

Mémoire présenté devant l'Université de Paris-Dauphine
pour l'obtention du Certificat d'Actuaire de Paris-Dauphine
et l'admission à l'Institut des Actuaires

le 31/03/2023

Par : Kilian ZURBACH

Titre : Allocation optimale d'actifs pour un FRPS

Confidentialité : Non Oui (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité ci-dessus

*Membres présents du jury de l'Institut
des Actuaires :*

*Membres présents du Jury du Certificat
d'Actuaire de Paris-Dauphine :*

Entreprise : Exiom Partners

Nom : Mohamed ELAROU

Signature :

EXIOM PARTNERS SAS
24-26, rue Notre Dame des Victoires
75002 PARIS
SIRET : 851 841 844 00034
APE 7022Z RCS Paris



Directeur de Mémoire en entreprise :

Nom : Brice BALAGOUROU

Signature :

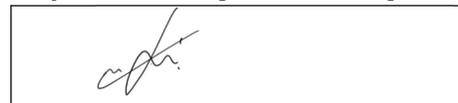


*Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents
actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

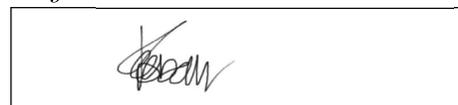
Secrétariat :

Bibliothèque :

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



Résumé

La loi du 22 mai 2019, relative à la croissance et la transformation des entreprises, appelée loi PACTE, a permis de relancer la création des Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire (FRPS). Initialement, ces organismes ont été créés pour redynamiser le marché de l'épargne retraite en France en permettant une gestion des engagements dans un cadre réglementaire moins contraignant que Solvabilité II.

La directive IORP II, encadrant les FRPS, repose sur des exigences quantitatives proches de Solvabilité I, avec des tests de résistance à horizon dix ans, et des exigences qualitatives similaire à Solvabilité II. Contrairement à Solvabilité II, le besoin en capital n'est pas directement lié à l'allocation d'actifs. Ce nouveau cadre réglementaire devrait permettre l'utilisation de produits financiers plus risqués et donc une meilleure revalorisation des provisions mathématiques.

Malgré ces exigences quantitatives avantageuses, les allocations d'actifs des acteurs du marché restent similaires à celles des organismes soumis à Solvabilité II. Ce mémoire propose de déterminer une allocation d'actifs permettant d'optimiser le couple rendement/risque avec des indicateurs de rentabilité pour l'assureur et l'assuré, d'adossement actif/passif et de solvabilité en intégrant le capital supplémentaire lié à la réglementation FRPS.

Dans un premier temps, après avoir détaillé le contexte réglementaire encadrant les FRPS, il sera présenté les données utilisées ainsi que les deux modèles de projection développés. Le premier modèle permet de projeter le portefeuille dans un environnement monde-réel et le second modèle permet de réaliser les tests de résistance FRPS. Dans un second temps, des allocations d'actifs seront générées de façon aléatoire. Une sélection des portefeuilles optimaux sera réalisée en cinq étapes avec l'ensemble des portefeuilles générés. Chaque étape consiste à sélectionner les portefeuilles optimisant un indicateur défini. À l'issue de cette sélection, il sera déterminé pour les portefeuilles sélectionnés le capital add-on. Enfin, il sera réalisé des sensibilités sur la structure du passif, les hypothèses réglementaires, la stratégie d'allocation d'actifs et les hypothèses financières pour analyser l'évolution des portefeuilles optimaux.

Mots-clés : FRPS, Tests de résistance, Allocation d'actifs, Portefeuille optimal, Optimisation.

Abstract

The law of May 22, 2019, relating to the growth and transformation of companies, known as the PACTE law, allowed for the revival of the creation of Supplementary Occupational Retirement Funds (FRPS). Initially, these organizations were created to revitalize the retirement savings market in France by allowing for management of commitments in a regulatory framework that is less restrictive than Solvency II.

The IORP II directive, which regulates the FRPS, is based on quantitative requirements similar to Solvency I, with stress tests over a ten-year horizon, and qualitative requirements similar to Solvency II. Unlike Solvency II, the capital requirement is not directly linked to asset allocation. This new regulatory framework should allow for the use of riskier financial products and therefore better revaluation of mathematical provisions.

Despite these advantageous quantitative requirements, asset allocations of market participants remain similar to those of organizations subject to Solvency II. This thesis proposes to determine an asset allocation that optimizes the risk/return trade-off with profitability indicators for both the insurer and the insured, asset/liability matching, and solvency by incorporating the additional capital related to the FRPS regulations.

Initially, after detailing the regulatory context surrounding the FRPS, the data used and the two projection models developed will be presented. The first model allows for the projection of the portfolio in a real-world environment, and the second model allows for FRPS stress tests. Secondly, asset allocations will be randomly generated. A selection of optimal portfolios will be made in five steps with all generated portfolios. Each step consists of selecting portfolios that optimize a defined indicator. After this selection, the capital add-on will be determined for the selected portfolios. Finally, sensitivities will be carried out on the structure of the liabilities, regulatory assumptions, asset allocation strategy, and financial assumptions to analyze the evolution of optimal portfolios.

Keywords : FRPS, Stress tests, Asset allocation, Optimal portfolio, Optimization.

Note de Synthèse

Introduction

La création d'entités dédiées à l'activité de retraite professionnelle supplémentaire, appelées Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire (FRPS), a permis de retourner à des contraintes réglementaires plus souples similaires à celles de Solvabilité I, avec l'introduction de tests de résistance à horizon dix ans et des contraintes qualitatives basées sur les piliers 2 et 3 de Solvabilité II. En effet, le besoin en capital n'est plus directement lié à la proportion en actifs risqués mais uniquement aux volumes de contrats et de garanties présents dans le bilan de l'assureur. Les FRPS peuvent donc théoriquement opter pour une allocation d'actifs orientée davantage vers l'économie réelle sans surcoût en capital et ainsi permettre une meilleure espérance de revalorisation des provisions mathématiques sur le long terme.

Ce changement de cadre prudentiel pousse donc les assureurs à repenser leur méthodologie de détermination de l'allocation d'actifs qui doit désormais respecter de nouvelles contraintes réglementaires mais aussi de nouveaux objectifs de revalorisation. Ce mémoire s'est donc concentré à déterminer une allocation d'actifs optimale pour les FRPS, en prenant en compte des métriques (de rendement, de risque long terme et de suivi) bien définis. Le portefeuille d'étude sera donc présenté ainsi que la démarche d'optimisation retenue et l'allocation optimale obtenue. Il a ensuite été analysé la sensibilité de cette allocation optimale face à plusieurs changements d'hypothèses.

Présentation du portefeuille d'étude

Les portefeuilles de passif et d'actifs utilisés dans ce mémoire sont basés sur des données représentatives du marché des FRPS. Le portefeuille de passif est composé uniquement de contrats retraite en run-off de type PERin en 100% fonds euros. Le montant total des provisions mathématiques de 10 Mds € et l'âge moyen du portefeuille de 64,52 ans (cf. tableau 1). Le taux technique moyen est de 1,67% et la durée de 15,98 ans (cf. figure 1).

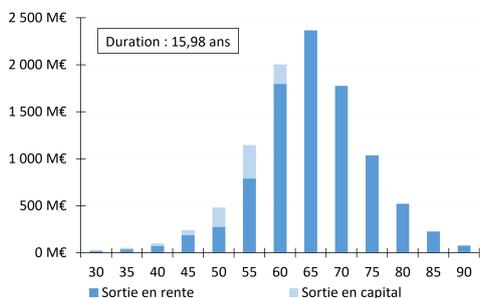


FIGURE 1 : Répartition des provisions mathématiques en fonction de l'âge

Caractéristiques	Constitution	Restitution	Total
Âge	55,56 ans	70,56 ans	64,52 ans
Provisions mathématiques	4,02 Mds €	5,97 Mds €	10,00 Mds €
Taux technique	1,29%	1,92%	1,67%

TABLE 1 : Model-point moyen pondéré par la provision mathématique

La valeur nette comptable des actifs du portefeuille est de 11 Mds € et est répartie entre différentes classes d'actifs : 80% d'obligations à taux fixe, 10% d'actions, 5% d'immobilier et 5% d'actifs monétaires

(cf. figure 2). La différence entre la valeur nette comptable des actifs et le montant des provisions mathématiques se décompose en 400 M € de fonds propres, 150 M € de réserve de capitalisation et 450 M € de provision pour participation aux bénéfices. Le tableau 2 représente les principales caractéristiques du portefeuilles dans le scénario central.

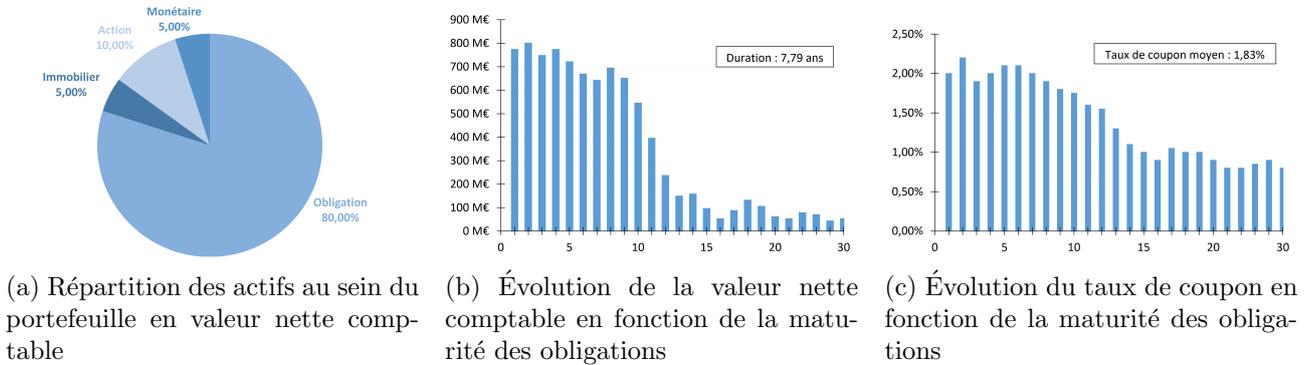


FIGURE 2 : Caractéristiques du portefeuille d'actifs

Exigence de marge de solvabilité à $t = 0$	PVFP	Ratio de solvabilité à $t = 0$	Gap de duration à $t = 0$	Capital add-on
400 M€	229 M€	112%	8,20 années	6,04 M€

TABLE 2 : Caractéristiques du portefeuille

Optimisation de l'allocation d'actifs

La méthode pour déterminer l'allocation optimale d'actifs consiste à générer des allocations d'actifs aléatoires, puis effectuer une sélection en six étapes des portefeuilles optimaux selon une métrique définie. La figure 3 présente les métriques considérées ainsi que l'ordre des étapes d'optimisation. Lors de chaque étape, il sera conservé 40% des portefeuilles.



FIGURE 3 : Métriques de rendement, de risque et de suivi

La figure 4 présente les différentes étapes du processus d'optimisation ainsi que les portefeuilles sélectionnés à chaque étape. La dernière étape fait ressortir trois portefeuilles avec un capital add-on faible par rapport aux autres : ces trois portefeuilles ont donc été retenus pour la suite de l'étude.

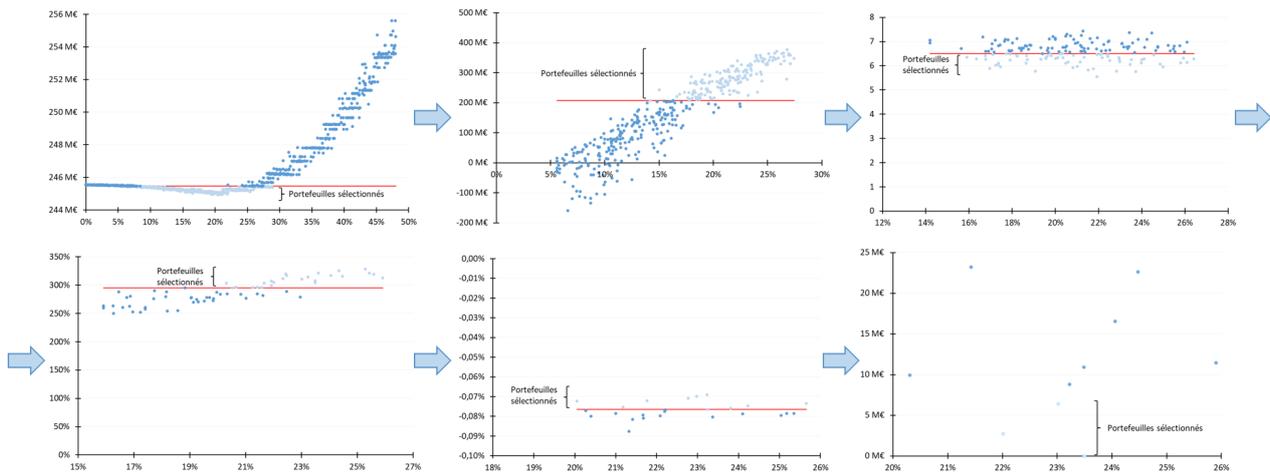


FIGURE 4 : Sélection des portefeuilles optimaux

Un portefeuille moyen a été créé à partir des trois portefeuilles sélectionnés (cf. figure 5). Le tableau 3 montre, pour les portefeuilles optimaux par rapport au portefeuille initial, une EMS à $t = 10$ stable et une augmentation de la PVFP due à une augmentation du résultat financier provoquée par la hausse des produits financiers générés (part d'actifs diversifiés plus importante (cf. figure 5)) induisant une hausse du ratio de solvabilité à $t = 10$. De plus, la baisse du gap de duration à $t = 10$ est expliquée par une augmentation de la duration initiale de l'actif pour une duration du passif inchangée. Les portefeuilles optimaux sont aussi plus robustes aux tests de résistance : le capital add-on passe de 6,04 M€ à 3,04 M€.

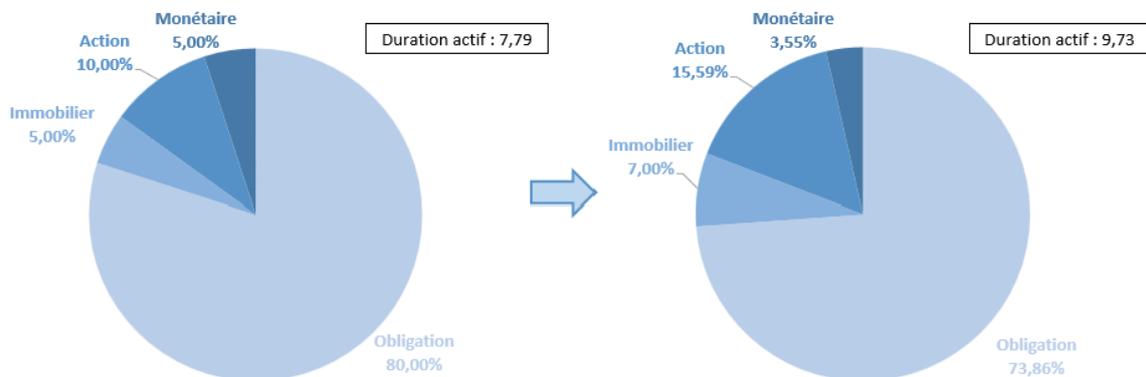


FIGURE 5 : Évolution de l'allocation d'actifs

	EMS à $t = 10$	PVFP	Ratio de solvabilité à $t = 10$	Gap de duration à $t = 10$	Capital add-on
Portefeuille initial	245 M€	229 M€	263%	7,67 années	6,04 M€
Portefeuille optimal	245 M€	332 M€	307%	6,24 années	3,04 M€

TABLE 3 : Évolution des indicateurs étudiés

Analyse de sensibilité

Des études de sensibilités ont été réalisées afin de pouvoir tester la robustesse des portefeuilles optimaux dans les différentes études. Les quatre études réalisées sont :

- Étude 1 : Modification de la structure du passif avec une diminution de l'âge moyen du portefeuille : l'âge moyen du portefeuille a diminué de 5 ans, pour passer de 65 ans à 60 ans ;

- Étude 2 : Modification d'une hypothèse d'ordre réglementaire avec une augmentation de l'âge légal de départ à la retraite : l'âge légal de départ à la retraite a augmenté de 3 ans, pour passer de 62 ans à 65 ans ;
- Étude 3 : Réalisation d'une évolution du modèle ALM : passage d'une stratégie d'allocation fixe (part de chaque classe d'actifs fixe au cours du temps) à une stratégie d'allocation flottante (évolution des parts de chaque classe d'actifs dans un corridor bien défini et selon un ordre de priorité bien défini) ;
- Étude 4 : Modification des hypothèses financières à travers une hausse des taux : translation de +50 bps sur la courbe des taux des obligations zéro-coupon.

La figure 6 présente l'ensemble des indicateurs étudiés pour le scénario central et les quatre sensibilités.

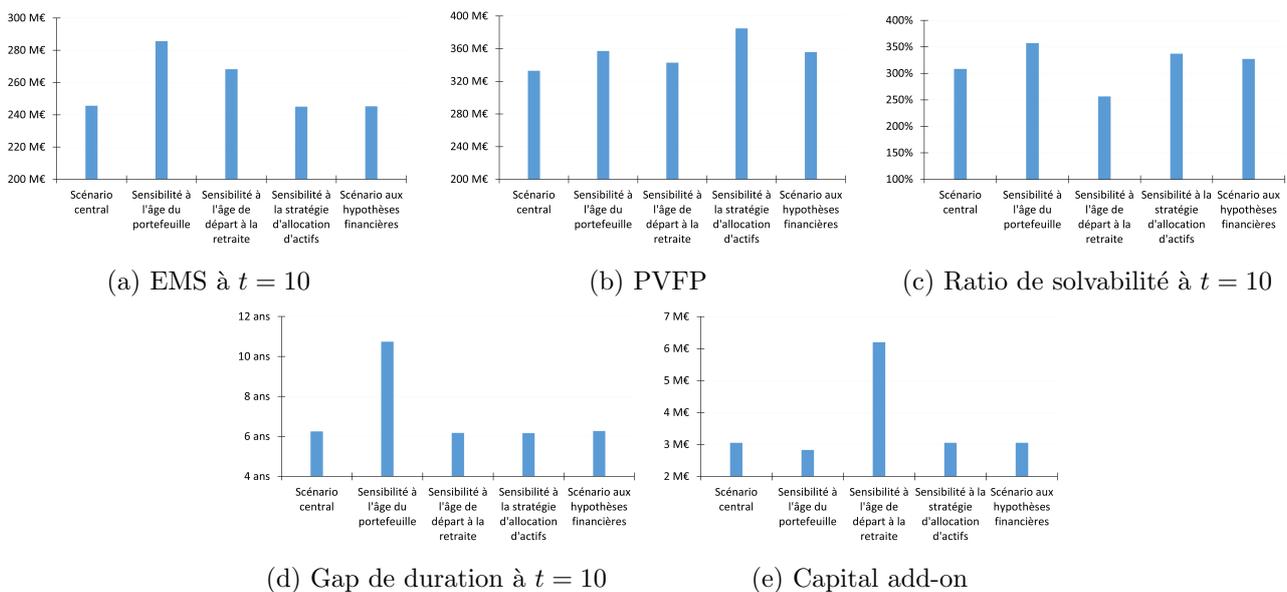


FIGURE 6 : Comparaison des scénarios en fonction des indicateurs

EMS à $t = 10$: Les scénarios de sensibilité à l'âge du portefeuille et à l'âge de départ à la retraite sont les seuls scénarios à provoquer une variation de l'EMS à $t = 10$ par rapport au scénario central. En effet, ces derniers viennent diminuer la date moyenne de versement des prestations, ce qui impacte l'écoulement des provisions mathématiques et donc augmente l'EMS à $t = 10$. Les autres sensibilités impactent de façon négligeable l'EMS à $t = 10$: les flux de passif ne sont pas impactés.

PVFP : L'ensemble des scénarios de sensibilité permet d'augmenter la PVFP sur l'horizon de projection par rapport au scénario central mais les explications diffèrent en fonction des scénarios. En effet, l'augmentation de la PVFP sur les sensibilités à l'âge du portefeuille et à l'âge de départ à la retraite provient d'une augmentation du résultat technique due à une baisse de la valeur actualisée nette des prestations sur l'horizon de projection. Quant aux sensibilités à la stratégie d'allocation d'actifs et aux hypothèses financières, l'augmentation de la PVFP est expliquée par une augmentation du résultat financier provenant d'une hausse des plus-values réalisées pour la sensibilité à la stratégie d'allocation d'actifs et d'une augmentation du taux de rendement obligataire pour la sensibilité aux hypothèses financières.

Ratio de solvabilité à $t = 10$: L'ensemble des scénarios de sensibilité permet d'augmenter le ratio de solvabilité à $t = 10$, à l'exception de la sensibilité à l'âge de départ à la retraite. À noter que les sensibilités à l'âge du portefeuille et à l'âge de départ à la retraite sont comparables : dans les deux scénarios, le versement des prestations est retardé. Cependant, dans la sensibilité à l'âge du portefeuille,

l'ensemble de la structure du passif évolue, contrairement à la sensibilité à l'âge de départ à la retraite. L'écoulement des provisions mathématiques est donc différent entre les deux scénarios. En effet, dans la sensibilité à l'âge de départ à la retraite, 50% du portefeuille en phase de constitution passe en phase de versement et/ou sortie en capital, contre 25% dans la sensibilité à l'âge du portefeuille. Dans les sensibilités à la stratégie d'allocation d'actifs et aux hypothèses financières, l'augmentation du ratio de solvabilité est expliquée par la hausse de la PVFP pour une EMS à $t = 10$ identique.

Gap de duration à $t = 10$: La variation du gap de duration à $t = 10$ entre les différents scénarios n'est pas matérielle, à l'exception de la sensibilité à l'âge du portefeuille. En effet, la structure du passif a évolué : l'âge moyen du portefeuille est plus important, ce qui fait augmenter la duration du passif et donc le gap de duration à $t = 10$. À noter que le gap de duration à $t = 10$ augmente légèrement dans la sensibilité aux hypothèses financières : la duration moyenne des obligations en portefeuille et des réinvestissements diminue, ce qui fait augmenter le gap de duration.

Capital add-on : Les hypothèses financières et la stratégie d'allocation d'actifs étant fixées par la réglementation dans le cadre des tests de résistance, les sensibilités à la stratégie d'allocation d'actifs et aux hypothèses financières ne présentent aucune variation par rapport au scénario central. Quant aux sensibilités à l'âge du portefeuille et à l'âge de départ à la retraite, les variations de capital add-on peuvent être en mise en relation avec les évolutions des ratios de solvabilité à $t = 10$.

Optimisation des portefeuilles dans les études de sensibilités

Pour analyser l'évolution des portefeuilles optimaux, le processus d'optimisation a été effectué pour chaque sensibilité. La figure 7 présente l'ensemble des métriques étudiées pour les quatre sensibilités avant et après optimisation.

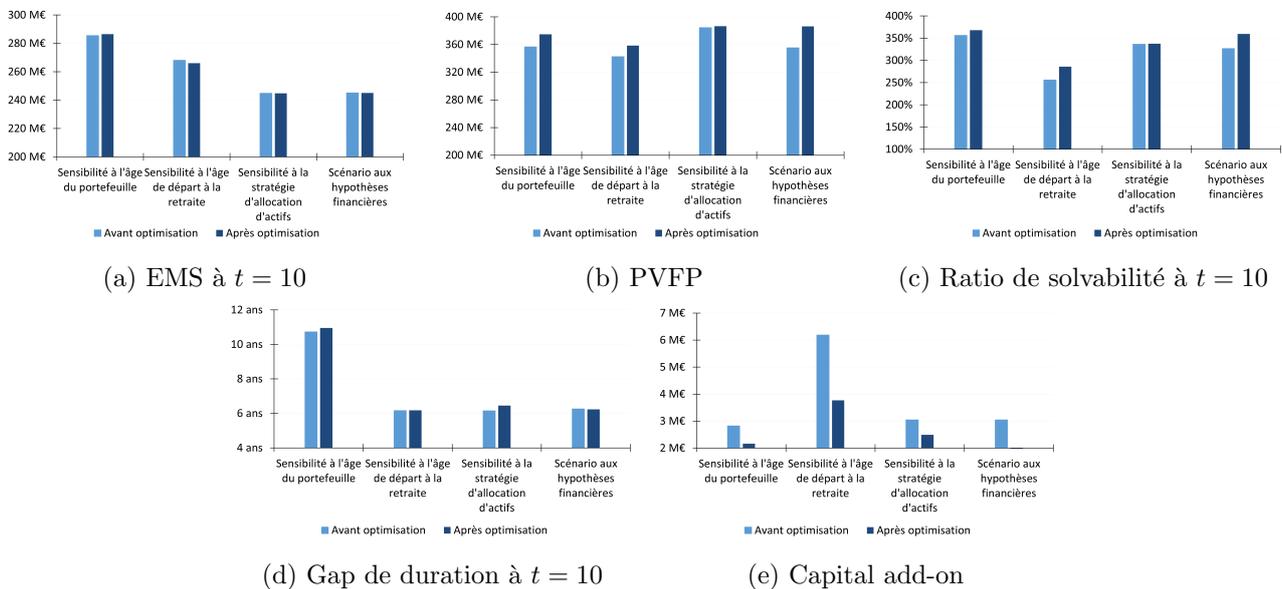


FIGURE 7 : Comparaison des scénarios en fonction des métriques avant et après optimisation

La figure 7 montre que le processus d'optimisation permet d'améliorer sur l'ensemble des scénarios la PVFP, le ratio de solvabilité à $t = 10$ et le capital add-on. Les évolutions concernant l'EMS à $t = 10$ et le gap de duration à $t = 10$ ne sont pas matérielles. À noter que l'impact de l'optimisation varie en fonction des scénarios : dans le panel des études, la sensibilité à l'âge du portefeuille possède la seconde meilleure PVFP versus la seconde meilleure PVFP est attribuée à la sensibilité aux hypothèses

financières après optimisation.

Ces différentes études montrent la dépendance du portefeuille optimal à la structure du passif, aux hypothèses réglementaires et financières et la stratégie d'allocation d'actifs : un portefeuille optimal ne reste pas optimal avec un passif différent et/ou des hypothèses différentes et/ou une stratégie d'allocation d'actifs différentes. Au-delà de ces éléments, les priorités retenues dans la démarche d'optimisation impactent les portefeuilles optimaux : il ne semble pas possible de déterminer un portefeuille optimisant l'ensemble des indicateurs.

Conclusion

Les différentes études ont pu souligner que les résultats de l'optimisation de l'allocation d'actifs sont sensibles à la structure du passif, aux hypothèses réglementaires, à la stratégie d'allocation d'actifs retenue et aux hypothèses financières. En effet, il n'a pas été possible de déterminer une allocation d'actifs meilleure qu'une autre sur l'ensemble des dimensions appréhendées par le panel de métriques retenues. De plus, il est toujours possible de déterminer des allocations d'actifs optimisant certaines métriques au détriment d'autres.

Par conséquent, l'allocation retenue par l'assureur doit être un compromis régi par des contraintes endogènes (objectifs du management, obligations envers l'entité détentrice du FRPS, etc.) ou exogènes (comportement envisagé pour les assurés, pratique de marché, etc.) qui agissent comme des pondérations sur les métriques de choix à retenir ou non. Grâce à la méthodologie mise en place, il est ainsi possible pour un utilisateur de déterminer l'allocation optimale selon la gamme de métriques qu'il aurait choisi tout en lui offrant une vision claire des impacts sur les autres métriques non retenues dans la sélection. Ainsi, ce dernier disposera d'une vision complète des impacts favorisant de fait une décision éclairée qui saura profiter aussi bien au gestionnaire du FRPS qu'aux assurés ayant déposé leur épargne.

Cependant, les conclusions de ce mémoire doivent être nuancées avec certaines limites comme la projection dans un environnement déterministe et non stochastique qui n'a donc pas permis de prendre en compte le coût des options et des garanties. De plus, une intégration des supports en unités de compte aurait permis d'avoir une vision plus réaliste en ajoutant une composante au calcul de l'exigence de marge de solvabilité et d'intégrer le comportement futur des assurés avec les arbitrages dynamiques. À noter que, malgré le panel de métriques utilisées dans le processus d'optimisation, une partie des risques de l'actif n'est pas représentée, pouvant donc amener à une surpondération de l'allocation en actifs risqués. Enfin, le modèle développé ne permet pas de capter la finesse des classes d'actifs qui existent sur les marchés financiers : un panel plus large d'actifs aurait permis plus de possibilités lors des réinvestissements et ainsi proposer une allocation d'actifs plus proche des allocations réelles des acteurs du marché.

Synthesis note

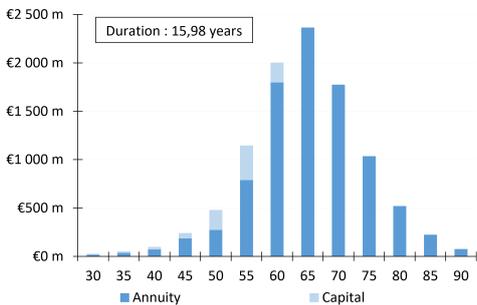
Introduction

The creation of entities dedicated to supplementary professional retirement activity, called Supplementary Professional Retirement Funds (FRPS), has allowed for a return to more flexible regulatory constraints similar to those of Solvency I, with the introduction of stress tests over a ten-year horizon and qualitative constraints based on pillars 2 and 3 of Solvency II. Indeed, the need for capital is no longer directly related to the proportion of risky assets, but only to the volumes of contracts and guarantees present in the insurer’s balance sheet. The FRPS can theoretically opt for an asset allocation more oriented towards the real economy without any additional capital cost and thus allow for a better revaluation of mathematical provisions in the long term.

This change in regulatory framework is pushing insurers to rethink their asset allocation methodology which must now comply with new regulatory constraints as well as new revaluation objectives. Therefore, this thesis focused on determining an optimal asset allocation for FRPS, taking into account well-defined metrics (return, long-term risk and monitoring). The study portfolio was presented along with the optimization process and the resulting optimal allocation. Then, the sensitivity of this optimal allocation to several changes in assumptions was analyzed.

Presentation of the study portfolio

The liability and asset portfolios used in this thesis are based on representative data from the FRPS market. The liability portfolio consists solely of PERin-type run-off retirement contracts, invested 100% in fixed-income funds. The total amount of mathematical provisions is €10 bn and the average age of the portfolio is 64.52 years (cf. table 4). The average technical rate is 1.67% and the duration is 15.98 years (cf. figure 8).



Characteristics	Constitution	Restitution	Total
Age	55,56 years	70,56 years	64,52 years
Mathematical provisions	€ 4,02 bn	€ 5,97 bn	€ 10,00 bn €
Technical rate	1,29%	1,92%	1,67%

Table 4: Model-point average weighted by the mathematical provision

Figure 8: Distribution of mathematical reserves according to age

The net accounting value of the portfolio’s assets is €11 bn and is distributed among different asset classes: 80% fixed-rate bonds, 10% stocks, 5% real estate, and 5% monetary assets (cf. figure 9). The difference between the net accounting value of the assets and the amount of mathematical provisions

is broken down into € 400 m of equity, € 150 m of capitalization reserve, and € 450 m of profit-sharing provision. The table 5 represents the main characteristics of the portfolio in the central scenario.

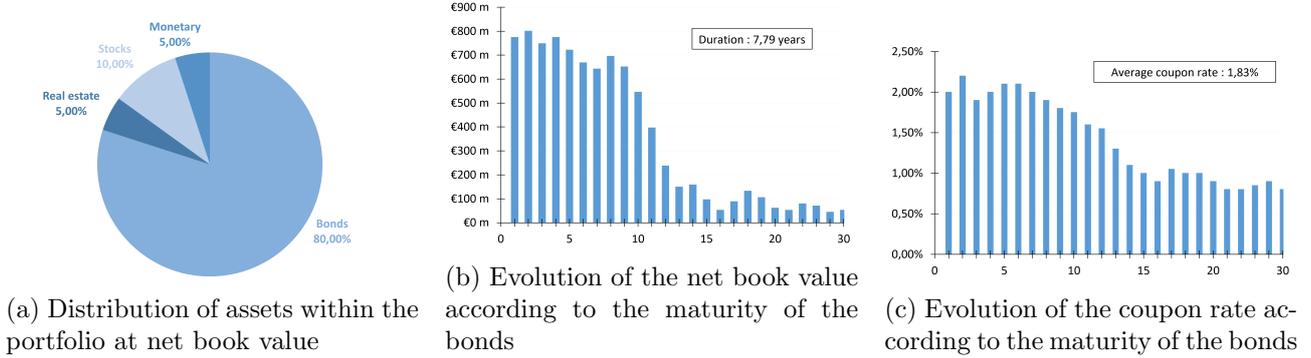


Figure 9: Characteristics of the asset portfolio

Solvency margin requirement at $t = 0$	PVFP	Solvency ratio at $t = 0$	Duration gap at $t = 0$	Capital add-on
€ 400 m	€ 229 m	112%	8,20 years	€ 6,04 m

Table 5: Portfolio characteristics

Optimization of asset allocation

The method for determining the optimal asset allocation consists of generating random asset allocations and then performing a six-step selection of optimal portfolios according to a defined metric. The figure 10 shows the metrics considered and the order of the optimisation steps. In each step, 40% of the portfolios will be retained.

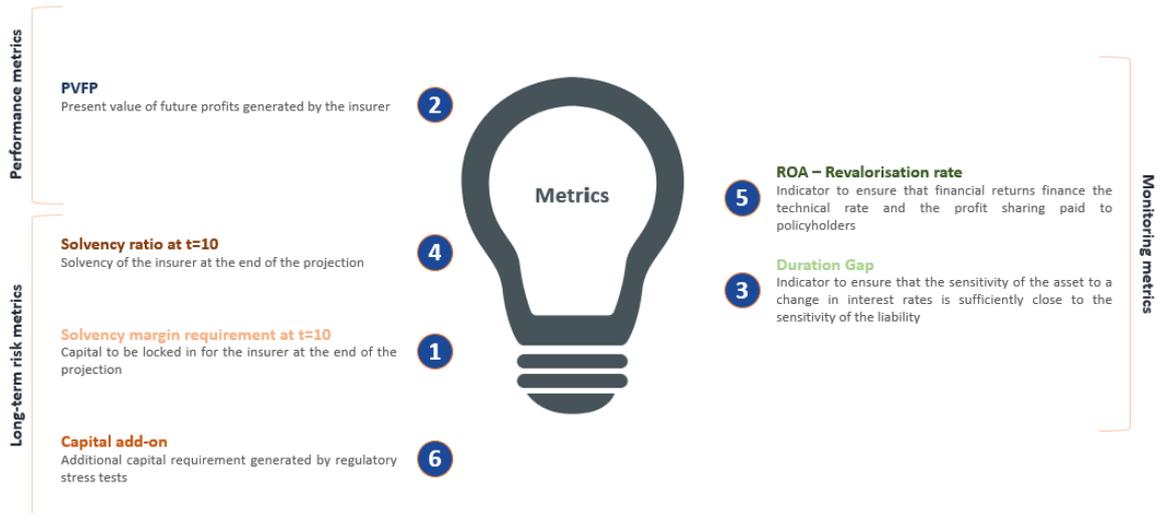


Figure 10: Performance, risk and monitoring metrics

The figure 11 shows the different steps of the optimization process as well as the portfolios selected at each step. The last step highlights three portfolios with a low capital add-on compared to the others: these three portfolios were therefore selected for further study.

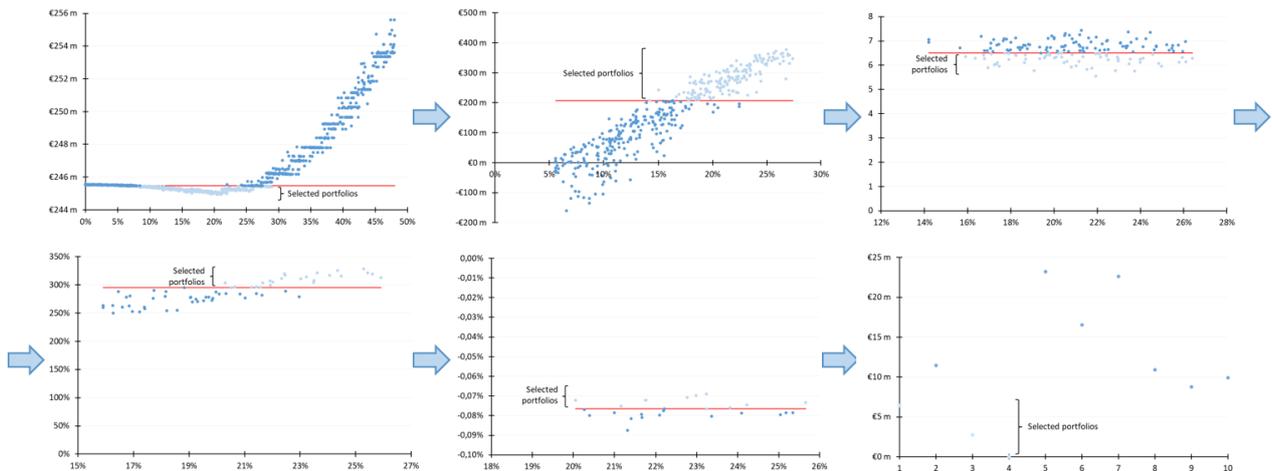


Figure 11: Selection of optimal portfolios

A portfolio average was created from the three selected portfolios (cf. figure 12). The table 6 shows, for the optimal portfolios compared to the initial portfolio, a stable SMR at $t = 10$ and an increase in PVFP due to an increase in investment income generated (larger portion of diversified assets (cf. figure 12)) leading to an increase in the solvency ratio at $t = 10$. Furthermore, the decrease in the duration gap at $t = 10$ is explained by an increase in the initial asset duration for an unchanged liability duration. The optimal portfolios are also more robust to stress tests: the capital add-on decreases from €6.04 m to €3.04 m.

