

Mémoire présenté le :

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : **MAFONO TCHAKAM INGRID ALIDA**

Titre : **ÉTUDE DE LA RENTABILITÉ DES CONTRATS DÉCÈS EMPRUNTEUR**

Confidentialité : ☒ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membres présents du jury de l'Institut
des Actuaires*

Ahoua Assouan
B. Deschamps
Frederic Henge

signature

Entreprise :

Nom : Prudential Beneficial Life
Insurance Cameroun

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Romeo Kouna Nkoulou

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



.....
Membres présents du jury de l'ISFA
Diana Dorobantu

Remerciements

Ce travail est le fruit du soutien, des conseils, de l'assistance et de la collaboration de nombreuses personnes auxquelles je souhaite exprimer ma profonde gratitude. Il s'agit de :

- Mes très chers parents ainsi que mes frères et sœurs
- Professeur FONO LOUIS AIME pour son soutien
- Madame ELIA DELLI pour son accompagnement
- Monsieur PIERRE RIBEREAU pour sa disponibilité
- Monsieur WILSON KAMDEM pour ses directives
- Tout le staff administratif de l'IIA
- Monsieur PIERRICK PIETTE pour ses conseils
- Monsieur ACHILLE SIME du Cabinet SL FINANCIAL
- Toute la deuxième promotion IIA-ISFA
- Toute la Direction technique de PRUDENTIAL BENEFICIAL LIFE INSURANCE Cameroun avec qui j'ai partagé des moments exceptionnels

MERCI

Sommaire

Remerciements	2
Résumé	4
Abstract	5
Liste des figures	6
Liste des tableaux	7
Liste des abréviations	9
INTRODUCTION GÉNÉRALE	10
I CADRE DE L'ÉTUDE ET PRÉSENTATION DE L'ASSURANCE EMPRUNTEUR	12
I.1 ASSURANCE VIE EN ZONE CIMA	12
I.2 L'ASSURANCE DES EMPRUNTEURS	18
I.3 CADRE D'ENTREPRISE	23
II RENTABILITÉ DES CONTRATS DÉCÈS EMPRUNTEUR	27
II.1 MÉTHODE DE TARIFICATION	27
II.2 MÉTHODE DE PROVISIONNEMENT	35
II.3 INDICATEURS DE RENTABILITÉ	39
III ANALYSE DE LA MARGE TECHNIQUE	54
III.1 COMPTE DE RÉSULTAT	54
III.2 MORTALITÉ D'EXPÉRIENCE ET ÉCART DE MORTALITÉ	57
III.3 ÉCART DE GESTION	87
LIMITES DE L'ÉTUDE	89
CONCLUSION	90
Bibliographie	92
Annexes	94
Table des matières	102

Résumé

Le tarif d'un contrat d'assurance emprunteur doit refléter un équilibre entre deux impératifs : d'une part, la nécessité de garantir la rentabilité de l'assureur, et d'autre part, l'obligation de répondre aux exigences du marché, qui impose de proposer des prix compétitifs. L'assureur doit ainsi veiller à préserver ses parts du marché tout en atteignant les objectifs de rentabilité définis. L'agrégation des charges et des produits permet de vérifier la réalisation de l'objectif de rentabilité défini ici à 90% du ratio combiné.

Par la suite, une analyse de la marge technique permet de mettre en exergue les sources de pertes et de profits dépendantes des bases de tarification. Ce diagnostic est non seulement crucial pour identifier les leviers d'optimisation du résultat technique mais aussi, une meilleure connaissance du risque s'avère déterminante car l'assureur en ayant la connaissance de ses marges de manœuvre sur les prix ne saurait se contenter uniquement de suivre les tendances du marché. À ce titre, le calcul des taux bruts de mortalité par âge, réalisé à l'aide des méthodes de Hoem et de Kaplan-Meier, puis ajustés par un lissage semi-paramétrique, a été retenu comme approche de comparaison entre la mortalité du portefeuille et l'hypothèse de mortalité s'appuyant sur la table CIMA H. La mise en comparaison de l'estimation des frais de gestion réellement dépensés et des chargements de gestion fixés contractuellement permet de révéler une perte ou un profit lié à la gestion des contrats et la nécessité au besoin de ventiler plus finement les frais généraux.

L'étude permet de fournir une communication sur la rentabilité des contrats décès emprunteur, d'éclairer sur les marges de manœuvre possibles sur les tarifs et ainsi de poser les bases d'un changement tarifaire.



Mots clés

| Rentabilité, Ratio Combiné, Marge technique, Mortalité, Kaplan Meier, Hoem, Chargement

Abstract

The pricing of a borrower's insurance contract must strike a balance between two imperatives : on the one hand, the need to ensure the insurer's profitability, and on the other hand, the obligation to meet market demands, which require offering competitive prices. The insurer must, therefore, maintain its market share while achieving the profitability targets set to meet shareholders' expectations. The aggregation of expenses and revenues allows for verifying the achievement of the profitability objective, which is defined here as 90% of the combined ratio.

Subsequently, an analysis of the technical margin highlights the sources of losses and profits dependent on pricing bases. This diagnosis is crucial not only for identifying levers to optimize the technical result but also for gaining a better understanding of the risk, as the insurer, knowing its pricing flexibility, cannot merely follow market trends. In this regard, the calculation of crude mortality rates by age, carried out using Hoem and Kaplan-Meier methods, and then adjusted through semi-parametric smoothing, was chosen as a comparison approach between the portfolio's mortality and the mortality assumption based on the CIMA H table. Comparing the actual management expenses incurred with the contractually set management loadings helps reveal a loss or profit linked to contract management and, if necessary, requires a more precise allocation of overhead costs.

The study provides insights into the profitability of borrower's insurance contracts, sheds light on possible pricing flexibilities, and thus lays the foundation for potential tariff adjustments.



keywords

| Profitability, Combined Ratio, Technical Margin, Mortality, Kaplan-Meier, Hoem, Loading

Table des figures

I.1	Évolution des primes vie et non vie CIMA	14
I.2	Parts du chiffre d'affaires CIMA par Pays	15
I.3	Répartition des revenus des produits financiers	15
I.4	Chiffre d'affaires par Branches	16
I.5	Structure des émissions	17
I.6	Évolution des crédits à l'économie au Cameroun	18
I.7	Nombre de bénéficiaire et taux de pénétration par produit	20
I.8	Nombre de bénéficiaires par type de produit et type d'assureur	20
I.9	Classement Assurance vie Cameroun	24
I.10	Fonctionnement entreprise	25
I.11	Résumé de la démarche d'étude	26
II.1	Extrait Table CIMAH	28
II.2	Sensibilité de la prime de risque aux hypothèses de mortalité	32
II.3	Sensibilité de la prime au taux d'actualisation i	33
II.4	Éléments constitutifs de la prime commerciale	38
II.5	CEG-Compte 80 / Crédit	41
II.6	CEG-Compte 80 / Débit	42
II.7	Types de prêt dans le portefeuille	42
II.8	Part du portefeuille emprunteur dans le portefeuille globale en 2021,2022 et 2023 respectivement	43
II.9	Age moyen des assurés	44
II.10	Durée des contrats	45
II.11	Exemple de compte de participation au bénéfice	47
II.12	Évolution du ROE en fonction des revenus de placement et du besoin en fonds propres	53

III.1 Exemple sur la nécessité de connaître la loi de mortalité	56
III.2 Illustration notion de censure et de troncature	61
III.3 Répartition par genre	62
III.4 Décès et exposition par âge	63
III.5 Taux brutes HOEM	69
III.6 Taux brutes HOEM, Intervalle de confiance	70
III.7 Taux brutes HOEM, Intervalle de confiance femme	70
III.8 Taux brutes KAPLAN-MEIER	72
III.9 Fonction de survie de KAPLAN-MEIER	73
III.10 Taux brutes comparaison	74
III.11 Comparaison Taux brutes	74
III.12 Résidus différence des taux brutes	75
III.13 Taux ajusté MAKEHAM	78
III.14 Taux ajustés tchater	79
III.15 Taux brutes/Taux ajustés	80
III.16 Taux ajusté/Taux brutes	81
III.17 Backtesting de la table complète	84
III.18 SMR 2020 et 2021- table globale	85
III.19 SMR 2022 et 2023 table globale	86
20 Indicateurs pertinents en Zone CIMA	95
21 Mortalité des emprunteurs par rapport aux tables réglementaires en France	96
22 Données finales	97
23 Méthode de WH	98

Liste des tableaux

I.1	Quelques indicateurs de la CIMA en 2022	13
I.2	Classement compagnies africaines selon le CA (en millions de FCFA)	14
II.1	Tableau d'Amortissement du Prêt	31
II.2	Anomalies relevées dans la base des contrats souscrits	39
II.3	Évolution du ratio S/P de 2014 à 2023	48
II.4	Évolution du ratio des frais de gestion de 2014 à 2023	49
II.5	Évolution du ratio combiné (RC) de 2014 à 2023	50
III.1	Dépenses en frais médicaux en millions de FCFA	57
III.2	Liste des données individuelles par polices.	61
III.3	SMR avec intervalle de confiance à 95% (méthode Makeham).	83
III.4	SMR avec intervalle de confiance à 95% (méthode Thatcher).	83
III.5	SMR avec intervalle de confiance à 95% (méthode Brass).	83
III.6	SMR avec intervalles de confiance à 95% (Table complète).	85
III.7	SMR avec intervalles de confiance à 95% (Table complète).	86
III.8	Primes nettes, frais de gestion et perte de gestion	87
III.9	Frais de gestion et taux de chargement	88
10	Extrait de tarif	94
11	Liste des examens médicaux	96
12	Statistiques de mortalité et d'exposition	97

Liste des abréviations :

- CIMA :Conférence Interafricaine des Marchés d'assurance
- CA : Chiffre d'Affaires
- CRCA : Commission Régionale de Contrôle des Assurances
- FANAF : Fédération des Sociétés d'Assurances de Droit National Africaines
- BEAC : Banque des États de l'Afrique Centrale
- VAP : Valeur Actuelle Probable
- PM : Provisions mathématiques
- PB : Participation au Bénéfice
- CEMAC : Communauté Économique et Monétaire de l'Afrique Centrale

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'assurance emprunteur occupe une place prépondérante dans le financement des crédits, en garantissant le remboursement des prêts en cas de décès, d'invalidité ou d'incapacité de l'emprunteur. Ce dispositif, véritable pilier de sécurité financière, protège à la fois les emprunteurs en préservant leurs patrimoines, et les établissements prêteurs en transférant une part substantielle du risque de non-remboursement aux compagnies d'assurance. Dans la région CEMAC, et particulièrement au Cameroun, le marché du crédit connaît une expansion soutenue, stimulée par les initiatives visant à accroître la bancarisation et à faciliter l'accès au crédit. Pour les assureurs, ce marché représente une opportunité précieuse, notamment à travers la souscription de contrats d'assurance décès emprunteur. Toutefois, la rentabilité de ces contrats s'impose comme un enjeu capital. L'un des défis majeurs dans la gestion de ces polices réside dans la volatilité des sinistres et la justesse des hypothèses actuarielles sous-jacentes à la tarification et au provisionnement. En effet, toute divergence entre les prévisions et la réalité peut entraîner soit des gains inattendus, soit des pertes difficiles à absorber.

L'activité ne sera pertinente que si après le paiement des sinistres, des frais liés à la gestion des contrats, et la mise en place de réserves pour sinistres futurs, les primes cotisées et fixées suivant des bases tarifaires permettent à chaque année de dégager un bénéfice suivant l'objectif de rentabilité fixé. Ceci pousse à se poser les questions suivantes : L'objectif de rentabilité est-il atteint ? Quelles sont les sources de perte ou de profit par rapport au résultat technique ?

L'enjeu fondamental de cette étude réside dans l'évaluation de la rentabilité effective des contrats et dans la vérification rigoureuse de l'adéquation, ou au contraire l'identification des déséquilibres, entre les hypothèses actuarielles et les stratégies de tarification d'une part, et la réalité de la sinistralité observée ainsi que des frais de gestion afférents aux contrats d'autre part.

Les objectifs spécifiques sont les suivants :

- Calculer le ratio combiné, afin d'évaluer l'alignement des tarifs avec les objectifs de rentabi-

lité de la compagnie.

- Calculer les taux bruts de mortalité en utilisant les méthodes de Hoem et Kaplan-Meier, suivies d'un lissage semi-paramétrique, afin de déterminer si un bénéfice de mortalité existe, et dans quelle mesure il est possible d'abattre la table de mortalité réglementaire.
- Analyser les écarts de chargement afin d'identifier et proposer une ventilation des frais généraux si nécessaire.

La présente étude sera structurée en plusieurs chapitres, le premier chapitre aura pour objectif de se positionner dans l'environnement de travail en présentant ses particularités. Le second chapitre sera consacré au calcul de l'indicateur de rentabilité après une revue des fondements théoriques et méthodologiques relatifs à la tarification et au provisionnement. Le troisième chapitre portera sur l'analyse des taux de mortalité. À travers les méthodes de Hoem et Kaplan-Meier, les taux bruts seront calculés et ensuite ajustés pour être comparés aux hypothèses actuarielles de départ. Ensuite, une analyse des frais de gestion permettra d'entrevoir des pistes d'amélioration pour optimiser la rentabilité des contrats. Enfin, la conclusion reviendra sur les résultats obtenus et proposera des recommandations concrètes pour le pilotage de la rentabilité des contrats décès emprunteur.

CADRE DE L'ÉTUDE ET PRÉSENTATION DE L'ASSURANCE EMPRUNTEUR

Dans ce chapitre, nous présentons une vue d'ensemble du sujet traité en abordant son contexte général et ses particularités. Plus précisément, le chapitre présente la zone CIMA, le marché d'assurance vie dans la zone CIMA, le marché de l'assurance emprunteur en zone CEMAC et le portefeuille de l'entreprise d'accueil.

I.1 ASSURANCE VIE EN ZONE CIMA

L'assurance vie est un contrat d'assurance par lequel l'assureur s'engage, en échange du versement de primes par le souscripteur, à verser une somme d'argent à un bénéficiaire désigné en cas de décès de l'assuré ou à une date déterminée si l'assuré est toujours en vie à cette échéance. Ce type de contrat lié à la durée de la vie humaine peut être utilisé à des fins de prévoyance, pour garantir un capital aux proches en cas de décès, ou à des fins d'épargne, pour accumuler un capital disponible au terme du contrat ce sont là des contrats de capitalisation. Communément, on dira "assurance vie et capitalisation".

L'assurance vie est souvent utilisée comme outil de planification financière, permettant à la fois de préparer sa succession, de bénéficier d'avantages fiscaux, et de protéger les proches en cas de décès prématuré. Elle se distingue de l'assurance non vie, également appelée assurance de dommages ou assurance IARD (Incendie, Accidents, Risques Divers), qui couvre les risques qui ne sont pas liés à la durée de la vie humaine. Il s'agit des assurances qui protègent contre les dommages matériels ou corporels, les pertes financières, ou la responsabilité civile. Par exemple, les assurances auto, habitation, santé, responsabilité civile, ou encore les assurances professionnelles entrent dans

cette catégorie. Elles indemnisent l'assuré en cas de sinistre affectant des biens ou causant des préjudices à des tiers.

Après avoir fait une présentation de la zone CIMA en général, cadre régional de situation de l'entreprise de stage, nous présenterons les spécificités du secteur de l'assurance vie dans cette zone.

I.1.1 Présentation de la CIMA

La CIMA est une organisation régionale qui regroupe plusieurs États africains¹ avec pour objectif de promouvoir et de réguler le secteur des assurances. Fondée en 1992, la CIMA assure l'harmonisation et la stabilité des marchés d'assurances grâce à son Code des assurances et à la supervision de la CRCA. Elle renforce la crédibilité du secteur en imposant des normes strictes en matière de gouvernance et de solvabilité et en sanctionnant les manquements. En parallèle, elle développe les compétences des acteurs du marché et soutient les économies régionales en imposant par exemple la cession d'une partie des risques à des réassureurs locaux. Ainsi, la CIMA est engagée au développement du secteur et à la protection des assurés.

Indicateur	Valeur
Primes vie et non vie	1 508 885 millions de FCFA
Total bilan vie et non vie	4 151 600 millions de FCFA
Placements vie et non vie	2 940 784 millions de FCFA
Sinistres payés vie et non vie	664 748 millions de FCFA
Nombre de sociétés d'assurances agréées	181
Nombre de sociétés de Réassurances agréées	22

TABEAU I.1 : Quelques indicateurs de la CIMA en 2022
Source : <https://cima-afrique.org/la-cima-en-chiffres/?exercice=2022>

Les données présentées dans le Tableau I.1 illustrent une évolution significative depuis la création de la CIMA, comme le montre la Figure I.1. De 1995 à 2022, l'activité d'assurance dans la zone CIMA, toutes branches confondues, a été multipliée par six. La part de la branche vie dans les

1. Les pays membres de la CIMA :

- UEMOA : Bénin, Burkina Faso, Côte d'Ivoire, Guinée Bissau, Mali, Niger, Sénégal, Togo.
- CEMAC : Cameroun, Centrafrique, Congo, Gabon, Guinée Equatoriale, Tchad.

primes totales a progressé de 75% en 26 ans (1995-2020), passant de 20% en 1995 à 35% en 2020, alors que la branche non vie a régressé (80% en 1995 contre 65% en 2020).

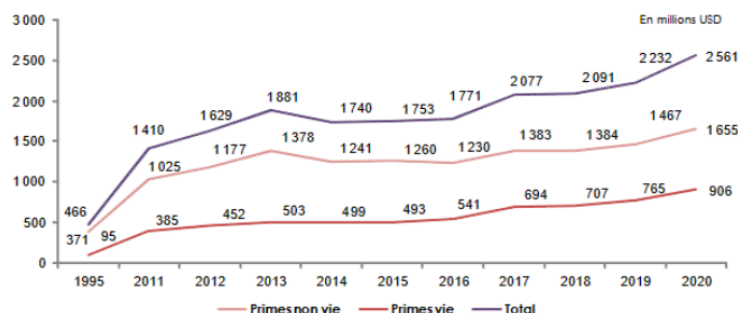


FIGURE I.1 : Évolution des primes vie et non vie CIMA

Malgré cette évolution, le chiffre d'affaire des compagnies de la zone CIMA reste inférieur à la somme des chiffres d'affaires deux premières compagnies africaines (voir Tableau I.2).

Rang 2022	Compagnies	Branches	Pays d'origine	CA 2021	2021-2022 (%)
1	Sanlam	V	Afrique du Sud	112 168	4,27
2	Old Mutual Life	V	Afrique du Sud	54 313	-2,93
3	Liberty Group	V	Afrique du Sud	48 485	10,69
4	Santam	NV	Afrique du Sud	34 067	8,14
5	MML Group Limited	V	Afrique du Sud	27 429	0,37
6	Wafa Assurance	C	Maroc	10 425	14,70
7	Guardrisk Insurance	NV	Afrique du Sud	13 251	9,59
8	RMA	C	Maroc	8 076	5,15
9	The Hollard Insurance	NV	Afrique du Sud	12 048	6,51
10	Mutuelle Taamine Chaabi	V	Maroc	7 345	16,43

TABEAU I.2 : Classement compagnies africaines selon le CA (en millions de FCFA)

Source : <https://www.atlas-mag.net/article/compagnies-d-assurance-africaines>

V=compagnie Vie NV=compagnie Non Vie C=compagnie Composite

I.1.2 Dynamisme de l'assurance vie et capitalisation en zone CIMA

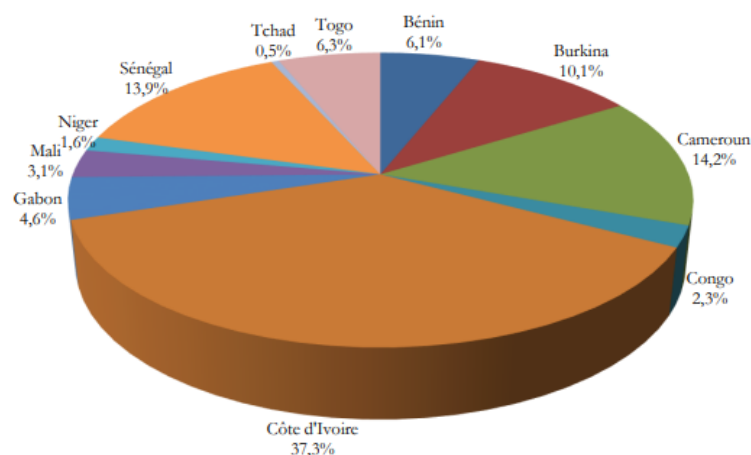


FIGURE I.2 : Parts du chiffre d'affaires CIMA par Pays
Source : Rapport annuel CIMA 2021

En 2021, dans le secteur vie et capitalisation, la Côte d'Ivoire domine avec 37,3 % du marché, suivie du Cameroun (14,2 %), du Sénégal (13,9 %) et du Burkina Faso (10,1 %). Le chiffre d'affaires des compagnies d'assurance est principalement constitué des primes collectées et des revenus d'investissement. Les primes collectées, investies dans divers instruments financiers, renforcent la stabilité des marchés et financent des projets économiques, favorisant la croissance et l'emploi. La Figure I.3 présente les revenus de placement des compagnies.

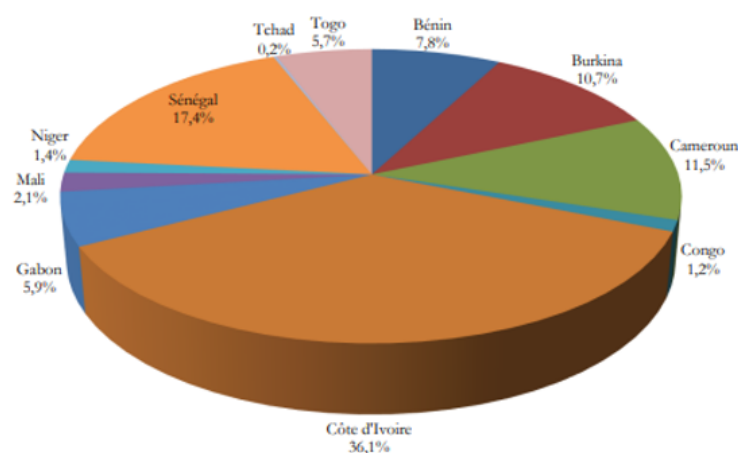


FIGURE I.3 : Répartition des revenus des produits financiers
Source : Rapport annuel CIMA 2021

Selon le rapport CIMA 2021, les produits financiers nets issus de ces investissements ont atteint

56,55 milliards de FCFA en 2021, en comparaison avec 48,84 milliards de FCFA en 2020, marquant ainsi une progression de 15,80%. En 2021, ces produits financiers nets constituent 2,9 % des placements totaux sur l'ensemble du marché de la zone.

Les placements réalisés par le marché ivoirien ont générés des produits financiers nets s'élevant à 36,1% des produits de la zone CIMA, suivis des placements des marchés sénégalais (17,4%), camerounais (11,5%) et burkinabé (10,7%).

Branches d'activités en assurance vie et capitalisation

Parmi les branches d'activité en assurance vie et capitalisation, la catégorie "Assurances Individuelles" demeure dominante comme le montre la Figure I.4

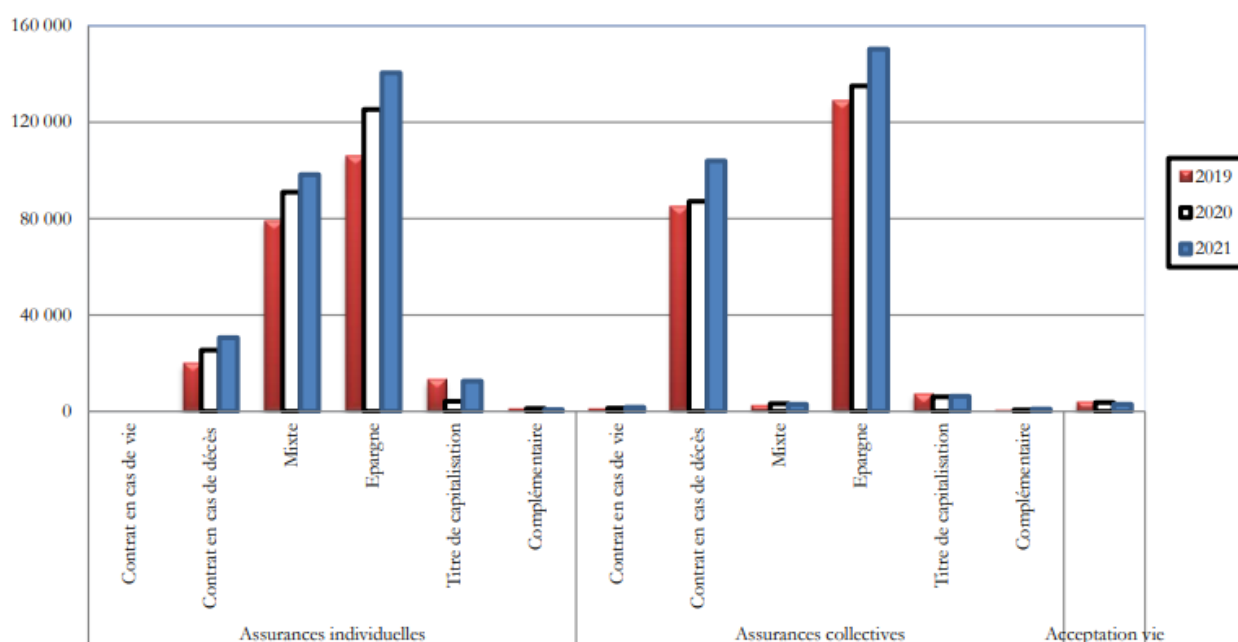


FIGURE I.4 : Chiffre d'affaires par Branches

Source : Rapport annuel CIMA 2021

La Figure I.5 donne la répartition de la production dans les catégories "Assurances Individuelles" et "Assurances Collectives". Les assurances individuelles sont principalement constituées par les branches "Épargne" et "Mixte", représentant respectivement 49,7% et 34,8 %. Quant aux assurances collectives, les branches "Épargne" et "Contrat en cas de décès" occupent des parts respectives de 56,5 % et 39,0 % du portefeuille.

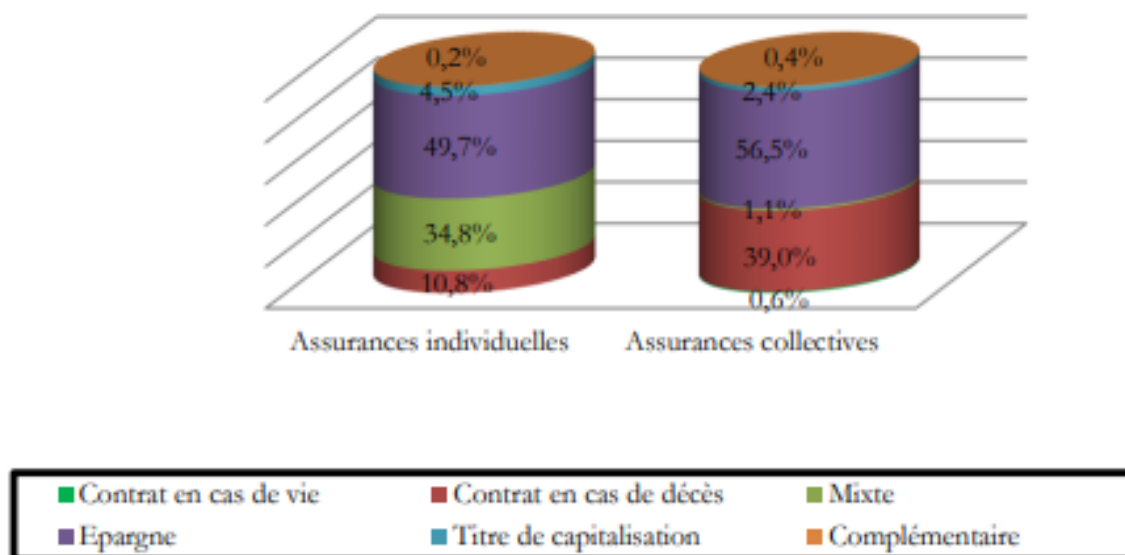


FIGURE I.5 : Structure des émissions
Source : Rapport annuel CIMA 2021

La dynamique observée dans les branches "Épargne" et "Contrat en cas de décès" au sein des assurances collectives, témoigne de l'intérêt croissant pour des solutions d'assurance qui conjuguent prévoyance et gestion du risque. L'assurance emprunteur, en tant que produit collectif ou individuel, s'inscrit pleinement dans cette logique, offrant une couverture adaptée aux besoins spécifiques des prêteurs et des emprunteurs.

