax* du fait de leur nature respectivement binaire, multiclassées et à nouveau multiclassées. Rappelons cependant que la variable liée à la variation de l'évaluation de la charge n'est pas présente.

Pour le reste, l'ensemble des hyperparamètres est identique à ce qui a été réalisé précédemment.

La phase d'apprentissage de la première étape a duré environ 7 heures et 40 minutes, l'*early stopping* arrêtant le processus après 29 *epochs*. Les résultats de la première étape semblent à première vue satisfaisants puisque nous obtenons une valeur de la fonction de coût de 0,0176 pour la présence d'un paiement ; 0,0161 pour l'ouverture/clôture du sinistre ; 0,0041 pour le type de gestion ; 0,0796 pour le niveau de juridiction et enfin 0,0062 pour la qualité de l'assuré. Ainsi, nous obtenons des scores proches de ceux observés lors de l'application à la RCVP.

Quant à la seconde étape, l'apprentissage du réseau a duré approximativement 1 heure, après que l'*early stopping* soit intervenu à l'*epoch* 24. Le *RMSE* concernant les règlements est de 1840. Bien que plus de 3 fois inférieur au *RMSE* de la RCVP, ce chiffre reste très élevé au regard des sommes mises en jeu d'un point de vue individuel. Il est donc probable que nous retrouvions des résultats similaires à la RCVP avec une première étape satisfaisante mais une seconde étape qui pêche dans la précision.

## 6.3 – Résultats du modèle complexe

Les prédictions du modèle complexe doivent maintenant être confrontées aux données réelles. Nous confronterons également les prédictions à la méthode *Chain-Ladder* afin de voir si le modèle complexe réussit à apporter une valeur ajoutée à la méthode de provisionnement usuelle. De la même façon que pour l'application à la RCVP, l'ensemble des chiffres de cette section ont été transformés à l'aide d'un coefficient multiplicateur afin de conserver la confidentialité des données tout en préservant leur structure.

### 6.3.1 – Confrontation aux données observées

Le nombre de sinistres est plus important pour la branche Protection Juridique que pour la branche Responsabilité Civile Vie Privée. Pour des raisons de temps de calcul nous n'effectuerons donc que 50 simulations ici. La durée de l'extrapolation des prédictions au triangle inférieur est alors de 50

heures soit légèrement plus de 2 jours. De plus, nous avons vu précédemment que les prédictions du modèle complexe étaient généralement tranchées et qu'il n'y avait finalement pas de grandes différences entre chaque *scenarii*. De ce fait, 50 simulations semblent suffisantes pour obtenir des résultats stables en moyenne, et ce chiffre pourrait même être abaissé au vu du temps d'exécution déjà important.

Règlements observés											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	PSAP
2002	482 218	862 284	609 460	414 723	279 987	193 307	104 890	80 505	46 096	50 420	0
2003	658 892	1 223 183	832 008	576 193	381 636	259 925	135 812	196 734	67 558	37 251	37 251
2004	891 429	1 465 956	1 046 059	906 109	515 739	377 702	247 600	169 885	106 642	189 558	296 200
2005	978 419	1 906 101	1 322 382	1 171 801	567 514	356 971	265 840	179 099	124 260	58 719	362 078
2006	1 304 085	2 392 385	1 767 526	1 085 400	737 717	767 517	368 985	185 855	90 054	81 954	726 848
2007	1 681 633	2 803 902	1 865 296	1 284 329	913 176	592 299	341 926	223 669	212 699	117 808	1 488 401
2008	1 862 980	3 215 657	2 183 141	1 561 304	930 804	644 633	486 315	276 304	225 985	74 636	2 638 677
2009	2 083 845	3 925 561	2 584 817	1 829 884	1 181 546	804 101	762 005	306 764	141 477	105 970	5 131 746
2010	3 106 256	4 998 376	3 220 058	1 999 070	1 593 797	921 145	599 556	384 144	196 968	127 460	9 042 197
2011	3 876 289	5 647 885	3 434 135	2 243 420	1 683 311	918 748	444 207	307 371	227 690	116 195	15 022 962
<b>Total :</b>											<b>34 746 361</b>

Figure 6.3 - Règlements observés pour la branche PJ dans les triangles inclus

Avant toute chose, observons d'abord les règlements observés au sein des triangles inclus sur la Figure 6.3. Nous pouvons observer d'une façon générale que l'année de développement 1 met en jeu des montants plus importants que l'année de développement 0. Les montants diminuent ensuite peu à peu mais les sommes semblent un peu plus aléatoires d'une année de développement à l'autre à partir de l'année de développement 6. Cela pourrait potentiellement annoncer une éventuelle inefficacité du *Chain-Ladder* pour les dernières années de développement.

Règlements estimés - Modèle Complexe sur 50 simulations												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	PSAP	Tx d'erreur
2002	482 218	862 284	609 460	414 723	279 987	193 307	104 890	80 505	46 096	50 420	0	0
2003	658 892	1 223 183	832 008	576 193	381 636	259 925	135 812	196 734	67 558	87 542	87 542	135%
2004	891 429	1 465 956	1 046 059	906 109	515 739	377 702	247 600	169 885	139 405	119 415	258 820	-13%
2005	978 419	1 906 101	1 322 382	1 171 801	567 514	356 971	265 840	194 792	156 574	134 665	486 031	34%
2006	1 304 085	2 392 385	1 767 526	1 085 400	737 717	767 517	323 828	250 208	208 106	188 668	970 809	34%
2007	1 681 633	2 803 902	1 865 296	1 284 329	913 176	481 156	359 267	281 510	236 844	211 076	1 569 852	5%
2008	1 862 980	3 215 657	2 183 141	1 561 304	798 102	564 641	426 878	338 478	291 492	263 137	2 682 727	2%
2009	2 083 845	3 925 561	2 584 817	1 298 490	838 056	549 717	385 845	290 340	231 892	194 532	3 788 872	-26%
2010	3 106 256	4 998 376	2 013 624	1 315 851	862 341	580 045	422 064	324 595	263 796	227 454	6 009 771	-34%
2011	3 876 289	3 080 933	1 794 958	1 174 817	797 851	561 904	422 339	337 584	284 237	253 578	8 708 200	-42%
<b>Total :</b>											<b>24 562 624</b>	