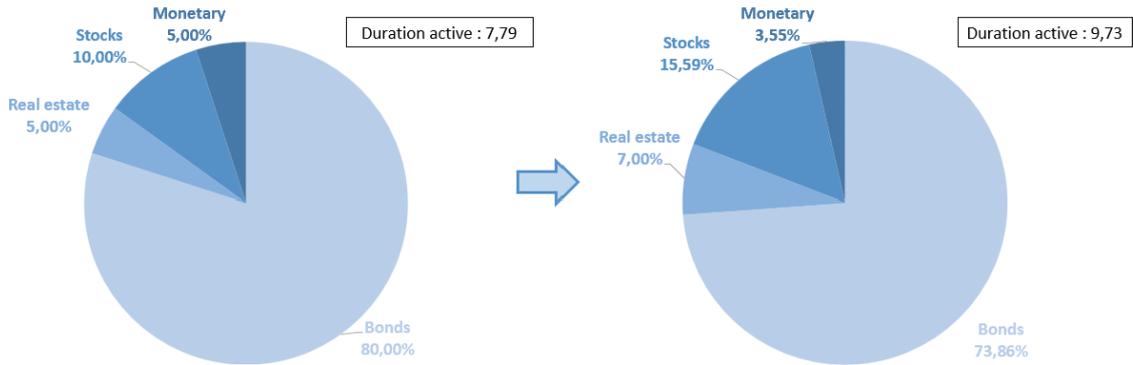


Figure 12: Evolution of the asset allocation

	SMR at $t = 10$	PVFP	Solvency ratio at $t = 10$	Duration gap at $t = 10$	Capital add-on
Initial portfolio	€ 245 m	€ 229 m	263%	7,67 years	€ 6,04 m
Optimal portfolio	€ 245 m	€ 332 m	307%	6,24 years	€ 3,04 m

Table 6: Evolution of the metrics studied

Sensitivity analysis

Sensitivity studies were carried out in order to test the robustness of the optimal portfolios in the different studies. The four studies carried out are :

- Study 1 : Change in liability structure with a decrease in the average age of the portfolio : the average age of the portfolio decreased by 5 years, from 65 years to 60 years;

- Study 2 : Modification of a regulatory assumption with an increase in the legal retirement age : the legal retirement age increased by 3 years, from 62 to 65;
- Study 3 : Evolution of the ALM model from a fixed allocation strategy (share of each asset class fixed over time) to a floating allocation strategy (evolution of the shares of each asset class within a well-defined corridor and according to a well-defined priority order);
- Study 4 : Modification of financial assumptions through a rate increase : +50 bps shift in the zero-coupon yield curve.

The figure 13 presents all the indicators studied for the central scenario and the four sensitivities.

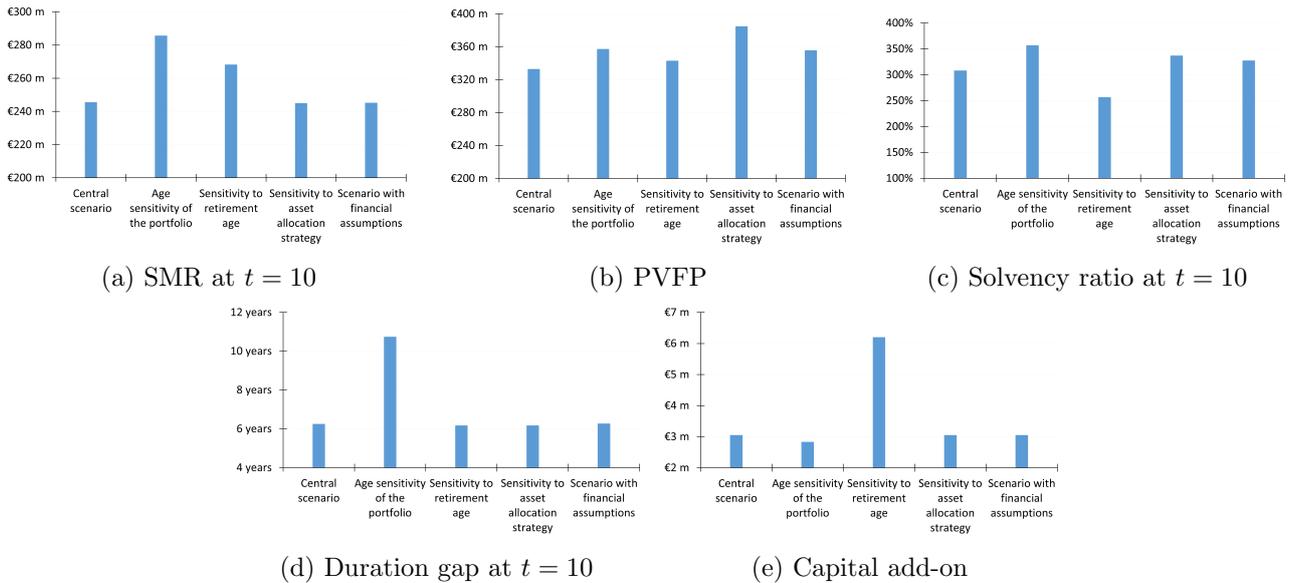


Figure 13: Comparison of scenarios according to indicators

SMR at $t = 10$: The sensitivity scenarios regarding the age of the portfolio and the retirement age are the only scenarios that cause a variation in the SMR at $t = 10$ compared to the base scenario. Indeed, they decrease the average payment date of benefits, which impacts the outflow of mathematical reserves and thus increases the SMR at $t = 10$. The other sensitivities have a negligible impact on the SMR at $t = 10$: the passive cash flows are not affected.

PVFP : The set of sensitivity scenarios allows increasing the PVFP over the projection horizon compared to the base scenario, but the explanations differ depending on the scenarios. Indeed, the increase in PVFP in the sensitivity scenarios for the age of the portfolio and the retirement age comes from an increase in the technical result due to a decrease in the net present value of benefits over the projection horizon. As for the sensitivity scenarios for asset allocation strategy and financial assumptions, the increase in PVFP is explained by an increase in the financial result coming from a rise in realized capital gains for the sensitivity to the asset allocation strategy, and an increase in the bond yield for the sensitivity to financial assumptions.

Solvency ratio at $t = 10$: All sensitivity scenarios increase the solvency ratio at $t = 10$, except for the sensitivity to retirement age. Note that the sensitivities to portfolio age and retirement age are comparable: in both scenarios, the payment of benefits is delayed. However, in the sensitivity to portfolio age, the entire liability structure evolves, unlike in the sensitivity to retirement age. Therefore, the flow of mathematical provisions is different between the two scenarios. Indeed, in the sensitivity to retirement age, 50% of the portfolio in the accumulation phase moves to the payment and/or capital withdrawal phase, compared to 25% in the sensitivity to portfolio age. In the sensitivities to asset

allocation strategy and financial assumptions, the increase in the solvency ratio is explained by the increase in PVFP for an SMR at $t = 10$ that is identical.

Duration gap at $t = 10$: The variation in the duration gap at $t = 10$ between the different scenarios is not material, except for the sensitivity to the age of the portfolio. Indeed, the structure of the liability has evolved: the average age of the portfolio is higher, which increases the duration of the liability and thus the duration gap at $t = 10$. Note that the duration gap at $t = 10$ slightly increases in the sensitivity to financial assumptions: the average duration of bonds in the portfolio and reinvestments decreases, which increases the duration gap.

Capital add-on : The financial assumptions and asset allocation strategy being fixed by regulations in the stress tests framework, the sensitivities to the asset allocation strategy and financial assumptions show no variation compared to the baseline scenario. As for the sensitivities to the portfolio age and retirement age, the changes in capital add-ons can be related to the evolution of solvency ratios at $t = 10$.

Portfolio optimisation in sensitivity studies

To analyze the evolution of optimal portfolios, the optimization process was performed for each sensitivity. The figure 7 shows all the metrics studied for the four sensitivities before and after optimization.

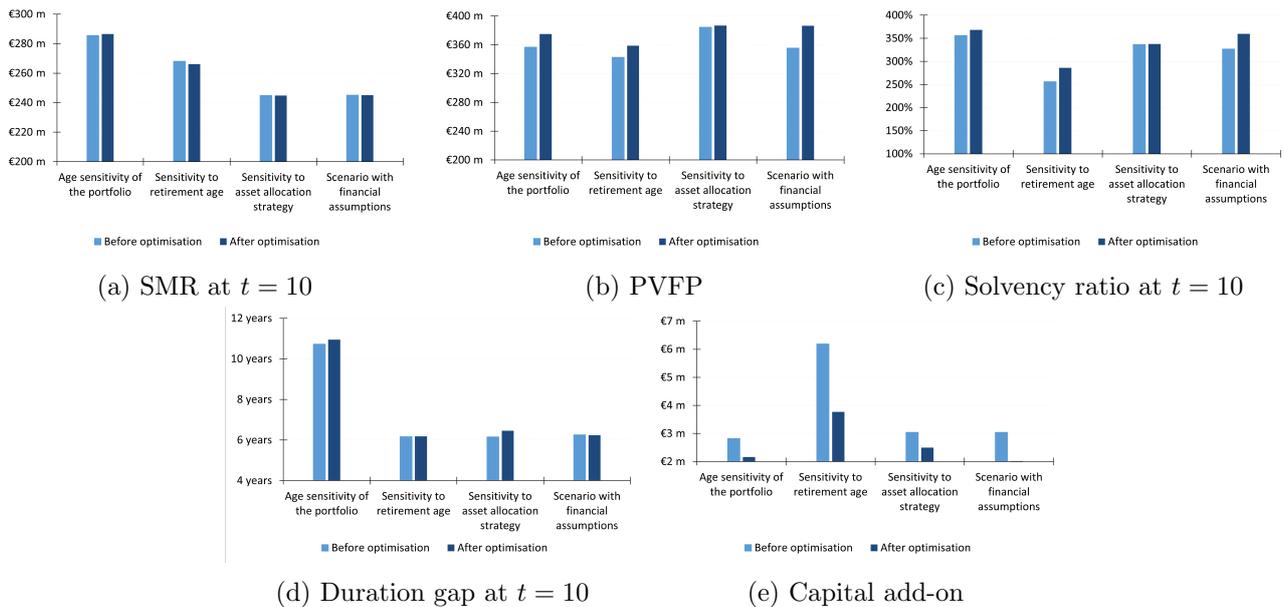


Figure 14: Comparison of scenarios according to indicators before and after optimisation

The figure 7 shows that the optimization process improves the PVFP, the solvency ratio at $t = 10$, and the capital add-on for all scenarios. The changes regarding the EMS at $t = 10$ and the duration gap at $t = 10$ are not material. It is worth noting that the impact of optimization varies depending on the scenarios: in the study panel, the sensitivity to the age of the portfolio has the second-best PVFP after optimization, while the sensitivity to financial assumptions has the second-best PVFP.

These different studies demonstrate the dependency of the optimal portfolio on the structure of the liabilities, regulatory and financial assumptions, and the asset allocation strategy: an optimal portfolio does not remain optimal with a different liability structure and/or different assumptions and/or a different asset allocation strategy. Beyond these elements, the priorities set in the optimization process

impact the optimal portfolios: it does not seem possible to determine a portfolio that optimizes all indicators.

Conclusion

The various studies have highlighted the fact that the results of asset allocation optimisation are sensitive to the structure of liabilities, regulatory assumptions, the asset allocation strategy adopted and financial assumptions. Indeed, it was not possible to determine one asset allocation better than another on all the dimensions captured by the panel of metrics used. Moreover, it is always possible to determine asset allocations that optimise certain metrics to the detriment of others.

Therefore, the asset allocation selected by the insurer must be a compromise governed by endogenous constraints (management objectives, obligations to the entity holding the FRPS, etc.) or exogenous constraints (expected behavior for policyholders, market practice, etc.) that act as weights on the choice of metrics to be retained or not. Thanks to the methodology implemented, it is thus possible for a user to determine the optimal allocation according to the range of metrics that they would have chosen while also providing them with a clear view of the impacts on other metrics not selected in the process. Thus, the user will have a complete understanding of the impacts, promoting an informed decision that will benefit both the FRPS manager and the policyholders who have deposited their savings.

However, the conclusions of this dissertation need to be qualified by certain limitations, such as the projection in a deterministic and non-stochastic environment that did not take into account the cost of options and guarantees. In addition, integrating unit-linked assets would have provided a more realistic view by adding a component to the calculation of the solvency margin requirement and integrating the future behavior of policyholders with dynamic asset allocation. Note that, despite the panel of metrics used in the optimization process, some of the risks of the assets are not represented, which may lead to an overweighting of the allocation in risky assets. Finally, the developed model does not capture the subtlety of asset classes that exist in financial markets: a broader range of assets would have allowed for more possibilities in reinvestment and thus proposed an asset allocation closer to the actual allocations of market players.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon tuteur de mémoire, Brice Balagourou, pour sa constante implication, ainsi que pour sa précieuse aide tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Je tiens ensuite à remercier Exiom Partners, ainsi que Mohamed Elaroui pour m'avoir fait confiance et accompagné durant ce mémoire.

Je tiens également à remercier mon tuteur académique, Quentin Guibert, pour ses remarques, ses conseils, le suivi ainsi que l'intérêt porté à mes travaux.

Enfin, je remercie tous les collaborateurs d'Exiom Partners pour leurs soutiens sans faille.

Table des matières

Résumé	3
Abstract	4
Note de Synthèse	5
Synthesis note	11
Remerciements	17
Table des matières	19
Introduction	21
1 Présentation des Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire	23
1.1 Généralités sur la retraite en France	23
1.2 La mise en place des fonds de pension à la française : FRPS	28
1.3 Le régime prudentiel : la directive IORP II	30
1.4 Le marché des FRPS en France	37
2 Modélisation d'un portefeuille de retraite	41
2.1 Présentation du portefeuille d'étude	42
2.2 Modèle ALM et GSE utilisés	47
2.3 Mesures de performance	62
2.4 Solvabilité du portefeuille à la date initiale	65
3 Détermination de l'allocation optimale d'actifs	75
3.1 Démarche d'optimisation	76

3.2	Sélection des portefeuilles optimaux	78
3.3	Application des tests de résistance	82
3.4	Présentation des portefeuilles optimaux	87
4	Analyse de sensibilité et limites de l'étude	91
4.1	Variation de l'âge du portefeuille	92
4.2	Augmentation de l'âge légal de départ à la retraite	94
4.3	Passage à une stratégie d'allocation flottante	96
4.4	Scénario de hausse des taux	99
4.5	Limites de l'étude	102
	Conclusion	105
	Bibliographie	106
	A Provisions	109
	B Règles d'investissements	113

Introduction

La retraite supplémentaire représente le dernier pilier de la retraite en France et reste encore peu développée. En effet, les régimes obligatoires sont la principale source de revenu des retraités actuels. Cependant, ces régimes, fonctionnant par répartition, subissent depuis quelques années des difficultés en termes d'équilibre financier.

Avant 2016, la retraite professionnelle supplémentaire en France était principalement gérée par des organismes d'assurance classique : compagnies, mutuelles et institutions de prévoyance. En comparaison, les autres pays européens avaient opté pour une gestion par des fonds de pension soumis à une réglementation différente, la directive IORP. Or depuis 2016, les organismes d'assurance sont soumis à la réglementation Solvabilité II, imposant une marge de solvabilité plus importante que celle imposée par la directive IORP. De plus, la marge de solvabilité dépend fortement de l'allocation d'actifs. En effet, une forte proportion en actifs risqués demande un besoin en capital important, mais une faible proportion peut nuire à la revalorisation des provisions mathématiques. Les organismes français gérant des activités de retraite professionnelle supplémentaire se sont donc retrouvés avec un désavantage vis-à-vis des autres acteurs européens.

La loi SAPIN II, promulguée fin 2016, a permis de palier à ce désavantage en permettant la création d'entités dédiées à l'activité de retraite professionnelle supplémentaire. Ces entités appelées, Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire ou FRPS, sont régies par la directive IORP II. Cette directive permet de retourner à des contraintes réglementaires plus souples similaires à celles de Solvabilité I, avec l'introduction de tests de résistance à horizon dix ans. Le besoin en capital n'est aussi plus directement lié à la proportion en actifs risqués. Les FRPS peuvent donc théoriquement avoir une proportion en actifs risqués plus importante sans surcoût en capital et donc permettre une meilleure revalorisation des provisions mathématiques. Ce changement de cadre prudentiel pousse donc les assureurs à repenser leur méthodologie de détermination de l'allocation d'actifs qui doit désormais respecter de nouvelles contraintes réglementaires mais aussi de nouveaux objectifs de revalorisation.

En partant de ces différentes observations, ce mémoire s'est concentré à déterminer une allocation d'actifs optimale pour les FRPS permettant d'optimiser un couple (rendement x risque long terme). Dans un premier temps, pour contextualiser l'étude, il sera présenté le système de retraite en France et le processus de création des FRPS avec la directive IORP II (cf. chapitre [1](#)). Dans un second temps, les modèles de projection développés seront présentés ainsi que les données utilisées (cf. chapitre [2](#)). Dans un troisième temps, la démarche utilisée pour sélectionner les portefeuilles optimaux sera expliquée, en particulier le choix des indicateurs. La démarche sera ensuite appliquée à un ensemble de portefeuille d'actifs générés de façon aléatoire (cf. chapitre [3](#)). Pour terminer, différentes sensibilités seront réalisées pour analyser l'évolution des portefeuilles optimaux (cf. chapitre [4](#)).

Chapitre 1

Présentation des Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire

L'objectif de ce chapitre est de préciser le cadre réglementaire encadrant les Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire (FRPS). Dans un premier temps, le système de retraite en France sera présenté. Ensuite, le processus de création des FRPS et la nouvelle directive avec ses trois piliers seront détaillés. Enfin, il sera donné un aperçu du marché des FRPS en France.

1.1 Généralités sur la retraite en France

1.1.1 Présentation du système de retraite en France

En France, le système de retraite repose sur trois piliers explicités, de manière simplifiée, par la figure 1.1

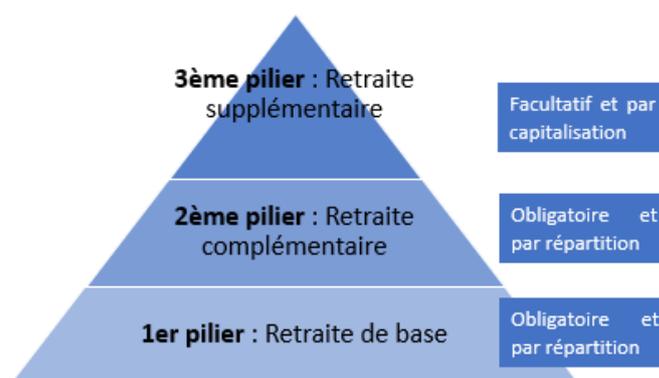


FIGURE 1.1 : Les 3 piliers de la retraite en France

Les deux premiers piliers reposent sur un principe de financement par répartition : les cotisations versées (prélevées sur les revenus professionnels) par les salariés en activité servent à payer les pensions des actuels retraités. Un phénomène de solidarité entre les générations est donc observé. Le

troisième pilier est facultatif et fonctionne sur un principe de financement par capitalisation : les cotisations versées par l'employé et l'employeur alimentent un compte individuel, qui sont investies sur des supports d'investissements jusqu'à la retraite où les prestations seront versées sous forme de rente. Les deux premiers piliers sont prédominants, ils représentent plus de 95% des cotisations versées à fin 2019 (ACPR, 2022a).

1.1.2 Les régimes de base

Ils sont gérés par différentes caisses de retraites en fonction de la catégorie socio-professionnelle de l'assuré, la principale étant celle du régime général de la Sécurité Sociale. L'objectif des régimes de base est de garantir un minimum de retraite aux cotisants. Le montant de la rente versée est calculé selon la formule (1.1)

$$Rente = \text{Salaires annuel moyen} \times \text{Taux liquidation} \times \frac{\text{Durée au régime général}}{\text{Durée de référence}}. \quad (1.1)$$

Le salaire annuel moyen correspond à la moyenne des 25 meilleurs salaires plafonnés au PASS (Plafond Annuel de la Sécurité Sociale). Le PASS pour l'année 2022 est fixé à 41 136€. Le taux de liquidation est un pourcentage qui dépend de la durée de cotisation et de l'âge de départ à la retraite. Le taux plein correspond à 50% et est appliqué si le nombre de trimestres exigé est atteint ou si l'assuré a atteint l'âge de départ en retraite à taux plein automatique. Autrement, un coefficient de minoration est appliqué. La durée d'assurance au régime général et la durée de référence sont exprimées en nombre de trimestres. La durée de référence correspond au nombre de trimestres nécessaire pour obtenir le taux plein et dépend de l'année de naissance de l'assuré. Le rapport ne peut pas être supérieur à 1. Le tableau 1.1 indique en fonction de la date de naissance, l'âge minimum légal de départ à la retraite, l'âge de départ à la retraite au taux plein automatique et la durée de cotisation en trimestres pour obtenir le taux plein.

Date de naissance de l'assuré	Âge minimum légal de départ à la retraite	Âge de départ à la retraite au taux plein	Durée de cotisation (en trimestres)
1948	60 ans	65 ans	160
1949	60 ans	65 ans	161
1950	60 ans	65 ans	162
Du 1er janvier 1951 au 1er juillet 1951	60 ans	65 ans	163
Du 1er juillet 1951 au 31 décembre 1951	60 ans et 4 mois	65 ans et 4 mois	163
1952	60 ans et 9 mois	65 ans et 9 mois	164
1953	61 ans et 2 mois	66 ans et 2 mois	165
1954	61 ans et 7 mois	66 ans et 7 mois	165
1955	62 ans	67 ans	166
1956	62 ans	67 ans	166
1957	62 ans	67 ans	166
Du 1er janvier 1958 au 31 décembre 1960	62 ans	67 ans	167

Date de naissance de l'assuré	Âge minimum légal de départ à la retraite	Âge de départ à la retraite au taux plein	Durée de cotisation (en trimestres)
Du 1er janvier 1961 au 31 décembre 1963	62 ans	67 ans	168
Du 1er janvier 1964 au 31 décembre 1966	62 ans	67 ans	169
Du 1er janvier 1967 au 31 décembre 1969	62 ans	67 ans	170
Du 1er janvier 1970 au 31 décembre 1972	62 ans	67 ans	171
À partir du 1er janvier 1973	62 ans	67 ans	172

TABLE 1.1 : Conditions de départ à la retraite

Des majorations peuvent aussi avoir lieu en fonction du nombre d'enfants à charges et pour les salariés prolongeant leur activité après l'acquisition de leur taux plein et au-delà de l'âge d'ouverture des droits. La pension versée ne peut excéder 1 714,00€ bruts/mois et ne peut être inférieure à 652,60€ bruts/mois en 2022.

Cette méthode de calcul est dite "à prestations définies", il y a un engagement sur le niveau de garantie, ici sur le montant mensuel de la rente que l'assuré percevra à sa retraite.

1.1.3 Les régimes complémentaires

Ils viennent compléter le régime de base et fonctionnent sur un principe de points, chaque salarié dispose d'un stock de points qui sera transformé en rente au moment du départ à la retraite. La principale caisse de retraite complémentaire est l'AGIRC-ARRCO (Association Générale des Institutions de Retraite des Cadres - Association pour le Régime de Retraite Complémentaire des salariés) et elle concerne les salariés du privé et les salariés agricoles. Ce régime unifié de retraite complémentaire pour tous les salariés a été instauré le 1er janvier 2019.

Ce régime fonctionne par prélèvement de cotisations sociales salariales et patronales qui sont ensuite converties en point. Le montant des cotisations, déterminé selon la formule (1.2), dépend de l'assiette de cotisation et du taux de cotisation. Les cotisations sont prises en charge par l'employeur à hauteur de 60% et par le salarié à hauteur de 40%

$$\text{Montant des cotisations} = \text{Assiette de cotisation} \times \text{Taux de cotisation}. \quad (1.2)$$

L'assiette de cotisation dépend du salaire du salarié et se divise en deux tranches selon le Plafond Annuel de la Sécurité Sociale (PASS) : tranche 1 jusqu'à 1 PASS et tranche 2 de 1 à 8 PASS (cf Figure 1.2). Le taux de cotisation correspond à un pourcentage appliqué à l'assiette de cotisation. Il est important de différencier la cotisation permettant d'acquérir des points de retraite, appelé taux contractuel et la cotisation prélevée par l'employeur sur le salaire, appelé taux de cotisation.

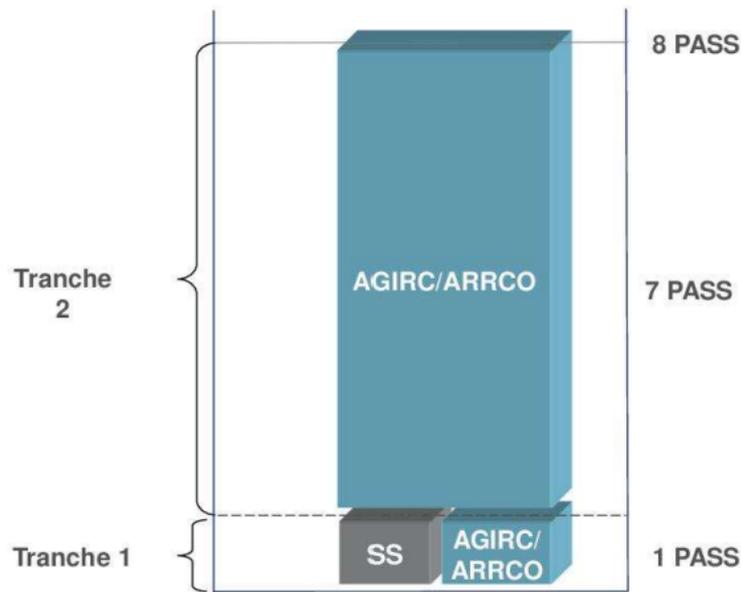


FIGURE 1.2 : Tranches de cotisations AGIRC-ARRCO

Trois contributions/cotisations viennent s'ajouter à ces taux : une contribution d'équilibre générale (CEG), une contribution d'équilibre technique (CET) et une cotisation à l'association pour l'emploi des cadres (APEC). La CEG permet de compenser les charges résultant des départs à la retraite avant 67 ans et est fixé à 2,15% pour la tranche 1 et 2,70% pour la tranche 2. La CET s'applique à tous les salariés dont la rémunération dépasse le PASS et est prélevée sur la tranche 1 et 2 au taux de 0,35%. La dernière cotisation vise à financer l'APEC qui permet l'accompagnement et le conseil des cadres dans leur parcours professionnel et est prélevée au taux de 0,06% pour la tranche 1 et 2 dans la limite de 4 PASS.

Les taux contractuels permettent de déterminer le nombre de points de retraite acquis. Ils sont fixés par les partenaires sociaux à 6,20% pour la tranche 1 et 17,00% pour la tranche 2. Le taux de cotisation correspond au taux contractuel multiplié par un pourcentage d'appel fixé à 127%. Par conséquent, le taux de cotisation est supérieur au taux contractuel, ce qui permet de maintenir l'équilibre du régime. Le taux de cotisation est donc de 7,87% pour la tranche 1 et 21,59% pour la tranche 2.

Le montant de la rente complémentaire AGIRC-ARRCO est donc calculé selon la formule (1.3)

$$\text{Rente complémentaire} = \text{Nombre de points} \times \text{Valeur d'un point}, \quad (1.3)$$

avec

$$\text{Nombre de points} = \frac{\text{Assiette d'acquisition des points}}{\text{Prix d'achat d'un point}},$$

et

$$\text{Assiette d'acquisition des points} = \text{Tranche de salaire} \times \text{Taux cotisation contractuel}.$$

La valeur d'un point est fixé par le régime de retraite complémentaire et est revalorisé chaque année. Le prix d'achat et la valeur d'un point AGIRC-ARRCO en 2022 sont respectivement de 17,4316€

et de 1,2841€ (AGIRC-ARRCO, 2022). Le coefficient de minoration dépend du nombre de trimestres manquants à l'assuré pour atteindre soit ses 67 ans, soit la durée exigée pour obtenir le taux plein.

Le régime AGIRC-ARRCO prévoit aussi d'appliquer des majorations et/ou minoration (AGIRC-ARRCO, 2023). En effet la pension est majorée de 10% à partir de 3 enfants et un coefficient de minoration est appliqué, selon le tableau 1.2, en fonction du nombre de trimestres manquants pour obtenir le taux plein du régime général.

Nombre de trimestres manquants	Coefficient d'anticipation
20	0,78
19	0,7925
18	0,805
17	0,8175
16	0,83
15	0,8425
14	0,855
13	0,8675
12	0,88
11	0,89
10	0,90
9	0,91
8	0,92
7	0,93
6	0,94
5	0,95
4	0,96
3	0,97
2	0,98
1	0,99

TABLE 1.2 : Minoration des pensions AGIRC-ARRCO

Cette méthode de calcul est dite "à cotisations définies", il y a un engagement sur le montant des cotisations versées par l'assuré au titre du régime de retraite, sans contrepartie sur le montant de la rente qu'il percevra à la retraite.

1.1.4 Les régimes supplémentaires

Ils regroupent des produits d'assurances facultatifs collectifs et individuels et fonctionnent sur un principe de capitalisation. Le marché de la retraite supplémentaire est encore très minoritaire dans le système de retraite en France, dû à la place prépondérante des régimes de base et complémentaires.

La loi PACTE de 2019 a restructuré le marché de la retraite supplémentaire. En effet, les contrats "Madelin", PERP, "Article 83" et PERCO ne sont plus commercialisés depuis le 1er octobre 2020.

Ces contrats ont été remplacés par les PER (Plan d'Épargne Retraite) individuels ou d'entreprises. La mise en place du PER a permis d'unifier et d'harmoniser le marché en regroupant plusieurs dispositifs.

Il existe maintenant trois types de PER :

- Le PER individuel (PERin) qui est le successeur des PERP et des contrats "Madelin" ;
- Le PER Entreprise Obligatoire (PERO) qui est le successeur des "Article 83" ;
- Le PER Entreprise Collectif (PERECO) qui est le successeur du PERCO.

Ces différents dispositifs peuvent être alimentés selon trois compartiments :

- Un compartiment pour les versements volontaires. L'épargne liée à ce compartiment peut être liquidée en rente ou en capital au moment du départ en retraite, ainsi que dans les six cas de débloquages anticipés :
 - Achat d'une résidence principale ;
 - Décès du bénéficiaire ou conjoint ;
 - Invalidité de 2ème ou 3ème catégorie du titulaire, conjoint ou enfant ;
 - Surendettement ;
 - Liquidation judiciaire ;
 - Expiration des droits à l'assurance chômage.
- Un compartiment pour la participation, l'intéressement, l'abondement ou les congés payés. L'épargne liée à ce compartiment peut être liquidée avec les mêmes conditions que le premier compartiment
- Un compartiment pour les cotisations obligatoires. La sortie de l'épargne liée à ce compartiment se fait obligatoirement sous forme de rente viagère et ne peut pas être débloquée pour l'achat d'une résidence principale.

En France, les activités de retraite supplémentaire étaient principalement gérées par des assureurs soumis à Solvabilité II. Or depuis 2017, ces activités peuvent être gérées par de nouvelles entités, appelées FRPS.

1.2 La mise en place des fonds de pension à la française : FRPS

1.2.1 La situation en Europe

En 2003, les "fonds de pension", aussi appelés IRP (Institutions de Retraite Professionnelle), ont été mis en place au niveau européen avec la directive IORP pour homogénéiser les règles prudentielles des organismes dédiés à la retraite supplémentaire. La France a peu utilisé ce dispositif en préférant une gestion par des assureurs "classiques". Cependant, l'entrée en vigueur en 2016 du nouveau régime prudentiel "Solvabilité 2" a compliqué la situation de ces régimes de retraite supplémentaire. En effet, le choix de la France a provoqué un désavantage concurrentiel vis-à-vis du reste du marché européen qui avait adopté une gestion par des fonds de pension bénéficiant d'un cadre prudentiel plus avantageux. De plus, dans le cadre actuel de taux bas, les régimes de retraite supplémentaire sont particulièrement impactés. Ce désavantage a donc incité à la création des FRPS, en permettant de réduire le capital réglementaire, ainsi que la volatilité du ratio de solvabilité. Le capital réglementaire sous l'agrément FRPS dépend essentiellement des provisions mathématiques, il a donc un caractère forfaitaire, contrairement au SCR qui est calculé avec une approche basée sur les risques.

1.2.2 Le processus de création

Dans l'objectif de dynamiser à nouveau le marché de la retraite supplémentaire en France, les FRPS ont été créés selon le calendrier décrit par la figure [1.3](#).



FIGURE 1.3 : Schéma du processus de création des FRPS

Le 8 novembre 2016, la loi relative à la transparence, à la lutte contre la corruption et à la modernisation de la vie économique, dite "SAPIN II" a été adoptée par les parlementaires puis promulguée le 9 décembre 2016. L'article 114 de cette loi prévoyait d'autoriser la création de Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire (FRPS) qui ne seront pas concernés par la directive Solvabilité II mais par la directive IORP 2016/2431/EU (IORP II) et contrôlés par l'ACPR.

Article 114 de la Loi Sapin II

"..." le Gouvernement est autorisé à prendre par ordonnance "..." les mesures relevant du domaine de la loi permettant la création d'une nouvelle catégorie d'organisme ayant pour objet l'exercice de l'activité de retraite professionnelle supplémentaire.

L'ordonnance numéro 2017-484 du 6 avril 2017 acte la naissance des FRPS et précise notamment leur forme juridique, les limites des activités, les règles financières et prudentielles, et d'autres dispositions générales. Ainsi, les FRPS sont inscrits dans le Code des Assurances et ont la forme d'une société anonyme ou d'une société d'assurance mutuelle. Étant contrôlés par la directive IORP II, les FRPS doivent respecter une marge de solvabilité et suivre des règles de reporting et de gouvernance proches de Solvabilité II.

Le décret numéro 2017-1171 du 18 juillet 2017 fixe les règles applicables aux FRPS, notamment les règles relatives à la création, l'agrément, à l'organisation de la gouvernance et à la gestion financière et prudentielle. Les éléments suivants sont détaillés :

- La constitution de la marge de solvabilité (R. 385-1 du Code des Assurances) ;
- L'exigence minimale de marge de solvabilité (R. 385-2 du Code des Assurances) ;
- Le fonds de garantie (R. 385-3 du Code des Assurances) ;
- Le principe des tests de résistance (R. 385-4 du Code des Assurances) ;
- Les règles d'investissements (R. 385-5 à R. 385-15 du Code des Assurances) ;
- Le système de gouvernance (R. 385-16 du Code des Assurances) ;

- Les informations à fournir à l'ACPR et au public (R. 385-17 à R. 385-21 du Code des Assurances) ;
- Les mesures de sauvegarde (R. 385-22 à R. 385-25 du Code des Assurances).

L'arrêté du 14 août 2017 fixe les règles applicables aux FRPS, notamment les hypothèses techniques des tests de résistance applicables.

À sa création, les FRPS concernaient exclusivement les produits de retraite professionnelle collective comme les "Article 39", "Article 82", "Article 83" et PER Entreprises. Les contrats "Madelin" souscrits dans un cadre individuel étaient aussi concernés. Le PERCO et l'ensemble des produits souscrits dans un cadre personnel comme le PERP, PREFON COREM n'étaient pas concernés, à l'exception des Indemnités de Fin de Carrière sans garanties accessoires (IFC).

La loi PACTE de 2019 est venue étendre le périmètre des FRPS à la gestion des produits de retraite supplémentaire non professionnelle, du type PERP ou PER individuels, et rendre obligatoire le cantonnement des actifs retraites d'ici à fin 2022 mais la loi ASAP de 2020 a levé cette obligation pour les PER.

La création d'une nouvelle entité sous le régime FRPS ou le transfert d'engagements de retraite professionnelle supplémentaire doit se faire selon le calendrier présenté par la figure [L.4](#).

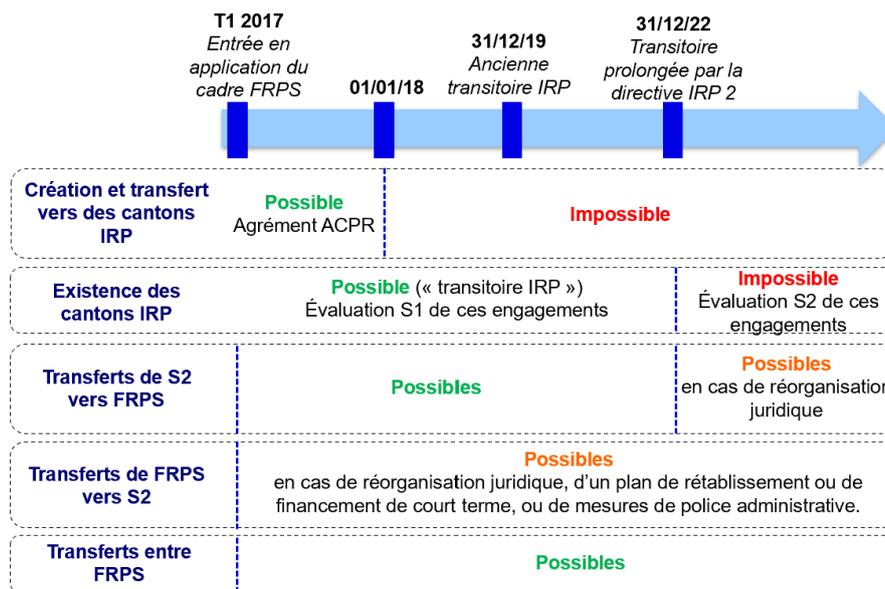


FIGURE 1.4 : Conditions de création et transferts de FRPS (ACPR, [2017](#))

La nouvelle directive encadrant les FRPS permet de gérer les contrats de retraite dans un cadre réglementaire plus souple et plus adapté à leurs spécificités. Cette nouvelle directive s'articule autour de trois grands piliers qui vont être détaillés ci-dessous.

