

**Mémoire présenté pour la validation de la Formation  
« Certificat d'Expertise Actuarielle »  
de l'Institut du Risk Management  
et l'admission à l'Institut des actuaires  
le**

Par : Rémi BALLANGER

Titre : Évaluation du juste niveau de provisionnement de la garantie Arrêt de Travail sous Solvabilité 2

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1an  2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de l'Institut des actuaires :

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Membres présents du jury de l'Institut du Risk Management :

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Secrétariat :

Bibliothèque :

Entreprise :

Nom : Mutex

Signature et Cachet :



Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Laure VITRÉ

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels**

(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise

Signature(s) du candidat(s)



## Résumé

---

**Mots-clés :** Provisionnement, Solvabilité 1, Solvabilité 2, Arrêt de travail, Marge de prudence, Lois d'expérience, Estimateur de Kaplan-Meier, Lissage de Whittaker-Henderson, Segmentation, Modèle de Cox, Modèle d'Aalen, Règle de sélection des encours

En vision Solvabilité 1, plusieurs niveaux potentiels de prudence peuvent être identifiés dans le provisionnement de la garantie Arrêt de travail. L'objectif de ce mémoire est, comme demandé par la directive Solvabilité 2, d'isoler le juste niveau de provisionnement et d'en déduire les niveaux de marge technique de prudence présents dans les provisions vision Solvabilité 1.

Le mémoire s'articule en trois chapitres. Un premier pour poser le contexte et décrire les données à disposition. Un deuxième pour construire des lois d'expérience via l'utilisation de l'estimateur de Kaplan-Meier, les affiner en proposant une segmentation suivant les modèles de Cox et d'Aalen, et les lisser avec la méthode de Whittaker-Henderson. Un troisième chapitre emploie les tables construites pour le provisionnement. Cette dernière partie doit permettre d'exploiter les tables au-delà des travaux actuariels existants, notamment en poussant la réflexion de meilleure estimation à l'ensemble des provisions et en proposant des solutions face aux difficultés de type règle de sélection des encours ou reconnaissance des sinistres tardifs.

## Abstract

---

**Keywords :** Reserving, Solvency 1, Solvency 2, Work stoppage, Prudence margin, Experience laws, Kaplan-Meier estimator, Whittaker-Henderson smoothing, Segmentation, Cox model, Aalen model, Outstanding selection rule.

In the Solvency 1 vision, several potential levels of prudence can be identified in the provisioning of the work stoppage guarantee. The objective of this report is, as required by the Solvency 2 directive, to isolate the right level of provisioning and to deduce the levels of technical margin of prudence present in the Solvency 1 provisions.

The report is divided into three chapters. A first one to set the context and describe the available data. The second chapter constructs experience laws using the Kaplan-Meier estimator, refines them by proposing a segmentation according to the Cox and Aalen models, and smoothes them using the Whittaker-Henderson method. A third chapter uses the tables built for provisioning. This last part should make it possible to use the tables beyond existing actuarial work, in particular by extending the best estimate approach to all reserves and by proposing solutions to difficulties such as the rule for selecting outstanding amounts or the recognition of late claims.



## Table des matières

---

Résumé .....	3
Abstract .....	3
Introduction.....	7
Chapitre 1 – Contexte et données.....	9
1) La garantie Arrêt de Travail .....	9
2) Le cadre réglementaire.....	12
3) Provisionnement et tables réglementaires du BCAC .....	12
4) Les nouvelles tables du BCAC .....	13
5) Le calcul des PM .....	14
6) Mutex : l’entreprise, des spécificités, son portefeuille .....	16
7) Traitement des données.....	17
Chapitre 2 - Construction de tables d’expérience sur le maintien et passage en incapacité/invalidité .....	27
1) Statistiques descriptives .....	27
2) Construction des taux via l’utilisation de l’estimateur de Kaplan-Meier .....	39
3) Sensibilités aux données en entrée .....	47
4) Segmentation des lois de maintien : modèle de Cox .....	50
5) Segmentation des lois de maintien : modèle d’Aalen.....	52
6) Segmentation des lois de maintien : comparaison des fonctions de survie .....	52
7) Lissage (Whittaker-Henderson).....	56
Chapitre 3 : Influence sur le provisionnement.....	63
1) Coefficients de provisionnement des tables d’expérience .....	63
2) Influence des tables d’expérience sur les PM et comparaison des coefficients avec les tables du BCAC en vigueur.....	65
3) Comparaison des coefficients avec les nouvelles tables du BCAC .....	68
4) Estimation de la marge technique.....	71
5) Sensibilité du calcul de marge à l’utilisation des tables du BCAC 2013 .....	77
Conclusion .....	79

Bibliographie.....	81
Annexes .....	82
Annexe 1 : Variables .....	82
Annexe 2 : Boîtes à moustache des durées d'indemnisation en invalidité pour chacun des produits actuariels .....	83
Annexe 3 : Boîtes à moustache des durées d'indemnisation en invalidité pour chacune des régions .....	84
Annexe 4 : Tests de lissage sur la table de maintien en incapacité .....	84
Annexe 5 : Coefficients de PM des tables réglementaires du BCAC .....	85
Annexe 6 : Coefficients de PM des tables du BCAC 2013.....	86
Annexe 7 : Triangles de nombres de sinistres tardifs en incapacité et projection par la méthode de Chain Ladder .....	88
Annexe 8 : Triangles de nombres de sinistres tardifs en invalidité et projection par la méthode de Chain Ladder .....	89
Annexe 9 : Triangles d'âges d'entrés moyens et de rentes moyennes .....	90

## Introduction

---

Ces dernières années, les arrêts de travail ont amené à des dépenses de plus en plus importantes : leur nombre, leur coût, voire leur durée se sont constamment accrus. Pour les assureurs tenus réglementairement de couvrir les versements futurs de chaque sinistre en cours d'indemnisation dans leur portefeuille d'assurés, les provisions représentent un poste toujours plus pesant au sein de comptes de résultat qui ont tendance à se dégrader.

D'après le baromètre prévoyance-santé du Centre Technique des Institutions de Prévoyance (CTIP) et du Centre de Recherche pour l'Étude et l'Observation des Conditions de vie (CRÉDOC) présenté tous les deux ans, à fin 2019, respectivement 76% et 60% des salariés sont couverts par une garantie incapacité et une garantie invalidité d'un contrat collectif proposé par leur entreprise, en complément de l'indemnisation de base de la Sécurité Sociale. Toujours selon l'enquête, « plus de la moitié des entreprises ayant mis en place des garanties de prévoyance l'ont fait parce qu'elles étaient obligatoires dans le cadre d'un accord collectif de branche ». Les taux de couverture via des contrats collectifs progressent donc et imposent un enjeu financier significatif et même majeur pour les assureurs.

Il apparaît donc essentiel pour les assureurs de bien maîtriser leur provisionnement dans un double cadre réglementaire : d'un côté la comptabilisation en « normes sociales », ou Solvabilité 1, et d'un autre côté la comptabilisation suivant la directive Solvabilité 2.

En vision Solvabilité 1, plusieurs niveaux potentiels de prudence peuvent être identifiés dans le provisionnement de Mutex mais ils ne sont pas quantifiés précisément. L'objectif de ce mémoire est, comme demandé par la directive Solvabilité 2, d'isoler le juste niveau de provisionnement et d'en déduire les niveaux de marge technique de prudence présents dans les provisions vision Solvabilité 1. Cela peut apporter à Mutex un suivi du risque bien plus précis et constituer un outil de pilotage.

Un certain nombre d'éléments ou d'hypothèses sont sous-jacents au provisionnement et peuvent induire une volatilité importante.

Le premier, financier, est le taux d'actualisation des flux futurs. Sous Solvabilité 1, il se base sur le taux de rendement financier futur escompté, appelé taux technique, fixé par la réglementation et censé refléter une vision prudente du contexte économique. Sous Solvabilité 2, il se base sur la courbe des taux sans risque produite par l'EIOPA. Cette différence d'actualisation ne fera pas l'objet de ce mémoire car celui-ci s'oriente plutôt sur la partie technique du provisionnement.

Couramment, deux types de provisions sont distingués : d'une part les provisions sur sinistres connus et en cours d'indemnisation, appelées provisions mathématiques (PM) avec leur complément de provisions pour sinistres à payer (PSAP), et d'autre part les provisions pour sinistres inconnus (ou « *incurred but not yet reported* » (IBNYR)). Ces dernières peuvent faire l'objet de méthodes d'évaluation globale assez diverses, ce qui amène à considérer de nouvelles hypothèses et conduit à davantage de volatilité. Même si la problématique de taux de sinistres tardifs sera abordée, ce mémoire ne traitera pas de la diversité des méthodes existantes. En revanche, le but sera aussi de réduire l'incertitude d'évaluation des engagements futurs sur ces individus.

Concernant les provisions mathématiques, des éléments sont relatifs aux sinistres à provisionner tête à tête. La méconnaissance des arrêts de travail en cours d'indemnisation impose la mise en place d'une règle de clôture des sinistres qui a une influence significative, les retards de gestion perturbent la cadence de ces sinistres déclarés « en cours », la réforme des retraites 2010 a rallongé les temps d'indemnisation et donc les niveaux de provisionnement, et le faible volume de données ne permet pas d'amoindrir ces problématiques. Certains de ces paramètres seront traités, d'autres seront contournés.

Enfin, toujours pour l'évaluation des provisions mathématiques, la détermination des prestations futures sur les sinistres connus est réglementée et se base sur une estimation probabiliste au travers de lois, ou tables, de maintien en incapacité, en invalidité, et de passage d'incapacité à invalidité. Des tables « communes » ont été initialement produites en 1993 par le Bureau Commun des Assurances Collectives (BCAC). Elles n'expriment cependant plus forcément la réalité actuelle de la sinistralité en arrêt de travail. Un autre choix est permis, celui d'utiliser des tables d'expérience propres au portefeuille de l'assureur. Entre temps, des tables ont été reconstruites par le BCAC en 2013 mais ne sont pas entrées en vigueur en remplacement des anciennes lois. Elles sont néanmoins disponibles et peuvent servir de point de comparaison à la création de tables d'expérience. Étant donné que les PM représentent la plus grosse part de provisionnement en arrêt de travail, il apparaît crucial d'avoir la meilleure estimation de ces probabilités et ce particulièrement dans le cadre de Solvabilité 2. C'est là un enjeu dominant de ce mémoire et qui amène à la problématique suivante :

Quel est la juste valeur du niveau de provisionnement d'une garantie Arrêt de Travail au regard de l'utilisation de tables d'expérience, des tables réglementaires du BCAC, des nouvelles tables de 2013, et quelle marge de prudence peut-il être déduit ?

Les études, mémoires d'actuariat, et articles publiés font état de différences importantes avec les tables réglementaires. Nous nous appuyons sur ces travaux, reportés dans la bibliographie, pour construire des tables d'expérience propres au portefeuille de Mutex et confirmer ou infirmer ces résultats.

L'évaluation des provisions sous forme de *Best Estimate* ne sera pas abordée complètement car seul le *Best Estimate* des provisions pour sinistres est comparable avec les provisions sous Solvabilité 1, à la condition d'être désactualisées et de ne pas contenir de chargements pour frais de gestion des sinistres dans les deux normes. Ce *Best Estimate* est formé des flux probabilisés qui définissent l'espérance mathématique et qui créent donc la marge technique de prudence avec les provisions vision Solvabilité 1.

Le mémoire s'articulera en trois chapitres : un premier pour poser le contexte et décrire les données à disposition, un deuxième pour construire les tables d'expérience via l'utilisation de l'estimateur de Kaplan-Meier, les affiner en proposant une segmentation suivant les modèles de Cox et d'Aalen, et les lisser avec la méthode de Whittaker-Henderson, et un troisième chapitre qui emploiera les tables construites pour le provisionnement. Cette dernière partie doit permettre d'exploiter les tables au-delà des travaux actuariels existants, notamment en poussant la réflexion de meilleure estimation à l'ensemble des provisions et en proposant des solutions d'évitement des difficultés citées précédemment.

L'ensemble des résultats sont présentés à la date d'arrêté du 31/12/2019. Le langage utilisé est R.



## Chapitre 1 – Contexte et données

---

Ce premier chapitre doit permettre de poser le contexte de l'étude. La garantie Arrêt de Travail possède de nombreuses spécificités et son provisionnement fait l'objet d'une réglementation. Les détails de calcul des provisions mathématiques, principales provisions constituées sur ce risque, seront explicités. Puis les caractéristiques du portefeuille de Mutex seront exposées afin de comprendre ce qui peut le distinguer de portefeuilles usuels du marché de l'assurance. Enfin, un zoom détaillé sera fait sur le travail de traitement des données.

### 1) La garantie Arrêt de Travail

#### 1.1 - Définition de l'Arrêt de Travail

L'arrêt de travail est un acte thérapeutique ordonné par un médecin. Il se définit comme une interruption momentanée du travail d'un employé au sein de son entreprise (ou organisme, association). Il existe deux principaux types d'arrêts de travail : l'arrêt maladie et l'accident du travail.

L'arrêt maladie permet une indemnisation de l'employé afin de compenser la perte de salaire liée à une maladie ou une blessure incapacitante. Il se subdivise lui aussi en différents types :

- pour les salariés du privé,
  - o un arrêt maladie « court », de moins de 6 mois,
  - o un arrêt maladie « long », de plus de 6 mois,
  - o un Congé Maladie Longue Durée (CLD), pouvant durer jusqu'à 3 ans ;
- pour les fonctionnaires,
  - o le Congé de Maladie Ordinaire (CMO) d'1 an maximum,
  - o le Congé de Longue Maladie (CLM) de 3 ans maximum,
  - o le Congé Longue Durée (CLD) de 5 ans maximum.

L'accident du travail ou la maladie professionnelle se déclare lorsque l'origine de cet accident ou de cette maladie survient durant l'activité professionnelle ou en résulte. Les accidents arrivés pendant les trajets entre domicile et travail sont aussi considérés comme des accidents du travail.

L'accident du travail se caractérise par une « lésion corporelle » apparue soudainement. C'est ce caractère soudain qui le différencie de la maladie professionnelle.

Un arrêt de travail pour maladie ou pour accident peut être prolongé : on parle d'incapacité permanente de travail.

#### 1.2 - Délai de carence

Le délai de carence est la période de temps entre le jour de l'arrêt de travail et le jour à compter duquel la personne en arrêt pourra commencer à percevoir une indemnisation.

Dans le cas d'un arrêt maladie, le délai de carence est de 3 jours pour un salarié du secteur privé ou un travailleur indépendant (artisan-commerçant). Pour les fonctionnaires, 1 jour de carence avait été créé le 1<sup>er</sup> janvier 2012, il a été supprimé à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2014, puis il a été rétabli au 1<sup>er</sup> janvier 2018.

Dans le cas d'un accident du travail (hors accident de trajet) ou d'une maladie professionnelle, il n'y a pas de délai de carence. D'autres causes peuvent amener à une indemnisation dès le 1<sup>er</sup> jour : une reprise d'activité entre 2 arrêts de travail n'ayant pas dépassé 48 heures, des arrêts de travail successifs à un congé de longue durée (CLD), le congé maternité, le congé de paternité et d'accueil de l'enfant, le congé d'adoption, le temps partiel thérapeutique depuis 2020.

Cependant, tous les salariés ne restent pas sans rémunération pendant les jours de carence. En effet, certaines entreprises prennent à leur charge tout ou partie de cette période, en fonction de ce que prévoit la convention collective. Il est ainsi possible de percevoir des indemnités de son employeur pouvant compléter les indemnités journalières jusqu'à 90 % de son salaire. Des dispositions conventionnelles peuvent prévoir le maintien intégral du salaire. En Alsace-Moselle, tous les employeurs sont tenus de maintenir intégralement le salaire pendant le délai de carence.

### 1.3 - Durée d'indemnisation

Les indemnités journalières sont perçues pendant 360 jours maximum étalés sur 3 ans, sauf en cas d'affectation en congés longue durée (CLD) où elles sont versées pendant 3 ans sans limitation, éventuellement renouvelables. Dans ce dernier cas, un nouveau délai de 3 ans peut être ouvert si la personne a retravaillé pendant au moins 1 an.

Les IJ sont versées par l'organisme de Sécurité Sociale tous les 14 jours.

### 1.4 - Conséquences d'un arrêt de travail sur la paie d'un salarié

Le salarié n'est pas payé pour les jours d'absence. En revanche, il reçoit une indemnité journalière de sa Sécurité sociale.

Le montant des indemnités se base sur le salaire journalier de référence du salarié, obtenu en divisant :

- par 91,25 le total des salaires des 3 derniers mois pour un arrêt maladie,
- par 30,42 le salaire du dernier mois pour une maladie professionnelle, dans la limite de 343,07 euros par jour.

Le montant des indemnités est égal à un pourcentage du salaire journalier de référence :

- 50% en cas d'arrêt maladie, dans la limite de 47,43 euros,
- 60% en cas de maladie professionnelle les 28 premiers jours, dans la limite de 205,84 euros,
- 79% en cas de maladie professionnelle à partir du 29<sup>ème</sup> jour d'arrêt, dans la limite de 274,46 euros.

Du côté de l'employeur, les salariés disposant d'une ancienneté supérieure à 1 an ont droit à des indemnités journalières complémentaires de la Sécurité sociale. C'est une obligation de l'employeur de maintenir tout ou partie du salaire sous déduction des indemnités journalières de la Sécurité sociale, pendant une période

définie, ces éléments pouvant varier en fonction de l'ancienneté du salarié dans l'entreprise, de son statut, ou autre : c'est la mensualisation, ou maintien de salaire.

À noter que, le plus souvent, il existe des dispositions plus favorables pour les salariés prévues par les conventions collectives (notamment sur la réduction de l'ancienneté requise et du délai de carence, augmentation du niveau de maintien de salaire et de la durée d'indemnisation).

Plus précisément, l'employeur doit maintenir 90 % du salaire brut pendant 30 jours, 2/3 de la rémunération pendant les 30 jours suivants. La durée augmente ensuite de 10 jours par tranche de 5 ans d'ancienneté pour atteindre au maximum 90 jours à 90% et 90 jours aux 2/3 pour des salariés ayant 31 ans d'ancienneté et plus. Un délai de carence de 7 jours s'applique pour l'indemnisation d'un accident ou d'une maladie de la vie courante. Pour maladie ou accident d'ordre professionnel, l'arrêt est couvert dès le 1<sup>er</sup> jour.

En cas d'incapacité de travail médicalement constatée d'un salarié il est versé des indemnités journalières complétant en montant et/ou en durée les droits garantis par la mensualisation : c'est le complément relais. En cas d'invalidité ou d'incapacité permanente professionnelle d'un salarié, il prend la forme d'une rente en complément de la Sécurité sociale. Le schéma qui suit résume ces différents éléments :

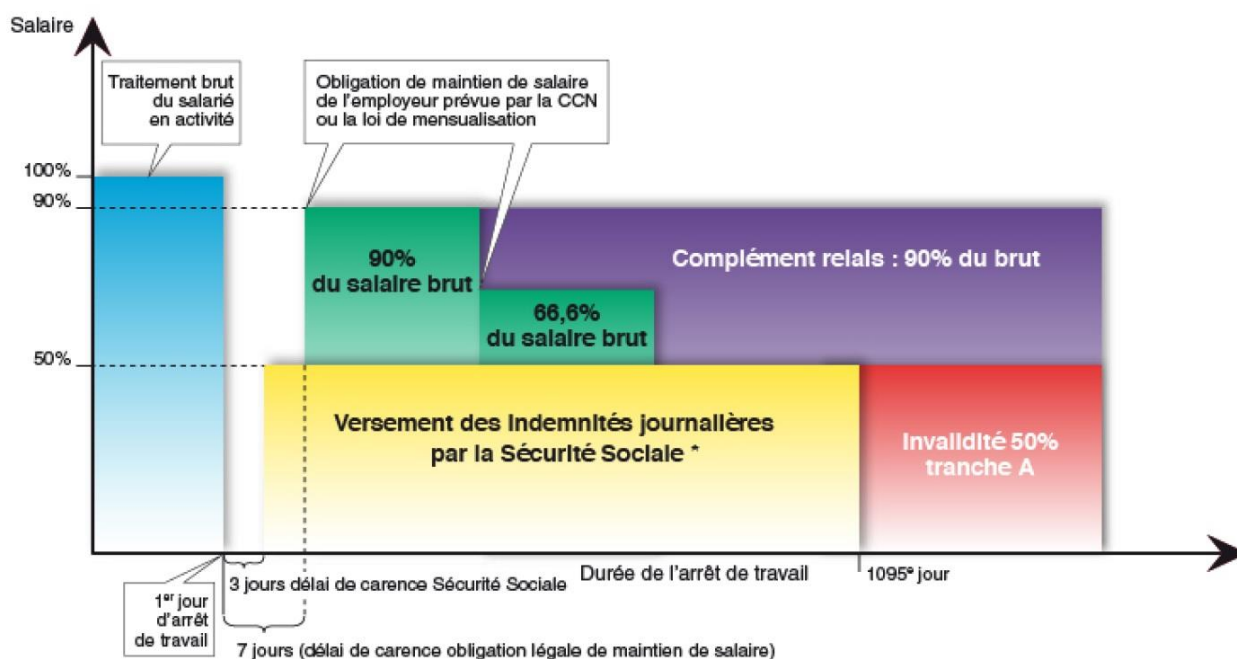


Figure 1 : Schéma du fonctionnement de la mensualisation et du complément relais

La partie verte correspond uniquement à l'obligation légale de mensualisation. La partie violette correspond au complément relais conventionnel.

En cas d'incapacité permanente, une rente ou une indemnité en capital est versée. Le montant dépend du taux d'incapacité permanente (IPP). En-dessous de 10%, il s'agit d'un capital versé en une seule fois, dont le montant varie de 418,96 à 4 188,63 euros. Au-delà, le salarié perçoit une rente mensuelle (si le taux d'incapacité est supérieur ou égal à 50 %) ou trimestrielle (si le taux d'incapacité permanente est compris entre 10 et 50 %). Son calcul est plus complexe : une partie du salaire de référence est pris en compte, et il est ensuite multiplié par une fraction du taux d'incapacité. Le salaire pris en compte est au minimum de 18

631,29 euros et au maximum de 148 604,56 euros, et correspond à l'intégralité du salaire pour la partie inférieure à 37 262,59 euros, et au tiers pour la partie du salaire comprise entre 37 262,59 et 148 604,56 euros. La fraction supérieure à ce montant n'est pas prise en compte pour le calcul de la rente. Le taux d'incapacité pris en compte correspond, lui, au taux d'incapacité réel, réduit de moitié jusqu'à 50% d'incapacité et augmenté de moitié pour la partie du taux excédant 50%. Si le taux d'incapacité réel est de 70%, le taux pris en compte pour le calcul de la rente va ainsi être 65% ( $(50/2)+(20 \times 2)$ ). Ce taux est alors appliqué au salaire pris en compte calculé précédemment.

## 2) Le cadre réglementaire

Les engagements d'un assureur sont représentés au bilan par les provisions techniques. Sous Solvabilité 1, le provisionnement repose sur l'article 141-1 du règlement ANC 2015-11 du 26/11/2015 qui énonce que les assureurs doivent être en mesure de justifier de l'évaluation de provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis-à-vis des assurés. Cette suffisance dans les provisions techniques implique que le montant calculé est supérieur au montant probable. Le calcul des provisions techniques sous Solvabilité 1 est donc supposé inclure une marge de prudence.

Sous la directive Solvabilité 2, les provisions ne doivent plus être calculées sur une base prudente mais sous la forme de *Best Estimate* ou « meilleure estimation possible » et d'une marge de risque évaluée séparément.

La meilleure estimation correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents. Le calcul de la meilleure estimation est fondé sur des informations actualisées et crédibles et des hypothèses réalistes et il fait appel à des méthodes actuarielles et statistiques adéquates, applicables et pertinentes.

La Marge de Risque est calculée de manière à garantir une valeur des provisions techniques équivalente au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance. Il s'agit d'un coût du capital minimum pour couvrir ses engagements avec une probabilité de 99,5%, encadré par des règles strictes et qu'il ne faut donc pas confondre avec la marge de prudence qui est l'objet de ce mémoire.