Figure 6.4 - Règlements estimés par les 50 simulations du modèle complexe

La Figure 6.4 représente ici les règlements prédits par la moyenne des 50 simulations du modèle complexe. Comme lors de l'application à la RCVP, les montants de la première diagonale du triangle inférieur sont bien en deça de ce qui est attendu. Le fait que l'année de développement 1 en 2011 soit l'objet de règlements d'un montant total inférieur à l'année de développement 0 en est la plus grande

illustration. Cependant, aucun phénomène de compensation n'est apparent cette fois, entraînant donc une sous-estimation globale des réserves bien trop importante. Le total des réserves s'en trouve par conséquent nettement erroné. En effet, une sous-estimation importante des réserves est observée pour les années de survenance les plus récentes. Une fois de plus, il serait alors intéressant de comparer le nombre de paiements observés et prédits afin de voir si le phénomène de compensation a totalement disparu.

Nombre de paiements observés											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Nb Paiements
2002	1 022	1 205	668	396	243	175	103	73	50	38	0
2003	1 272	1 620	862	507	335	212	135	100	61	43	43
2004	1 680	1 959	1 078	758	439	293	203	125	83	55	138
2005	1 876	2 476	1 376	887	554	333	230	134	95	55	283
2006	2 506	3 059	1 633	980	608	408	270	173	106	71	619
2007	2 996	3 452	1 878	1 168	708	459	295	194	124	96	1 168
2008	3 155	3 862	2 204	1 353	809	543	311	226	124	77	2 090
2009	3 562	4 821	2 499	1 644	1 028	706	578	257	148	125	4 484
2010	4 814	5 611	2 996	1 817	1 167	756	515	288	193	138	7 869
2011	5 956	6 455	3 260	2 005	1 272	775	434	293	241	143	14 876
<b>Total :</b>											<b>31 570</b>

Figure 6.5 - Nombre de paiements observés pour la branche PJ

Nombre de paiements estimés - Modèle Complexe sur 50 simulations												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Nb Paiements	Tx d'erreur
2002	1 022	1 205	668	396	243	175	103	73	50	38	0	0
2003	1 272	1 620	862	507	335	212	135	100	61	66	66	55%
2004	1 680	1 959	1 078	758	439	293	203	125	113	94	207	50%
2005	1 876	2 476	1 376	887	554	333	230	170	131	109	409	45%
2006	2 506	3 059	1 633	980	608	408	298	219	175	152	845	37%
2007	2 996	3 452	1 878	1 168	708	492	350	260	209	179	1 490	28%
2008	3 155	3 862	2 204	1 353	880	592	426	323	265	229	2 715	30%
2009	3 562	4 821	2 499	1 489	901	567	381	276	214	176	4 004	-11%
2010	4 814	5 611	2 665	1 586	969	625	435	321	254	214	7 069	-10%
2011	5 956	5 395	2 774	1 591	991	661	475	364	298	258	12 807	-14%
<b>Total :</b>											<b>29 612</b>	

Figure 6.6 - Nombre de paiements estimés par le modèle complexe sur 50 simulations

La Figure 6.5 et la Figure 6.6 représentent respectivement le nombre de paiements observé et estimé par le modèle complexe. Une surestimation est observée pour les années de survenance les plus anciennes mais les écarts restent raisonnables. La sous-estimation lors des trois dernières années de survenance est en revanche saisissante. De plus, aucun phénomène de compensation n'est ici apparent. L'année de développement 1 de 2011 comporte moins de paiements que l'année de développement 0, ce qui peut sembler étrange au vu de ce qui a été observé les années précédentes et en sachant que la première diagonale est seulement prédite à l'aide de données observées. À ce stade, deux facteurs peuvent être incriminés afin d'expliquer ces résultats. Le premier – et probablement le plus important – est l'absence de la variable liée à l'évolution de la charge. En n'ayant aucune indication sur la charge totale de chacun des sinistres, le modèle ne peut alors pas déterminer précisément le « retard » pris dans la liquidation du sinistre par rapport à sa charge et donc appliquer un effet de compensation par la suite. Le deuxième facteur pourrait être une mauvaise prédiction des variables dynamiques liées au développement du litige telles que le niveau de juridiction. En effet,

rappelons que par construction les différentes sorties lors de la première étape du modèle influent les unes sur les autres et ne sont pas indépendantes.

Il convient donc en premier lieu d'étudier la variable indiquant le nombre de sinistres étant en situation de litige. Un sinistre correspondant seulement à l'assistance d'un expert ne peut entraîner de règlement et il pourrait donc s'agir d'une variable ayant une influence importante.