1.3 Le régime prudentiel : la directive IORP II

Les FRPS sont soumis au régime prudentiel de la directive IORP II. Cette directive propose un cadre réglementaire favorable pour gérer les engagements de retraite supplémentaire alors que Solvabilité II

représentait avec difficulté les caractéristiques des engagements à longue durée. Ce régime repose sur trois piliers et a de nombreux points communs avec Solvabilité I et II :

- Le pilier I traite des exigences quantitatives. Ces exigences sont similaires à celles proposées par Solvabilité I, mais avec l'introduction des tests de résistance à réaliser à horizon dix ans ;
- Le pilier II concerne les exigences de gouvernance et la gestion des risques et s'appuie sur les mêmes principes que le 2ème pilier de Solvabilité II. Les règles d'investissements imposées sont similaires à celles de Solvabilité I ;
- Le pilier III concerne la production des reporting pour le contrôleur et pour le public. Les reporting sont similaires à ceux exigés par Solvabilité II.

1.3.1 Pilier I : Les exigences quantitatives

Les exigences quantitatives des FRPS en matière de solvabilité sont basées sur les exigences introduites par Solvabilité I. Des tests de résistance spécifiques à horizon dix ans ont été ajoutés pour mesurer des besoins complémentaires en fonds propres.

La valorisation du bilan FRPS est faite en valeur comptable, contrairement à Solvabilité II où le bilan est valorisé en "market consistent" : les provisions techniques sont donc évaluées en norme française, c'est-à-dire sans prendre en compte les risques financiers liés aux revalorisations futures des rentes. La Participation aux Bénéfices peut être versée sur quinze ans (huit ans traditionnellement). Les engagements sont actualisés au taux historique, c'est-à-dire au technique du contrat, contrairement à Solvabilité II où le taux de marché était utilisé. De plus, les fonds propres FRPS sont des fonds propres comptables : ils sont donc définis comme la différence entre les actifs évalués en valeur comptable et les provisions techniques (normes françaises). Le montant de fonds propres doit être supérieur à l'Exigence de Marge de Solvabilité (EMS), auquel peut être ajouté un capital supplémentaire lié aux tests de résistance.

La Marge de Solvabilité (MS)

Les FRPS doivent constituer une marge de solvabilité avec les éléments suivants décrit à l'article R. 385-1 du Code des Assurances :

- Le capital social versé ;
- Les réserves réglementaires ou libres ne correspondant pas aux engagements, y compris la réserve de capitalisation ;
- Le report du bénéfice, des excédents ou de la perte, déduction faite des dividendes ;
- Les fonds provenant de l'émission de titres ou d'emprunts subordonnés, ainsi que d'actions de préférence, si ces dernières respectent des conditions de durée et de remboursement. Ces fonds sont admis dans la limite de 50% du minimum entre l'EMS et la MS, et dans la limite de 25% si les titres ou emprunts sont à durée déterminée ;
- La réserve pour fonds de garantie, à hauteur de la part de cotisation versée par l'entreprise et non utilisée par le fonds.

Les éléments suivants peuvent également être rajoutés pour constituer la marge de solvabilité, uniquement sur demande, justification et acceptation de l'ACPR :

- La moitié de la fraction non versée du capital ou de la part restant à rembourser de l'emprunt pour fonds d'établissement, dès que la partie versée atteint 25% de ce capital ou de ce fonds, dans la limite de 50% du minimum entre l'EMS et la MS ;
- Les plus-values pouvant résulter de la sous-estimation d'éléments d'actif dans la mesure où de telles plus-values n'ont pas un caractère exceptionnel. L'ensemble diminué des moins-values latentes sur instruments financiers à terme non provisionnés ;
- Les plus-values latentes sur les instruments financiers à terme mentionnés, dès lors que les opérations correspondantes sont négociées sur un marché réglementé des Etats parties à l'accord sur l'EEE, un marché de pays tiers membres de l'OCDE en fonctionnement régulier ou réalisées de gré à gré et garanties dans les conditions d'une convention cadre. L'ensemble diminué des moins-values latentes sur instruments financiers à terme non provisionnés.

Les éléments suivants viennent diminuer la marge de solvabilité :

- Les actions propres détenues directement par le FRPS ;
- Les participations (non temporaire) que le FRPS détient dans un établissement de crédit, une société de financement, une entreprise d'investissement ou un établissement financier ;
- Les créances subordonnées que le FRPS détient sur les entreprises mentionnées dans l'élément précédent dans lesquelles il détient une participation ;
- Les certificats mutualistes ou paritaires émis et détenus directement par le FRPS.

L'Exigence de Marge de Solvabilité (EMS)

La directive IORP II repose sur des principes proches de Solvabilité I pour l'exigence de marge de solvabilité. Ce montant peut être augmenté d'un capital supplémentaire venant des tests de résistance.

L'exigence de marge de solvabilité dépend de la nature et du type des engagements. Les modalités de calcul de l'exigence de marge de solvabilité sont décrites à l'article R. 385-2 du Code des Assurances.

Pour des engagements en euros, autres que ceux relatifs à des garanties en cas d'incapacité et d'invalidité, l'exigence de marge de solvabilité est calculée par rapport aux provisions mathématiques, provisions de gestion et capitaux sous risque (cf Annexe **A**). Le capital sous risque est égal au risque décès, déduction faite de la provision mathématique du risque principal.

Ce montant est égal à la somme des éléments suivants :

- Le résultat du produit de 4% de la somme des provisions mathématiques et des provisions de gestion (sans déduction des cessions en réassurance et aux acceptations en réassurance), par le rapport entre le montant des provisions mathématiques après cessions en réassurance et le montant des provisions mathématiques brut de réassurance du dernier exercice, sans que ce rapport ne puisse être inférieur à 85% ;
- Le résultat du produit de 0,3% des capitaux sous risque par le rapport entre le montant des capitaux sous risque après cession et rétrocession en réassurance et le montant des capitaux sous risque brut de réassurance du dernier exercice, sans que ce rapport ne puisse être inférieur à 50%.

Pour des engagements exprimés en unité de compte, l'exigence minimale de marge de solvabilité est égale à :

- 4% des provisions techniques relatives aux opérations d'assurances directes et d'acceptations brutes de réassurance multiplié par le rapport entre le montant des provisions mathématiques après cessions en réassurance et le montant des provisions mathématiques brut de réassurance du dernier exercice, sans que ce rapport ne puisse être inférieur à 85, si le FRPS assume un risque de placement ;
- 1% des provisions techniques des contrats multiplié par le rapport entre le montant des provisions mathématiques après cessions en réassurance et le montant des provisions mathématiques brut de réassurance du dernier exercice, sans que ce rapport ne puisse être inférieur à 85, si le FRPS n'assume pas de risque de placement et que le montant destiné à couvrir les frais de gestion prévus dans ces contrats soit fixé pour une période supérieure à cinq années ;
- 25% des dépenses de gestion nettes du dernier exercice, si le FRPS n'assume pas de risque de placement et que le montant destiné à couvrir les frais de gestion prévus dans ces contrats n'est pas fixé pour une période supérieure à cinq années ;
- La somme entre 0,3% des capitaux sous risque, multiplié par le rapport entre le montant des capitaux sous risque après cessions et rétrocessions en réassurances et le montant des capitaux sous risque brut de réassurance, sans que ce rapport ne puisse être inférieur à 50% du dernier exercice, et un des montants précédents, si le FRPS assume un risque de mortalité.

Pour des engagements exprimés en parts de provision de diversification (cf Annexe [A](#)), l'exigence minimale de marge de solvabilité est fixée à 1% de la provision de diversification . Si le contrat correspondant à cette provision prévoit que les frais de gestion ne sont pas fixés pour une période supérieure à cinq ans, l'exigence de minimale de marge est égale au produit de 25% des dépenses de gestion nettes du dernier exercice, par la quote-part de la provision de diversification dans les provisions constituées au titre de la comptabilité auxiliaire d'affectation.

Pour des engagements exprimés en unité de rente, l'exigence minimale de marge de solvabilité est égale, dans la limite de la provision mathématique théorique (cf Annexe [A](#)), à 4% de la somme des éléments suivants :

- La provision technique spéciale (cf Annexe [A](#)) calculée après cessions en réassurance, sans que le rapport entre la provision technique spéciale brute de réassurance et cette même provision nette de réassurance ne puisse être inférieur à 85% ;
- Des plus-values ou moins-values latentes nettes sur les actifs affectés à la provision technique spéciale ;
- La provision technique spéciale complémentaire (cf Annexe [A](#)) ;
- La provision technique spéciale de retournement (cf Annexe [A](#)).

Les tests de résistance

La directive IORP II introduit la réalisation de tests de résistance de façon annuelle. Ces tests de résistance permettent d'évaluer la capacité de l'entité à faire face à ses engagements dans des scénarios stressés techniquement ou financièrement. Ces tests sont réalisés sur un horizon de 10 ans.

L'entité doit donc calculer sa marge de solvabilité et son exigence minimale de marge de solvabilité pour quatre scénarios : un scénario central qui prolonge les hypothèses techniques et financières de l'exercice précédent et pour les trois scénarios chocs. La directive IORP II précise que l'entité doit respecter la marge de solvabilité à tout moment y compris dans le cas des scénarios chocs.

Article L. 385-2 du Code des Assurances

”Les fonds de retraite professionnelle supplémentaire doivent à tout moment respecter une marge de solvabilité calculée selon des modalités définies par voie réglementaire.”

Article L. 385-3 du Code des Assurances

”Les fonds de retraite professionnelle supplémentaire effectuent chaque année un test de résistance destiné à évaluer leur capacité à faire face à leurs engagements à l'égard de leurs assurés, membres, adhérents et participants, notamment dans certains scénarios représentant des conditions détériorées de marché.”

La projection dans le scénario central se fait avec les hypothèses suivantes décrites à l'article A. 385-2 du Code des Assurances :

- Les primes projetées correspondent à la moyenne des primes encaissées au cours des trois derniers exercices, ou aux versements périodiques, programmés et versements libres estimés prudemment, s'il justifie la cohérence de ce choix ;
- Les frais de gestion projetés sont estimés de façon cohérente avec les hypothèses de frais utilisées pour le calcul de la provision de gestion ;
- L'allocation des actifs est inchangée pour l'ensemble de la période projetée ;
- Les valeurs amortissables sont détenues jusqu'à maturité et réinvesties sur des obligations de maturités cohérentes avec la durée des engagements, sans pouvoir être supérieures à 15 ans. Le niveau des coupons annuels des nouvelles obligations est égal à la moyenne annuelle, sur le dernier exercice, du niveau de l'indice TEC_n. Lorsque la maturité de la nouvelle obligation ne correspond pas à un indice TEC_n disponible, une interpolation linéaire est réalisée entre les deux indices TEC_n disponibles encadrant au plus proche de la maturité choisie.

La courbe des moyennes des taux TEC_n de l'année 2021 obtenue après interpolation linéaire est représentée par la figure [1.5](#).

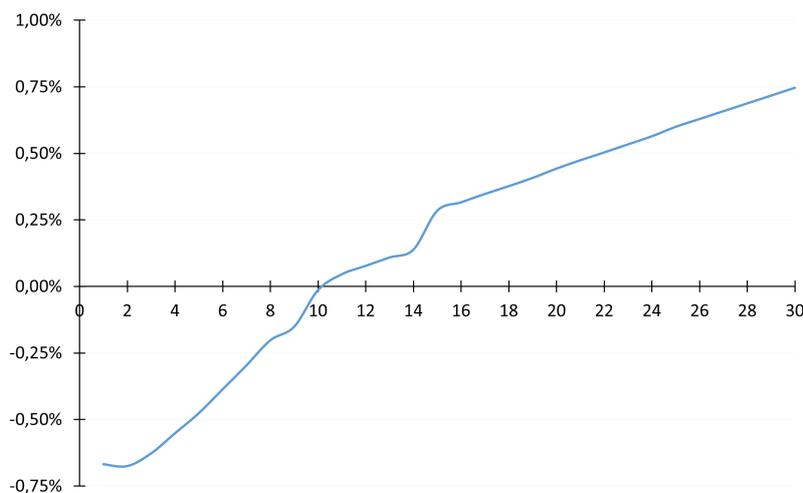


FIGURE 1.5 : Courbe des taux TEC_n (BANQUE DE FRANCE, [2022](#))

La duration du passif, pour la réinvestissement des obligations, est calculée selon la formule (1.4)

$$Duration\ passif = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} i \times Flux_i \times Proba_i \times \frac{1}{(1+taux_i)^i}}{\sum_{i=1}^{\infty} Flux_i \times Proba_i \times \frac{1}{(1+taux_i)^i}}, \quad (1.4)$$

avec :

- i : l'année de paiement ;
- $Flux_i$: le flux payé l'année i ;
- $Proba_i$: la probabilité de payer le flux de l'année i ;
- $taux_i$: le taux d'actualisation de l'année i .

- Les valeurs non amortissables génèrent un rendement annuel égal à la moyenne annuelle, sur l'exercice précédent le test, du niveau du taux moyen des emprunts (TME) de l'Etat français, augmenté d'une prime de risque de 250 points de base ;

En 2021, le TME moyen était de 0,033% (BANQUE DE FRANCE, 2022), le rendement des actifs non amortissables est donc supposé égal à 2,533% sur toute la période de projection.

- La mortalité projetée est cohérente avec les hypothèses utilisées pour le calcul des provisions mathématiques ;
- Les résultats du FRPS sont imposés ;
- La participation aux bénéfices est évaluée conformément aux conditions en vigueur à la date de la clôture du dernier exercice ;
- L'évaluation des provisions techniques nécessaires à l'estimation de la marge de solvabilité constituée et de l'exigence minimale de marge de solvabilité pour chaque exercice est réalisée selon les hypothèses suivantes :
 - Pour l'ensemble des exercices projetés, le montant de la provision pour aléa financier est nul ;
 - Pour les provisions mathématiques relatives à des engagements donnant lieu à la constitution de provision de diversification, les indices TECn utilisés sont ceux publiés à la date d'arrêté des comptes de l'exercice précédent le test ;
 - Pour les garanties exprimées en unités de rente, la courbe des taux sans risque correspond à celle avec correction pour volatilité publiée par l'Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles en vigueur à cette même date ;
 - Pour les autres engagements qui ne sont pas provisionnés au taux historique, le taux moyen des emprunts d'Etat est celui observé à cette même date.
- Les éléments constitutifs de marge correspondant à des emprunts subordonnés sont supposés demeurer inchangés pour toute la période projetée. Si pour l'un des emprunts concernés, la date de remboursement ou première date de remboursement anticipé est couverte par la période projetée, l'emprunt est supposé être remplacé par un emprunt de même nature et ayant les mêmes caractéristiques.

Les projections pour les trois scénarios chocs sont réalisées avec les mêmes hypothèses que pour la projection centrale, avec les modifications suivantes décrites à l'article A. 385-3 du Code des Assurances :

- **Scénario de baisse des taux d'intérêt** : Le niveau des taux d'intérêts pour les valeurs amortissables ainsi que celui servant de référence pour le calcul des provisions techniques est diminué (cf formule (1.5)), pour toute la durée de la projection, du maximum entre une baisse relative de 40% et une baisse absolue de 0,75%, sans pouvoir toutefois être inférieur à 0% ou supérieur à 3,5%

$$Taux_{choqué} = \max(0; \min(Taux_{central} - 0,75\%; Taux_{central} \times (1 - 40\%); 3,5\%)). \quad (1.5)$$

- **Scénario de baisse des rendements financiers** : Le niveau de rendements des actifs non amortissables est diminué de 30%.
- **Scénario de baisse de la mortalité** : Le taux de mortalité à tout âge est diminué de 10%.

Si un des scénarios provoque une insuffisance en capital lors des dix années de projection, le FRPS devra soumettre un plan de convergence à l'ACPR pour justifier sa capacité à disposer d'une marge de solvabilité suffisante. Si le plan de convergence est jugé insuffisant, l'ACPR peut exiger un montant supplémentaire (appelé capital add-on) en plus de l'EMS calculé selon la formule (1.6)

$$capital\ add-on = \max\left(\frac{x_1}{1}; \frac{x_2}{2}; \dots; \frac{x_{10}}{10}\right). \quad (1.6)$$

avec x_i l'insuffisance en capital du pire scénario à l'année i . Ce montant est défini comme la différence entre l'exigence minimale de marge de solvabilité et la marge de solvabilité de l'année i .

Le cadre prudentiel des FRPS devrait donc favoriser des investissements plus risqués et donc plus rémunérateurs à long terme. En effet, le besoin en capital pour les FRPS ne dépend plus directement de l'allocation d'actifs, contrairement à la directive Solvabilité II avec le SCR de marché : le SCR est une fonction croissante de la quantité d'actions dans le portefeuille de l'assureur (CHEVALIER, 2017). De plus, le montant de l'exigence de marge de solvabilité ne prend plus en compte les caractéristiques du portefeuille.

1.3.2 Pilier II et III : Les exigences qualitatives

Le pilier II concerne le système de gouvernance et la gestion des risques et le pilier III la publication annuelle des rapports à produire pour l'ACPR ainsi qu'aux affiliés et bénéficiaires. Ces deux piliers sont similaires à ceux sous Solvabilité II avec quelques ajustements notamment sur la méthodologie d'évaluation de l'exigence minimale de solvabilité.

Les FRPS doivent donc appliquer l'ensemble des règles de Solvabilité II liées à la gouvernance, à savoir :

- L'évaluation interne des risques et de la solvabilité : ORSA ;
- La mise en place des quatre fonctions clés : la vérification de la conformité, la gestion des risques, la fonction actuarielle et l'audit interne ;
- Un système de gestion des risques ;
- Un système de contrôle interne ;

- Un Plan de Continuité d'Activité.

Le FRPS doit aussi respecter le principe de la personne prudente, les règles d'investissements du Code des Assurances (cf Annexe **B**) et produire les rapports suivants :

- Un rapport ORSA avec les résultats des tests de résistance ;
- Le rapport régulier au contrôleur : RSR ;
- Les QRT trimestriels ;
- Un rapport sur la solvabilité et la situation financière (SFCR) dont le contenu est adapté aux FRPS. Il doit notamment contenir, en partie, les éléments suivants :
 - Une description de l'activité et des résultats du FRPS ;
 - Une description de la façon dont le capital est géré.

Les FRPS sont donc contraints de justifier leur politique de gestion des placements.

Les exigences ORSA pour les FRPS sont globalement similaires à celles des entités sous Solvabilité II, à l'exception de devoir considérer, à la place du Capital de Solvabilité Requis (SCR), l'Exigence de Marge de Solvabilité (EMS) pour apprécier la solvabilité de l'entité pour les évaluations suivantes :

- Conformité aux exigences de solvabilité réglementaires ;
- Projection de la solvabilité dans le cadre des tests de résistance réglementaires ;
- Évaluation du Besoin Global de Solvabilité.

De plus, la réglementation impose aux FRPS de produire un nouvel état spécifique annuel, appelé RP43, comportant les tests de résistance. Ces projections visent à estimer, sur différents scénarios, l'évolution sur 10 ans : du compte de résultat, de certains postes du bilan, du ratio de couverture de l'Exigence de Marge de Solvabilité, et du risque de Provision pour Aléa Financier (PAF).

Malgré ce cadre réglementaire avantageux les FRPS ont connu un démarrage assez lent mais l'obligation de cantonnement des actifs retraite d'ici 2023 a permis de relancer les demandes d'agrément.

1.4 Le marché des FRPS en France

1.4.1 Les chiffres clés

À fin 2021, le marché des Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire est composé de :

- Abeille Assurances Retraite Professionnelle (ex Aviva Retraite Professionnelle) : agrément obtenu en 2018 ;
- Allianz Retraite : agrément obtenu en 2020 ;
- Apicil Epargne Retraite : agrément obtenu en 2021 ;
- Axa Retraite Entreprise : agrément obtenu en 2020 ;

- CPCEA RS (Groupe Agricola) : agrément obtenu en 2021 ;
- Malakoff Humanis Retraite Supplémentaire (MHRS) : agrément obtenu en 2018 ;
- Retraite Supplémentaire Banque Populaire (RSBP) : agrément obtenu en 2019 ;
- Société d'Assurances de Consolidation des Retraites de l'Assurance (SACRA) : agrément obtenu en 2018.

On peut aussi citer :

- Institution de Retraite Professionnelle Supplémentaire Austerlitz (IA) : agrément d'IRPS (Institution de Retraite Professionnelle Supplémentaire)(régie par le code de la Sécurité Sociale) obtenu en 2019 ;
- Mutuelle des Entreprises Des Indépendants du Commerce et de l'Industrie et des Services (MEDICIS) : agrément de MRPS (Mutuelle de Retraite Professionnelle Supplémentaire)(régie par le code de la Mutualité) obtenu en 2020.

Le cantonnement obligatoire des actifs retraites avant fin 2022 a multiplié les demandes d'agrément en tant que FRPS. En effet, AG2R La Mondiale, Ageas France, Agricola (deuxième agrément), Ariel CNP Assurances, BNP Paribas Cardif, Generali, Predica, Swiss Life ainsi que l'Union Mutualiste Retraite ont effectué une demande à l'ACPR.

D'après une analyse des rapports SFCR des FRPS (GALEA, 2022), le chiffre d'affaires en retraite supplémentaire a doublé entre 2021 et 2020 : 2 120 M€ en 2021 contre 1 060 M€ en 2020. Ce phénomène est dû à l'évolution du périmètre avec la loi PACTE. La figure 1.6 montre l'évolution des cotisations des organismes ayant l'agrément FRPS entre 2020 et 2021. Certains organismes ont un chiffre d'affaires nul ou proche de zéro du fait de la gestion de régimes fermés.

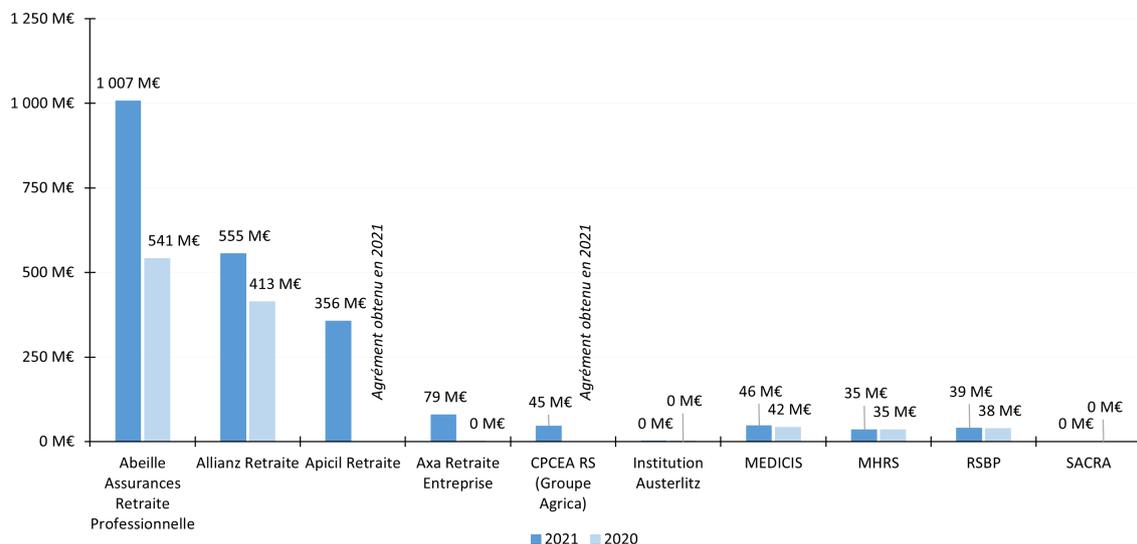


FIGURE 1.6 : Volume des cotisations en 2021 et 2020 par organisme

1.4.2 Allocation d'actifs et solvabilité

La nouvelle réglementation encadrant les FRPS a pour objectif de favoriser les investissements plus diversifiés pour obtenir de meilleurs rendements à long terme. En effet, le capital à immobiliser n'est

plus directement lié à l'allocation d'actifs. La figure 1.7 montre la répartition des classes d'actifs en valeur nette comptable pour les principales entités FRPS du marché.

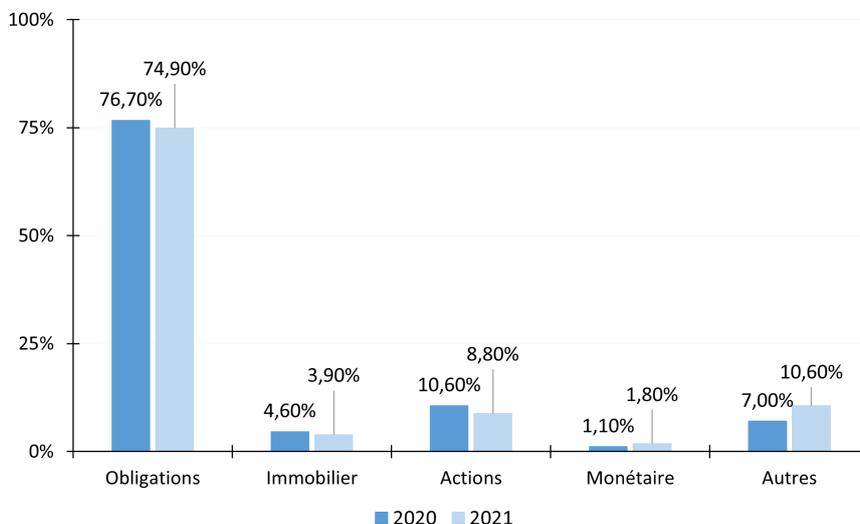


FIGURE 1.7 : Allocation d'actifs en valeur nette comptable (GALEA, 2022)

L'allocation d'actifs présentée reste similaire à celle d'un assureur vie classique soumis à Solvabilité II. En effet, la répartition d'actifs reste prudente avec un investissement très orienté sur les obligations avec une part proche des 75% et une part d'actifs risqués (actions et immobilier) faible avec 13%. La figure 1.8 présente les ratios de couverture de l'exigence de marge de solvabilité des principaux acteurs du marché avec et hors prises en compte des plus-values latentes.

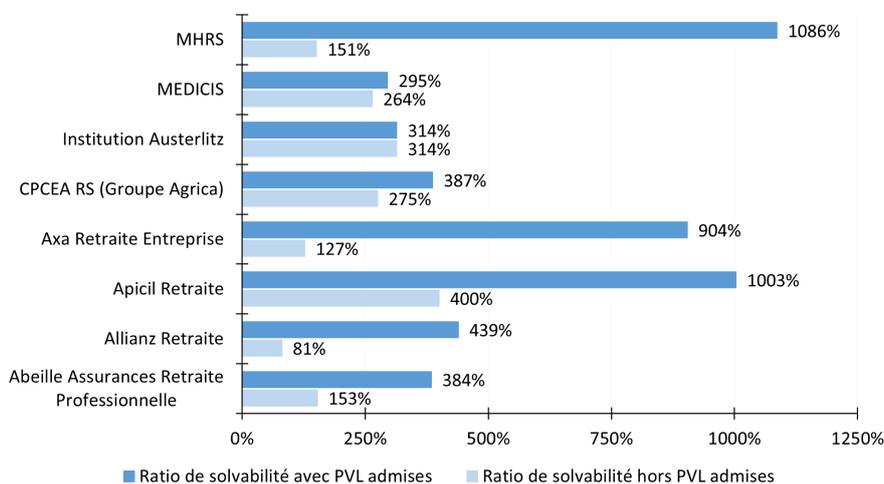


FIGURE 1.8 : Ratio de couverture de l'exigence de marge de solvabilité (GALEA, 2022)

Les ratios de couverture de l'exigence de marge de solvabilité semblent dans un premier temps très élevés avec des niveaux allant de 295% à 1086%. Cependant certaines entités ont constituées ce ratio en intégrant les plus-values latentes sur actifs non exceptionnelles avec l'autorisation de l'ACPR (voir Section 1.3.1). L'analyse de ces ratios, hors prise en compte de ces plus-values latentes, montre des ratios de couverture plus faibles, pouvant même être inférieurs à 100%.

La suite de ce mémoire aura donc pour objectif de déterminer une allocation d'actifs permettant

d'optimiser le couple (rendement x risque à long terme). Pour cela, deux modèles de projection actif/passif ont été développés, un premier modèle permettant de projeter un portefeuille selon différents scénarios économiques pour déterminer des indicateurs de rentabilité, de solvabilité et de suivi et un second modèle permettant de déterminer le capital supplémentaire lié à la réglementation FRPS. Le chapitre suivant sera donc dédié à la présentation de ces deux modèles ainsi que des données utilisées.

Chapitre 2

Modélisation d'un portefeuille de retraite

L'objectif de ce chapitre est de présenter les données utilisées ainsi que les deux modèles de projection actif/passif spécialement développés en Python pour ce mémoire.

Les données vont permettre de constituer le portefeuille de passif et d'actifs qui sera utilisé pour la suite de ce mémoire. Le premier modèle est un outil de projection actif/passif classique permettant de projeter un portefeuille selon différents scénarios économiques déterminés par un GSE développé pour ce mémoire. Le second modèle est un outil déterministe permettant de projeter un portefeuille selon 4 scénarios réglementaires pour déterminer le capital supplémentaire. Les deux modèles ont un horizon de projection de 10 ans et vont déterminer à chaque pas de temps annuel les différents flux, compte de résultat et bilan pour ensuite déterminer des indicateurs de rentabilité, de solvabilité et de suivi. La figure 2.1 résume les interactions entre les différents modèles de projection.

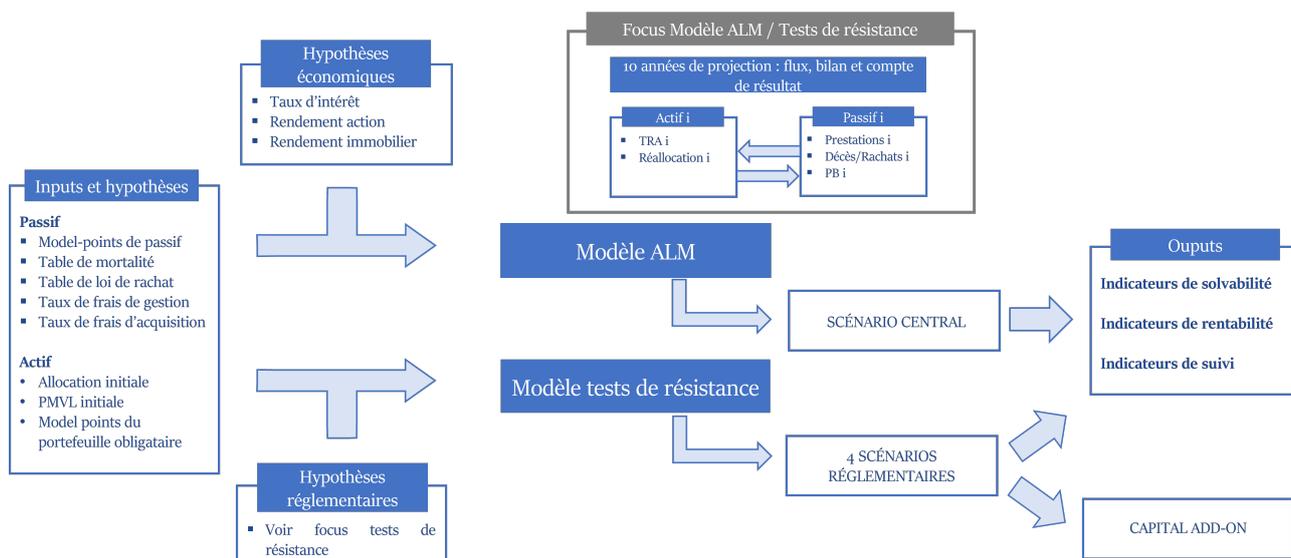


FIGURE 2.1 : Outils de projection actif/passif

L'ensemble des calculs sera supposé réalisé au 30/06/2022.

2.1 Présentation du portefeuille d'étude

2.1.1 Portefeuille de passif

Généralités

Le portefeuille de passif étudié dans ce mémoire est un portefeuille fictif, fondé sur des données représentatives du marché des FRPS, composé uniquement de contrats retraite de type PERin en 100% fonds euros. Le portefeuille est en run-off, c'est à dire sans nouvel assuré au cours de la projection. Les assurés du portefeuille effectuent des versements libres ou programmés, sans condition de montant pendant la phase de constitution. À partir de l'âge légal de départ à la retraite, l'épargne constituée peut être reversée sous forme de rente viagère ou de capital : il s'agit de la phase de restitution.

Les assurés composant le portefeuille ont été regroupés par model-point. Les model-points regroupent des assurés ayant des caractéristiques communes : ils permettent de créer un individu moyen pour un groupe donné avec un risque sous-jacent similaire et donc ne pas modéliser individuellement chaque contrat. Il faut donc déterminer une maille d'agrégation qui permet de réduire la taille des données et le temps de calcul, sans déformer de façon structurelle les caractéristiques du passif (INSTITUT DES ACTUAIRES, 2016). Les model-points de passif du portefeuille étudié dans ce mémoire sont caractérisés par les éléments suivants :

- L'âge ;
- La phase du contrat (constitution ou restitution) ;
- L'âge à la restitution ;
- Le montant de la rente (uniquement en phase de restitution) ;
- Le type de restitution (rente viagère ou capital) ;
- Le montant de provision mathématique ;
- Le taux technique ;
- Le taux d'actualisation ;
- Le taux de participation aux bénéfices contractuel ;
- Les taux de chargements et de frais sur encours ;
- Les taux de chargements et de frais sur rentes ;
- Les versements annuels bruts ;
- Les taux de chargements et de frais sur versements.

Notre portefeuille comporte 20 model-points allant de 30 ans à 90 ans définis par tranche d'âge de 5 ans. Le montant total des provisions mathématiques est de 10 milliards € et sa répartition en fonction de l'âge du model-point est donnée par la figure 2.2

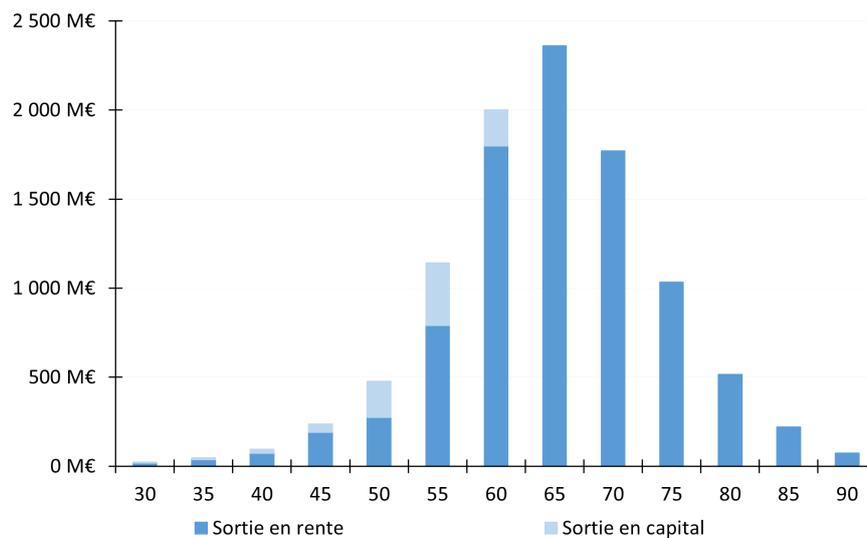


FIGURE 2.2 : Répartition des provisions mathématiques en fonction de l'âge

Le model-point moyen pondéré par la provision mathématique en phase de constitution, de restitution et pour l'ensemble du portefeuille est présenté par le tableau [2.1](#).

Caractéristiques	Constitution	Restitution	Total
Âge	55,56 ans	70,56 ans	64,52 ans
Provision mathématique	4,02 Mds€	5,97 Mds€	10,00 Mds€
Taux technique	1,29%	1,92%	1,67%
Taux actualisation	1,00%	1,00%	1,00%

TABLE 2.1 : Model point moyen pondéré par la provision mathématique

L'âge de début de la période de restitution est fixé à 62 ans pour l'ensemble du portefeuille. Il correspond à l'âge actuel du départ à la retraite pour un assuré ayant le nombre de trimestres nécessaire. L'apport en fonds propres initial est fixé à 400 millions €.

Les notations suivantes seront utilisées la suite du mémoire :

- i : le i -ème model-point, avec $1 \leq i \leq 20$;
- t : l'année de projection.

Frais et commissions

Le tableau [2.2](#) présente les chargements et les frais appliqués à l'ensemble du portefeuille. Les taux de chargements et de frais appliqués correspondent aux taux moyens pratiqués par les acteurs du marché (ACPR, [2019](#); ACPR, [2022b](#)). Les chargements sont payés par les assurés et correspondent à un élément de rémunération pour l'assureur (un produit en langage comptable) alors que les frais représentent une dépense pour l'assureur (une charge). Les différentes commissions sont considérées nulles et les frais financiers sont fixés à 0,05%.

	Chargements	Frais	Assiette de calcul
Encours	0,70%	0,50%	$PM_{après\ flux}^i(t)$
Versements	2,00%	1,00%	$Versement\ brut^i$
Prestations	0,00%	0,00%	$Rente_t^i$ ou $Capital^i$

TABLE 2.2 : Structure des chargements

Avec :

- $PM_{après\ flux}^i(t)$: la provision mathématique du model-point i en fin d'année t après le versement des rentes et des capitaux, des rachats et des intérêts techniques ;
- $Versement\ brut^i$: le montant des primes brutes versées par le model-point i ;
- $Rente_t^i$ ou $Capital^i$: la rente ou le capital versée au model-point i l'année t .

Taux technique

Le taux technique garantit aux assurés un rendement minimum de leur épargne quelles que soient les conditions de marché pendant toute la durée de vie du contrat. Il est déterminé contractuellement à la souscription et est réglementairement plafonné à 60% du TME (taux de rendement sur le marché secondaire des emprunts d'Etat à taux fixe supérieurs à 7 ans) moyen des six derniers mois. Au 30/06/2022, le TME moyen des six derniers mois est 1,13% (BANQUE DE FRANCE, 2022).