## 3) Provisionnement et tables réglementaires du BCAC

Les garanties Arrêt de Travail (Incapacité, Invalidité, Passage en Invalidité) demandent un provisionnement spécifique pour le calcul des provisions mathématiques (PM). La réglementation française (article 143-2 du règlement ANC 2015-11 du 26/11/2015) impose aux organismes assureurs l'utilisation de tables de maintien et de passage en incapacité/invalidité parmi les suivantes :

- les lois réglementaires produites par le Bureau Commun des Assurances Collectives (BCAC),

- ou bien des lois d'expérience à faire certifier et suivre par un actuair e indépendant et agréé à cet effet par l'une des associations d'actuai res reconnues par l'Autorité de contrôle prudentiel et de résolution.

Les tables produites par le BCAC ont été construites initialement en 1993 à partir d'une étude réalisée sur un portefeuille rassemblant les plus grandes compagnies d'assurance françaises de l'époque. Puis elles ont été modifiées et allongées dans le cadre du recul de l'âge de départ à la retraite par l'arrêté du 24 Décembre 2010 fixant les règles de provisionnement des garanties Incapacité de travail, Invalidité et Décès paru au Journal Officiel du 30 Décembre 2010.

Bien que représentative de l'ensemble des catégories professionnelles (ouvriers, cadres, employés, techniciens et agents de maîtrise) des entreprises françaises, elles peuvent conduire à des résultats peu adaptés à la population couverte par un assureur particulier. De plus, la sinistralité en arrêt de travail a évolué depuis 1993 et n'est plus représentative de la sinistralité actuelle.

#### 4) Les nouvelles tables du BCAC

De nouvelles lois ont été reconstruites entièrement en 2013 et ont livré la conclusion que les anciennes tables étaient trop prudentes globalement. Dans le détail par garanties, sur la base d'un portefeuille type, les effets sur le provisionnement par tête sont les suivants (*source : Actuaris, S. Urgesi, A. Pichard (2015), Infotech #32 : Prévoyance – Risque Incapacité/Invalidité : Projet de nouvelles tables BCAC*) :

Risque	Variation de provisions
Incapacité en cours	-20%
Invalidité en attente	-23%
Invalidité en cours	4%

Si ces résultats dépendent évidemment des caractéristiques du portefeuille étudié et peuvent être différents d'un assureur à un autre, cette tendance s'est globalement vérifiée sur le marché.

Sur les données Mutex de 2019, des résultats similaires ont été obtenus :

Prévoyance Collective hors collectivités locales				
PM Arrêt de Travail	Table BCAC réglementaire	Table BCAC 2013	Impact	Impact %
PM incapacité en cours	120 819 485	96 177 378	-24 642 107	-20,4%
PM invalidité en attente	454 183 639	362 699 437	-91 484 202	-20,1%
PM invalidité en cours	765 927 488	797 253 790	31 326 302	4,1%
<b>Total</b>	<b>1 340 930 612</b>	<b>1 256 130 605</b>	<b>-84 800 008</b>	<b>-6,3%</b>

Tableau 2 : Influence des tables des tables du BCAC 2013 sur le calcul des PM

## 5) Le calcul des PM

Les provisions mathématiques (PM) en arrêt de travail sont calculées suivant divers éléments. L'outil utilisé est Addactis PM Expert<sup>®</sup>, une solution actuarielle pour le calcul des provisions techniques en prévoyance et santé.

La formule de base de la PM de maintien en invalidité pour le versement d'une rente annuelle de 1€ est :

$$PM^{INV}(age, anc) = \sum_{k=anc+1}^{age_{max}-age} \frac{1}{(1+tx)^{k-anc}} \times \frac{l^{INV}(age, k)}{l^{INV}(age, anc)} ,$$

avec :

- age = âge d'entrée dans l'état d'invalidité
- anc = nombre d'années écoulées depuis l'entrée en invalidité
- age<sub>max</sub> = âge maximale dans l'état d'invalidité
- tx = taux technique annuel
- l<sup>INV</sup>(x,k) = loi/nombre de maintien en invalidité pour un individu entré dans cet état à l'âge x et avec une ancienneté dans cet état de k années

La formule de base de la PM de maintien en incapacité pour le versement d'une indemnité mensuelle de 1€ est :

$$PM^{INC}(age, anc) = \sum_{k=anc+1}^{anc_{max}} \frac{1}{(1+tx)^{\frac{k-anc}{12}}} \times \frac{l^{INC}(age, k)}{l^{INC}(age, anc)} ,$$

avec :

- age = âge d'entrée dans l'état d'incapacité
- anc = nombre de mois écoulés depuis l'entrée en incapacité
- anc<sub>max</sub> = ancienneté maximale en nombre de mois dans l'état d'incapacité
- tx = taux technique annuel
- l<sup>INC</sup>(x,k) = loi/nombre de maintien en incapacité pour un individu entré dans cet état à l'âge x et avec une ancienneté dans cet état de k mois

La formule de base de la PM d'invalidité en attente pour le versement d'une indemnité mensuelle de 1€ est :

$$PM^{IVA}(age, anc) = \sum_{k=anc+1}^{anc_{max}} \frac{1}{(1+tx)^{\frac{k-anc}{12}}} \times \frac{s(age, k)}{l^{INC}(age, anc)} \times PM^{INV}\left(age + \frac{k}{12}, 0\right) ,$$

avec :

- age = âge d'entrée dans l'état d'incapacité
- anc = nombre de mois écoulés depuis l'entrée en incapacité
- anc<sub>max</sub> = ancienneté maximale en nombre de mois dans l'état d'incapacité
- tx = taux technique annuel
- s(x,k) = loi/nombre de passage en invalidité pour un individu entré en incapacité à l'âge x et avec une ancienneté dans cet état de k mois
- l<sup>INC</sup>(x,k) = loi/nombre de maintien en incapacité pour un individu entré dans cet état à l'âge x et avec une ancienneté dans cet état de k mois
- PM<sup>INV</sup>(x,k) = formule de base de la PM de maintien en invalidité pour un individu entré dans cet état à l'âge x et avec une ancienneté dans cet état de k années

Comme constaté, le calcul des PM s'appuie sur les nombres de maintien et de passage et des probabilités qui en découlent. Cependant ils n'ont pas tous la même importance au regard du montant total des PM. La répartition des montants de PM et des nombres d'individus par âge d'entrée en invalidité donne un premier ordre d'idées :

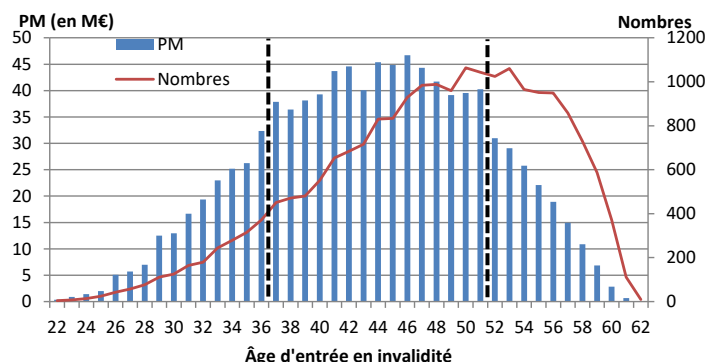


Figure 3 : Répartition de la PM d'invalidité et des nombres d'individus par âge d'entrée

Les PM pour les âges d'entrée en invalidité inférieurs à 36 ans sont faibles vis-à-vis du volume total de PM (proportion de 19%) du fait du faible nombre d'individus (9%) à ces âges là. Les PM pour les âges d'entrée en invalidité compris entre 37 et 51 ans représentent 64% du volume total des PM sans pour autant porter sur une portion d'individus aussi grande (55%). Cela est dû au fait que les PM sont plus fortes quand l'âge d'entrée en invalidité est petit (le temps pour atteindre l'âge de départ à la retraite, principale cause de sortie de l'état d'invalidité, est plus long). Quant aux PM pour les âges d'entrée en invalidité compris supérieurs à 52 ans, elles sont plus faibles (17% du volume total de PM) bien qu'elles portent sur 36% des individus. Les PM sont ici moins fortes étant donné que l'âge de départ à la retraite se rapproche et que la durée restante à provisionner est donc plus petite. Cet effet prend progressivement le pas sur l'effet nombre. Par conséquent, lors de la construction des nombres de maintien, un intérêt particulier sera porté à la tranche d'âge d'entrée [37 ; 51] ans. Les tranches d'âge d'entrée adjacentes seront plus susceptibles d'être lissées à l'approche des âges extrêmes. À noter que la moyenne des âges d'entrée est de 48 ans, et elle descend à 44 ans avec pondération par les PM. L'ancienneté moyenne est de 7 ans, et de 6 ans avec pondération par les PM.

En incapacité, le graphique qui suit montre clairement que les montants totaux de PM par âge d'entrée sont forts lorsque le nombre d'individus est fort et inversement :

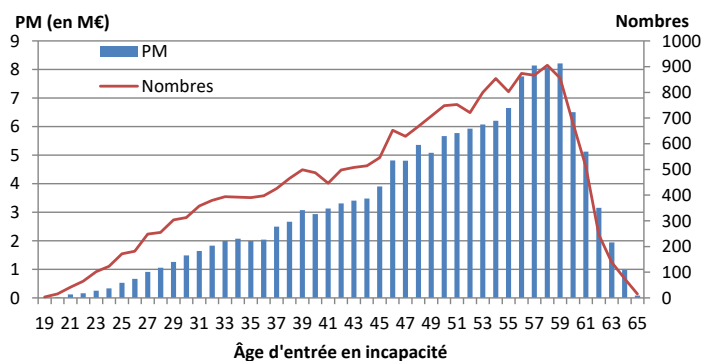


Figure 4 : Répartition de la PM d'incapacité et des nombres d'individus par âge d'entrée

65% du montant total des PM se trouve dans la tranche d'âge [46 ; 61] ans, ce qui en fera la tranche d'âge d'entrée d'attention lors de la construction de la table de maintien en incapacité. La moyenne des âges



d'entrée est de 47 ans, et elle monte à 49 ans avec pondération par les PM. L'ancienneté moyenne est de 1 an, pondérée ou non par les PM.

La répartition de la PM d'invalidité en attente par âge d'entrée en incapacité se rapproche de la PM de maintien en invalidité :

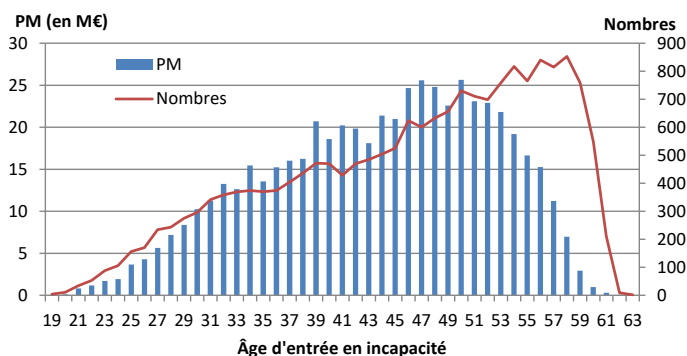


Figure 5 : Répartition de la PM d'invalidité en attente et des nombres d'individus par âge d'entrée

65% du montant total des PM repose sur la tranche d'âge [39 ; 55] ans. Davantage d'attention sera portée sur cette tranche d'âge d'entrée lors de la construction des nombres de passage en invalidité. La moyenne des âges d'entrée est de 46 ans, et elle descend à 44 ans avec pondération par les PM. L'ancienneté moyenne est de 1 an, pondérée ou non par les PM.

Il est à noter que les nombres de maintien et de passage ont aussi plus ou moins d'importance suivant l'ancienneté dans l'état. Comme les PM somment les lx de l'ancienneté au moment du calcul à l'ancienneté maximale, les nombres de maintien et de passage sur les anciennetés de fin de table interviennent systématiquement dans le calcul, contrairement au début de table. L'estimation des probabilités de maintien et de passage au fur et à mesure que l'ancienneté dans l'état croît fera l'objet d'une vigilance particulière.

## 6) Mutex : l'entreprise, des spécificités, son portefeuille

Mutex, société régie par le Code des assurances, a été créée en 2011 en substitution de l'UNPMF (Union Nationale Pour la Mutualité Française). Mutex propose des produits en prévoyance, santé, épargne et retraite aussi bien à l'intention des particuliers que des collectivités territoriales, des professionnels et des entreprises.

Concernant la prévoyance, Mutex propose des garanties d'arrêt de travail (incapacité/invalidité, incapacité seule ou invalidité seule), décès, décès accidentel, rente de conjoint, rente éducation et dépendance.

Les produits sont commercialisés principalement par le réseau de distribution des mutuelles partenaires parmi lesquelles on peut citer les mutuelles du Groupe VYV, actionnaire majoritaire de Mutex, telles que Harmonie Mutuelle, Chorum, MGEN, MNT, mais aussi une soixantaine de mutuelles indépendantes dont les mutuelles du Groupe Aesio, le Groupe Matmut/Mutuelle Ociane, et autres. Mutex répond également à des appels d'offres dans le cadre de contrats nationaux d'assurance collective prévoyance et santé. Mutex a la particularité d'avoir une grande partie du portefeuille lié à l'économie sociale avec par exemple la CCN



(Convention Collective Nationale) des établissements et services pour personnes inadaptées et handicapées ou encore la CCN des acteurs du lien social et familial.

Le périmètre d'étude est un portefeuille de sinistres en Arrêt de Travail sur trois types de contrats :

- des contrats de Prévoyance Collective de type CCN d'organismes hospitaliers, médicaux, sociaux, etc.,
- des contrats de régimes spéciaux de collectivités locales,
- des contrats de Prévoyance Individuelle sur des travailleurs non salariés (TNS),
- des contrats de Prévoyance Individuelle sur des travailleurs salariés (TS).

La répartition des PM suivant ces trois sous-périmètres est la suivante :

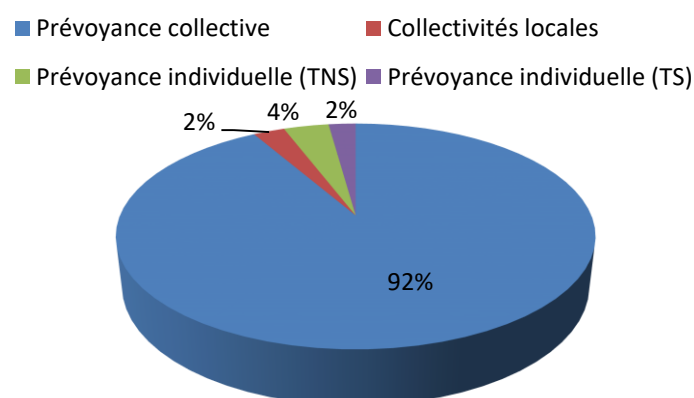


Figure 6 : Répartition du volume de PM par périmètre

Le portefeuille est principalement constitué de contrats de Prévoyance collective hors collectivités locales (92%). Cette étude portera donc principalement sur cette maille, tout en gardant le plus longtemps possible les autres périmètres jusqu'à trouver des éléments qui justifient de leur éventuelle exclusion.

## 7) Traitement des données

Les données ont été extraites à la maille la plus fine, par période d'indemnisation, depuis l'année comptable 2009, année à partir de laquelle les montants de prestations totaux correspondent à ceux enregistrés lors des inventaires, jusqu'à 2019. Pour les sinistres survenus sur des années antérieures à 2009, une autre extraction est faite en complément pour ramener les périodes d'indemnisation depuis le début du sinistre.

Il est à noter que plus les sinistres sont anciens, moins les périodes d'indemnisation sont disponibles. Ce souci affecte particulièrement l'invalidité, risque long, et nos observations nous amènent à considérer des périodes d'indemnisation complètes en invalidité à partir de l'année de survenance 2008.

Les variables extraites sont présentées en [Annexe 1](#). Chacune de ces variables semble apporter une information pertinente pour cette étude. Cependant, toutes ne seront pas utilisées, soit parce qu'elles sont incomplètes, soit l'information n'est pas compréhensible ou simplement inexploitable. C'est notamment le cas pour les variables relatives aux franchises et aux options.

Les principales étapes de traitements sur la base de données sont maintenant présentées.

### **Clé principale**

La clé principale pour déterminer un élément unique pour la construction des tables d'expérience est : [Evt...Numéro.d.évènement, Rat...Date.de.rattachement].

Le choix de cette clé se justifie par le fait qu'en incapacité un individu peut avoir plusieurs évènements très rapprochés mais avec des dates de survenance/rattachement différentes.

### **Clé secondaire**

La clé secondaire pour le traitement des données est la clé principale à laquelle on rajoute : [Pga...Code.Garantie.de.référence, Gpr...Libelle.long].

Pour un individu en incapacité, un même évènement générateur peut éventuellement déclencher l'indemnisation sur plusieurs garanties.

### **Variables explicatives**

Les variables qualitatives conservées suivant la clé secondaire sont celles observées à la 1<sup>ère</sup> date de comptabilisation.

### **Gestion des annulations**

La principale difficulté est de pouvoir mettre en place des procédures pour gérer les annulations. En effet, sur 7 813 575 lignes de périodes d'indemnisation, la base initiale contient 491 606 lignes de prestations négatives soit 6,3% de la base, et 30 213 lignes de prestations vides soit 0,4%. Tout l'enjeu consiste à les réassocier aux périodes d'indemnisation qu'elles sont censées annuler. Les opérations suivantes sont dès lors menées :

- Regroupement suivant la clé secondaire, ainsi que par périodes d'indemnisation identiques et un montant de prestation négatif égal à son inverse  
→ résultat : 389 005 lignes traitées, 102 601 lignes de prestations négatives restantes soit 1,3% de la base, et 30 213 lignes de prestations vides soit 0,4%
- Somme des prestations suivant la clé précédente (clé secondaire et par période d'indemnisation) : si le résultat est positif la ligne est conservée sans annotation, si le résultat est nul la ligne est indiquée comme étant annulée, si le résultat est négatif la ligne reste à traiter  
→ résultat : l'agrégation diminue le nombre de lignes de la base à 6 566 737, il reste 18 223 lignes de prestations négatives soit 0,3% de la base, et 3 376 lignes de prestations vides
- Regroupement suivant la clé secondaire, ainsi que par périodes d'indemnisation identiques et un montant de prestation négatif égal à son inverse

- Regroupement suivant la clé secondaire, avec un montant de prestation négatif égal à son inverse et une période d'annulation incluse dans la période de la saisie originelle  
→ résultat : 316 lignes traitées, 17 907 lignes de prestations négatives restantes soit 0,3% de la base, et 3 376 lignes de prestations vides soit 0,4%
- Somme des prestations suivant la clé secondaire et au sein de périodes d'indemnisation les plus larges (exemple [a ;b]+[a ;c]+[c ;d]+[a ;e]=[a ;e])  
→ résultat : l'agrégation diminue le nombre de lignes de la base à 6 449 658, il reste 14 974 lignes de prestations négatives soit 0,2% de la base, et 2 121 lignes de prestations vides, et dont 13 210 lignes où il n'y a que des sommes de prestations nulles sur une agrégation suivant la clé secondaire. La gestion des annulations est stoppée à ce niveau là.

### **Agrégation de la base suivant la clé secondaire (avec somme des prestations et des durées d'indemnisation)**

Le regroupement suivant la clé secondaire amène la création d'une base de 1 334 189 lignes.

Lors de ce regroupement, la durée d'indemnisation, qui est notre variable d'étude, peut être calculée différemment suivant les hypothèses envisagées et on définit pour la suite un scénario de calcul pour chaque hypothèse. Le 1<sup>er</sup> lot de scénarios est le suivant :

- ❖ Pour chaque élément de la clé secondaire, pour chaque période d'indemnisation  $i$ ,

$$durée\ indemnisation = \sum_i durée\ indemnisation_i - jours\ superposés\ entre\ périodes$$

On cherche ici à exclure les périodes de discontinuité pendant lesquelles l'individu reprend le travail avant de rechuter.

- ❖ Pour chaque élément de la clé secondaire,

$$durée\ indemnisation = date\ max\ fin\ indemn - date\ min\ début\ indemn + 1$$

Les périodes de discontinuité sont prises en compte même sans indemnisation dans ces intervalles de temps, ceci afin de ne pas tenir compte du montant des prestations mais uniquement du risque pur de se maintenir en arrêt de travail sur la durée.

La tendance est à préférer le 1<sup>er</sup> scénario au vu du calcul des PM qui est un montant d'indemnisation multiplié par une durée de maintien probable. Si le montant est nul (notamment pendant les périodes de discontinuité), il n'y a pas à provisionner ces intervalles de temps. Néanmoins, le montant d'indemnisation est fixé pour le calcul des PM alors qu'il peut évoluer au fil du temps. S'il existe une incertitude autour du montant, il peut être aussi intéressant d'inclure une certaine prudence dans le calcul de la durée de maintien totale. C'est en cela que le 2<sup>ème</sup> scénario prend son sens.

Le 2<sup>ème</sup> lot de scénarios, combiné au 1<sup>er</sup> lot, amène à des calculs de durée d'indemnisation :

- ❖ sans vérification sur le montant de prestation
- ❖ seulement si le montant de prestation de la période n'est pas vide

- ❖ seulement si le montant de prestation de la période n'est pas vide et  $\geq 0,01$
- ❖ seulement si le montant de prestation de la période n'est pas négatif
- ❖ seulement si le montant de prestation de la période n'est ni vide ni négatif
- ❖ seulement si le montant de prestation de la période n'est ni négatif ni une annulation
- ❖ seulement si le montant de prestation de la période n'est ni vide ni négatif ni une annulation

En effet, ces différents scénarios sont censés permettre de mesurer les conséquences relatives à des questions demeurant sans réponse que l'on se pose quant à la gestion des prestations. Ces questions sont les suivantes.

→ Que signifie une prestation vide : le dossier de prestation est ouvert mais non validé, la période d'indemnisation n'est pas couverte à cause d'un délai de carence ou de conditions insuffisantes, la personne est-elle réellement en arrêt de travail pendant cette période ou non ?

→ En plus des conditions citées précédemment, comment considérer une prestation nulle et une prestation annulée ? L'indemnisation de l'assureur intervient après indemnisation de la Sécurité Sociale, et la somme des indemnisations ne peut pas dépasser le salaire habituel de l'assuré. C'est ce qu'on appelle la règle de cumul. Par conséquent, un individu dans cette situation continue d'être en arrêt de travail malgré le montant d'indemnisation nul affiché dans les bases de l'assureur.

### **Agrégation de la base suivant la clé principale**

L'agrégation suivant cette clé permet de passer de 1 334 189 lignes à 1 179 422 lignes réparties en :

- 1 133 509 lignes en incapacité,
- 45 913 lignes en invalidité.

Sur les variables qualitatives, on retient la modalité de la dernière période d'indemnisation. Sur les variables quantitatives, particulièrement l'ancienneté maximale autorisée, on retient la valeur maximale.

Ce traitement est nécessaire pour gérer le fait que les garanties s'enchaînent plus souvent qu'elles ne s'activent simultanément (exemples : garantie mensualisation qui se poursuit avec la garantie relais, IJ rachat de franchise qui précède l'IJ principale, IJ hospitalisation ou accident suivie de l'IJ de la formule de base)

### **Franchise**

La franchise est recalculée par différence de la première date de début d'indemnisation et de la date de survenance pour les sinistres en incapacité, et de la date de passage en invalidité pour les sinistres en invalidité.

### **Durée d'indemnisation et définition de l'ancienneté**

Pour définir l'ancienneté utilisée pour le calcul des PM, qui est le nombre de mois ou d'années écoulés dans l'état d'incapacité ou d'invalidité, son estimateur est construit sur la base des données historiques comme ceci :

$$\text{ancienneté} = \text{durée indemnisation} + \text{franchise}$$

Comme vu précédemment, la durée d'indemnisation est la principale variable d'étude. Cependant, il faut rajouter la franchise dans le calcul de l'ancienneté. En effet, pour le calcul des PM l'ancienneté est égale à la différence de temps entre la date de calcul des PM et la date de survenance, donc franchise incluse. On observe également sur les données que les 1095 jours sont souvent atteints par somme de ces 2 éléments.