I.2 L'ASSURANCE DES EMPRUNTEURS

L'assurance de prêt, également appelée assurance emprunteur, est une couverture qui a pour but de garantir une banque, une microfinance ou tout établissement de crédit contre le défaut de remboursement d'un prêt ou d'un découvert, elle prend en charge les paiements des échéances de remboursement ou le solde restant dû d'un crédit suite au décès de son client emprunteur. Des garanties supplémentaires peuvent être greffées à ces contrats telles que l'invalidité totale et définitive, et la perte d'emploi. Notons que même si elles ne sont pas juridiquement obligatoires, la souscription à une assurance emprunteur est proposée systématiquement comme conditions d'octroi de crédit. C'est ainsi que les tendances du marché de crédits et du marché de l'assurance emprunteur sont liées.

I.2.1 Marché du crédit

Les rapports annuels de la BEAC de 2009 à 2022 font état de la progression des encours de crédits dans la CEMAC en générale et au Cameroun en particulier (voir Figure I.6 construite à partir des données de chaque année.)

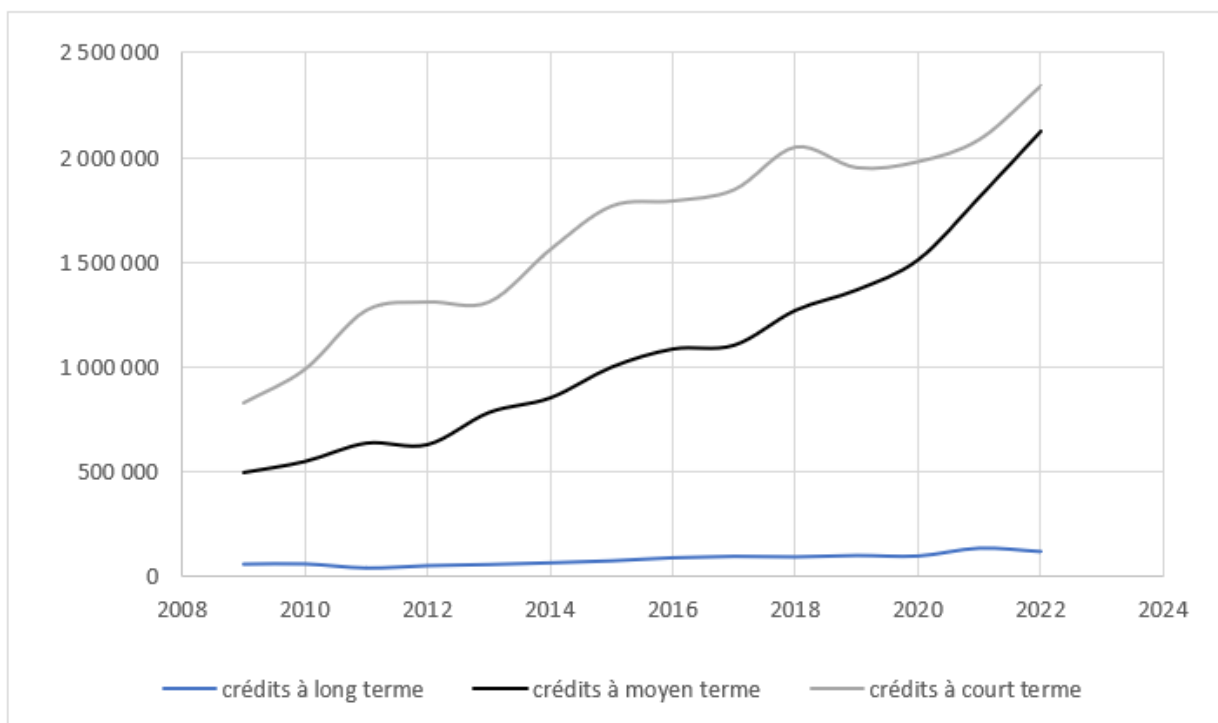


FIGURE I.6 : Évolution des crédits à l'économie au Cameroun

On observe que le volume des crédits à long terme demeure relativement modeste en comparaison aux autres types de crédits. Cette catégorie connaît peu de variations au fil du temps, témoignant d'une stabilité qui pourrait traduire un recours limité à des financements de longue durée. La hausse du volume global de crédits est principalement portée par les crédits à court et moyen termes.

Au Cameroun, entre janvier et décembre 2023, l'encours des prêts octroyés par les institutions bancaires camerounaises aux agents économiques s'est élevé à 5 404,2 milliards de FCFA, selon les statistiques du marché bancaire. Parmi ce volume global, cinq banques se distinguent en ayant accordées à elles seules un peu plus de la moitié de ces prêts. Ces établissements de crédit, qui forment le quinté de tête des principaux prêteurs pour la période en question, sont Afriland First Bank (1 241 milliards de FCFA), Société Générale Cameroun (789 milliards de FCFA), SCB (541 milliards de FCFA), Bicec (465 milliards de FCFA) et Commercial Bank Cameroon (455 milliards de FCFA).

De nombreuses initiatives sont mises sur pied pour faciliter l'accès au crédit au Cameroun. Le Programme des Nations Unies pour le Développement met en place une plateforme d'échanges et de mise en relation des micros, petites et moyennes entreprises (MPME) bénéficiaires avec les acteurs publics et privés, capables d'améliorer leur accès aux opportunités de financement.

De même la Stratégie Nationale de la Finance Inclusive 2023-2027(SNFI 2023-2027) vise à améliorer l'accès au crédit pour des populations à faibles revenus en général, des jeunes, des femmes, des MPMEs . Le contrôle et la réglementation des taux d'intérêt constituent un point d'honneur de cette stratégie afin de réduire le coût du financement ainsi que les réformes économiques et les initiatives pour améliorer la bancarisation des populations sont également des moteurs importants de la croissance du marché du crédit au Cameroun.

D'après le rapport annuel de 2022 de la BEAC, le risque de crédit est l'un des principaux risques auquel les banques de la CEMAC sont exposées. C'est donc dans l'optique de réduire le risque de défaut de remboursement ceci permettant aux établissements de crédit d'augmenter leur encours de crédit tout en protégeant l'assuré de la tombé de la dette dans la masse successorale des héritiers que les assureurs leur proposent donc des assurances emprunteurs.

Face à ce marché en pleine expansion, les assureurs s'engagent dans une compétition acharnée auprès des particuliers et surtout des établissements de crédit qui perçoivent des commissions sur les affaires qu'ils transfèrent aux assureurs et touchent une participation aux bénéfices suivant

les clauses contractuelles. Dans ce contexte, les entreprises d'assurance doivent faire face à une concurrence tarifaire féroce, tout en maintenant une exigence de rentabilité sur le marché de l'assurance emprunteur en général et Camerounais en particulier.

I.2.2 Marché de l'assurance emprunteur

Il est le produit le plus répandu dans le secteur de la micro assurance en Afrique en 2009¹, grâce au développement du micro crédit. Voir Figures I.7 et I.8.

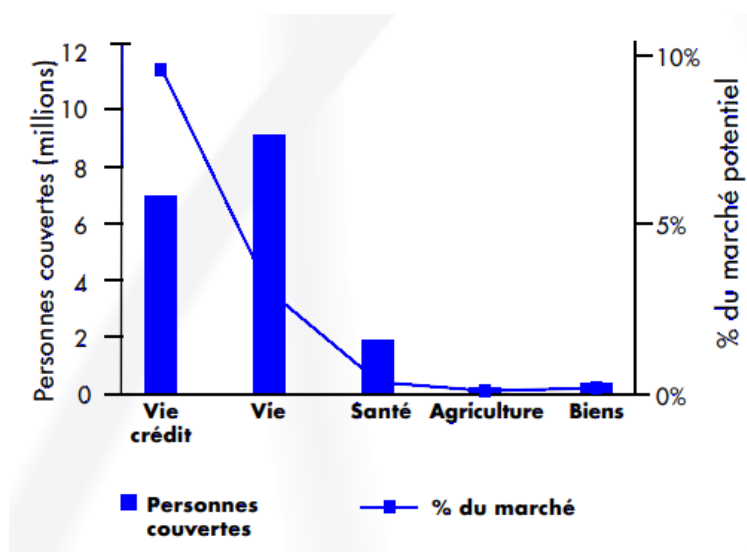


FIGURE I.7 : Nombre de bénéficiaire et taux de pénétration par produit

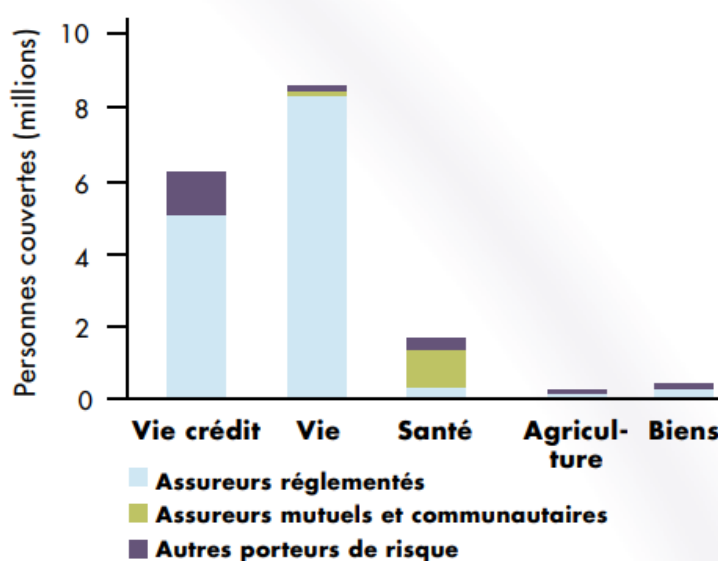


FIGURE I.8 : Nombre de bénéficiaires par type de produit et type d'assureur

1. Inventaire 2009 sur la Micro-assurance en Afrique, Fonds pour l'Innovation en micro-assurance.

Le marché de l'assurance emprunteur dans la zones CEMAC est en pleine expansion, stimulé par les efforts visant à renforcer l'accès au financement immobilier et à améliorer la pénétration de l'assurance. L'assurance emprunteur, souvent liée aux crédits hypothécaires et aux prêts à la consommation, est devenue un outil clé pour les institutions financières.

Les acteurs :

Le dynamisme du marché repose sur l'intervention de plusieurs acteurs majeurs qui structurent l'offre et la demande d'assurance emprunteur :

- **Les compagnies d'assurance** : Le secteur est dominé par de grandes multinationales comme SUNU, NSIA, ACTIVA, ATLANTIQUE ASSURANCE, AXA, Wafa, ALLIANZ, SANLAM, Le groupe anglais PRUDENTIAL, présent en Afrique de l'Ouest et de l'Est, qui a renforcé sa position en Afrique centrale en prenant le contrôle du groupe BENEFICIAL, y compris ses filiales camerounaises. Cette présence accrue de multinationales est le reflet d'une concurrence croissante qui stimule l'innovation et l'amélioration des services offerts.
- **Les entités prêteuses** : Ce groupe inclut des banques telles que CCA Bank, Banque Atlantique, ACCESS BANK, BGFI Bank, NFC Bank, ainsi que des institutions de microfinance comme ACEP, LA MEC, FIRST TRUST, CBC, MIGEC, MUPECI. Ces entités jouent un rôle crucial en proposant des produits d'assurance emprunteur en tant que condition préalable à l'octroi de prêts.
- **Les intermédiaires d'assurances** : Ces professionnels assurent la distribution des produits d'assurance, agissant comme courtiers entre les compagnies d'assurance et les clients finaux. Leur rôle est essentiel pour garantir une couverture adéquate aux emprunteurs et faciliter les démarches administratives.
- **Les souscripteurs et les assurés** : Dans le cadre d'un contrat groupe, le souscripteur est une personne morale ou un chef d'entreprise. Cette définition englobe notamment les établissements de crédit, qui souscrivent une assurance afin de se prémunir contre le risque de non-remboursement des prêts par leurs clients emprunteurs qui doivent remplir un bulletin d'adhésion individuelle, par lequel il accepte l'assurance décès. Dans ce contexte, l'assuré est l'emprunteur, car le risque de décès repose sur lui. Toutefois, dans le cas d'un contrat individuel, l'emprunteur peut également être le souscripteur de son propre contrat d'assurance.

Les assureurs concluent très souvent des conventions avec des partenaires financiers afin de proposer leurs produits sous forme de contrats collectifs. D'après l'article 95 du code des Assurances, « Est un contrat d'assurance de groupe le contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture des risques dépendant de la durée de la vie humaine, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risques d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque de chômage. Les adhérents doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur. »

I.2.3 Le cadre juridique général

En zone CIMA, l'assurance emprunteur s'inscrit dans le cadre général du Code des assurances, de sorte que les dispositions relatives aux contrats d'assurance vie s'appliquent à ce type de couverture. Le risque d'incapacité de travail ou de perte d'emploi, lorsqu'il est intégré dans un contrat de prévoyance, relève de l'assurance vie, dès lors qu'il constitue une garantie complémentaire à une garantie principale en décès, conformément aux articles 328 et 328-1 du Code CIMA.

Il n'existe donc pas dans cet espace juridique, de régime spécifique consacré à l'assurance emprunteur, contrairement à la situation observée en France où ce domaine fait l'objet d'un encadrement plus détaillé. Le Code CIMA encadre néanmoins le secteur de l'assurance dans son ensemble à travers des règles générales, telles que l'obligation de paiement préalable de la prime (article 13 du Code CIMA) ou encore le respect des exigences prudentielles placées sous la surveillance de la Commission Régionale de Contrôle des Assurances (CRCA).

Comparativement à la CIMA, l'assurance emprunteur en France est encadrée par une combinaison de dispositions spécifiques du Code de la consommation et du Code des assurances. L'article L313-6 du Code de la consommation traite du crédit immobilier, et l'article L312-29 concerne le crédit à la consommation, sans imposer formellement cette assurance, mais elle est pratiquement demandée par les prêteurs. Plusieurs réformes législatives ont renforcé le droit à la délégation d'assurance : la loi Lagarde (2010), la loi Hamon (2014), l'amendement Bourquin, et plus récemment la loi Lemoine (2022), qui permettent au souscripteur de choisir librement une assurance dès lors qu'elle présente un niveau de garantie équivalent à celle proposée par la banque. Par ailleurs, la loi MURCEF de 2001 interdit la vente liée (imposer une assurance emprunteur pour obtenir un prêt).

Ainsi, dans la zone CIMA, l'assurance emprunteur n'est pas spécifiquement encadrée par des textes dédiés, et son utilité repose avant tout sur la pratique bancaire plutôt que sur une obligation légale ou réglementaire identifiable. En revanche, en France, le droit protège clairement la liberté de choix de l'emprunteur, encadre les pratiques commerciales des établissements prêteurs, et impose une véritable compétition via la délégation d'assurance, avec un arsenal législatif très précis pour encadrer cette pratique.

I.3 CADRE D'ENTREPRISE

I.3.1 Garantie et conditions d'adhésion

1) Garantie : Décès toutes causes - Invalidité absolue et définitive

Invalidité absolue et définitive : Est en état d'Invalidité Absolue et Définitive, toute personne reconnue inapte à tout travail et définitivement incapable de se livrer à la moindre activité susceptible de lui procurer un revenu et, est dans l'obligation de recourir à l'assistance d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie.

Tous les risques de décès ou d'Invalidité Absolue et Définitive sont garantis ; sauf les exclusions énoncées ci-après :

- Suicide conscient et volontaire de l'assuré, avant deux années d'assurance ;
- Décès du fait volontaire des bénéficiaires d'assurance ;
- Conséquences de la participation de l'assuré à une émeute, une rixe ou un acte criminel.

2) Conditions d'adhésion générales

L'adhésion est réservée :

a) Pour les prêts amortissables

Aux personnes âgées de Dix huit (18) ans au moins et de soixante neuf (69) ans au plus à la date de leur adhésion. Toutefois, la somme de l'âge de l'adhérent et de la durée du contrat ne devra pas excéder 70 ans.

b) Pour les découverts

Aux personnes âgées de Dix huit (18) ans au moins et de Soixante quatre (64) ans au plus à la date de leur adhésion. Dans ce cas, la somme de l'âge de l'adhérent et de la durée du contrat ne devra pas excéder 70 ans. Les garanties relatives aux découverts couvrent une

période de 12 mois.

I.3.2 Position dans le marché

Le stage a été réalisé au sein de la compagnie PRUDENTIAL BENEFICIAL LIFE INSURANCE au Cameroun. Selon l'ASAC, elle occupe le deuxième rang des compagnies vie camerounaises en 2022 et 2023 en termes de chiffres d'affaires. Son chiffre d'affaires est principalement constitué des contrats d'assurances individuelles raison pour laquelle elle ne figure pas dans le top 3 des Assurances collectives (voir Figure I.9). Cette dernière vend les couvertures pour les prêts sous la forme de contrat groupe. Et vue sa position, désire est de gagner plus de part de marché en assurances collectives et c'est dans ce cadre que s'inscrit les contrats emprunteurs qui sont vendus principalement sous la forme de contrat groupe.

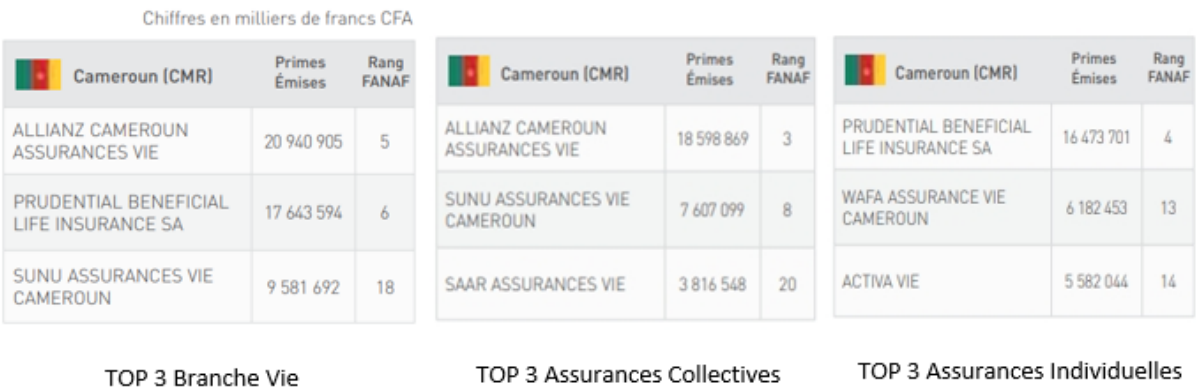


FIGURE I.9 : Classement Assurance vie Cameroun
Source : Spécial Chiffres FANAF 2023

I.3.3 les intervenants

Les emprunteurs souscrivent à un contrat d'assurance groupe auprès d'un partenaire financier, lequel dispose d'une capacité d'acceptation des risques, déterminée par un capital défini. Dans cette limite, le partenaire peut accepter les risques en se basant sur un questionnaire médical. Au-delà de ce seuil, les propositions d'assurance sont transmises à la compagnie d'assurance, qui se charge alors de sélectionner les risques. Lorsque le questionnaire médical ne suffit pas et que les capitaux en jeu sont élevés, des examens médicaux (voir .0.3) sont réalisés aux frais de la compagnie, afin d'évaluer plus précisément le risque encouru et de décider de l'accepter ou de le rejeter. Afin

d'augmenter sa capacité d'acceptation, l'entreprise cède à la réassurance les polices à gros capitaux. La compagnie reçoit également des propositions d'assurance émanant d'établissements de crédit non partenaires, transmises par l'entremise d'agents intermédiaires. Le processus de l'activité en assurance emprunteur peut se schématiser comme suit :

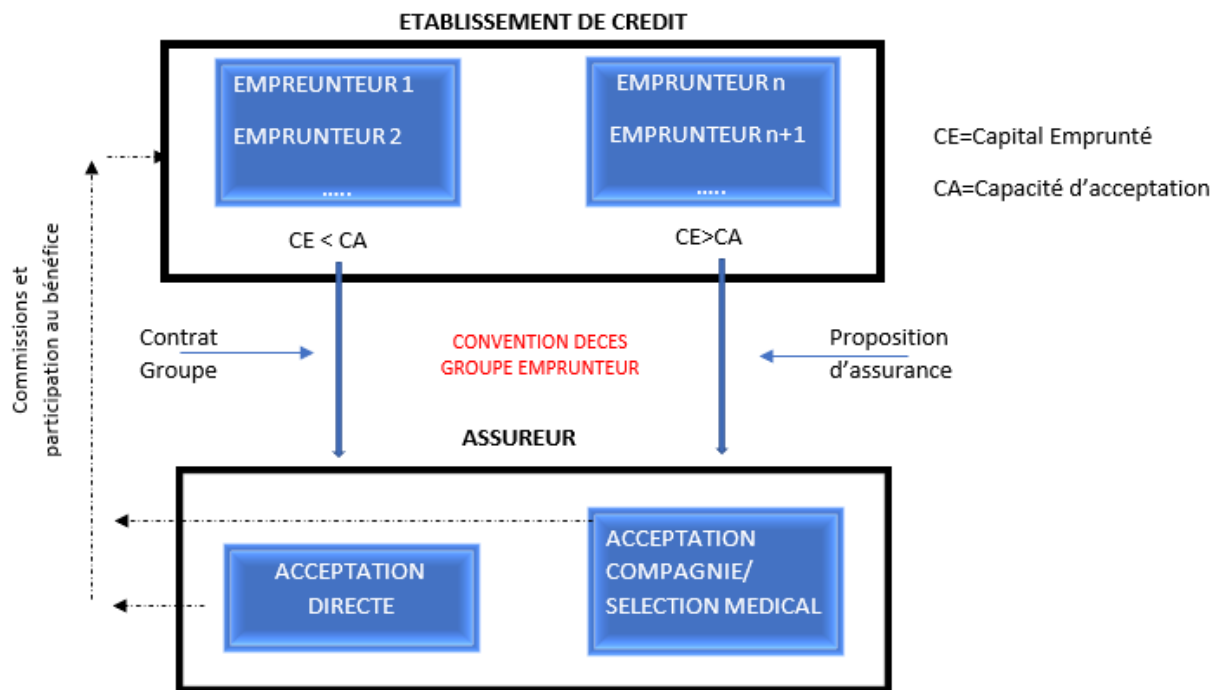


FIGURE I.10 : Fonctionnement entreprise

Nous abordons à présent le chapitre consacré à la rentabilité du portefeuille. Pour rappel, l'étude a été fixée pour s'intéresser à la rentabilité technique par le ratio combiné. La figure ci-dessous récapitule la démarche précédemment décrite :

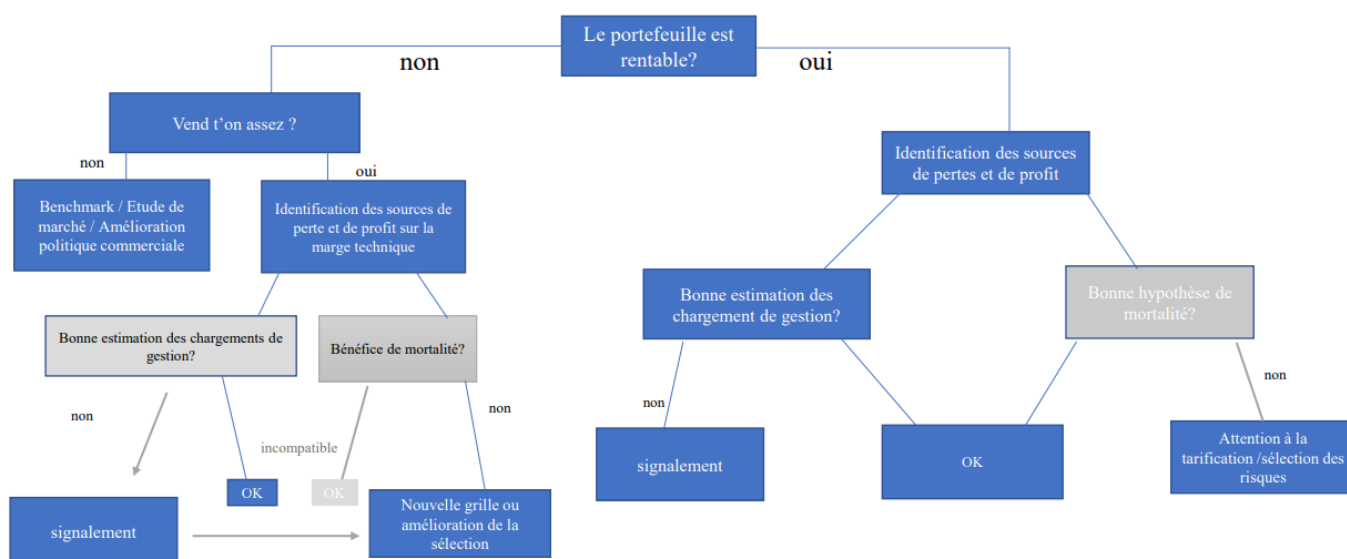


FIGURE I.11 : Résumé de la démarche d'étude

RENTABILITÉ DES CONTRATS

DÉCÈS EMPRUNTEUR

II.1 MÉTHODE DE TARIFICATION

Rappelons que pour ces contrats, l'assureur s'engage à verser aux bénéficiaires désignés en cas de décès ou d'invalidité totale et permanente de l'assuré avant la date de terme du contrat, le capital restant dû en principal au titre du prêt accordé à l'assuré. Pour la tarification, une des dispositions clés du Code CIMA, spécifiée dans l'article 338, concerne l'utilisation des tables de mortalité CIMA H, qui reflètent la structure de mortalité des hommes, pour les contrats d'assurance portant sur le décès. Conformément aux articles 338 (pour le tarif) et 334-4 (pour les provisions mathématiques), les organismes assureurs vie de la région doivent utiliser des taux d'intérêt au plus égaux à 3,5%.

II.1.1 Bases du tarif et Notations

Bases du tarif :

- Table de mortalité : CIMA H
- Taux technique : 3.5% par an
- Chargements :
 - Chargement de gestion : 2,75‰ du capital par année de contrat
 - Chargement d'acquisition : 15% de chaque prime commerciale
 - Chargement d'encaissement : 2500 FCFA
- Vieillessement d'un an en raison de la garantie invalidité.

Les contrats sont à primes unique

Nous supposons que les décès ont lieu en milieu d'année. Le contrat n'a ni valeur de rachat ni valeur de réduction.