Le taux technique moyen pondéré par la provision mathématique de notre portefeuille est de 1,67% et son évolution en fonction de l'âge du model-point est donné par la figure 2.3

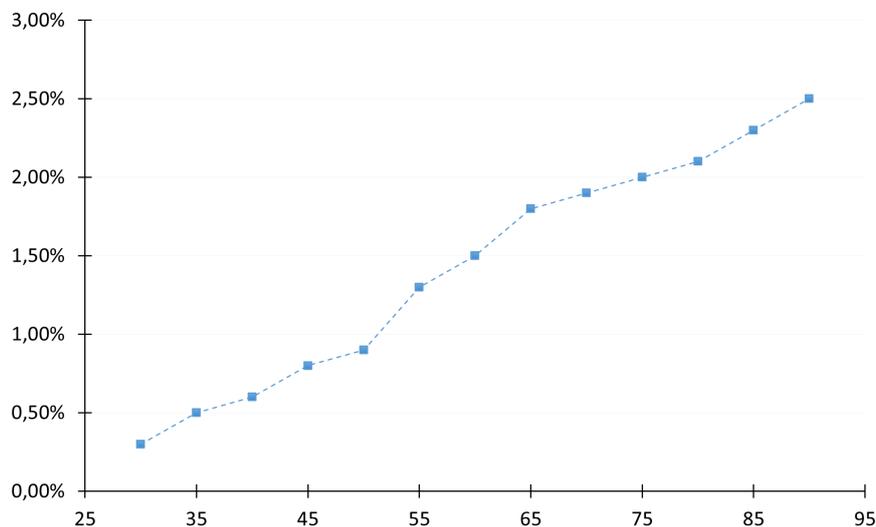


FIGURE 2.3 : Évolution du taux technique en fonction de l'âge

Participation aux bénéfices

Le mécanisme de participation aux bénéfices (PB) permet de redistribuer aux assurés, en plus du taux technique, une partie des produits financiers (au prorata de la provision mathématique) et du

résultat technique réalisé. Le minimum réglementaire à verser aux assurés correspond à 90% du résultat technique (et 100% s'il est négatif) et 85% du résultat financier (hors produits financiers sur fonds propres). L'assureur peut cependant choisir de verser un montant supérieur au minimum réglementaire. Le taux de participation aux bénéfices pour l'ensemble du portefeuille est fixé à 90% pour le résultat financier et le résultat technique.

La participation aux bénéfices peut être affectée directement aux provisions mathématiques des assurés ou dotée, partiellement ou totalement, à la provision pour participation aux excédents (aussi appelé provision pour participation aux bénéfices). Cette provision doit être versée aux assurés au cours des quinze prochaines années (huit pour un assureur soumis à Solvabilité II). Ce mécanisme permet aux assureurs de lisser les rendements ou de continuer de verser des taux compétitifs malgré des situations de marché dégradée. Il est donc nécessaire de définir un taux cible, qui sera dans ce mémoire basé sur le taux de rendement des OAT 10 ans au 30/06/2022.

La participation aux bénéfices contractuelle pour un model-point i à une année t est déterminée selon la formule (2.1). Ce montant dépend du taux technique ainsi que du taux de participation aux bénéfices contractuel, ici fixé à 85%

$$PB^i(t) = \max \{ \text{Produits financiers}_{distribués}^i(t) \times Tx PB^i - IT^i(t), \text{Chgts}_{encours}^i(t) \}, \quad (2.1)$$

avec :

- $\text{Produits financiers}_{distribués}^i(t)$: la part des produits financiers distribués relatif au model-point i l'année t . Ce montant est calculé avec la formule (2.2) ;
- $Tx PB^i$: la participation aux bénéfices contractuelle pour le model-point i ;
- $IT^i(t)$: les intérêts techniques versés au model-point i l'année t . Ce montant est calculé sur la base de la provision mathématique après les versements ;
- $\text{Chgts}_{encours}^i(t)$: les chargements sur encours relatifs à l'encours du model-point i l'année t . Ce montant est calculé sur la base de la provision mathématique avant le versement de la participation aux bénéfices

$$\text{Produits financiers}_{distribués}^i(t) = TRA(t) \times \frac{PM_{début}^i(t) + PM_{après flux}^i(t)}{2}, \quad (2.2)$$

avec :

- $TRA(t)$: le taux de rendement de l'actif du portefeuille pour l'année t ;
- $PM_{début}^i(t)$: la provision mathématique du model-point i en début d'année t .

Cependant, la participation aux bénéfices contractuelle ne correspond pas à la revalorisation de la provision mathématique. En effet, l'objectif pour l'assureur est d'atteindre le taux cible en reprenant, si nécessaire, la provision pour participation aux excédents (PPE). La figure 2.4 présente le mécanisme de participation aux bénéfices. Le montant de provision pour participation aux bénéfices initial est fixé à 450 millions €.

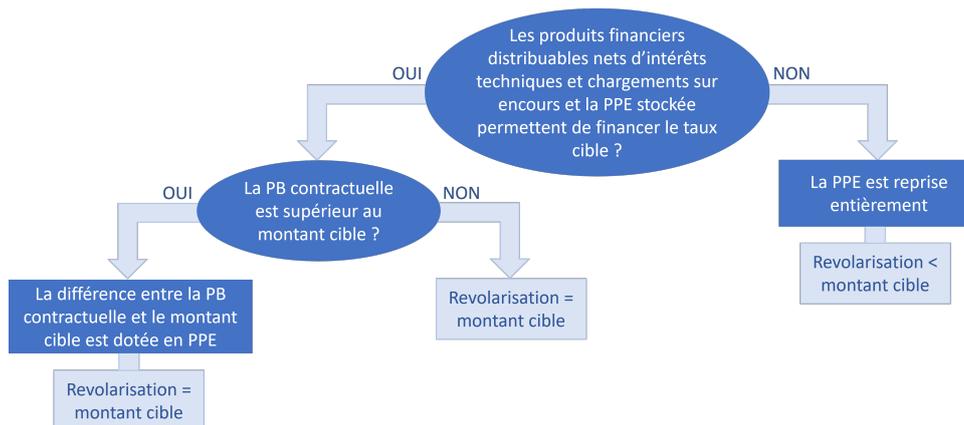


FIGURE 2.4 : Mécanisme de participation aux bénéfices

2.1.2 Portefeuille d'actifs

Le portefeuille d'actifs utilisé dans ce mémoire est fondé sur une répartition moyenne sur le marché des FRPS (ACPR, 2017). Les actifs du portefeuille se répartissent suivant différents types et classes d'actifs. Les model-points d'actifs du portefeuille étudié sont composés de quatre types d'actifs, à savoir :

- Des obligations à taux fixe
- Des actions ;
- De l'immobilier ;
- De la trésorerie ou des actifs monétaires.

Les actifs du portefeuille sont évalués à 11 milliards € en valeur nette comptable au 30/06/2022. La figure 2.5 montre la répartition des types d'actifs. Dans la suite du mémoire, les pourcentages de répartition des actifs seront respectivement notés : $part_{Obligation}$, $part_{Action}$, $part_{Immobilier}$ et $part_{Monétaire}$

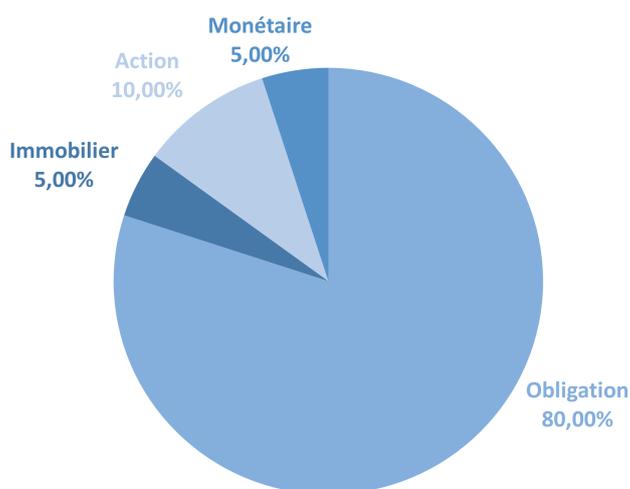


FIGURE 2.5 : Répartition des actifs au sein du portefeuille en valeur nette comptable

La section suivante décrit les méthodes de projection des flux d'actifs et de passif.

2.2 Modèle ALM et GSE utilisés

2.2.1 Modélisation du passif

2.2.1.1 Loi de rachat

Les différents cas de rachat pour les contrats de type PERin ont été évoqués dans le [1.1.4](#). Le taux de rachat a été décomposé en deux parties : les rachats liés à l'acquisition d'une résidence principale et les autres cas de rachat (RAISON, [2021](#)).

Le taux de rachat lié à l'achat d'une résidence principale est modélisé avec une loi normale autour d'un âge pivot fixé à 32 ans. Cet âge pivot correspond à l'âge moyen du premier achat immobilier en France (BOURSORAMA, [2019](#)). Le taux de rachat lié aux autres cas de rachat a été modélisé à partir de la table d'invalidité BCAC2013 en utilisant la table de passage d'incapacité à invalidité et en fixant un taux de passage de valide à incapable. La loi de rachat obtenue est représentée par la figure [2.6](#) et dépend uniquement de l'âge de l'assuré, contrairement aux contrats d'assurance-vie pour lesquels l'ancienneté du contrat est aussi un paramètre.

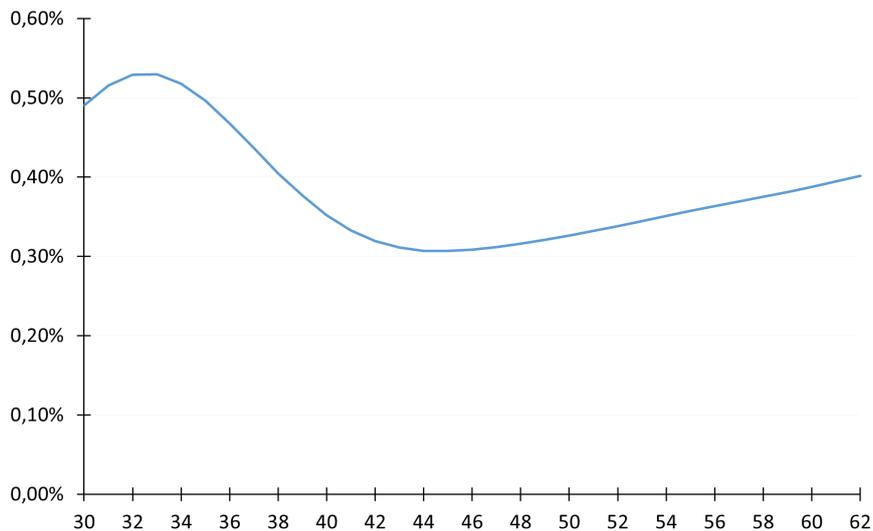


FIGURE 2.6 : Modélisation du taux de rachat en fonction de l'âge

Les rachats conjoncturels (ou dynamiques) sont liés au comportement de l'assuré. Ils peuvent avoir lieu lorsque la revalorisation de leur épargne est inférieure à celle du marché ou que l'environnement économique change. Dans le cadre d'une modélisation d'un contrat de type PERin les possibilités de rachat dynamique sont limitées : l'hypothèse a donc été faite de ne pas modéliser les rachats conjoncturels.

2.2.1.2 Table de mortalité

Les deux tables réglementaires pour la tarification des rentes viagères sont les tables TGF-05 et TGH-05. Depuis fin 2012, les assureurs ne peuvent plus proposer un tarif différent entre les hommes et les femmes. La table de mortalité féminine, TGF-05, doit donc être utilisée pour la tarification (et le provisionnement) des rentes viagères hommes et femmes. C'est une table prospective par génération. La table indique, pour chaque âge x et génération v le nombre de vivants $l_x(v)$ selon une population

initiale de 100 000 individus. À partir de cette table, on peut déterminer, $p_x(v)$ la probabilité de survivre d'une année à l'autre selon la formule (2.3), et $q_x(v)$ la probabilité de décéder d'une année à l'autre selon la formule (2.4)

$$p_x(v) = \frac{l_{x+1}(v)}{l_x(v)}, \quad (2.3)$$

$$q_x(v) = 1 - p_x(v) = \frac{l_x(v) - l_{x+1}(v)}{l_x(v)}. \quad (2.4)$$

2.2.1.3 Phase de constitution

Durant la phase de constitution, les assurés effectuent des versements pour construire leur épargne. Des décès et des rachats peuvent aussi être constatés durant cette phase. Les hypothèses concernant ces deux types de sorties sont détaillées au 2.2.1.1 et 2.2.1.2. La phase de constitution se termine lorsque l'assuré atteint l'âge de 62 ans.

Primes projetées

La projection des primes se base sur une moyenne des primes encaissées sur les trois derniers exercices. Les primes sont versées uniquement durant la phase de constitution et sont considérées constantes durant toute la projection. Le montant des versements bruts par model-point est de 0,80 millions € par an. Le montant réellement crédité sur la provision mathématique du model-point i est déterminé selon la formule (2.5). Les versements sont supposés être en début d'année et le dernier versement est réalisé à l'âge de 61 ans

$$Versement\ net^i = Versement\ brut^i \times (1 - Tx\ Chgts_{versement}). \quad (2.5)$$

Rachats

Le montant des prestations liées aux rachats pour un model-point i , d'âge x_i , l'année t , est déterminé selon la formule (2.6). Les rachats sont supposés avoir lieu en fin d'année

$$Rachat^i(t) = (PM_{début}^i(t) + Versement\ net^i) \times Tx\ Rachat(x_i). \quad (2.6)$$

Décès

Le montant des prestations liées aux décès pour un model-point i , d'âge x_i , d'année de naissance v_i , l'année t est déterminé selon la formule (2.7). Les décès peuvent aussi avoir lieu durant la phase de restitution

$$Décès^i(t) = (PM_{début}^i(t) + Versement\ net^i) \times q_{x_i(t)}(v_i). \quad (2.7)$$

L'hypothèse a été faite qu'en cas de décès ou de rachat, l'épargne, constituée des versements et des différentes revalorisations, est restituée sous forme de capital sans pénalité. Après les versements effectués, les rachats et les décès comptabilisés et les intérêts techniques versés (y compris ceux liés aux rachats et aux décès), la provision mathématique évolue selon la formule (2.8)

$$PM_{après\ flux}^i(t) = (PM_{début}^i(t) + Versement\ net^i) \times (1 + Tx\ Technique^i) - Rachat^i(t) - IT\ Rachat^i(t) - Décès^i(t) - IT\ Décès^i(t), \quad (2.8)$$

avec :

- $IT\ Décès^i(t) = Décès^i(t) \times Tx\ Technique^i$: les intérêts techniques au titre des décès de l'année t ;
- $IT\ Rachat^i(t) = Rachat^i(t) \times Tx\ Technique^i$: les intérêts techniques au titre des rachats de l'année t .

Enfin la provision mathématique, après la participation aux bénéfices versée et les chargements sur encours prélevés, évolue selon la formule (2.9)

$$PM_{fin}^i(t) = PM_{après\ flux}^i(t) + PB^i(t) - Chgts_{encours}^i(t). \quad (2.9)$$

2.2.1.4 Phase de restitution

La phase de restitution débute lorsque l'assuré atteint l'âge de 62 ans. L'estimation de la rente ou du capital à verser est donc réalisée à cet instant. Les sorties en rente représentent 79,32% de la provision mathématique des model-points en phase de constitution.

On note $PM_{constit}^i$ la provision mathématique du model-point i au moment de l'estimation.

Rente versée

Le versement de la rente se fait uniquement durant la phase de restitution, c'est-à-dire à partir de 62 ans. L'estimation de la rente versée, pour un model-point i , d'âge x_i et d'année de naissance v_i , se fait selon la formule (2.10). Le versement de la rente est supposé en début de période

$$Rente_t^i = \frac{PM_{constit}^i}{\ddot{a}_{x_i(t)}(v_i)} \quad \text{pour } x_i(t) = 62. \quad (2.10)$$

Avec $\ddot{a}_x(v)$ le nombre de commutation relatif aux rentes viagères payables à termes échus. Ce dernier est défini selon la formule (2.11) avec j le taux d'actualisation

$$\ddot{a}_x(v) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{l_{x+k}(v)}{l_x(v)} \times \frac{1}{(1+j)^k}. \quad (2.11)$$

Les flux de prestations de la figure 2.7 représentent le montant minimum que l'assureur devra verser aux assurés chaque année au titre des arrérages et sorties en capital. Cette estimation des flux est réalisée au 30/06/2022 et se base sur les hypothèses explicitées précédemment. La duration du portefeuille de passif est de 15,98 et la rente moyenne versée par model-point s'élève à 51,98 millions € par an.

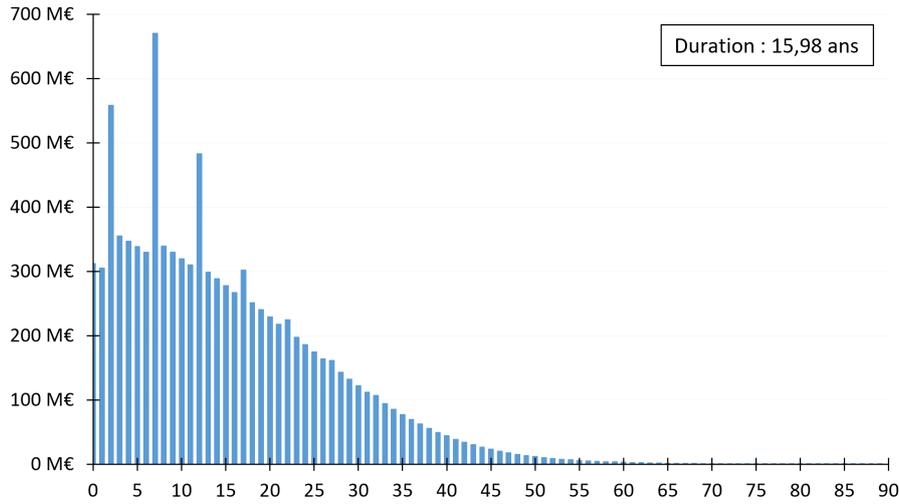


FIGURE 2.7 : Évolution des flux de prestations hors revalorisation au 30/06/2022

La modélisation du passif étant réalisée par model-point, la rente versée doit prendre en compte les décès survenus durant l'année. Les formules (2.12) et (2.13) décrivent l'évolution de la provision mathématique d'un model-point i en phase de restitution

$$PM_{après\ flux}^i(t) = Rente_{t-1}^i \times \ddot{a}_{x_i(t)}(v_i) \times (1 + Tx\ Technique^i) - Décès^i(t) - IT\ Décès^i(t), \quad (2.12)$$

$$PM_{fin}^i(t) = PM_{après\ flux}^i(t) + PB^i(t) - Chgts_{encours}^i(t). \quad (2.13)$$

La rente revalorisée d'un model-point i est donc déterminée par la formule (2.14)

$$Rente_t^i = \frac{PM_{fin}^i(t)}{\ddot{a}_{x_i(t)}(v_i)}. \quad (2.14)$$

Capital versé

Le versement du capital se fait uniquement au moment du passage en phase de restitution, c'est-à-dire à 62 ans. Le capital versé pour un model-point i est déterminé selon la formule (2.15). L'hypothèse a été faite d'une liquidation en un seul versement en début de période

$$Capital^i = PM_{constit}^i. \quad (2.15)$$

Les différents éléments de modélisation de passif qui viennent d'être détaillés, notamment le mécanisme de participation aux bénéfices, introduisent une interaction entre les flux de passif et de l'actif. Les hypothèses de modélisation de l'actif vont être détaillées dans la section suivante.

2.2.2 Modélisation de l'actif

Portefeuille obligataire

Notre portefeuille obligataire comporte 25 obligations avec des maturités allant de 1 ans à 30 ans. Les obligations présentes dans notre portefeuille sont répliquées par des model-points caractérisés par les éléments suivants :

- La maturité;
- Le nominal;
- La valeur nette comptable;
- La valeur de marché;
- Le taux de coupon.

Les obligations sont supposées avoir été émises au pair au 30/06/2022 sans avoir de coupon couru non échu et supposées verser un coupon constant c de façon annuel. L'achat au pair signifie que la valeur nette comptable à l'achat est égale au nominal N , il n'y a donc pas d'amortissement annuel de surcote ou de décote. L'égalité (2.16) est donc vérifiée à $T_0 = 30/06/2022$

$$VA_{Obligation} = VNC_{Obligation}(T_0) = VM_{Obligation}(T_0) = N, \quad (2.16)$$

avec :

- $VA_{Obligation}$: la valeur d'achat d'une obligation;
- $VNC_{Obligation}(t)$: la valeur nette comptable d'une obligation l'année t ;
- $VM_{Obligation}(t)$: la valeur de marché d'une obligation l'année t .

Il est supposé que les titres obligataires sont infiniment divisibles. Pour une année t donnée, la valeur nette comptable d'une obligation est déterminée par la formule (2.17) en fonction de la maturité résiduelle M_t et le taux actuariel à l'achat a

$$VNC_{Obligation}(t) = \sum_{i=1}^{M_t} \frac{c \times N}{(1+a)^i} + \frac{N}{(1+a)^{M_t}}, \quad (2.17)$$

avec a la solution de l'équation (2.18) et déterminé de façon itérative

$$VA_{Obligation} = \sum_{i=1}^M \frac{c \times N}{(1+a)^i} + \frac{N}{(1+a)^M}. \quad (2.18)$$

Les obligations présentent un risque de défaut pouvant directement impacter la rentabilité et la solvabilité d'un portefeuille. La modélisation du risque de défaut étant un processus complexe et n'étant pas l'objectif de ce mémoire, l'hypothèse a été faite de ne pas modéliser ce risque. Les obligations n'ont pas été risque-neutralisées, les valeurs de marché de ces dernières ont donc été recalculées à partir de la formule (2.19) en fonction de la maturité résiduelle M_t et du taux de rendement $R(t, T)$ des obligations zéro-coupon de maturité T de nominal 1

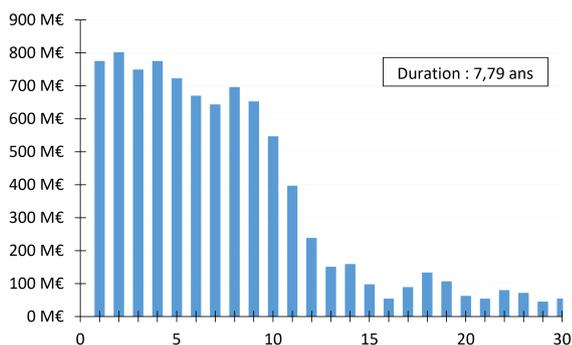
$$VM_{Obligation}(t) = \sum_{i=1}^{M_t} \frac{c \times N}{(1 + R(t, t + i))^i} + \frac{N}{(1 + R(t, t + M_t))^{M_t}}. \quad (2.19)$$

On définit les plus ou moins-values latentes (PMVL) obligataires avec la formule (2.20). Les plus-values (resp. moins-values) latentes ne sont réalisées que si l'obligation est vendue. Les plus ou moins-values réalisées sont alors dotées ou reprises à la réserve de capitalisation (RC). Cette provision permet de lisser les effets des plus ou moins-values obligataires réalisées. Le montant de réserve de capitalisation initial est fixé à 150 millions €. Les obligations étant émises au pair, la valeur d'achat est égale à la valeur de marché et à la valeur nette comptable. Le taux de plus ou moins-value latente est donc nul au 30/06/2022

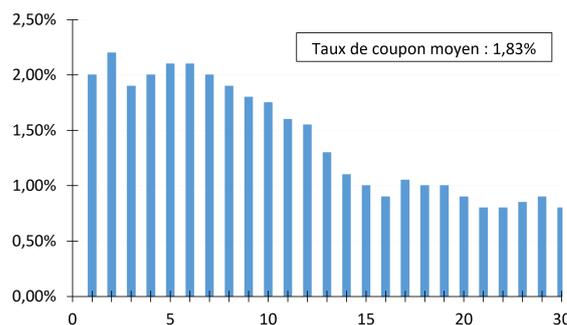
$$PMVL_{Obligation}(t) = VM_{Obligation}(t) - VNC_{Obligation}(t). \quad (2.20)$$

Les revenus financiers des obligations proviennent donc du versement des coupons et du remboursement du nominal.

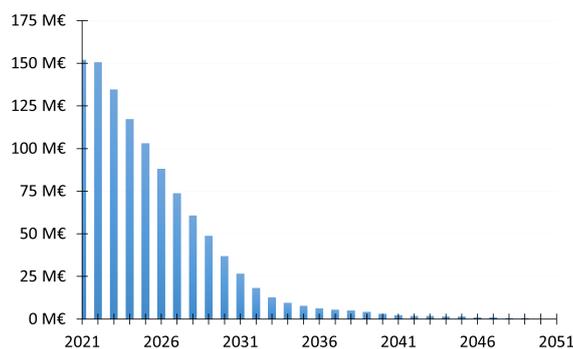
Les principales caractéristiques du portefeuille obligataire étudié sont décrites par les figures 2.8a, 2.8b et 2.8c.



(a) Évolution de la valeur nette comptable en fonction de la maturité des obligations



(b) Évolution du taux de coupon en fonction de la maturité des obligations



(c) Évolution des coupons versés par échéance des obligations

FIGURE 2.8 : Caractéristiques du portefeuille obligataire

Portefeuille action et immobilier

Les actions et l'immobilier présents dans le portefeuille sont répliqués par des model-points caractérisés par les éléments suivants :

- La valeur nette comptable ;
- La valeur de marché ;
- Le taux de dividende/loyer.

L'hypothèse a été faite de ne pas modéliser la provision pour dépréciation durable (PDD) et la provision pour risque d'exigibilité (PRE). Pour rappel, la provision pour dépréciation durable est constituée si la valeur de marché d'un actif non amortissable est inférieure à sa valeur nette comptable et si cette situation de moins-value latente est considérée comme durable. Le différentiel de provision pour dépréciation durable entre deux exercices est imputé au compte de résultat. La provision pour risque d'exigibilité est constituée si, après calcul de la provision pour dépréciation durable, la valeur totale du portefeuille d'actifs (amortissable et non-amortissable) est inférieure à sa valeur nette comptable. Le portefeuille d'actions et d'immobiliers étudié étant en situation de plus-value globale, cette hypothèse n'est pas considérée comme limitante. Pour une année t donnée, les valeurs nettes comptables des actions et de l'immobilier ($VNC_{Action}(t)$ et $VNC_{Immobilier}(t)$) sont donc constantes sur l'ensemble de la projection.

De façon similaire à la modélisation des obligations, les plus ou moins-values latentes pour les actions et l'immobilier sont définies selon la formule (2.21) et ces dernières sont réalisées uniquement lors de la vente du titre. Les titres sont aussi supposés infiniment divisibles

$$\begin{aligned} PMVL_{Action}(t) &= VM_{Action}(t) - VNC_{Action}(t), \\ PMVL_{Immobilier}(t) &= VM_{Immobilier}(t) - VNC_{Immobilier}(t), \end{aligned} \quad (2.21)$$

avec $VM_{Action}(t)$ la valeur de marché des actions l'année t et $VM_{Immobilier}(t)$ la valeur de marché de l'immobilier l'année t .

Par conséquent, les revenus financiers des actions et de l'immobilier seront uniquement composés des dividendes et loyers versés et de la réalisation des plus ou moins-values.

Portefeuille monétaire

La trésorerie représente les liquidités de l'assureur et est donc infiniment divisible par nature. La valeur nette comptable et la valeur de marché sont supposées égales. La présence d'une partie monétaire dans un portefeuille d'actifs est importante. En effet, la poche monétaire sera liquidée en priorité pour le paiement des prestations afin d'éviter vendre des actifs.

Les principales caractéristiques du portefeuille d'actifs au 30/06/2022 sont données dans le tableau 2.3. Le portefeuille d'actions et d'immobiliers possède un taux de plus-values latentes de 8,56%.

Type	Part en VNC	Taux de coupon/dividende/loyer
Obligation	80%	1,83%
Action	10%	4,76%
Immobilier	5%	2,93%
Monétaire	5%	0,00%

TABLE 2.3 : Caractéristiques au 30/06/2022 du portefeuille d'actifs

2.2.3 Générateur de scénarios économiques

Un générateur de scénarios économiques (GSE) permet de projeter des grandeurs économiques et financières comme le cours d'une action, un taux d'intérêt ou un taux d'inflation. Les projections se font sur un horizon donné et chaque scénario correspond à un état possible de l'économie future. Ces projections sont généralement utilisées dans le cadre d'une étude ALM, de travaux ORSA ou d'évaluation de valeur économique comme le *Best Estimate* ou la *Net Asset Value*.

Les GSE reposent sur de nombreuses hypothèses comme le choix de l'univers de probabilité ou celui des modèles de projection pour les classes d'actifs. De plus, les résultats du GSE doivent respecter des critères quantitatifs (quantiles, moyennes, backtesting, QQ-plot, etc.) pour affirmer l'adéquation de la modélisation aux données.

La matrice de corrélation utilisée dans le cadre du GSE développé pour ce mémoire est la matrice de corrélation de la Formule Standard du calcul du capital réglementaire (SCR) (CEIOPS, 2010). La figure 2.4 présente la matrice utilisée. Dans la formule standard, la valeur de A dépend du type de choc appliqué : si les taux sont choqués à la hausse alors $A = 0$ et si les taux sont choqués à la baisse alors $A = 0,5$.

	Taux	Action	Immobilier	Monétaire
Taux	1	A	A	0,25
Action	A	1	0,75	0,25
Immobilier	A	0,75	1	0,25
Monétaire	0,25	0,25	0,25	1

TABLE 2.4 : Matrice de corrélation de la Formule Standard (CEIOPS, 2010)

2.2.3.1 Choix de l'univers de modélisation

Il existe deux principaux univers de projection économique pour construire un GSE : le monde risque-neutre et le monde risque-réel.

Monde risque-neutre

Le monde risque-neutre est un environnement dans lequel tous les processus de prix actualisés sont des martingales. Dans cet univers, le rendement espéré des actifs est égal au taux sans risque, il n'y a pas de prime de risque. Les investisseurs sont dits indifférents au risque.

L'univers risque-neutre se caractérise principalement par la notion de Market Consistency, les prix sont dits cohérents avec ceux observés sur le marché. Par conséquent, la calibration est réalisée sur les prix du marché. L'objectif est de minimiser l'écart entre les prix observés et les prix théoriques.

L'absence d'opportunité d'arbitrage et la complétude du marché sont les hypothèses fondamentales de l'univers risque-neutre. Le concept d'Absence d'Opportunité d'Arbitrage (AOA) suppose qu'il n'est pas possible pour un investisseur d'obtenir un gain certain sans mise de fonds et sans risque. En effet, l'arbitrage est une stratégie financière qui consiste à créer un portefeuille d'actifs de valeur initiale nulle fournissant des valeurs non négatives dans le futur avec au moins une valeur strictement positive. Un marché est supposé complet si chaque flux financier peut être répliqué par un portefeuille autofinçant composé d'actifs sans risque et d'actifs risqués qui génèrent à l'échéance le même flux de départ.

La norme Solvabilité 2 utilise cet univers de projection pour le calcul du *Best Estimate* ainsi que du SCR.

Monde risque-réel

L'univers monde réel est un environnement dans lequel les grandeurs projetées reproduisent l'historique de leurs valeurs. La calibration des modèles de diffusion s'appuie donc sur des données historiques et est très sensible aux caractéristiques des données utilisées (profondeur, pas de temps, indice financier, etc.).

Les GSE monde-réel sont souvent utilisés pour le pilotage, la prise de décisions stratégiques ou encore la recherche d'allocations d'actifs optimale. Ce mémoire a but pour de déterminer une allocation optimale d'actifs pour un FRPS, l'univers monde-réel sera donc utilisé.

2.2.3.2 Modélisation des actions et de l'immobilier

L'immobilier et les actions présentent de nombreux points communs, il est donc supposé que les cours des actions et de l'immobilier suivent le même processus mais avec une calibration distincte.

Modèle Black & Scholes

Le modèle de Black & Scholes est le modèle de référence pour la modélisation de l'évolution du cours des actions. Ce modèle a l'avantage d'être simple dans la calibration et l'estimation de ses paramètres car il suppose que les rendements des prix des actifs suivent une loi log-normale. Le prix d'une action ne versant pas de dividende dans le cadre de ce modèle évolue selon un mouvement brownien géométrique défini par l'équation différentielle stochastique (2.22) (MAHFOUFI, 2021)

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dB_t^P, \quad (2.22)$$

avec :

- S_t : la valeur de l'actif à la date t ;
- μ : le rendement instantané de l'actif ;
- σ : la volatilité de l'actif ;
- $(B_t^P)_{t \geq 0}$: un mouvement brownien géométrique sous la probabilité historique P .

La forme intégrée de l'équation différentielle stochastique est défini selon l'équation (2.23)

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma B_t^P \right). \quad (2.23)$$

Cette solution montre que le processus des prix suit une loi log-normale. Les rendements logarithmiques $R(t)$ suivent donc une loi normale (cf équation (2.24))

$$R(t) = \ln \left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} \right) \sim \mathcal{N} \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t, \sigma^2 \Delta t \right). \quad (2.24)$$

Cependant, l'utilisation du modèle de Black & Scholes nécessite de poser des hypothèses contraignantes :

- La volatilité constante dans le temps ;
- L'absence d'opportunités d'arbitrage : il n'est pas possible de générer de profits sans prendre de risques ;
- Le marché est efficient : les acteurs détiennent les mêmes informations (qui implique l'absence d'opportunité d'arbitrage) ;
- Le marché est liquide : il est possible d'acheter ou vendre à tout instant (le processus de prix est continu) ;
- Les actions sont divisibles à l'infini ;
- La possibilité d'effectuer des ventes à découvert
- Le taux d'intérêt sans risque r est constant et connu ;
- L'absence de coûts de transactions et de taxes.

Calibration du modèle

La calibration du modèle Black & Scholes est réalisée sur deux indices de référence pour le marché de l'assurance (GILLOT, 2019). Le modèle action est calibré sur l'indice Euro Stoxx 50 sans les dividendes réinvestis et l'immobilier sur l'indice brut IEIF (Institut de l'Épargne Immobilière et Foncière) de la zone euro sur la période du 06/2007 au 06/2022, avec un pas de temps mensuel ($\Delta t = \frac{1}{12}$). En effet, dans le cas de projections long terme, il est plus adapté de choisir un pas de temps élevé (mensuel ou annuel) car un pas de temps faible (journalier) introduirait trop de volatilité. L'Euro Stoxx 50 est un indice boursier qui mesure l'évolution des 50 plus grandes capitalisations de la zone euro. L'IEIF de la zone euro représente l'évolution du cours des foncières et des fonds immobiliers cotés sur les bourses européennes. Les log-rendements des deux indices sont représentés par les figures 2.9 et 2.10.

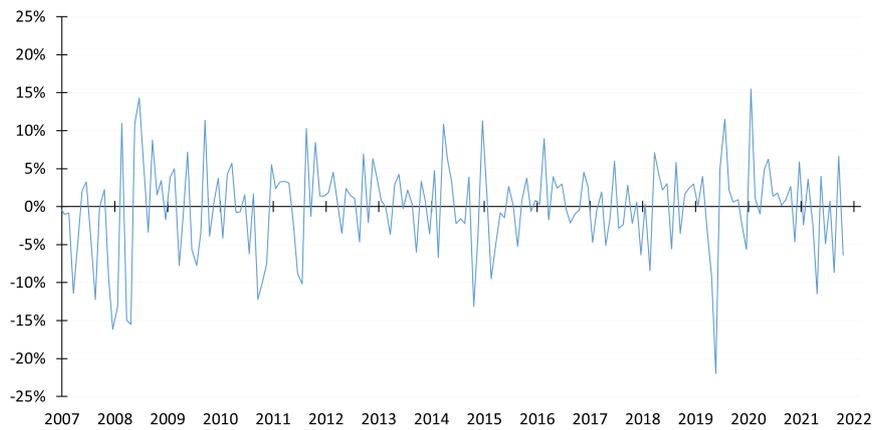


FIGURE 2.9 : Log-rendements actions Euro Stoxx 50 de 2007 à 2022

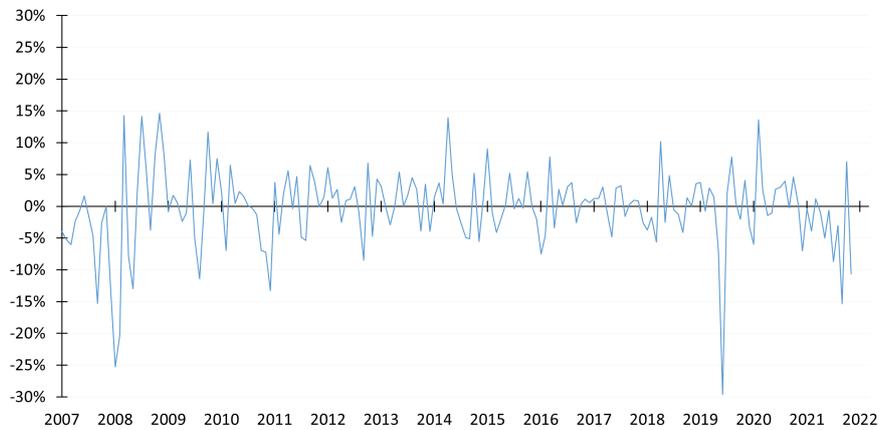


FIGURE 2.10 : Log-rendements immobilier IEIF zone Euro de 2007 à 2022

Les paramètres μ et σ de la solution S_t sont estimés à l'aide des log-rendements avec la méthode du maximum de vraisemblance. Pour la calibration, les estimateurs sont sans biais. Cette méthode donne le système d'équation (2.25)

$$\begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2} = \bar{R} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T R(t) \\ \hat{\sigma}^2 \Delta t = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R(t) - \bar{R})^2. \end{cases} \quad (2.25)$$

Les paramètres obtenus en appliquant ces formules aux log-rendements de l'Euro Stoxx 50 et de l'IEIF sont présentés dans le tableau 2.5.