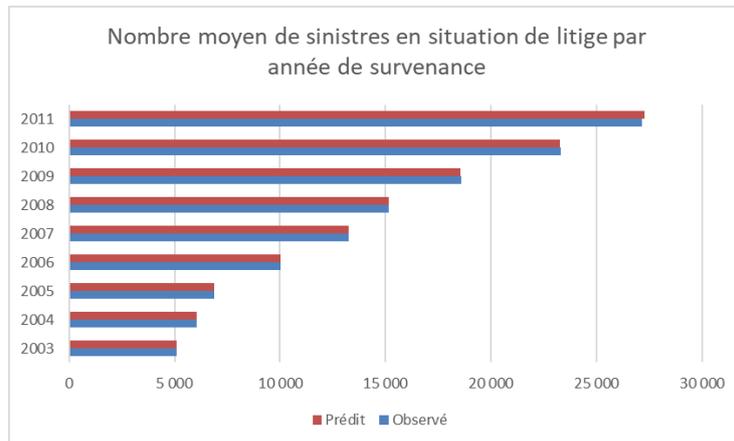


Figure 6.7 - Nombre moyen de sinistres en situation de litige par année de survenance

La Figure 6.7 indique la moyenne par année de survenance calculée sur le triangle inférieur du nombre de sinistres étant en situation de litige. L'écart est minime pour chacune des années de survenance, avec parfois une légère surestimation comme en 2011 ou parfois une légère sous-estimation comme en 2010. La prédiction de cette variable est donc globalement satisfaisante et ne peut donc pas expliquer les mauvaises prédictions tant sur le nombre de paiements que sur le montant des règlements.

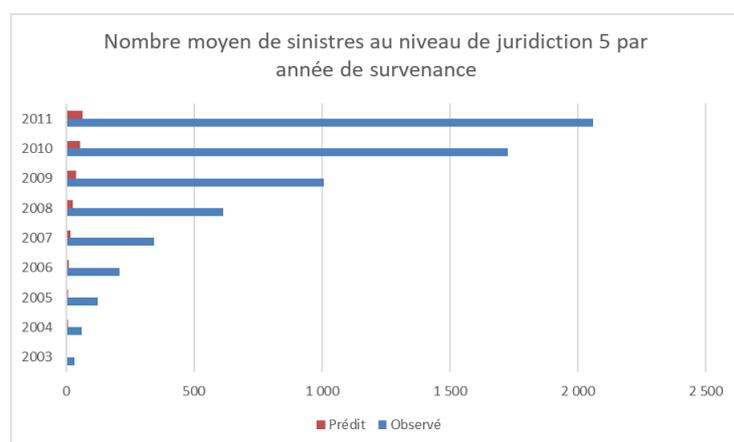


Figure 6.8 - Nombre moyen de sinistres au niveau de juridiction 5 par année de survenance

Lors de la section 6.1, nous avons vu que la qualité de l'assuré dans le litige n'était pas un facteur très différenciant. En revanche, il est intéressant de comparer les prédictions et les classes observées

concernant les niveaux de juridiction. Prenons par exemple le niveau de juridiction 5 représenté par la Figure 6.8 pour lequel nous avons vu qu'il générant un nombre de paiements légèrement supérieur à la moyenne et surtout des montants plus élevés. Cette classe semble très mal prédite par le modèle, ce qui entraîne nécessairement ici une sous-estimation notamment du montant des règlements. Cet écart conséquent peut donc expliquer au moins une petite part des erreurs commises pour la prédiction des réserves. Surtout, il démontre que le fait de vouloir prédire autant de variables dynamiques est probablement trop ambitieux.

Finalement, le modèle complexe est ici inefficace dans ses prédictions. Il ne bénéficie pas de l'effet de compensation qui avait été observé lors de l'application à la RCVP à cause notamment de l'absence de la variable séquentielle liées à l'évolution de la charge. Aussi, la difficulté de la prédiction du niveau de juridiction contribue au dérèglement du modèle lors de son application à la Protection Juridique.

### 6.3.2 – Confrontation avec la méthode *Chain-Ladder*

Bien que le modèle complexe ne réussisse pas à prédire des réserves cohérentes, il est tout de même important d'appliquer la méthode *Chain-Ladder* afin d'observer si cette dernière permet d'obtenir des résultats beaucoup plus précis. Etant donné les mauvais résultats du modèle complexe pour la branche PJ, nous n'utiliserons pas la méthode de *Mack* puisqu'il est alors inutile de comparer des intervalles de confiance situés autour de résultats largement erronés.