Notation : Une table de mortalité à l'exemple de la table de mortalité CIMA H retrace l'évolution

d'une cohorte de nouveau-nés (généralement du même sexe, ici de sexe masculin) jusqu'à leur disparition complète. Elle peut être représentée par les éléments suivants :

- l_x : nombre d'individus vivants à l'âge x
- d_x : nombre d'individus qui décèdent entre l'âge x et l'âge $x + 1$ ($d_x = l_x - l_{x+1}$)
- p_x : probabilité qu'un individu d'âge x soit encore vivant à l'âge $x + 1$ ($p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$)
- q_x : probabilité qu'un individu d'âge x décède avant l'âge $x + 1$ ($q_x = \frac{d_x}{l_x}$)

On a alors : $p_x + q_x = 1$

Âge	l_x	d_x	q_x	p_x
0	1 000 000	5 368	0,54%	99,46%
1	994 632	726	0,07%	99,93%
2	993 906	555	0,06%	99,94%
3	993 351	473	0,05%	99,95%
4	992 878	404	0,04%	99,96%
5	992 474	368	0,04%	99,96%
.....				
105	2	2	1	0,00%
106	0	0		

Probabilité qu'un individu de 2 ans soit vivant à 3 ans.
 $p_2 = l_3 / l_2 = 993351 / 993906$

FIGURE II.1 : Extrait Table CIMA

Quelques définitions de probabilités viagères :

- ${}_n p_x$: probabilité qu'un individu d'âge x soit vivant à l'âge $x + n$ (${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$)
- ${}_n q_x$: probabilité qu'un individu d'âge x décède avant l'âge $x + n$ (${}_n q_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$)

On en déduit alors : ${}_n p_x + {}_n q_x = 1$

En outre, on considère également :

- ${}_{n-1}|q_x$: probabilité qu'un individu d'âge x décède au cours de la n -ième année (différé de $n - 1$ années) (${}_{n-1}|q_x = {}_n p_x * q_{x+n}$)
- ${}_n|t q_x$: probabilité qu'un individu d'âge x décède entre $x + n$ et $x + n + t$ (différé de n années) (${}_n|t q_x = {}_n p_x * t q_{x+n}$)

Dans [KALFA \(2017\)](#), l'auteur en notant x l'âge de l'assuré en début de période, x_t exprimé en années correspond à l'âge de l'assuré au bout de t mois de projection :

$$x_t = x + \frac{t}{12}$$

L'âge atteint en années entières au bout de t mois projetés, noté y_t , se définit donc comme ci-dessous :

$$y_t = \text{Ent}[x_t] = x + \text{Ent}\left[\frac{t}{12}\right]$$

où la fonction Ent représente la partie entière.

Nous pouvons déterminer les probabilités de mortalité sur une base mensuelle par la formule suivante :

$$q_{\text{mensuel}}_{x(t)} = 1 - \left(1 - q_{\text{annuel}}_{x(0) + \text{Ent}\left(\frac{t}{12}\right)}\right)^{\frac{1}{12}}$$

Où :

- q_{mensuel} : représente le taux de mortalité mensuel
- q_{annuel} : représente le taux de mortalité annuel

Cette formule signifie que la probabilité annuelle de survie à l'âge $y(t)$ correspond au produit des probabilités mensuelles.

Pour le calcul de la prime, on a :

x : âge de l'assuré à la souscription du contrat

n : durée du contrat en année

i : taux d'intérêt technique

f_g : chargement de gestion

f_a : chargement d'acquisition

f_e : chargement d'encaissement

r : taux d'intérêt annuel du prêt

m : périodicité de remboursement du prêt ($m=1$ remboursements annuels, 2 si remboursements semestriels, 4 si remboursements trimestriels, 12 si remboursements mensuels)

P_m : montant de chaque remboursement (annuité ou mensualité, etc.)

S_t : Capital restant du au début de la période t pour 1 franc de capital emprunté

$$C_x = d_x \times (1+i)^{-x-\frac{1}{2}}$$

$$D_x = l_x \times (1+i)^{-x}$$

Par suite, on a :

$$u = (1+i)^{-1} r_m = (1+r)^{\frac{1}{m}} - 1 \text{ le taux équivalent pour la période } m$$

$$V_m = (1+r_m)^{-1}$$

$$P_m = [(1 - V_m^{nm})/r_m]^{-1} \text{ l'annuité ou la mensualité remboursable}$$

$S_0 = 1$ car nous considérerons 1 franc de capital emprunté

$S_{nm} = 0$ car le capital restant dû en fin de période est nul

$$S_t = S_{t-1} - (P_m - r_m \times S_{t-1}) \text{ pour } 1 \leq t \leq nm \quad (1)$$

Soit un prêt amortissable, notons A_k le capital amorti à la date k

Pour $k=1$, $S_0 = 1$, $A_1 = P_m - r_m \times S_0$

Pour $k=2$, $S_1 = S_0 - A_1$, $A_2 = P_m - r_m \times S_1$

Pour $k=3$, $S_2 = S_1 - A_2$, $A_3 = P_m - r_m \times S_2$

.....

Pour $k=t+1$, $S_t = S_{t-1} - A_t$, $A_{t+1} = P_m - r_m \times S_t$. Nous obtenons bien la formule (1)

II.1.2 Calcul de la prime

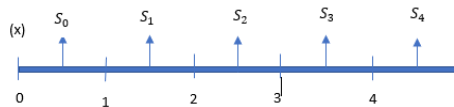
La prime pure est obtenue à l'équilibre des engagements de l'assuré et de l'assureur à $t = 0$. C'est à dire que la VAP des engagements de l'assuré est égale à la VAP des engagements de l'assureur soit :

$$VAP(\text{Assureur})_{t=0} = VAP(\text{Assuré})_{t=0}.$$

Puisque la prime est payable en un unique versement dans tous les cas nous avons :

$$VAP(\text{Assuré})_{t=0} = \text{Prime Pure Unique}.$$

Illustration 1 : Détermination de la VAP de l'assureur si le contrat ne garantit que l'option décès et le capital emprunté est remboursable à échéance annuel c'est à dire $m=1$ pour une durée de 5 ans. L'individu est d'âge (x)



$$VAP = (S_0 u^{\frac{1}{2}} q_x) + (S_1 u^{\frac{1}{2}+1} p_x \times q_{x+1}) + (S_2 u^{\frac{1}{2}+2} {}_2p_x \times q_{x+2}) + (S_3 u^{\frac{1}{2}+3} {}_3p_x \times q_{x+3}) + (S_4 u^{\frac{1}{2}+4} {}_4p_x \times q_{x+4})$$

$$VAP(\text{assureur}) = \sum_{k=0}^4 S_k u^{k+\frac{1}{2}} {}_k p_x \times q_{x+k}$$

$$\text{Or, } {}_k p_x q_{x+k} = \frac{l_{x+k}}{l_x} \left(1 - \frac{l_{x+k+1}}{l_{x+k}} \right) = \frac{d_{x+k}}{l_x}$$

En remplaçant dans l'équation précédente, on obtient :

$$\begin{aligned} \text{VAP}(\text{assureur}) &= \sum_{k=0}^4 S_k u^{k+\frac{1}{2}} \frac{d_{x+k}}{l_x} \\ &= \sum_{k=0}^4 S_k \frac{C_{x+k}}{D_x} \end{aligned}$$

Par suite :

$$\text{Prime Pure Unique} = \sum_{k=0}^4 S_k \frac{C_{x+k}}{D_x}$$

Si l'assuré est d'âge 45 ans et la somme empruntée est de C=4 000 000 F CFA amortissable sur 5 ans à annuité constante au taux d'intérêt annuel de r=6%. L'annuité à versée est :

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{C \cdot r}{1 - (1 + r)^{-5}} \\ &= 949,584.95 \text{ FCFA} \end{aligned}$$

Le tableau d'amortissement (annuité constante sur 5 ans) est donné par :

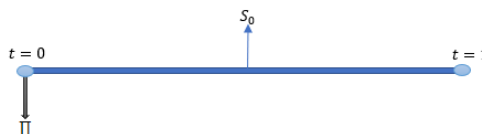
TABEAU II.1 : Tableau d'Amortissement du Prêt

Année	Annuité	Intérêt	Principal	Solde restant dû
0				4,000,000
1	949,584.95	240,000.00	709,584.95	3,290,415.05
2	949,584.95	197,425.47	752,159.48	2,538,255.57
3	949,584.95	152,295.33	797,289.62	1,740,965.95
4	949,584.95	103,730.68	845,854.27	895,111.68
5	949,584.95	51,006.70	898,578.25	0.00

$$\text{VAP}(\text{Assure})_{t=0} = \pi$$

$$\text{VAP}(\text{Assureur})_{t=0} = \pi = 67044 \text{ FCFA}$$

Dans le cas des Découverts, la tarification est pareille à la tarification d'une temporaire décès annuelle car le capital restant dû est constant sur toute la période d'un an :



Notons π la VAP de l'assuré à $t=0$ on a :

$$\begin{aligned} VAP(Assureur)_{t=0} &= \frac{S_0 \times q_x}{(1+i)^{1/2}} \\ &= S_0 \times \left(1 - \frac{l_{x+1}}{l_x}\right) \times (1+i)^{-1/2} \\ &= \pi \end{aligned}$$

On constate donc que la prime de risque en dehors des caractéristiques propres au client est fortement dépendante des hypothèses sur la mortalité et du taux d'actualisation utilisé. Les graphiques suivant en reprenant l'individu de notre exemple montrent comment varie la prime de risque selon qu'on considère la table de mortalité CIMA H avec un abattement ou une surévaluation des taux de mortalité [II.2](#) d'une part et selon le taux d'actualisation utilisé d'autre part [II.3](#).

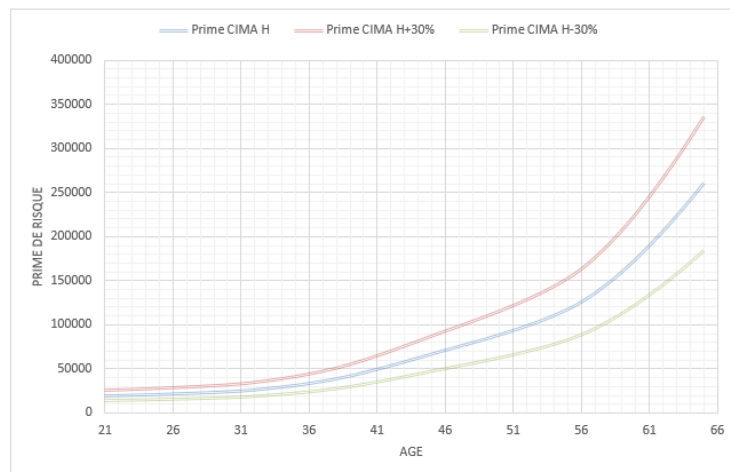
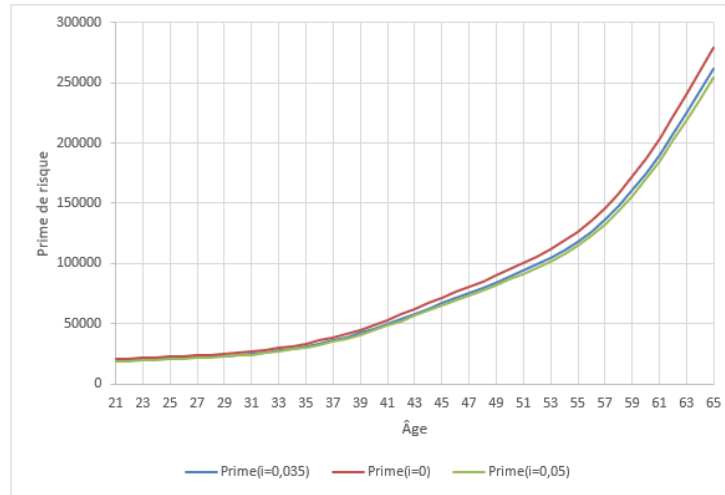


FIGURE II.2 : Sensibilité de la prime de risque aux hypothèses de mortalité


 FIGURE II.3 : Sensibilité de la prime au taux d'actualisation i

II.1.3 GÉNÉRALISATION

Nous allons à présent généraliser le calcul en vieillissant l'individu d'âge x d'un an pour tenir compte de la garantie invalidité.

Prime Unique Pure (PUP) :

$$PUP = \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{n-1} u^{s+0.5-\frac{1}{m}} \times \frac{C_{x+s}}{D_x} \left(\sum_{k=sm}^{(s+1)m-1} S_{\frac{k}{m}} \times v_{\frac{k}{m}} \right)$$

Prime unique d'inventaire (PUI) :

La prime d'inventaire est calculée en ajoutant à la prime pure les frais de gestion prélevés sur toute la durée du contrat.

Au-delà du risque qui est couvert par la prime pure, un assureur fait face à des frais de gestion dans son exploitation (téléphone, personnel, imprimés...). Ils sont généralement prélevés sur toute la durée du contrat ou sur toute la durée de paiement de primes. Ainsi, la prime d'inventaire est plus élevée que la prime pure car elle prend en compte des éléments supplémentaires pour assurer la solvabilité de l'assureur.

$$\text{VAP Prime inventaire} = PUP + \text{VAP (chargements gestion)}$$

$$PUI = PUP + \frac{f_g}{m} \sum_{s=0}^{n-1} u^{s+0.5-\frac{1}{m}} \times \frac{D_{x+s}}{D_x} \left(\sum_{k=sm}^{(s+1)m-1} S_{\frac{k}{m}} \times v_{\frac{k}{m}} \right)$$

Prime unique commerciale hors chargement d'encaissement (PUC)

$$PUC = \frac{PUI}{(1-f_a)}$$

Prime unique commerciale avec chargement d'encaissement (PUC')

$$PUC' = PUC + f_e$$

Un extrait de tarif est donné à l'annexe [.0.1](#)

Les primes étant encaissées avant le paiement des prestations (inversion du cycle de production), les compagnies d'assurance doivent donc constituer des réserves appelées provisions mathématiques. Il s'agit des réserves financières calculées par l'assureur pour faire face aux engagements futurs liés à un contrat d'assurance, en particulier en cas de décès de l'emprunteur. Cette provision est constituée à partir des cotisations versées par l'assuré. La tarification, en fixant le montant des primes, influe directement sur le niveau de provisionnement nécessaire. Une tarification prudente permet d'accumuler des réserves suffisantes pour couvrir les risques sous-jacents. Mais, tandis que la tarification se concentre sur l'évaluation des risques futurs et la détermination des primes correspondantes, le provisionnement s'attache à évaluer les obligations actuelles de l'assureur. Dans la partie qui suit, nous verrons comment est calculée la provision mathématique.

II.2 MÉTHODE DE PROVISIONNEMENT

La CIMA impose aux assureurs l'obligation de constituer des provisions techniques pour couvrir les risques liés aux contrats d'assurance. En ce qui concerne les contrats décès emprunteur, la constitution de provisions est spécifiquement régie par l'article 334-2 du Code CIMA, qui impose la constitution de provisions mathématiques pour les contrats d'assurance-vie, y compris les contrats décès. Ces provisions doivent être suffisantes pour garantir le paiement des prestations futures dues aux assurés ou à leurs ayants droit. La provision mathématique constitue une charge relative aux prestations futures, qui n'est pas intégrée dans le bénéfice de l'assureur. Pour faire face uniquement au paiement des prestations sinistres, il est calculé la provision mathématique pure.

II.2.1 Provision mathématique pure

La provision mathématique pure est définie comme la valeur actuelle des engagements futurs d'un assureur envers l'assuré, en tenant compte des probabilités de décès et du taux d'intérêt technique. Elle destinée à couvrir les prestations sinistres. Dans le cas d'un contrat décès emprunteur à prime unique, cette provision peut être calculée à partir de la formule suivante à la date t : $PM_{\text{pure}}(t) = VAP(\text{engagements assureur})(t)$. Cette provision représente donc la somme actualisée des engagements futurs probables conditionnés par le décès de l'assuré.

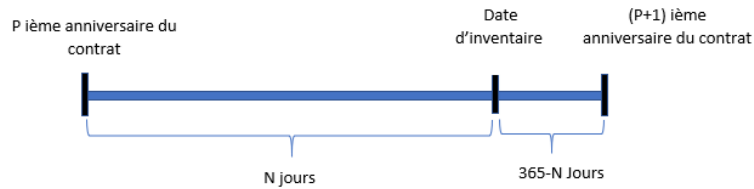
En reprenant l'**illustration 1**, la provision mathématique à constituer dans le cas des prêt amortissable est donnée au t -ième ($1 \leq t \leq 4$) anniversaire du contrat par :

$$PM_t = \sum_{k=0}^{5-t-1} S_k \frac{C_{x+k+t}}{D_{(x+t)}}$$

Pour un prêt remboursable en annuités constantes sur une durée n , la provision mathématique à chaque date d'anniversaire est donnée par :

$$PM_t = \sum_{k=0}^{n-t-1} S_k \frac{C_{x+k+t}}{D_{(x+t)}}$$

Dans la pratique, les dates d'arrêtées des comptes ou d'inventaire des compagnies (31/03, 30/06, 30/09, 31/12) ne coïncident pas avec les dates d'anniversaire des contrats en portefeuille.



La provision mathématique pure à la date d'inventaire est obtenue par interpolation linéaire.

$$PM(\text{Date d'inventaire}) = PM_P \times \frac{365 - N}{365} + PM_{P+1} \times \frac{N}{365}$$

Au lieu de prendre en compte le nombre de jours, l'interpolation peut être faite suivant le nombre de mois déjà écoulé N ce qui donne :

$$PM(\text{Date d'inventaire}) = PM_P \times \frac{12 - N}{365} + PM_{P+1} \times \frac{N}{12}$$

Mais l'assureur en plus des prestations de sinistre fait face aux frais gestion des contrats qui courent sur toute la durée des contrats d'où la nécessité dans la pratique de ne constituer que la provision d'inventaire pour faire face à toutes les charges à venir.

II.2.2 Provision mathématique d'inventaire

La provision mathématique d'inventaire inclut non seulement la provision mathématique pure, mais également une marge pour couvrir les frais futurs de gestion.

Nous allons généraliser la formule de calcul de la provision mathématique d'inventaire incluant la garantie invalidité :

Provision mathématique d'inventaire aux dates d'anniversaire :

On note, PM_j la provision mathématique après j primes payées et j années écoulées :

$$PM_j = \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{(n-j)-1} u^{s+0.5-\frac{1}{m}} \times \frac{C_{x+j+s}}{D_{x+j}} \left(\sum_{k=sm}^{(s+1)m-1} S_{j+\frac{k}{m}} v^{\frac{k}{m}} \right) + \underbrace{\frac{f_g}{m} \sum_{s=0}^{(n-j)-1} u^{s+0.5-\frac{1}{m}} \times \frac{D_{x+j+s}}{D_{x+j}} \left(\sum_{k=sm}^{(s+1)m-1} S_{j+\frac{k}{m}} \times v^{\frac{k}{m}} \right)}_{\text{VAP(Chargement de gestion en j)}}$$

Provision mathématique d'inventaire aux dates de bilan :

Par date de bilan, il faut entendre une date quelconque. Lorsque les dates d'anniversaire et de bilan coïncident, les PM aux dates d'anniversaire et de bilan sont identiques et les formules données ci-après ne s'appliquent pas.

Si $1 \leq j \leq n$

$$PM(j + \frac{h}{12}) = (1 - \frac{h}{12}) \times PM(j) + \frac{h}{12} \times PM(j + 1) \text{ Où :}$$

- $PM(j+h/12)$ désigne la PM à la date de bilan (PM Bilan)
- $PM(j)$ désigne la PM d'inventaire à la fin de l'année j
- h le nombre de mois entre les dates d'anniversaire j et le bilan

Si $k=0$

$$PM(j + h/12) = (1 - h/12) \times PUI + \frac{h}{12} \times PM(j + 1) \text{ Où PUI désigne la prime unique d'inventaire.}$$

Après avoir abordé la méthode de provisionnement utilisée en assurance emprunteur, il convient désormais de s'intéresser à la composition de la prime commerciale, élément clé de la tarification d'un produit d'assurance. Cette prime ne se limite pas à une simple estimation des risques encourus et des frais de gestion à prévoir, mais intègre plusieurs composantes qui reflètent à la fois les exigences opérationnelles et les objectifs de rentabilité de l'assureur. (voir Figure II.4). En plus de :

1. La prime de risque : La prime de risque constitue le cœur de la prime commerciale. Elle est calculée en fonction des probabilités de sinistre et représente le coût attendu pour l'assureur lié aux risques couverts par le contrat. En d'autres termes, elle est l'estimation actuarielle du montant que l'assureur devra payer en cas de survenance du risque assuré (par exemple, le décès de l'emprunteur).

2. Les chargements de gestion : Le chargement de gestion correspond aux frais administratifs que l'assureur doit engager pour la gestion des contrats d'assurance. Ces frais incluent, entre autres, les coûts liés à la gestion des sinistres, au suivi des contrats, à la communication avec les assurés, et à la maintenance des systèmes informatiques. Ce chargement est essentiel pour couvrir les dépenses opérationnelles de l'assureur et garantir le bon fonctionnement des services associés à la gestion des polices d'assurance.

3. Les chargements d'acquisition : Les chargements d'acquisition sont liés aux coûts que l'assureur supporte pour acquérir de nouveaux clients. Cela inclut les commissions versées aux courtiers

et agents. Ce chargement reflète l'effort financier nécessaire pour attirer de nouveaux assurés et étendre le portefeuille de l'assureur.

Nous avons un élément essentiel :

4. **Marge bénéficiaire** : La marge bénéficiaire représente la part de la prime qui, une fois toutes les autres composantes couvertes, contribue au profit de l'assureur. C'est l'excédent que l'assureur vise pour rémunérer le capital investi et assurer la pérennité de l'entreprise. La détermination de cette marge tient compte des objectifs financiers de l'assureur, du contexte concurrentiel, et des attentes des actionnaires.

La figure II.4 souligne également la nécessité pour l'assureur de trouver un équilibre entre la couverture des coûts, l'attractivité commerciale du produit, et la rentabilité globale. Cette structure permet non seulement de répondre aux obligations contractuelles envers les assurés, mais aussi de garantir la viabilité économique de l'entreprise d'assurance sur le long terme.

La marge bénéficiaire rend compte de l'objectif de rentabilité. Dans notre cas, elle est fixée à 90% du ratio combiné. Le ratio combiné étant un ratio de rentabilité qui sera abordé dans la partie précédente.

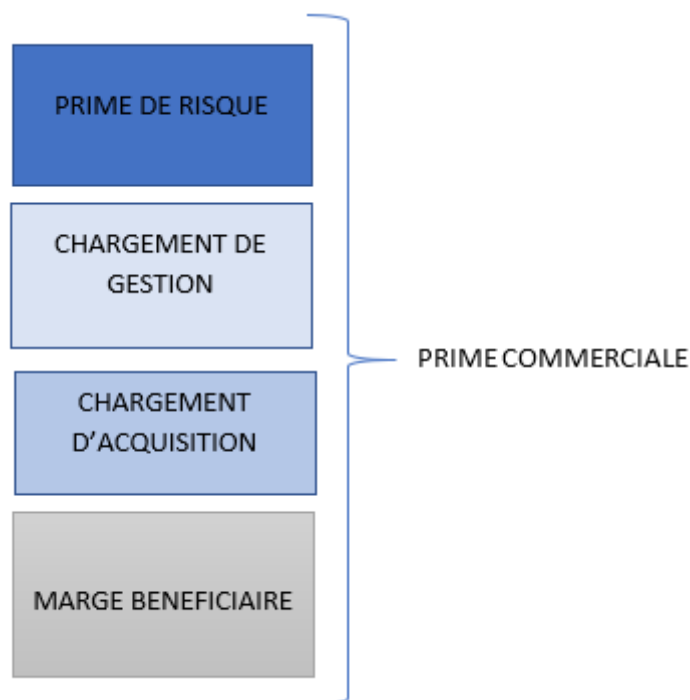


FIGURE II.4 : Éléments constitutifs de la prime commerciale

II.3 INDICATEURS DE RENTABILITÉ

II.3.1 Point sur les données reçues pour effectuer notre travail

Base des contrats souscrits

Nous disposons d'un ensemble de données couvrant les contrats souscrits entre 2014 et 2023, représentant un total de 89 485 enregistrements. Ces données comprennent les principaux éléments suivants :

- Noms et prénoms de l'assuré
- Date de naissance assuré
- Profession de l'assuré
- Genre de l'assuré
- Date de prise d'effet du contrat
- Date de maturité du contrat
- Type de prêt (dégressif ; à capital constant)
- Capital emprunté
- Ville
- Prime payée
- Partenaire financier
- Matricule du contrat
- Statut du contrat (Prime payée, Prime non payée)

Anomalies dans la base des polices :

Anomalies	Nombres
Age assuré aberrante à la souscription(< 17 ans et à > 70 ans)	395
Date de prise d'effet du contrat > Date de maturité du contrat	539
Âge assuré < Âge du contrat	80
Capital emprunté < Prime payée	545
Sexe non renseigné	254
Contrats avec statuts de primes impayées	45000

TABLEAU II.2 : Anomalies relevées dans la base des contrats souscrits

Afin de procéder au retraitement de la base, nous avons, dans un premier temps, écarté les

enregistrements pour lesquels le capital emprunté était inférieur à la prime. En effet, ces observations correspondaient, pour l'essentiel, à des écritures destinées à retracer les primes versées en un unique paiement en fin de mois par les partenaires financiers. Cette identification a été rendue possible du fait que ces enregistrements avaient été saisis avec une date de naissance volontairement codifiée par les rédacteurs (« 1777 »), permettant ainsi de les distinguer aisément.

Dans le processus d'enregistrement des assurés, les bulletins d'adhésion sont enregistrés avant la réception des primes et sont donc initialement enregistrés avec le statut "impayé". Chaque fin de mois, un fichier est transmis par chaque établissement partenaire, contenant uniquement les matricules des contrats pour lesquels les primes doivent être versées. Le règlement global est alors effectué en un seul paiement. Cependant, le statut "impayé" n'est pas toujours mis à jour une fois la prime globale du mois réglée. Ensuite, les bulletins physiques correspondants sont alors triés et archivés parmi les polices avec prime payée. Cela explique le nombre très élevé de contrats enregistrés en prime impayée, ce qui ne permet pas de distinguer avec fiabilité les contrats dont la prime a effectivement été réglée, de ceux pour lesquels la police n'a finalement pas été établie, ni ceux ayant fait l'objet d'un remboursement anticipé ou d'une annulation avec retour de prime.

De plus, la profession du souscripteur n'est pas toujours enregistrée de manière à pouvoir être déchiffrée avec exactitude.

Afin de déterminer les enregistrements à retenir, nous avons commencé par sélectionner les lignes dont le numéro de police figurait dans les fichiers transmis par les partenaires. Puis, pour conserver que les souscriptions individuelles, nous avons retenu les enregistrements avec un statut de prime réglée, et enfin, ceux qui ne présentaient pas d'anomalie (les catégories 'sexe', 'ville', 'profession' mal enregistrées étant tolérées).

Base sinistre

La base fournie comporte 348 lignes couvrant une période de dix ans, de 2013 à 2023. Elle inclut également cinq entrées correspondant à des sinistres déclarés mais non encore réglés.

Cette base présente peu d'anomalies, car le processus de paiement des sinistres est particulièrement rigoureux. À la réception d'une réclamation, les dossiers physiques sont d'abord examinés. En cas d'informations manquantes, celles-ci sont reconstituées au cours de la procédure. L'assureur veille par ailleurs à ne pas régler un sinistre pour lequel il n'aurait pas perçu la prime correspondante.

Il a été constaté, par ailleurs, que pour trois polices d'assurance sinistrées, dont le matricule n'était pas répertorié dans la base de données des bulletins d'adhésion, l'enregistrement a été effectué à partir des documents originaux retrouvés.