### Troncatures à gauche

La franchise intervient comme troncature à gauche, c'est-à-dire que la période d'indemnisation n'est observable que si elle dépasse la franchise. Cela influe l'estimateur de l'ancienneté en augmentant artificiellement sa valeur car les durées d'arrêt de travail des individus ne dépassant pas la franchise, donc de petites durées, ne seront pas prises en compte. Cependant, sachant que les anciennetés sont à minima exprimées à l'unité mensuelle, seuls les premiers taux de survie sont touchés et ils ne représentent pas une forte portion dans le calcul des PM comme on peut le voir sur le graphique suivant :

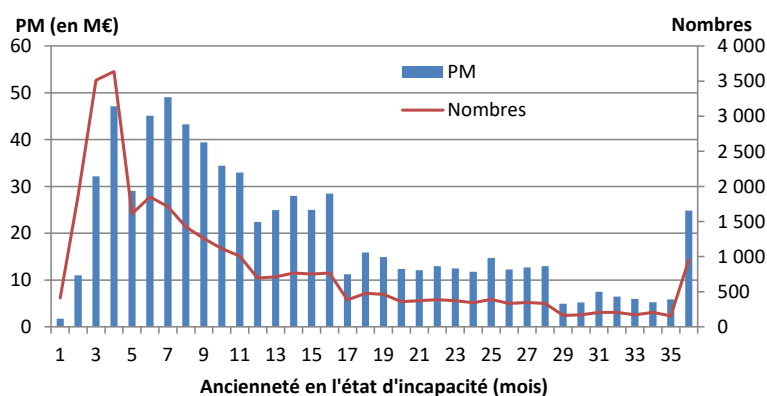


Figure 7: Répartition du total de la PM d'incapacité et d'invalidité en attente, et des nombres d'individus par ancienneté dans l'état d'incapacité

Les anciennetés 1 et 2 mois présentent des niveaux de PM bas, et le sont d'autant plus par rapport aux effectifs. En effet, le début de graphique est le seul moment où la courbe des nombres d'individus est au-dessus des histogrammes de volume de PM, ce qui indique une PM moyenne par individu faible pour les petites anciennetés.

### Censures à droite

#### ❖ 1<sup>ère</sup> censure à droite : l'année de fin d'extraction

Les durées d'indemnisation sont censurées à droite par le fait que nos extractions de données s'arrêtent à l'année comptable 2019, c'est-à-dire que pour les arrêts de travail en cours sur la fin d'année 2019 on observe la date de fin d'indemnisation de la dernière période connue, plutôt que la date réelle de fin de l'arrêt de travail.

Afin de tenir compte des délais de gestion, on définit cette censure à droite à partir du 31/08/2019. Tous les sinistres ayant une date de fin d'indemnisation au cours des 4 derniers mois de l'année 2019 sont considérés

comme censurés à droite. Afin de le justifier, la répartition du nombre de sinistres par date de dernière fin d'indemnisation est présentée :

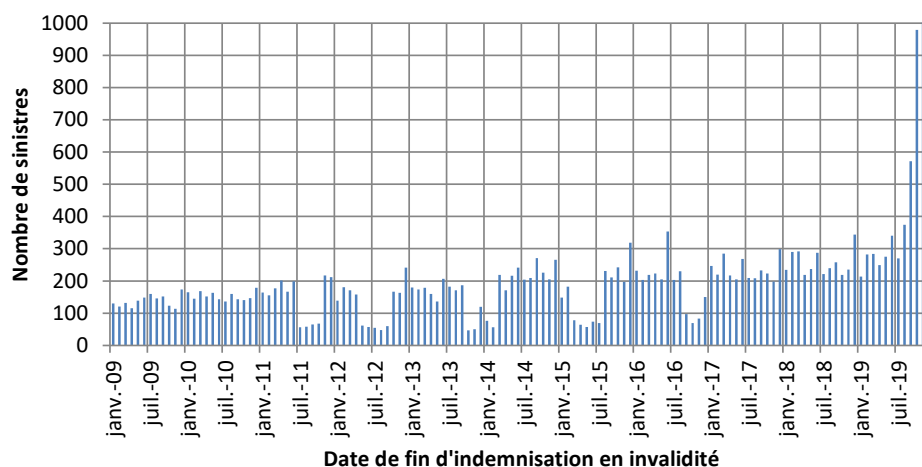


Figure 8 : Répartition du nombre de sinistres en invalidité en fonction de la dernière date de fin d'indemnisation

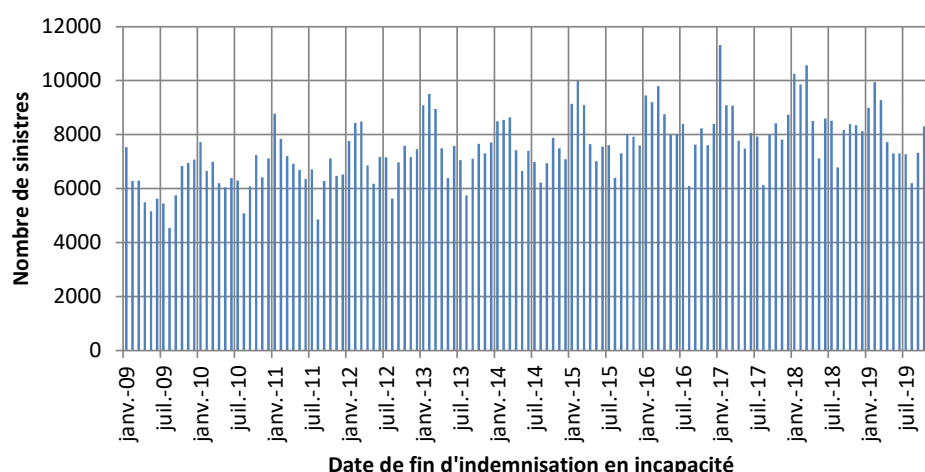


Figure 9 : Répartition du nombre de sinistres en incapacité en fonction de la dernière date de fin d'indemnisation

En invalidité, il apparaît de façon évidente que sur les 4 derniers mois de 2019 le nombre de sorties est anormalement élevé, le chiffre dépassant les 400 alors qu'il ne dépasse pas ce niveau sur l'historique. Cela corrobore notre hypothèse de censurer à droite les données sur ces 4 mois.

En incapacité, les nombres de sorties sont saisonniers : forts en début d'année, faible en milieu d'année, et de nouveau forts en fin d'année. Sur 2019, seul le mois de décembre ne suit pas la tendance observée sur l'historique. Néanmoins, la règle valable sur l'invalidité est également retenue pour censurer les données sur les 4 derniers mois.

Cette censure concerne particulièrement les données en invalidité : 46% des individus en invalidité sont concernés, contre seulement 3% pour les individus en incapacité.

## ❖ 2<sup>ème</sup> censure à droite : l'ancienneté maximale en incapacité

Une deuxième censure à droite est cette fois ci propre à l'incapacité. Un bon nombre de garanties d'incapacité ne se limitent pas aux 1095 jours classiques (l'équivalent de 36 mois, soit 3 années) mais se terminent avant : 90, 60, 180 jours sont les autres anciennetés limites que l'on retrouve majoritairement.

Sachant la table de maintien en incapacité est construite sur 36 mois, il faut considérer cette censure à droite pour tous les sinistres dont la durée d'indemnisation atteint et s'arrête à l'ancienneté maximale de leur garantie. La notion d'ancienneté limite est présente par tête lors du calcul des PM, il n'est donc pas nécessaire de réduire artificiellement les durées de maintien (en ne définissant pas de censures à droite) pour tenir compte du panel des anciennetés limite dans le portefeuille.

Cette censure affecte 13% des individus en incapacité.

## ❖ 3<sup>ème</sup> censure à droite : l'âge de départ à la retraite

Une troisième censure à droite porte principalement sur l'invalidité. L'âge de départ à la retraite est bien souvent la cause de sortie d'invalidité. Or il n'est pas forcément judicieux de tenir compte de ce motif dans la construction de notre table de maintien en invalidité. En effet, le calcul des PM tête à tête se fait avec la connaissance de l'âge de départ à la retraite ce qui permet d'arrêter la somme des lx. Pour cette raison, les données sont considérées censurées à droite dès lors que les individus semblent atteindre l'âge de départ à la retraite, bien que cet âge soit inconnu.

La Réforme des Retraites du 9 novembre 2010 a relevé l'âge légal de départ à la retraite de 60 à 62 ans pour les personnes nées à compter du 1<sup>er</sup> janvier 1956. Pour les personnes nées avant cette date le passage se fait de manière croissante à raison de 4 mois par génération :

- 60 ans et 4 mois pour les assurés nés entre le 1<sup>er</sup> juillet et le 31 décembre 1951 (sortie en 2011/2012),
- 60 ans et 8 mois pour ceux qui sont nés en 1952 (sortie en 2012/2013),
- 61 ans pour ceux nés en 1953 (sortie en 2014),
- 61 ans et 4 mois pour ceux qui sont nés en 1954 (sortie en 2015/2016),
- 61 ans et 8 mois pour ceux qui sont nés en 1955 (sortie en 2016/2017),
- 62 ans pour les assurés nés à partir du 1<sup>er</sup> janvier 1956.

L'âge légal de départ à la retraite est donc porté à 62 ans depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2018. Notre portefeuille contient des âges lors de la sortie d'invalidité assez divers :



Figure 10 : Répartition des âges des invalides par année lors de la fin d'indemnisation

Comme on peut le voir, la Réforme des Retraites a influé les âges de sortie, la majorité passant progressivement de 60 à 61 puis 62 ans. Comme on travaille avec des âges arrondis, on ne voit pas d'effet sur l'année 2011 (âge de départ à 60 ans et 4 mois, arrondi à 60 ans). De même dès l'année 2017 l'arrondi des âges amène à considérer le 61 ans et 8 mois comme étant 62 ans. Pour les années 2012 à 2016, il est difficile de distinguer les sorties pour départ à la retraite des autres, sachant que les sorties avant 60 ans (donc hors cause départ à la retraite) ne sont pas négligeables et représentent 20 à 30% des sorties. Partant de ce constat, une forte incertitude sur la cause de sortie pèse sur tous les départs à 60 et 61 ans entre 2012 et 2016.

La proportion des sorties à 60 ans à partir de 2013, alors l'âge de départ à la retraite est au minimum de 60 ans et 8 mois à partir de cette année là, est anormalement élevée. Une décomposition par produit révèle des âges de sortie d'invalidité particuliers et relatifs au portefeuille des collectivités locales :

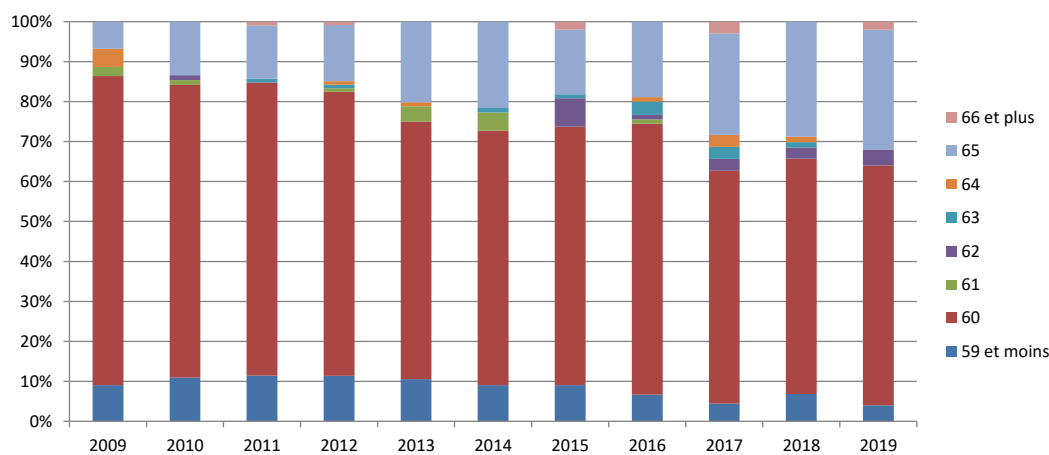


Figure 11 : Répartition des âges des invalides par année lors de la fin d'indemnisation pour les Collectivités locales

Ceux-ci bénéficient de régimes particuliers qui peuvent leur permettre de partir à la retraite à l'âge de 60 ans. La proportion de départ à 65 ans est également non négligeable. Quoiqu'il en soit, il semble impossible de statuer sur des départs en retraite ou des sorties d'invalidité pour d'autres raisons à partir de l'âge de 60 ans sur les collectivités locales.



La conclusion est que les données sont considérées comme censurées à droite :

- pour les années 2009 à 2011, si l'âge de fin d'indemnisation est égal à 60 ans
- pour l'année 2012, si l'âge de fin d'indemnisation est égal à 60 ou 61 ans
- pour les années 2013 à 2014, si l'âge de fin d'indemnisation est égal à 61 ans
- pour les années 2015 à 2016, si l'âge de fin d'indemnisation est égal à 61 ou 62 ans
- pour les années 2017 à 2019, si l'âge de fin d'indemnisation est égal à 62 ans
- pour les collectivités locales, si l'âge de fin d'indemnisation est supérieur ou égal à 60 ans.

Étant donné le recul progressif de l'âge de départ à la retraite entre 2011 et 2018, on aurait pu être plus précis et proposer des censures sur des âges arrondis à la 1<sup>ère</sup> décimale. Dans les faits, beaucoup d'individus ont un âge de sortie d'invalidité pas très éloigné de la règle de recul progressif, mais pas suffisamment proche pour décider de se fier à cette 1<sup>ère</sup> décimale. Par prudence, la règle énoncée sur les âges arrondis en nombres entiers est conservée.

Cette censure, particulièrement forte comme on pouvait le voir sur les deux derniers graphiques, concerne 36% des individus en invalidité.

- ➔ Les trois censures existantes et décrites ci-dessus affectent fortement à la baisse les estimateurs de l'ancienneté et rendent les modèles qui se basent sur les moyennes inexploitable. Il est ainsi essentiel de construire un indicatif signalant une censure atteinte tête par tête.

### **Conversion des âges et anciennetés**

Les âges sont arrondis à l'entier le plus proche. Les anciennetés exprimées en jours sont converties en années pour la table de maintien en invalidité en divisant par 365,25, et en mois pour les tables de maintien en incapacité et de passage en invalidité en divisant par (365,25/12). Elles sont ensuite également arrondies à l'entier le plus proche.

### **Retrait de données non utiles ou biaisées**

En incapacité, les garanties sous-représentées (< 0,05%) dans les PM (IJ3, IJ4, IJ5, IJA, IJF, IJH, IJM, IJP) sont retirées pour ne garder que IJ1 (82% des dossiers pour 98% du montant des PM), IJ2 (17% des dossiers pour 0,8% du montant des PM), IJ6 (0,5% des dossiers pour 0,4% du montant des PM).

En invalidité, les sinistres payés sous forme de capital (garantie RI4) sont retirés. Ces sinistres n'engendrent pas de calcul de PM, il n'y a pas de notion de durée de maintien, et ils auraient donc biaisé nos estimateurs.

Les risques en cours sont des dossiers d'indemnisation dont la gestion a débuté chez un autre assureur avant d'être transférée. Il y a de fortes présomptions de troncatures à gauche sur ces données, c'est-à-dire qu'on aurait seulement connaissance des individus qui se maintiennent depuis un certain temps, et que par conséquent nous n'aurions pas connaissance de tous les sinistres plus courts. L'estimateur de Kaplan-Meier utilisé par la suite confirme cette hypothèse de taux de maintien plus forts, ce qui pousse à retirer ces risques en cours afin de ne pas introduire un biais dans les estimateurs.

Les deux bases finales contiennent respectivement :

- 1 014 952 lignes en incapacité dont 155 767 censures à droite (28 465 censures par l'année de fin d'extraction et 127 302 censures par ancienneté maximale atteinte),
- 43 479 lignes en invalidité dont 35 749 censures à droite (20 091 censures par l'année de fin d'extraction et 15 658 censures par âge de départ à la retraite atteint).

## Chapitre 2 - Construction de tables d'expérience sur le maintien et passage en incapacité/invalidité

L'ensemble des traitements de données amène à l'obtention d'une base de données dont la variable d'intérêt est la durée de maintien dans l'état d'incapacité ou d'invalidité. La présence de censures dans les données implique un biais dans les estimateurs classiques et c'est dans ce cadre que l'estimateur de Kaplan-Meier trouve son intérêt. Les lois d'expérience seront construites suivant cet estimateur avant d'être lissées avec la méthode de Whittaker-Henderson. L'objectif est également de décrire au mieux la durée de maintien suivant les spécificités du portefeuille. Des segmentations vont permettre éventuellement de répondre à cette problématique et celles-ci se feront suivant les modèles de référence en la matière : le modèle de Cox et le modèle d'Aalen.

### 1) Statistiques descriptives

#### 1.1 - Incapacité

Avec 15% de censures, la base d'incapacité n'est pas exploitable pour analyser la fonction de répartition empirique de l'ancienneté passée en l'état. De plus, l'ancienneté limite, au-delà d'être une source de censure à droite, perturbe beaucoup les indicateurs statistiques de base que sont la moyenne ou la médiane. Néanmoins, malgré ce biais, quelques premières tendances sont observables concernant l'influence de variables explicatives et d'éventuels biais seront précisés chaque fois que nécessaire.

L'étude des facteurs qui influent potentiellement la durée de maintien fait l'objet de cette section. Mais avant, il peut être intéressant d'observer l'effet du temps sur cette variable. En effet, la base de données a été construite sur 11 années d'observation et le comportement des individus arrêtés a pu changer suivant le contexte social ou environnemental sur cette période, de la même manière que les tables du BCAC ont été construites en 1993 et que la sinistralité en arrêt de travail a évolué depuis. La variable qui représente ici le temps est l'année de fin d'indemnisation. C'est suivant cette dernière qu'est donc représentée l'évolution de la durée de maintien moyenne ainsi que l'effectif observé :

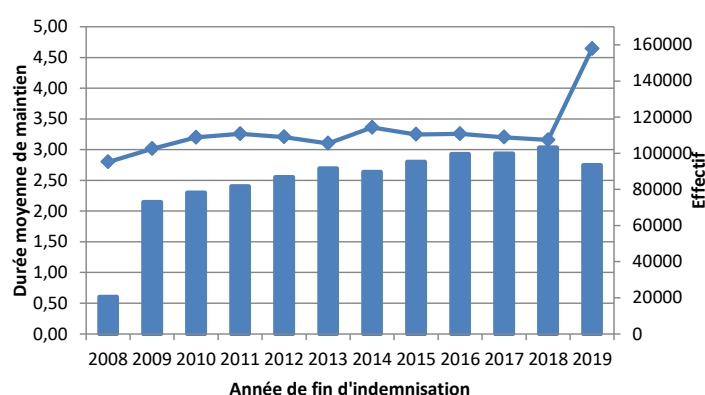


Figure 12 : Durée de maintien moyenne (courbe) et effectif (diagramme en bâtons) par année de fin d'indemnisation

Hormis 2008 qui n'est pas à prendre en compte ici car fortement tronquée à gauche, le nombre de fin d'indemnisation augmente depuis 2009. L'objet de ce mémoire n'est pas d'étudier le taux d'incidence en incapacité, mais cette augmentation peut être liée à deux phénomènes : une croissance du portefeuille, et l'aggravation du risque arrêt de travail depuis des années (en nombre de sinistres). La durée de maintien moyenne est stable avec le temps, sauf pour 2019 où elle est notablement plus forte. Nous n'avons pas d'explication confirmée à cela. Cette hausse concerne toutes les survenances et particulièrement les 4 derniers mois, ceux pour lesquels la 1<sup>ère</sup> censure à droite a été définie. Néanmoins celle-ci aurait dû artificiellement diminuer la durée d'indemnisation. La meilleure hypothèse est la présence de retards de gestion importants sur cette fin d'année 2019. Tous les nouveaux petits sinistres n'ayant pas été saisis, la durée d'indemnisation moyenne a pu augmenter. Quoiqu'il en soit, le temps ne semble pas avoir d'influence, c'est pourquoi l'année de fin d'indemnisation ne sera pas utilisée comme variable de segmentation ou variable explicative.

### Âge d'entrée en incapacité

L'âge d'entrée en incapacité est utilisé dans la construction des tables du BCAC en tant que principale variable influant la durée de maintien. Pour le vérifier, les moyennes de durée de maintien par âge d'entrée sont présentées ci-dessous :

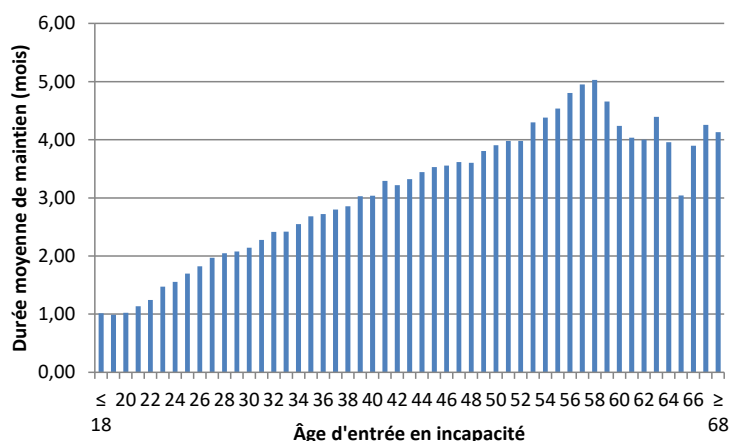


Figure 13 : Durée de maintien moyenne par âge d'entrée en incapacité

La durée de maintien en incapacité est croissante avec l'âge d'entrée entre 18 et 58 ans, ce qui dénote une influence de cette variable : les individus se maintiennent de plus en plus en incapacité quand ils vieillissent. Au-delà de cet âge, l'effet est plutôt décroissant et souligne probablement l'influence de l'âge de départ à la retraite.

Comme l'âge d'entrée sera notre principale variable explicative dans la construction de la table de maintien, sa représentativité est exposée ci-dessous :

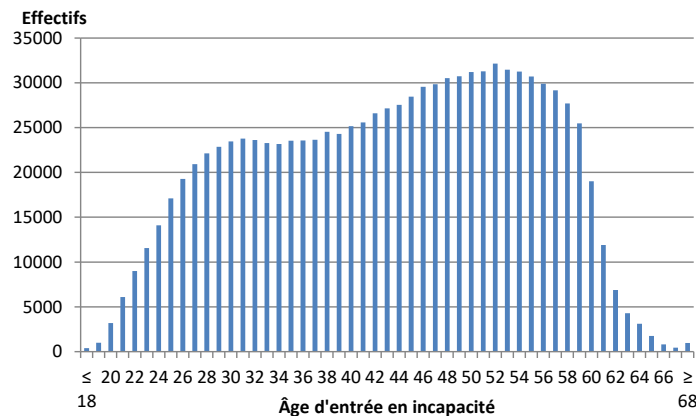


Figure 14 : Nombres d'individus observés par âge d'entrée en incapacité

Bon nombre de données sont présents à tous les âges d'entrée hormis les âges extrêmes. À noter aussi que le nombre d'arrêts de travail augmente avec l'âge avec un pic d'âge à l'entrée à 52 ans.

### Sexe

Le portefeuille des individus en incapacité contient 76% de femmes et 24% d'hommes. Le graphique qui suit a pour l'objectif de déceler une influence du sexe sur la durée de maintien :

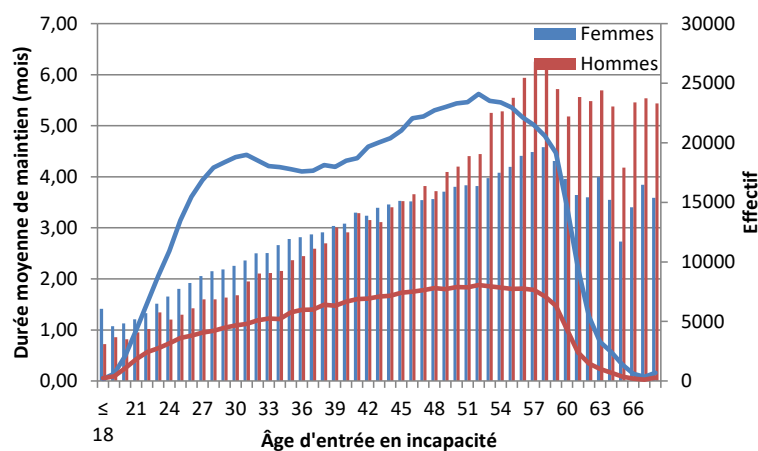


Figure 15 : Durée de maintien moyenne (diagrammes en bâtons) et effectif (courbes) par âge d'entrée en incapacité avec segmentation par sexe

Le graphique peut se diviser en 2 parties : avant et après 40 ans. Avant 40 ans, les femmes se maintiennent plus longtemps en incapacité que les hommes. On peut penser que les congés maternité ou la charge induite par l'éducation des jeunes enfants sont les principales raisons d'arrêts plus longs. Les congés maternité semblent par ailleurs responsables d'arrêts plus importants en nombre pour la gent féminine entre 28 et 32 ans avant de redescendre un peu. À noter toutefois que les congés maternité ne font pas l'objet de provisionnement. Après 40 ans, ce sont les hommes qui font des arrêts de travail plus longs, avec probablement pour cause une qualité de vie meilleure chez les femmes que chez les hommes avec le vieillissement. Il y a donc manifestement une influence du sexe sur la durée de maintien en incapacité et une

segmentation sera tentée suivant cette variable malgré un volume de données moins importants pour la gent masculine.