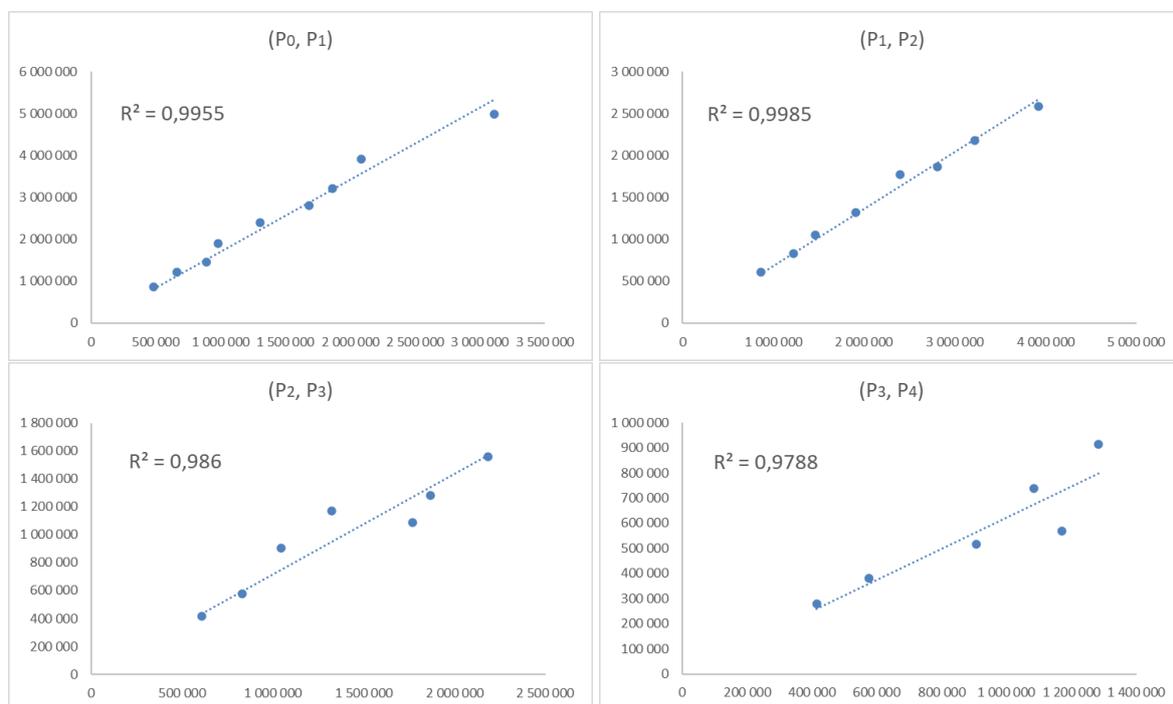


Figure 6.9 - Vérification de la validité des hypothèses du *Chain-Ladder*

La première étape est d'abord de vérifier la validité des hypothèses du *Chain-Ladder*. La Figure 6.9 illustre les courbes de tendance linéaires des couples  $(P_i, P_{i+1})$  jusqu'à  $i = 3$  ainsi que leur coefficient de détermination respectif. Ce dernier est très proche de 1 pour chacun des 4 couples affichés. Ces

couples correspondant aux années de développement mettant en jeu les montants les plus élevés, nous considérerons donc que les hypothèses du *Chain-Ladder* sont validées.

Règlements estimés - Chain Ladder												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	PSAP	Tx d'erreur
2002	482 218	862 284	609 460	414 723	279 987	193 307	104 890	80 505	46 096	50 420	0	0
2003	658 892	1 223 183	832 008	576 193	381 636	259 925	135 812	196 734	67 558	73 896	73 896	98%
2004	891 429	1 465 956	1 046 059	906 109	515 739	377 702	247 600	169 885	69 644	76 178	145 822	-51%
2005	978 419	1 906 101	1 322 382	1 171 801	567 514	356 971	265 840	243 422	99 791	109 152	452 365	25%
2006	1 304 085	2 392 385	1 767 526	1 085 400	737 717	767 517	487 257	446 168	182 907	200 065	1 316 397	81%
2007	1 681 633	2 803 902	1 865 296	1 284 329	913 176	719 266	456 625	418 119	171 408	187 488	1 952 906	31%
2008	1 862 980	3 215 657	2 183 141	1 561 304	974 860	767 851	487 470	446 363	182 986	200 152	3 059 682	16%
2009	2 083 845	3 925 561	2 584 817	1 879 659	1 173 637	924 419	586 867	537 378	220 298	240 964	5 563 220	8%
2010	3 106 256	4 998 376	3 429 813	2 494 133	1 557 307	1 226 618	778 718	713 050	292 315	319 737	10 811 689	20%
2011	3 876 289	6 770 535	4 645 842	3 378 420	2 109 445	1 661 511	1 054 809	965 860	395 954	433 098	21 415 474	43%
Coeff CL :	1,75	0,69	0,73	0,62	0,79	0,63	0,92	0,41	1,09			
											Total :	44 791 453

Figure 6.10 - Règlements estimés par la méthode Chain-Ladder

La Figure 6.10 représente les règlements et les réserves estimées par la méthode *Chain-Ladder*. Cette dernière – contrairement au modèle complexe – surestime grandement les réserves à constituer. Bien qu'il soit évident que 2011 soit ici une année atypique, les provisions estimées pour les autres années de survenance sont également bien trop élevées par rapport aux données observées. Ainsi, la méthode de référence est ici aussi inefficace que le modèle complexe. Cela indique donc que cette branche n'est pas la plus évidente à provisionner et permet de relativiser en partie les résultats décevants du modèle complexe sur la Protection Juridique.

#### 6.4 – Interprétabilité du modèle complexe

Etudier les influences des variables peut être un bon moyen de connaître l'impact notamment des variables dynamiques spécifiques à la PJ sur les prédictions, et en particulier de confirmer que la mauvaise prédiction du niveau de juridiction peut diriger le modèle de façon erronée.

Comme précédemment, nous utiliserons la méthode *SHAP* afin d'évaluer l'influence des variables d'abord sur la probabilité pour un sinistre d'avoir un paiement, puis sur le montant de celui-ci.