Données	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}^2$
Euro Stoxx 50	0,42%	0,35%
IEIF Zone Euro	0,20%	0,38%

TABLE 2.5 : Résultat de la calibration sur l'indice Euro Stoxx 50 et l'indice IEIF Zone Euro

Enfin, la projection du cours de l'action se fait selon l'équation (2.26)

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp \left(\left(\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2} \right) \Delta t + \hat{\sigma} \sqrt{\Delta t} \epsilon \right), \quad \text{avec } \epsilon \sim \mathcal{N}(0, 1). \quad (2.26)$$

2.2.3.3 Modélisation des taux d'intérêt

La courbe des taux est définie comme la fonction qui à une date donnée et pour chaque maturité, indique le niveau du taux d'intérêt associé. On distingue les courbes de marché et les courbes implicites. Les courbes de marché sont construites directement à partir des cotations de marché d'instruments (obligations et swaps) alors que les courbes implicites sont construites indirectement, comme la courbe des taux zéro-coupon.

Les notations suivantes seront utilisées :

- $P(t, T)$: le prix d'un zéro-coupon de maturité T à la date $t \in [0, T]$;
- $R(t, T) = -\frac{\ln P(t, T)}{T - t}$: le taux de rendement continu d'un zéro-coupon à date t de maturité T ;
- $r_t = \lim_{T \rightarrow t} R(t, T)$: le taux court terme à la date t .

Modèle de Vasicek

Le modèle de Vasicek suppose que les prix des obligations zéro-coupon ne dépendent que d'une seule variable, le taux court r_t . Dans ce modèle, le taux court va tendre une moyenne puis osciller autour, ce phénomène est appelé effet de retour à la moyenne. C'est un modèle dit d'équilibre. La diffusion du taux d'intérêt est alors donnée par un processus d'Ornstein - Uhlenbeck défini selon l'équation (2.27) (MAHFOUFI, 2021)

$$dr_t = \kappa(\mu - r_t)dt + \sigma dB_t^P, \quad (2.27)$$

avec :

- r_t : le taux d'intérêt continu instantané ;
- κ : la vitesse de retour au taux long terme μ ;
- $(B_t^P)_{t \geq 0}$: un mouvement brownien géométrique sous la probabilité historique P .

Le taux court a un caractère gaussien, cela signifie qu'il peut être négatif. Ce phénomène a longtemps été considéré comme problématique, bien que les dernières années ont montré qu'il était nécessaire d'avoir des modèles capables de générer des taux négatifs. Ce modèle a aussi l'avantage d'avoir une solution explicite défini selon l'équation (2.28)

$$r_t = r_0 e^{-\kappa t} + \mu(1 - e^{-\kappa t}) + \sigma \int_0^t e^{-\kappa s} dB_s^P. \quad (2.28)$$

Le prix d'une l'obligation zéro-coupon est ensuite donné par l'équation (2.29)

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r_t}, \quad (2.29)$$

avec

$$\begin{cases} A(t, T) = \exp\left(R_\infty(B(t, T) - (T - t)) - \frac{\sigma^2}{4\kappa}B(t, T)^2\right) \\ B(t, T) = \frac{1 - e^{-\kappa(T-t)}}{\kappa}, \end{cases}$$

et

$$- R_\infty = \mu - \frac{\lambda\sigma}{\kappa} - \frac{\sigma^2}{4\kappa^2};$$

- λ : la prime de risque.

On obtient donc $R(t, T)$ défini selon l'équation (2.30)

$$R(t, T) = R_\infty + \frac{r_t - R_\infty}{T - t}B(t, T) + \frac{\sigma^2}{4\kappa(T - t)}B(t, T)^2. \quad (2.30)$$

Calibration du modèle

La calibration du modèle de Vasicek pour les taux courts est réalisée sur l'Euribor 3 mois (Euro Interbank Offered Rate) sur la période du 06/2007 au 06/2022, avec un pas de temps mensuel ($\Delta t = \frac{1}{12}$) (GILLOT, 2019). Il correspond au taux d'intérêt auquel une sélection de banques européennes se prêtent des fonds libellés en euros et dont les emprunts ont une échéance de 3 mois. L'évolution du taux Euribor 3 mois sur la période considérée est représentée par la figure 2.11.

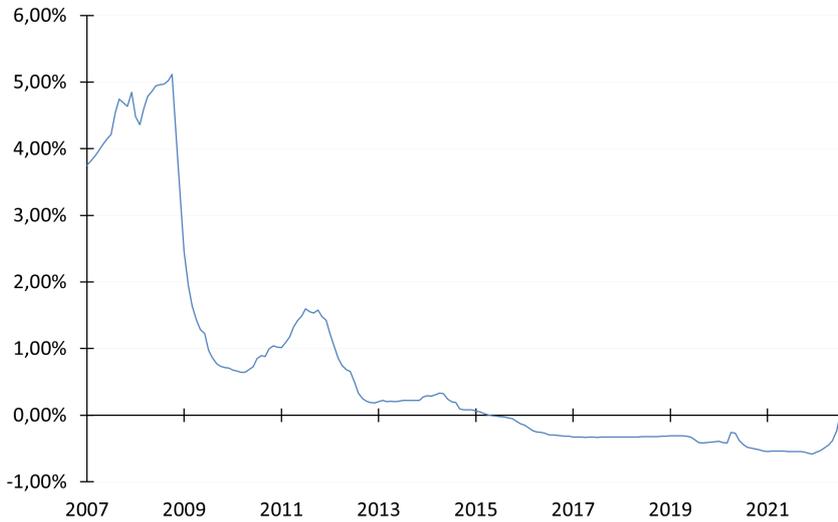


FIGURE 2.11 : Taux Euribor 3 mois sur la période du 06/2007 au 06/2022

La forme discrétisée de la solution de l'équation différentielle stochastique, donnée par l'équation (2.31), est utilisée pour déterminer les paramètres κ , μ et σ

$$r_{t+\Delta t} = r_t e^{-\kappa\Delta t} + \mu(1 - e^{-\kappa\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa}}{2\kappa}}\Delta t\epsilon_t, \quad \text{avec } \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, 1). \quad (2.31)$$

L'équation (2.31) peut se réécrire sous la forme (2.32) et les paramètres de la régression β_0 , β_1 et ϵ peuvent s'estimer avec la méthode des moindres carrés ordinaires

$$r_{t+1} = \beta_0 + r_t \beta_1 + \epsilon, \quad (2.32)$$

avec :

$$\begin{aligned} - \kappa &= -\frac{\ln(\beta_1)}{\Delta t}; \\ - \mu &= \frac{\beta_0}{1 - \beta_1}; \\ - \sigma &= \sqrt{\frac{\text{var}(\epsilon)}{\frac{1 - e^{-2\kappa}}{2\kappa} \Delta t}}, \text{ avec } \epsilon \sim \mathcal{N}(0, 1). \end{aligned}$$

Les paramètres obtenus en appliquant ces formules à l'indice Euribor 3 mois sont présentés dans le tableau 2.6.

Données	κ	μ	σ^2
Euribor 3 mois	0,46	0,85%	0,42%

TABLE 2.6 : Résultat de la calibration sur l'Euribor 3 mois

Après avoir estimé κ , μ et σ^2 , il reste la prime de risque λ à déterminer. Son estimation est réalisée en minimisant l'écart quadratique entre les prix zéro-coupon théoriques et réels. Les prix zéro-coupon réels sont déterminés à l'aide de la courbe des taux zéro-coupons de l'Institut des Actuaire (INSTITUT DES ACTUAIRE, 2022). La courbe est publiée de façon mensuelle et indique le niveau de taux d'intérêt pour un placement qui ne présente pas de risque de défaut de l'émetteur, pour des maturités allant jusqu'à 100 ans avec un pas mensuel pour les cinquante premières et un pas annuel pour les cinquante suivantes. Son calcul est basé sur différents critères dont le fait que l'échantillon soit constitué de bons du Trésor, d'emprunts d'états et d'OAT, d'un montant en circulation supérieur à 8 milliards d'euros. L'évolution des taux des obligations zéro-coupon en fonction de la maturité est donnée par la figure 2.12.

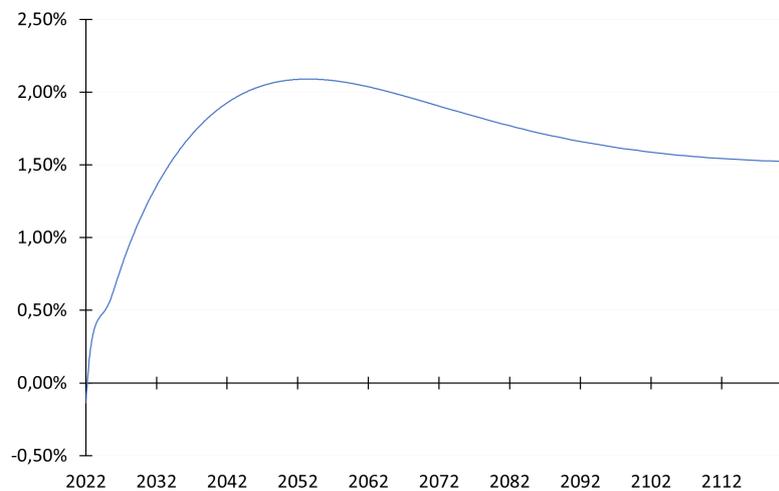


FIGURE 2.12 : Taux zéro-coupon en fonction de la maturité

2.2.3.4 Limites

Les modèles utilisés dans le cadre de ce mémoire sont des modèles simples, facile à manipuler et à simuler, cependant ces derniers reposent sur des hypothèses contraignantes pouvant éloigner les résultats de la réalité des marchés financiers.

En effet, pour les actions et l'immobilier, le modèle de Black & Scholes suppose la normalité des log-rendements, n'intègre pas le phénomène de saut boursier et suppose la constance de la volatilité du cours d'une action. L'hypothèse de normalité des log-rendements n'est pas respectée, en effet, les deux indices utilisés ne sont pas log-normaux, ce qui implique une sous-estimation des événements "rares". Le modèle de Merton aurait pu permettre de palier à une partie des défauts du modèle de Black & Scholes en intégrant la modélisation des sauts boursiers.

Concernant la modélisation des taux, le modèle de Vasicek est un modèle mono-factoriels qui suppose la constance des paramètres. Les modèles mono-factoriels suppose aussi une parfaite corrélation entre les taux et les maturités, il est donc compliqué d'obtenir des formes de courbes de taux particulières. De plus, la constance des paramètres ne permet pas de modéliser correctement les changements brutaux d'environnement économiques. Le modèle de Hull & White à deux facteurs aurait pu permettre de palier à une partie des défauts du modèle de Vasicek en permettant la production de courbes de taux particulières par l'ajout d'un second facteur stochastique.

2.2.4 Interactions actif/passif

Généralités

Le modèle de projection actif/passif permet de modéliser l'évolution d'un portefeuille d'actifs constitué d'obligations à taux fixe, d'actions, d'immobilier et de monétaire et un portefeuille de produits de retraite de type PERin (passif). Ces deux portefeuilles génèrent des flux et l'objectif pour l'assureur va être de faire coïncider les flux financiers de l'actif avec les flux de passif.

L'actif et le passif interagissent entre-eux selon différents procédés. Dans un premier temps, le passif génère des flux de prestations à verser aux assurés (rentes, capital, décès, rachats) et ces flux vont nécessiter de récupérer de la liquidité en vendant des actifs. Dans un second temps, le mécanisme de participation aux bénéfices va créer une dépendance entre le montant des prestations versées et la performance des marchés financiers.

À chaque fin d'exercice, le modèle va effectuer des investissements et désinvestissements pour garder l'allocation d'actifs constante et gérer les différentes entrées et sorties de cash. La réallocation est réalisée sur la base de la valeur nette comptable des actifs et supposée faite de façon annuelle en fin d'année.

Pour rappel, l'objectif est de déterminer des portefeuilles optimaux en prenant en compte différents indicateurs, notamment le capital supplémentaire issu des tests de résistance. La détermination de ce montant nécessite de se placer sous différentes hypothèses réglementaires, comme l'hypothèse de garder l'allocation d'actifs constante durant la projection. L'hypothèse a été faite d'étendre cette contrainte réglementaire au modèle de projection actif/passif utilisé.

Règles d'investissements et désinvestissements

Le modèle de projection actif/passif va suivre les règles suivantes d'investissements et de désinvestissements (par ordre de priorité) :

1. Lors de l'arrivée à maturité d'une obligation, le titre est immédiatement remplacé par une obligation de même nominal cotée au pair avec une maturité identique et un taux de coupon égal au taux zéro-coupon d'une obligation de même maturité à sa date d'acquisition.
2. Dans une situation d'investissement, la poche monétaire augmente de la différence entre les flux entrants et les flux sortants. Il est ensuite réalisé des achats d'actions, d'immobiliers et d'obligations pour conserver l'allocation d'actifs constante. Les actions et l'immobilier augmenteront d'un montant X_i déterminé selon la formule (2.33). L'équilibrage de la poche obligataire se fait via l'achat d'une obligation de nominal N déterminé selon la formule (2.34), avec une maturité correspondant à la durée du passif à la date d'achat et versant un coupon basé sur le taux zéro-coupon d'une obligation de même maturité à sa date d'acquisition. L'ensemble de ces opérations viendront diminuer la poche monétaire

$$X_i = (VNC_{actif}(t) + \Delta_{flux}) \times part_i \times -VNC_i(t), \quad (2.33)$$

$$N = (VNC_{actif}(t) + \Delta_{flux}) \times part_{Obligation} - VNC_{Obligation}(t). \quad (2.34)$$

3. Dans une situation de désinvestissement, la poche monétaire diminue de la différence entre les flux entrants et les flux sortants. Si la poche monétaire est insuffisante pour supporter cette différence, le montant restant sera supporté par la vente d'actions. L'ensemble des actions sera diminué d'un montant X_i déterminé selon la formule (2.35). Par la suite, l'équilibrage des actions et de l'immobilier se fera par l'achat ou la vente d'un montant X_i déterminé selon la formule (2.33). La partie obligataire est équilibrée par la vente d'un montant N d'obligation déterminé selon la formule (2.34) par ordre de maturité croissante

$$X_i = VNC_{Cash}(t) + \Delta_{flux}. \quad (2.35)$$

Cette situation de vente d'actifs peut dégager des plus ou moins-values et ce montant est donné par la formule (2.36)

$$PMV_i = \left(\frac{VM_i(t)}{VNC_i(t)} - 1 \right) \times (VNC_i(t-1) - VNC_i(t)). \quad (2.36)$$

2.3 Mesures de performance

Taux de Rendement de l'Actif

Les produits financiers diminués des frais financiers permettent d'évaluer le Taux de Rendement de l'Actif (TRA) selon la formule (2.37)

$$TRA(t) = \frac{Produits\ financiers\ bruts(t) - Frais\ financiers(t)}{\frac{1}{2} \times (VNC_{actif\ début}(t) + VNC_{actif\ fin}(t))}. \quad (2.37)$$

Taux de revalorisation

Le taux de revalorisation correspond au taux réellement servi aux assurés au titre d'un exercice. Il est composé des intérêts techniques et de la participation aux bénéfices techniques et financiers, diminué des chargements sur encours. Son calcul est donné par la formule (2.38)

$$\text{Taux de revalorisation}(t) = \frac{IT(t) + PB(t) - \text{Chgts}_{\text{encours}}(t)}{PM_{\text{début}}(t) + \text{Versements nets} - \text{Rachat}(t) - \text{Décès}(t)}. \quad (2.38)$$

Résultat brut d'impôt

Pour une année t , le résultat brut d'impôt est défini selon la formule (2.39). Si le résultat brut d'impôt est positif, il sera diminué de 25%, le taux normal de l'impôt sur les sociétés pour toutes les entreprises pour les exercices ouverts du 1er janvier 2022 au 31 décembre 2022

$$\begin{aligned} \text{Résultat imposable}(t) = & \text{Résultat technique}(t) + \text{Résultat administratif}(t) \\ & + \text{Résultat financier}(t). \end{aligned} \quad (2.39)$$

- **Résultat technique**

Pour une année t donnée, le résultat technique pour l'ensemble du portefeuille (constitution et versement) est défini selon la formule (2.40). Les prestations payées comprennent les rentes et capitaux versés mais aussi les rachats et les décès sans prendre en compte les intérêts techniques acquis durant l'année. Ces derniers sont inclus dans $IT(t)$

$$\begin{aligned} \text{Résultat technique}(t) = & \text{Versements nets} - \text{Prestations payées}(t) \\ & + IT(t) + PB(t) + PM_{\text{début}}(t) - PM_{\text{fin}}(t). \end{aligned} \quad (2.40)$$

- **Résultat administratif**

Le résultat administratif est relatif à la gestion du contrat et est issu de la différence entre les chargements et les frais. Son calcul se fait selon la formule (2.41). Pour rappel, les frais et les chargements sur sinistres sont supposés nuls

$$\begin{aligned} \text{Résultat administratif}(t) = & \text{Chgts}_{\text{encours}}(t) - \text{Frais}_{\text{encours}}(t) \\ & + \text{Chgts}_{\text{versement}}(t) - \text{Frais}_{\text{versement}}(t). \end{aligned} \quad (2.41)$$

- **Résultat financier**

Pour une année t , le résultat financier est défini selon la formule (2.42)

$$\text{Résultat financier}(t) = \text{Produits financiers bruts}(t) - \text{Frais financiers}(t). \quad (2.42)$$

Exigence de marge de solvabilité

Pour une année t donnée, l'exigence de marge de solvabilité (EMS) est définie selon la formule (2.43)

$$EMS(t) = 4\% \times \sum_{i=1}^{20} PM_{\text{début}}^i(t).. \quad (2.43)$$

Marge de solvabilité

Pour une année t donnée, la marge de solvabilité (MS) est définie selon la formule (2.44)

$$MS(t) = FP(t). \quad (2.44)$$

Concernant la réalisation des tests de résistance, l'hypothèse a été faite de ne pas prendre en compte les plus-values latentes non exceptionnelles dans la marge de solvabilité. En effet, le 1.4.2 a montré que la prise en compte de ce montant représente un levier important pour le pilotage de la marge de solvabilité. De plus, la notice de l'ACPR pour l'admissibilité des plus-values latentes en constitution de la marge de solvabilité demande uniquement une méthodologie de calcul pour les plus-values latentes admissibles et considère que les plus-values latentes des actifs cotées sur un marché actif ou des biens immobiliers ayant fait l'objet d'une valorisation par expertise sont par définition non exceptionnelles. Cet élément peut donc introduire de la volatilité pour la marge de solvabilité.

Ratio de solvabilité

Pour une année t donnée, le ratio de solvabilité (RS) est défini selon la formule (2.45)

$$RS(t) = \frac{MS(t)}{EMS(t)}. \quad (2.45)$$

Present Value of Future Profits (PVFP)

La PVFP est la somme des résultats futurs, nets d'impôts, distribuables aux actionnaires, générés par le portefeuille de contrats en cours et actualisés au taux sans risque de l'EIOPA selon la formule (2.46). La PVFP permet de mesurer dans le temps la rentabilité d'un portefeuille

$$PVFP = \sum_{t=1}^T \frac{\text{Résultat imposable}(t) \times (1 - Tx \text{ impôt})}{(1 + r_t)^t}. \quad (2.46)$$

L'hypothèse a été faite d'utiliser une PFVP déterministe, qui ne tient donc pas en compte la TVOG (Time Value of the Options and Guarantees). Pour rappel, la TVOG est obtenue par différence entre la PVFP stochastique et la PVFP calculé dans un scénario central.

Gap de duration

Pour une année t donnée, le gap de duration est déterminé selon la formule (2.47), pour rappel la duration est calculée à partir de la formule (1.4)

$$\text{Gap duration}(t) = \text{Duration passif} - \text{Duration actif}. \quad (2.47)$$

Le gap de duration permet de mesurer l'exposition de l'entité au risque de taux. En effet, si la duration de l'actif est inférieure à la duration du passif, le portefeuille obligataire arrivera à maturité avant le paiement des prestations provoquant un risque de réinvestissement si les taux diminuent. De la même manière, si la duration de l'actif est supérieure à la duration du passif, le paiement des prestations arrivera avant les tombées obligataires provoquant un risque de perte avec la réalisation de moins-value obligataire si les taux augmentent.

Les hypothèses de modélisation du passif et de l'actif et le portefeuille étudié ayant été expliquées, les règles régissant les interactions entre le passif et l'actif doivent être détaillés.

2.4 Solvabilité du portefeuille à la date initiale

2.4.1 Bilan comptable et indicateurs

La figure 2.13 représente le bilan comptable du portefeuille à $t = 0$. La répartition des différents éléments du passif a été fixée de sorte à ce qu'elle soit représentative des répartitions des principaux acteurs du marché. Le tableau 2.7 représente les principales caractéristiques du portefeuille à $t = 0$.

Actif	Passif
Actifs : 11 000 M€	Fonds propres : 400 M€
	Réserve de capitalisation : 150 M€
	Provision pour participation aux excédents : 450 M€
	Provisions mathématiques : 10 000 M€

FIGURE 2.13 : Bilan comptable du portefeuille

Exigence de marge de solvabilité à $t = 0$	PVFP	Ratio de solvabilité à $t = 0$	Gap de duration à $t = 0$
400 M€	229 M€	112%	8,20 années

TABLE 2.7 : Caractéristiques du portefeuille

2.4.2 Déclenchement de la provision pour aléas financiers

La provision pour aléas financiers (PAF) est constituée pour compenser une baisse de rendement de l'actif. La provision est dotée dans le scénario où le rendement de l'actif, diminué d'un cinquième, devient inférieur au montant total des intérêts techniques et minimum de participation aux bénéfices réglementaires (CNCC, 2022). La PAF est donc constituée si la condition (2.48) est vérifiée

$$\frac{4}{5} \times TRA(t) < \frac{2 \times (IT(t) + PB(t))}{PM_{debut}(t) + PM_{fin}(t)}. \quad (2.48)$$

Le graphique 2.14 présente l'évolution de la différence entre 80% du taux de rendement financier et le taux minimum garanti sur l'horizon de projection. La différence reste positive à chaque pas de projection, il n'y a donc pas de provision pour aléas financiers pour le portefeuille étudié.



FIGURE 2.14 : Déclenchement de la PAF

Cependant, la différence entre 80% du taux de rendement financier et le taux minimum garanti diminue sur l'ensemble de la projection, il est donc possible qu'à la suite d'un évènement ayant un impact sur les rendements financiers, comme un changement sur l'allocation d'actifs, une provision pour aléas financiers soit constituée.

2.4.3 Tests de résistance

La réalisation des tests de résistance implique de projeter notre portefeuille selon 4 scénarios déterministes :

- Un scénario de prolongement des hypothèses économiques ;
- Un scénario de baisse des taux d'intérêts ;
- Un scénario de baisse des rendements financiers ;
- Un scénario de baisse de la mortalité.

L'objectif est de déterminer le capital add-on à partir des insuffisances en capital de l'ensemble des scénarios à chaque année de projection. Pour cela, il est nécessaire d'évaluer la marge de solvabilité et l'exigence de marge de solvabilité pour ensuite calculer le ratio de solvabilité. Pour rappel, une insuffisance en capital est constatée si le ratio de solvabilité, défini à la formule (2.45), est inférieur à 1.

Exemple : Le tableau 2.8 présente l'exigence de marge de solvabilité (EMS), la marge de solvabilité (MS) et le ratio de solvabilité (RS) pour un portefeuille factice dans le scénario de prolongement des hypothèses économiques.

Indicateur \ Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EMS	100	99	97	95	95	94	93	91	90	90
MS	110	113	110	110	105	100	95	90	85	87
RS	110%	114%	113%	115%	110%	106%	102%	98%	94%	96%

TABLE 2.8 : Exemple : Scénario de prolongement des hypothèses économiques

Le ratio de solvabilité est inférieur à 100% entre $t = 8$ et $t = 10$, il y a donc des insuffisances en capital de montant $x_8 = EMS(8) - MS(8) = 1$, $x_9 = 5$ et $x_{10} = 3$. Le capital add-on est donc

$$\text{capital add-on} = \max\left(\frac{1}{8}; \frac{5}{9}; \frac{3}{10}\right) \approx 0,55. \quad (2.49)$$

2.4.3.1 Hypothèses de modélisation liées aux FRPS

Les tests de résistance liés à l'agrément FRPS imposent différentes contraintes. Les éléments suivants viennent modifier les hypothèses de modélisation des sections précédentes uniquement dans le cadre de la réalisation de ces tests.

Règles d'investissements et désinvestissements

Pour rappel, la réglementation impose de garder l'allocation d'actifs constante durant toute la projection. Le modèle de projection actif/passif va suivre les règles suivantes d'investissements et de désinvestissements (par ordre de priorité) :

1. Lors de l'arrivée à maturité d'une obligation, le titre est immédiatement remplacé par une obligation de même nominal cotée au pair avec une maturité égale à la durée du passif, sans pouvoir être supérieure à quinze ans, avec un taux de coupon égal à la moyenne annuelle, sur le dernier exercice, du niveau de l'indice TECn (cf. Figure [1.5](#)).
2. Les règles 2 et 3 ne sont pas modifiées par la modélisation FRPS.

Rendement des actifs

Durant toute la projection, le rendement des actifs non amortissables est fixé à 2,533% (voir Section [1.3.1](#)). De plus, la durée du passif n'étant jamais inférieure à quinze ans, la maturité de la nouvelle obligation sera toujours égale à quinze années et le taux de coupon à 0,284%. Pour rappel au 30/06/2022, la durée du passif est de 15,98 et 7,79 pour l'actif. Il y a donc un gap de durée entre l'actif et le passif du portefeuille. L'hypothèse de réinvestissement sur des obligations de maturité quinze ans semble donc cohérente.

Évaluation des provisions techniques

Pour rappel, la réglementation suppose l'absence de provision pour aléas financier sur l'ensemble de la projection et des scénarios. Cependant, dans le cadre de ce mémoire, qui vise à déterminer une allocation optimale d'actifs, le choix a été fait d'étudier le déclenchement d'une provision pour aléas financier lors des tests de résistance.

2.4.3.2 Résultats des tests de résistance

Scénario de prolongement des hypothèses économiques

Ce scénario suppose que les conditions de marché et les hypothèses techniques de l'exercice précédent soient identiques durant toute la projection. Le capital à immobiliser ou l'exigence de marge de solvabilité au 30/06/2022 est de 400 millions €, ce qui correspond à 4% des provisions mathématiques. Ce montant correspond aussi aux fonds propres initiaux.

Le rendement obligataire diminue fortement tout au long de la projection (voir Figure 2.15). Cette forte diminution est due aux réinvestissements effectués sur le portefeuille obligataire. En effet, presque 75% des obligations (en % en valeur nette comptable) ont été remplacées avec un niveau de coupon plutôt faible. Dans une situation avec un horizon de projection plus long, le rendement des actifs amortissables tendrait donc vers 0,284%.

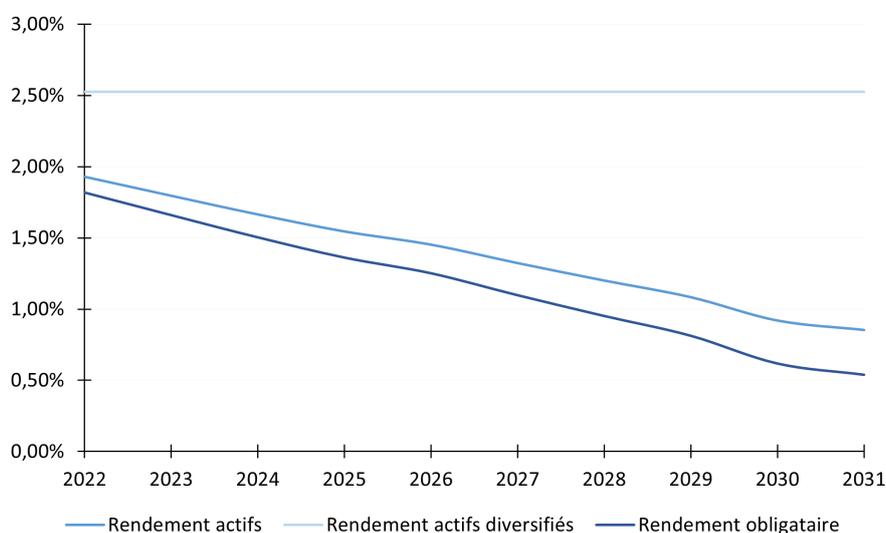


FIGURE 2.15 : Scénario de prolongement des hypothèses économiques : rendement des actifs

Le taux technique moyen du portefeuille diminue aussi tout au long de la projection (voir Figure 2.16). En effet, la part des model-points avec un taux technique élevé diminue dans le temps. Cependant, le rendement des actifs diminue plus fortement que le taux technique moyen : cette situation impacte fortement la marge financière qui devient négative à partir de 2025. Ce phénomène impacte aussi la participation aux bénéfices qui diminue dans le temps.

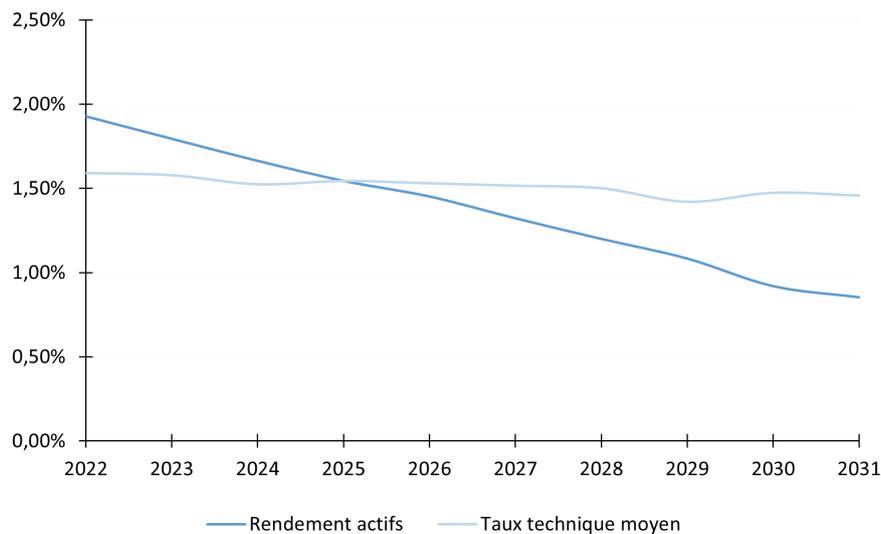


FIGURE 2.16 : Scénario de prolongement des hypothèses économiques : taux technique moyen et rendement des actifs

Le résultat du portefeuille est essentiellement dirigé par la marge financière. En effet, la marge technique et marge administrative ne varient pas significativement durant la projection et la marge financière étant négative à partir de 2026, le résultat devient négatif à partir de 2028. Cependant à horizon dix ans, le scénario de prolongement des hypothèses économiques ne génère pas d'insuffisance en capital, le ratio de solvabilité reste supérieur à 100% chaque année (voir Tableau 2.9). Le portefeuille d'actifs et de passifs étant de taille modéré, des sauts brusques dans les trajectoires peuvent être observés. L'importante baisse du ratio de solvabilité en $t = 10$ est provoquée par une diminution plus importante du rendement obligataire en fin de projection qui est accentuée par une forte sortie en capital nécessitant de céder, en partie, des obligations à maturité résiduelle faible avec un taux de coupon élevé.

Année	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
Ratio de solvabilité	107%	113%	120%	127%	131%	132%	131%	136%	138%	131%

TABLE 2.9 : Scénario de prolongement des hypothèses économiques : ratio de solvabilité

La différence entre 80% du taux de rendement de l'actif et du taux minimum garanti est négative dès la première année de projection. Une provision pour aléas financier aurait donc été constituée si un scénario économique similaire se réalisait.

Scénario de baisse des taux d'intérêts

Ce scénario suppose une baisse du rendement des réinvestissements des actifs amortissables, ici les obligations, et une baisse du taux de référence pour le calcul des provisions techniques. Pour rappel, le taux choqué est déterminé selon la formule (1.5). La durée du passif n'étant jamais inférieure à quinze années, les réinvestissements se font toujours au taux TEC 15. Le taux de coupon pour les réinvestissements est donc 0,00%. L'évolution du rendement obligataire après le choc est représentée par la figure 2.17.

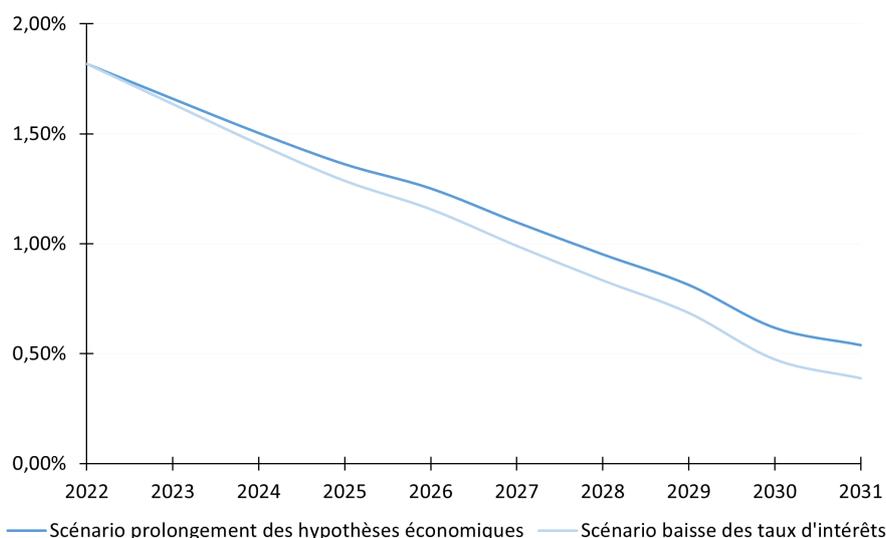


FIGURE 2.17 : Scénario baisse des taux d'intérêts : rendement obligataire

L'écart entre le rendement obligataire dans le scénario de baisse des taux d'intérêts et le scénario de prolongement des hypothèses économiques s'accroît avec le temps. Cet écart s'explique par le réinvestissement obligataire à un niveau de coupon égal à 0%. Dans une situation avec un horizon de projection plus long, le rendement obligataire tendrait donc vers 0% et l'écart avec le scénario précédent serait de 0,284%.

Dans ce scénario, la marge financière est impactée de façon plus importante par rapport au scénario précédent : celle-ci devient négative à partir de 2025. Ce phénomène impacte donc aussi le résultat du portefeuille qui devient négatif en 2027. Malgré la baisse plus importante du résultat, ce scénario ne provoque pas d'insuffisance en capital à la fin de projection (voir Tableau 2.10).

Année	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
Ratio de solvabilité	106%	113%	118%	123%	124%	122%	118%	119%	115%	103%

TABLE 2.10 : Scénario baisse des taux d'intérêts : ratio de solvabilité

La différence entre 80% du taux de rendement de l'actif et du taux minimum garanti est négative dès la première année de projection. Une provision pour aléas financier aurait donc été constituée si un scénario économique similaire de baisse des taux d'intérêts se réalisait.

Scénario de baisse des rendements financiers

Ce scénario suppose une baisse de 30% du rendements des actifs non amortissables, représentés par les actions et l'immobilier. Le rendement choqué du portefeuille d'actifs diversifiés est donc de $2,533\% \times (1 - 30\%) = 1,773\%$. L'évolution du rendement des actifs après le choc est représentée par la figure 2.18.

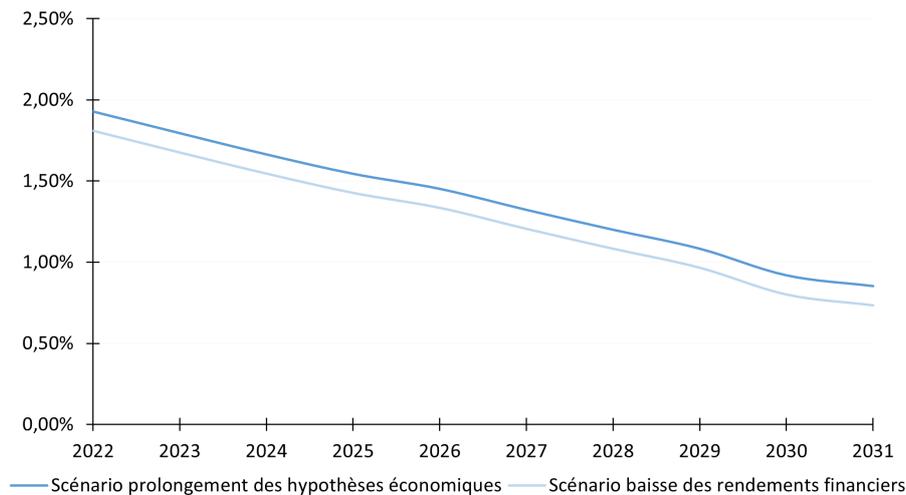


FIGURE 2.18 : Scénario baisse des rendements financiers : rendement des actifs

L'écart entre le rendement des actifs dans le scénario de baisse des rendements financiers et le scénario de prolongement des hypothèses économiques est d'environ 0,12% sur l'ensemble de la projection. Cet écart correspond à la différence entre les rendements dans les deux scénarios pondérés par la part d'actifs diversifiés (voir Formule (2.50))

$$(2,533\% - 1,773\%) \times 15\% \approx 0,12\%. \quad (2.50)$$

De façon similaire au scénario de baisse des taux d'intérêts, la marge financière est négative à partir de 2025 et le résultat du portefeuille négatif à partir de 2027. Cependant, la marge financière est impactée de façon plus importante en 2025 dans le scénario de baisse des rendements financiers par rapport aux deux précédents scénarios étudiés et cette baisse s'accroît pour le reste de la projection. Ce phénomène provoque une insuffisance en capital à la fin de la projection de 60,35 millions €, ce qui est équivalent à 0,60% des provisions mathématiques au 31/12/2021 (voir Tableau 2.11). Le capital add-on est donc de 6,04 millions € ou 0,06% des provisions mathématiques initiales.