### Catégorie socio-professionnelle

Il y a dans le portefeuille d'incapacité 2% de produits pour du personnel de cadres, 24% pour des non cadres et 74% pour des ensembles de personnel. Sont décomposées ci-dessous les durées de maintien moyennes par âge d'entrée suivant la CSP pour vérifier l'influence de cette dernière :

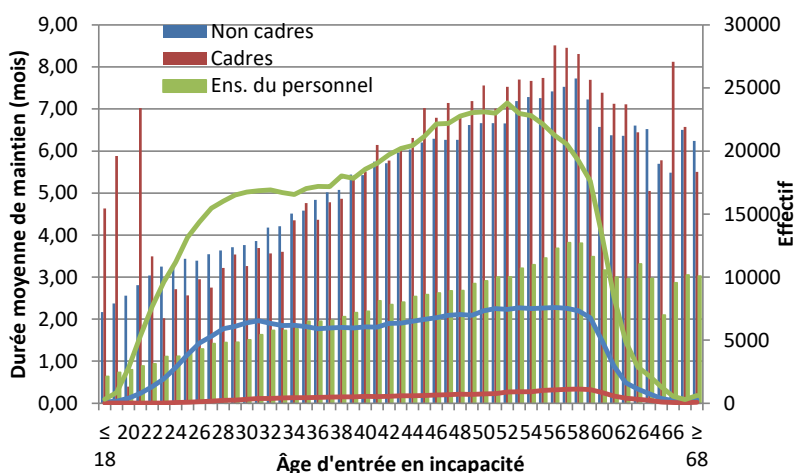


Figure 16 : Durée de maintien moyenne (diagrammes en bâtons) et effectif (courbes) par âge d'entrée en incapacité avec segmentation par CSP

Le faible effectif sur les produits pour les cadres empêche d'avoir une comparaison précise mais il n'y a pas a priori de comportement différent en termes de durée de maintien entre les cadres et non cadres. En revanche les produits pour les ensembles de personnel ont une durée de maintien bien inférieure. Une analyse plus poussée montre que plus de la moitié des anciennetés limites des produits cadres et non cadres est à 1095 jours, alors que la médiane des anciennetés limites pour les ensembles du personnel se situe à 91 jours. Cette classe est donc fortement concernée par la 2<sup>ème</sup> censure à droite alors que les cadres et non cadres le sont moins. La différence entre ces deux groupes se situe donc essentiellement au niveau de la sous-garantie, variable qui sera abordée par la suite. Il est possible que la CSP ne soit pas retenue comme variable discriminante, essentiellement à cause de la sous représentativité des cadres vis-à-vis des non cadres.

### Montant d'indemnité journalière (IJ)

Les montants d'indemnisation annuels ont été subdivisés en 6 classes de tailles égales afin de garder des effectifs suffisants au sein de chaque classe. Le graphique montrant l'influence du montant d'indemnisation sur la durée de maintien par âge d'entrée est le suivant :

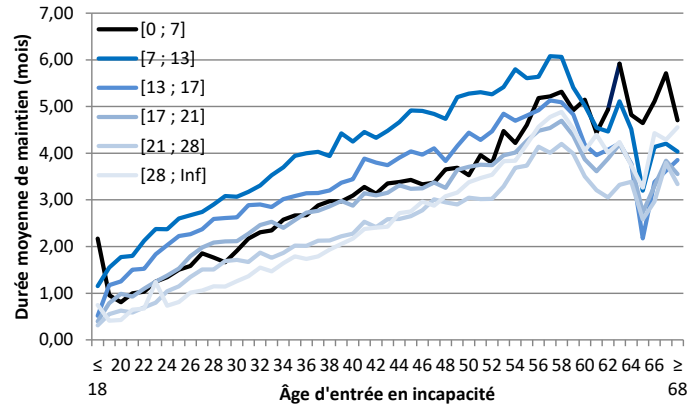


Figure 17 : Durée de maintien moyenne par âge d'entrée en incapacité avec segmentation par montant d'ij

Il y a une influence évidente et progressive du montant d'ij sur le temps passé en incapacité. Plus l'indemnisation est forte, plus la durée de maintien augmente et ce quel que soit l'âge d'entrée. Seules les ij de 0 à 7 euros ne suivent pas cette évolution. Il s'agit d'une tranche où la répartition des sous-garanties n'est pas la même que pour les autres tranches. La sous-garantie « IJ1 » à longue durée (1095 jours maximum) y est plus représentée. Sans chercher plus d'explications à ce niveau, la variable montant d'ij est conservée pour une future segmentation.

### Sous-garantie

Les incapacités se décomposent en plusieurs sous-garanties :

- 63% sont de l'indemnité journalière classique (de durée maximale 1095 jours) que l'on note « IJ1 »,
- 37% sont de l'indemnité journalière de courte durée (type mensualisation) que l'on note « IJ2 »,
- 0,1 % sont de l'indemnité journalière de mise en disponibilité (spécifique aux fonctionnaires) que l'on note « IJ6 ».

Le graphique qui suit a pour objectif de déceler un effet de la sous-garantie sur la durée de maintien en incapacité par âge d'entrée :

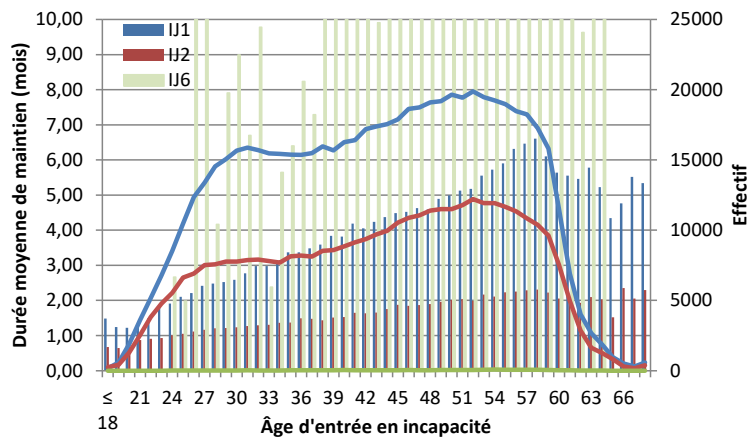


Figure 18 : Durée de maintien moyenne (diagrammes en bâtons) et effectif (courbes) par âge d'entrée en incapacité avec segmentation par sous-garantie

Les trois sous-garanties se comportent complètement différemment. Les « IJ2 » sont effectivement de courte durée sur le graphique, alors que les « IJ6 » sont de très longue durée. Ces sous-garanties forment surtout des classes plus ou moins homogènes d'ancienneté limite :

- 61% des « IJ1 » ont une ancienneté limite à 1095 jours et 18% en-dessous de 90 jours, ce qui en fait la principale sous-garantie « classique » sur 3 ans,
- 62% des « IJ2 » ont des anciennetés limites de 60 ou 90 jours, correspondant bien à de l'incapacité de courte durée,
- 46% des « IJ6 » ont une ancienneté limite à 1095 jours et 24% au-delà, et ce jusqu'à 1825 jours, soulignant un régime spécifique et de très longue durée.

Comparer directement la moyenne des durées d'indemnisation n'a donc pas de sens. Il sera intéressant par la suite de comparer ces sous-garanties sur des portions identiques, notamment grâce à l'estimateur de Kaplan-Meier.

Concernant les « IJ6 », leur faible effectif rendra toute segmentation impossible pour considérer leur spécificité à part. En effet, la forte durée de maintien visible sur la figure précédente indique clairement un cas extrême qui ne sera pas bien modélisable. Elles sont donc retirées de notre analyse.

### Cause de l'évènement

Deux modalités de cette variable sont très présentes : « accident de travail » à 10% et « maladie » à 89%. L'influence de la variable sur la durée d'indemnisation est exposée ci-dessous :

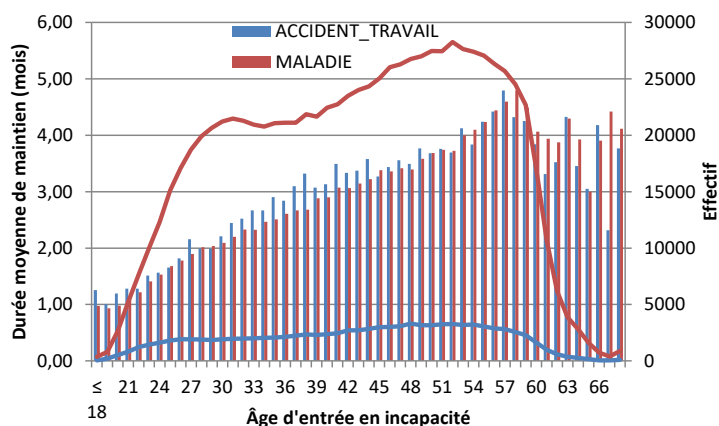


Figure 19 : Durée de maintien moyenne (diagrammes en bâtons) et effectif (courbes) par âge d'entrée en incapacité avec segmentation par cause de l'évènement

Les durées moyennes par âge sont proches mais il semble que l'accident de travail amène à des arrêts légèrement plus longs que la maladie. La segmentation se fera avec ces deux seules modalités.

### Situation familiale

Les modalités de cette variable sont regroupées en deux groupes : « marié » et « non marié ». Le graphique ci-dessous cherche à montrer l'influence de ces deux groupes sur la durée de maintien :



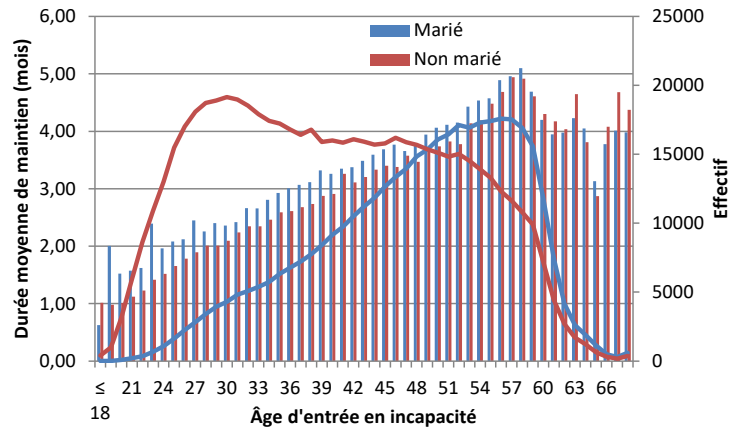


Figure 20 : Durée de maintien moyenne (diagrammes en bâtons) et effectif (courbes) par âge d'entrée en incapacité avec segmentation par situation familiale

Les mariés ont une durée moyenne de maintien en incapacité visiblement plus forte à tout âge d'entrée que les non mariés. Cette variable est conservée pour une future segmentation ou distinction.

### Sous-catégorie comptable

La sous-catégorie permet de différencier la prévoyance individuelle (202) de la prévoyance collective (212) et de la prévoyance collective de collectivités locales (214). 94% de la base concerne de la prévoyance collective, 4% de la prévoyance individuelle et 2% des collectivités locales. Aucun graphique n'est présenté car la prévoyance individuelle a une ancienneté limite moyenne proche de 1095 jours, alors que la prévoyance collective est beaucoup plus diversifiée avec une ancienneté limite moyenne deux fois plus petite. Il n'y a donc rien à tirer de comparaison de durées d'indemnisation moyennes.

### Produit actuariel et Région

Ces deux variables aux nombres de modalités importantes (respectivement 27 et 15) segmentent beaucoup trop le portefeuille pour être détaillées par âge d'entrée en incapacité.

## 1.2 - Invalidité

La base d'invalidité contient 82% de censures. L'âge de départ à la retraite devrait perturber la quasi intégralité des descriptions statistiques qui suivent.

Tout comme l'incapacité, l'évolution de la durée de maintien moyenne et l'effectif observé suivant l'année de fin d'indemnisation est d'abord étudiée :

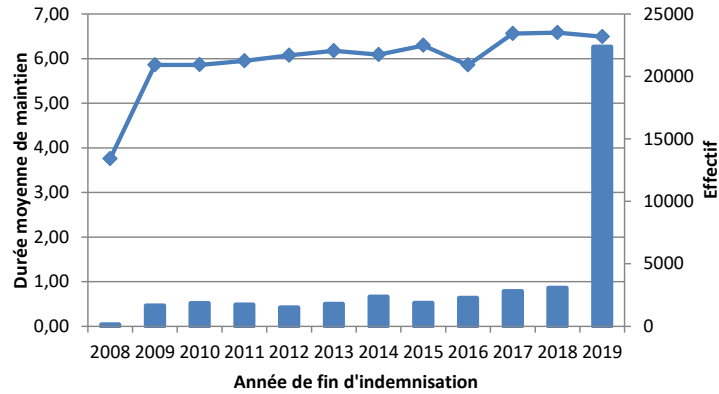


Figure 21 : Durée de maintien moyenne (courbe) et effectif (diagramme en bâtons) par année de fin d'indemnisation

La majorité de l'effectif se trouve sur l'année 2019, année de la principale source de censure à droite. Hormis 2008 qui n'est pas à prendre en compte ici car fortement tronquée à gauche, le nombre de fin d'indemnisation est assez constant, voire en légère augmentation depuis 2009 mais expliqué par un portefeuille plus volumineux. Hormis 2016, la durée de maintien moyenne augmente légèrement avec le temps. Néanmoins ce constat d'influence du temps ne peut être fiabilisé du fait que l'âge de départ à la retraite, autre principale source de censure à droite, ait été reculé de 60 à 62 ans entre 2011 et 2017, ceci rallongeant la durée « possible » passée en invalidité. Pour la suite, l'année de fin d'indemnisation n'est pas utilisée comme variable de segmentation ou variable explicative car la table à construire doit être indépendante du temps au sens où elle peut être appliquée dans l'évaluation des PM sur plusieurs années.

### Âge d'entrée en invalidité

L'âge d'entrée en invalidité est utilisé dans la construction des tables du BCAC en tant que principale variable influant la durée de maintien. Pour le vérifier, les moyennes de durée de maintien par âge d'entrée sont présentées ci-dessous :

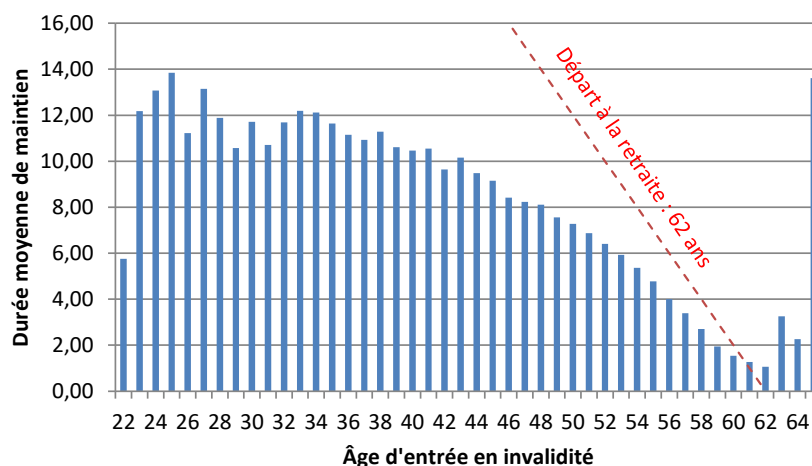


Figure 22 : Durée de maintien moyenne par âge d'entrée en invalidité

La durée de maintien en invalidité décroît avec l'âge d'entrée mais ce phénomène est normal puisque les invalides sortent souvent de cet état quand ils atteignent l'âge de départ à la retraite. On s'attend donc à ce que la durée de maintien soit proche de la droite limite d'âge « actuel » de 62 ans (autrement dit, avec 1 an supplémentaire d'âge à l'entrée la durée de maintien maximale sera moins élevée de 1 année). Il est cependant intéressant de noter que la durée de maintien ne suit pas cette droite, mais s'en rapproche quand l'individu est de plus en plus âgé lors de son entrée en invalidité. Ceci indique l'influence évidente de l'âge d'entrée sur la durée de maintien. Plus la personne est âgée, plus elle met du temps à se rétablir et risque de rester en invalidité jusqu'à son départ à la retraite.

Les âges d'entrée postérieurs à 62 ans sont particuliers car ils n'obéissent pas à la règle la plus courante d'un départ à la retraite à 62 ans. Leur durée de maintien n'a donc pas la même limite.

Comme l'âge d'entrée sera notre principale variable explicative dans la construction de la table de maintien, sa représentativité est exposée ci-dessous :

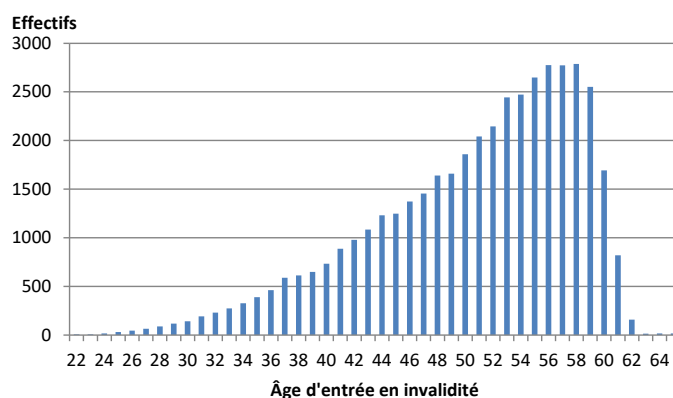


Figure 23 : Nombres d'individus observés par âge d'entrée en invalidité

Les plus forts volumes de données se situent entre les âges d'entrée 53 et 59 avec en moyenne 2600 individus, ce qui devrait constituer la partie la plus robuste de notre estimation. La tranche d'intérêt [37 ; 51] définie au chapitre 1 section 5 est assez bien couverte avec un minimum de 500 individus mais sera peut-être corrigée par le lissage si ses niveaux de maintien varient beaucoup (comme on peut le voir sur la figure précédente pour les âges inférieurs à 38 ans).

## Sexe

Le portefeuille des invalides contient 71% de femmes et 29% d'hommes. Le graphique qui suit a pour l'objectif de déceler une influence du sexe sur la durée de maintien :

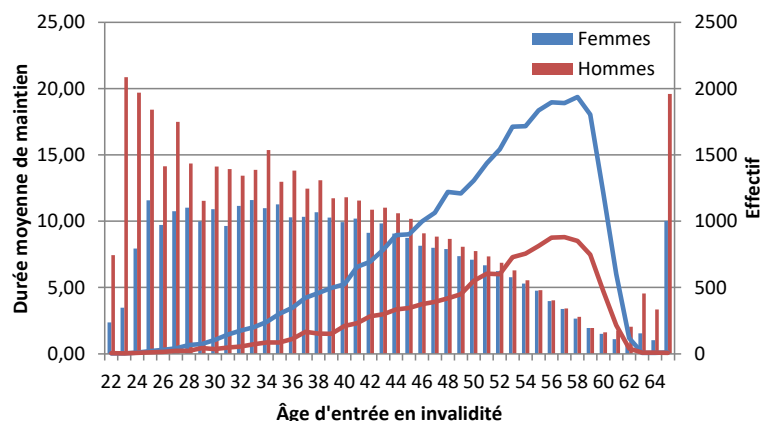


Figure 24 : Durée de maintien moyenne (diagrammes en bâtons) et effectif (courbes) par âge d'entrée en invalidité avec segmentation par sexe

Les hommes se maintiennent plus en invalidité que les femmes et ce quel que soit l'âge d'entrée. Des réserves sont tout de même émises quant à la volumétrie du portefeuille masculin. La segmentation suivant cette variable ne sera sûrement pas possible.

### Catégorie socio-professionnelle

Les cadres sont très peu représentés dans notre portefeuille d'invalides (4%) et les non cadres (50%) et les ensembles de personnel (46%) sont en proportion égales. Les durées de maintien moyennes par âge d'entrée suivant la CSP sont décomposées ci-dessous pour vérifier l'influence de cette dernière :

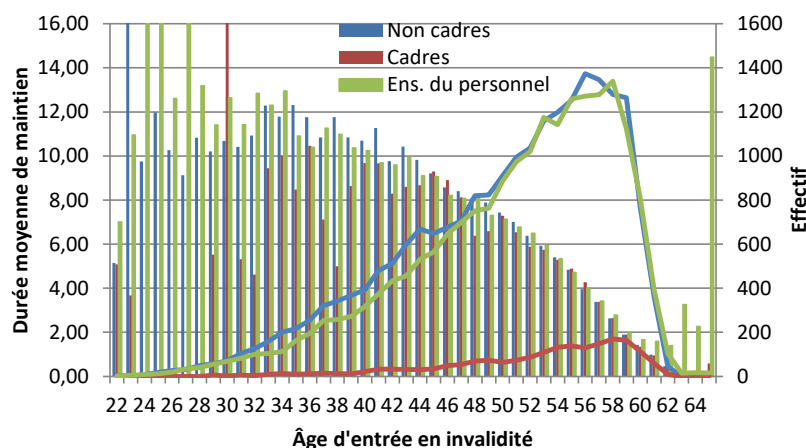


Figure 25 : Durée de maintien moyenne (diagrammes en bâtons) et effectif (courbes) par âge d'entrée en invalidité avec segmentation par CSP

Aucun comportement différent n'est observé entre les non cadres et les ensembles de personnel quant à leur durée de maintien en invalidité. Le nombre de cadres commence à devenir exploitable à partir de l'âge d'entrée 50 ans mais il n'y a pas non plus d'écart significatif à noter avec les durées de maintien des non cadres.

## Montant de rente annuelle

Les montants d'indemnisation annuels ont été subdivisés en 4 classes de tailles égales afin de garder des effectifs suffisants au sein de chaque classe. Le graphique montrant l'influence du montant d'indemnisation sur la durée de maintien par âge d'entrée est le suivant :

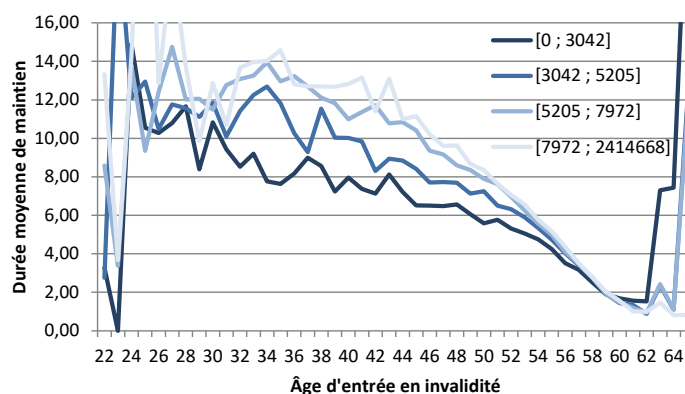


Figure 26 : Durée de maintien moyenne par âge d'entrée en invalidité avec segmentation par montant de rente

Il y a une influence évidente et progressive du montant de rente annuelle sur le temps passé en invalidité. Plus l'indemnisation est forte, plus la durée de maintien augmente. Cet effet se réduit avec des âges à l'entrée en invalidité plus élevés. Ce phénomène peut souligner le fait que les invalides avec une faible indemnisation sont aussi ceux qui sont en catégorie d'invalidité 1 et qui peuvent reprendre un travail partiel, ceci amenant plus facilement à une sortie totale de l'état d'invalidité. Si possible, une segmentation ou une distinction de la durée de maintien en invalidité sera essayée suivant cette variable.

## Sous-garantie

99,95% des invalides sont classés en « rente d'incapacité permanente », et seulement 0,05% en « rente d'incapacité professionnelle ». Cette dernière sous-garantie semble spécifier une origine forcément professionnelle (accident de travail ou maladie professionnelle) de l'arrêt de travail conduisant à l'invalidité, alors que la première concerne toutes les origines confondues. Aucune distinction ou segmentation ne sera effectuée suivant cette variable au vu des volumes en jeu.

## Cause de l'évènement

Les modalités de cette variable sont « accident de travail », « congé longue durée (CLD) », « congé longue maladie (CLM) », et « maladie », cette dernière modalité représentant 94% des invalides. Comme pour la sous-garantie, avec moins de 1000 observations, aucune distinction ou segmentation ne sera faite suivant cette variable.