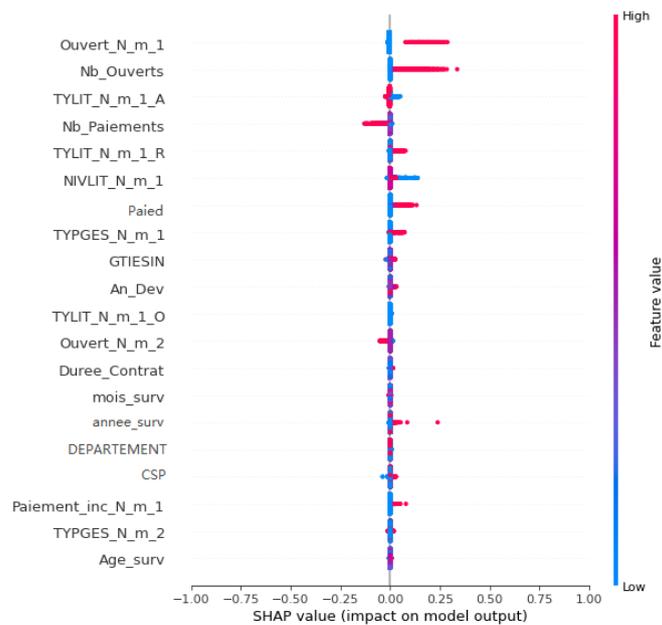


Figure 6.11 - Impact des variables sur la prédiction de Top\_Paie\_N\_m\_0

La Figure 6.11 recense les variables ayant en moyenne l'impact le plus important sur les prédictions de la probabilité d'avoir un paiement lors de l'année considérée. Nous retrouvons l'année  $n - 1$  des 3 variables dynamiques propres à la PJ – c'est-à-dire le type de gestion du litige, le niveau de juridiction et la qualité de l'assurée dans le litige – parmi les 8 variables les plus discriminantes. Cela confirme donc le constat réalisé précédemment selon lequel une mauvaise prédiction de ces variables peut être en partie responsable d'une mauvaise estimation des réserves *in fine*. De plus, il est très important de remarquer que l'impact de chacune des variables est globalement relativement faible par rapport à la RCVP pour laquelle les prédicteurs étaient nettement plus discriminants. Cela permet de souligner l'absence préjudiciable de la variation de l'évaluation de la charge qui permettrait également de mettre en relief l'intérêt de la séquence des règlements avec laquelle elle est complémentaire, et qui apparaît ici en retrait.

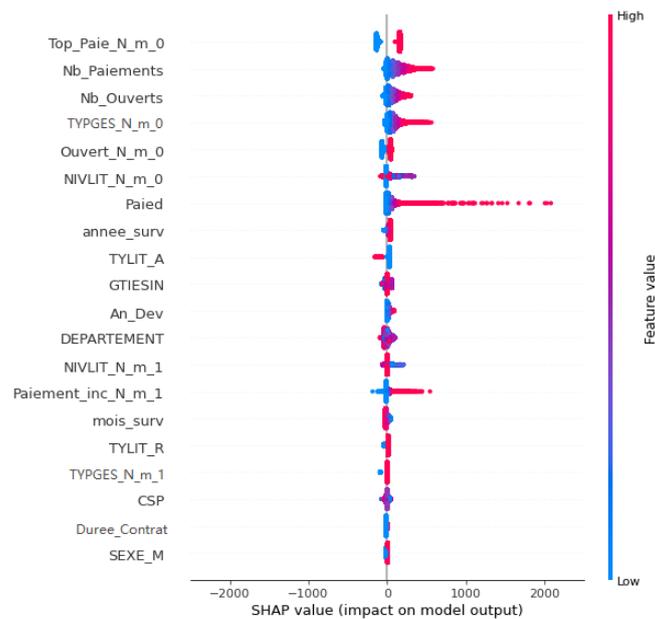


Figure 6.12 - Impact des variables sur la prédiction de Paiement\_inc\_N\_m\_0

La Figure 6.12 indique de son côté les variables les plus influentes pour la prédiction du montant du règlement. Nous retrouvons alors pour la plupart les mêmes prédicteurs que pour la 1<sup>ère</sup> étape, dans un ordre légèrement modifié. Surtout, nous pouvons observer ici aussi que les variables ne sont que très peu discriminantes. Seule la variable du montant total déjà réglé possède un potentiel d'impact de plus de 2000€, quand le reste ne fait que s'approcher des 1000€. Cela confirme l'état de fait réalisé précédemment, selon lequel la séquence de la variation de l'évaluation de la charge manque cruellement au modèle complexe pour la branche Protection Juridique.

Finalement, l'application du modèle complexe sur la branche PJ est mise à mal par la difficulté des prédictions des variables séquentielles propres à la branche ainsi que l'absence dommageable de la variation de l'évaluation de la charge due à un changement de méthodologie dans l'évaluation de celle-ci au cours des années. Ceci empêche notamment au modèle de bénéficier de l'effet de compensation observé lors de la 1<sup>ère</sup> étape pour la branche RCVP, rendant ainsi cette méthode caduque dans ce cas.

## Conclusion

Pour conclure, après une étude approfondie de la littérature concernant les recherches actuelles sur des nouvelles techniques de provisionnement, nous avons pu développer une approche liée au *Deep Learning*. Nous avons ainsi construit un réseau de neurones innovant dans le domaine du *reserving* contenant des cellules récurrentes afin de pouvoir prendre en compte des dépendances temporelles concernant les variables séquentielles connues pour chacun des sinistres telles que les règlements ou la variation de l'évaluation de la charge.

Son implémentation a dû répondre à la problématique du temps d'exécution qui, au sein d'un environnement *Big Data*, doit rester raisonnable d'un point de vue opérationnel. Cette contrainte a pu être surmontée en réalisant quelques concessions comme par exemple la limitation aux bonnes pratiques concernant le choix des hyperparamètres en lieu et place d'une réelle optimisation par validation croisée.