Année	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
Ratio de solvabilité	103%	107%	110%	112%	110%	105%	99%	99,44%	93%	78%

TABLE 2.11 : Scénario baisse des rendements financiers : ratio de solvabilité

La différence entre 80% du taux de rendement de l'actif et du taux minimum garanti est négative dès la première année de projection. Une provision pour aléas financier aurait donc été constituée si un scénario économique similaire de baisse des rendements financiers se réalisait.

Scénario de baisse de la mortalité

Ce scénario suppose une baisse de la mortalité de 10% à tout âge. Cela implique donc de reconstruire la table de mortalité en intégrant ce facteur. Pour rappel, la probabilité, pour un individu d'âge x et d'année de naissance v , de décéder d'une année à l'autre est déterminé selon la formule (2.4). Cette probabilité va donc être réduite de 10% selon la formule (2.51)

$$q_{choque,x}(v) = q_x(v) \times (1 - 10\%). \quad (2.51)$$

La table de mortalité choquée va ensuite être reconstruite selon le nouveau taux de mortalité avec la formule (2.52)

$$l_{choque,x+1}(v) = l_{choque,x}(v) \times (1 - q_{choque,x}(v)), \text{ avec } l_{choque,0}(v) = 100\,000. \quad (2.52)$$

L'évolution du taux technique moyen après le choc est représentée par la figure 2.19. L'écart entre le scénario de baisse de la mortalité et le scénario de prolongement des hypothèses économiques augmente dans le temps. Cet écart s'explique par l'allongement de la durée de vie des model-points, notamment ceux avec un taux technique élevé.

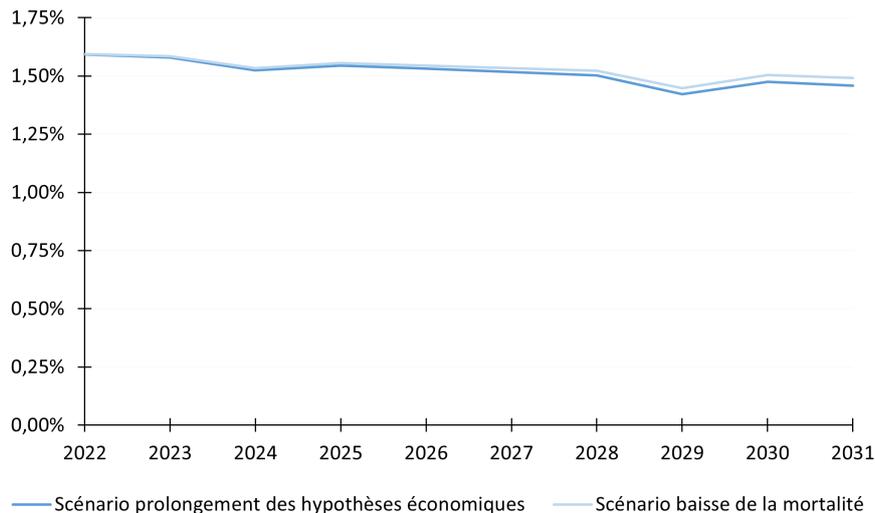


FIGURE 2.19 : Scénario baisse de la mortalité : taux technique moyen

Dans le scénario de baisse de la mortalité, la marge technique diminue principalement à cause de l'allongement de l'espérance de vie. Cependant à horizon dix ans, le scénario ne génère pas d'insuffisance en capital, le ratio de solvabilité reste supérieur à 100% chaque année (voir Tableau 2.12).

Année	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
Ratio de solvabilité	107%	107%	119%	126%	130%	129%	129%	133%	134%	126%

TABLE 2.12 : Scénario baisse de la mortalité : ratio de solvabilité

La différence entre 80% du taux de rendement de l'actif et du taux minimum garanti est négative dès la première année de projection. Une provision pour aléas financier aurait donc été constituée si un scénario similaire de baisse de la mortalité se réalisait.

2.4.3.3 Conclusion

Le tableau 2.13 présente les insuffisances en capital pour chaque scénario.

Scénario	Capital add-on (en % des PM)
Prolongement des hypothèses économiques	0,00%

Baisse des taux d'intérêts	0,00%
Baisse des rendements financiers	0,06%
Baisse de la mortalité	0,00%

TABLE 2.13 : Capital add-on : Tests de résistance

Le montant supplémentaire en plus de l'exigence de marge de solvabilité est le maximum des insuffisances en capital et vaut donc 0,06% des provisions mathématiques au 30/06/2022, soit 6,04 millions €.

La suite de ce mémoire a pour objectif d'utiliser les différents outils développés pour déterminer une allocation d'actifs permettant d'optimiser le couple (rendement x risque à long terme). Pour cela, la démarche d'optimisation ainsi que les métriques retenues seront présentées. Les portefeuilles optimaux seront ensuite comparés au portefeuille initial pour mesurer l'impact sur les indicateurs de rendement, de solvabilité, de risque et de suivi.

Chapitre 3

Détermination de l'allocation optimale d'actifs

L'objectif de ce chapitre est de déterminer des portefeuilles permettant d'optimiser un ensemble d'indicateurs. La figure 3.1 représente des métriques de rendement, de risque et de suivi pouvant être utilisées pour déterminer l'allocation optimale d'actifs.



FIGURE 3.1 : Métriques de rendement, de risque et de suivi

3.1 Démarche d'optimisation

L'objectif de cette section est de présenter la démarche d'optimisation qui sera utilisée pour déterminer les portefeuilles optimaux selon différents d'indicateurs.

3.1.1 Génération des portefeuilles aléatoires

La génération des portefeuilles aléatoires consiste à créer des model-points d'actifs avec une répartition entre les actifs aléatoires et une duration du portefeuille obligataire aléatoire.

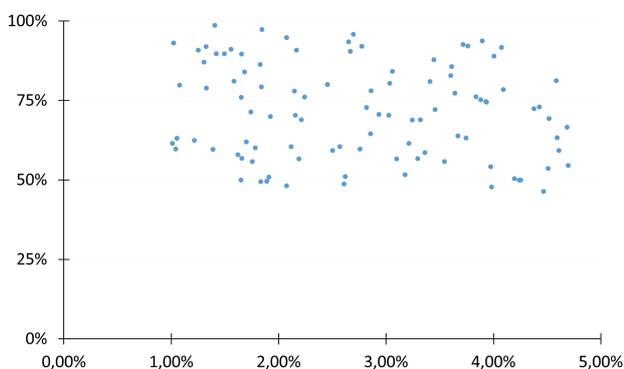
Des contraintes sur la répartition entre les actifs ont été imposées pour réduire le nombre d'allocations à tester et ne pas générer des portefeuilles considérés comme non réalistes. La borne supérieure de la part action / immobilier respectent le plafond imposé par le Code des Assurances (R. 332-1 du Code des Assurances) (RIEB, 2014). Le tableau 3.1 résume les contraintes appliquées à l'algorithme.

Contraintes	Minimum	Maximum
Part monétaire	1,00%	5,00%
Part action \ immobilier	-	50,00%
Duration obligation	8,00	12,00

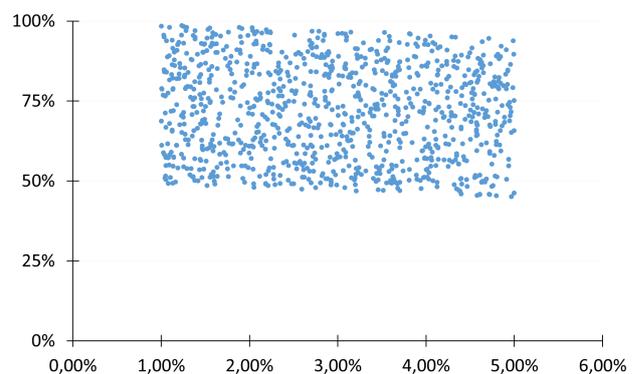
TABLE 3.1 : Contraintes appliquées à l'algorithme de génération de portefeuilles aléatoires

La répartition entre les actifs et la duration du portefeuille obligataire est générée de façon aléatoire selon une loi uniforme. L'utilisation de cette méthode nécessite de déterminer un nombre optimal de portefeuilles à générer. Ce dernier doit permettre de tester la majorité des allocations d'actifs possibles sans provoquer un temps de calcul trop important. En effet, le temps de calcul lié à la projection actif/passif dépend fortement du nombre de portefeuilles aléatoires générés.

La figure 3.3 présente l'ensemble des allocations d'actifs testées en fonction du nombre de portefeuilles générés. Il est représenté la part d'obligations (axe des ordonnées) en fonction de la part de monétaire (axe des abscisses). La part d'actions et d'immobiliers correspond à la différence entre 100% et la somme des parts obligataires et monétaires.



(a) $n = 100$



(b) $n = 1\ 000$

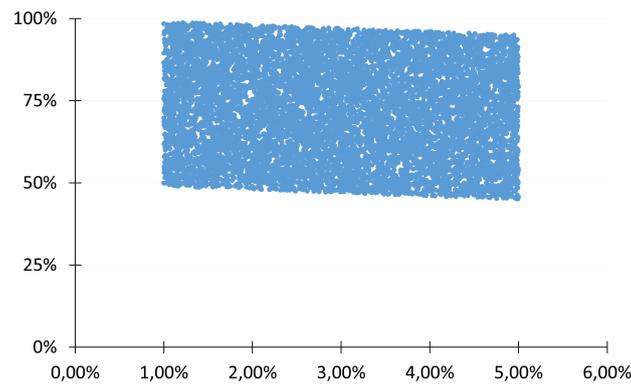
(c) $n = 10\ 000$

FIGURE 3.3 : Allocations d'actifs testées en fonction du nombre de portefeuilles générés

Le tableau 3.2 présente le temps de calcul en fonction du nombre de portefeuilles aléatoires générés. Le temps de calcul correspond au temps nécessaire pour projeter l'ensemble des portefeuilles aléatoires générés sur 10 ans.

Nombre de portefeuilles aléatoires	Temps de génération	Temps de calcul
100	1s	6mn
1 000	2s	1h10mn
10 000	20s	12h20mn

TABLE 3.2 : Temps de génération des portefeuilles et temps de calcul lié à la projection actif/passif

D'après la figure 3.2, il semble insuffisant de générer 100 portefeuilles et d'après le tableau 3.2 il est trop coûteux en temps de calcul de générer 10 000 portefeuilles. La génération de 1 000 portefeuilles permet donc de tester la majorité des allocations d'actifs sans provoquer un temps de calcul important.

3.1.2 Choix des indicateurs à optimiser

La sélection des portefeuilles optimaux est réalisée en cinq étapes. Ces cinq étapes, réalisées de façon successive, consistent à sélectionner les portefeuilles optimisant les indicateurs suivants :

- L'Exigence de Marge de Solvabilité (EMS) ;
- La Present Value of Future Profits (PVFP) ;
- Le gap de duration ;
- Le ratio de solvabilité ;
- La différence entre le TRA et le taux de revalorisation.

Si l'objectif est de minimiser (resp. maximiser) l'indicateur étudié, il sera déterminé le quantile à 40% (resp. quantile à 60%). Ce procédé revient donc à conserver 40% des portefeuilles à chaque étape.

La démarche d'optimisation présentée va donc déterminer des portefeuilles optimaux selon les indicateurs étudiés, l'ordre des étapes, le choix des quantiles à 40% et 60% et les portefeuilles aléatoires générés. Une étude sera donc réalisée pour mesurer la sensibilité des portefeuilles optimaux à l'ordre des étapes dans la démarche d'optimisation.

3.2 Sélection des portefeuilles optimaux

Optimisation de l'Exigence de Marge de Solvabilité (EMS)

Pour rappel, l'Exigence de Marge de Solvabilité (EMS) pour une année t donnée, est déterminée selon la formule (2.43), comme un pourcentage des provisions mathématiques.

La figure 3.4 représente l'EMS à $t = 10$ en fonction de la part d'actifs diversifiés dans le portefeuille. L'objectif de cette étape est de minimiser l'EMS pour optimiser le capital à immobiliser pour l'assureur. De plus, de part la construction de l'Exigence de Marge de Solvabilité, qui est augmentée/diminuée à chaque pas de projection du résultat net d'impôt, lui-même essentiellement dirigé par la marge financière et donc par le rendement des actifs, cette étape permet de pénaliser les portefeuilles avec une part élevée en actifs diversifiés.

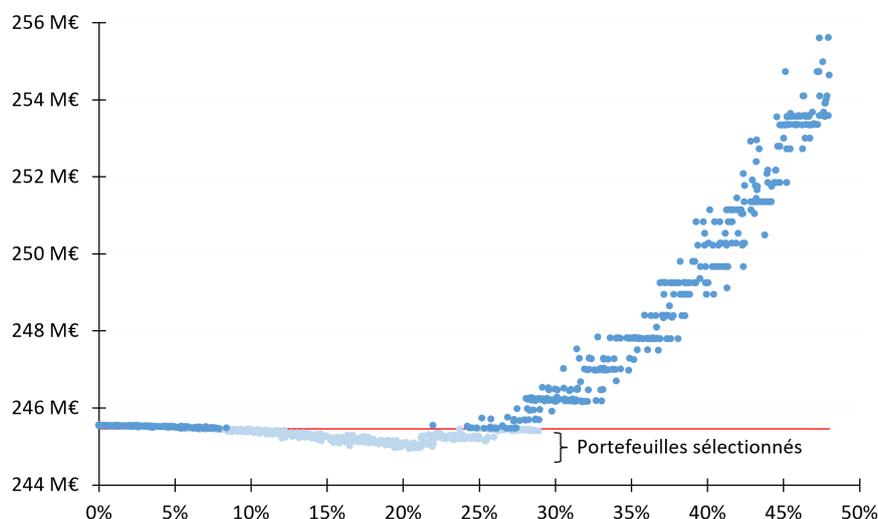


FIGURE 3.4 : EMS en fonction de la part d'actifs diversifiés

Le quantile à 40% de l'EMS des 1 000 portefeuilles est 245 M€. Il sera donc uniquement conservé les portefeuilles avec une exigence de marge de solvabilité inférieure à 245 M€, ce qui correspond à 400 portefeuilles. L'ensemble des portefeuilles avec une part en actifs diversifiés supérieure à 30% ont donc été exclus par le critère de l'exigence de marge de solvabilité.

Optimisation de la PVFP

Pour rappel, la PVFP pour une année est déterminée selon la formule (2.46), comme la somme des résultats futurs, nets d'impôts et actualisés au taux sans risque de l'EIOPA. La PVFP utilisée est déterministe et ne prend donc pas en compte la TVOG.

La figure 3.5 présente l'évolution de la PVFP en fonction de la part d'actifs diversifiés dans le portefeuille. La PVFP permet de représenter le rendement, l'objectif de cette étape est donc de maximiser la PVFP pour optimiser le rendement d'un point de vue de l'assureur et de l'actionnaire.

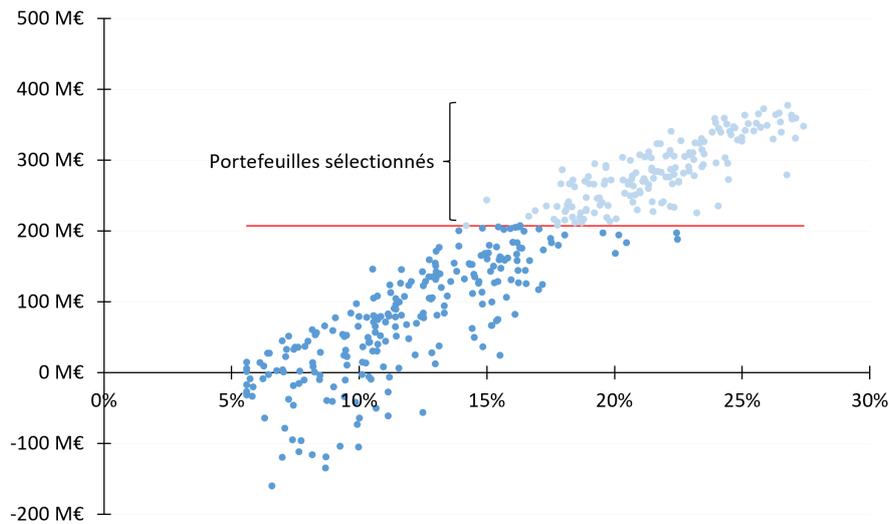


FIGURE 3.5 : PVFP en fonction de la part d'actifs diversifiés

Le quantile à 60% de la PVFP des 400 portefeuilles est 207 M€. Il sera donc uniquement conservé les portefeuilles avec une PVFP supérieure à 207 M€, ce qui correspond à 160 portefeuilles.

Optimisation du gap de duration

Pour rappel, le gap de duration pour une année t donnée est déterminé selon la formule (2.47) et permet de mesurer l'exposition de l'assureur au risque de taux.

La figure 3.6 représente le gap de duration à $t = 10$ en fonction de la part d'actifs diversifiés dans le portefeuille. Le gap de duration permet de représenter en partie le risque de taux, l'objectif de cette étape est donc de minimiser le gap de duration pour limiter le risque de réinvestissement en cas de baisse des taux et de réalisation de moins-value en cas de hausse des taux

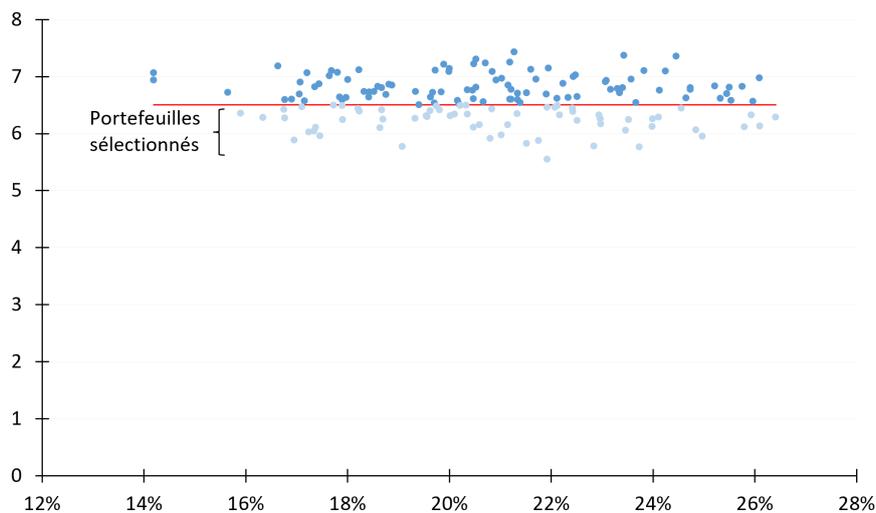


FIGURE 3.6 : Gap de duration en fonction de la part d'actifs diversifiés

Le quantile à 40% du gap de duration des 160 portefeuilles est 6,50 années. Il sera donc uniquement

conservé les portefeuilles avec un gap de duration inférieur à 6,50 années, ce qui correspond à 64 portefeuilles.

Optimisation du ratio de solvabilité

Pour rappel, le ratio de solvabilité pour une année t donnée, est déterminé selon la formule (2.44), comme le ratio entre la marge de solvabilité et l'exigence de marge de solvabilité.

La figure 3.7 représente le ratio de solvabilité à $t = 10$ en fonction de la part d'actifs diversifiés dans le portefeuille. L'objectif de cette étape est de maximiser le ratio de solvabilité.

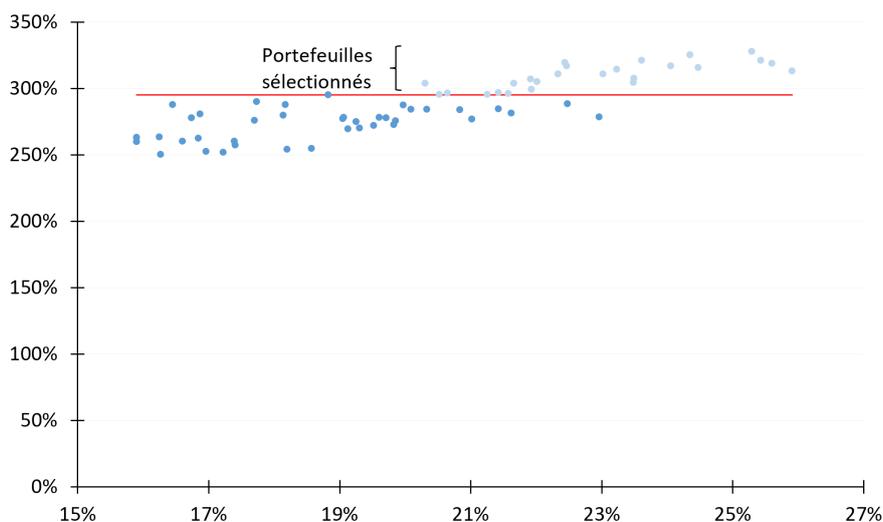


FIGURE 3.7 : Ratio de solvabilité en fonction de la part d'actifs diversifiés

Le quantile à 60% du ratio de solvabilité des 64 portefeuilles est 295%. Il sera donc uniquement conservé les portefeuilles avec un ratio de solvabilité supérieur à 295%, ce qui correspond à 25 portefeuilles.

Optimisation du TRA et du taux de revalorisation

Pour rappel, le TRA et le taux de revalorisation pour une année t donnée, sont déterminés selon les formules (2.37) et (2.38).

L'objectif de cette étape est de maximiser la différence entre le TRA et le taux de revalorisation. En effet, si le TRA est supérieur au taux de revalorisation, les rendements financiers sont suffisants pour financer le taux technique et la participation aux bénéfices versée aux assurés.

Pour réaliser cette étape, une régression linéaire de la forme $y = ax + b$ est réalisée, par la méthode des moindres carrés, sur la série des différences du TRA avec le taux de revalorisation. La figure 3.9 représente le coefficient directeur a obtenu en fonction de la part d'actifs diversifiés dans le portefeuille.

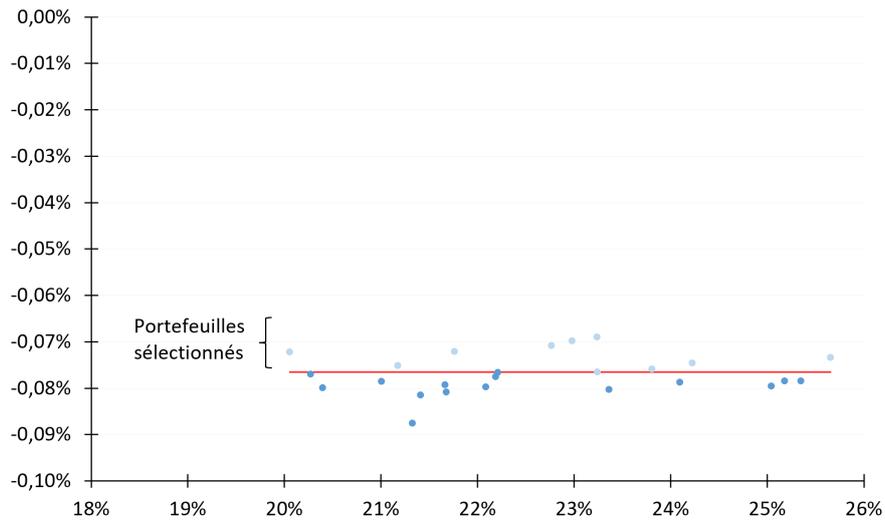


FIGURE 3.8 : Coefficient directeur en fonction de la part d’actifs diversifiés

Le quantile à 60% du coefficient directeur a des 25 portefeuilles est -0,076%. Il sera donc uniquement conservé les portefeuilles dont le coefficient directeur de la régression linéaire de la différence du TRA avec le taux de revalorisation est supérieure à -0,076%, ce qui correspond à 10 portefeuilles.

Conclusion

La sélection des portefeuilles optimaux a abouti à un ensemble de 10 portefeuilles. Ces 10 portefeuilles sont considérés comme optimaux selon les cinq indicateurs étudiés : EMS à $t = 10$, PVFP, gap de duration à $t = 10$, ratio de solvabilité à $t = 10$ et la différence entre TRA et taux de revalorisation. La figure 3.9 présente les principales caractéristiques des portefeuilles sélectionnés.

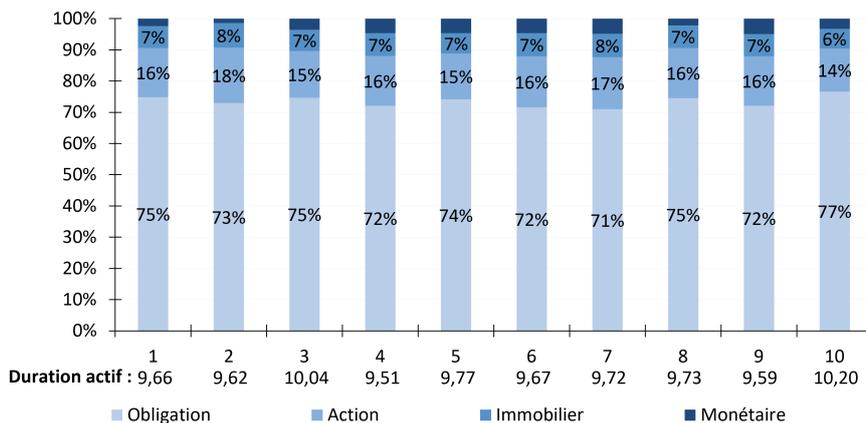


FIGURE 3.9 : Caractéristiques des portefeuilles sélectionnés

La section suivante consiste à tester la robustesse des portefeuilles sélectionnés dans des scénarios stressés à travers la réalisation des tests de résistance imposés par la réglementation FRPS.

3.3 Application des tests de résistance

L'objectif de cette section est de déterminer le capital add-on pour les 10 portefeuilles sélectionnés. L'intégration de nouveaux critères va permettre de classer les portefeuilles selon ce montant et de potentiellement réduire le nombre de portefeuilles optimaux. Pour rappel, ce montant vient s'ajouter à l'exigence de marge de solvabilité initiale et donc augmenter le besoin en fonds propres pour conserver un ratio de solvabilité identique. Il faut donc minimiser ce montant.

La méthodologie utilisée pour réaliser les tests de résistance est identique à celle décrite au 2.4.3.1. Les portefeuilles seront désignés par des indices de 1 à 10.

Scénario de prolongement des hypothèses économiques

Le tableau 3.3 présente le ratio de solvabilité pour l'ensemble des portefeuilles dans le scénario étudié. La figure 3.10 présente l'évolution de la différence entre le rendement des actifs et le taux de revalorisation et de la PVFP pour les 10 portefeuilles.

Année	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
Portefeuille 1	106%	114%	122%	133%	141%	148%	152%	152%	154%	146%
Portefeuille 2	105%	112%	121%	131%	138%	141%	141%	140%	140%	130%
Portefeuille 3	109%	121%	134%	151%	165%	179%	190%	200%	218%	225%
Portefeuille 4	110%	123%	137%	153%	167%	181%	194%	208%	230%	242%
Portefeuille 5	102%	105%	108%	113%	112%	106%	94%	81%	63%	36%
Portefeuille 6	104%	109%	113%	116%	116%	112%	106%	101%	93%	76%
Portefeuille 7	103%	108%	115%	121%	118%	109%	96%	80%	64%	39%
Portefeuille 8	104%	111%	118%	129%	134%	135%	135%	130%	124%	108%
Portefeuille 9	106%	113%	122%	131%	138%	144%	147%	149%	154%	148%
Portefeuille 10	105%	112%	120%	128%	133%	134%	132%	128%	124%	111%

TABLE 3.3 : Scénario de prolongement hypothèses économiques : ratio de solvabilité

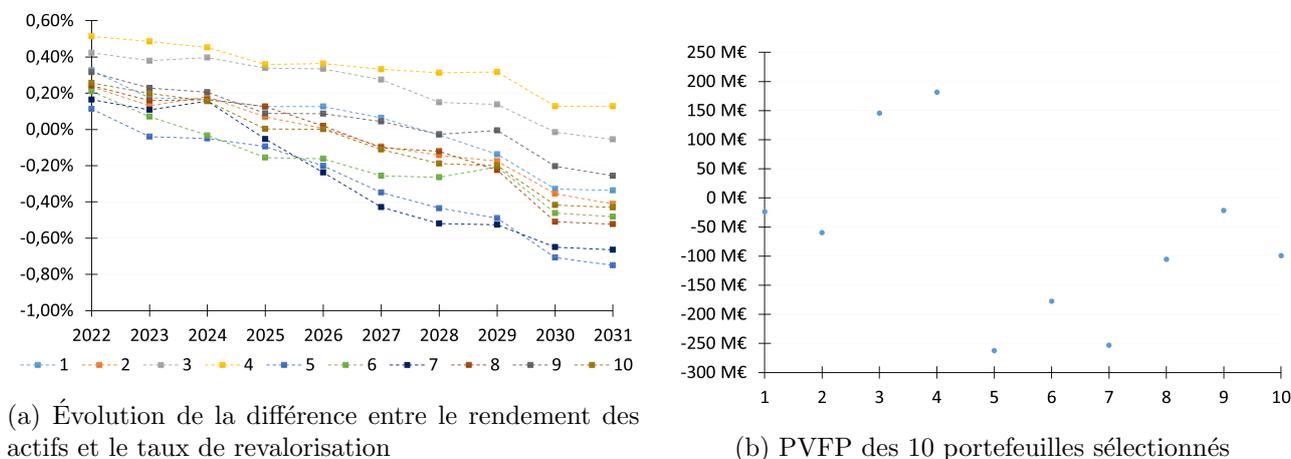


FIGURE 3.10 : Scénario de prolongement hypothèses économiques

Le tableau 3.3 montre que le scénario de prolongement des hypothèses économiques provoque une insuffisance en capital les portefeuilles 5, 6 et 7. En effet, le ratio de solvabilité devient inférieur à 100% à partir de 2028 pour les portefeuilles 5 et 7, et à partir de 2029 pour le portefeuille 6.

La figure 3.10a montre que le rendement des actifs permet de financer le taux technique et la participation aux bénéfices versée aux assurés sur l'ensemble de la projection uniquement pour le portefeuille 4. À noter que le rendement des actifs des portefeuilles 3 et 9 permet de financer le taux technique et la participation aux bénéfices jusqu'en 2029.

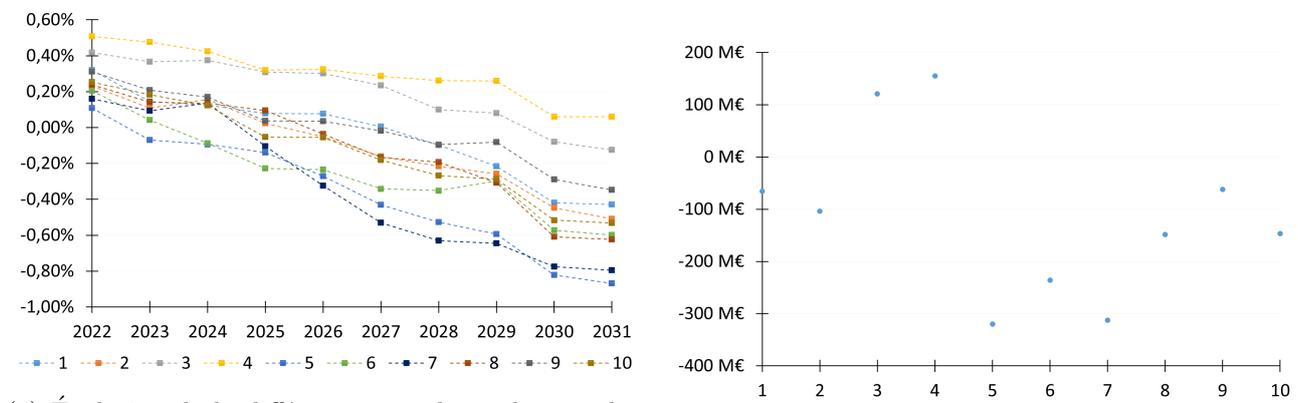
La figure 3.10b montre que seuls deux portefeuilles possèdent une PVFP positive : il s'agit des portefeuilles 3 et 4. À noter que le portefeuille 4 possède la PVFP la plus élevée parmi les 10 portefeuilles sélectionnés.

Scénario de baisse des taux d'intérêts

Le tableau 3.4 présente le ratio de solvabilité pour l'ensemble des portefeuilles dans le scénario étudié. La figure 3.11 présente l'évolution de la différence entre le rendement des actifs et le taux de revalorisation et de la PVFP pour les 10 portefeuilles.

Année	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
Portefeuille 1	106%	113%	120%	129%	136%	141%	142%	138%	135%	123%
Portefeuille 2	105%	111%	119%	128%	133%	133%	131%	126%	121%	106%
Portefeuille 3	109%	120%	133%	149%	162%	173%	182%	191%	205%	207%
Portefeuille 4	110%	122%	135%	150%	163%	175%	186%	198%	215%	223%
Portefeuille 5	102%	104%	106%	109%	105%	95%	81%	64%	40%	8%
Portefeuille 6	104%	108%	110%	111%	108%	101%	92%	83%	69%	47%
Portefeuille 7	103%	107%	114%	117%	112%	100%	83%	63%	40%	10%
Portefeuille 8	104%	110%	117%	126%	129%	128%	125%	117%	105%	85%
Portefeuille 9	106%	113%	120%	128%	133%	136%	136%	136%	136%	125%
Portefeuille 10	105%	112%	118%	124%	127%	125%	120%	113%	104%	86%

TABLE 3.4 : Scénario de baisse des taux d'intérêts : ratio de solvabilité



(a) Évolution de la différence entre le rendement des actifs et le taux de revalorisation

(b) PVFP des 10 portefeuilles sélectionnés

FIGURE 3.11 : Scénario de baisse des taux d'intérêts

Le tableau 3.4 montre que le scénario de baisse des taux d'intérêts provoque une insuffisance en capital pour les portefeuilles 5, 6, 7, 8 et 10. En effet, le ratio de solvabilité de ces derniers commence à être inférieur à 100% à partir de 2027.

La figure 3.11a montre que le rendement des actifs permet de financer le taux technique et la participation aux bénéfices versée aux assurés sur l'ensemble de la projection uniquement pour le portefeuille 4. À noter que le rendements des actifs du portefeuille 3 permet de financer le taux technique et la participation aux bénéfices jusqu'en 2029. La figure 3.11b montre, de façon similaire au scénario de prolongement des hypothèses économiques, que seul deux portefeuilles possèdent une PVFP positive : les portefeuilles 3 et 4.

Scénario de baisse des rendements financiers

Le tableau 3.5 présente le ratio de solvabilité pour l'ensemble des portefeuilles dans le scénario étudié. La figure 3.12 présente l'évolution de la différence entre le rendement des actifs et le taux de revalorisation et de la PVFP pour les 10 portefeuilles.

Année	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
Portefeuille 1	102%	105%	109%	114%	116%	115%	111%	103%	92%	74%
Portefeuille 2	102%	106%	111%	117%	118%	115%	109%	102%	92%	70%
Portefeuille 3	103%	108%	115%	124%	130%	134%	133%	132%	132%	122%
Portefeuille 4	102%	107%	112%	118%	121%	123%	123%	122%	122%	113%
Portefeuille 5	102%	104%	106%	110%	108%	101%	90%	75%	55%	27%
Portefeuille 6	102%	104%	104%	103%	99%	91%	81%	71%	55%	33%
Portefeuille 7	101%	104%	109%	112%	106%	94%	78%	59%	37%	8%
Portefeuille 8	101%	105%	109%	115%	115%	111%	105%	95%	79%	56%
Portefeuille 9	102%	105%	108%	111%	111%	109%	103%	97%	89%	72%
Portefeuille 10	102%	106%	111%	114%	114%	110%	102%	93%	80%	60%

TABLE 3.5 : Scénario de baisse des rendements financiers : ratio de solvabilité

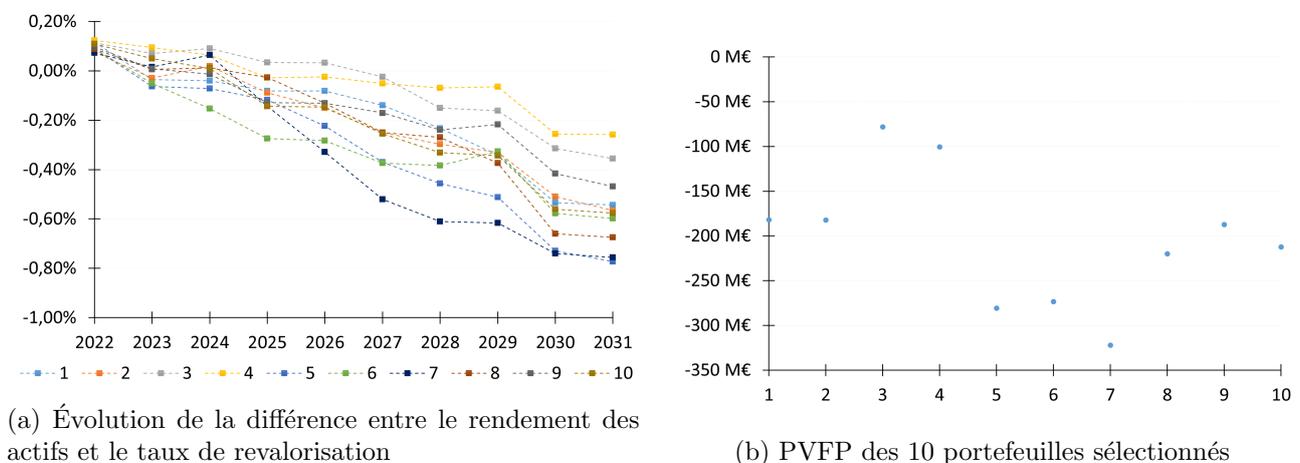


FIGURE 3.12 : Scénario de baisse des rendements financiers

Le tableau 3.5 montre que le scénario de baisse des rendements financiers provoque une insuffisance en capital pour l'ensemble des portefeuilles, à l'exception des portefeuilles 3 et 4. En effet, pour ces derniers, leurs ratios de solvabilité restent supérieurs à 100% à chaque pas de projection.

La figure 3.12a montre que pour aucun portefeuille le rendement des actifs permet de financer le taux technique et la participation aux bénéfices versée aux assurés sur l'ensemble de la projection. La figure 3.12b montre qu'aucun des 10 portefeuilles sélectionnés ne donnent une PVFP positive. Cependant, comme pour les deux précédents scénarios, les portefeuilles 3 et 4 donnent une PVFP plus élevée par rapport aux autres portefeuilles.