CEG-Compte 80 de 2023 et 2022

Les comptes se présentent sous la forme suivante (les chiffres indiqués ne correspondent pas à ceux de la compagnie et sont fournis uniquement à titre illustratif) :

Société: CREDIT-COMPTÉ 80-VIE ET CAPITALISATION			
CREDIT			
	Opération brutes	Cessions et retrocessions	Opération nettes
Primes et accessoires(nets d'annulations).....	225 756,8090	6 432,8789	219 323,9301
Produits des placements:			
Produits financiers sur titres.....	7004	xxx	xxx
Produits financiers sur immeubles de placements.....	432	xxx	xxx
Produits financiers sur autres produits.....	4951	xxx	xxx
Ajustement des valeurs affectées aux assurances à capital variable.....	0	xxx	xxx
Total produits de placement.....	xxx		12386
Autres produits:			
subventions d'exploitation.....	0	xxx	xxx
Produits accessoires.....	258	xxx	xxx
Total autres produits.....	xxx		258
Travaux fait par l'entreprise pour elle-même:			
Charge non imputables à l'exploitation de l'exercice.....			0
Solde débiteur.....			0
Total.....			231968
Intérêts crédités aux provisions mathématiques:			
Opérations brute.....	0		
Cessions et retrocessions.....	0		
Opérations nettes.....	0		

FIGURE II.5 : CEG-Compte 80 / Crédit

DEBIT-COMPTÉ 80-VIE ET CAPITALISATION			
DEBIT	Opération brutes	Cessions et rétrocessions	Opérations nettes
Sinistres et capitaux échus:			
Sinistres survenus.....	5 361,7376	4 359,8662	1 601,8714
Capitaux échus.....	57 910,6474	0	57 910,6474
Arrérages échues.....	0	0	0
Rachats.....	10 640,7753	0	10 640,7753
Participation aux excédents.....	2 838,8710	0	2 838,8710
Prestations nettes de l'exercice.....	77 352,0313	4 359,8662	72 992,1651
Provisions mathématiques			
Provisions mathématiques à la clôture de l'exercice.....	446 907,1164	0	446 907,1164
À déduire: Provisions mathématiques à l'ouverture de l'exercice.....	390 152,2107	0	390 152,2107
À déduire: Participation aux excédents incorporés dans l'exercice.....	0	0	0
Dotation aux provisions de l'exercice.....	56 754,9058	0	56 754,9058
Charge de commissions.....	22 840,6461	886,8764	21 953,7697
Autres charges:			
Frais de personnel.....	30 881,1340	###	###
Impôts et taxes.....	848,2373	###	###
Travaux, fournitures et services extérieurs, transports et déplacements.....	14 091,6009	###	###
Frais divers de gestion.....	12 789,2767	###	###
Dotations aux amortissements (autres que celle afférentes aux placements).....	3 573,8960	###	###
Dotations aux provisions (autres que celles afférentes).....	27,3375	###	###
Total autres charges de l'exercice.....	62 211,4823	###	###
Total commissions et autres charges.....	85 052,1284	886,8764	84 165,2520
Charges des placements:			
Frais financiers sur titres.....	1276	###	###
Frais financiers sur immeubles et placements.....	0	###	###
Frais financiers sur autres frais.....	2950	###	###
Dotations aux amortissements des valeurs de placements.....	4819	###	###
Ajustement de valeurs affectées aux assurances à capital variable.....	0	###	###
Total charges des placements.....	###	###	9 045,0116
Intérêts servis à la provision pour participation aux excédents.....	###	###	0
Solde créditeur.....	###	###	9 011,2509
Total.....	###	###	231 968,6

FIGURE II.6 : CEG-Compte 80 / Débit

II.3.2 Portefeuille décès emprunteur pour l'étude

a) Types de prêt dans le portefeuille

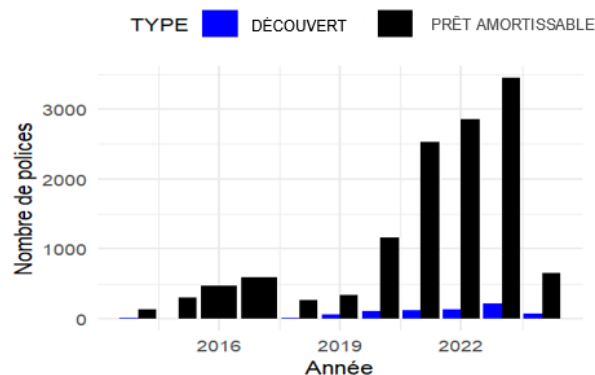


FIGURE II.7 : Types de prêt dans le portefeuille

Le portefeuille est largement dominé par les prêts plutôt que les découverts. Un prêt est une somme d'argent que la banque ou un autre prêteur met à la disposition d'un emprunteur pour une période déterminée. Le montant du prêt est fixé à l'avance, et l'emprunteur s'engage à rembourser ce montant, généralement par des paiements réguliers, avec des intérêts. Tandis qu'un découvert est

une autorisation temporaire accordée par la banque pour permettre à un compte bancaire de dépenser plus que le solde disponible. Il permet donc de faire face à des besoins de trésorerie ponctuels, jusqu'à une limite prédéfinie.

Dans le cadre du prêt le capital restant dû est dégressif par contre il est constant pour un découvert et payé en un versement.

b) Pourcentage dans le portefeuille globale

Les graphiques de la Figure II.8 mettent en évidence la place des contrats emprunteurs dans le portefeuille global de la compagnie respectivement en 2021, 2022 et 2023. Ces contrats occupent une part substantielle de l'ensemble des polices d'assurance vie gérées par la compagnie. Cette situation reflète leur poids considérable dans la composition du portefeuille. En raison de leur importance, il est crucial de suivre de manière rigoureuse et continue la rentabilité de ces contrats. En effet, tout changement dans la performance de cette catégorie pourrait avoir un impact significatif sur l'équilibre financier global de l'assurance vie. Ainsi, une attention particulière doit être portée à leur gestion, afin d'assurer la pérennité et la profitabilité de l'ensemble du portefeuille.

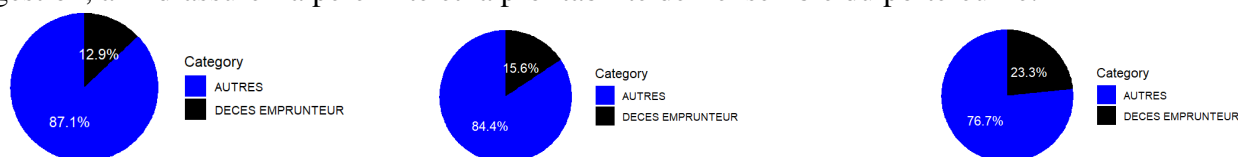


FIGURE II.8 : Part du portefeuille emprunteur dans le portefeuille globale en 2021, 2022 et 2023 respectivement

c) Age moyen des assurés

L'âge moyen des assurés constitue un indicateur essentiel pour comprendre la structure d'un portefeuille. Il permet d'apprécier la répartition par âge et de déterminer si le portefeuille est composé majoritairement de jeunes, de personnes d'âge mûr ou de profils plus âgés. Par ailleurs, il met en évidence d'éventuels biais de sélection, notamment lorsque les contrats sont principalement souscrits à des âges avancés, ce qui peut induire un risque accru d'anti-sélection. Enfin, il aide à interpréter les résultats de mortalité observés : un portefeuille jeune pourrait s'accompagner généralement de taux de décès faibles, tandis qu'un portefeuille plus âgé pourrait tendre à présenter une mortalité brute plus élevée, même lorsque la qualité de souscription reste satisfaisante.

Pour l'ensemble du portefeuille l'âge moyen à la souscription est de 43 ans avec un écart type de 10,3. Le graphique II.9 illustre l'évolution de l'âge moyen des assurés sur la période de 2014 à 2023.

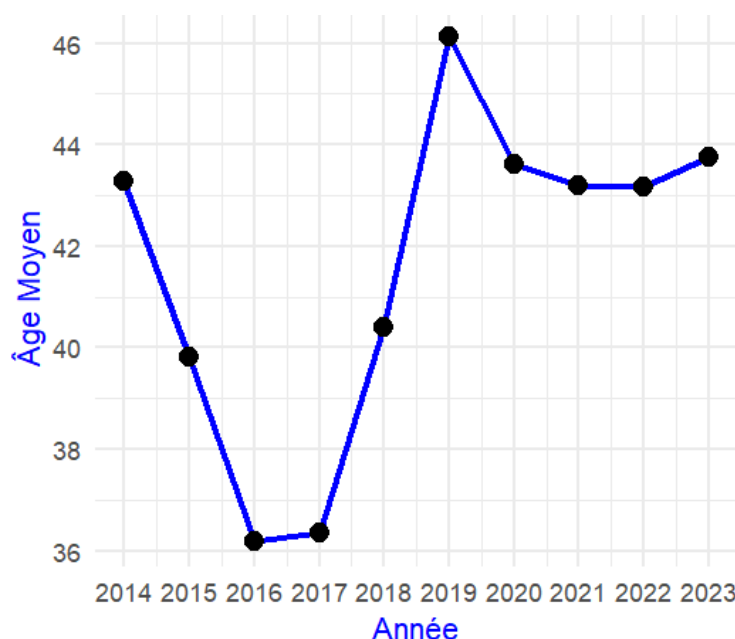


FIGURE II.9 : Age moyen des assurés

d) Durée des contrats

La durée impacte la période d'exposition au risque et donc la probabilité de survenance des sinistres. Une durée plus longue augmente la période durant laquelle l'assureur est exposé, ce qui peut accroître la charge de sinistres et réduire la marge technique, tandis qu'une durée plus courte limite ce risque et peut améliorer la rentabilité.

Nous considérons le court terme comme la période de moins d'un an, moyen terme celle de 1 à 5 ans et le long terme concerne les périodes de plus de 5 ans. La figure II.10 indique une préférence pour des engagements à court et moyen terme dans le portefeuille ce qui est cohérent avec l'évolution des encours de crédit au Cameroun voire figure I.6.

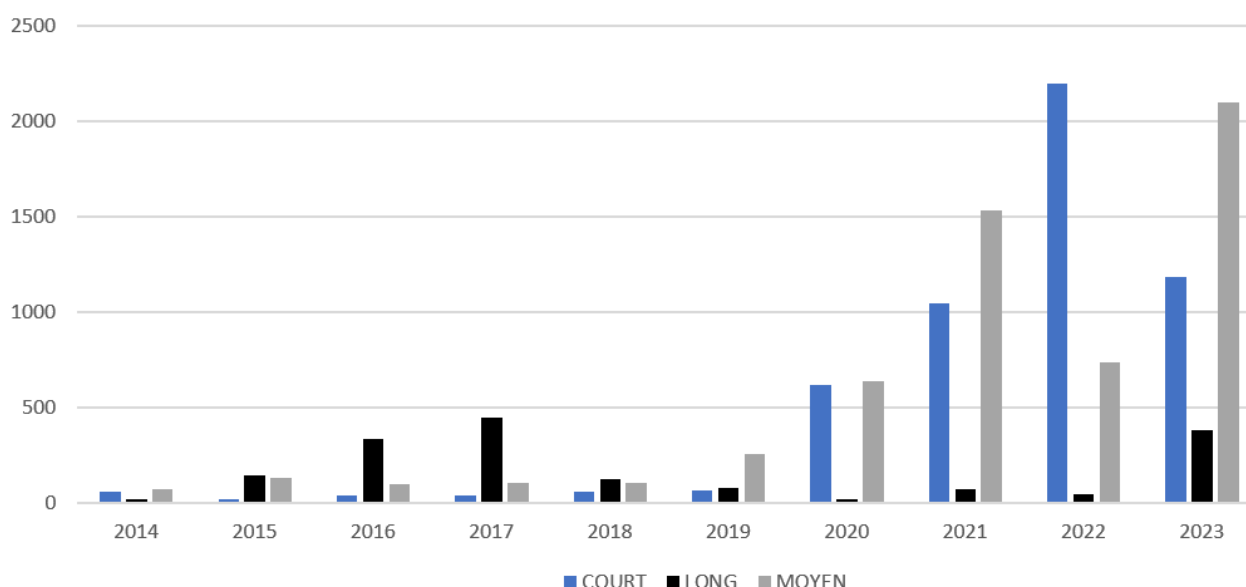


FIGURE II.10 : Durée des contrats

Dans ce chapitre, nous allons nous proposer une analyse de la rentabilité du portefeuille emprunteur. Rappelons que notre objectif de rentabilité a été fixé à 90% du ratio combiné.

Nous disposons des données relatives aux sinistres réglés et aux affaires souscrites de janvier 2014 à juin 2024. Nous avons pris en considération les primes et les sinistres nets de réassurance, afin de ne pas inclure les chiffres du réassureur.

II.3.3 Ratio Combiné

Un ratio combiné inférieur à 100% indique que l'assureur réalise un bénéfice technique sur les contrats d'assurance décès emprunteur. En revanche, un ratio supérieur à 100% révèle une perte technique, suggérant que les primes ne suffisent pas à couvrir les sinistres et les charges.

Le ratio combiné pour chaque année d'exercice n (calculé au 31/12/ n) prend en compte la charge des sinistres, ainsi que les frais et commissions versés chaque année et il est donné par la formule suivante :

$$RC_n = \frac{\text{Sinistres payés}_n + \Delta PM + \text{Commissions}_n + \text{Charge de P.B.}_n + \text{Charge d'exploitation}_n}{\text{Primes Nettes de Réassurance}_n}$$

$$\Delta PM = PM_n - PM_{n-1}$$

PB = Participation Bénéficiaire

Chaque partenaire est intéressé aux résultats réalisés par l'assureur sur les affaires qu'il transmet sur la base d'un compte d'exploitation établi en fin d'exercice comme suit :

— **Au crédit :**

- Les primes nettes d'annulations
- Les montants de sinistres à payer constitués à la fin de l'année précédente
- Les provisions mathématiques constituées à la fin de l'année précédente
- Le report des pertes antérieures liées aux opérations entrant dans le cadre de cette convention.

— **Au débit :**

- Le montant des sinistres réglés
- Les montants de sinistres à payer constitués à la fin de l'année en cours
- Les provisions mathématiques constituées à la fin de l'année en cours
- Les charges de commissions
- Les frais de gestion de l'assureur

Nous avons :

$$PB_n = (Primes_n + PSAP_{n-1} + PM_{n-1} + Pertes antérieures) - (Sinistres_n - PSAP_n + PM_n + Commissions_n + Frais de gestion_n)$$

En cas de résultat bénéficiaire, l'assureur versera $x\%$ du solde créditeur au partenaire. En cas de résultat déficitaire, les pertes seront reportées dans les comptes d'exploitation ultérieurs jusqu'à extinction totale par les profits.

Exposons ce cas où l'assureur est lié à un établissement de crédit. Ce dernier lui confie ses affaires en assurance emprunteur, en contrepartie de quoi l'assureur lui reverse annuellement 50 % du solde créditeur des polices correspondantes afin de fidéliser son client. Le calcul est effectué selon le tableau suivant :

COMPTE DE PARTICIPATION AU BÉNÉFICE ÉTABLISSEMENT XXXX 2022

	Montant
DEBIT	
Libellés	
Montant des sinistres réglés	31 842 129
Montant des sinistres à payer constitués à la fin de l'année en cours	8 152 973
provisions mathématiques constituées à la fin de l'année en cours	28 751 260
Charges de commissions	14 264 996
Frais de gestion	23 376 514
Solde créditeur	23 510 038
TOTAL	129 897 910
CREDIT	
Libellés	
Primes nettes d'annulations	72 037 728
Montants de sinistres à payer à la fin de l'année précédente	13 015 338
Provisions mathématiques constituées à la fin de l'année précédente	44 844 844
report des pertes antérieures liées aux opérations entrant dans le cadre de cette convention	
Solde débiteur	
TOTAL	129 897 910

PB de l'établissement xxxx 2022	11 755 019	=50% × Solde créditeur (23 510 038)
--	-------------------	---

FIGURE II.11 : Exemple de compte de participation au bénéfice

Le ratio combiné inclut les éléments du ratio de sinistralité et du ratio de charge de gestion. Il apporte donc plus d'information qu'un simple ratio de sinistres sur prime S/P. Ce ratio est un indicateur qui mesure la proportion des primes encaissées qui est utilisée pour payer les sinistres. Il est défini comme suite :

$$S/P = \frac{\text{Sinistres}}{\text{Primes encaissées}} \times 100 \quad (\text{II.1})$$

Un ratio S/P bas est favorable car il signifie que l'assureur conserve une part importante des primes pour couvrir les autres charges et générer du profit. Cependant, un ratio trop bas pourrait indiquer une sélection trop restrictive des risques assurés.

Un ratio S/P de 60% signifie que 60% des primes sont utilisées pour couvrir les sinistres, laissant 40% pour les autres charges et la marge bénéficiaire.

Le tableau II.3 montre l'évolution du ratio S/P de 2014 à 2023. Nous faisons le constat d'un S/P en général bas.

Année	S/P
2014	4,4%
2015	2,4%
2016	13,0%
2017	8,7%
2018	16,7%
2019	15,6%
2020	21,7%
2021	18,0%
2022	21,5%
2023	5,6%

TABLEAU II.3 : Évolution du ratio S/P de 2014 à 2023

Par ailleurs, le ratio combiné inclut de même les charges de gestion et représente donc une information plus complète par rapport au ratio de charge de gestion.

Charge de gestion = Frais généraux + Commissions + Frais d'encaissement

Le ratio de charge de gestion mesure la proportion des primes utilisées pour couvrir les charges de gestion. Un ratio de charge de gestion élevé peut signaler une inefficience dans la gestion des contrats, réduisant ainsi la rentabilité. L'objectif est généralement de minimiser ce ratio sans compromettre la qualité du service offert aux assurés. Les charges gestion ici utilisées ne représentent qu'une estimation des dépenses engagées pour l'exploitation des polices : La moyenne sur les trois dernières années du rapport charge de d'exercice sur prime nette de réassurance étant d'environ 30%, nous avons appliqué ce rapport aux primes nette de réassurance de chaque année du portefeuille décès emprunteur afin de dégager l'estimation de charge gestion par année. Les charges comprenant les éléments suivants :

- Frais de personnel
- Impôts et taxes
- Transport et déplacement
- Frais divers de gestion
- Dotations aux amortissements (autres que celles afférentes aux placements)
- Dotation aux provisions (autre que celles afférentes aux provisions techniques et aux placements)

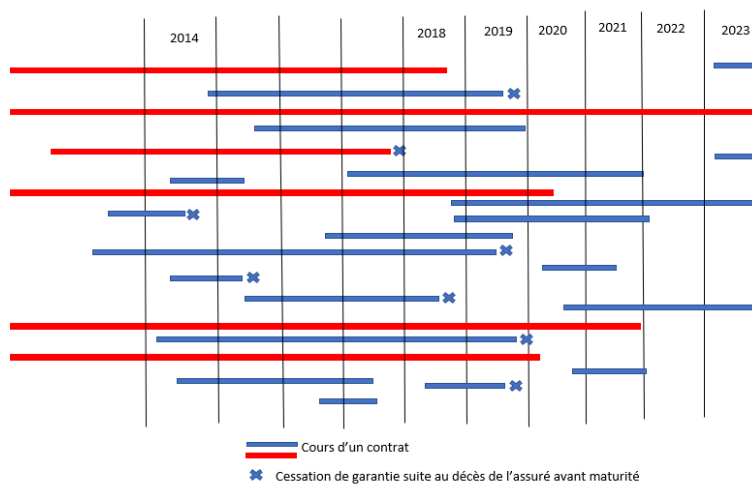
$$\text{ratio global}_{\text{annee}_i} = \frac{\text{Total charge de l'exercice hors commissions}}{\text{Primes nettes de Réassurance}}$$

Nous obtenons les ratios suivants de 2014 à 2023.

Année	Ratio de charge de Gestion
2014	41%
2015	43%
2016	44%
2017	43%
2018	40%
2019	46%
2020	42%
2021	41%
2022	42%
2023	40%

TABLEAU II.4 : Évolution du ratio des frais de gestion de 2014 à 2023

Pour le calcul du ratio combiné, notons que les données fournies ne donnent pas l'ensemble des contrats en cours pour chaque année pour nous permettre de faire un calcul précis de la provision qui devrait être constituée à chaque fin d'année. Nous avons des contrats qui cours sur une longue période voir 20 ans pour les crédits fonciers. Certains de ces types de contrats représentés en rouge dans la figure ci-dessous sont encore en cours mais non présents dans la base des affaires souscrites de 2014 à 2024. Nos estimations tentent alors d'approcher les provisions réelles par année.



Le ratio combiné estimé pour chaque année est consigné dans le tableau II.5 :

Année	RC
2015	75%
2016	77%
2017	90.5%
2018	87%
2019	88%
2020	86%
2021	87%
2022	91%
2023	88%

TABLEAU II.5 : Évolution du ratio combiné (RC) de 2014 à 2023

On note ainsi que le rapport S/P est faible et que le rapport charge de gestion est relativement grand par rapport à la moyenne des compagnies vie de la zone FANAF se situant à 27,5% ^a. Suivant l'objectif de rentabilité fixé à 90% du ratio combiné, les contrats sont globalement rentables.

^a. Spécial Chiffres FANAF 2023

II.3.4 Autres indicateurs de rentabilité et discussion

Dans le cadre d'une analyse de rentabilité, il est primordial de déterminer la perspective sous laquelle celle-ci est envisagée. En effet, la rentabilité peut être appréhendée sous différents angles, notamment celui de l'assureur ou de l'actionnaire. Il convient donc de préciser l'objectif recherché : La rentabilité assurantielle reflète la capacité d'une compagnie d'assurance à générer des bénéfices à partir de ses opérations d'assurance, en tenant compte des primes encaissées, des sinistres réglés et des frais de gestion. La rentabilité actionnariale, en revanche, s'intéresse au rendement obtenu par les actionnaires sur leur investissement.

Ainsi, une étude de rentabilité nécessite une clarification de la perspective adoptée et des indicateurs privilégiés afin d'orienter l'analyse vers une évaluation pertinente de la rentabilité économique et financière de l'assureur. Le ratio combiné qui est indicatif pour l'assureur présente quelques avantages notamment :

Avantages :

- Il offre une mesure rapide et synthétique de la rentabilité technique d'un portefeuille sans nécessiter une analyse détaillée des composantes spécifiques.

- Il intègre à la fois les charges de sinistres et les frais de gestion, fournissant ainsi une évaluation de l'efficacité opérationnelle globale.
- Il permet de comparer la performance d'un portefeuille à celle d'autres compagnies ou d'autres produits au sein de la même entreprise.
- Son suivi dans le temps permet d'identifier des tendances et d'anticiper d'éventuelles dégradations de la rentabilité.

Par contre il présente également quelques inconvénients qu'il est utile de préciser :

Inconvénients :

- Il ne prend pas en compte les revenus financiers : le ratio combiné évalue uniquement la rentabilité technique, excluant ainsi les gains issus des placements. Un portefeuille peut afficher un ratio combiné supérieur à 100% tout en étant globalement rentable grâce à des performances financières élevées. Les produits financiers en année n , PF_n sont la somme des produits financiers sur les provisions techniques d'une part et sur le capital alloué¹ d'autre part.

i : Taux d'intérêt technique,

t_{PF} : Taux de rendement des placements, C'est le taux de rendement des actifs financiers détenus par l'assureur, après déduction des frais de gestion des placements. Il représente la rentabilité des fonds investis par l'assureur sur les marchés financiers.

Produits financiers sur les provisions : $PF(PM)_n = \frac{PM_{n-1} + PM_n}{2} \times (t_{PF} - i)$

Produits Financiers sur le capital alloué (KA) : $PF(KA)_n = KA_n \times t_{PF}$

On obtient ainsi :

$$PF_n = PF(KA)_n + PF(PM)_n$$

- Il ne reflète pas la qualité des provisions techniques : un ratio combiné apparemment satisfaisant peut masquer une sous-évaluation des sinistres futurs ou des provisions insuffisantes.
- Il ne permet pas de distinguer les sources de rentabilité : il ne fait pas la distinction entre une sélection rigoureuse des risques et une sous-estimation des provisions.
- Il est sensible aux variations annuelles : les sinistres pouvant être volatils, une année atypique (faible sinistralité ou sinistre exceptionnel) peut biaiser son interprétation et mener à des

1. Partie des fonds propres mis à disposition pour l'activité

décisions inappropriées s'il est utilisé isolément.

Indicateurs Complémentaires de Rentabilité :

Pour pallier à ces limites, plusieurs autres indicateurs intégrant les revenus financiers, les capitaux alloués à l'activité et apportant une vue pluriannuelle peuvent être utilisés afin d'avoir une vision plus complète de la rentabilité d'un produit d'assurance. Pour présenter quelques-uns de ces indicateurs nous appuyons notre choix sur l'étude de l'Association des Actuaire Africains(AAA) (voir .0.2) qui donne une cartographie des indicateurs appropriés en zone CIMA. Nous retenons que les indicateurs pertinents sont le ROE, la VAN(Valeur actuelle nette) et le TRI(Taux de Rendement Interne).

ROE :

Le ROE (Return on Equity) mesure la rentabilité des fonds propres engagés par l'entreprise, c'est une mesure classique de la rentabilité financière. Il se calcule comme suit :

$$ROE = \frac{\text{Résultat net d'impôt}}{\text{Besoin en fonds propres}}$$

Cet indicateur exprime la capacité de l'entreprise à générer un rendement pour ses actionnaires. Il complète donc le ratio combiné en intégrant tous les autres postes de résultat et en donnant une vue de la rentabilité pour l'actionnaire.

Le besoin en fonds propres doit couvrir la marge de solvabilité requise car La marge de solvabilité réglementaire ¹ ne prend en compte qu'une partie des risques auxquels est soumise la compagnie.

En partant de l'hypothèse que le résultat net se compose exclusivement du résultat technique et des produits financiers sur le capital alloué et les provisions, le graphique ci-après illustre comment pourrait se comporter le ROE de 2023 :

1. Les fonds propres constituent une marge pour l'assureur qui lui permet de faire face aux aléas de résultats et ainsi de garantir sa solvabilité. Le minimum de fonds propres dont doit disposer l'assureur pour exercer et rester solvable au sens du Code des assurances est appelé la marge de solvabilité.

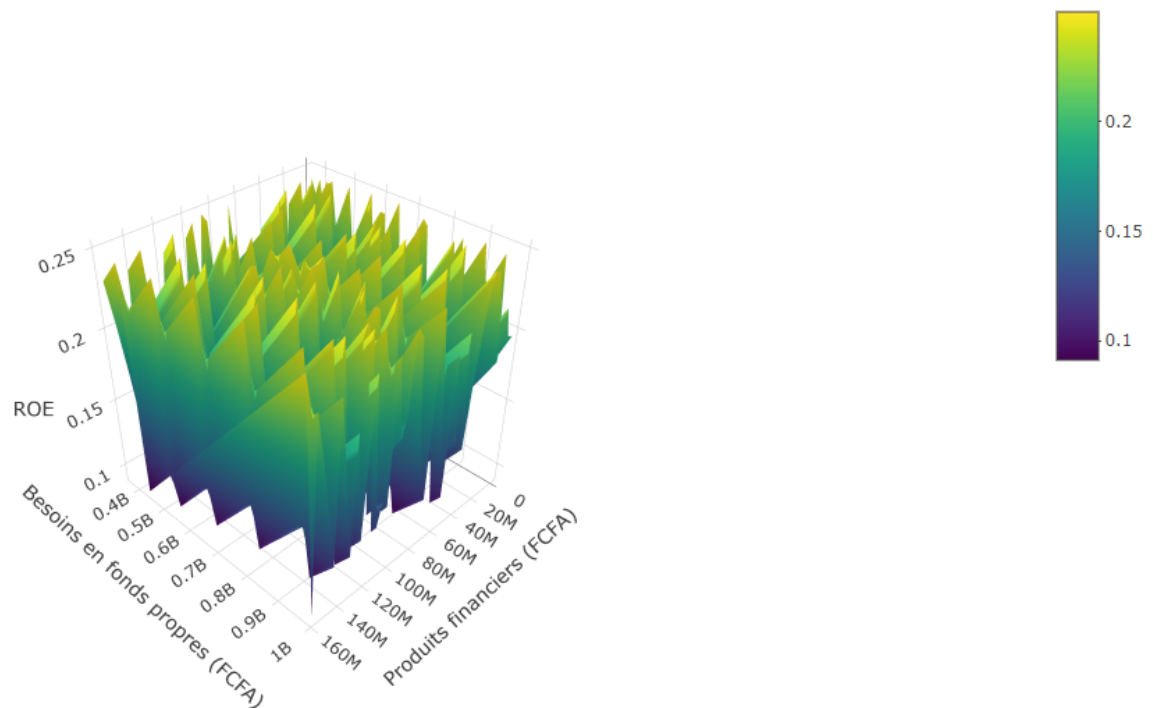


FIGURE II.12 : Évolution du ROE en fonction des revenus de placement et du besoin en fonds propres

Le graphique illustre la relation entre le ROE, les besoins en fonds propres et les revenus de placement. Il montre que le ROE diminue à mesure que les besoins en fonds propres augmentent. Cependant, des revenus de placement élevés peuvent compenser cet effet et augmenter le ROE.