Le concept du modèle complexe a par la suite été appliqué sur deux branches. La première d'entre elles est la Responsabilité Civile Vie Privée sur laquelle nous avons d'abord pu comparer les performances du modèle complexe à deux autres algorithmes – un *MLP* et une *Random Forest* – afin de juger de la pertinence d'utiliser un modèle plus complexe et par conséquent moins interprétable. Il en est ressorti que le modèle complexe obtenait les meilleurs scores, sans toutefois surpasser ses concurrents tant sur la première étape que sur la deuxième. Le modèle complexe a donc été appliqué afin de prédire les réserves sur un historique connu. Si la première étape est satisfaisante, la seconde étape présente de fortes lacunes dans la précision des prédictions des montants dues notamment à un manque de variables réellement discriminantes. Grâce à l'association des variables séquentielles de paiements et de charge, la première étape permet alors d'effectuer un effet de compensation et d'obtenir finalement des réserves cohérentes par rapport à ce qui est observé. Le *Chain-Ladder*, la méthode de référence, présente d'ailleurs des réserves plus éloignées de la réalité que le modèle complexe. Cependant, bien que les réserves prédites par le modèle complexe soient globalement cohérentes, l'effet de compensation engendre naturellement une cadence de règlements imprécise ce qui fait perdre la force du provisionnement à la maille individuelle. De plus, la somme des règlements et l'estimation de la charge ne convergent pas totalement, ce qui constitue une incohérence en soit. Nous pouvons également ajouter que le choix du seuil afin de séparer les sinistres attritionnels des sinistres graves – fixé arbitrairement à 50 000 € – a une influence qui pourrait être négative sur la précision des prédictions. Une détermination de ce seuil à l'aide de méthodes statistiques ainsi qu'une analyse de sensibilité de celui-ci pourrait toutefois remédier à ce point.

L'application du modèle complexe à la Protection Juridique a dévoilé d'autres limites. En effet, la volonté de prédire un trop grand nombre de variables dynamiques a conduit le modèle à utiliser par la suite des prédictions imprécises. Surtout, l'absence de la variable séquentielle concernant la variation de l'évaluation de la charge s'est faite ressentir, rendant caduque le phénomène de compensation et par conséquent les réserves prédites par le modèle.

L'utilisation de notre modèle complexe et plus généralement des méthodes de *Machine Learning* et de *Deep Learning* ne semble pas encore tout à fait mature dans le cadre du provisionnement. Dans notre cas, la précision de la deuxième étape présente des lacunes trop importantes pour pouvoir faire du modèle la méthode opérationnelle pour le provisionnement, mais il pourrait éventuellement être appliqué afin d'avoir un second avis sur les réserves des branches comportant à la fois les séquences de paiements et de charge.

Néanmoins, les résultats de la première étape du modèle sont encourageants et d'autres améliorations de notre modèle complexe sont encore possibles. Nous pourrions par exemple réaliser une sélection de variables afin de retirer le léger bruit que les prédicteurs non pertinents peuvent provoquer, et par la même occasion de réduire la durée d'exécution du modèle. La méthode *SHAP*, qui nous a permis de répondre à l'effet « boîte noire » des modèles de *Deep Learning*, pourrait également servir afin de mener une étude locale approfondie afin de mieux comprendre les raisons pour lesquelles certains sinistres sont prédits de façon trop imprécise. Une optimisation des hyperparamètres du modèle à l'aide d'une machine plus puissante afin de ne pas être pénalisé par un temps de calcul excessif pourrait également être bénéfique. Il aurait également été possible de construire des réseaux de neurones spécifiques à chaque année de développement afin que chacun d'entre eux soient calibrés pour réaliser une tâche plus restreinte, et donc avec une précision potentiellement plus élevée. Cela rajouterait cependant de la complexité au modèle. Par ailleurs, les sorties de l'étape 1 du modèle complexe pourraient faire l'objet d'une étape de calibration des probabilités afin d'augmenter encore la pertinence des simulations qui y sont associées. Cela n'améliorerait néanmoins que la 1<sup>ère</sup> étape, sans avoir d'influence sur la 2<sup>ème</sup> étape qui représente la faiblesse du modèle. Enfin, l'utilisation du modèle complexe dans le cadre du mémoire ne suffit pas à réaliser un provisionnement complet. Il reste effectivement à compléter les réserves obtenues par les *IBNyR* mais aussi par les *IBNeR* des sinistres graves qui ont été exclus du fait de leur rareté et donc de leur inadéquation avec des méthodes de *Deep Learning*.

À l'avenir, il ne fait que peu de doutes que les méthodes liées à la *Data Science* dans le cadre du provisionnement à la maille individuelle seront de plus en plus performantes. En effet, puisque le grand atout et la principale arme de ces méthodes résident dans la capacité des variables à disposition à être des prédicteurs discriminants, la collecte de données non structurées devrait leur permettre d'exprimer leur plein potentiel. Par exemple, les notes écrites des questionnaires de sinistre ou les photos des dégâts en question sur certaines branches contiennent une quantité d'information importante et pourrait apporter des nuances décisives pour la précision de l'estimation des réserves.