Scénario de baisse de la mortalité

Le tableau 3.6 présente le ratio de solvabilité pour l'ensemble des portefeuilles dans le scénario étudié. La figure 3.13 présente l'évolution de la différence entre le rendement des actifs et le taux de revalorisation et de la PVFP pour les 10 portefeuilles.

Année	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
Portefeuille 1	107%	116%	125%	137%	147%	155%	161%	163%	167%	162%
Portefeuille 2	106%	114%	124%	136%	143%	148%	150%	151%	154%	146%
Portefeuille 3	110%	123%	137%	155%	171%	185%	198%	210%	230%	239%
Portefeuille 4	111%	125%	140%	157%	172%	187%	202%	217%	242%	256%
Portefeuille 5	103%	107%	112%	118%	119%	114%	105%	93%	78%	54%
Portefeuille 6	105%	111%	116%	121%	122%	120%	117%	114%	108%	94%
Portefeuille 7	104%	110%	118%	125%	124%	117%	106%	92%	79%	57%
Portefeuille 8	105%	113%	121%	133%	139%	142%	144%	142%	138%	125%
Portefeuille 9	107%	115%	125%	136%	144%	151%	155%	160%	167%	164%
Portefeuille 10	106%	114%	123%	132%	138%	141%	141%	140%	138%	128%

TABLE 3.6 : Scénario de baisse de la mortalité : ratio de solvabilité

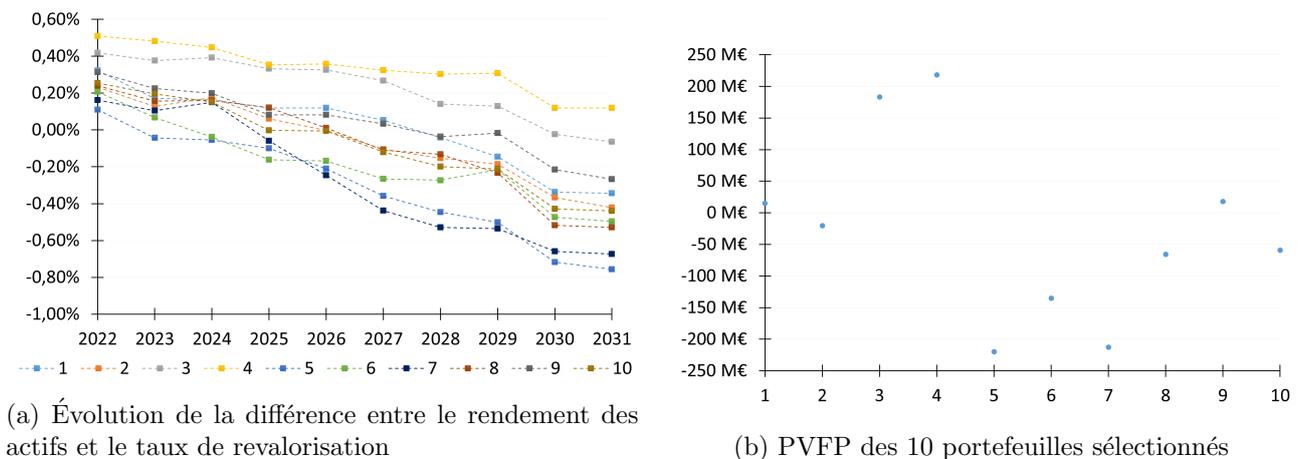


FIGURE 3.13 : Scénario de baisse de la mortalité

Le tableau 3.6 montre que le scénario de baisse de la mortalité provoque une insuffisance en capital les portefeuilles 5, 6 et 7. La figure 3.13a montre que pour le portefeuille 3 et 4 le rendement des actifs

permet de financer le taux technique et la participation aux bénéfices versée aux assurés jusqu'en 2029. La figure 3.13b montre que seuls deux portefeuilles possèdent une PVFP positive et il s'agit des mêmes portefeuilles que ceux identifiés dans les précédents scénarios (portefeuille 3 et 4).

Conclusion

La figure 3.14 présente le capital add-on pour l'ensemble des portefeuilles. Le capital add-on pour un portefeuille correspond au maximum du capital add-on sur les 4 scénarios de test de résistance évoqués précédemment pour les portefeuilles sélectionnés.

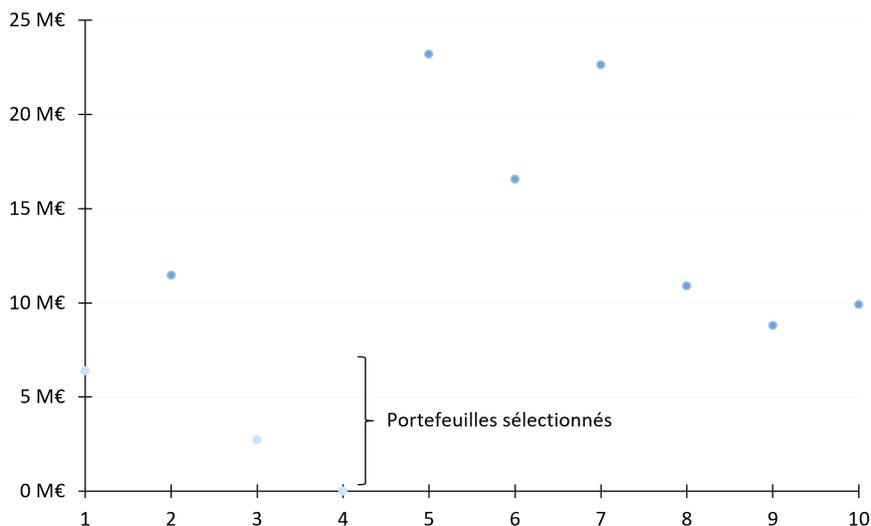


FIGURE 3.14 : Capital add-on des 10 portefeuilles sélectionnés

Le portefeuille 4 est l'unique portefeuille à ne pas présenter de capital add-on. Il pourrait donc théoriquement être l'allocation d'actifs optimale. Cependant, les portefeuilles 1 et 3 présentent un capital supplémentaire relativement faible, il serait donc intéressant de sélectionner ces 3 portefeuilles pour la suite de ce mémoire.

À noter que ces portefeuilles ne sont pas suffisamment robustes dans certains des scénarios stressés définis dans les stress de résistance. En effet, bien que ces portefeuilles puissent donner des ratio de solvabilité supérieurs à 100% à chaque pas de projection dans chaque scénario, ces portefeuilles donnent cependant des PVFP négatives dans les scénarios de baisse de taux et dans le scénario de baisse des rendements financiers.

Par ailleurs, la sélection des portefeuilles optimaux réalisée est à mettre en exergue avec la méthodologie utilisée pour déterminer le ou les portefeuilles optimaux. En effet, la méthodologie porte essentiellement sur :

1. l'optimisation du couple (rendement x risque sur le long terme), notamment à travers la PVFP pour l'axe rendement et l'EMS à $t = 10$, le ratio de solvabilité à $t = 10$, ainsi que l'optimisation d'autres indicateurs tels que le gap de duration et la différence entre le TRA et le taux de revalorisation ;
2. le choix d'utiliser un quantile à 60% pour sélectionner les portefeuilles candidats.

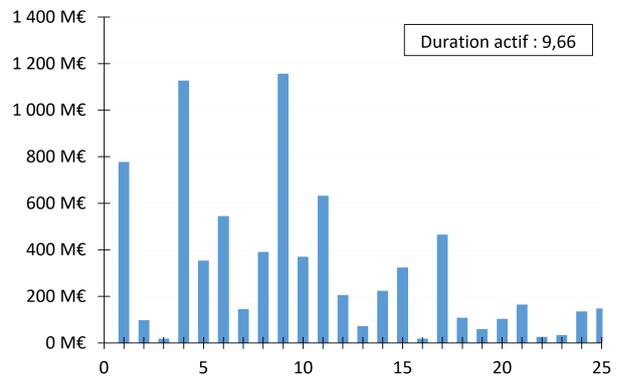
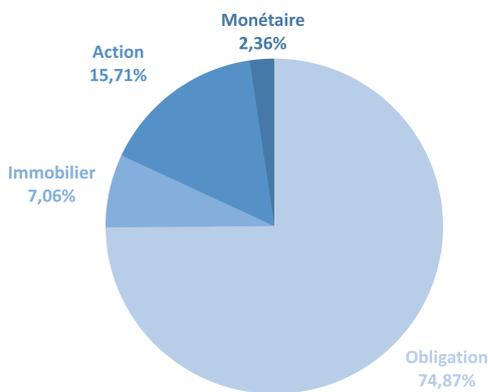
Cette méthodologie aurait pu être améliorée en introduisant d'autres indicateurs tels que des indicateurs de risque à court terme (ex : EMS à $t = 1$, ratio de solvabilité à $t = 1$) ou d'autres types

d'indicateurs tels que des indicateurs de liquidité, et en choisissant un quantile de sélection plus faible. À noter également que le portefeuille pouvant optimiser l'ensemble des indicateurs est peut-être inexistant et que l'on est obligé de faire recours à un choix des indicateurs que l'on souhaite réellement optimiser en priorité.

3.4 Présentation des portefeuilles optimaux

Portefeuille 1

La figure 3.15 présente les principales caractéristiques du portefeuille d'actifs étudié. La durée du portefeuille obligataire est de 9,66.



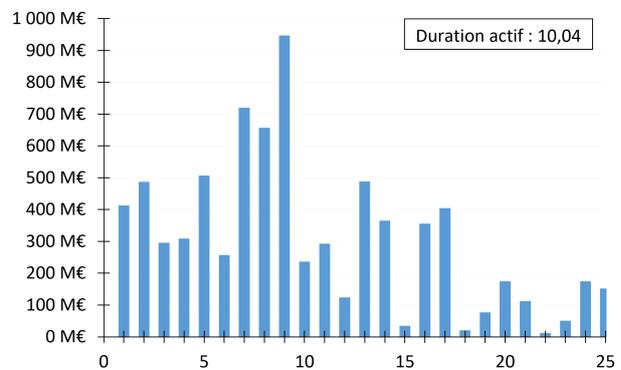
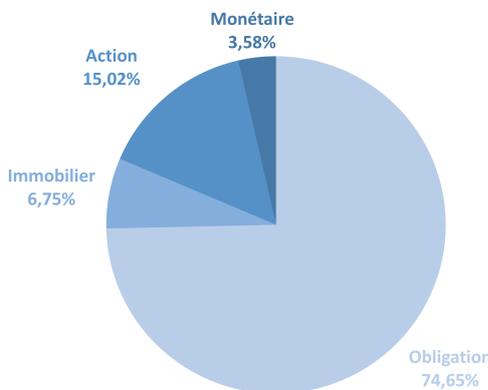
(a) Répartition des actifs au sein du portefeuille en valeur nette comptable

(b) Évolution de la VNC en fonction de la maturité des obligations

FIGURE 3.15 : Caractéristiques du portefeuille d'actifs

Portefeuille 3

La figure 3.16 présente les principales caractéristiques du portefeuille d'actifs. La durée du portefeuille obligataire est de 10,04.



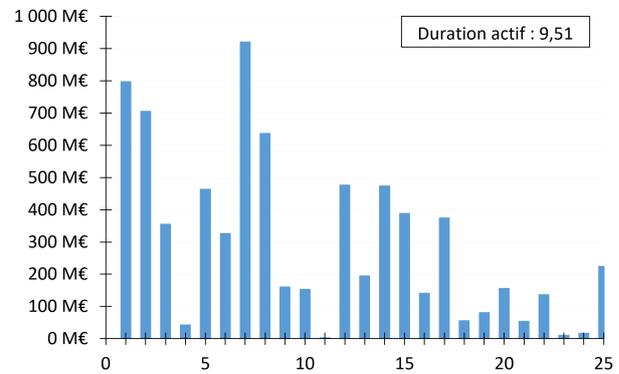
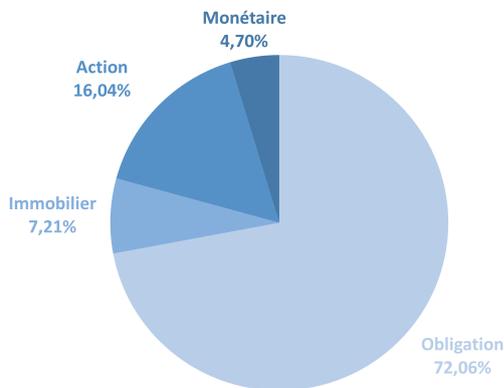
(a) Répartition des actifs au sein du portefeuille en valeur nette comptable

(b) Évolution de la VNC en fonction de la maturité des obligations

FIGURE 3.16 : Caractéristiques du portefeuille d'actifs

Portefeuille 4

La figure 3.17 présente les principales caractéristiques du portefeuille d'actifs. La durée du portefeuille obligataire est de 9,51.



(a) Répartition des actifs au sein du portefeuille en valeur nette comptable

(b) Évolution de la VNC en fonction de la maturité des obligations

FIGURE 3.17 : Caractéristiques du portefeuille d'actifs

Conclusion

Un portefeuille moyen a été créé à partir des trois portefeuilles sélectionnés. La figure 3.18 montre l'évolution de l'allocation d'actifs par rapport au portefeuille initial et le tableau 3.7 montre l'évolution des indicateurs.

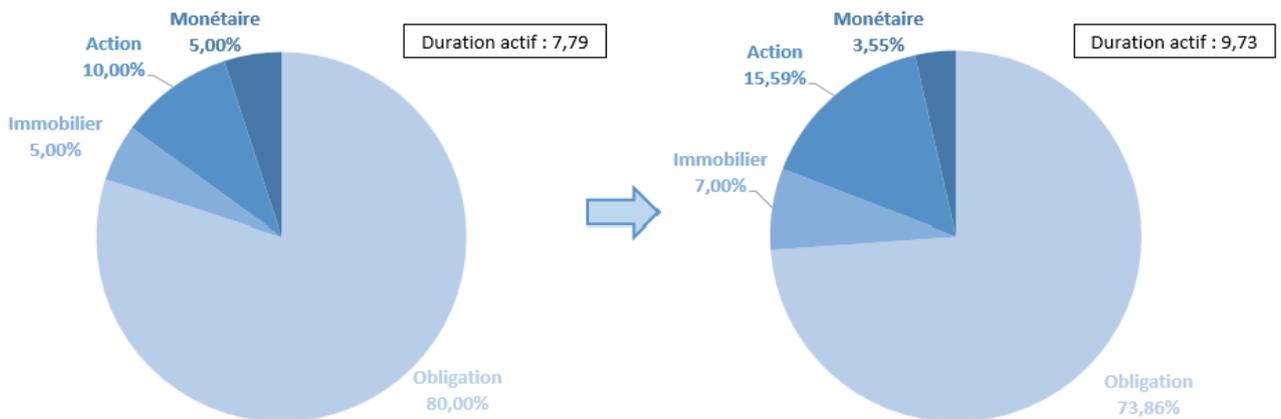


FIGURE 3.18 : Évolution de l'allocation d'actifs

Indicateurs	Portefeuille initial	Portefeuille optimal
Exigence de marge de solvabilité à $t = 10$	245 M€	245 M€
PVFP	229 M€	332 M€

Indicateurs	Portefeuille initial	Portefeuille optimal
Ratio de solvabilité à $t = 10$	263%	308%
Gap de duration à $t = 10$	7,67 années	6,24 années
Capital add-on	6,04 M€	3,04 M€

TABLE 3.7 : Évolution des indicateurs étudiés

Le tableau montre que l'optimisation de l'allocation d'actifs entraîne :

- une augmentation de la PVFP : la part en actifs diversifiés (action et immobilier) et la part obligataire et d'actifs monétaire diminuent, ce qui provoque une augmentation du résultat financier ;
- une baisse du gap de duration à $t = 10$: la duration initiale de l'actif est supérieure pour une duration du passif inchangée ;
- une diminution du capital add-on : le portefeuille optimal est moins sensible aux tests de résistance, aucun scénario ne génère d'insuffisances en capital.

La démarche d'optimisation mise en place permet donc d'obtenir un portefeuille avec une meilleure rentabilité et moins exposé au risque de taux tout en ne générant pas de capital add-on dans le cadre des tests de résistance. De plus, le seuil de déclenchement de la provision pour aléas financiers n'est pas atteint.

L'objectif du dernier chapitre est d'analyser l'évolution des différents indicateurs du portefeuille optimal dans des scénarios de sensibilités.

Chapitre 4

Analyse de sensibilité et limites de l'étude

Il est essentiel pour un assureur de réaliser des sensibilités pour identifier les scénarios extrêmes susceptibles d'affecter sa rentabilité et sa solvabilité. L'objectif de ce chapitre est donc de tester la robustesse des portefeuilles optimaux sélectionnés à l'issue du chapitre précédent. Les études réalisées sont les suivantes :

- Modification de la structure du passif à travers la diminution de l'âge du portefeuille ;
- Modification d'une hypothèse d'ordre réglementaire à travers l'augmentation de l'âge légal de départ à la retraite ;
- Réalisation d'une évolution du modèle ALM en faisant passer la stratégie d'allocation fixe implémentée actuellement dans le modèle à une stratégie d'allocation flottante ;
- Modification des hypothèses financières à travers une hausse des taux.

Une nouvelle sélection des portefeuilles optimaux sera effectuée pour chaque sensibilité. Afin d'observer l'impact du changement, les nouveaux portefeuilles optimaux seront comparés aux portefeuilles optimaux du chapitre précédent. La méthodologie utilisée est identique à celle décrite au chapitre 3 : 1 000 portefeuilles aléatoires sont générés pour ensuite être optimisés selon un couple (rendement x risque sur le long terme). Le risque de déclenchement de la provision pour aléas financiers n'a pas été étudié pour l'ensemble des sensibilités. L'étude réalisée au chapitre précédent sera désignée par l'appellation "scénario central".

4.1 Variation de l'âge du portefeuille

Cette première sensibilité a pour objectif de faire diminuer l'âge moyen du portefeuille. L'hypothèse a été faite de diminuer l'âge moyen total du portefeuille de 5 ans, en faisant varier principalement l'âge des model-points en phase de constitution. Le tableau 4.1 montre l'évolution de l'âge moyen en phase de constitution, de restitution et pour l'ensemble du portefeuille.

Phase	Scénario central	Scénario sensibilité
Constitution	55,56 ans	50,05 ans
Restitution	70,56 ans	72,09 ans
Total	64,52 ans	59,52 ans

TABLE 4.1 : Âge moyen pondéré par la provision mathématique

La figure 4.1 montre l'évolution de la répartition des provisions mathématiques en fonction de l'âge du model-point.

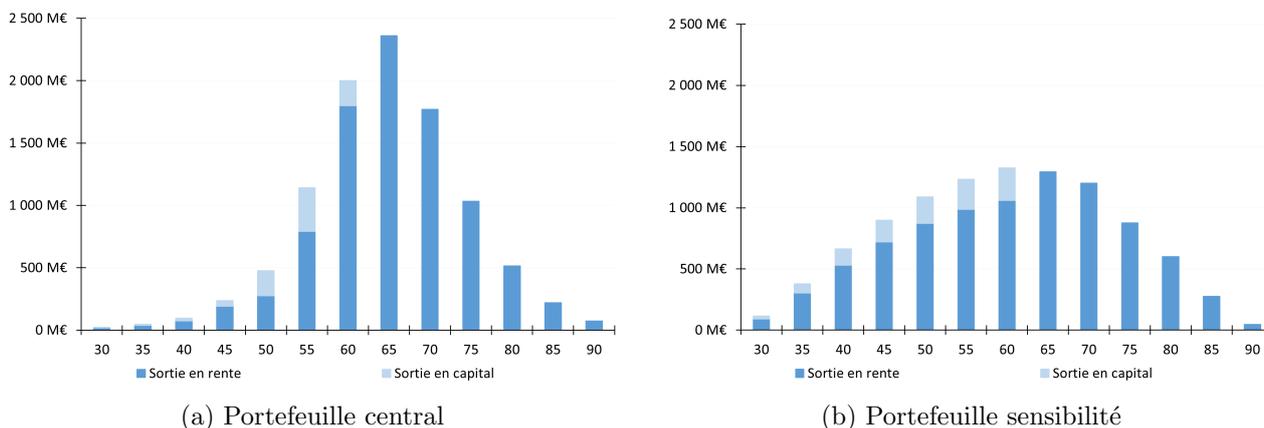


FIGURE 4.1 : Répartition des provisions mathématiques en fonction de l'âge

Les portefeuilles optimaux obtenus avec un âge moyen du portefeuille diminué sont représentés par la figure 4.2a. La figure 4.2b présente le capital add-on pour l'ensemble des portefeuilles sélectionnés et montre que le capital add-on est de façon globale plus élevé que dans le scénario central. Les portefeuilles 1, 2, 4 et 10 sont les quatre portefeuilles à posséder un capital add-on le plus faible.

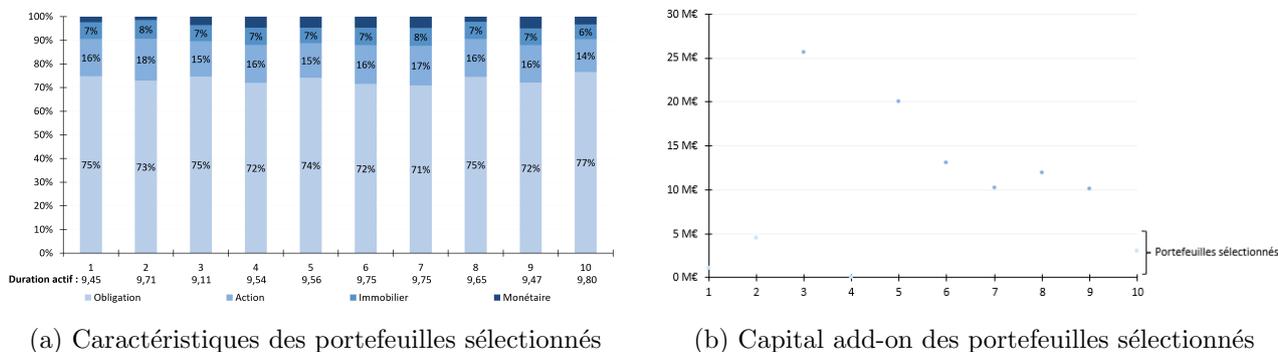


FIGURE 4.2 : Portefeuilles optimaux dans le scénario sensibilité

La figure 4.3 compare la répartition moyenne des actifs des trois portefeuilles optimaux du scénario central avec les quatre portefeuilles optimaux sélectionnés dans cette étude.

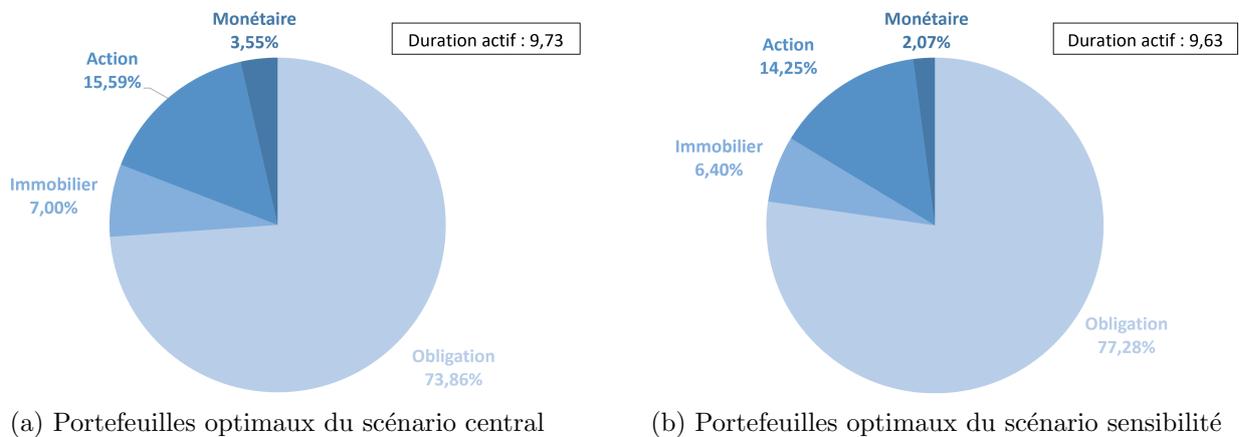


FIGURE 4.3 : Répartition des actifs au sein du portefeuille en valeur nette comptable

Le tableau 4.2 compare la moyenne des différents indicateurs étudiés des quatre portefeuilles sélectionnés dans cette étude avec les trois portefeuilles sélectionnés dans le scénario central.

Indicateurs	Scénario central	Scénario sensibilité	Scénario sensibilité (nouveaux portefeuilles optimaux)
EMS à $t = 10$	245 M€	285 M€	286 M€
PVFP	332 M€	357 M€	374 M€
Ratio de solvabilité à $t = 10$	308%	356%	368%
Gap de duration à $t = 10$	6,24 ans	10,73 ans	10,95 ans
Capital add-on	3,04 M€	2,82 M€	2,16 M€

TABLE 4.2 : Comparaison des indicateurs étudiés

Le tableau montre que le scénario de sensibilité entraîne pour les portefeuilles optimaux du scénario central :

- une augmentation de l'EMS à $t = 10$: l'âge moyen du portefeuille étant plus faible, la durée de constitution moyenne est plus importante, il y a donc plus de versements et moins de prestations versées, ce qui fait augmenter les provisions mathématiques par rapport au scénario central ;
- une augmentation de la PVFP : les rentes et les capitaux versés durant la phase de restitution sont les prestations importantes auxquelles l'assureur doit faire face (les rachats et les décès en phase de constitution sont moindres). Par conséquent, une diminution de la phase de restitution fait diminuer le montant de prestations versées et donc augmenter la PVFP ;
- une augmentation du gap de duration à $t = 10$: l'âge moyen du portefeuille étant plus faible, le versement des prestations est retardé, faisant donc augmenter la duration du passif. La duration de l'actif quant à elle est quasi-constante ;
- une diminution du capital add-on : le portefeuille est moins sensible aux tests de résistance, en effet, le ratio à solvabilité à $t = 10$ dans le scénario central est plus élevé.

Sur le scénario de sensibilité, le tableau montre également, pour les nouveaux portefeuilles optimaux de cette section par rapport aux portefeuilles optimaux du scénario central :

- une augmentation de la PVFP : le résultat technique et le résultat administratif ne varient pas significativement entre les deux scénarios, l'évolution de la PVFP provient donc du résultat financier et est provoquée par une hausse de la part d'obligations pour les nouveaux portefeuilles optimaux dans cette section par rapport à ceux du scénario central ;
- une diminution du capital add-on : pour une EMS quasi-identique, les nouveaux portefeuilles optimaux de cette section sont plus profitables que les portefeuilles optimaux du scénario central.

Cette étude montre que le choix d'un portefeuille optimal dépend fortement de la structure du passif. Un portefeuille optimal choisi ne reste pas optimal avec un passif différent. Il est donc nécessaire de déterminer à nouveau un portefeuille optimal.

4.2 Augmentation de l'âge légal de départ à la retraite

La sélection des portefeuilles optimaux dans ce mémoire est basée sur la réglementation en vigueur au 30/06/2022. Cependant, certaines hypothèses en découlant vont probablement être amenées à évoluer, notamment l'âge légal de départ à la retraite. L'impact de ce changement réglementaire sur les portefeuilles optimaux a été jugé pertinent d'être analysé.

Compte tenu des évolutions du projet de loi de réforme des retraites, l'hypothèse a été faite d'augmenter l'âge légal de départ à la retraite de 3 ans pour l'ensemble des model-points du portefeuille de passif. L'âge légal de départ à la retraite est donc fixé à 65 ans.

L'augmentation de l'âge légal de départ à la retraite va venir augmenter l'âge de début de la période de restitution. Ce changement va principalement impacter la durée du passif : cette dernière au 30/06/2022 passe de 15,98 (pour le portefeuille central pour lequel l'âge de départ à la retraite est de 62 ans) à 16,80 (pour le portefeuille sensibilité pour lequel l'âge de départ à la retraite est de 65 ans). En effet, le passage en phase de restitution pour les model-points en phase de constitution subit un décalage de trois ans. Le versement des prestations est donc retardé de trois ans comme le montre la figure 4.4

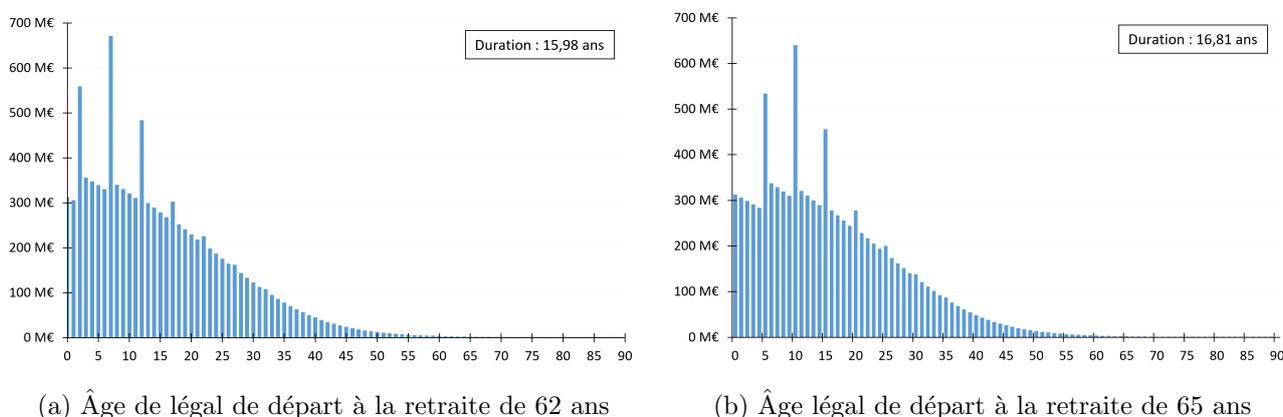


FIGURE 4.4 : Évolution des flux de prestations hors revalorisation au 30/06/2022

Les portefeuilles optimaux obtenus avec un âge légal de départ à la retraite de 65 ans sont représentés par la figure 4.5a. La figure 4.5b présente le capital add-on pour l'ensemble des portefeuilles sélectionnés

et montre que quatre portefeuilles possèdent un capital add-on relativement faible : il s'agit des portefeuilles 5, 7, 8 et 9. À noter qu'aucun portefeuille ne présente de capital add-on nul contrairement à la précédente étude ou au scénario central.

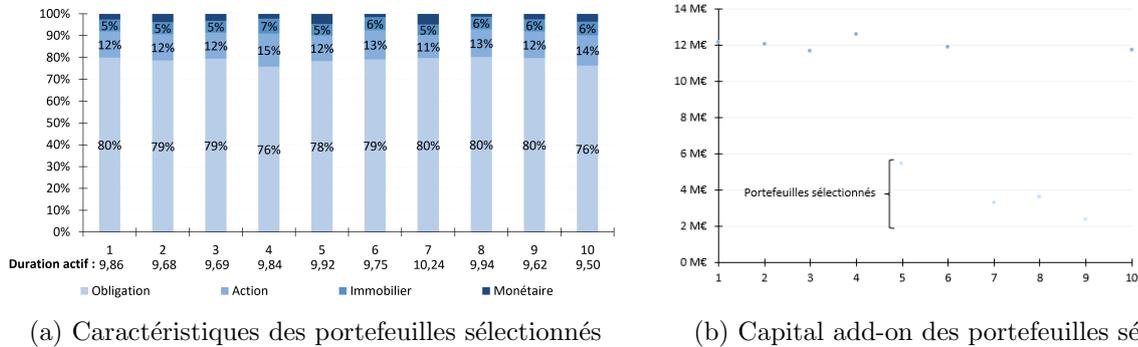


FIGURE 4.5 : Portefeuilles optimaux dans le scénario sensibilité

La figure 4.6 compare la répartition moyenne des actifs des trois portefeuilles optimaux du scénario central avec les quatre portefeuilles optimaux sélectionnés dans cette étude.

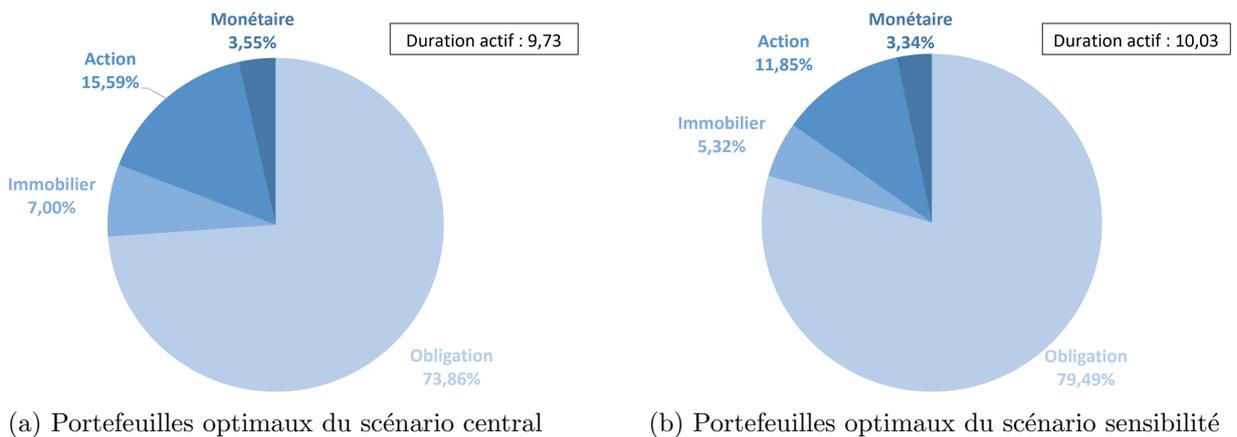


FIGURE 4.6 : Répartition des actifs au sein du portefeuille en valeur nette comptable

Le tableau 4.3 compare la moyenne des différents indicateurs étudiés des quatre portefeuilles sélectionnés dans cette étude avec les trois portefeuilles sélectionnés dans le scénario central.

Indicateurs	Scénario central	Scénario sensibilité	Scénario sensibilité (nouveaux portefeuilles optimaux)
EMS à $t = 10$	245 M€	268 M€	266 M€
PVFP	332 M€	342 M€	358 M€
Ratio de solvabilité à $t = 10$	308%	256%	286%
Gap de duration à $t = 10$	6,24 ans	6,16 ans	6,18 ans
Capital add-on	3,04 M€	6,18 M€	3,76 M€

TABLE 4.3 : Comparaison des indicateurs étudiés

Le tableau montre que le scénario de sensibilité entraîne pour les portefeuilles optimaux du scénario central :

- une augmentation de l'EMS à $t = 10$: l'évolution des provisions mathématiques du portefeuille dépend essentiellement du versement des prestations, or le début de versement est décalé pour l'ensemble des model-points en phase de constitution, les provisions mathématiques vont donc diminuer de façon plus lente par rapport au scénario central, ce qui induit une hausse de l'EMS à $t = 10$ dans le scénario sensibilité ;
- une augmentation de la PVFP : le résultat financier et le résultat administratif ne varient pas significativement entre les deux scénarios, l'évolution de la PVFP provient donc du résultat technique et est provoquée par une baisse de la valeur actualisée nette des prestations sur l'horizon de projection ;
- une augmentation du capital add-on : le portefeuille est plus sensible aux tests de résistance, en effet, le ratio à solvabilité à $t = 10$ dans le scénario central est plus faible.

Sur le scénario de sensibilité, le tableau montre également, pour les nouveaux portefeuilles optimaux de cette section par rapport aux portefeuilles optimaux du scénario central :

- une augmentation de la PVFP : le résultat technique et le résultat administratif ne varient pas significativement entre les deux scénarios, l'évolution de la PVFP provient donc du résultat financier et est provoquée par une hausse de la part d'obligations pour les nouveaux portefeuilles optimaux dans cette section par rapport à ceux du scénario central ;
- une diminution du capital add-on : malgré une EMS à $t = 10$ légèrement plus importante, les nouveaux portefeuilles optimaux de cette section sont plus profitables que les portefeuilles optimaux du scénario central. Par conséquent, le ratio de solvabilité à $t = 10$ augmente et les nouveaux portefeuilles optimaux sont moins sensibles aux tests de résistance.

Pour les portefeuilles optimaux du scénario central, le passage de l'âge légal de départ à la retraite de 62 à 65 ans permet d'obtenir une meilleure PVFP mais avec un ratio de solvabilité à $t = 10$ inférieur. Les nouveaux portefeuilles optimaux permettent d'optimiser le rendement avec un ratio de solvabilité à $t = 10$ plus élevé, cependant l'EMS à $t = 10$ est plus élevée. Il n'est donc pas possible de déterminer un portefeuille qui puisse optimiser tous les indicateurs.

4.3 Passage à une stratégie d'allocation flottante

Il existe sur le marché deux façons de modéliser la stratégie d'allocation d'actifs : la stratégie d'allocation fixe et la stratégie d'allocation flottante. Le choix de la stratégie d'allocations d'actifs pour une entité se fait en fonction de la complexité souhaitée pour le modèle ALM, un modèle plus complexe permettant d'obtenir des indicateurs plus fiables, et en fonction des actions du management. Ces dernières correspondent aux décisions que la direction d'une entité peut vouloir prendre pour piloter son activité.

Le modèle implémenté dans ce mémoire est basé sur une stratégie d'allocation d'actifs fixe : la part de chaque classe d'actifs est fixe au cours du temps. L'objectif est donc de mesurer l'impact d'un passage d'une stratégie d'allocation fixe à une stratégie d'allocation flottante.

La stratégie d'allocation flottante consiste à laisser évoluer la part de chaque classe d'actifs entre deux bornes et d'effectuer des investissements et des désinvestissements lorsque la part d'un actif dépasse

un corridor. Les allocations maximales et minimales pour chaque classe d'actifs i sont définies par la formule (4.1)

$$\begin{cases} Alloc_{max}^i = Alloc_{initiale}^i + \Delta^i \\ Alloc_{min}^i = Alloc_{initiale}^i - \Delta^i. \end{cases} \quad (4.1)$$

Le tableau 4.4 présente les valeurs de Δ retenues pour l'étude.