Économiquement, ce graphique souligne l'importance de trouver un équilibre pour maximiser le ROE : il faut maintenir les besoins en fonds propres à un niveau modéré tout en optimisant les revenus de placement.

L'évaluation d'indicateurs tels que le Taux de Rentabilité Interne (TRI) ou la Valeur Actuelle Nette (VAN) pour des contrats d'assurance emprunteur dont la durée s'étale sur plusieurs années, nécessite une analyse sur l'ensemble de leur cycle de vie.

Cette démarche implique la projection des flux de trésorerie futurs que ces contrats sont susceptibles de générer. Or, il existe une multitude de méthodes pour établir de telles projections, elles reposent sur la formulation d'hypothèses. Nous nous attacherons dans la suite à évaluer l'une des plus cruciales : l'hypothèse de la mortalité effective du portefeuille.

ANALYSE DE LA MARGE TECHNIQUE

III.1 COMPTE DE RÉSULTAT

Le résultat d'exploitation (R) d'un portefeuille peut être décomposé en 4 principaux postes de résultat :

- Le résultat technique (RT) : Permet de mesurer la suffisance des primes pures et des provisions mathématiques au regard de la charge de prestations et sinistres.
- Le résultat financier (RF) : Permet de mesurer l'effet de la rentabilité des placements financiers au regard de la charge d'intérêts techniques et de participation aux bénéfices. Les gains financiers pour une compagnie d'assurance découlent de la différence entre le rendement effectif de ses investissements et le taux d'intérêt servi aux assurés.
- Le résultat de réassurance (RR) : Permet de mesurer le solde des cessions/reprises de réassurance, c'est-à-dire la différence entre les produits cédés et les charges cédées aux réassureurs.
- Le résultat des frais généraux (RG) : Permet de mesurer les frais liés à l'acquisition et à l'administration du portefeuille ainsi que les frais liés aux charges d'acquisitions et gestion.

La formule est donc :

$$R = RT + RG + RR + RF$$

Nous ferons une analyse de la marge en nous appuyant sur les sources du résultat technique et du résultat de gestion.

Les résultats de l'analyse de la marge technique fournissent des informations essentielles pour la prise de décision stratégique. Ils permettent aux dirigeants de l'entreprise de prendre des décisions éclairées sur le développement de nouveaux produits, l'entrée sur de nouveaux marchés, ou

l'ajustement des portefeuilles existants. Ils constituent un outil essentiel pour évaluer la rentabilité des produits pour l'assureur. En examinant les sources de pertes et de profits liées à ses produits, l'assureur est en mesure de déterminer la source de bénéfice ou de perte réalisées et d'ajuster les tarifs en conséquence, afin de garantir une rentabilité pérenne. Les sources de profits de l'assureur sur ce portefeuille :

- **Les bénéfices de mortalité** : Supposons que la mortalité théorique pour un groupe d'assurés soit de 0,5% par an, mais que l'analyse montre une mortalité réelle de 0,7%. Cette différence indique un risque plus élevé que prévu.

Les bénéfices de mortalité proviennent ainsi de la différence entre la mortalité théorique, telle que définie par les tables réglementaires, et la mortalité observée au sein du portefeuille de l'assureur. Ainsi, dans le cadre des contrats d'assurance décès, l'assureur génère un bénéfice de mortalité lorsque le taux de mortalité réel du portefeuille est inférieur à celui attendu selon les tables théoriques.

- **Les bénéfices de chargement** : Les bénéfices de chargement proviennent de l'écart entre les chargements de gestion et d'acquisition contractuellement définis et les frais réels de gestion et d'acquisition. Les frais d'acquisition et de gestion sont couverts par des chargements appliqués sur les contrats, fixés et communiqués lors de la souscription.

Pour cerner la marge de manœuvre sur la garantie décès, nous allons calculer les taux de décès à chaque âge pour les assurés en portefeuille.

En supposant que les frais prélevés et prévus dans la note technique suffisent à couvrir l'ensemble des charges liées à la gestion du contrat, cette étude permet de déterminer les marges de manœuvre disponibles sur la prime de risque, et par conséquent sur le tarif. L'illustration ci-dessous met en évidence que, si un abattement de 40% doit être appliqué aux taux de décès par âge afin de refléter la mortalité observée au sein du portefeuille, alors, en considérant l'individu pris en exemple dans la section II.1.2, une marge de manœuvre d'environ 26 000 francs peut être dégagée sur le tarif, sous l'hypothèse que toutes les autres charges sont intégralement couvertes et que l'assureur réalise la marge bénéficiaire prévue (voir III.1).

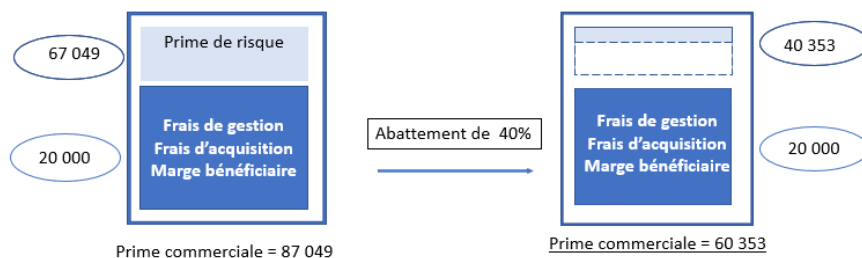


FIGURE III.1 : Exemple sur la nécessité de connaître la loi de mortalité

Cette démarche englobe l'évaluation comparative de la mortalité réelle et de la mortalité théorique, offrant aussi une anticipation plus précise des sinistres et facilitant l'élaboration de stratégies de gestion des risques optimales.

III.2 MORTALITÉ D'EXPÉRIENCE ET ÉCART DE MORTALITÉ

Dans [KALFA \(2017\)](#), il est souligné le constat selon lequel la mortalité des emprunteurs est inférieure à celle de la population française. Ceci s'explique par une première discrimination au niveau des établissements de crédit où l'emprunteur doit présenter une stabilité professionnelle ou une aptitude à épargner. Ainsi, les cadres sont plus nombreux, tandis que les ouvriers sont proportionnellement moins représentés que dans l'ensemble de la population française. Cela a permis des abattements importants de la TD88-90, qui se vérifient par une bonne adéquation de la loi « Emprunteurs » à des faits réels découlant de l'observation de portefeuilles emprunteurs (voir [.0.4](#)). Le même scénario de discrimination s'effectue dans les établissements de crédits locaux, de plus, la compagnie s'investit dans la sélection médicale des risques lorsque les capitaux engagés sont grands. L'objectif étant d'écarter les potentiels clients présentant des risques de santé aggravés. Le [Tableau III.1](#) montre les dépenses en frais médicaux sur les trois dernières années.

Année	Dépenses en frais médicaux
2021	58 050 304
2022	60 175 952
2023	63 753 308

TABLEAU III.1 : Dépenses en frais médicaux en millions de FCFA

Les assureurs s'appuient sur les tables de mortalité pour établir les tarifs des contrats d'assurance et calculer les provisions techniques. Le choix de ces tables est encadré par la réglementation en vigueur. On distingue principalement deux grandes catégories de tables de mortalité :

- **Les tables de mortalité réglementaires** décrites plus haut
- **Les tables de mortalité d'expérience** : Il existe par ailleurs des tables de mortalité élaborées spécifiquement pour un portefeuille déterminé, offrant ainsi un suivi technique plus affiné des produits d'assurance concernés. En droit français des assurances, dont s'inspire le Code CIMA, l'article A335-1 du Code des assurances autorise un assureur à construire une table d'expérience, sous réserve qu'elle soit certifiée par un actuaire agréé et indépendant. Cette possibilité vise à ajuster de manière plus rigoureuse les hypothèses de tarification et de provisionnement, lorsque le comportement observé des assurés s'écarte significativement de celui décrit dans les tables réglementaires.

Sur le plan technique, la construction de ces tables repose sur des modèles statistiques ; selon les hypothèses méthodologiques retenues, deux grandes catégories de tables peuvent être distinguées.

a) Les tables prospectives :

Elles permettent d'estimer les taux de mortalité pour une génération donnée, c'est-à-dire un ensemble de personnes nées la même année, suivi dans le temps. Elles donnent une image fidèle de la mortalité d'une génération, ce qui les rend très représentatives. Elles nécessitent d'attendre l'extinction de la génération pour être complètes, sauf à faire appel à des projections.

b) Les tables périodiques :

Ces tables estiment la mortalité à un moment précis pour chaque tranche d'âge. Elles sont construites à partir de cohortes composées d'individus d'âges différents observés à une même date. Elles supposent que les taux de mortalité restent constants dans le temps, ce qui peut conduire à une sous-estimation de l'espérance de vie.

Dans le cadre des contrats d'assurance décès emprunteur, l'utilisation d'une table de mortalité d'expérience, propre au portefeuille de l'assureur, est souvent préférable à une table de mortalité prospective. En effet, les garanties décès emprunteur couvrent généralement des durées relativement courtes, ce qui limite l'impact des évolutions futures de la mortalité sur la période couverte. De plus, ces contrats s'adressent à une population sélectionnée : des emprunteurs actifs, souvent en bonne santé au moment de la souscription, dont la mortalité observée diffère significativement de celle de la population générale. Une table d'expérience, construite à partir des données internes de sinistralité, permet ainsi de mieux refléter le profil de risque réel du portefeuille assuré, et d'aboutir à une évaluation plus juste et plus stable du bénéfice de mortalité. Elle permet également de détecter d'éventuelles dérives dans le temps, et d'adapter les bases techniques à la réalité observée, ce qui constitue un atout en matière de pilotage technique et de rentabilité.

III.2.1 Préparation des données

Le déroulé qui suit est inspiré de [KAMEGA \(2006\)](#).

La préparation des données constitue une étape cruciale dans l'étude de la mortalité. Elle implique la collecte, le nettoyage et la structuration des informations relatives aux assurés, telles que les âges, les dates de souscription, les dates de décès, ainsi que d'autres variables pertinentes. Ce processus permet d'assurer l'exactitude et la cohérence des données, en identifiant et corrigeant les erreurs ou les incohérences. Une préparation minutieuse des données garantit une analyse fiable et

robuste, facilitant ainsi la modélisation des taux de mortalité et l'évaluation des risques associés au portefeuille.

Un premier retraitement décrit plus haut a été effectué sur la base des contrats souscrits et la base de données sinistres. Nous poursuivons en présentant la démarche propre à l'analyse de la mortalité.

période d'observation

La période d'observation doit être choisie pour éviter les biais dans l'analyse de la mortalité. Une période trop longue, excédant cinq ans, pourrait inclure des évolutions significatives de la mortalité au fil du temps, faussant ainsi les résultats. À l'inverse, une période trop courte, inférieure à trois ans, risquerait de refléter de manière disproportionnée les effets d'une année exceptionnelle, telle qu'une pandémie entraînant un nombre élevé de décès, et ne représenterait pas fidèlement la mortalité. On définit alors la période d'observation retenue dans le cadre de la collecte des données : 01/01/2020 au 31/12/2023. Les données individuelles retenues incluent toutes les observations relatives aux assurés couverts au moins un jour sur la période choisie. Ces observations sont plus précisément listées en annexe [.0.5](#)

Gestion des doublons

Des tests de cohérence ont été effectués pour assurer l'intégrité des données. D'une part, il a été nécessaire d'identifier les doublons à partir du numéro de police, du nom de l'assuré, de sa date de naissance et de son sexe, en ne conservant qu'un seul enregistrement :

- Lorsque toutes les informations des enregistrements en doublon sont strictement identiques, l'enregistrement retenu peut être celui apparaissant en premier dans le fichier ;
- En revanche, si certaines informations diffèrent, notamment les dates d'effet ou de maturité en raison d'un renouvellement de police, et que les périodes de couverture se chevauchent, l'enregistrement privilégiée sera celui dont la date d'entrée est la plus ancienne, tandis que la date de sortie associée devra être la plus tardive parmi l'ensemble des enregistrements en doublon. Cela permet de cumuler les expositions au risque.

Par exemple considérons l'assuré ayant les contrats suivants :

Contrats	Date d'effet	Date de maturité
1	07/01/2016	07/01/2017
2	10/02/2017	10/08/2017
3	15/02/2017	15/08/2017
4	01/05/2022	01/05/2023

Nous retenons les informations suivantes :

- Date d'entrée dans le risque : 07/01/2016
- Date de fin d'observation / sortie du risque : 01/05/2023

Dates

- Les enregistrements pour lesquels la date de naissance est inexistante ont été supprimés.
- lorsque le mois et l'année de naissance sont renseignés mais que le jour ne l'est pas, la date de naissance retenue est le 15 du mois et de l'année renseignée.
- lorsque l'année de naissance est renseignée mais que le mois et le jour ne le sont pas, la date de naissance retenue est le 01 juillet de l'année renseignée.
- pour les individus (non sinistrés) dont la date de sortie n'est pas renseignée, il a été retenu le 31/12/2023
- Les enregistrements avec des dates d'entrées postérieures aux dates de sortie ont été supprimés.
- Nous avons procédé au calcul des âges et à la suppression des âges aberrants

Notion de Censure et de Troncature :

Censure : On observe une censure lorsque la date de survenance du décès est postérieure à la date de fin d'observation. Dans l'analyse des durées, on peut être confronté à une censure à droite (si T est la durée de vie à la naissance, l'observation de la censure C indique que $T \geq C$) ou à une censure à gauche (l'observation de la censure C indique que $T \leq C$, le décès s'est produit avant le début de l'observation).

Troncature : On dit qu'il y a troncature à gauche (resp. à droite) lorsque la variable d'intérêt n'est pas observable lorsqu'elle est inférieure à un seuil $c < 0$ (resp. supérieure à un seuil $c > 0$). Lorsque la date d'entrée est antérieure à la date de début d'observation, dans ce cas, on perd complètement l'information sur les observations en dehors de la période d'observation, on suppose alors que la date d'entrée coïncide avec la date de début d'observation.

Lorsque l’observation n’est ni censurée, ni tronquée, elle est dite complète. Le graphique ci-dessous illustre les notions de censure et de troncature à partir de six individus ayant souscrit des polices :

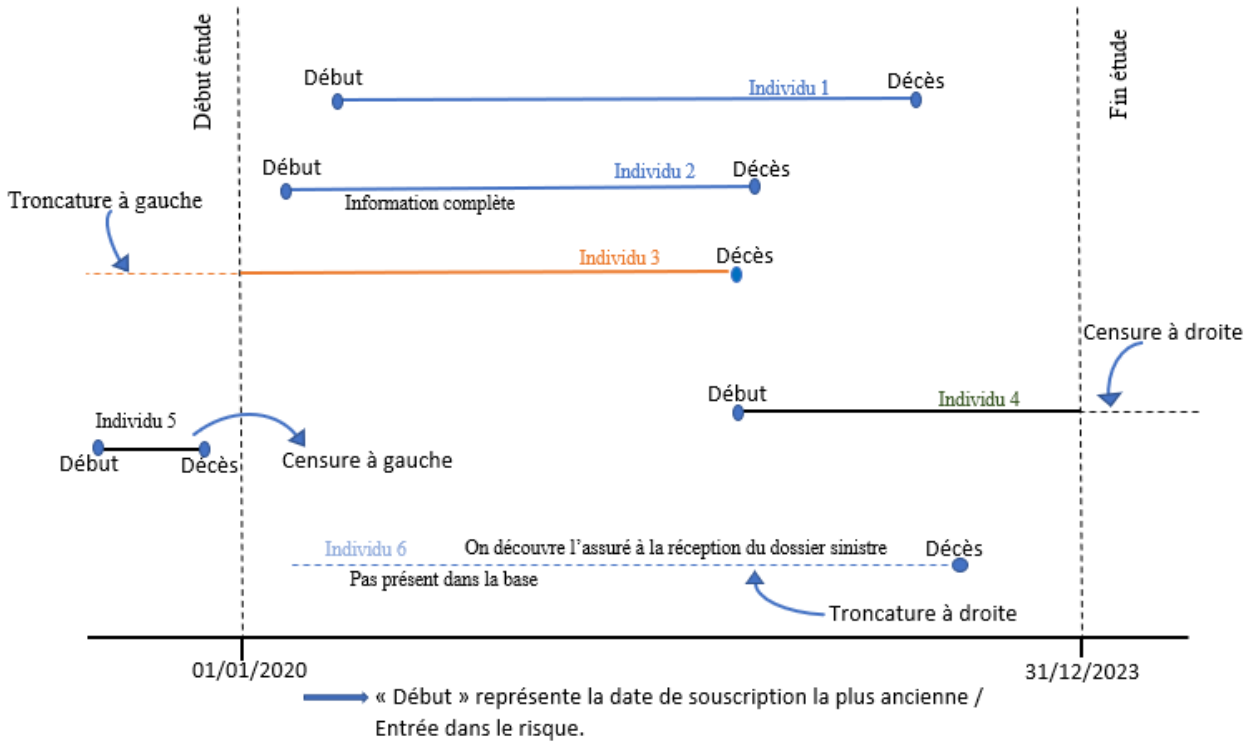


FIGURE III.2 : Illustration notion de censure et de troncature

Variables retenues

Les données incluent les champs suivants nécessaires à l’étude de la mortalité (voir III.2).

Variable	Valeur attendue / commentaire
Matricule	Code alphanumérique identifiant de façon unique chaque assuré
DDN	Date de naissance (JJ/MM/AAAA).
Sexe	Homme : H Femme : F
Entrée risque	Date d’adhésion la plus ancienne à un contrat (JJ/MM/AAAA)
Sortie risque	Date de décès ou de sortie pour autre motif (JJ/MM/AAAA)
Motif sortie	Motif de sortie (décès ou autre)

TABEAU III.2 : Liste des données individuelles par polices.

III.2.2 Nombre de décès et d’exposition par âge :

Nous avons séparé les données suivant le sexe car les hommes et les femmes ayant des tendances de mortalité différentes. On a un sex-ratio homme de 0.769.

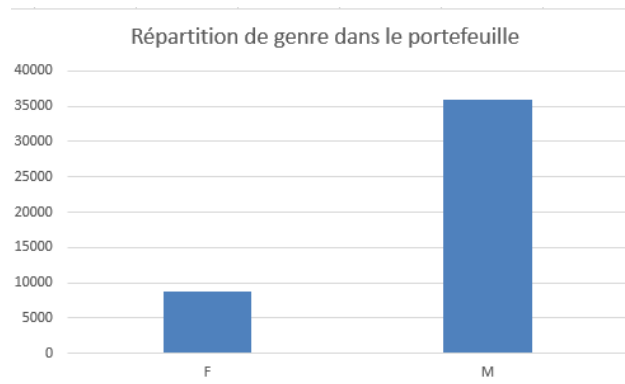


FIGURE III.3 : Répartition par genre

Les femmes sont moins représentées que les hommes dans le portefeuille, pour faire notre analyse de mortalité nous allons premièrement faire une séparation de genre sachant que d'expérience l'espérance de vie des hommes étant plus petite que celle des femmes.

Pour chaque individu i on a :

- AgeEntree_i : âge d'entrée en observation de l'individu i
- AgeSortie_i : âge de sortie en observation de l'individu i
- DateNaissance_i : date de naissance de l'individu i

Soit $\text{DateDebutObservation}$ et $\text{DateFinObservation}$ les dates de début et de fin de l'observation respectivement. L'exposition pour chaque âge x est calculée comme suite :

1. Calcul de l'âge d'entrée en exposition et de l'âge de sortie en exposition pour chaque individu :

$$\text{AgeEntreeExpo}_i = \max \left(\text{AgeEntree}_i, \frac{\text{DateDebutObservation} - \text{DateNaissance}_i}{365,25} \right)$$

$$\text{AgeSortieExpo}_i = \min \left(\text{AgeSortie}_i, \frac{\text{DateFinObservation} - \text{DateNaissance}_i}{365,25} \right)$$

2. Calcul de l'exposition pour chaque tranche d'âge x :

$$\text{expo}[x; x+1] = \sum_{i=1}^N \max(0, \min(x+1, \text{AgeSortieExpo}_i) - \max(x, \text{AgeEntreeExpo}_i))$$

où :

— N est le nombre total d'individus dans l'intervalle $[x; x+1[$.

La Figure III.4 montre des données sur l'exposition et les décès par âge, différenciés par sexe (hommes et femmes). Chez les hommes, l'exposition atteint un pic autour de 40 ans, avec plus de 2000 individus exposés. Chez femmes par contre, l'exposition est légèrement inférieure à celle des hommes, avec un pic similaire autour de 40 ans ce qui est cohérent car au vu de la figure II.9 l'âge moyen de souscription de contrats se situe autour de 43 et 44 ans sur les dernières années.

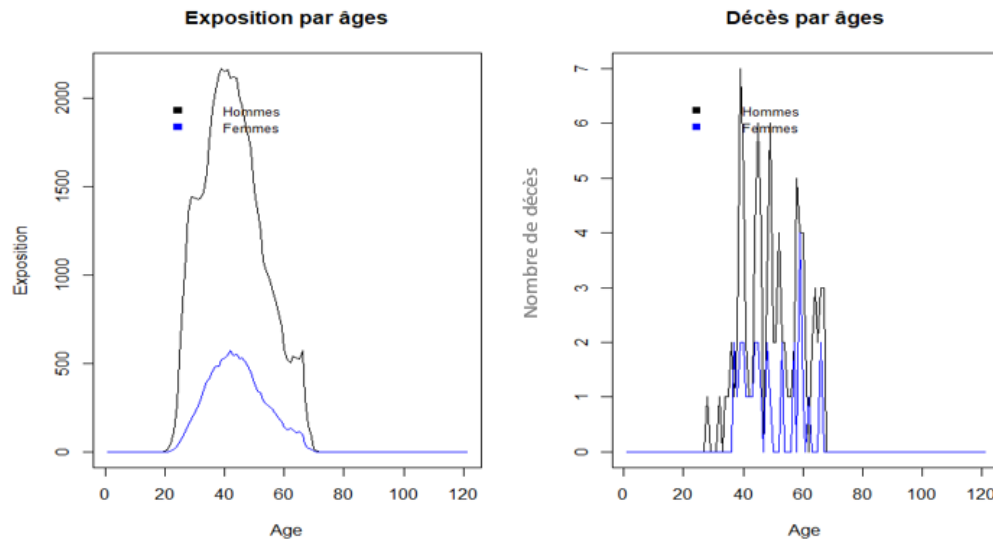


FIGURE III.4 : Décès et exposition par âge

Par la suite, les critères de Cochran et d'exposition sont souvent utilisés pour assurer la validité des analyses statistiques. Selon le **critère de Cochran**, nous devons avoir une fréquence théorique (attendue) d'au moins 5. Si ce critère n'est pas respecté, les résultats peuvent ne pas être fiables. Les **critères d'exposition** concernent souvent le nombre minimum d'observations nécessaires pour obtenir des résultats statistiques robustes : L'exposition doit être supérieure ou égale à 2000. Cela signifie que le nombre total de personnes ou d'unités observées doit être d'au moins 2000 pour que les résultats soient considérés comme robustes et généralisables.

De ces différents critères, il reste difficile de retenir une plage d'âge consécutive, par contre nous allons retenir la période dans laquelle on observe le plus d'âge avec des données suffisantes on peut retenir la période d'âge de **34-65 ans** (voir Figure III.4).

Ainsi, sur cette plage $[34, 65]$ seront calculés les taux brutes et ensuite seront utilisées des méthodes d'ajustement ou de lissage des taux bruts, alors que sur le restant des âges des méthodes de

positionnement par référence externe seront utilisées.

III.2.3 Teste de LOG-RANK

Au titre de la période retenue pour l'analyse, il conviendra tout d'abord de s'assurer qu'aucune variation significative de la mortalité ne se manifeste au cours de cet intervalle temporel. Pour cela nous allons utiliser le test du Log-Rank ajusté sur l'âge. Ce test permet de vérifier la stabilité dans le temps de la mortalité des contrats décès. Pour effectuer ce test, nous devons séparer nos observations en deux populations. Afin de respecter les conditions d'utilisation du test, ces deux populations doivent être indépendantes et les observations doivent appartenir à des périodes disjointes. La date charnière de séparation des deux populations est choisie de manière à avoir un nombre de décès à peu près égale dans les deux populations.

Le test de Log-Rank évalue pour deux groupes :

- L'hypothèse H_0 : *Les distributions de survie des deux populations sont identiques*
- Contre l'hypothèse H_1 : *Les distributions de survie des deux populations diffèrent l'une de l'autre*

Le test du Logrank consiste à comparer le nombre de décès sur la période étudiée et dans chaque population à son espérance calculée sous H_0 , c'est à dire le nombre estimé de décès que l'on devrait observer si la mortalité était la même dans les deux groupes.

En ordonnant au préalable les temps de décès, de troncature et de censure des deux populations, nous construisons le tableau suivant :

	Population A	Population B	Total
Décès à t_i	d_{Ai}	d_{Bi}	d_i
Vivants avant t_i	$s_{Ai} - d_{Ai}$	$s_{Bi} - d_{Bi}$	$s_i - d_i$
Total	s_{Ai}	s_{Bi}	s_i

avec :

- $t_i, i = 1, \dots, j$: les instants auxquels sont observés les décès, les troncatures ou les censures sur les deux populations, et $t_0 = 0$.
- $s_{Ai}, i = 1, \dots, j_A$: nombre de sujets exposés au risque de décès juste avant t_i dans la population A.
- $s_{Bi}, i = 1, \dots, j_B$: nombre de sujets exposés au risque de décès juste avant t_i dans la population B.

- $d_{Ai}, i = 1, \dots, j$: nombre de décès observés en t_i dans la population A.
- $d_{Bi}, i = 1, \dots, j$: nombre de décès observés en t_i dans la population B.

Sous H_0 : à l'instant t_i , la proportion attendue de décès parmi les sujets à risque est identique dans les deux groupes.

Le nombre de décès estimé en t_i pour la population A est :

$$E_{Ai} = s_{Ai} \times \frac{d_i}{s_i}$$

De même, pour la population B :

$$E_{Bi} = s_{Bi} \times \frac{d_i}{s_i}$$

Ces estimations tiennent compte de s_{Ai} et s_{Bi} , et du rapport $\frac{d_i}{s_i}$ qui est la proportion de décès observés en t_i .

— **Le nombre estimé total de décès dans chaque groupe est :**

$$E_A = \sum_{i=1}^d E_{Ai}, \quad E_B = \sum_{i=1}^d E_{Bi}$$

d =nombre total de décès les deux populations confondues.

— **Le nombre total de décès observé dans chaque groupe est :**

$$O_A = \sum_{i=1}^d d_{Ai}, \quad O_B = \sum_{i=1}^d d_{Bi}$$

Nous décidons de donner le même poids à chaque observation (conformément au test de Logrank), la statistique de test utilisée est :

$$\chi^2 = \frac{(O_A - E_A)^2}{\text{Var}(O_A - E_A)}$$

avec :

$$\text{Var}(O_A - E_A) = \sum_{i=1}^d d_i \times \left(\frac{s_i - d_i}{s_i - 1} \right) \times \frac{s_{Ai} \times n_{Bi}}{n_i^2}$$

On peut indifféremment prendre :

$$\chi^2 = \frac{(O_B - E_B)^2}{\text{Var}(O_B - E_B)}$$

avec :

$$\text{Var}(O_B - E_B) = \sum_{i=1}^d d_j \times \left(\frac{s_i - d_i}{s_i - 1} \right) \times \frac{s_{Ai} \times s_{Bi}}{s_i^2}$$

Sous H_0 , χ^2 suit une loi du Khi-2 à $k - 1$ degré de liberté, k étant le nombre de fois où l'on devra comparer les populations A et B, à savoir le nombre d'âges sur lesquels les courbes sont comparées.

Nous comparons les deux populations A et B sur les âges de 34 à 65 ans, puisque ce sont les âges sur lesquels seront calculés les taux bruts de mortalité.