## Situation familiale

Les modalités de cette variable sont regroupées en deux groupes : « marié » et « non marié ». Le graphique ci-dessous cherche à montrer l'influence de ces deux groupes sur la durée de maintien :

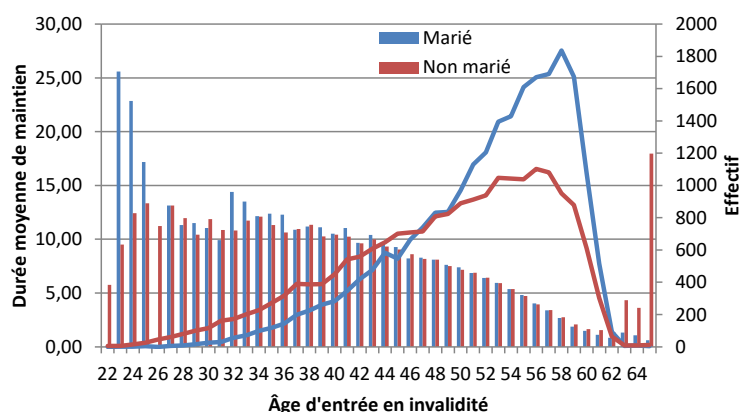


Figure 27 : Durée de maintien moyenne (diagrammes en bâtons) et effectif (courbes) par âge d'entrée en invalidité avec segmentation par situation familiale

Les effectifs sont significatifs mais aucune influence ne se lit sur la durée de maintien.

## Sous-catégorie comptable

92% de la base concerne de la prévoyance collective, 5% de la prévoyance individuelle (2000 lignes) et 3% des collectivités locales (1400 lignes). Malgré tout le graphique suivant cette variable est exposé :

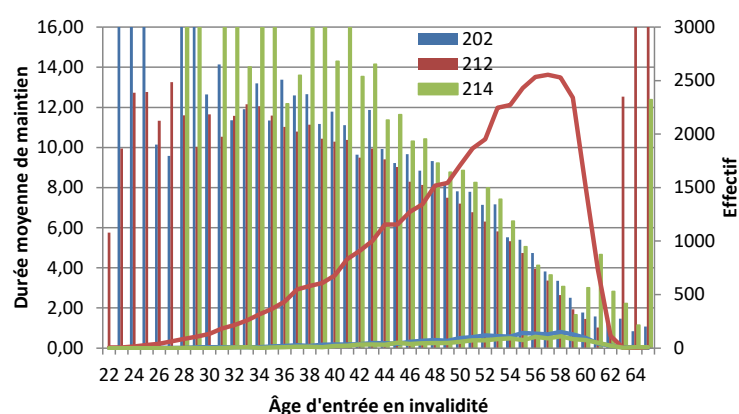


Figure 28 : Durée de maintien moyenne (diagrammes en bâtons) et effectif (courbes) par âge d'entrée en invalidité avec segmentation par sous-catégorie comptable

En prévoyance individuelle et pour les collectivités locales, les durées de maintien semblent être un peu plus fortes qu'en prévoyance collective. Néanmoins les départs à la retraite peuvent se faire au-delà de 62 ans dans ces deux sous-catégories, ce qui peut allonger artificiellement la durée de maintien. Aucune conclusion ne sera donc tirée à ce niveau.

## Produit actuariel et Région

Ces deux variables aux nombres de modalités importantes (respectivement 21 et 15) segmentent beaucoup trop le portefeuille pour être détaillées par âge d'entrée en invalidité. En [Annexes 2 et 3](#) sont présentées les boîtes à moustache de leur durée d'indemnisation qui ne seront pas exploitées dans la suite des travaux.

### 2) Construction des taux via l'utilisation de l'estimateur de Kaplan-Meier

#### 2.1 - Préambule et prise en compte des censures

Deux types d'estimateurs existent : les estimateurs paramétriques basés sur une hypothèse sur la fonction de survie et les estimateurs non-paramétriques qui permettent d'estimer directement la loi de survie à partir d'un volume important de données sans avoir à faire à prendre d'hypothèse sur sa forme. Le choix s'est porté sur les estimateurs non-paramétriques pour éviter l'hypothèse trop incertaine d'une loi paramétrique.

L'estimateur de Kaplan-Meier, non-paramétrique, est généralement utilisé pour ce genre de problématique. Il permet de prendre en compte les censures à droite dans nos données.

On note  $T_x$  la variable aléatoire réelle positive qui modélise la durée de maintien, à l'âge d'entrée en l'état  $x$ , en incapacité ou invalidité avant que l'individu ne sorte. Les motifs de sortie peuvent être, par ordre d'importance : la reprise du travail et l'ancienneté maximale atteinte (majoritairement 36 mois) en incapacité, auxquels on ajoute le départ à la retraite et le décès qui sont surtout observés en invalidité.

Soit  $C_x$  la durée entre la date de début d'indemnisation connue et la date maximale d'observation. On dit qu'il y a censure droite lorsqu'on observe  $C_x$  au lieu de  $T_x$  et si l'on sait que  $T_x > C_x$ .

#### 2.2 - Notions de base des modèles de durée

La fonction de répartition de  $T_x$  et sa fonction de densité sont respectivement notées  $F_x(t)$  et  $f_x(t) = dF_x(t)/dt$ , et on a la relation suivante :

$$F_x(t) = P(T_x \leq t) = \int_0^t f_x(s) ds .$$

On définit aussi la probabilité que la durée dépasse  $t$ , appelée fonction de survie au point  $t$ , et notée  $S(t)$ , par :

$$S_x(t) = P(T_x > t) = 1 - F_x(t) .$$

La fonction de survie décroît de 1 à 0. Comme  $T_x$  est une variable aléatoire positive, son espérance peut s'écrire :

$$E(T_x) = \int_0^{+\infty} (1 - F_x(s)) ds = \int_0^{+\infty} S_x(s) ds .$$

La probabilité qu'un individu, entré dans l'état à l'âge  $x$ , quitte l'état d'incapacité entre  $t$  et  $t+u$ , sachant qu'il est encore en incapacité à l'ancienneté  $t$  se note :

$$i_u q_{x,t} = P\left(t < T_x \leq u + \frac{t}{T_x} > t\right) = \frac{P(t < T_x < u + t)}{P(T_x > t)} = \frac{F_x(t+u) - F_x(t)}{S_x(t)},$$

$$i_u q_{x,t} = \frac{S_x(t) - S_x(t+u)}{S_x(t)} = 1 - \frac{S_x(t+u)}{S_x(t)}.$$

La probabilité qu'un individu, entré dans l'incapacité à l'âge  $x$ , se maintienne dans l'état d'incapacité entre  $t$  et  $t+u$ , sachant qu'il est encore en incapacité à l'ancienneté  $t$  se note :

$$i_u p_{x,t} = 1 - i_u q_{x,t} = 1 - \frac{S_x(t+u)}{S_x(t)}.$$

Un concept clé est la fonction de hasard, qui exprime l'intensité instantanée de sortie, conditionnellement à la survie jusqu'à la date  $t$ . Plus précisément :

$$h_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T_x \leq t + \Delta t / T_x \geq t)}{\Delta t} = \frac{f_x(t)}{S_x(t)}.$$

On a aussi la relation suivante :

$$h_x(t) = \frac{-d \ln(S_x(t))}{dt}.$$

La fonction de hasard  $h$  caractérise la distribution de  $T_x$ . En particulier, en intégrant  $h_x(t)$  et en utilisant  $S_x(0) = 1$ , on peut montrer que :

$$S_x(t) = \exp\left(-\int_0^t h_x(s) ds\right).$$

Une dernière fonction d'intérêt est la fonction de hasard cumulé :

$$H_x(t) = \int_0^t h_x(s) ds = -\ln(S_x(t)).$$

Pour tout choix de la distribution de  $T_x$ ,  $H_x(t)$  est distribuée suivant une loi exponentielle de paramètre 1.

### 2.3 - Taux bruts de maintien en incapacité

La construction des lois de maintien revient à estimer la fonction de survie  $S_x(t)$ , c'est-à-dire la probabilité que la durée en arrêt de travail dépasse la durée  $t$  pour un individu d'âge d'entrée en l'état  $x$ . Les résultats sont présentés ici non pas sur la globalité du portefeuille mais sur la maille principale. La distinction de risques qui conduit à définir cette maille comme étant la plus importante se fera dans la partie segmentation. On présente ci-dessous les résultats des taux de survie et de sortie en incapacité calculés par l'estimateur de Kaplan-Meier :



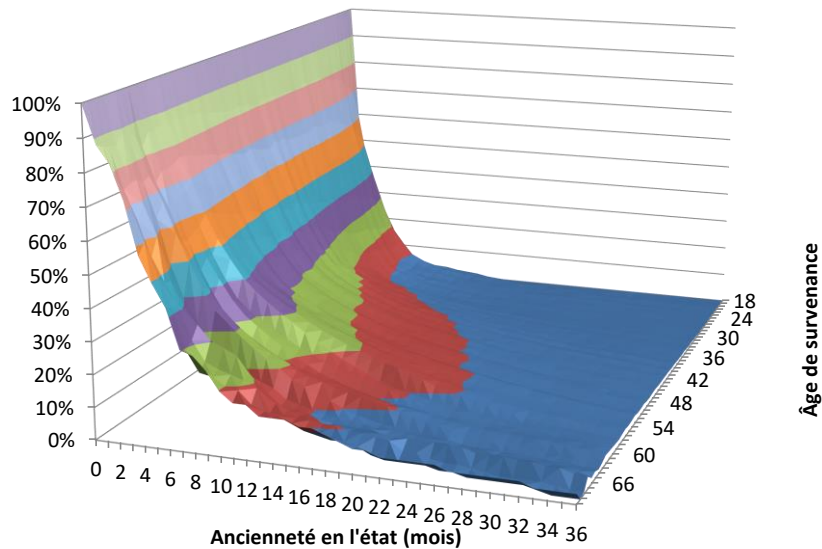


Figure 29 : Taux bruts de maintien en incapacité calculés par l'estimateur de Kaplan-Meier avec un pas mensuel

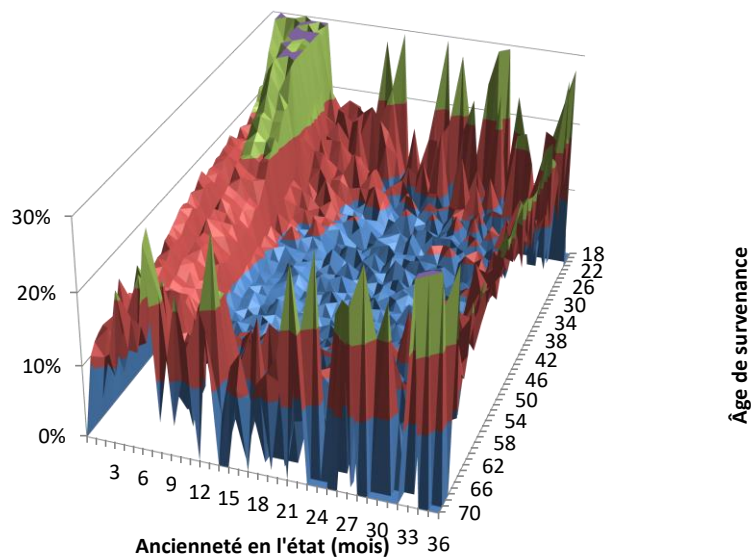


Figure 30 : Taux bruts de sortie en incapacité calculés par l'estimateur de Kaplan-Meier avec un pas mensuel

Des deux dimensions à analyser, l'ancienneté en l'état est la première étudiée.

L'influence de l'ancienneté est marquée par des taux de sortie plus importants sur les 7 premiers mois (15 à 20% sur les âges au-delà de 35 ans, et 20 à 30 % sur les âges inférieurs à 35 ans), qui diminuent entre 8 et 19 mois (de 10 à 7%), puis qui remontent entre 20 et 32 mois (de 7 à 10%), et enfin qui redeviennent forts entre 33 et 36 mois (10 à 20%). Ces observations peuvent être liées à des causes d'arrêt de travail différentes. Les arrêts courts le sont d'autant plus qu'il s'agit en général d'états grippaux, de maladies saisonnières, de troubles musculo squelettiques ou de fatigues passagères qui n'amènent pas à des situations aggravantes avec le temps. Au contraire, les arrêts longs sont souvent des traumatismes ou accidents qui ont des facteurs aggravants probables plus forts avec le temps. Quant à la remontée des taux de sortie à l'approche des 36 mois, nous n'avons pas d'explication réelle si ce n'est des comptages de durée d'indemnisation peut-être différents des

services de Gestion et qui provoquent des sorties avant que l'ancienneté limite ne soit atteinte de notre point de vue.

Pour aller plus loin, les évolutions des taux de sortie instantanés sont tracées à chaque pas d'ancienneté par rapport à la précédente :

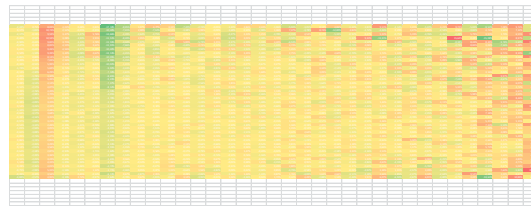


Figure 31 : Évolution des taux de sortie en incapacité à chaque ancienneté (en colonne) par rapport à la précédente, avec segmentation par âge de survenance (en ligne)

En rouge se trouvent les évolutions les plus positives qui mettent donc en évidence de fortes augmentations des taux de sortie. À l'inverse, les cases vertes soulignent des évolutions très négatives des taux de sortie. Les âges les plus petits et les plus grands sont retirés du système de couleurs pour garder une lecture lisible de la figure. Trois phénomènes se distinguent. Dans les taux forts des 7 premiers mois, ces derniers ont une tendance à augmenter et particulièrement entre les 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> mois et sur des âges plutôt jeunes (zone rouge). On peut y voir l'influence du passage d'une prise en charge de la rémunération à plein traitement (jusqu'à 3 mois) à une prise en charge à demi-traitement (au-delà de 3 mois). Parmi les taux qui diminuent entre 8 et 19 mois, on constate une forte baisse au 8<sup>ème</sup> mois (zone verte). Enfin, les taux de sortie augmentent de plus en plus à l'approche des 36 mois comme constaté précédemment.

En référence au graphique des taux de sortie, de nombreux pics et irrégularités sont visibles, notamment aux extrêmes, ce qui amène à étudier la variance de Greenwood. Celle-ci va apporter une information sur la robustesse de l'estimation et permet de cerner les zones soumises à un risque d'échantillonnage :

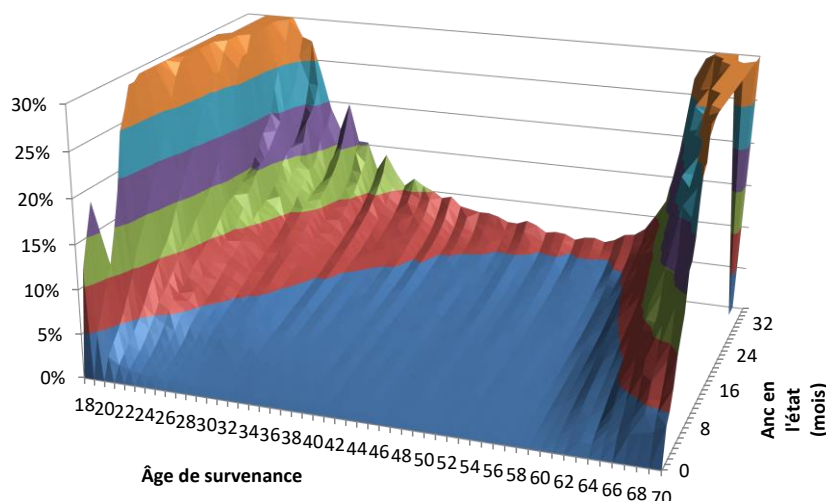


Figure 32 : Variance de Greenwood sur l'estimateur de Kaplan-Meier en incapacité

Pour plus de lisibilité, le graphique est pivoté. La variance croît avec l'ancienneté mais cette variabilité est moindre par rapport à la variable d'âge qui va maintenant être analysée.

En référence à la 1<sup>ère</sup> figure, les taux de maintien (cumulés) sont visiblement croissants quand l'âge à la survenance augmente entre 18 et 58 ans. Ce constat se retrouve sur la 2<sup>ème</sup> figure avec des taux de sortie décroissants quand l'âge à la survenance augmente sur cette tranche. Au-delà de 58 ans, les taux de sortie augmentent mais de façon incertaine : les départs à la retraite non captés via la règle de censure ont sûrement leur influence. La variance de Greenwood est forte aux âges inférieurs à 25 ans et supérieurs à 63, ce qui incite à lisser davantage les taux sur la variable âge à la survenance que sur la variable ancienneté en l'état.

## 2.4 - Taux bruts de maintien en invalidité

On présente maintenant les résultats des taux de survie et de sortie en invalidité calculés par l'estimateur de Kaplan-Meier :

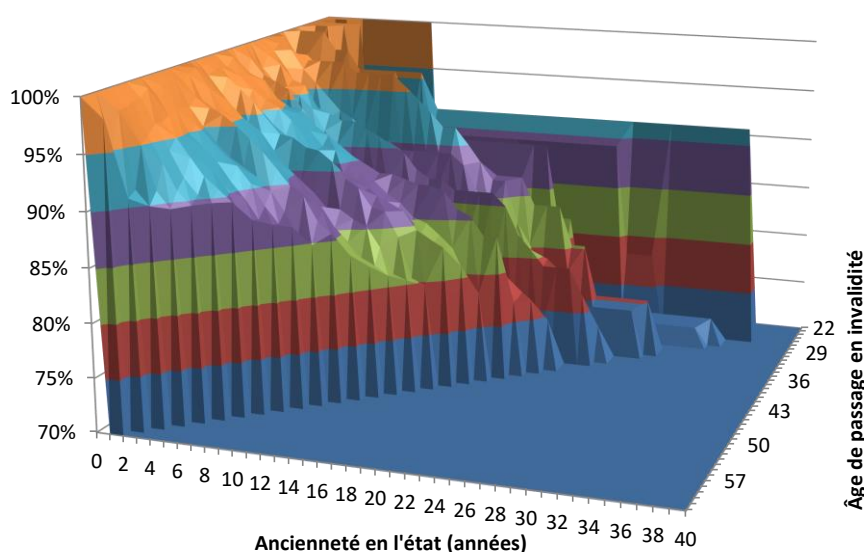


Figure 33 : Taux bruts de maintien en invalidité calculés par l'estimateur de Kaplan-Meier avec un pas annuel

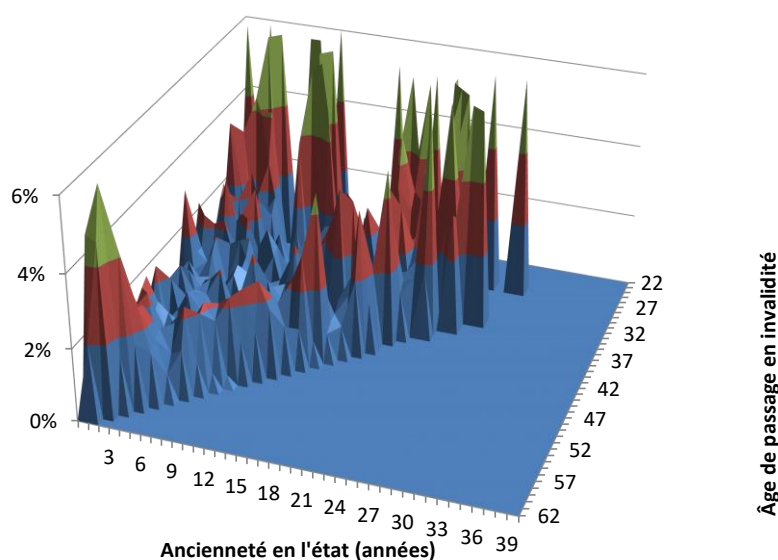


Figure 34 : Taux bruts de sortie en invalidité calculés par l'estimateur de Kaplan-Meier avec un pas annuel

Les deux graphiques présentent beaucoup d'irrégularités. Néanmoins, 90% des taux de sortie sont entre 0 et 2%. Cette constance laisse présager d'une influence de l'âge au passage en invalidité et de l'ancienneté en l'état moindre. Seuls trois secteurs font apparaître des taux de sortie plus forts : des âges jeunes et faibles anciennetés, des âges jeunes et fortes anciennetés, des âges élevés et proches du départ à la retraite. Pour ces derniers, la censure à droite mise en place n'est potentiellement pas suffisante pour traiter le biais du départ à la retraite. En effet, les taux sur la diagonale sont en moyenne de 1,7% à 59 ans, 2,5% à 60 ans, 4,3% à 61 ans, et 1,9% à 62 ans. Le fort pic à 61 ans est difficilement justifiable et il faudra le traiter au lissage.

Ci-dessous est exposée la variance de Greenwood :

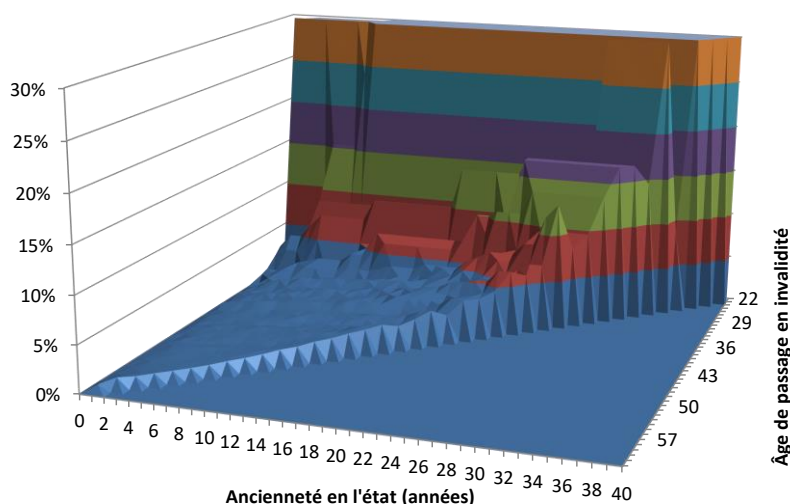


Figure 35 : Variance de Greenwood sur l'estimateur de Kaplan-Meier en invalidité

Pour les âges de passage en invalidité jeunes, la variance est très forte et les taux estimés sont donc très peu robustes. Le lissage aura donc l'objectif d'éliminer ces variations. Il est également possible que ces âges ne soient pas pris du tout en compte et que l'on procède à un prolongement de table à partir d'âges plus élevés.

## 2.5 - Taux bruts de passage en invalidité

Pour réaliser la table de passage en invalidité, le portefeuille des sinistrés en incapacité doit être croisé avec celui des sinistrés en invalidité. La population sous risque correspond au nombre de maintien en incapacité par âge d'entrée et ancienneté dans l'état. Les nombres de passage sont ensuite déterminés en comptabilisant les croisements positifs avec les invalides à l'ancienneté de sortie d'incapacité. Afin de tenir compte d'éventuels passages tardifs par rapport à la fin d'incapacité pour les sinistrés comptabilisés en 2019, voire 2018, l'extraction des invalides est complétée avec les années 2020 et 2021.

La table cible allant jusqu'à l'ancienneté 35 mois et afin de respecter l'exhaustivité des passages en invalidité, on regroupe tous les nombres de passages à des anciennetés supérieures ou égales à 35 sur le nombre de passage de l'ancienneté 35.

Quatre recoupements sont testés :

Croisement	Clé	Nombre de passages	Nombre et pourcentage de liaisons valides							
			Evt...Évènement .Ij.origine		Ase...Nom		Ase...Prénom		Ase...Date. naissance	
1	Evt...Évènement.Ij.origine, Rat...Date.de.rattachement	22 564			22 437	99,44%	22 510	99,76%	22 564	100,00%
2	Ase...Nom, Ase...Prénom, Rat...Date.de.rattachement	23 308	22 362	95,94%					23 276	99,86%
3	Ase...Date.naissance, Rat...Date.de.rattachement	23 881	22 564	94,49%	23 356	97,80%	23 440	98,15%		
4	Ase...Nom, Ase...Date.naissance, Rat...Date.de.rattachement	23 356	22 412	95,96%			23 276	99,66%		

Tableau 36 : Nombre de passages en invalidité suivant le choix de clé de croisement, et validation avec le nombre et pourcentage de liaisons valides sur les autres variables

Le recouplement le plus strict est le n°1 suivant la clé [Evt...Numéro.d.évènement.Ij.origine, Rat...Date.de.rattachement]. Cependant la variable « Evt...Numéro.d.évènement.Ij.origine » n'est pas toujours renseignée, on la retire des clés de croisements suivants.