## Références bibliographiques

- [1] R. L. Bornhuetter et R. E. Ferguson, *The actuary and IBNR*, 1972.
- [2] G. Quarg et T. Mack, «Munich Chain Ladder,» *Blätter DGVFM*, vol. 26, pp. 597-630, 2004.
- [3] A. Turing, «Computing Machinery and Intelligence (1950),» 2021, pp. 147-164.
- [4] L. Breiman, J. Friedman, R. Olshen et C. Stone, «Classification and Regression Trees,» *Journal of the American Statistical Association*, vol. 81, January 1984.
- [5] B. Hareg et al., «Individual Claim Development with Machine Learning,» 2017.
- [6] M. Wüthrich, «Machine learning in individual claims reserving,» *Scandinavian Actuarial Journal*, vol. 2018, pp. 1-16, January 2018.
- [7] A. Gabrielli, «A NEURAL NETWORK BOOSTED DOUBLE OVERDISPERSED POISSON CLAIMS RESERVING MODEL,» *ASTIN Bulletin*, vol. 50, pp. 1-36, December 2019.
- [8] E. Ramos Pérez, P. J. Alonso-González et J. Nuñez-Velazquez, «Stochastic reserving with a stacked model based on a hybridized Artificial Neural Network,» *Expert Systems with Applications*, vol. 163, p. 113782, August 2020.
- [9] L. DeLong, M. Lindholm et M. Wuthrich, «Collective Reserving using Individual Claims Data,» *SSRN Electronic Journal*, January 2020.
- [10] K. Kuo, «DeepTriangle: A Deep Learning Approach to Loss Reserving,» *Risks*, vol. 7, p. 97, September 2019.
- [11] D. Fabre Rudelle, «Mémoire : Apport des méthodes d'apprentissage statistique pour le provisionnement individuel en assurance non-vie,» 2018.
- [12] L. Breiman, «Bagging Predictors,» *Machine Learning*, vol. 24, pp. 123-140, August 1996.
- [13] L. Breiman, «Random Forests,» *Machine Learning*, vol. 45, pp. 5-32, 2001.
- [14] W. McCulloch et W. Pitts, «A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity,» *Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 5, pp. 115-133, 1943.
- [15] F. Rosenblatt, «The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain,» *Psychological Review*, vol. 65(6), pp. 386-408, 1958.
- [16] X. Glorot et Y. Bengio, «Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks,» *Journal of Machine Learning Research - Proceedings Track*, vol. 9, pp. 249-256, January 2010.
- [17] K. He, X. Zhang, S. Ren et J. Sun, *Delving Deep into Rectifiers: Surpassing Human-Level Performance on ImageNet Classification*, 2015.

- [18] K. Cho, B. Merriënboer, C. Gulcehre, F. Bougares, H. Schwenk et Y. Bengio, «Learning Phrase Representations using RNN Encoder-Decoder for Statistical Machine Translation,» June 2014.
- [19] S. Hochreiter et J. Schmidhuber, «Long Short-term Memory,» *Neural computation*, vol. 9, pp. 1735-80, December 1997.
- [20] A. Thomas, M. Petridis, S. Walters, S. Malekshahi Gheytaïssi et R. Morgan, «Two Hidden Layers are Usually Better than One,» 2017.
- [21] S. Lundberg et S.-I. Lee, «A Unified Approach to Interpreting Model Predictions,» 2017.
- [22] T. Mack, «Distribution-Free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates», *ASTIN Bulletin*, vol. 23, November 1993.
- [23] G. de Macedo, «Cours de comptabilité d'assurance - ISUP», 2020-2021.
- [24] C. Boyer, «Cours de Machine Learning - ISUP», 2020-2021.
- [25] T. S. Goma, «Mémoire : Apport des réseaux neuronaux au provisionnement IARD : Application d'architectures récurrentes à la prédiction d'évolution temporelle de montants», 2020.
- [26] N. Saidali, «Mémoire : Méthodes de provisionnement par apprentissage supervisé : Sinistralité de masse en Automobile», 2020.
- [27] L. Ortiz, «Mémoire : Eléments d'Intelligence Artificielle faible en Provisionnement Non-Vie», 2019.

## Annexe A – Tableau récapitulatif de la validation-croisée de l'étape 2 lors de l'implémentation de la forêt aléatoire

Résultats de la cross-validation

Combinations	param_max_depth	param_max_samples	param_min_samples_leaf	param_n_estimators	mean_fit_time	mean_test_score	rank_test_score
15	25.0	100000.0	5.0	300.0	714.73	2706143	10.0
14	25.0	100000.0	5.0	200.0	723.66	2708324	12.0
13	25.0	100000.0	20.0	300.0	1036.65	2690673	2.0
12	25.0	100000.0	20.0	200.0	712.65	2692014	4.0
11	25.0	50000.0	5.0	300.0	649.47	2703387	7.0
10	25.0	50000.0	5.0	200.0	426.72	2707490	11.0
9	25.0	50000.0	20.0	300.0	558.28	2714746	14.0
8	25.0	50000.0	20.0	200.0	387.78	2716153	16.0
7	20.0	100000.0	5.0	300.0	1040.41	2702509	6.0
6	20.0	100000.0	5.0	200.0	716.96	2704601	8.0
5	20.0	100000.0	20.0	300.0	976.96	2690306	1.0
4	20.0	100000.0	20.0	200.0	665.41	2691585	3.0
3	20.0	50000.0	5.0	300.0	607.29	2701494	5.0
2	20.0	50000.0	5.0	200.0	478.18	2705527	9.0
1	20.0	50000.0	20.0	300.0	656.89	2714565	13.0
0	20.0	50000.0	20.0	200.0	482.97	2715939	15.0

Figure A - Tableau récapitulatif de la validation-croisée de l'étape 2 lors de l'implémentation de la forêt aléatoire

Ce tableau récapitule les résultats de la validation-croisée de l'étape 2 lors de l'implémentation de la forêt aléatoire. Les hyperparamètres sont optimisés selon la métrique du *MSE*. La combinaison obtenant le meilleur score est la forêt aléatoire ayant des arbres d'une profondeur maximale de 20, un tirage avec remise lors du *bagging* d'un maximum de 100 000 observations, un minimum de 20 observations dans les feuilles des arbres et enfin un total de 300 arbres.