Le package "survival" de R permet de faciliter la mise en œuvre du test :

↪ La statistique du test $\chi^2 \approx 3,239$ donne une p-value $\approx 0,07$ (avec 1 degré de liberté) donc, Acceptation de H_0 . Les deux groupes n'ont pas des mortalités significativement différentes au seuil de 5%. Nous allons donc considérer que la mortalité est stable dans le temps.

III.2.4 Taux brute

Avant le calcul des taux brutes de mortalité, Nous allons rappeler quelques concepts mathématiques. Soient :

- $T \geq 0$ la variable aléatoire qui représente la durée de vie à la naissance d'un individu d'une population donnée ;
- T_x , $x=1, \dots, w$ la durée de vie qu'il reste à un individu ayant atteint l'âge x ;
- l_x , le nombre d'emprunteur en vie à l'âge x
- d_x le nombre de décès à l'âge x

La densité de probabilité

Elle représente la probabilité d'avoir un décès à l'instant t .

$$f_X(t) = P(T_X = t) \quad \text{dans le cas discret}$$

ou

$$f_X(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T_X < t + \Delta t)}{\Delta t} \quad \text{dans le cas continu}$$

La fonction de répartition

Elle traduit la probabilité que la durée de vie de l'emprunteur T_x n'ait pas atteint t années.

$$F_x(t) = P(T_x \leq t)$$

La fonction de survie

Elle se rapporte à la probabilité que la durée de vie de l'emprunteur T_x ait dépassé t années.

$$S_x(t) = 1 - F_x(t) = 1 - P(T_x \leq t) = P(T_x > t)$$

La fonction de hasard

Elle s'apparente au taux de décès instantané ou force de mortalité.

$$h_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T_x < t + \Delta t \mid T_x > t)}{\Delta t} = \frac{f_x(t)}{S_x(t)}$$

La fonction de hasard cumulée

Elle représente la somme des fonctions de hasard jusqu'à l'instant t .

$$H_x(t) = \int_0^t h_x(s) ds$$

Nous avons :

$$h_x(t) = \frac{f_x(t)}{S_x(t)} = -\frac{d \log S_x(t)}{dt}$$

$$S_x(t) = \exp \left[- \int_0^t h_x(s) ds \right] = \exp[-H_x(t)]$$

D'où,

$$H_x(t) = -\log S_x(t)$$

Ce résultat traduit que le passage entre chaque fonction présentée ci-dessus est assez simple.

Dans la suite nous allons donc procéder au calcul des taux brutes de HOEM et de KAPLAN-MEIER.

Les méthodes de Hoem et de Kaplan-Meier, utilisées pour le calcul des taux bruts, sont adaptées aux situations où les données de mortalité sont limitées, incomplètes ou soumises à des censures. La méthode de Kaplan-Meier est entièrement non paramétrique et ne repose sur aucune hypothèse de loi particulière. La méthode de Hoem est également non paramétrique, mais suppose que les décès sont uniformément répartis dans l'intervalle considéré.

L'inconvénient majeur de ces méthodes réside dans leur complexité de mise en œuvre, nettement supérieure à celle des méthodes plus simples, telle que la méthode des quotients bruts (comme utilisée dans le tableau en annexe .0.6 où on rapporte le nombre de décès à l'exposition), qui ne tiennent pas compte des données censurées.

III.2.5 Calcul des taux brutes : HOEM

Dans le cadre de l'estimation des taux bruts selon Hoem, on a les notations suivantes :

- n_x : nombre d'individus en vie à l'âge x
- D_x : la variable aléatoire représentant le nombre de décès observés sur $[x, x + 1[$
- d_x : réalisation de D_x
- $[\alpha_i, \beta_i]$: l'intervalle inclus dans $[x, x + 1]$ pour lequel l'assuré i est sous observation
- $X_1, \dots, X_n$: n_x variables de Bernoulli de paramètre $\beta_i - \alpha_i q_{x+\alpha_i}$ indépendantes

Pour l'estimateur de Hoem, on pose les hypothèses suivantes :

- chaque décès est indépendant des autres
- on suppose une répartition uniforme des décès sur l'année, donc $\beta_i - \alpha_i q_{x+\alpha_i} \approx (\beta_i - \alpha_i) q_x$

On a ainsi : $D_x = \sum_{i=1}^{n_x} X_i$ qui suit une loi binomiale $B(n_x, \beta_i - \alpha_i q_{x+\alpha_i})$

Puis on a

$$E(D_x) = \sum_{i=1}^{n_x} (\beta_i - \alpha_i) q_x$$

On obtient alors :

$$\hat{q}_x = \frac{d_x}{\sum \beta_i - \alpha_i}$$

La figure III.5 montre l'évolution des taux bruts de décès par âge. Les taux de mortalité augmentent globalement avec l'âge, ce qui est attendu car le risque de décès augmente généralement avec l'âge. Les taux bruts pour les femmes semblent être plus volatils que ceux pour les hommes, avec des pics prononcés autour des âges de 55 à 65 ans. On remarque plusieurs pics significatifs, notamment chez les femmes autour de 55 à 65 ans. Ces pics indiquent une plus grande variabilité

dans les observations, possiblement due à un nombre limité de données. Les hommes semblent avoir une courbe plus stable avec une légère hausse mais sans les pics observés chez les femmes. Les taux unisexe sont intermédiaires entre ceux des hommes et des femmes, mais suivent de près la tendance des taux féminins, en raison des pics marqués dans cette série.

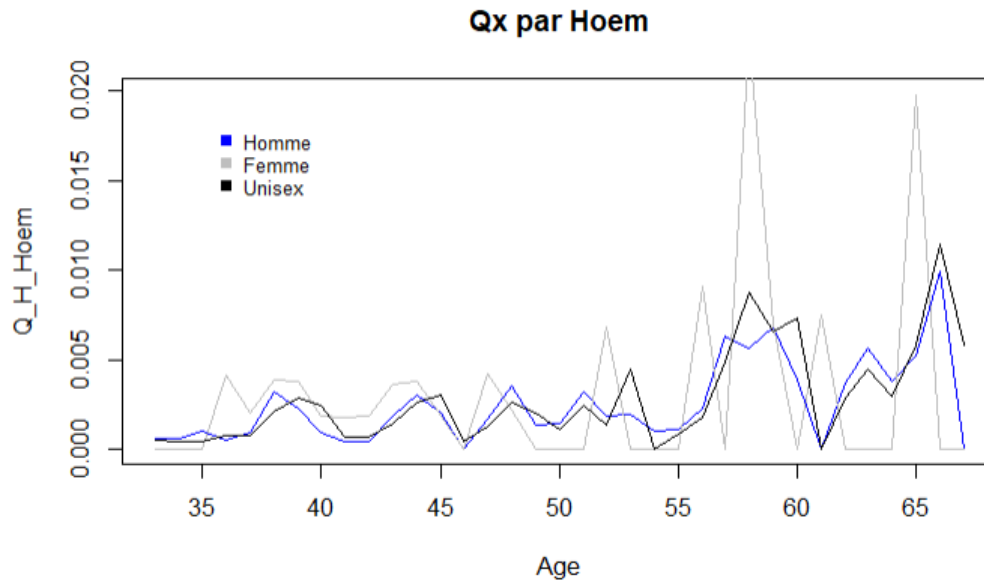


FIGURE III.5 : Taux brutes HOEM

L'intervalle de confiance à 95% pour les taux bruts de décès Q_{brut} est donné par :

$$IC_{95\%} = [Q_{\text{brut}} - z \cdot \sigma, Q_{\text{brut}} + z \cdot \sigma]$$

où $z = 1,96$ correspond à la valeur critique pour un niveau de confiance de 95%.

L'écart-type σ est calculé selon la formule suivante :

$$\sigma = \sqrt{\frac{Q_{\text{brut}} \cdot (1 - Q_{\text{brut}})}{\text{Exposition}}}$$

L'exposition représente le nombre de personnes-années à risque.

intervalle de confiance pour l'estimateur de HOEM

Pour les hommes, les intervalles de confiance sont généralement étroits, ce qui indique une bonne précision des estimations des taux de décès jusqu'à environ 55 ans. Au-delà de 55 ans, les intervalles de confiance s'élargissent, suggérant une augmentation de l'incertitude dans les taux estimés. Les variations observées sont cohérentes avec les caractéristiques de la population masculine étudiée, où

la précision des estimations est plus fiable dans les tranches d'âge inférieures. Les intervalles de confiance pour les femmes sont plus larges comparativement à ceux des hommes, particulièrement après l'âge de 50 ans. Cela pourrait indiquer une plus grande variabilité dans les décès observés pour ce groupe. Les intervalles très larges autour de 60 à 65 ans indiquent une forte incertitude dans les estimations, ce qui pourrait être dû à des fluctuations plus importantes dans les données ou à une moindre représentation des femmes dans cette tranche d'âge. Cette large variabilité reflète également la volatilité observée dans les taux de décès pour les femmes, comme mentionné précédemment.

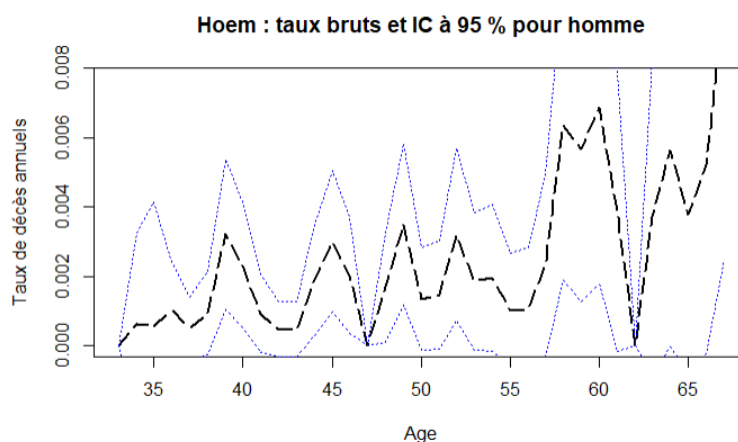


FIGURE III.6 : Taux bruts HOEM, Intervalle de confiance

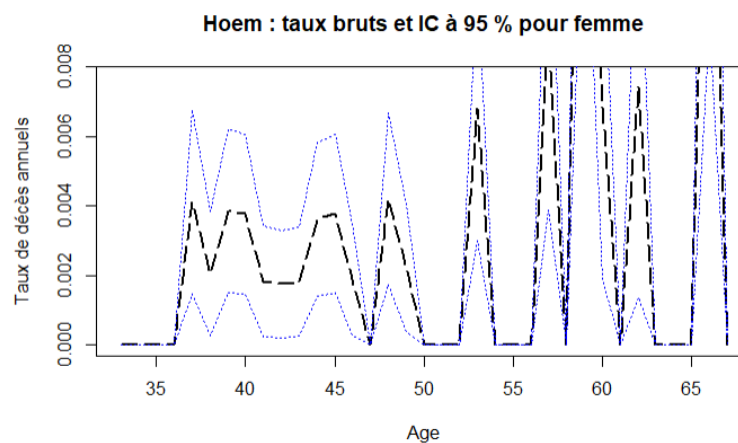


FIGURE III.7 : Taux bruts HOEM, Intervalle de confiance femme

III.2.6 Estimateur de KAPLAN-MEIER

L'estimateur de Kaplan-Meier (KM) s'appuie sur la remarque suivante : la probabilité de survivre au-delà de $t > s$ peut s'écrire :

$$S(t) = P(T \geq t \mid T \geq s)P(T \geq s) = P(T \geq t \mid T \geq s)S(s).$$

Soit i (appartenant à $[x, x+1[$) les instants de conditionnement où se produit un événement, on estime des probabilités de la forme : $p_i = P(T \geq i+1 \mid T \geq i) = \frac{S(i+1)}{S(i)}$.

En pratique, on utilise les notations suivantes :

- q_i : probabilité de décéder en i
- η_i : nombre d'individus vivants juste avant i
- d_i : nombre de décès observés en i
- c_{i-1} : nombre de données censurées (à droite) sur $[i-1, i[$
- t_{i-1} : nombre de données entrantes sur $[i-1, i[$

Un estimateur naturel de $q_i = 1 - p_i$ est $q_i = \frac{d_i}{\eta_i}$, avec $\eta_i = \eta_{i-1} - d_{i-1} - c_{i-1} + t_{i-1}$.

On obtient alors :

$$\frac{\hat{S}(x+1)}{\hat{S}(x)} = \prod_i \left(1 - \frac{d_i}{\eta_i}\right)$$

et on en déduit :

$$\hat{q}_x = 1 - \prod_i \left(1 - \frac{d_i}{\eta_i}\right).$$

L'estimateur de la fonction de survie de Kaplan-Meier a l'avantage de ne faire aucune hypothèse sur la distribution des décès à l'intérieur de l'intervalle $[x, x+1)$. De plus, il permet de calculer des intervalles de confiance grâce à l'estimateur de Greenwood, qui fournit une estimation de la variance de Kaplan-Meier.

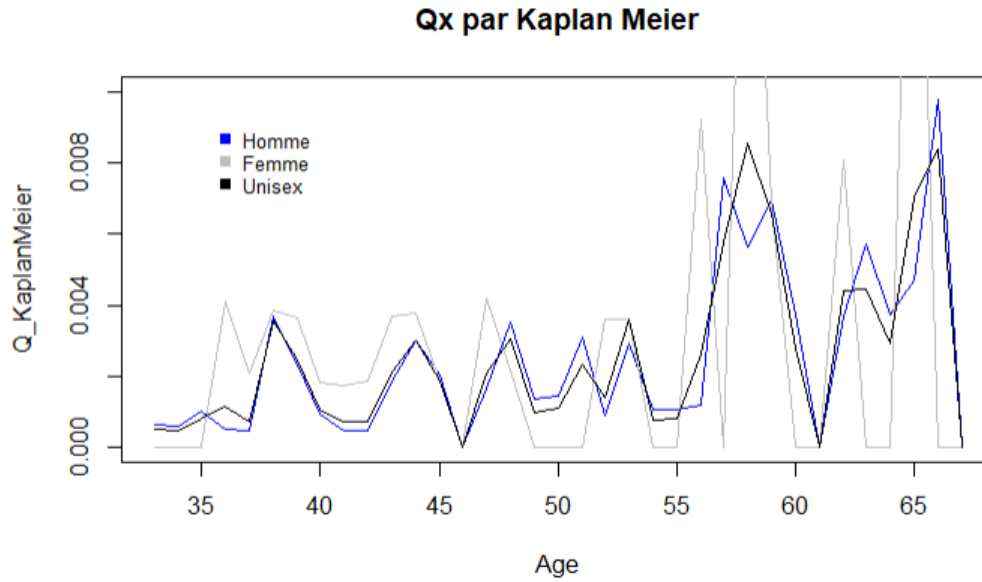


FIGURE III.8 : Taux brutes KAPLAN-MEIER

L'estimateur de la fonction de survie Kaplan-Meier présente l'avantage de ne retenir aucune hypothèse sur la répartition des décès sur $[x, x + 1]$. En outre, il permet également d'obtenir des intervalles de confiance et, à cet effet, on s'appuie sur l'estimateur de Greenwood de la variance de l'estimateur de Kaplan-Meier :

$$\widehat{\text{Var}}(\hat{S}(t)) = \hat{S}(t)^2 \sum_i \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}$$

Intervalles de confiance sur la fonction de survie de Kaplan-Meier :

$$IC_{95\%}(t) = \hat{S}(t) \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{S}(t))}$$

$$IC_{95\%}(t) = \hat{S}(t) \pm u_{1-\alpha/2} \hat{S}(t) \sqrt{\sum_i \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}}$$

$$\hat{S}(t) - u_{1-\alpha/2} \hat{S}(t)^2 \sqrt{\sum_i \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}} \leq S(t) \leq \hat{S}(t) + u_{1-\alpha/2} \hat{S}(t)^2 \sqrt{\sum_i \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}}$$

Dans le cadre du portefeuille d'étude, l'intervalle de confiance de la fonction de survie est donnée par la Figure III.9. Le constat est le même avec l'intervalle de confiance des taux brutes de Hoem dans le cas de la sous-population de genre masculin.

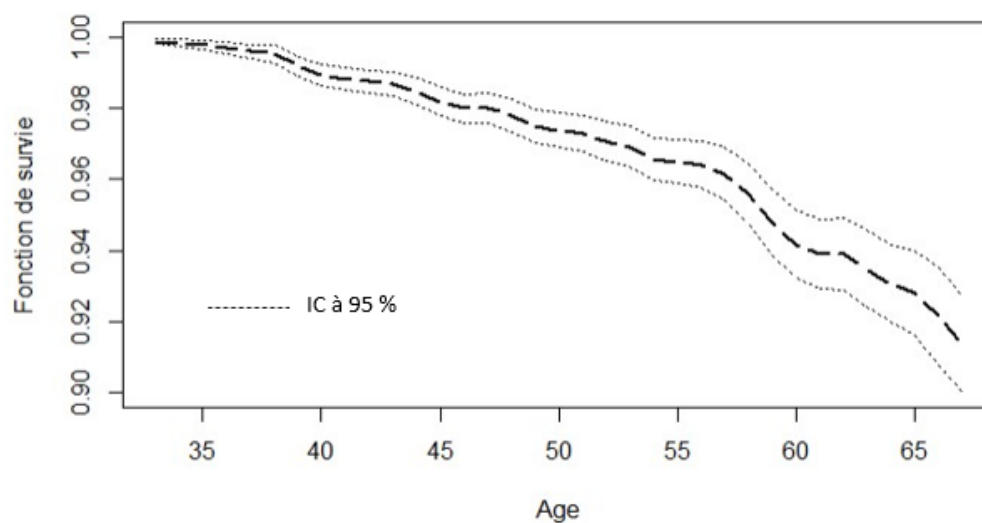


FIGURE III.9 : Fonction de survie de KAPLAN-MEIER

Comparaison des résultats de calcul :

Pour les Hommes, la courbe des résidus de la Figure III.12 pour les hommes reste globalement proche de zéro, indiquant que le modèle de Hoem correspond assez bien aux taux par kaplan-Meier. Les petites fluctuations autour de zéro suggèrent des ajustements mineurs entre les deux méthodes. Pour les Femmes, La courbe des résidus pour les femmes montre des variations plus importantes, notamment autour de l'âge de 60 ans, où les résidus deviennent fortement positifs puis négatifs.

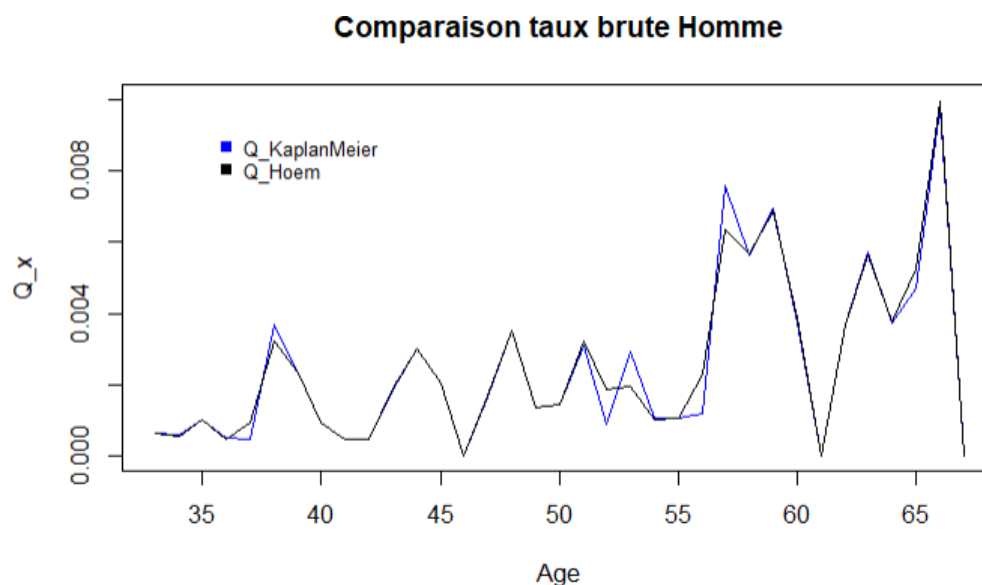


FIGURE III.10 : Taux brutes comparaison

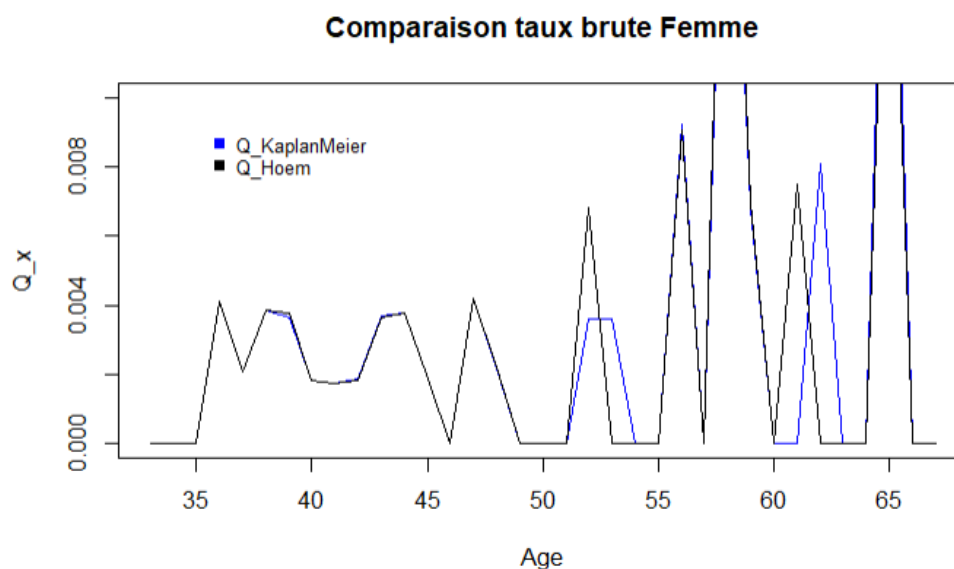


FIGURE III.11 : Comparaison Taux brutes

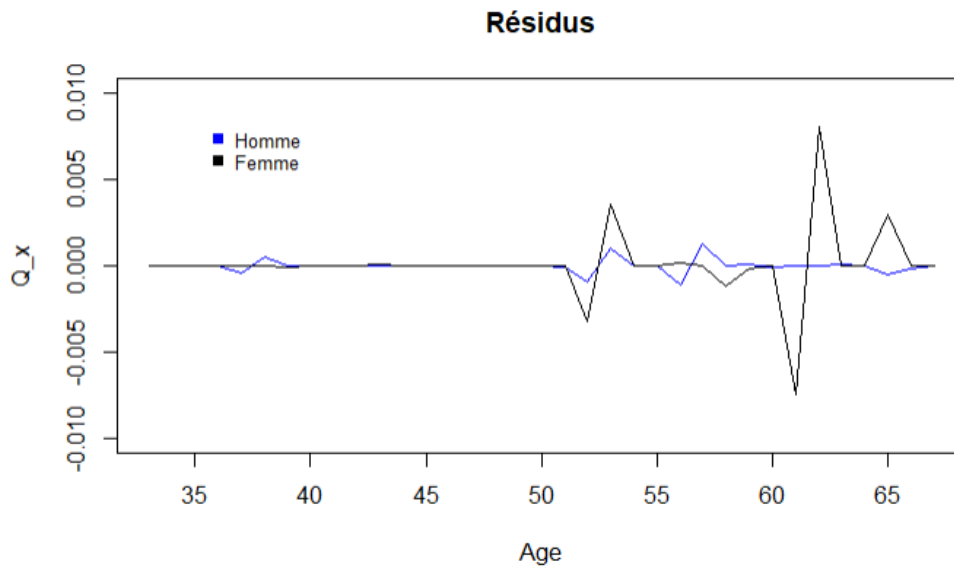


FIGURE III.12 : Résidus différence des taux brutes

Dans la suite de notre évaluation, nous choisissons de poursuivre en considérant la sous population des hommes car ayant plus de données sur cette tranche.

III.2.7 Ajustement des taux brutes

Les estimations âge par âge des taux annuels de décès forment une courbe assez irrégulière, cela est dû aux fluctuations d'échantillonnage et les courbes ne sont pas représentatives de la réalité (à certains âges, les taux bruts de décès sont nuls, mais cela ne signifie pas que la mortalité est réellement inexistante à ces âges). Pour améliorer les estimations de taux et se rapprocher encore plus des véritables taux de mortalité, il est possible d'utiliser des modèles de lissage.

- Modèle non paramétrique : Whittaker-Henderson
- Méthode paramétrique : Makeham, Thatcher
- Modèle relationnel/semi-paramétrique : Brass

Notons que les modèles non paramétriques ne conviennent pas bien au manque de données comme dans notre cas : Ils ont besoin de beaucoup de données pour être stables. Un modèle non paramétrique (comme Whittaker-Henderson) ne suppose pas de forme fonctionnelle pour la mortalité. Il ajuste point par point en fonction des données disponibles. Si les données sont peu nombreuses ou bruitées, le résultat devient instable, non lisse, voire non crédible. Nous n'avons pas de régularité imposée par la forme contrairement aux modèles paramétriques (comme Makeham), qui imposent

une loi structurée, les modèles non paramétriques ne régularisent pas naturellement. Donc, quand les données sont rares, on n'a aucune structure pour « combler » les vides.

Nous présentons en annexe .0.7 les résultats obtenus par la méthode de Whittaker-Henderson.

Makeham

Makeham a proposé une relation permettant d'exprimer le taux de mortalité instantané en incluant un terme indépendant de l'âge. La méthode de Makeham repose sur l'hypothèse que le taux instantané de mortalité peut être exprimé comme suit :

$$\mu_x = a + bx^c, \quad \text{avec } a > 0, b > 0, c > 1$$

Notons que a représente les décès accidentels, bx^c représente les décès dus au vieillissement et μ_x représente le taux instantané de décès à l'âge x .

Comme $p_x = e^{-\int_x^{x+1} \mu_s ds}$

avec, $\int_x^{x+1} a + bC^s ds = \exp(-(a + \frac{b}{\ln c} c^x (c-1)))$

$$\text{on a : } p_x = e^{-(A + \frac{B}{\ln c} (C^x - 1))}$$

Notons $s = e^{-a} < 1$ et $g = e^{\frac{b}{\ln c}} < 1$, on obtient alors : $p_x = sg^{c^x(c-1)} = 1 - q_x$

Pour estimer s, g et c , nous utilisons la **méthode de King et Hardy** :

— Nous avons : $p_x = s \cdot g^{c^x(c-1)}$, donc :

$$\ln(p_x) = \ln(s) + c^x(c-1) \cdot \ln(g)$$

— Soit :

$$A_x = \sum_{y=x}^{x+n-1} \ln(p_y) = n \cdot \ln(s) + \ln(g) \cdot c^x \cdot (c^n - 1)$$

Nous en déduisons que :

$$\frac{A_{x+n} - A_{x+2n}}{A_x - A_{x+n}} = c^n, \quad \text{et donc } c = \left(\frac{A_{x+n} - A_{x+2n}}{A_x - A_{x+n}} \right)^{\frac{1}{n}}$$

D'où :

$$\hat{c} = \left(\frac{\hat{A}_{x+n} - \hat{A}_{x+2n}}{\hat{A}_x - \hat{A}_{x+n}} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad \text{avec } \hat{A}_x = \sum_{y=x}^{x+n-1} \ln(1 - q_y^{\text{brut}})$$

Nous pouvons donc déterminer $\hat{c}$ en prenant une valeur pour x et une valeur pour n .