Classe d'actifs	Δ^i
Obligation	3%
Action	4%
Immobilier	2%

TABLE 4.4 : Allocations maximales et minimales par classe d'actifs

Il est ensuite nécessaire de déterminer l'ordre de priorité pour réaliser les investissements/désinvestissements dans le cadre du rebalancement de l'allocation d'actifs. L'ordre de priorité retenu pour l'étude est le suivant :

1. La part obligataire ;
2. La part d'actions ;
3. La part de l'immobilier ;
4. Le résiduel étant le monétaire.

L'ordre de priorité utilisé a été défini en fonction de la liquidité des différents actifs sur les marchés financiers. En effet, le marché obligataire est généralement plus liquide que le marché des actions, qui est lui-même plus liquide que le marché immobilier (CAPGRAS, 2018).

Il reste à déterminer les montants à acheter ou à vendre dans le cadre des opérations. Ces derniers sont calculés en fonction de la part de l'actif considéré, en valeur de marché, dans le bilan. La part d'un actif i dans le portefeuille est donnée par la formule (4.2)

$$Part\ actif^i(t) = \frac{VM^i(t)}{VM(t)}. \quad (4.2)$$

Si la part d'un actif i est supérieure à sa borne maximale ou inférieure à sa borne inférieure, l'hypothèse a été faite de revenir à la borne atteinte et ainsi répartir le delta sur les classes d'actifs suivantes. La formule (4.3) donne l'allocation après rebalancement pour un actif i et la formule (4.4) donne le montant X_i à acheter/vendre de l'actif considéré pour atteindre son allocation cible

$$\begin{cases} Alloc_{finale}^i(t) = Part\ actif^i(t) & \text{si } Part\ actif^i(t) \in [Alloc_{max}^i, Alloc_{min}^i] \\ Alloc_{finale}^i(t) = Alloc_{min}^i & \text{si } Part\ actif^i(t) \leq Alloc_{min}^i \\ Alloc_{finale}^i(t) = Alloc_{max}^i & \text{si } Part\ actif^i(t) \geq Alloc_{max}^i, \end{cases} \quad (4.3)$$

$$X_i(t) = Alloc_{finale}^i(t) \times (VM(t) + \Delta_{flux}) - VM^i(t). \quad (4.4)$$

Les portefeuilles optimaux obtenus avec la stratégie d'allocation flottante sont représentés par la figure 4.7a. La figure 4.7b présente le capital add-on pour l'ensemble des portefeuilles sélectionnés et montre

que trois portefeuilles possèdent un capital add-on relativement faible : il s'agit des portefeuilles 1, 2, et 10.

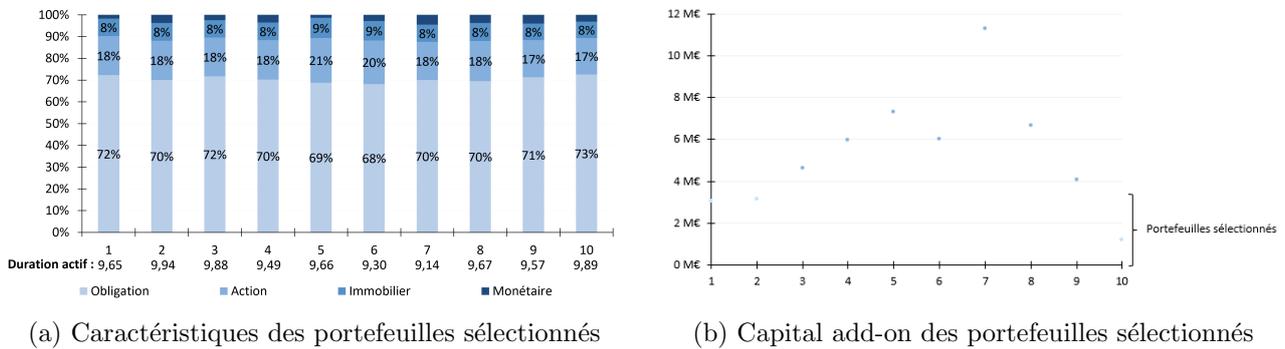


FIGURE 4.7 : Portefeuilles optimaux dans le scénario sensibilité

La figure 4.8 compare la répartition moyenne des actifs des trois portefeuilles optimaux du scénario central avec les trois portefeuilles optimaux sélectionnés dans cette étude.

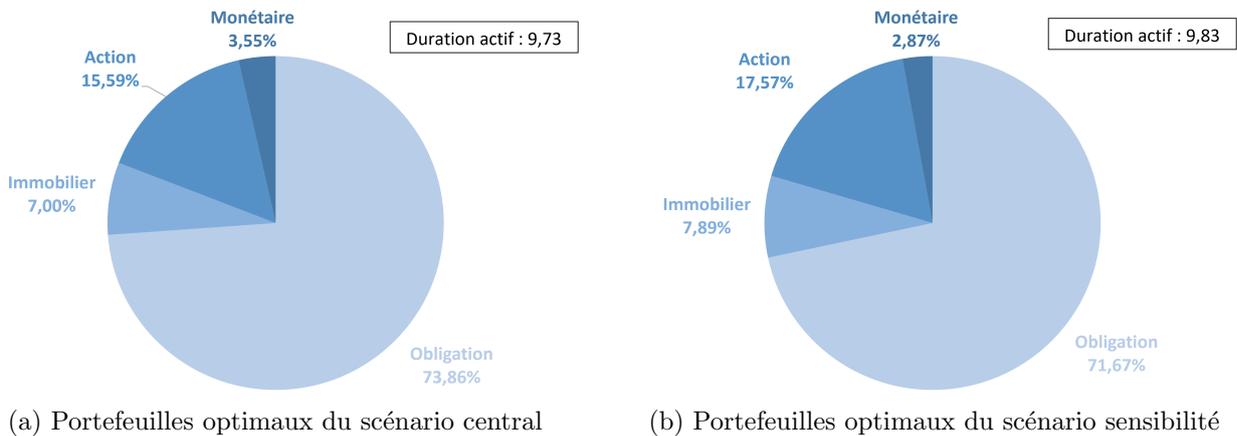


FIGURE 4.8 : Répartition des actifs au sein du portefeuille en valeur nette comptable

Le tableau 4.5 compare la moyenne des différents indicateurs étudiés des trois portefeuilles sélectionnés dans cette étude avec les trois portefeuilles sélectionnés dans le scénario central.

Indicateurs	Scénario central	Scénario sensibilité	Scénario sensibilité (nouveaux portefeuilles optimaux)
EMS à $t = 10$	245 M€	245 M€	245 M€
PVFP	332 M€	384 M€	386 M€
Ratio de solvabilité à $t = 10$	308%	336%	337%
Gap de duration à $t = 10$	6,24 ans	6,33 ans	6,45 ans
Capital add-on	3,04 M€	3,04 M€	2,49 M€

TABLE 4.5 : Comparaison des indicateurs étudiés

Le tableau montre que le scénario de sensibilité entraîne pour les portefeuilles optimaux du scénario central :

- une EMS à $t = 10$ identique : la méthode de revalorisation reste identique ce qui limite l'impact de la stratégie d'allocation flottante sur l'écoulement des provisions mathématiques ;
- une augmentation de la PVFP : la stratégie d'allocation flottante permet de réaliser davantage de plus-values sur l'ensemble de la projection venant augmenter les produits financiers réalisés et donc le ratio de solvabilité à $t = 10$;
- un gap de duration à $t = 10$ identique : le changement de stratégie d'allocation d'actifs a un impact négligeable sur le gap de duration à $t = 10$;
- un capital add-on identique : les tests de résistance sont réalisés avec une allocation fixe comme l'impose la réglementation, cette étude n'a donc aucun impact sur le capital add-on.

Sur le scénario de sensibilité, le tableau montre également, pour les nouveaux portefeuilles optimaux de cette section par rapport aux portefeuilles optimaux du scénario central :

- une augmentation de la PVFP : la part d'actifs diversifiés (action et immobilier) est plus importante pour les nouveaux portefeuilles optimaux de cette section ce qui fait augmenter le taux de rendement des actifs du portefeuille et donc le résultat financier (et le ratio de solvabilité à $t = 10$) ;
- une diminution du capital add-on : l'augmentation de la part d'actifs diversifiés rend les nouveaux portefeuilles optimaux de cette section plus robustes aux tests de résistance.

Pour les portefeuilles optimaux du scénario central, le passage à une stratégie d'allocation flottante permet d'obtenir une meilleure PVFP ainsi qu'un meilleur ratio de solvabilité. Les nouveaux portefeuilles optimaux permettent d'optimiser l'ensemble des indicateurs, tout en réduisant le capital add-on.

4.4 Scénario de hausse des taux

Cette sensibilité a pour objectif d'étudier l'impact d'un changement de scénario économique sur les portefeuilles optimaux et plus spécifiquement l'impact d'une hausse des taux d'intérêts.

Pour modéliser la sensibilité, l'hypothèse a été faite d'appliquer une translation de +50 bps à la courbe des taux des obligations zéro-coupon utilisée. La figure [4.9](#) présente l'évolution de la courbe des taux des obligations zéro-coupon.

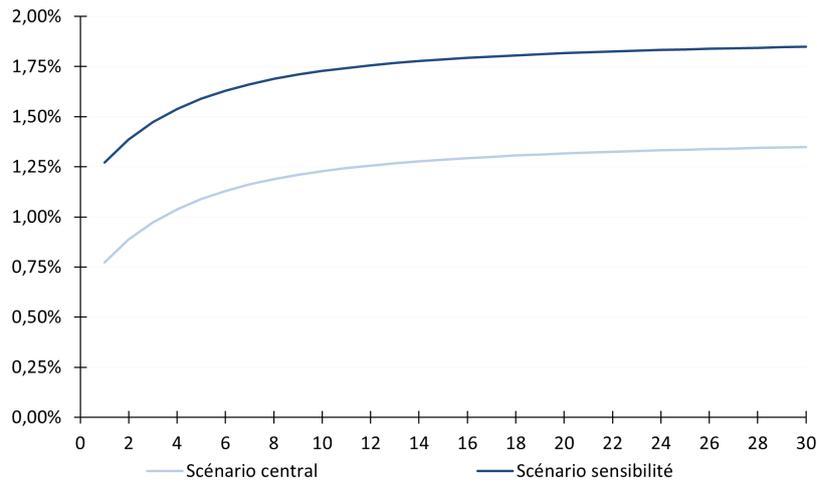


FIGURE 4.9 : Évolution de la courbe des taux des obligations zéro-coupon

Les portefeuilles optimaux obtenus avec la courbe des taux choquée sont représentés par la figure 4.10a. La figure 4.10b présente le capital add-on pour l'ensemble des portefeuilles sélectionnés et montre que les portefeuilles 8 et 10 ne présentent pas de capital add-on. À noter que le portefeuille 5 possède aussi un capital add-on relativement faible.

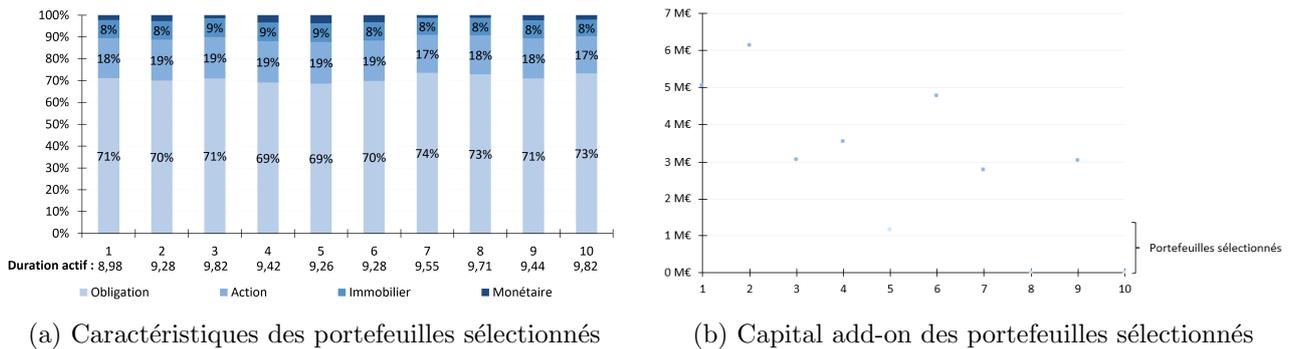


FIGURE 4.10 : Portefeuilles optimaux dans le scénario sensibilité

La figure 4.11 compare la répartition moyenne des actifs des trois portefeuilles optimaux du scénario central avec les quatre portefeuilles optimaux sélectionnés dans cette étude.

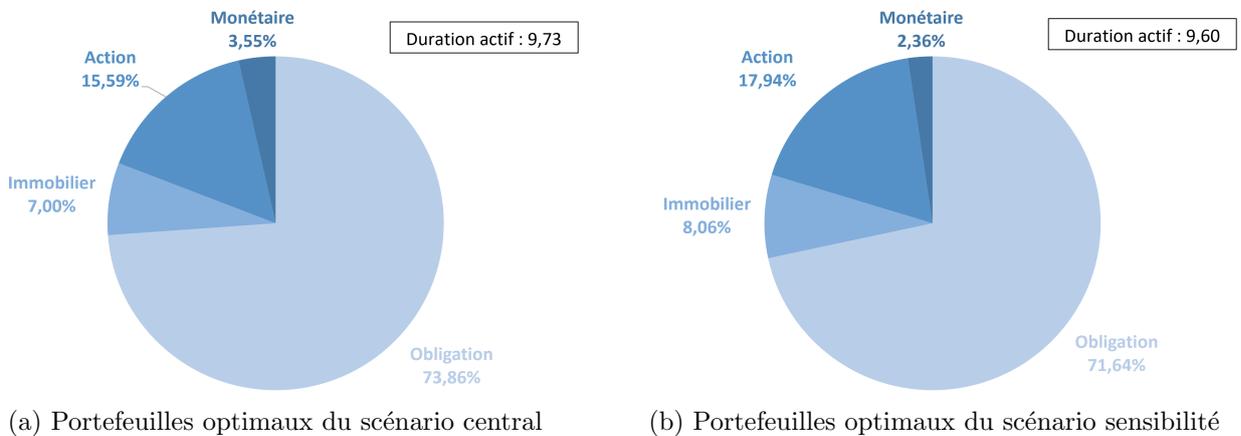


FIGURE 4.11 : Répartition des actifs au sein du portefeuille en valeur nette comptable

Le tableau 4.6 compare la moyenne des différents indicateurs étudiés des trois portefeuilles sélectionnés dans cette étude avec les trois portefeuilles sélectionnés dans le scénario central.

Indicateurs	Scénario central	Scénario sensibilité	Scénario sensibilité (nouveaux portefeuilles optimaux)
EMS à $t = 10$	245 M€	245 M€	245 M€
PVFP	332 M€	355 M€	386 M€
Ratio de solvabilité à $t = 10$	308%	326%	359%
Gap de duration à $t = 10$	6,24 ans	6,63 ans	6,23 ans
Capital add-on	3,04 M€	3,04 M€	0,38 M€

TABLE 4.6 : Comparaison des indicateurs étudiés

Le tableau montre que le scénario de sensibilité entraîne pour les portefeuilles optimaux du scénario central :

- une EMS à $t = 10$ identique : le taux cible n'ayant pas évolué, la hausse du taux de rendement des actifs sur l'ensemble de la projection n'impacte pas la revalorisation des provisions mathématiques mais vient augmenter la provision pour participation aux bénéfices, comme présenté dans la section 2.1.1;
- une augmentation de la PVFP : le choc des taux à la hausse se traduit par une hausse du résultat en impactant principalement le résultat financier. En effet, la valeur de marché du portefeuille obligataire va diminuer ce qui augmentera la réalisation de moins-value, cependant le gap de duration initial étant supérieur à 0, les réinvestissements se feront sur des obligations proposant de meilleurs rendements, ce qui permet de générer plus de produits financiers à long terme ;
- une augmentation du gap de duration à $t = 10$: la hausse des taux fait diminuer la duration moyenne des obligations en portefeuille et des réinvestissements. La duration du passif quant à elle est quasi-constante ;
- un capital add-on identique : le rendement des actifs est fixé par la réglementation, cette sensibilité n'a donc aucun impact sur le capital add-on.

Sur le scénario de sensibilité, le tableau montre également, pour les nouveaux portefeuilles optimaux de cette section par rapport aux portefeuilles optimaux du scénario central :

- une augmentation de la PVFP : la part en actifs diversifiés (action et immobilier) plus importante permet aux nouveaux portefeuilles optimaux de cette section de générer plus de produits financiers et donc d'augmenter le résultat et le ratio de solvabilité à $t = 10$;
- une diminution du capital add-on : l'augmentation de la part d'actifs diversifiés rend les portefeuilles optimaux plus robustes aux tests de résistance.

Pour les portefeuilles optimaux du scénario central, une hausse des taux permet d'augmenter le rendement du portefeuille tout en augmentant la solvabilité à long terme, mais avec une exposition au risque de taux plus importante due au gap de duration plus élevé. Cependant, cette étude est à nuancer avec le fait que le taux cible n'ait pas évolué : la hausse des rendements vient alimenter la provision pour participation aux bénéfices et ne permet donc pas aux assurés de profiter de cette hausse.

4.5 Limites de l'étude

Portefeuille en run-off

Le portefeuille étudié est supposé en run-off, c'est-à-dire sans affaires nouvelles. La prise en compte de ces dernières permettrait, dans un contexte de taux bas, de diluer le taux technique moyen du portefeuille, permettant d'atténuer le risque de PAF sur le long terme.

Portefeuille en 100% fonds euros

Le portefeuille étudié est composé uniquement de contrats retraite de type PERin en 100% fonds euros, c'est-à-dire sans support en unités de compte ou de contrats multisupports. L'ajout de ces derniers permettrait d'ajouter une composante au calcul de l'exigence de marge de solvabilité (+1% des provisions mathématiques pour les engagements en unités de compte) et ainsi de prendre en compte le comportement futur des assurés avec l'introduction des arbitrages dynamiques, sous réserve de les modéliser.

Granularité des actifs

Le modèle ALM développé dans ce mémoire simule quatre classes d'actifs : les obligations à taux fixe, les actions, l'immobilier et le monétaire. Le modèle ne permet donc pas de capter la finesse des classes d'actifs qui existent sur les marchés financiers comme la distinction entre les obligations d'État à taux fixe et les obligations d'entreprises à taux fixe, les obligations à taux variables ou les OPCVM de taux. Un panel d'actifs plus large aurait permis plus de possibilités lors des réinvestissements et ainsi proposer une allocation d'actifs plus proche des allocations réelles des acteurs du marché.

Générateur de scénarios économiques

Les modèles de Black & Scholes et de Vasicek sont des modèles simples, facile à manipuler et à simuler mais reposant sur des hypothèses contraignantes pouvant éloigner les résultats de la réalité des marchés financiers. La section [2.2.3.4](#) détaille les limites relatives à leurs utilisations et propose des modèles alternatifs qui auraient pu être considérés.

Métriques d'optimisation

Les métriques utilisées dans le processus d'optimisation ne permettent pas d'obtenir l'équivalent du couple traditionnel (rendement, risque). En effet, bien que le rendement soit capté par la PVFP et le risque de taux par le gap de duration, les autres risques de l'actif ne sont pas représentés. Le processus d'optimisation peut donc amener à une surpondération de l'allocation en actifs risqués. Les travaux pourraient donc se poursuivre dans un environnement stochastique, qui permettrait de calculer des indicateurs mesurant les autres risques de l'actif, ainsi que de prendre en compte le coût des options et des garanties comme le taux technique ou les rachats dynamiques.

Ordre des étapes dans le processus d'optimisation

Les indicateurs étudiés ne sont pas tous des fonctions strictement monotones en fonction de la part d'actifs diversifiés, ce phénomène crée donc une sensibilité pour le processus d'optimisation à l'ordre des étapes et peut conduire à sélectionner des optimums locaux.

L'étape concernant l'optimisation de l'exigence de marge de solvabilité permet de pénaliser les portefeuilles avec une part en actifs diversifiés élevée, et dans la démarche actuelle, cette étape est réalisée en premier ce qui permet d'exclure ces portefeuilles rapidement. Un changement d'ordre des étapes pourrait donc avoir comme conséquence de conserver des portefeuilles avec une part en actifs diversifiés très importante et potentiellement aboutir à des portefeuilles optimaux non réalistes.

Projection dans un environnement déterministe

L'ensemble des projections effectuées dans le cadre de ce mémoire ont été réalisées dans un environnement déterministe. En effet, le modèle développé ne permettait pas d'effectuer des projections stochastiques avec des temps de calcul raisonnables. Le coût des options et des garanties comme le taux technique ou la participation aux bénéfices n'a donc pas été pris en compte.

Conclusion

La réglementation FRPS donne l'opportunité de retourner au cadre prudentiel de Solvabilité I en introduisant des tests de résistance. L'objectif est de favoriser l'investissement en actifs diversifiés : la réglementation Solvabilité II était coûteuse en capital pour ce type d'investissement. Au regard de cette nouvelle réglementation, les possibilités d'allocations d'actifs sont nombreuses. Ce mémoire a eu pour objectif de déterminer une allocation d'actifs permettant d'optimiser un ensemble d'indicateurs (rentabilité, risque court terme, risque long terme, etc.) pour un contrat de type PERin.

La principale difficulté dans la détermination d'une allocation optimale d'actifs est le choix des indicateurs à optimiser. La méthode utilisée dans ce mémoire est basée sur une optimisation du couple rendement x risque à long terme. Le rendement a été caractérisé par la PVFP et le risque à long terme par l'exigence de marge de solvabilité et le ratio de solvabilité à $t = 10$. Le gap de duration à $t = 10$ ou le capital add-on des tests de résistance ont également été pris en compte dans l'optimisation.

Quatre études ont été réalisées pour montrer l'évolution des portefeuilles optimaux en changeant la structure du passif (diminution de l'âge moyen du portefeuille), une hypothèse réglementaire (augmentation de l'âge légal de départ à la retraite), la stratégie d'allocation d'actifs (passage à une stratégie d'allocation flottante) et les scénarios économiques (scénario de hausse des taux). Les différentes études ont montré que les portefeuilles optimaux avaient une forte dépendance à l'ensemble des facteurs. En effet, la méthodologie utilisée ainsi que les différentes priorités apportées aux indicateurs à optimiser conditionnent le choix du portefeuille optimal : il n'existe pas de portefeuille optimal en tout point, il est nécessaire de sélectionner des indicateurs à optimiser en priorité pour sélectionner le portefeuille optimal final.

Les conclusions de ce mémoire doivent être mises au regard de certaines limites comme la projection dans un environnement déterministe et non stochastique : le coût des options et des garanties n'a pas été pris en compte. De plus, afin d'avoir une vision plus réaliste, il serait possible de réaliser une étude similaire en intégrant dans le portefeuille des supports en unités de compte. Cette étude permettrait d'ajouter une composante à l'exigence de marge de solvabilité (1% des provisions mathématiques) et ainsi de prendre en compte le comportement futur des assurés avec l'introduction des arbitrages dynamiques.

Bibliographie

- ACPR (2017). Organismes de retraite professionnelle supplémentaire (FRPS / MRPS / URPS / IRPS). Support de présentation.
- ACPR (2019). Analyses et synthèses : La rentabilité technique des organismes d'assurance-vie et mixtes établis en France. Article.
- ACPR (2022a). Analyses et synthèses : La retraite supplémentaire à fin 2020. Article.
- ACPR (2022b). Analyses et synthèses : Revalorisation 2021 des contrats d'assurance-vie et de capitalisation - engagements à dominante épargne et retraite individuelle. Article.
- AGIRC-ARRCO (2022). Conditions d'ouverture de mes droits. Site internet. URL : <https://www.agirc-arcco.fr/ma-retraite/demander-ma-retraite/conditions-douverture-de-mes-droits/>.
- AGIRC-ARRCO (2023). Valeurs de service du point et salaires de référence / valeurs d'achat du point - Historique. Rapport.
- BANQUE DE FRANCE (2022). Les indices obligataires. Site internet. URL : <https://www.banque-france.fr/statistiques/taux-et-cours/les-indices-obligataires>.
- BOURSORAMA (2019). Immobilier : les Français acquièrent leur premier logement de plus en plus jeunes. Site internet. URL : <https://www.boursorama.com/patrimoine/actualites/immobilier-les-francais-acquierent-leur-premier-logement-de-plus-en-plus-jeunes-7046aa623b49e58fab068285ceb8c5a1>.
- CAPGRAS, S. (2018). Calibration et impact des actions de management dans un contexte de taux bas. Mémoire d'actuariat.
- CEIOPS (2010). QIS5 Technical Specifications. Rapport.
- CHEVALIER, A. (2017). La différence de gestion du risque entre un contrat placé sous la réglementation FRPS et son équivalent sous Solvabilité 2. Mémoire d'actuariat.
- CNCC (2022). Note relative à l'arrêté des comptes des organismes d'assurance pour l'exercice 2021. Article.
- GALEA (2022). Analyse des rapports SFCR des ORPS au 31/12/2021 : Premiers enseignements d'un marché en essor pour la retraite supplémentaire. Article.
- GILLOT, G. (2019). Générateur de scénarios économiques en monde réel : approche par Markov Switching. Mémoire d'actuariat.
- INSTITUT DES ACTUAIRES (2016). Groupe de travail "Best Estimate Liabilites Vie". Article.
- INSTITUT DES ACTUAIRES (2022). La courbe des taux. Site internet. URL : <https://www.institutdesactuaires.com/se-documenter/courbes-et-tables/la-courbe-des-taux-43>.
- MAHFOUFI, S. (2021). Le Générateur de Scénarios Économiques comme outil d'aide à la prise de décisions stratégiques financières. Mémoire d'actuariat.
- RAISON, T. (2021). Enjeux de la commercialisation des PER individuels pour les assureurs. Mémoire d'actuariat.
- RIEB, V. (2014). Optimisation de la gestion des actifs d'une assurance-vie sous contrôle de l'exposition au risque dans un environnement Solvabilité II. Mémoire de fin d'étude.

Annexe A

Provisions

Article R. 343-3 du Code des Assurances

Les provisions techniques correspondant aux opérations d'assurance sur la vie, d'assurance nuptialité-natalité et de capitalisation, sont les suivantes :

1. Provision mathématique : différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés. Pour des contrats faisant intervenir une table de survie ou de mortalité, les montants des provisions mathématiques doivent inclure une estimation des frais futurs de gestion qui seront supportés par l'assureur pendant la période de couverture au-delà de la durée de paiement des primes ou de la date du prélèvement du capital constitutif ; l'estimation de ces frais est égale au montant des chargements de gestion prévus dans les conditions tarifaires de la prime ou du capital constitutif et destinés à couvrir les frais de gestion ;
2. Provision pour participation aux bénéfices : montant des participations aux bénéfices attribuées aux bénéficiaires de contrats lorsque ces bénéfices ne sont pas payables immédiatement après la liquidation de l'exercice qui les a produits ;
3. Réserve de capitalisation : réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu ;
4. Provision de gestion : provision destinée à couvrir les charges de gestion future des contrats non couvertes par ailleurs ;
5. Provision pour aléas financiers : provision destinée à compenser la baisse de rendement de l'actif ;
6. Provision pour risque d'exigibilité : provision destinée à faire face aux engagements dans le cas de moins-value de l'ensemble des actifs mentionnés à l'article R. 343-10. La provision à constituer est évaluée dans les conditions définies à l'article R. 343-5 ;
7. Provision pour frais d'acquisition reportés : provision destinée à couvrir les charges résultant du report des frais d'acquisition constatés ;
8. Provision pour égalisation : provision destinée à faire face aux fluctuations de sinistralité afférentes aux opérations d'assurance de groupe contre le risque décès ;
9. Provision de diversification : pour les engagements relevant de l'article L. 134-1, provision destinée à absorber les fluctuations des actifs affectés à ces engagements et sur laquelle les souscripteurs ou adhérents détiennent des droits individualisés sous forme de parts.

10. Provision collective de diversification différée : pour les engagements relevant de l'article L. 134-1, provision destinée au lissage de la valeur de rachat des contrats ;
11. Provision pour garantie à terme : pour les engagements relevant du 2° de l'article L. 134-1, provision destinée à faire face à une insuffisance d'actifs au regard des garanties à échéance contractées.

Un engagement ne peut être provisionné qu'au titre d'une seule des catégories mentionnées au présent article. Sous réserve des dispositions du présent code relatives à l'évaluation des provisions mentionnées aux alinéas 1., .°, 6., 9., 10. et 11., dont les modalités de calcul sont précisées par arrêté du ministre chargé de l'économie, les provisions sont évaluées selon les prescriptions comptables de l'Autorité des normes comptables.

Article R. 441-7 du Code des Assurances

Les provisions techniques des opérations prévues à l'article L. 441-1 sont les suivantes :

1. La provision technique spéciale, sur laquelle sont prélevées les prestations servies et les chargements de gestion, dans les limites prévues par la convention, et à laquelle sont affectées les cotisations versées, nettes des chargements inclus dans les cotisations et de taxes, ainsi que la totalité des produits et charges financiers générés par les actifs affectés à la provision technique spéciale, y compris les produits correspondant aux éventuels crédits d'impôts attachés à la détention de ces mêmes titres et placements et le solde des produits et charges financiers reçus des réassureurs au titre de la revalorisation de la part de provision technique spéciale cédée. Cette provision est capitalisée à un taux nul ;
2. La provision technique spéciale complémentaire, à laquelle sont affectés les actifs mentionnés au dernier alinéa de l'article R. 441-21 et sur laquelle sont prélevées les prestations servies, dans le cas où les prélèvements sur la provision technique spéciale ne permettraient pas de payer ces prestations ;
3. La provision technique spéciale de retournement, à laquelle peuvent être affectés, dans les conditions prévues au III de l'article R. 441-7-1, des actifs précédemment affectés à la provision technique spéciale complémentaire et sur laquelle sont prélevées les prestations servies, dans le cas où les prélèvements sur la provision technique spéciale et la provision technique spéciale complémentaire ne permettraient pas de payer ces prestations.

Article R. 441-21 du Code des Assurances

Chaque année, l'assureur calcule le montant de la provision mathématique théorique qui serait nécessaire pour assurer le service des rentes viagères immédiates et différées sur la base de la valeur de service à la date de l'inventaire. Ce calcul est effectué à partir des règles techniques édictées par arrêté du ministre de l'économie. Lorsque la somme du montant de la provision technique spéciale constituée au titre de la convention, des plus-values et moins-values latentes nettes sur les actifs affectés à la provision technique spéciale et de la provision technique spéciale de retournement est inférieure au montant de la provision mathématique théorique relative à cette même convention, l'entreprise d'assurance procède, dans les conditions mentionnées au I de l'article R. 441-7-1, à l'affectation aux engagements relatifs à cette convention d'actifs représentatifs de ses réserves ou de ses provisions autres que

ceux représentatifs de ses engagements réglementés, à hauteur de la différence entre le montant de la provision mathématique théorique et la somme précitée.

Annexe B

Règles d'investissements

Article R. 385-5 du Code des Assurances

Les fonds de retraite professionnelle supplémentaire représentent, à tout instant, leurs engagements mentionnés à l'article R. 343-1 par des actifs équivalents, dans les conditions prévues par la présente section et le D de l'article R. 332-2.

Sous réserve de l'article R. 385-8, les engagements pris dans une monnaie doivent être couverts par des actifs congruents, c'est-à-dire libellés ou réalisables dans cette monnaie.

La présente section s'applique séparément à chaque comptabilité auxiliaire d'affectation mentionnée à l'article R. 342-1 ainsi qu'au reste des engagements mentionnés au premier alinéa hors ces comptabilités auxiliaires d'affectation.

Article R. 385-6 du Code des Assurances

Rapportée au montant total des engagements mentionnés à l'article R. 343-1, la valeur au bilan de l'ensemble des valeurs émises, créances autres que celles mentionnées à l'article R. 385-11, prêts et titres non négociés sur un marché réglementé au sens du 11° de l'article L. 310-3 ne peut dépasser 30%.

Article R. 385-7 du Code des Assurances

- I. Rapportée au montant total des engagements mentionnés à l'article R. 343-1, la valeur au bilan de l'ensemble des valeurs émises, créances autres que celles mentionnées à l'article R. 385-11, prêts obtenus ou garantis et dépôts placés auprès d'un même organisme ne peut pas dépasser 5%, à l'exception des valeurs émises ou garanties ou des prêts obtenus par un Etat partie à l'accord sur l'Espace économique européen ainsi que des titres émis par la Caisse d'amortissement de la dette sociale.
- II. Rapportée au montant total des engagements mentionnés à l'article R. 343-1, la valeur au bilan de l'ensemble des valeurs émises, créances autres que celles mentionnées à l'article R. 385-11, prêts obtenus ou garantis et dépôts placés auprès des organismes d'un même groupe, le cas échéant après déduction de l'excédent de valeur dépassant le seuil de 5% prévu au I, ne peut pas dépasser 10%, à l'exception des valeurs émises ou garanties ou des prêts obtenus par un Etat partie à l'accord sur l'Espace économique européen ainsi que des titres émis par la Caisse d'amortissement de la dette sociale.

- III. Rapportée au montant total des engagements mentionnés à l'article R. 343-1, la valeur au bilan des droits réels immobiliers relatifs à un même immeuble ou des parts ou actions d'une même société civile de placement immobilier ou d'une même société d'épargne forestière ne peut pas dépasser 5%.
- IV. Rapportée au montant total des engagements mentionnés à l'article R. 343-1, la valeur au bilan de l'ensemble des titres émis par un véhicule de titrisation mentionné à l'article L. 310-1-2 ou par tout véhicule similaire relevant d'un Etat qui n'est pas partie à l'accord sur l'Espace économique européen ne peut dépasser 5%.

Article R. 385-8 du Code des Assurances

Les fonds de retraite professionnelle supplémentaire peuvent, à concurrence de 30% de leurs engagements, ne pas couvrir ceux-ci par des actifs congruents.

Article R. 385-9 du Code des Assurances

Pour le respect des exigences mentionnées aux articles R. 385-5 à R. 385-8, les fonds de retraite professionnelle supplémentaire procèdent à une mise en transparence de toute ligne d'actif dont la valeur comptable excède 1% du bilan.

Le cumul des valeurs comptables des actifs qui ne sont pas mis en transparence ne peut pas excéder 5% du bilan.

Pour l'application du deuxième alinéa, les fonds de retraite professionnelle supplémentaire procèdent à une mise en transparence des lignes d'actifs dont la valeur comptable inférieure à 1% du bilan est la plus importante. Lorsque la seule information disponible pour un groupe d'actifs mis en transparence est la valeur de réalisation, les fonds de retraite professionnelle supplémentaire considèrent, pour vérifier le respect des exigences de représentation des engagements mentionnées à l'article R. 385-5, que la répartition des actifs en valeur comptable au sein de ce fonds est la même que celle en valeur de réalisation.

Article R. 385-10 du Code des Assurances

Les placements représentant les engagements exprimés en unités de compte ou les engagements donnant lieu à constitution d'une provision de diversification ne sont pas soumis aux limitations prévues aux articles R. 385-6 à R. 385-9.

Article R. 385-11 du Code des Assurances

Les provisions relatives aux risques transférés à un fonds de retraite professionnelle supplémentaire, à une entreprise d'assurance, à une entreprise de réassurance, à une mutuelle ou union régie par le livre II du code de la mutualité ou à une institution de prévoyance ou union régie par le titre III du livre IX du code de la sécurité sociale peuvent être représentées sans condition par une créance sur ce fonds, cette entreprise, cette mutuelle ou union ou cette institution.

Par dérogation au premier alinéa, les provisions techniques relatives aux risques transférés par un fonds de retraite professionnelle supplémentaire à une entreprise d'assurance ou de réassurance ayant son siège dans un Etat qui n'est pas partie à l'accord sur l'Espace économique européen non reconnu

comme équivalent en application de l'article 172 de la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil du 25 novembre 2009 sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (Solvabilité II) peuvent être représentées par une créance sur cette entreprise, à concurrence du montant garanti conformément à l'article R. 332-17.

Article R. 385-12 du Code des Assurances

Les fonds de retraite professionnelle supplémentaire peuvent consentir des prêts non assortis de garanties, dans les conditions prévues aux quatrième à septième alinéas du 1° de l'article R. 332-13.

Article R. 385-13 du Code des Assurances

Les articles R. 332-45 à R. 332-58 sont applicables aux fonds de retraite professionnelle supplémentaire.

Article R. 385-14 du Code des Assurances

- I. Le chapitre VIII du titre Ier du règlement délégué (UE) 2015/35 de la Commission du 10 octobre 2014 complétant la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (Solvabilité II), dans sa rédaction en vigueur à la date de publication du décret n° 2017-1171 du 18 juillet 2017 fixant les règles applicables aux fonds de retraite professionnelle supplémentaire, est applicable aux fonds de retraite professionnelle supplémentaire, à l'exception des 3 et 4 de l'article 257. Pour l'application

de l'alinéa précédent, il y a lieu d'entendre : “ exigence minimale de marge de solvabilité ” là où est mentionné : “ capital de solvabilité requis ”.

Article R. 385-15 du Code des Assurances

Lorsque les fonds de retraite professionnelle supplémentaire utilisent des références à des notations de crédit émises par des agences de notation de crédit au sens du b du 1 de l'article 3 du règlement (CE) n° 1060/2009 du Parlement européen et du Conseil du 16 septembre 2009 sur les agences de notation de crédit, l'Autorité de contrôle prudentiel et de résolution, en tenant compte de la nature, de l'ampleur et de la complexité de ces opérations, surveille l'adéquation des processus d'évaluation du crédit de l'entreprise, évalue l'utilisation de références à des notations de crédit et, le cas échéant, encourage l'atténuation des effets de telles références, en vue de réduire le recours exclusif et mécanique à de telles notations de crédit.