Le croisement n°2 est suivant la clé [Ase...Nom, Ase...Prénom, Rat...Date.de.rattachement]. Quelques écarts portent sur la variable « Ase.Date.naissance » sur lesquels ces dates vraiment différentes et les noms (servant de clé) sont plutôt courants, ce qui laisse présager de mauvaises liaisons. Il est donc décidé d'intégrer la date de naissance dans la clé des tests suivants.

Le recouplement n°3 est le plus large et se fait avec la clé [Ase...Date.naissance, Rat...Date.de.rattachement]. Même si quelques cas présentent des noms ou prénoms proches mais orthographiés différemment, la majeure partie des lignes en écart sont des rapprochements erronés.

Le croisement n°4 intègre la variable « Ase...Nom » à la clé n°3 et il est le plus satisfaisant. Les écarts sur les prénoms sont pour la majeure partie des orthographes différentes.

Les taux de passage instantané obtenus, ratio entre les nombres de passage et les nombres bruts de maintien en incapacité à chaque âge et ancienneté, sont présentés :

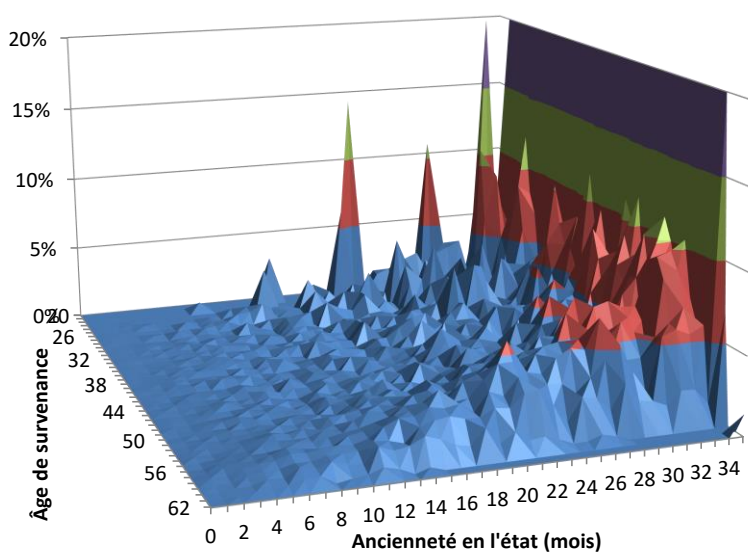


Figure 37 : Taux bruts de passage en invalidité

Le 1<sup>er</sup> graphique est volontairement tronqué sur la dernière ancienneté (35 mois) pour plus de lisibilité. Les taux de passage augmentent régulièrement avec l'ancienneté. L'influence de l'âge n'est pas marquée si ce n'est à partir de 56 ans où les taux diminuent. Ce phénomène est sûrement lié à des passages en invalidité à l'âge de 60 ans (57 + 3 années d'incapacité) qui ne se font pas à cause de l'âge de départ à la retraite atteint. Il est considéré que les taux à partir de l'âge de 56 ans ne sont pas exploitables. Il en est de même pour les âges inférieurs ou égaux à 26 ans.

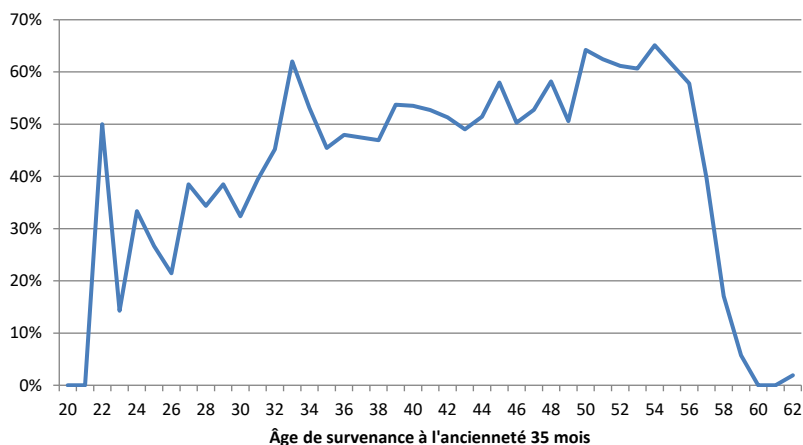


Figure 38 : Taux bruts de passage en invalidité à l'ancienneté 35 mois par âge de survénance

L'évolution sur l'ancienneté 35 mois est isolée sur le 2<sup>ème</sup> graphique car les taux sont beaucoup plus forts, l'état d'incapacité atteignant la limite des années amenant souvent au passage à l'état d'invalidité. L'influence de l'âge est cette fois-ci visible, avec des taux qui augmentent avec l'âge. On retrouve la chute des taux à partir de l'âge de 56 ans et des taux très erratiques en dessous de 27 ans.

Afin de s'assurer que les taux ne soient pas biaisés à la baisse par des nombres de passage sous-estimés du fait d'une comptabilisation tardive sur les années 2019 voire 2018, une sensibilité est proposée avec des taux exprimés par année de fin d'indemnisation (la construction de ces taux se fait en sélectionnant parmi la population sous risque les individus suivant leur année de fin d'indemnisation) :

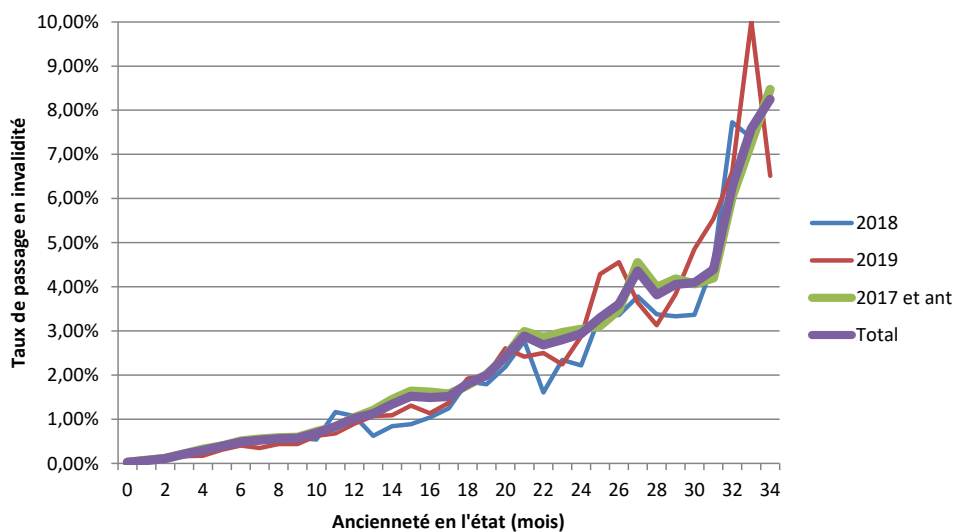


Figure 39 : Taux bruts de passage en invalidité par année de fin d'indemnisation



Les taux de passage 2018 et 2019 sont proches du regroupement 2017 et antérieurs. Néanmoins, ces taux sont souvent légèrement en-dessous et, sur l'ancienneté 35 mois que nous n'affichons pas par souci de lisibilité, ils s'établissent à 44% et 46% contre 54% pour 2017 et antérieurs. Cette dernière sélection (courbe verte) est donc retenue plutôt que la totalité des années (courbe violette) par souci d'éliminer le biais éventuel énoncé précédemment.

### 3) Sensibilités aux données en entrée

Avant de proposer un lissage des taux bruts obtenus, la sensibilité de l'estimation est testée face aux scénarios énoncés lors de la construction de la durée d'indemnisation.

Pour rappel, ceux-ci considèrent la durée d'indemnisation :

1. y compris périodes de discontinuité,
2. sans périodes de discontinuité,

et dans un second temps,

3. sans vérification sur le montant de prestation,
4. seulement si le montant de prestation de la période n'est pas vide,
5. seulement si le montant de prestation de la période n'est pas vide et  $\geq 0,01$ ,
6. seulement si le montant de prestation de la période n'est pas négatif,
7. seulement si le montant de prestation de la période n'est ni vide ni négatif,
8. seulement si le montant de prestation de la période n'est ni négatif ni une annulation,
9. seulement si le montant de prestation de la période n'est ni vide ni négatif ni une annulation.

La principale difficulté pour mener ces comparaisons est le caractère bidimensionnel (ancienneté en l'état et âge d'entrée) de l'estimateur des taux de maintien et de passage. Comme la finalité est de calculer des PM, il nous apparaît plus judicieux de privilégier l'ancienneté en l'état qui est l'unité de temps dans le détail de la projection, et de s'en tenir à des âges d'entrée appartenant aux tranches d'intérêt définies dans la section 5) du chapitre 1.

#### 3.1 - Incapacité

Graphiquement, les courbes de survie des scénarios se confondent et supposent que ces différentes hypothèses n'influent pas les taux de maintien.

Au niveau des taux de maintien, ils sont de moins de 0,01% d'écart en moyenne entre eux sur les scénarios 3, 4, 6, 7. Il en est de même entre les scénarios 8 et 9. Cela répond à une première question qui est que les prestations vides et les prestations négatives restantes après les traitements du chapitre 1 section 7) ne viennent pas perturber suffisamment le calcul de durée d'indemnisation.

Entre les scénarios 5 et 9, les écarts de taux de maintien sont en moyenne de 0,05%. Cela reste faible mais on note qu'éliminer les prestations nulles (qui ne sont pas issues d'annulations) fait diminuer légèrement les taux de maintien. Nous préférons conserver ces prestations nulles pour tenir compte, comme nous l'avons évoqué précédemment, de la règle de cumul sur les indemnisations.

Entre les scénarios 7 et 9, les écarts de taux de maintien sont en moyenne de 0,15%. Ces écarts plus importants mais relativement faibles encore dénotent une influence à la baisse des taux de maintien si on

élimine les annulations. C'est ceci dit le scénario (9) que nous retenons à ce stade, celui-ci ayant une courbe de survie se situant entre celles des scénarios 5 et 7.

Enfin, la différence entre les scénarios 1 et 2, bien que faible, est en moyenne de 0,40% sur les taux de maintien. On présente ici les courbes de survie pour un âge d'entrée en incapacité de 49 ans (moyenne des âges d'entrée pondérée par les PM) :

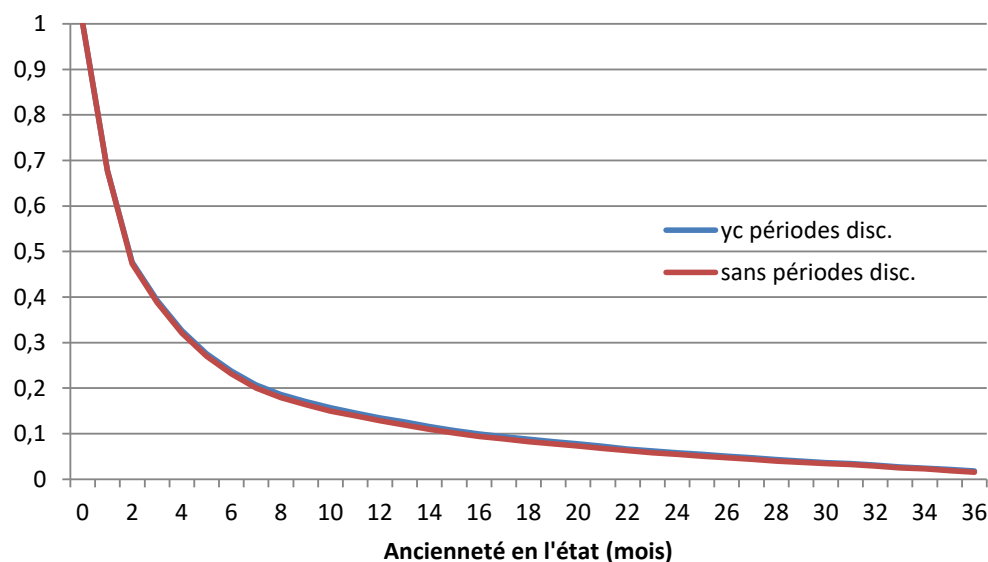


Figure 40 : Courbes de survie pour les scénarios 1 et 2 (âge d'entrée : 49 ans)

La courbe de survie du scénario sans ajout des périodes de discontinuité est logiquement en-dessous puisqu'elle réduit la durée d'indemnisation dans son calcul, et par voie de conséquence les taux de maintien. Mais pas comme on peut le constater, les courbes sont quasiment confondues.

Pour s'en assurer, nous revenons à une notion plus forte qu'est le coefficient de PM. En effet, celui-ci apporte la notion de projection jusqu'au terme, en sommant tous les taux de maintien futurs, là où la fonction de survie ne montre pas la différence d'influence des taux de maintien de fin de survie par rapport aux taux de maintien de début de survie. On se propose donc d'en faire le tracé :

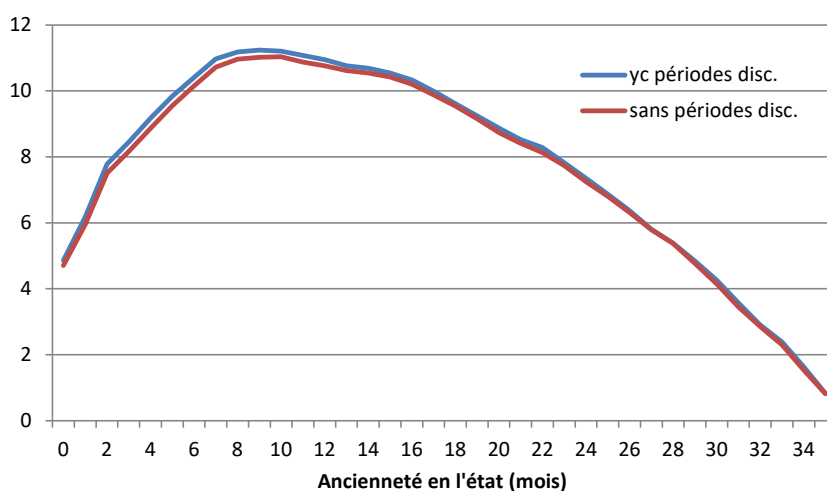


Figure 41 : Courbes des coefficients de PM pour les scénarios 1 et 2 (âge d'entrée : 49 ans)



La différence est un peu plus visible. Pour la suite, nous notons le coefficient de PM moyen et celui de l'ancienneté moyenne du portefeuille (défini au chapitre 1 section 5)) pour chacun des scénarios :

		Moyenne	Anc 1 mois
scén. 9.1	yc périodes disc.	7,78	6,18
scén. 9.2	sans périodes disc.	7,64	5,95
	impact	-1,8%	-3,6%

Tableau 42 : Coefs de PM moyens et de l'ancienneté 1 mois pour les scénarios 1 et 2 (âge d'entrée : 49 ans)

### 3.2 - Invalidité

Les sensibilités en invalidité sont très similaires à l'incapacité en terme de résultat. Les scénarios 3, 4, 6, 7 sont très proches.

Entre les scénarios 5 et 9, les écarts de taux de maintien sont en moyenne de 0,20% et, contrairement à l'incapacité, le retrait des prestations nulles (qui ne sont pas issues d'annulations) réhausse légèrement les taux de maintien. A priori, la règle de cumul sur les invalides est atteinte pour des invalides de catégorie 1, c'est-à-dire des invalides pouvant reprendre une activité professionnelle à temps partiel (ce qui leur permet de retoucher un salaire et donc de se retrouver à atteindre la règle de cumul des indemnisations). On peut donc penser que les prestations nulles concernent ces individus qui sont plus susceptibles de sortir de l'état d'invalidité que les invalides de catégorie 2 ou 3.

Entre les scénarios 7 et 9, les écarts de taux de maintien sont en moyenne de 0,15%. À nouveau à l'inverse de l'incapacité, éliminer les annulations fait augmenter les taux de maintien.

Comme en incapacité, nous retenons le scénario 9, avec les prestations nulles mais sans les annulations, celui-ci ayant une courbe de survie se situant entre celles des scénarios 5 et 7.

Enfin, les scénarios 1 et 2 sont également proches l'un de l'autre avec des taux de maintien oscillant de 0,40% en moyenne. Les courbes de survie des deux scénarios sont présentées ci-dessous pour des âges d'entrée en invalidité de 44 et 48 ans (respectivement la moyenne des âges d'entrée pondérée par les PM et sans pondération) :

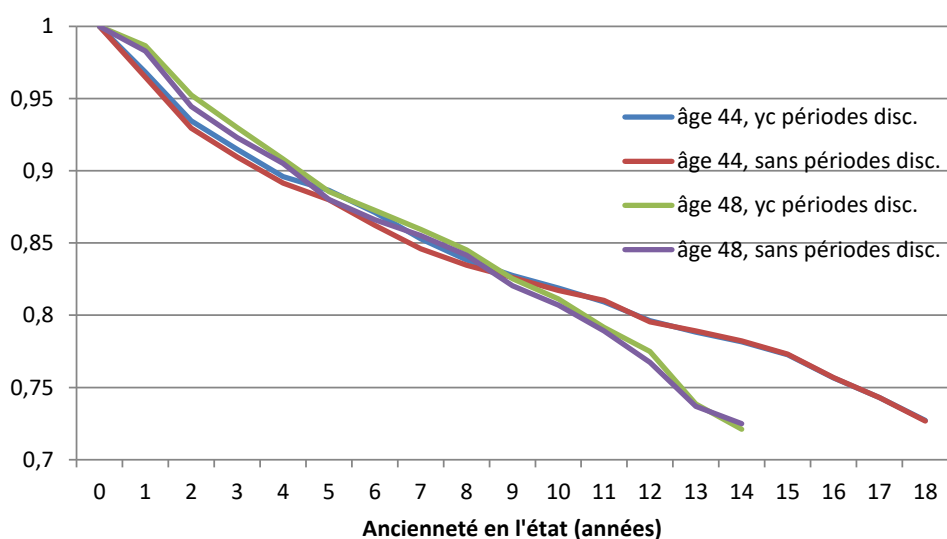


Figure 43 : Courbes de survie pour les scénarios 1 et 2 (âges d'entrée : 44 et 48 ans)

Que ce soit pour un âge d'entrée de 44 ou 48 ans, les courbes de survie suivant le scénario 1 ou 2 sont quasiment confondues. Un dernier graphique sur l'évolution des coefficients de PM en fonction de l'ancienneté en l'état permet de s'en assurer :

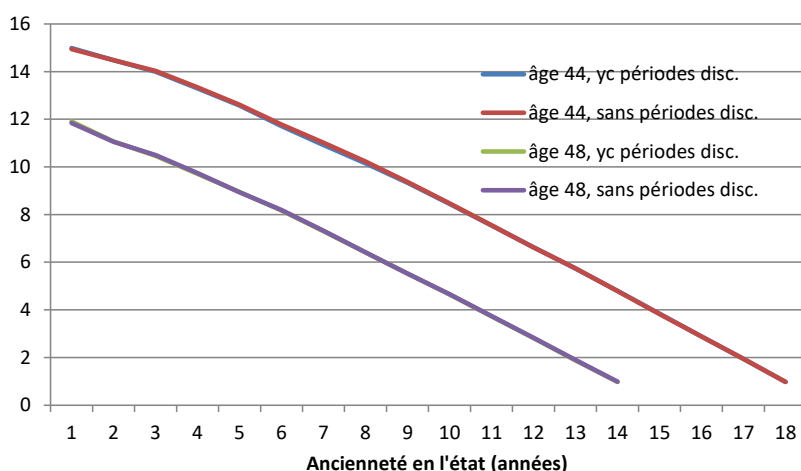


Figure 44 : Courbes des coefficients de PM pour les scénarios 1 et 2 (âges d'entrée : 44 et 48 ans)

Nous n'observons pas de différence sur les coefficients de PM suivant le choix du scénario 1 ou 2. Le coefficient de PM moyen et celui de l'ancienneté moyenne du portefeuille en invalidité (défini au chapitre 1 section 5) sont les suivants :

		Age 44 ans		Age 48 ans	
		Moyenne	Anc 6 ans	Moyenne	Anc 5 ans
scén. 9.1	yc périodes disc.	8,57	10,92	6,68	8,17
scén. 9.2	sans périodes disc.	8,59	11,02	6,69	8,19
impact		0,2%	0,9%	0,1%	0,2%

Tableau 45 : Coefficients de PM moyens et de l'ancienneté 6 ans (respectivement 5 ans) pour les scénarios 1 et 2 à l'âge d'entrée 44 ans (respectivement 48 ans)

#### 4) Segmentation des lois de maintien : modèle de Cox

##### 4.1 - Théorie

Le modèle de Cox, semi-paramétrique, introduit un effet multiplicatif des covariables par rapport à une fonction de hasard de base. Il est semi-paramétrique car les coefficients des covariables sont constants, seule la fonction de base est inconnue. Ce modèle multiplicatif est la référence majeure en analyse de durée de vie. Il est très facile d'en estimer les coefficients et de calculer les ratios de hasard. Il repose sur l'hypothèse de hasards proportionnels, c'est-à-dire que le rapport des taux de hasard entre deux sous-ensembles de valeurs des covariables doit être constant dans le temps.

La fonction modélisée est la fonction de risque de sortie de l'état d'incapacité ou d'invalidité instantanée (appelée aussi taux de hasard). En reprenant les notations du 2.1, on définit le cadre suivant : les  $2n$  variables  $T_1, \dots, T_n$  que sont les durées de survie et  $C_1, \dots, C_n$  les durées de censure des  $n$  individus considérés sont supposées indépendantes. On observe sur chaque individu  $p$  facteurs  $Z_i = (Z_{i1}, \dots, Z_{ip})$  dont dépend la durée de survie  $T_i$  en entreprise. Le modèle s'écrit :

$$h(t, Z) = h_0(t) \times \exp(t\beta \times Z) = h_0(t) \times \exp(\sum_{k=1}^p \beta_k \times Z_k) ,$$

avec :

- $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)$  = le vecteur des coefficients des variables explicatives,
- $Z$  = le vecteur des variables exogènes,
- $h_0(t)$  = le risque instantané de base.

Le risque est écrit comme le produit de deux éléments, le premier est un risque de base dépendant du temps alors que le second est fonction des seules variables explicatives. Le risque de base est une fonction inconnue qu'il faudra définir arbitrairement. En revanche, l'estimation des coefficients des variables explicatives s'effectue en maximisant la vraisemblance partielle que nous détaillerons plus loin.

Le modèle de Cox est donc bien un modèle semi-paramétrique puisque le risque de base est non paramétrique alors que le terme de l'effet des covariables  $\exp(\beta \times Z)$  est quant à lui paramétrique. Il est ainsi plus robuste que les modèles paramétriques seuls et permet de mieux apprécier l'effet de variables explicatives.

Si l'on considère deux individus de covariables  $Z$  et  $Z'$ , le ratio de leur taux de risque est :

$$\frac{h(t, Z)}{h(t, Z')} = \frac{h_0(t) \times \exp(\sum_{k=1}^p \beta_k \times Z_k)}{h_0(t) \times \exp(\sum_{k=1}^p \beta_k \times Z'_k)} = \exp(\sum_{k=1}^p \beta_k \times (Z_k - Z'_k)).$$

Ce ratio est indépendant du temps. Autrement dit, le risque instantané de mourir d'un individu à un autre est proportionnel.

En particulier, si deux individus ne diffèrent que par la valeur d'une seule covariable  $Z_k$  telle que  $Z_k = 1$  si l'évènement considéré se réalise et  $Z_k = 0$  sinon, alors  $\frac{h(t, Z)}{h(t, Z')} = \exp(\beta_k)$  est le risque instantané de sortie avec l'effet de cette covariable rapporté au risque instantané de sortie sans l'effet de cette covariable.

Pour déterminer  $\beta$ , le principe est de maximiser la vraisemblance partielle. Soient  $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n$  la série des durées de vie (ou censures) ordonnées, et  $Z_{(i)k}$  la  $k^{\text{ème}}$  covariable associée à l'individu de durée de vie  $t_i$ . La vraisemblance partielle de Cox s'écrit :

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^n \frac{\exp(\sum_{k=1}^p \beta_k \times Z_{(i)k})}{\sum_{j \in R(t_i)} \exp(\sum_{k=1}^p \beta_k \times Z_{jk})}$$

On écrit le logarithme népérien  $\ln(L(\beta))$ , puis on résout les  $p$  équations  $\frac{\partial \ln(L(\beta))}{\partial \beta_h} = 0, h = 1, \dots, p$ . Cela revient donc à résoudre les équations suivantes :

$$\sum_{i=1}^n Z_{(i)h} - \sum_{i=1}^n \frac{\sum_{j \in R(t_i)} Z_{jh} \times \exp(\sum_{k=1}^p \beta_k \times Z_{jk})}{\sum_{j \in R(t_i)} \exp(\sum_{k=1}^p \beta_k \times Z_{jk})} = 0, h = 1, \dots, p.$$

La résolution numérique peut se faire par la méthode itérative de Newton-Raphson. Les calculs sont réalisés avec le langage R.