— De plus,

$$A_x - A_{x+n} = \ln(g) \cdot (c^n - 1)(c^x - c^{x+n})$$

— D'où :

$$g = \exp\left(\frac{A_x - A_{x+n}}{(c^n - 1)(c^x - c^{x+n})}\right) \Rightarrow \hat{g} = \exp\left(\frac{\hat{A}_x - \hat{A}_{x+n}}{(\hat{c}^n - 1)(\hat{c}^x - \hat{c}^{x+n})}\right)$$

— Finalement,

$$s = \exp\left(\frac{A_x - \ln(g) \cdot c^x \cdot (c^n - 1)}{n}\right) \Rightarrow \hat{s} = \exp\left(\frac{\hat{A}_x - \ln(\hat{g}) \cdot \hat{c}^x \cdot (\hat{c}^n - 1)}{n}\right)$$

Dans un deuxième temps, nous pouvons écrire les paramètres c, s, g sous la forme suivante :

$$\begin{cases} c = \hat{c} + \varepsilon_1 \\ g = \hat{g} + \varepsilon_2 \\ s = \hat{s} + \varepsilon_3 \end{cases}$$

Pour estimer les termes correctifs $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, nous utilisons la **méthode des moindres carrés ordinaires**, en minimisant la somme des carrés des erreurs :

$$\sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \left[\ln(1 - q_x^{\text{brut}}) - \ln(\hat{s} + \varepsilon_3) - (\hat{c} + \varepsilon_1)^x \cdot (\hat{c} - 1 + \varepsilon_1) \cdot \ln(\hat{g} + \varepsilon_2) \right]^2$$

Nous en déduisons $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \hat{\varepsilon}_3$, et donc :

$$\hat{\hat{c}} = \hat{c} + \hat{\varepsilon}_1, \quad \hat{\hat{g}} = \hat{g} + \hat{\varepsilon}_2, \quad \hat{\hat{s}} = \hat{s} + \hat{\varepsilon}_3$$

Finalement, les taux lissés par le modèle de Makeham seront donnés par la formule suivante :

$$\hat{q}_x = 1 - \hat{\hat{s}} \cdot \hat{\hat{g}}^{\hat{\hat{c}}^x \cdot (\hat{\hat{c}} - 1)}$$

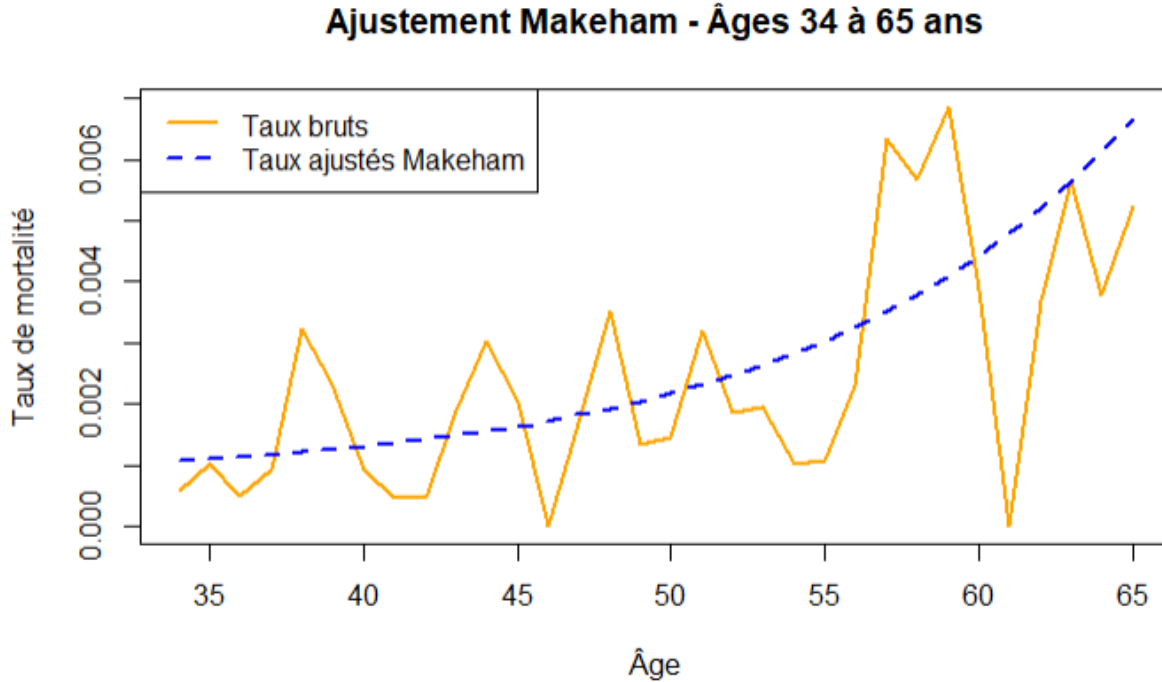


FIGURE III.13 : Taux ajusté MAKEHAM

Thatcher

THATCHER [1999] a proposé un modèle proche en posant

$$\mu_x = \alpha + \frac{\beta \exp(\gamma x)}{1 + \beta \exp(\gamma x)} \quad (2)$$

En utilisant la méthode proposée par [PLANCHET \(2010\)](#), On pose $v_{\beta, \gamma}(u) = 1 + \beta e^{\gamma u}$ et on remarque que :

$$\frac{\beta e^{\gamma u}}{1 + \beta e^{\gamma u}} du = \frac{1}{\gamma} \frac{dv}{v},$$

Le calcul

$$q_x = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} \mu(y) dy\right),$$

conduit à :

$$q_x = 1 - e^{-\alpha} \left(\frac{v_{\beta, \gamma}(x+1)}{v_{\beta, \gamma}(x)} \right)^{-\frac{1}{\beta}}.$$

Nous trouvons de l'estimation de maximum de vraisemblance (EMV) avec les paramètres initiaux, le graphique d'ajustement suivant :

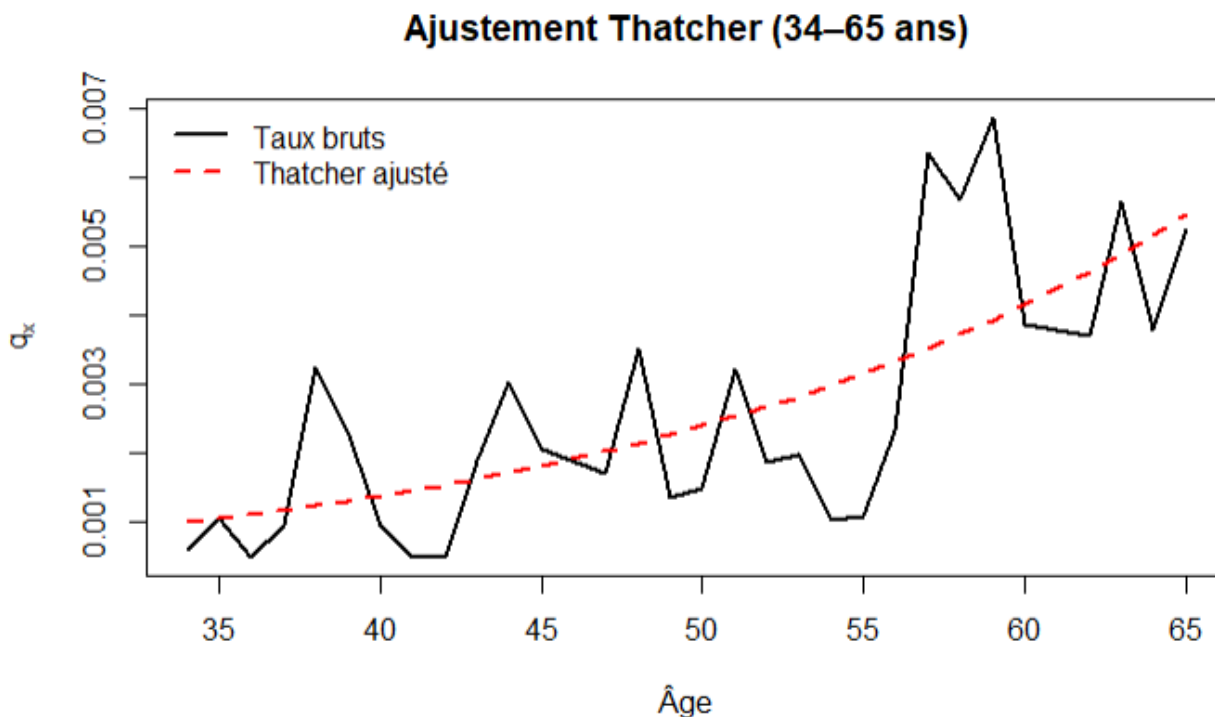


FIGURE III.14 : Taux ajustés tchater

Les ajustements obtenus sont similaires à ceux issus du modèle de Makeham, mais ils présentent des taux légèrement inférieurs.

Modèle de Brass

Les données de mortalité provenant de notre portefeuille ne sont pas suffisantes pour établir directement des tables de mortalité robustes. Pour pallier cette limite, la solution consiste à relier les taux de mortalité observés dans le portefeuille aux taux de mortalité d'une population de référence nationale. Le choix de cette table de référence est délicat ; deux options s'offraient à nous : utiliser une table certifiée sur le portefeuille, ou bien, compte tenu de l'ancienneté de cette certification, construire une nouvelle table de référence plus prudente. Nous avons opté pour la seconde option, la construction de la table étant déjà en cours (voir page 27).

Lorsque le volume de données n'est pas très important, comme dans notre cas, l'utilisation d'un modèle relationnel est pertinente. Cette approche consiste à rechercher un positionnement de la table d'expérience par rapport à une table de référence donnée. Nous choisissons la table CIMA H. L'ajustement est réalisé en régressant les logits d'expérience sur les logits de référence, soit :

$$y_i = \ln \left(\frac{q'_{x+i}}{1 - q'_{x+i}} \right) - \ln \left(\frac{q_{x+i}}{1 - q_{x+i}} \right) + b + e_i$$

Cette équation représente la transformation logistique appliquée aux taux de mortalité d'expérience et de référence, où q'_{x+i} est le taux de mortalité observé de la table d'expérience et q_{x+i} est le taux de mortalité de la table CIMA H. Les termes b et e_i représentent respectivement le biais et les termes d'erreur cf. [KAMEGA \(2006\)](#) et également [PLANCHET & THEROND \(2006\)](#) pour amples détails de la méthode. On obtiens l'ajustement présentée à la Figure III.15.

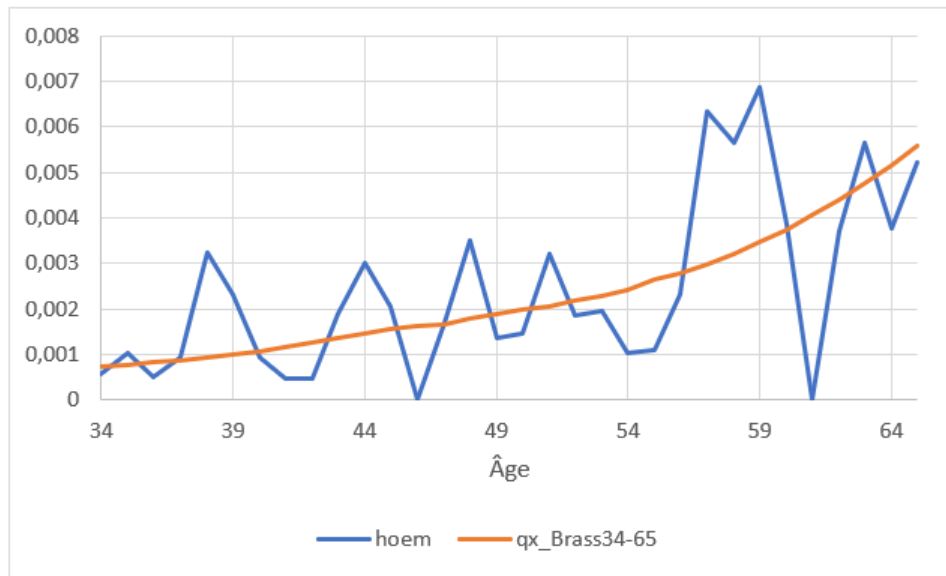


FIGURE III.15 : Taux brutes/Taux ajustés

III.2.8 Validation de l'ajustement

D'une part, pour choisir la méthode de lissage la plus appropriée, nous avons calculé pour chaque approche, la somme

$$\sum_{x=34}^{65} \left(q_x^{\text{brut}} - q_x^{\text{lissé}} \right)^2 ;$$

Plus cette somme tend vers zéro, plus les taux lissés se rapprochent davantage des taux bruts.

Dans le cadre de notre analyse, nous avons limité l'étude à la tranche d'âges allant de 34 à 65 ans. En appliquant notre critère d'évaluation, à savoir la minimisation de la somme des carrés des écarts entre les taux bruts et les taux lissés, nous constatons que l'ajustement de Thatcher fournit de meilleurs résultats que celui de Brass. Ce constat s'explique par la nature plus flexible du modèle

logistique de Thatcher, qui s'adapte de façon plus fine à la forme des données dans cette zone d'âges.

À l'inverse, l'ajustement de Brass repose sur une transformation logit et un recalibrage par rapport à une table de référence. Son objectif est moins de reproduire fidèlement les données brutes que d'assurer une cohérence structurelle et une comparabilité entre tables. De ce fait, bien que l'ajustement de Brass soit plus robuste pour l'élaboration d'une table complète, il peut apparaître moins performant sur une plage restreinte d'âges lorsqu'on utilise comme unique critère la proximité aux observations.

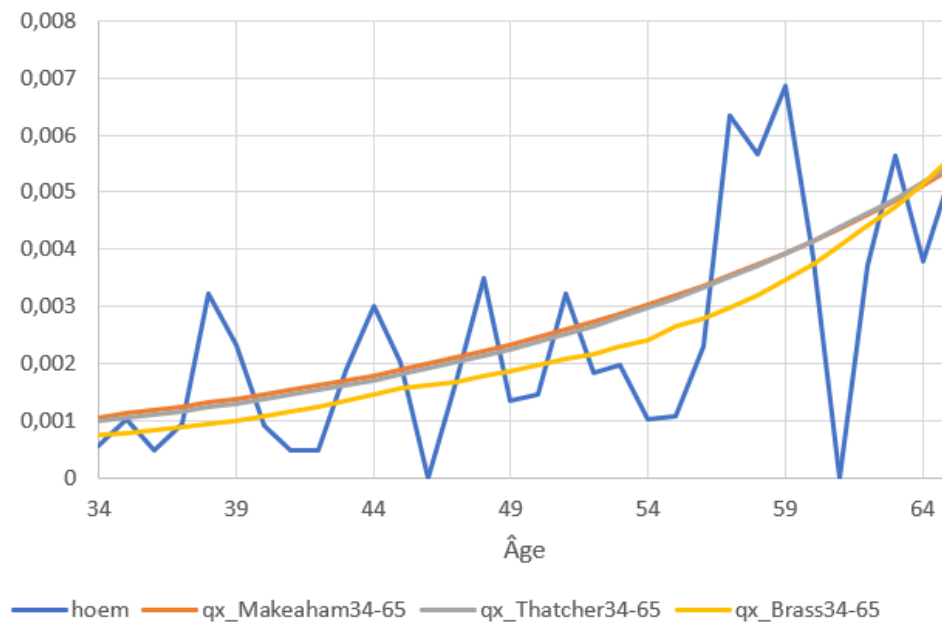


FIGURE III.16 : Taux ajusté/Taux brutes

Test du SMR :

Le SMR (Standardized Mortality Ratio) est le rapport d'un nombre observé de décès (noté O) à un nombre prédit (noté E) peut tout à fait permettre de décider .

$$SMR = \frac{O}{E}, \text{ où } E = \sum_{(x,t)} E_{x,t} \hat{q}_x(t) \text{ et } O = \sum_{(x,t)} D_{x,t} \quad (\text{III.1})$$

$E_x \hat{q}_x$ représente le nombre de décès à l'âge x . Plus ce ratio est proche de 1, meilleur est l'estimation. Si le $SMR > 1$, les décès ajustés sont sous-estimés et réciproquement si $SMR < 1$. Il existe un test afin de déterminer si le SMR est significativement différent de 1. Nous calculons la statistique suivante :

$$\text{Si } \text{SMR} < 1, \text{Stat} = 3 \times \sqrt{D} \left(1 - \frac{1}{9D} - (D/E)^{\frac{1}{3}}\right)$$

$$\text{Si } \text{SMR} > 1, \text{Stat} = 3 \times D^{*1/2} ((9D^*)^{-1} + (D^*/E)^{1/3} - 1)$$

où $D = \sum_{(x,y)} D_{x,y}$, $D^* = \sum_{(x,y)} D_{x,y} + 1$ et $E = E_{x,y} \hat{q}_x(x,y)$

Sous l'hypothèse nulle H_0 : le SMR n'est pas significativement différent de 1. Cette statistique suit une loi normale centrée réduite,

$$\text{Stat} \sim N(0, 1) \quad (\text{III.2})$$

Nous rejetons l'hypothèse nulle si :

$$\text{Stat} > N_{1-\alpha}(0, 1) \quad (\text{III.3})$$

Où $N_{1-\alpha}(0, 1)$ est le quantile de la distribution normale centrée réduite. Et la p-value est donnée par :

$$\text{p-value} = 1 - \Phi_{N_{1-\alpha}(0,1)}(\text{Stat}) \quad (\text{III.4})$$

Nous cherchons à avoir la p-value la plus proche de 1.

Par ailleurs, [Vandenbroucke \(1982\)](#), [Liddell \(1984\)](#) donnent les calculs utiles pour déterminer les intervalles de confiances du SMR.

L'intervalle de confiance à $1 - \alpha$ du SMR est :

$$IC_{1-\alpha}(\text{SMR}) = \left[\frac{O}{E} \times \left(1 - \frac{1}{9 \times O} - \frac{u_{1-\alpha/2}}{3 \times \sqrt{O}}\right)^3; \frac{O+1}{E} \times \left(1 - \frac{1}{9 \times (O+1)} + \frac{u_{1-\alpha/2}}{3 \times \sqrt{O+1}}\right)^3 \right]$$

où $u_{1-\alpha/2}$ est le $(1 - \alpha/2)$ -quantile de la loi normale centrée réduite.

Nous obtenons les chiffres suivants pour chaque méthode :

Année	SMR	IC_95_bas	IC_95_haut
01/01/2020–31/12/2020	0.6304241	0.3601065	1.023834
01/01/2021–31/12/2021	0.8763903	0.5350938	1.353589
01/01/2022–31/12/2022	0.8216392	0.4944482	1.283165
01/01/2023–31/12/2023	1.0271522	0.6509127	1.541310

TABLEAU III.3 : SMR avec intervalle de confiance à 95% (méthode Makeham).

Année	SMR	IC_95_bas	IC_95_haut
01/01/2020–31/12/2020	0.6304869	0.3601424	1.023936
01/01/2021–31/12/2021	0.8764578	0.5351350	1.353693
01/01/2022–31/12/2022	0.8216964	0.4944826	1.283254
01/01/2023–31/12/2023	1.0272308	0.6509625	1.541428

TABLEAU III.4 : SMR avec intervalle de confiance à 95% (méthode Thatcher).

Année	SMR	IC_95_bas	IC_95_haut
01/01/2020–31/12/2020	1.120216	0.6398821	1.819275
01/01/2021–31/12/2021	1.557996	0.9512590	2.406333
01/01/2022–31/12/2022	1.459197	0.8781191	2.278847
01/01/2023–31/12/2023	1.825880	1.1570713	2.739854

TABLEAU III.5 : SMR avec intervalle de confiance à 95% (méthode Brass).

→ Makeham et Thatcher donnent tous deux de bons ajustements (SMR proches de 1, IC resserrés).

La méthode de Brass sous-estime la mortalité sur cette tranche d'âge. Bien que les méthodes de Makeham et Thatcher surestiment la mortalité, nous les conserverons en l'état. En effet, la pratique courante en actuariat veut que, pour un ajustement de 100% suivant le SMR, les taux ajustés soient prudemment revus à la hausse. Le choix optimal se porte donc sur Makeham (ou Thatcher, qui produit un résultat presque identique pour cette plage).

III.2.9 Fermeture de la table

Une fois les taux ajustés sur les tranches d'âges pour lesquelles les données sont plus nombreuses, il est nécessaire de prolonger ces taux vers les âges les plus jeunes (18 à 33 ans) ainsi que vers les âges avancés (66 à 70 ans), de manière à constituer une table qui prend en compte tous les âges de

notre portefeuille.

Pour l'ouverture de la table de mortalité, nous retenons les résultats de la méthode Thatcher pour la tranche d'âge allant de 34 à 65 ans.

Dans un premier temps, on fait une régression en prenant comme population Y les taux lissés masculins et comme population X ceux de la table réglementaire CIMA H.

Nous obtenons les coefficients suivants :

Coefficients :	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-1.3871	0.1216	-11.40	1.97e-12 ***
logit_cima	0.8665	0.0242	35.81	< 2e-16 ***

Nous avons donc pu déduire les taux de mortalité de la table d'expérience entre 18 et 33 ans, puis entre 65 et 70 ans, par la relation :

$$\text{Logit}(q_x) = -1,3871 \text{ Logit}(q_x^{CIMA H}) + 0,8665$$

III.2.10 Backtesting de la table globale

En établissant un intervalle de confiance à 95% pour les décès prédits, il nous est possible d'analyser la position relative des courbes de décès observés et prédits par rapport à cet intervalle. Nous avons le graphique suivant :

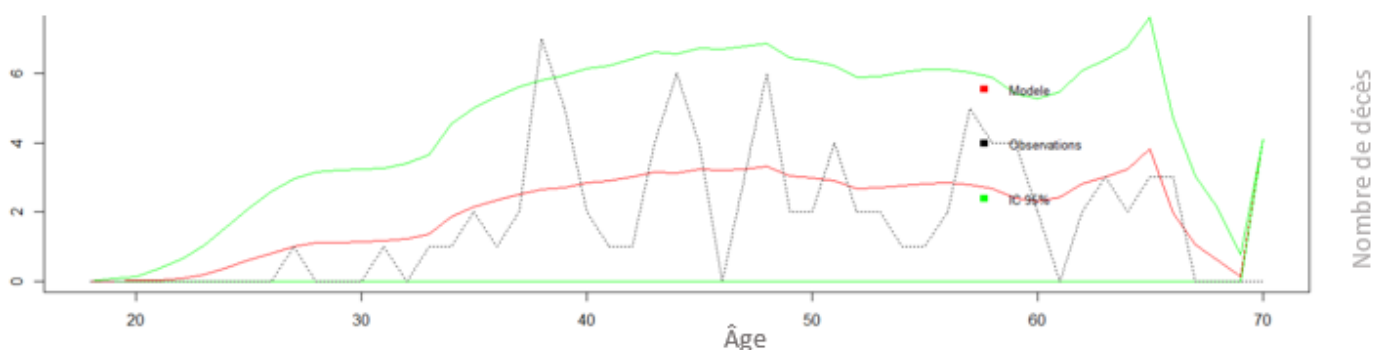


FIGURE III.17 : Backtesting de la table complète

La courbe rouge, qui représente les prédictions du modèle, suit de très près les points noirs, ce qui indique que la loi ajustée est capable de reproduire le comportement de la mortalité observée. De plus, la majorité des points noirs se trouvent à l'intérieur de l'intervalle de confiance matérialisé par la ligne verte. Le modèle est donc non seulement capable de prédire les observations, mais il est également statistiquement valide, car les résultats réels tombent majoritairement dans la plage de confiance attendue.

Pour le calcul de la P-value du SMR de chaque année, on obtient les chiffres suivant :

P-values pour le SMR par année :			
0.9921039	0.8216809	0.9685133	0.8900474

Les SMR eux étant données par :

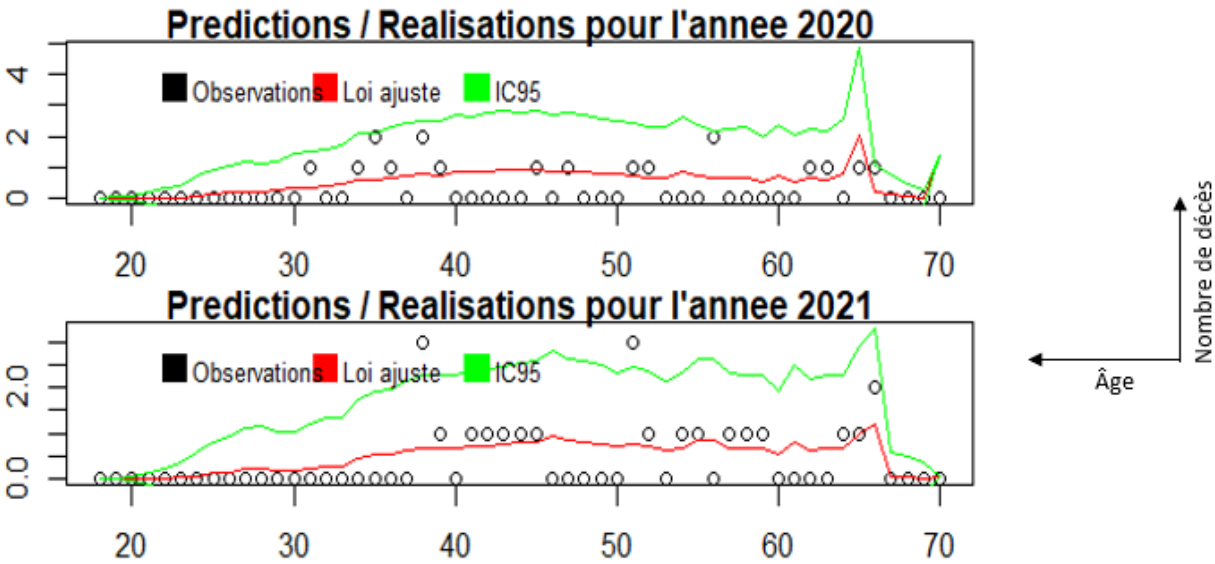


FIGURE III.18 : SMR 2020 et 2021- table globale

Année	SMR	IC_95_bas	IC_95_haut
01/01/2020–31/12/2020	0.7033019	0.4573688	0.9535336
01/01/2021–31/12/2021	0.8385313	0.5253158	1.2696126

TABEAU III.6 : SMR avec intervalles de confiance à 95% (Table complète).

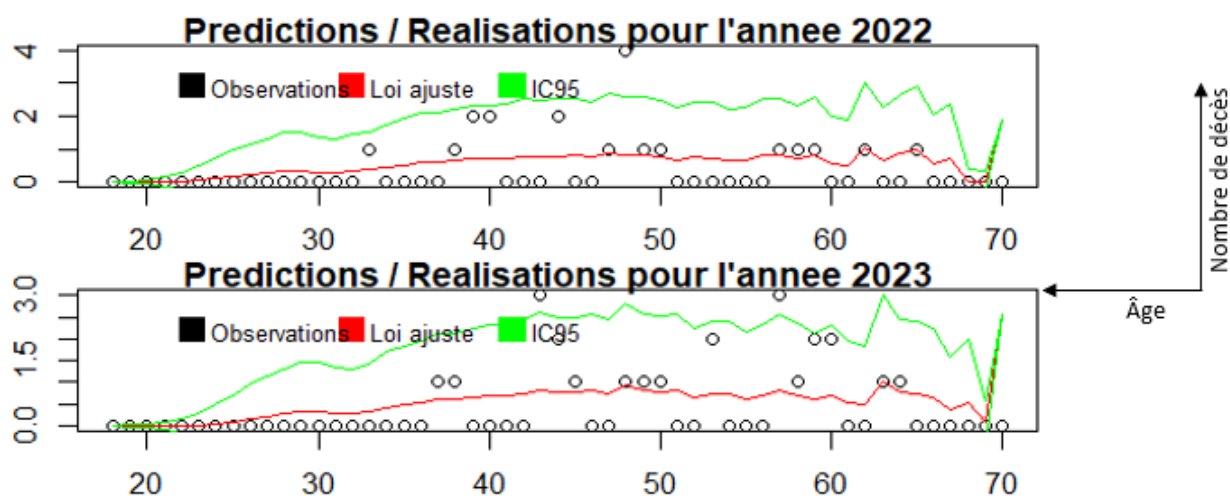


FIGURE III.19 : SMR 2022 et 2023 table globale

Année	SMR	IC_95_bas	IC_95_haut
01/01/2020–31/12/2020	0.7074968	0.4197619	1.0618420
01/01/2021–31/12/2021	0.7928711	0.5024474	1.1897561

TABLEAU III.7 : SMR avec intervalles de confiance à 95% (Table complète).