## Annexe B – Suivi des courbes d'apprentissage du *MLP*

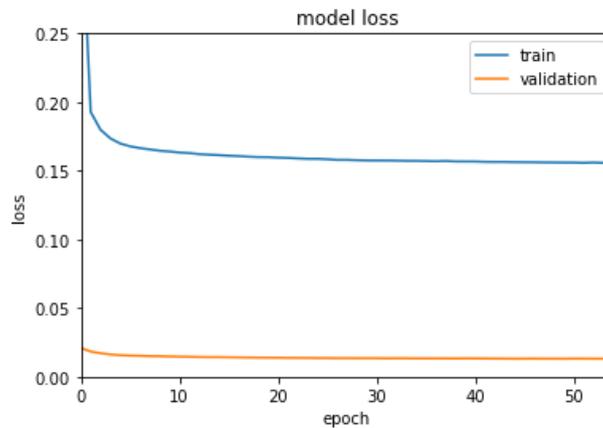


Figure B - Evolution de l'erreur d'apprentissage et de l'erreur de validation pour le *MLP* lors de l'étape 1

Le graphique représentant le suivi des erreurs d'apprentissage et de validation du *MLP* comporte des tendances similaires à celles du modèle complexe, avec d'abord une décroissance rapide des deux courbes avant que l'erreur de validation ne finisse par stagner jusqu'à l'intervention de l'*early stopping*. Notons que l'axe des ordonnées représente ici la moyenne de la valeur de la fonction de perte pour chacune des sorties du *MLP* alors qu'elle représentait la somme de ces valeurs pour le modèle complexe ce qui explique cette différence d'échelle.

# Annexe C – Ajustement de lois normales sur les réserves estimées par le modèle complexe

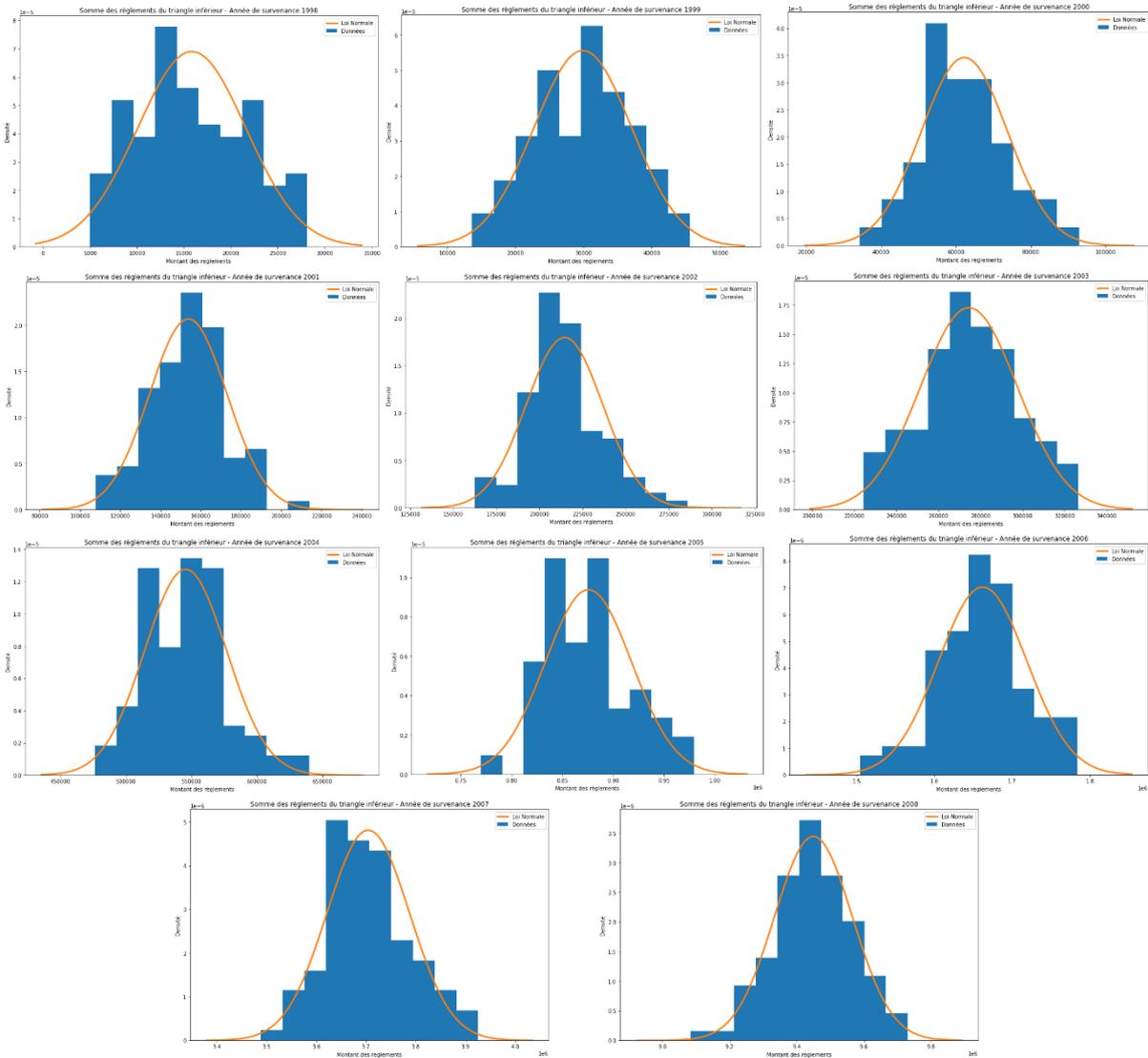


Figure C - Ajustement de lois normales sur la distribution des réserves par année de survenance estimées par le modèle complexe

Une loi normale a été ajustée à l’aide de la méthode du maximum de vraisemblance sur les réserves estimées par le modèle complexe pour les années de survenance 1998 à 2008. La plupart de ces ajustements sont satisfaisants. Nous pouvons donc construire des intervalles de confiance autour des moyennes des distributions des réserves par année de survenance.