## 4.2 - Application du modèle de Cox

Nous avons plusieurs variables à disposition avec lesquelles nous espérons segmenter les lois de maintien, ou a minima mettre en évidence leur influence sur la durée de maintien. Celles-ci sont :

- l'âge d'entrée en l'état,
- le sexe,
- le montant d'indemnité journalière (IJ), de rente annuelle (d'invalidité),

- la sous-garantie,
- la cause de l'évènement,
- la situation familiale,
- la sous-catégorie comptable,
- le produit actuariel,
- la région.

Dans R, l'ajustement d'un modèle de Cox se fait avec la procédure « coxph ». Nous tentons un premier modèle avec uniquement l'âge d'entrée en l'état comme covariable. En effet, il s'agit d'une variable essentielle à la structure de base (bidimensionnelle) des tables du BCAC, ou des tables d'expérience actuelles.

Pour chaque covariable, un test de nullité du coefficient est effectué. Le seuil de signification est fixé à 5 % ( $p < 0,05$ ). Mais avant d'aller plus loin, nous cherchons à vérifier l'hypothèse essentielle au modèle de Cox : des fonctions de hasard proportionnelles. Le test se fait au moyen de la fonction « cox.zph ». Pour chaque covariable, un test du Khi-2 est réalisé pour tester l'hypothèse  $H_0 : \beta_k(t) = \beta_k$  quel que soit  $t$ . Un test global du Khi-2 est également mené pour tester l'hypothèse  $H_0$  étendue à tout le vecteur  $\beta$  des coefficients  $\beta_k$ . Ces tests portent sur la corrélation « rho » entre les résidus de Schoenfeld et le temps.

Que ce soit en incapacité ou en invalidité, la p-value est inférieure au seuil de 5%, ce qui conduit à rejeter l'hypothèse de hasards proportionnels sur la covariable d'âge d'entrée en l'état et sur le modèle général. Celle-ci a un effet dépendant du temps. Cet ajustement de modèle est donc rejeté.

D'autres modèles ont été testés, un pour chaque covariable. Tous conduisent à des rejets de l'hypothèse de hasards proportionnels. Le modèle de Cox ne convient donc pas et nous passons à un autre modèle, le modèle d'Aalen.

## 5) Segmentation des lois de maintien : modèle d'Aalen

Ce modèle s'étant soldé par un échec des tests statistiques d'acceptation des paramètres de régression, il n'est pas présenté ici.

## 6) Segmentation des lois de maintien : comparaison des fonctions de survie

Les modèles précédents ne nous ayant pas permis d'obtenir une segmentation fiable, nous décidons de mener une étude comparative des fonctions de survie obtenues par l'estimateur de Kaplan-Meier sur les variables explicatives retenues dans la section 1. Notre stratégie consiste à sélectionner la variable qui segmente le plus avec un nombre de modalités minimal, puis de recommencer cette démarche si nécessaire et sous condition de disposer d'un volume de données suffisant.

## 6.1 - Incapacité : segmentation par sous-garantie et ancienneté limite

La 1<sup>ère</sup> variable qui segmente le plus le portefeuille d'incapacité est la sous-garantie. Nous présentons les fonctions de survie des trois modalités :

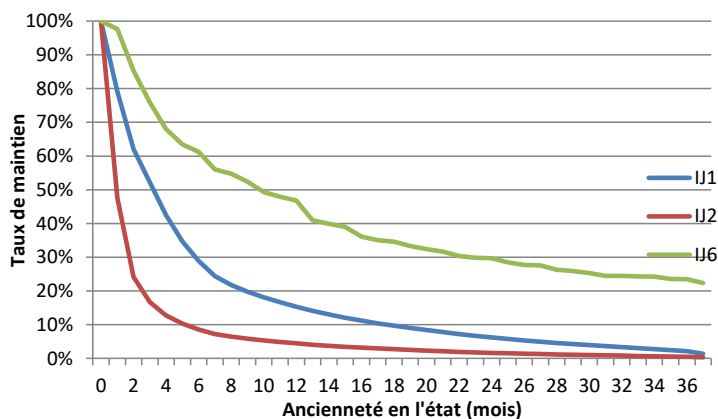


Figure 46 : Fonctions de survie des sous-garanties d'incapacité

Ces sous-garanties ont, pour rappel, des anciennetés limites bien différentes entre elles. Cependant, si on compare les courbes de survie sur les 2 voire 3 premiers mois (période commune sur les trois sous-garanties où la durée de maintien n'est pas influencée par l'ancienneté limite), on constate qu'elles sont très distinctes. On a donc bien une influence de la sous-garantie sur la fonction de survie générale. Comme leur principale différence provient de leurs anciennetés limites, on place cette dernière variable au cœur de notre segmentation suivante afin de gagner en précision.

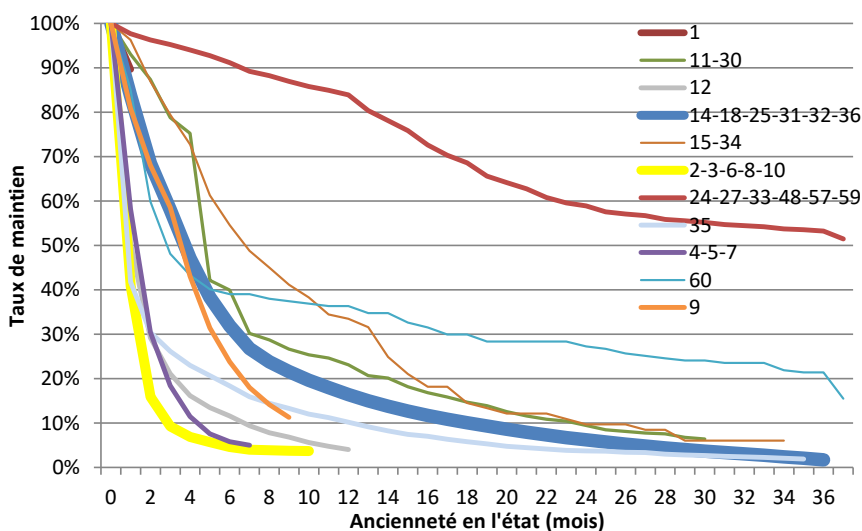


Figure 47 : Fonctions de survie selon des groupements d'anciennetés limites en incapacité

Les courbes de survie sont tracées jusqu'au point d'ancienneté limite maximale de leur groupe. Chaque groupe est constitué suivant un critère d'écart minimal de taux de maintien sur des portions de durée de survie identiques. Par exemple, pour le groupe « 2-3-6-8-10 », les individus ont des taux de maintien à 1 mois proches de 41%, et à 2 mois proches de 16%, ce quel que soit leur ancienneté limite de 2, 3, 6, 8 ou 10 mois. Au-delà, les individus d'ancienneté limite 2 mois ne sont plus observés mais on peut continuer de comparer et grouper s'ils sont similaires les taux de maintien pour les individus des autres anciennetés limites (3, 6, 8, 10

mois). La courbe jaune s'arrête à 10 mois, qui est l'ancienneté limite maximale de ce groupe d'individus, car elle ne peut pas être regroupée avec des individus d'ancienneté limite plus longue, les taux de maintien sur les 10 premiers mois étant bien différents.

À noter que l'épaisseur des traits indique la robustesse de la courbe : plus il est épais, plus il y a de données pour fiabiliser l'estimateur.

Les individus d'ancienneté limite 1 mois se maintiennent fortement jusqu'au bout de leur garantie, avec un taux de 90%. À l'inverse, sur les autres « petites garanties » (anciennetés limites de 2 à 10 mois, hormis 9 mois), les taux de survie décroissent rapidement et présentent les niveaux de maintien les plus bas de tout le portefeuille. Nous y voyons donc la nécessité de les isoler pour ne pas influencer sur la courbe principale (bleue) allant jusqu'à 36 mois. Quant à construire une table spécifique à ces petites garanties, cela paraît envisageable du point de vue du volume de données disponible. Cependant, 98% du montant des PM d'incapacité et 96% des PM d'invalidité en attente portent sur des anciennetés limites de 36 mois, ce qui rend assez négligeable l'intérêt porté aux autres anciennetés limites.

## 6.2 - Incapacité : segmentation par sous-catégorie comptable sur le groupement d'ancienneté limite 36 mois

Nous nous intéressons au groupement principal d'anciennetés limites « 14-18-25-31-32-36 » qui couvre un maximum de 36 mois, soit la totalité d'une table de maintien. La segmentation suivante qui est la plus évidente est la sous-catégorie comptable :

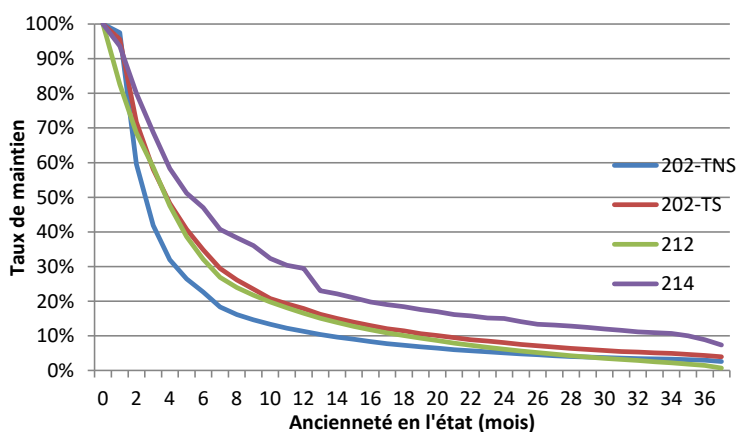


Figure 48 : Fonctions de survie pour le groupement d'ancienneté limite 36 mois selon les sous-catégories comptables en incapacité

Les individus en prévoyance individuelle (sous-catégorie 202, 35 832 lignes) se distinguent entre travailleurs salariés (TS, 18 915 lignes) et travailleurs non-salariés (TNS, 16 917 lignes). Les TNS ont des taux de maintien bien inférieurs aux TS. La construction d'une table de maintien est conditionnée par les volumes de données qui seront potentiellement insuffisants par âge sur ces deux groupes. Par ailleurs, un tracé des fonctions de hasard cumulé fait apparaître des courbes parallèles, ce qui laisse envisager une transformation affine entre ces deux groupes.

Entre les TS de prévoyance individuelle et les individus de prévoyance collective (sous-catégorie 212, 432 099 lignes) il y a a priori peu de différence sur la fonction de survie. On observe cependant des taux de maintien chez les TS en individuel plus élevés à partir de 22 mois d'ancienneté. Cette différence est plus marquée sur les fonctions de hasard cumulé. Cela nous amène à isoler la prévoyance individuelle, sachant que les anciennetés élevées influent beaucoup le calcul des PM.

Les individus de collectivités locales (sous-catégorie 214, 1 603 lignes) ont en revanche un taux de maintien remarquablement plus élevé sur toute la période des 36 mois. Leur faible volume rendra la construction d'une table par âge impossible. En revanche on constate une différence moyenne de la fonction de survie de +9,64% par rapport à celle de prévoyance collective, avec un écart-type de cette moyenne de 2,24%. Nous appliquerons cette translation à la table de maintien en prévoyance collective pour modéliser les collectivités locales.

Nous n'avons pas de segmentation plus fine à mener à ce niveau au risque de fragiliser la qualité de l'estimateur de Kapan-Meier, ou parce que la fonction de survie en prévoyance collective est suffisamment homogène. Au niveau importance de ces 4 mailles relativement au volume de PM d'incapacité, elles sont toutes non négligeables et représentent 88% des PM en prévoyance collective, 4% en collectivités locales, 4% en prévoyance individuelle TNS, et 4% en prévoyance individuelle TS.

### 6.3 - Invalidité : segmentation par sous-catégorie comptable

La 1<sup>ère</sup> variable qui segmente le plus le portefeuille d'invalidité est la sous-catégorie comptable. Nous présentons les fonctions de survie des quatre modalités :

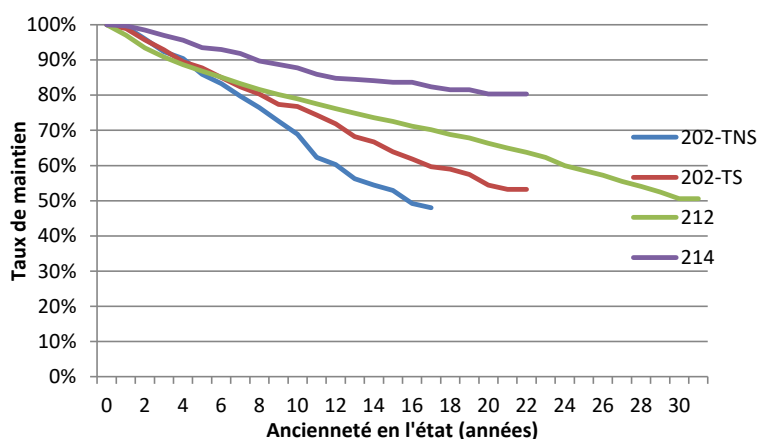


Figure 49 : Fonctions de survie selon les sous-catégories comptables en invalidité

Les courbes de survie soulignent un maintien en invalidité plus fort chez les collectivités locales (sous-catégorie « 214 ») que les individus en prévoyance collective (« 212 »), eux-mêmes se maintenant plus que les TS de prévoyance individuelle (« 202-TS »), ces derniers se maintenant plus que les TNS de prévoyance individuelle (« 202-TNS »). Les périmètres de collectivités locales (1 425 lignes), de TS de prévoyance individuelle (1 147 lignes), et de TNS de prévoyance individuelle (884 lignes) sont cependant inexploitablement de par leur taille d'échantillon trop faible pour construire des tables de maintien par âge d'entrée. Nous nous contenterons donc de mener notre étude sur la prévoyance collective (40 023 lignes) qui représente par ailleurs 93% du volume de montant des PM.

## 6.4 - Invalidité : segmentation par classe de rente annuelle sur la prévoyance collective

La segmentation la plus pertinente sur le portefeuille collectif d'invalidité est suivant la variable de rente annuelle découpée en classes homogènes par rapport aux taux de maintien :

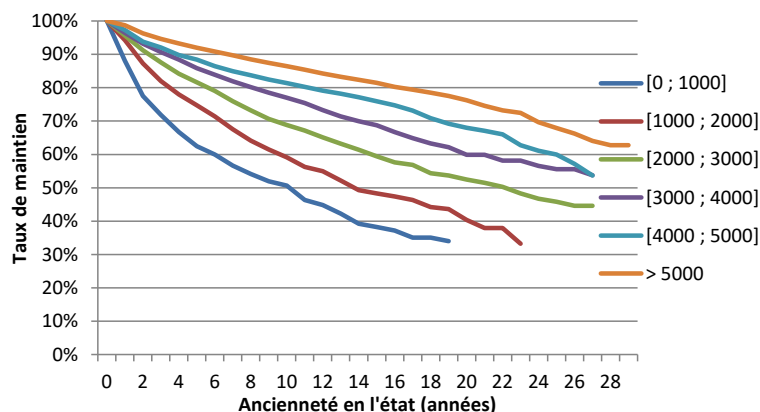


Figure 50 : Fonctions de survie en collectif selon les classes de rente annuelle en invalidité

Le niveau de prestations a son influence sur les taux de maintien puisque plus la rente annuelle augmente, plus les individus se maintiennent en invalidité. La classe [0 ; 1000] contient 1 770 observations, les suivantes en ont entre 3 500 et 5 000, et la dernière (> 5 000 €) en a 20 489. Au sein de cette dernière classe, les taux de maintien n'augmentent plus selon la rente et forment donc une classe homogène qui servira de référence. Les tailles d'échantillon sont à nouveau trop faibles pour construire des tables par âge d'entrée sur les tranches de rente annuelle inférieures à 5 000 €. Malgré le constat visuel d'une certaine proportionnalité des taux de survie, nous sommes contraints de ne pas appliquer un modèle de proportionnalité suite à l'échec de la mise en place du modèle de référence en la matière, le modèle de Cox. Faute d'effectifs suffisants, nous ne construirons pas de table de maintien en invalidité suivant cette segmentation. La table de maintien en invalidité portera sur l'ensemble du portefeuille collectif quel que soit le niveau de rente. On fait donc l'hypothèse que les proportions des invalides dans chaque classe de rente définies précédemment restent stables dans le temps, de sorte qu'en moyenne l'évaluation des PM sur l'ensemble du portefeuille suivant une unique table de maintien soit proche d'une évaluation des PM avec des tables de maintien par tranche de rente.

## 7) Lissage (Whittaker-Henderson)

### 7.1 - Théorie

Le lissage de Whittaker-Henderson consiste à combiner deux critères : un critère de fidélité et un critère de régularité. Le principe de la méthode est expliqué en dimension 2 pour l'application aux tables à double entrée.

Le critère de fidélité représente la qualité de l'ajustement et s'écrit de la façon suivante :

$$F = \sum_{x=age_{min}}^{age_{max}} \sum_{i=anc_{min}}^{anc_{max}} w_{x,i} \times (\hat{q}_{x,i}^{KM} - \hat{q}_{x,i}^{WH})^2 ,$$

avec :



- $\hat{q}_{x,i}^{KM}$  = taux bruts estimés par Kaplan-Meier,
- $\hat{q}_{x,i}^{WH}$  = taux lissés par Whittaker-Henderson,
- $w_{x,i}$  = poids.

Le critère de régularité porte sur la force du lissage et se décompose en deux.

Le critère de régularité verticale agit sur la régularité des taux d'une même colonne, soit ici à ancienneté fixée.

Il s'applique à tous les âges et toutes les anciennetés et s'écrit :

$$S_v = \sum_{i=anc_{min}}^{anc_{max}} \sum_{x=age_{min}}^{age_{max}-z} (\Delta_v^z \hat{q}_{x,i}^{KM})^2 ,$$

avec :

- $\Delta_v^z \hat{q}_{x,i}^{KM}$  = opérateur de différence verticale, discrète, avant, appliqué de manière récursive z fois  
 $= \sum_{j=0}^z \binom{z}{j} \times (-1)^{z-j} \times \hat{q}_{x+j,i}^{KM}$ ,
- z = ordre vertical qui porte sur l'âge.

Le critère de régularité horizontale agit sur la régularité des taux d'une même ligne, soit ici à âge fixé. Il s'applique à tous les âges et toutes les anciennetés et s'écrit :

$$S_h = \sum_{x=age_{min}}^{age_{max}} \sum_{i=anc_{min}}^{anc_{max}-y} (\Delta_h^y \hat{q}_{x,i}^{KM})^2 ,$$

avec :

- $\Delta_h^y \hat{q}_{x,i}^{KM}$  = opérateur de différence horizontale, discrète, avant, appliqué de manière récursive y fois  
 $= \sum_{j=0}^y \binom{y}{j} \times (-1)^{y-j} \times \hat{q}_{x,i+j}^{KM}$ ,
- y = ordre horizontal qui porte sur l'ancienneté.

La fonction à minimiser et qui tient compte des deux critères afin d'obtenir des taux lissés est la suivante :

$$M = (1 - \alpha - \beta) \times F + \alpha \times S_v + \beta \times S_h$$

avec :

- $\alpha$  = indice de pondération du critère de régularité verticale,
- $\beta$  = indice de pondération du critère de régularité horizontale.

La résolution du problème d'optimisation s'effectue en réarrangeant les éléments pour se ramener au cas unidimensionnel. Le vecteur  $u$ , de taille  $(age_{max}-age_{min}+1) \times (anc_{max}-anc_{min}+1)$ , est défini tel que  $u_{(anc_{max}-anc_{min}+1) \times (x-1) + i} = \hat{q}_{x,i}^{KM}$ . Cela revient à prendre pour les  $(anc_{max}-anc_{min}+1)$  premiers éléments du vecteur  $u$  la première ligne de la matrice  $\hat{q}^{KM}$ , puis les éléments de la seconde ligne, et ainsi de suite. De même une matrice de poids est définie en copiant sur la diagonale les lignes de la matrice  $(w_{x,i})$  telle que  $w_{(anc_{max}-anc_{min}+1) \times (x-1) + i, (anc_{max}-anc_{min}+1) \times (x-1) + i}^* = w_{x,i}$ . Enfin, les matrices  $K_v^z$  et  $K_h^y$  sont définies telles que l'on ait :  $S_v = {}^t(K_v^z \times u) \times (K_v^z \times u)$  et  $S_h = {}^t(K_h^y \times u) \times (K_h^y \times u)$ . Les valeurs lissées s'obtiennent par :

$$\hat{q}_{x,i}^{WH} = (w^* + \alpha \times {}^t K_v^z \times K_v^z + \beta \times {}^t K_h^y \times K_h^y)^{-1} \times w^* \times u$$

## 7.2 - Application sur la table de maintien en Incapacité

Afin de maintenir la significativité des données les plus représentées, la matrice des poids est construite avec les proportions des effectifs sous risque au sein de chaque couple (âge à l'entrée ; ancienneté en l'état). Les ordres horizontal et vertical sont choisis entre 1 et 6 et de manière égale dans un premier temps. Dans un

second temps, nous testerons un lissage plus fort sur la variable d'âge à la survenance comme nous l'avons suggéré dans la section 2.3). Les paramètres alpha et beta qui permettent de modifier le poids des régularités horizontale et verticale seront maintenus égaux à 1 et testés seuls dans un dernier temps.

Le lissage peut soit porter sur les taux de sortie, soit sur les taux de maintien. Cette distinction a de l'influence dans la mesure où les taux bruts de sortie sont très erratiques alors que les taux de maintien cumulés sont déjà beaucoup plus réguliers. Nous testerons les deux approches.

Enfin, au-delà d'un aspect visuel, nous cherchons à valider le lissage au travers d'une version ad hoc du test du Khi-2. Pour obtenir des classes bidimensionnelles on effectue des regroupements sur les âges (10 classes) et sur les anciennetés (12 classes). Le test du Khi-2 reste valable dans ce contexte puisque la somme de deux variables indépendantes avec une distribution de Khi-2 est une variable Khi-2, de degré de liberté égale à la somme des degrés de liberté, soit 22 dans notre cas. On obtient alors la statistique :

$$W_{k,l} = \sum_{\ddot{x}=1}^l \sum_{\ddot{t}=1}^k \frac{(D_{\ddot{x},\ddot{t}} - \widehat{D}_{\ddot{x},\ddot{t}})^2}{D_{\ddot{x},\ddot{t}}},$$

avec :

- $D_{\ddot{x},\ddot{t}}$  = nombre observé d'individus sortis entre les anciennetés regroupées entre  $\ddot{t}$  et  $\ddot{t} + 1$
- $\widehat{D}_{\ddot{x},\ddot{t}}$  = nombre estimé d'individus sortis entre les anciennetés regroupées entre  $\ddot{t}$  et  $\ddot{t} + 1$

On peut montrer que si  $L_{x,0} \rightarrow \infty$ , alors  $W_{k,l}$  est asymptotiquement distribué comme une variable  $\chi_{k+l-2} = \chi_{20}$ . Le test consiste à rejeter l'adéquation des taux bruts à notre lissage si la réalisation de  $W_{k,l}$  est trop grande, c'est-à-dire, pour un seuil de 95%, au-delà de la région critique  $W_{k,l} > 10,85$  pour un degré de liberté de 20.