Au vue des sortie présentées ci dessus, on peut donc conclure que le backtesting des décès prédits valide la table que nous avons construite.

La construction de la table de mortalité des contrats décès emprunteur nous permet de voir qu'on a un bénéfice dégagé au niveau de la mortalité et qu'il faudrait faire un abattement moyen de 35% sur les taux de la table réglementaire pour refléter la structure de mortalité du portefeuille(abattement de 40% entre 18 et 38 ans, un abattement de 32% entre 39 et 65 ans ensuite un abattement de 28% entre 66 et 70 ans)

III.3 ÉCART DE GESTION

Face à l'insuffisance de données pour modéliser les frais généraux et saisir la relation entre ces frais et leurs facteurs d'influence, nous avons choisi de simplifier la démarche de cette section.

Le calcul des écarts de chargement est essentiel pour évaluer l'efficacité des primes fixées. Un écart trop élevé pourrait indiquer une surcharge excessive, tandis qu'un écart trop faible pourrait signaler une sous-estimation des frais réels.

Il s'agit ici de pouvoir déterminer si les frais de gestion de la note technique, c'est à dire les frais prélevés sur les contrats correspondent effectivement aux frais de gestion réellement dépensés.

Prenons l'exemple d'un assuré donné, soit C le capital initial emprunté, T la durée du contrat (en années), et $f_p = 2,75\%$ le taux de frais de gestion prévus initialement. Les frais de gestion prélevés au contrat sont égales à la VAP de $2,75\% \times C$ par année de contrat.

L'estimation des frais de gestion réellement dépensés est faite tel qu'au chapitre 2 : nous appliquons la moyenne du ratio global de frais de gestion de toute la compagnie aux primes nettes de Réassurance du portefeuille emprunteur.

Écart entre les frais réels et frais prévus : $\Delta F = \text{Frais réels} - \sum (f_p \times C \times T)$

Sur les trois dernières années, on a les chiffres suivants (Tableau III.8) :

Année	Primes nettes	Nombre	Frais Gestion Réels	Frais Note technique	Perte de gestion
2021	1 054 362 320	2 651	326 852 319	110 228 580	216 623 739
2022	1 137 801 962	2 976	352 718 608	123 742 080	228 976 528
2023	1 771 503 913	3 665	549 166 213	152 390 700	396 775 513

TABLEAU III.8 : Primes nettes, frais de gestion et perte de gestion

Ajustement des frais de gestion futurs :

Le nouveau taux de frais de gestion à prélever annuellement est calculé de façon simplifiée ainsi :

$$f'_p = \frac{F_r}{C \times (T)}$$

C est le capital moyen emprunté avec $C=900000$

T est la durée moyenne d'un contrat en année avec $T=1.68$

F_r la dépense moyenne en frais de gestion d'un contrat

Par suite, les taux de frais de gestion qui auraient dû être prélevés sur les trois dernières années sont donnés par le tableau III.9 :

Année	Taux de frais
2021	0.008154363
2022	0.007838693
2023	0.0099101

TABLEAU III.9 : Frais de gestion et taux de chargement

Les frais de gestion tels que prévus au contrat ne suffisent pas à couvrir les frais réellement dépensés par la compagnie. La ventilation des frais généraux donne environ 8 ‰ du capital emprunté par année de contrat. Par contre, les frais de gestions estimé peuvent être plus ou moins élevé que les résultats obtenus.

Pour instituer une méthode rigoureuse et efficace de comptabilisation des dépenses relatives à un portefeuille de contrats décès emprunteur, il est impératif d'implémenter un système méthodique qui minimise les approximations de frais généraux. Ce processus débute par une identification méticuleuse des types de dépenses, en distinguant avec clarté les frais de gestion directs, tels que les coûts liés au traitement des réclamations et à la gestion des contrats, des frais indirects, tels que les charges administratives et les salaires des personnels directement engagés dans la gestion des contrats.

Par la suite, il conviendra de mettre en œuvre un système de suivi des dépenses apte à consigner en temps réel les frais directs imputables aux contrats, tout en attribuant avec précision les frais indirects. Pour ces derniers, il est crucial d'adopter une méthode de répartition fondée sur des critères objectifs, tels que le volume des contrats ou le temps alloué, afin de répartir les coûts généraux de manière équitable.

En outre, l'établissement de centres de coûts spécifiques pour les frais indirects pourrait permettre une attribution précise et un suivi détaillé des dépenses. Cette approche favorisera une réconciliation régulière des dépenses réelles avec les prévisions budgétaires, facilitant ainsi l'identification et l'ajustement des écarts éventuels, ainsi que la révision des méthodes de répartition des coûts au besoin. Une telle démarche intégrée aboutira à une réduction significative des estimations des frais généraux, assurant ainsi une comptabilisation plus précise et une gestion financière optimisée des contrats décès emprunteur.

LIMITE DE L'ÉTUDE

Bien que cette étude aspirait à offrir des réponses exactes aux questions problématiques posées sur le sujet exploré, il serait présomptueux de prétendre à une perfection. Dans les méandres de toute recherche, chaque avancée, aussi significative soit-elle, porte en elle les traces de ses propres imperfections. Ainsi, au fil de notre analyse, nous avons discerné certaines limites inhérentes à notre démarche, des fragilités présentes, qui méritent d'être reconnues pour mieux cerner les contours de la vérité que nous avons tenté d'approcher. Celles-ci, loin de ternir la portée de nos conclusions, témoignent de l'humilité avec laquelle toute quête de savoir se doit d'être conduite.

(1) : Lors de l'étude, nous sommes avons étudier la rentabilité globalement et nous nous sommes appesantis sur la mortalité et les chargements de gestion laissant la garantie invalidité de coté faute d'informations suffisantes dans la base pour rendre compte de ce qu'un vieillissement d'un an est suffisant pour couvrir le capital restant du en cas d'invalidité totale et permanente.

(2) : Les données fournies présentaient de nombreuses anomalies, pouvant introduire des biais dans les résultats, notamment en ce qui concerne l'analyse de la mortalité et le calcul des provisions. Ces anomalies pouvant être corrigées par la mise en place de méthodes rigoureuses d'enregistrement des données, adaptées aux évaluations actuarielles.

(3) : Les données disponibles ne sont pas suffisantes pour élaborer une table de mortalité très robuste. La construction d'une table de mortalité nécessite de mobiliser les outils propres à la mesure du risque d'estimation associé à sa réalisation. En particulier la mesure du risque associé à la construction d'une loi d'expérience à partir d'une sous population de la population globale.

CONCLUSION

Il était question dans ce mémoire d'explorer la question de la rentabilité des contrats décès emprunteur, en s'appuyant sur le calcul du Ratio Combiné comme indicateur de rentabilité. L'étude a mis en lumière les sources de profit ou de perte, révélant s'il existe des ajustements nécessaires ou des marges de manœuvres sur les prix des contrats.

Dans la première partie nous avons analysé la rentabilité à 90% du Ratio Combiné. Il en découle que le portefeuille est globalement rentable. On a tout de même souligné malgré le manque d'information quant aux revenus financiers la nécessité d'utiliser conjointement au ratio combiné des indicateurs qui prennent en compte les revenus financiers ainsi que le capital alloué par l'actionnaire pour l'activité tels que le ROE et la VAN.

Dans la deuxième partie nous avons procédé à une analyse de la marge technique en s'appuyant sur l'écart de mortalité et les écarts de chargements. Le calcul des taux de mortalité, comparés à ceux de la table de mortalité de référence, a permis de dégager des écarts significatifs, un abattement de 28% à 40% suivant les âges peut être réalisé pour refléter au mieux la mortalité du portefeuille (abattement de 40% entre 18 et 38 ans, un abattement de 32% entre 39 et 65 ans ensuite un abattement de 28% entre 66 et 70 ans) : c'est dire que suivant la méthode de sélection de risque utilisée, l'entreprise possède une marge de manœuvre sur la prime de risque qui est en réalité inférieure à celle obtenue par la table CIMA H. Par contre, vu les dépenses en frais de gestion, les tarifs ne peuvent pas être revus à la baisse car l'analyse des écarts de chargement a démontré une perte de gestion allant jusqu'à 396 millions de francs cfa en 2023. Ces pertes sont compensées par les bénéfices de mortalité ce qui offre une rentabilité limite entre 87% et 91% sur les dernières années. Les frais prévus par la note technique sont de 2,75‰ par année de contrat par contre les frais de gestion réellement dépensés sont de 8‰ du capital par année de contrat. De plus, la difficulté à estimer de façon rigoureuse les frais de gestion réellement dépensés a montré la nécessité de mettre en place un plan d'identification méticuleux des types de dépenses, en distinguant avec clarté les frais de gestion directs, tels que

les coûts liés au traitement des réclamations et à la gestion des contrats, des frais indirects, tels que les charges administratives et les salaires des personnels directement engagés dans la gestion des contrats.

L'étude met en exergue les défis inhérents à la gestion des contrats d'assurance décès emprunteur, notamment la rigueur dans l'élaboration des hypothèses de tarification, dont l'exactitude est déterminante pour assurer la rentabilité de ces contrats. Dans un contexte marqué par une détérioration des indicateurs écologiques, dont l'impact sur la sinistralité pourrait s'accroître à l'avenir, se pose une question essentielle : comment garantir à la fois compétitivité et pérennité du portefeuille emprunteur sur le long terme ?

Bibliographie

- AAA (2016), *dispositif de gestion des risques dans le cadre de lancement de produits d'assurance*, Atelier de l'actuariat africain (5ème édition).
- KALFA, S. (2017), : Analyse de la rentabilité d'un contrat d'assurance emprunteur dans le cadre de la mise en place des nouvelles normes réglementaires solvabilité 2, Master's thesis, Centre d'Etudes Actuarielles.
- KAMEGA, A. (2006), Outils théoriques et opérationnels adaptés au contexte de l'assurance vie en Afrique subsaharienne francophone – Analyse et mesure des risques liés à la mortalité, PhD thesis, Université Claude Bernanrd de LYON 1.
- Liddell, F. D. K. (1984), 'Simple exact analysis of the standardised mortality ratio', *Journal of Epidemiology and Community Health* .
- PLANCHET, F. (2010), *Modèles de durée, support de cours. Statistique des modèles paramétriques et semi-paramétriques*.
- PLANCHET, F. & THEROND, P. (2006), *Modèles de Durée - Applications actuarielles*, 1 edn, Economica.
- Rosspopoff, B. (2013), Modèles historique et risque neutre de taux et d'inflation pour l'assurance, Master's thesis, ISFA, Univ. Clauder Bernard Lyon 1, Lyon.
- TALOURD, F. (2002), :la rentabilite des contrats collectifs d'assurance emprunteurs, Master's thesis, Centre d'Etudes Actuarielles.
- Vandenbroucke, J. P. (1982), 'A shortcut method for calculating the 95 per cent confidence interval of the standardized mortality ratio. [letter.]', *American Journal of Epidemiology* **115**, 303–304.
- ZUO, M. Q. (2013), Construction d'une table de mortalité pour l'assurance décès vie entière, Master's thesis, ISUP, Univ. Clauder Bernard Lyon 1, Lyon.

ZUO, Qi(2006), :Construction d'une table de mortalité pour l'assurance Décès Vie Entière, Master's thesis ; ISUP

BABIN, S.()Tarification en assurance emprunteur :création de tables de mortalité d'expérience après segmentation d'un portefeuille de prêts personnels par scoring, Master's thesis ; Université Paris-Dauphine

ZHANG, X.(2011)Construction des tables de mortalité d'expérience en cas de décès, Master's thesis ; ISFA, Université Claude Bernard – Lyon 1

PLANCHET F. (2014) Modèles de durée et applications actuarielles, Cours MP2. Disponible sur : [http ://www.ressources-actuarielles.net/](http://www.ressources-actuarielles.net/).

Rapports annuels BEAC

[https ://www.beac.int/publications/rapports-annuels/rapports-annuels-de-la-banque/](https://www.beac.int/publications/rapports-annuels/rapports-annuels-de-la-banque/)

Rapport annuels CNEF

[https ://cnefcameroun.cm/index.php/81-une/informations-permanentes](https://cnefcameroun.cm/index.php/81-une/informations-permanentes)

Rapport annuel CIMA exercice 2021

Annexes

.0.1 Extrait de tarif

N°	Age	Montant	Durée du prêt	Taux d'intérêt	Périodicité	PUC'
1	25 ans	1 000 000	2 ans	9,54%	Mensuelle	5 610
2	30 ans	1 000 000	2 ans	9,54%	Mensuelle	5 903
3	35 ans	1 000 000	2 ans	9,54%	Mensuelle	6 535
4	41 ans	1 000 000	2 ans	9,54%	Mensuelle	8 231
5	25 ans	1 000 000	2 ans	9,54%	Trimestrielle	6 022
6	30 ans	1 000 000	2 ans	9,54%	Trimestrielle	6 336
7	35 ans	1 000 000	2 ans	9,54%	Trimestrielle	7 017
8	41 ans	1 000 000	2 ans	9,54%	Trimestrielle	8 841
9	25 ans	1 000 000	7 ans	13,00%	Mensuelle	20 152
10	30 ans	1 000 000	7 ans	13,00%	Mensuelle	21 418
11	35 ans	1 000 000	7 ans	13,00%	Mensuelle	24 384
12	41 ans	1 000 000	7 ans	13,00%	Mensuelle	31 512

TABLEAU 10 : Extrait de tarif

.0.2 Indicateurs pertinents en Zone CIMA

Quels indicateurs retenir ? (1/2)

Dimension stratégique	Exemple d'indicateurs	Simplicité de l'implémentation	Accessibilité des données	Degré d'intelligibilité	Pertinence	Avantages et inconvénients
Rentabilité	Return On Equity : Résultat rapporté au capital à une date donnée	+++	+++	+++	+++	Mesure pragmatique et facilement compréhensible
Rentabilité	Résultat net	+++	+++	+++	+	Indicateur suivi de près par le management Indicateur statique sans vision prospective
Rentabilité	Ratio S/P Part des sinistres couverts par les primes versées	+++	+++	+++	+	Indicateur simple à implémenter Adapté aux business courts sans enjeu ALM
Rentabilité	NBV Valeur actuelle des marges futures des nouvelles affaires	---	---	+++	+++	Capte la dimension long terme des profits Nécessite de nombreuses projections stochastiques Dépend de l'affaire moyenne initiale
Rentabilité	RORAC Taux de rendement sur le capital ajusté	---	-	-	---	Plus proche du risque inhérent au produit Prend en compte des problématiques d'allocation du capital qu'il n'y a pas en zone CIMA
Solvabilité	Ratio de couverture Rapport des fonds propres admissibles sur le BMS	-	+++	+++	+++	Vision globale de la solvabilité Indicateur calculé en fin d'année
Suivi de la performance	Taux de marge Rapport du résultat sur les primes	+++	+++	+++	+	Indicateur simple à implémenter
Suivi de la performance	TRI Taux de rendement minimum d'un portefeuille	---	-	+++	+++	Permet de faire une comparaison entre les produits Nécessite de projeter de nombreux paramètres

- Très complexe à implémenter - Difficilement appréciable - Données inexistantes - Non pertinent en zone CIMA	- Complexe à implémenter - Définition qui ne s'inscrit pas tout à fait dans le contexte - Données quasi inexistantes - Non pertinent en zone CIMA	- Simple à implémenter en fonction du contexte - Appréciable - Données existantes - Pertinence relativement à d'autres indicateurs en zone CIMA	- Simple à implémenter - Facilement appréciable - Données facilement disponibles - Pertinent en zone CIMA
--	--	--	--

Indicateurs pertinents en Zone CIMA

.0.3 Examens médicaux

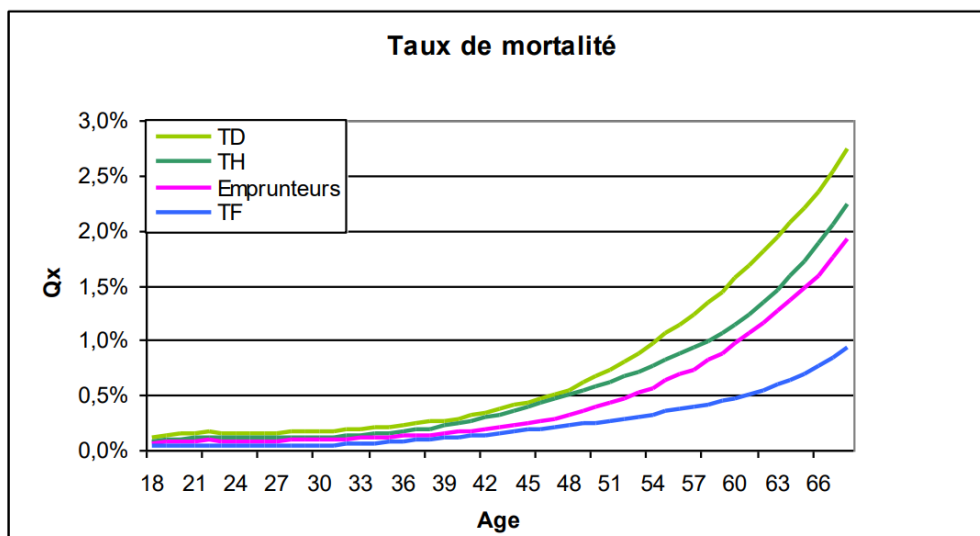
À FAIRE	EXAMENS
✓	Rapport médical, Analyse des urines, Tension artérielle
✗	Électrocardiogramme (ECG)
✗	Rapport cardio-vasculaire (RCV)
✗	Radiographie du thorax (CXR)
✓	Hémogramme (Hématocrite et taux d'hémoglobines)
✓	Vitesse de sédimentation (VS)
✗	Sérologie 1 (Tréponématoses TPHA-VDRL)
✓	Sérologie 2 (Marqueurs de virus de l'hépatite B, Antigène HBS et HBE + anticorps anti HBS)
✗	Sérologie 3 Test de dépistage (HIV 1 et HIV 2)
✗	Profil sanguin 1 (Urée, acide urique, glucose, cholestérol total et HDL, créatinine, triglycérider)
✗	Profil sanguin 2 (Dosage de la gamme GT et des transaminases)
✗	PSA (Antigène spécifique de la prostate)

Liste des examens médicaux

.0.4 Mortalité des emprunteurs

L'abattement est sur la table de 47% à 20 ans, 47% à 30 ans, 44% à 40 ans, 42% à 50 ans, 38% à 60 ans, 28% à 70 ans, 18% à 80 ans.

Les nouvelles lois de mortalité TF 00-02 et TH 00-02 confortent les abattements vis-à-vis de la TD 88-90, et permettraient même des abattements supplémentaires.



Mortalité des emprunteurs par rapport aux tables réglementaires en France

.0.5 Période d'observation

La période d'observation inclue :

- les matricules ayant adhéré au contrat pour la 1^{ère} fois avant le 01/01/2020 et sortis (décès ou autre motif) après le 01/01/2020 (les matricules non sortis doivent être inclus)
- les matricules ayant adhéré au contrat pour la 1^{ère} fois après le 01/01/2020 et sortis (décès ou autre motif) avant le 31/12/2023 (les matricules non sortis doivent être inclus);
- les matricules ayant adhéré au contrat pour la 1^{ère} fois avant le 31/12/2023 et sortis (décès ou autre motif) après le 31/12/2023 (les matricules non sortis doivent être inclus).

Et ensuite après traitement, on obtient les données sous cette forme :

Identifiant	DateNaissance	DateEntree	DateSortie	Etat	Sexe	Statut
A0001	18/01/1973	17/04/2019	17/07/2020	Non sinistré	M	autre
A0002	04/04/1985	03/06/2021	03/06/2023	Non sinistré	F	autre
A0003	13/09/1975	20/02/2020	20/04/2021	Non sinistré	M	autre
A0004	04/02/1977	21/06/2019	21/08/2020	Non sinistré	M	autre
A0007	05/09/1972	24/07/2016	24/07/2020	Non sinistré	M	autre
A0008	02/10/1998	14/08/2021	14/08/2024	Non sinistré	M	autre
A0009	01/04/1987	25/10/2019	25/10/2020	Non sinistré	M	autre
A0010	05/02/1987	06/01/2023	06/01/2028	Non sinistré	F	autre
A0011	05/01/1985	05/02/2018	05/02/2020	Non sinistré	M	autre
A0013	05/02/1987	02/09/2019	02/09/2020	Non sinistré	F	autre
A0014	06/10/1973	06/07/2021	06/07/2026	Non sinistré	M	autre
A0109	11/06/1964	26/05/2020	29/11/2023	sinistre réglé	M	sinistré

Données finales

où :

- la variable 'Etat' peut prendre les modalités "Sinistre réglé", "Non sinistré" et "PSAP"
- la variable 'Statut' peut prendre les modalités "autre" et "sinistré"

.0.6 Statistiques de mortalité et d'exposition

Indicateur	2020	2021	2022	2023
Période	01/01-31/12	01/01-31/12	01/01-31/12	01/01-31/12
Ventilation de l'exposition (H)	14625	14240	14334	14684
Âge moyen de l'exposition (H)	41,9	42,1	41,8	42,1
Ventilation des décès (H)	21	24	24	23
Âge moyen au décès (H)	46,8	51,6	46,2	51,5
Taux de décès bruts (en %)	0,14359	0,16853	0,16743	0,15662

Statistiques de mortalité et d'exposition

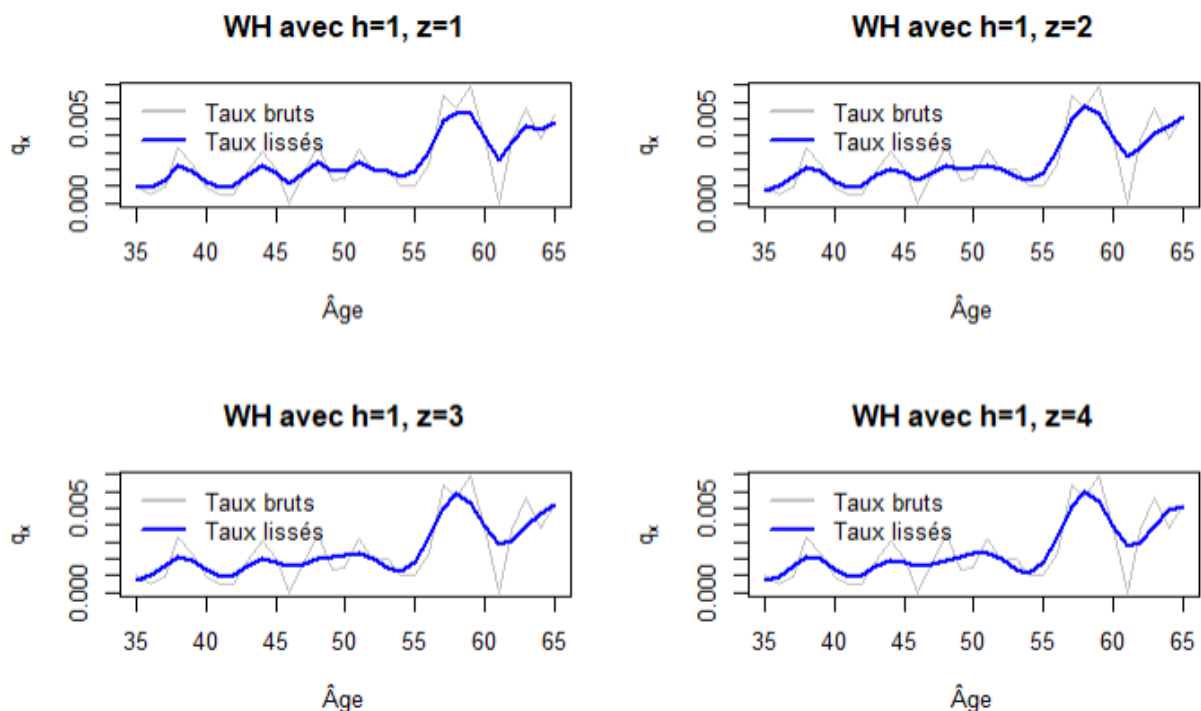
.0.7 Méthode de Whittaker-Henderson

La méthode de Whittaker-Henderson est une approche pour lisser les taux de mortalité en trouvant le meilleur compromis entre deux objectifs : la fidélité aux données brutes et la régularité de la courbe lissée. Pour y parvenir, elle combine deux critères distincts en une seule fonction à minimiser.

Les paramètres de cette méthode sont :

z : le paramètre de régularité

h : le paramètre de fidélité ou de précision



Méthode de WH

Le graphique révèle clairement que les courbes lissées (en bleu) ne sont pas parfaitement continues ni visuellement fluides.

Pour obtenir une courbe visuellement continue et croissante on a deux solutions :

Solution 1 : Interpolation par spline sur les taux lissés.

Solution 2 : passer à un modèle fonctionnel (paramétrique ou relationnel)

Faiblesses (Inconvénients de cette méthode) :

- Le choix des paramètres h et z est complexe.
- En tant que méthode non paramétrique, elle n'est pas adaptée aux portefeuilles de petite taille, car le manque de données peut rendre les résultats instables et peu fiables.

Table des matières

Remerciements	2
Résumé	4
Abstract	5
Liste des figures	6
Liste des tableaux	7
Liste des abréviations	9
INTRODUCTION GÉNÉRALE	10
I CADRE DE L'ÉTUDE ET PRÉSENTATION DE L'ASSURANCE EMPRUNTEUR	12
I.1 ASSURANCE VIE EN ZONE CIMA	12
I.1.1 Présentation de la CIMA	13
I.1.2 Dynamisme de l'assurance vie et capitalisation en zone CIMA	15
I.2 L'ASSURANCE DES EMPRUNTEURS	18
I.2.1 Marché du crédit	18
I.2.2 Marché de l'assurance emprunteur	20
I.2.3 Le cadre juridique général	22
I.3 CADRE D'ENTREPRISE	23
I.3.1 Garantie et conditions d'adhésion	23
I.3.2 Position dans le marché marché	24
I.3.3 les intervenants	24
II RENTABILITÉ DES CONTRATS DÉCÈS EMPRUNTEUR	27
II.1 MÉTHODE DE TARIFICATION	27

II.1.1	Bases du tarif et Notations	27
II.1.2	Calcul de la prime	30
II.1.3	GÉNÉRALISATION	33
II.2	MÉTHODE DE PROVISIONNEMENT	35
II.2.1	Provision mathématique pure	35
II.2.2	Provision mathématique d'inventaire	36
II.3	INDICATEURS DE RENTABILITÉ	39
II.3.1	Point sur les données reçues pour effectuer notre travail	39
II.3.2	Portefeuille décès emprunteur pour l'étude	42
II.3.3	Ratio Combiné	45
II.3.4	Autres indicateurs de rentabilité et discussion	50
III ANALYSE DE LA MARGE TECHNIQUE		54
III.1	COMPTE DE RÉSULTAT	54
III.2	MORTALITÉ D'EXPÉRIENCE ET ÉCART DE MORTALITÉ	57
III.2.1	Préparation des données	58
III.2.2	Nombre de décès et d'exposition par âge :	61
III.2.3	Teste de LOG-RANK	64
III.2.4	Taux brute	66
III.2.5	Calcul des taux brutes : HOEM	68
III.2.6	Estimateur de KAPLAN-MEIER	71
III.2.7	Ajustement des taux brutes	75
III.2.8	Validation de l'ajustement	80
III.2.9	Fermeture de la table	83
III.2.10	Backtesting de la table globale	84
III.3	ÉCART DE GESTION	87
LIMITES DE L'ÉTUDE		89
CONCLUSION		90
Bibliographie		92

Annexes	94
.0.1 Extrait de tarif	94
.0.2 Indicateurs pertinents en Zone CIMA	95
.0.3 Examens médicaux	96
.0.4 Mortalité des emprunteurs	96
.0.5 Période d'observation	97
.0.6 Statistiques de mortalité et d'exposition	97
.0.7 Méthode de Whittaker-Henderson	98
Table des matières	102