Les tests de paramétrage et les étapes pour arriver à la dernière version se trouvent en [Annexe 4](#). Nous présentons ici le résultat de lissage retenu avec le paramétrage (3, 5, 1, 1) appliqué sur les taux de sortie :

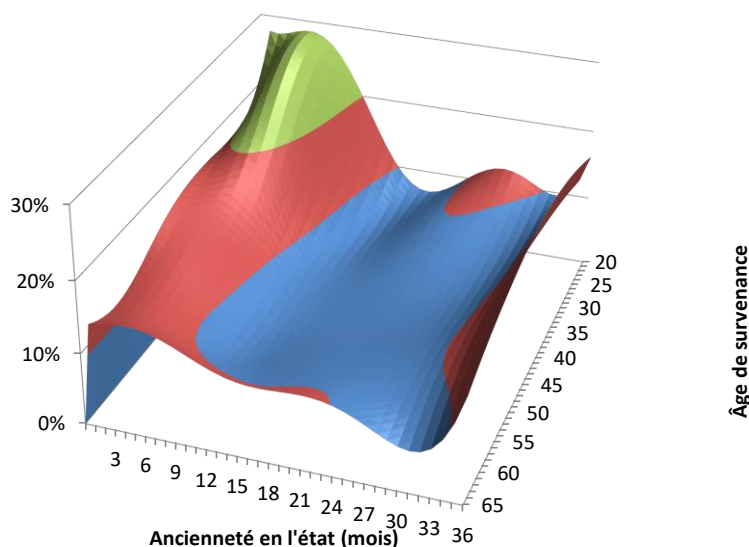


Figure 51 : Taux de sortie en incapacité lissés par Whittaker-Henderson

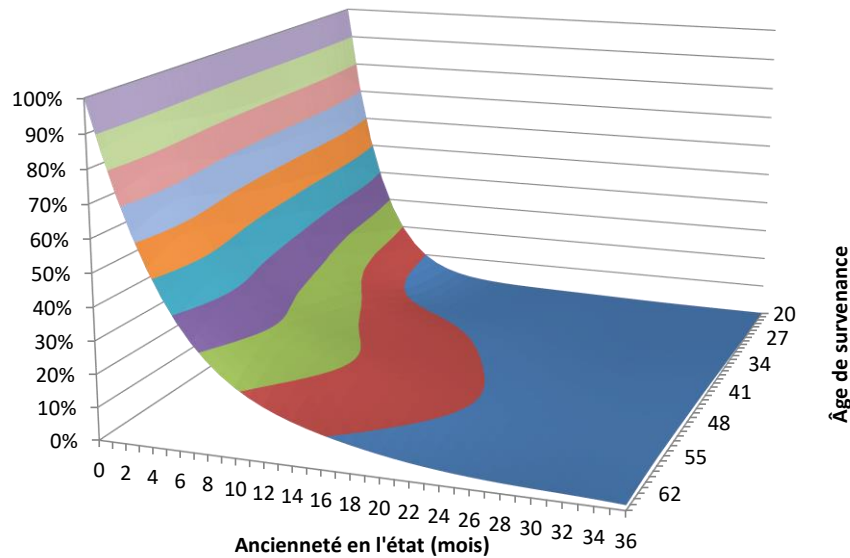


Figure 52 : Taux de maintien en incapacité correspondants



Figure 53 : Évolution des taux de sortie lissés en incapacité à chaque ancienneté par rapport à la précédente

Le lissage conserve les phénomènes relevés lors de l'estimation des taux bruts avec la méthode de Kaplan-Meier, à savoir :

- des taux de sortie importants sur les 7 premiers mois (15 à 20% sur les âges au-delà de 35 ans, et 20 à 30 % sur les âges inférieurs à 35 ans) visibles sur la 1<sup>ère</sup> figure,
- ces mêmes taux qui augmentent au fur et à mesure que l'ancienneté croît sur les 4 premiers mois et sur âges plutôt jeunes (inférieurs à 40 ans), visibles sur la 3<sup>ème</sup> figure,
- des taux de sortie qui diminuent entre 8 et 19 mois (de 10 à 7%), puis qui remontent entre 20 et 32 mois (de 7 à 10%), visibles sur les 1<sup>ère</sup> et 3<sup>ème</sup> figure,
- des taux de sortie forts et en augmentation rapide à l'approche des 36 mois (10 à 20%).

La valeur de la statistique de test de Khi-Deux obtenue est de 3,26, ce qui nous conduit à accepter l'ajustement.

L'ordre vertical qui porte sur l'âge est stoppé à la valeur 3 car au-delà la statistique du Khi-Deux réaugmente. Pour l'ordre horizontal qui porte sur l'ancienneté, elle conduit à des statistiques de Khi-Deux toujours plus faibles au fur et à mesure de choix de paramètre plus élevé. Néanmoins les taux sont plus abruptes à partir de la valeur 6. De plus, pour des ordres horizontaux inférieurs ou égaux à 4, les taux de sortie lissés montent jusqu'à 19,3% (ordre horizontal 4) à 36 mois d'ancienneté (17,0% pour un ordre horizontal 3), contre 20,7% pour un ordre horizontal 5. Cette valeur n'augmente pas plus pour des ordres horizontaux supérieurs à 5. Ce paramétrage nous assure donc également une certaine prudence compte tenu de l'importance des taux de fin de table qui sont très influents sur le calcul des PM.

### 7.3 - Application sur la table de maintien en Invalidité

La même démarche est appliquée à l'Invalidité. Le résultat de lissage retenu avec le paramétrage (3, 4, 1, 1) appliqué sur les taux de sortie est le suivant :

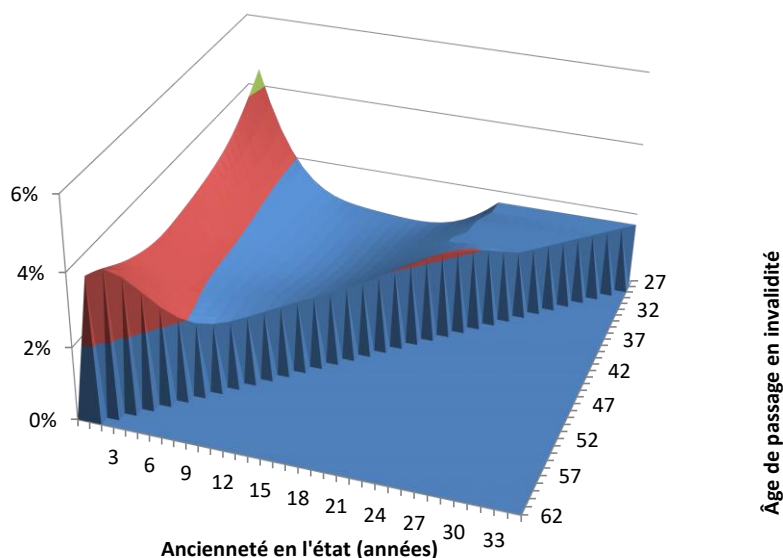


Figure 54 : Taux de sortie en invalidité lissés par Whittaker-Henderson

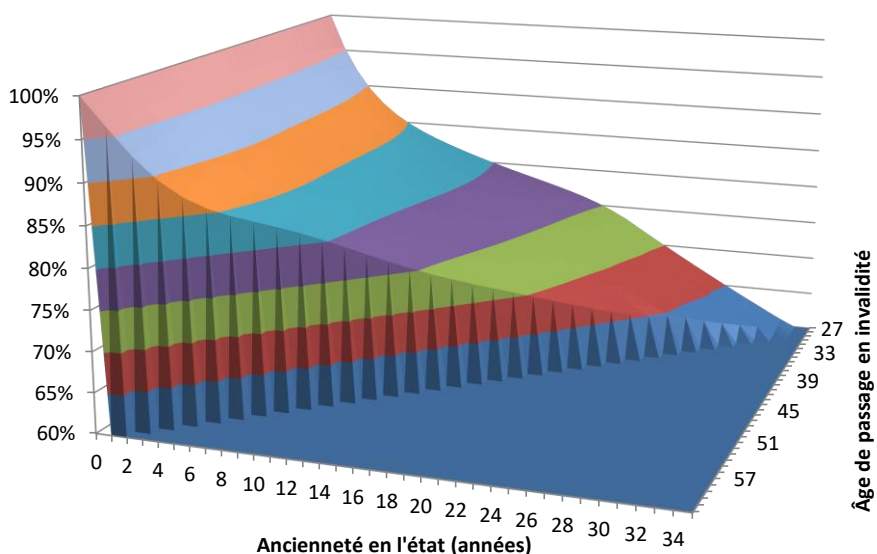


Figure 55 : Taux de maintien en invalidité correspondants

Comme pour les taux bruts, le lissage fait apparaître des taux de sortie plus forts aux premières années d'ancienneté. Dans la diagonale, c'est-à-dire à la frontière des âges « courants » de 61 et 62 ans, nous avons fait le choix suite à la remarque au chapitre 2 section 4.5 de lisser une première fois les taux bruts de l'âge 61 ans en faisant la moyenne des âges 60 et 62 ans à iso ancienneté, ce afin de retirer le pic à cet âge. Enfin, pour les âges d'entrée en invalidité compris entre 27 et 35 ans, les taux de sortie, même lissés, ont été corrigés pour les anciennetés longues (à l'approche des 62 ans) sur des effectifs sous risque inférieurs à 20 : la variance était en effet très forte sur ces âges. Ils ont été complétés le taux de 1,69% qui correspond au taux de mortalité de 62 ans de la TD 88-90, table de mortalité la plus prudente. Nous justifions ce choix par le fait que ces

individus restés longtemps en invalidité n'ont probablement que le décès comme possibilité de « sortie » de l'état d'invalidité. Ce taux nous paraît donc être un seuil maximal.

La valeur de la statistique de test de Khi-Deux obtenue est de 0,53, ce qui nous conduit à accepter l'ajustement.

L'ordre vertical qui porte sur l'âge est stoppé à la valeur 3. C'est un ordre à partir duquel la statistique du Khi-Deux diminue très peu et où le lissage reste encore régulier visuellement. La même démarche sur l'ordre horizontal, qui porte sur l'ancienneté, nous conduit à la valeur 4.

#### 7.4 - Application sur la table de passage en Invalidité

La même démarche est appliquée aux taux de passage en Invalidité. La particularité est que le lissage est ici séparé en deux : sur les anciennetés 0 à 34 mois d'une part, et sur l'ancienneté 35 mois seule d'autre part. En effet, un lissage unique ne permet pas de maintenir la fidélité des taux bruts atteignant 9% en moyenne à l'ancienneté 34 mois, puis 55% en moyenne à l'ancienneté 35 mois. Quelques soient les paramètres, le lissage aura toujours tendance à majorer les taux de passage sur les anciennetés 30 à 34 mois, et à minorer les taux de passage à l'ancienneté 35 mois.

Sur les anciennetés 0 à 34 mois, le résultat de lissage retenu avec le paramétrage (3, 4, 1, 1) se trouve ci-dessous :

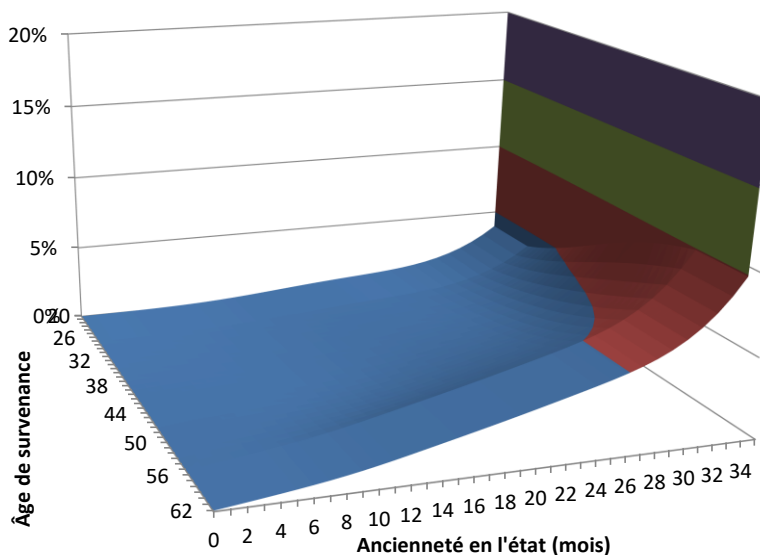


Figure 56 : Taux de passage en invalidité lissés par Whittaker-Henderson

Nous notons une influence croissante de l'âge sur les taux de passage. Nous avons choisi d'appliquer le lissage sur les âges d'entrée de 27 à 55 ans pour les raisons citées au chapitre 2 section 4.5. Au-delà, les taux bruts redescendent trop et influent négativement le lissage. Nous prolongeons la table sur les âges 56 à 62 ans en reportant les taux de l'âge 55 ans, et celui de l'âge 27 ans sur les âges 20 à 26 ans. Ce choix est motivé par le fait que l'accroissement suivant l'âge est assez fort aux anciennetés élevées et nous mènerait à des taux extrêmes forts si l'on avait choisi un prolongement par report de l'accroissement des taux.

La valeur de la statistique de test de Khi-Deux obtenue est de 6,64, ce qui nous conduit à accepter l'ajustement.

L'ordre vertical qui porte sur l'âge est stoppé à la valeur 3 car au-delà on obtient un creux autour de l'âge 30 ans qui nous paraît injustifié. Pour l'ordre horizontal qui porte sur l'ancienneté, elle conduit à une statistique de Khi-Deux optimale au paramètre 4.

Sur l'ancienneté 35 mois, nous utilisons le lissage de Whittaker-Henderson dans sa version à 1 dimension avec le paramétrage (3, 1) :

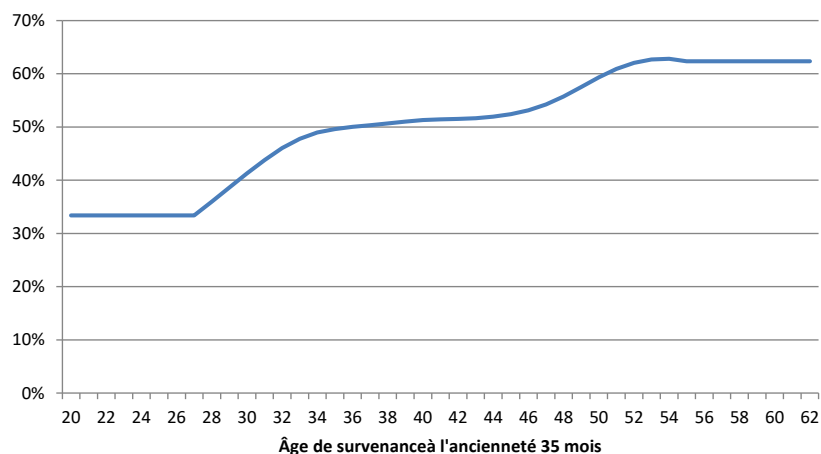


Figure 57 : Taux de passage en invalidité lissés par Whittaker-Henderson à l'ancienneté 35 mois par âge de survenance

Les taux lissés augmentent suivant l'âge et sont d'en moyenne 55%, allant de 33% à 63%. Ces taux sont proches des taux bruts (55% en moyenne, allant de 32% à 65%). Pour les mêmes raisons que précédemment, nous préférons un prolongement sur les âges 20 à 26 et 56 à 62 par report des taux de passage aux âges 27 et 55 ans, plutôt que d'appliquer un prolongement des taux d'accroissement.

## Chapitre 3 : Influence sur le provisionnement

Dans ce chapitre, les lois d'expérience créés sont analysées afin d'être exploitées pour le calcul des provisions. L'emploi de ces tables sera accompagné d'une décomposition des hypothèses techniques et environnementales. L'objectif de cette partie est de répondre à la problématique générale en proposant une méthode soumise à une incertitude minimale et de conclure sur les niveaux de prudence des provisions techniques.

### 1) Coefficients de provisionnement des tables d'expérience

Les coefficients de provisionnement sont ceux calculés à partir de la formule présentée dans le chapitre 1 section 5. Ils expriment la valeur actuelle probable de temps de maintien en l'état. Un taux technique de 0% est retenu pour avoir un facteur d'actualisation neutre qui permette d'isoler l'influence seule des probabilités de maintien des tables d'expérience. Les coefficients sont calculés pour chaque âge et ancienneté.

Sur le maintien en incapacité, la représentation des coefficients de provisionnement obtenue est la suivante :

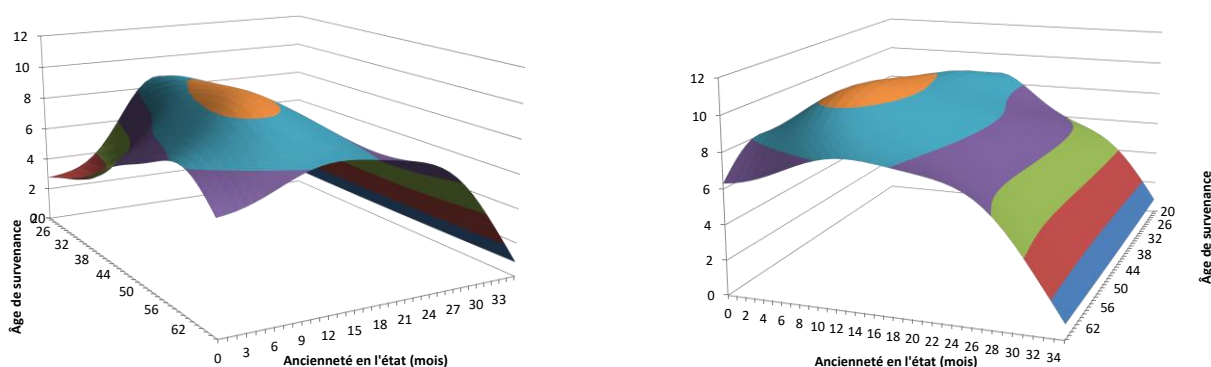


Figure 58 : Coefficients de provisionnement du maintien en incapacité

Suivant une ancienneté en l'état croissante, les PM d'incapacité augmentent jusqu'à un seuil maximal compris entre 9 et 15 mois (selon l'âge). En effet, les taux de sortie sont plus forts au cours des premiers mois d'incapacité que sur les mois suivants. Il y a donc sur cet intervalle une probabilité importante de sortir bien avant d'atteindre la limite des 36 mois. L'augmentation de la PM s'explique par le fait que plus l'ancienneté augmente, plus on s'affranchit des taux de sortie forts des premiers mois.

Au-delà de ce seuil maximal, les PM diminuent régulièrement. Avec des taux de sortie plus faibles et assez stables, c'est la durée restante jusqu'à la limite des 36 mois qui influe le plus et qui explique cette baisse régulière.

Suivant un âge d'entrée croissant, les PM augmentent aussi mais seulement significativement sur les 11 premiers mois d'anciennetés. On en déduit que les causes d'arrêts courts (maladies saisonnières, troubles musculo squelettiques, fatigues passagères) ont différentes conséquences sur les personnes suivant leur âge. Au-delà, et donc pour des causes d'arrêts longs, elles augmentent mais peu voire pas en fonction de l'âge.

De plus elles atteignent un seuil maximal de 57 ans pour une ancienneté en l'état de 0 mois, seuil qui recule régulièrement jusqu'à 42 ans pour une ancienneté en l'état de 22 mois. Après ce seuil, les PM diminuent légèrement. Nous n'avons pas forcément d'explication pour décrire ce phénomène. La baisse étant faible, nous n'allons pas plus loin. Enfin, ce seuil est à 65 ans pour les anciennetés en l'état comprises entre 23 et 36 mois, mais il est peu significatif car à partir de ces anciennetés les PM sont stables par âge.

Sur le maintien en invalidité, la représentation des coefficients de provisionnement est la suivante :

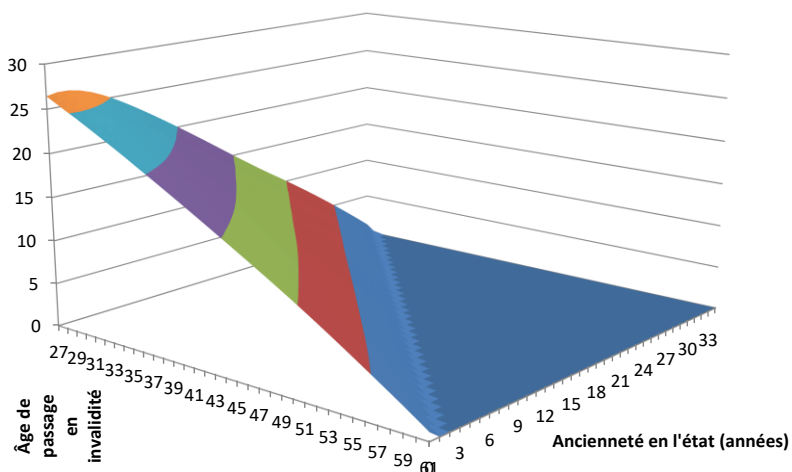


Figure 59 : Coefficients de provisionnement du maintien en invalidité

Les influences de l'âge et de l'ancienneté sont peu évidents visuellement en invalidité. Cela est dû au fait que les taux de sortie en invalidité sont naturellement faibles. Le principal motif de sortie étant l'âge atteint de départ à la retraite, les coefficients des PM sont souvent proches de la différence de l'âge de départ à la retraite et de l'âge actuel.

Enfin, la représentation graphique des coefficients de provisionnement sur le passage en invalidité est exposée ci-dessous :

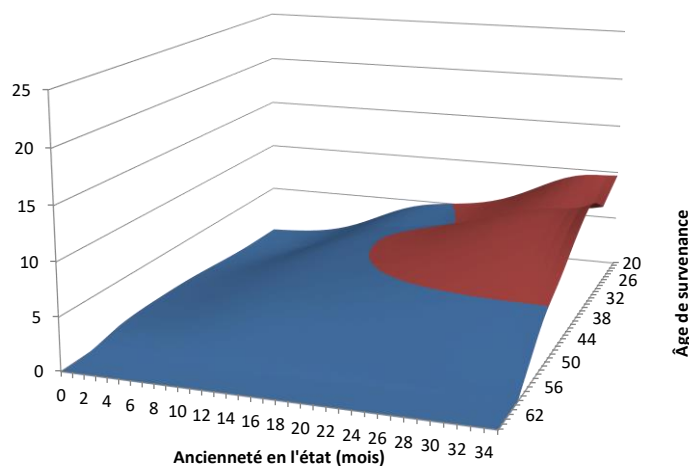


Figure 60 : Coefficients de provisionnement du passage en invalidité



Les PM d'invalidité en attente augmentent avec l'ancienneté. La hausse des taux de passage explique cette tendance. Suivant l'âge, les PM diminuent au fur et à mesure que l'individu se rapproche de l'âge de départ à la retraite. Une irrégularité est visible sur l'âge 27 ans, probablement due au prolongement en « coude » des taux de passage à cet âge.

Après avoir décrit les évolutions des coefficients de PM, ceux-ci sont maintenant comparés à ceux des tables réglementaires du BCAC (1993-2010) en vigueur.

## 2) Influence des tables d'expérience sur les PM et comparaison des coefficients avec les tables du BCAC en vigueur

Les coefficients de PM des tables du BCAC (1993-2010) en vigueur sont donnés en [Annexe 5](#). La comparaison des coefficients de nos tables d'expérience avec ceux du BCAC est construite en indiquant le pourcentage d'augmentation ou de diminution.

Sur le maintien en incapacité, nous avons les résultats suivants :

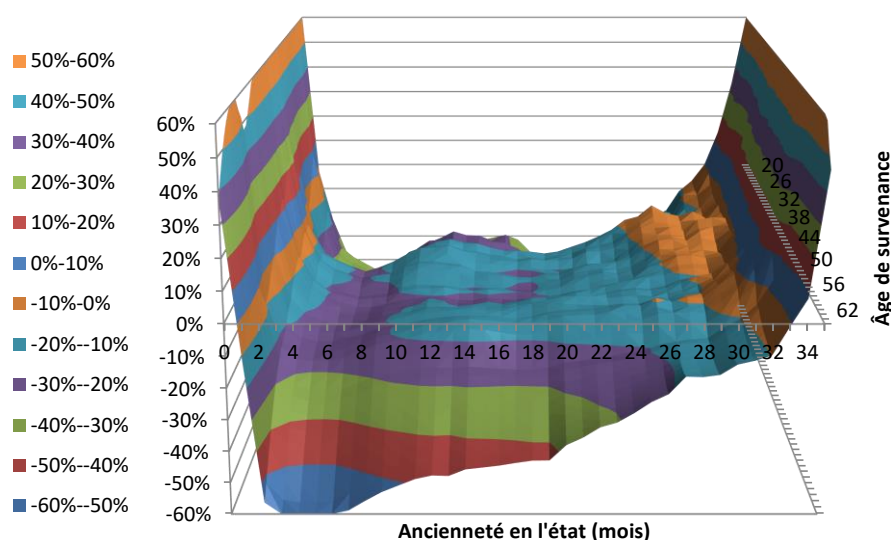


Figure 61 : Effet des données d'expérience sur les coefficients de provisionnement du maintien en incapacité par rapport aux coefficients de la table réglementaire du BCAC (1993-2010)

La majorité des effets sur coefficients de PM sont compris entre -30% et -10% avec une moyenne de -20%. Une première conclusion est que notre table d'expérience nous indique des durées de maintien globales en incapacité bien moins longues que les données de 1993 utilisées par la table du BCAC actuelle.

Trois zones extrêmes se distinguent. Même si elles représentent des cas peu courants d'utilisation du coefficient de provisionnement, nous analysons leur spécificité.

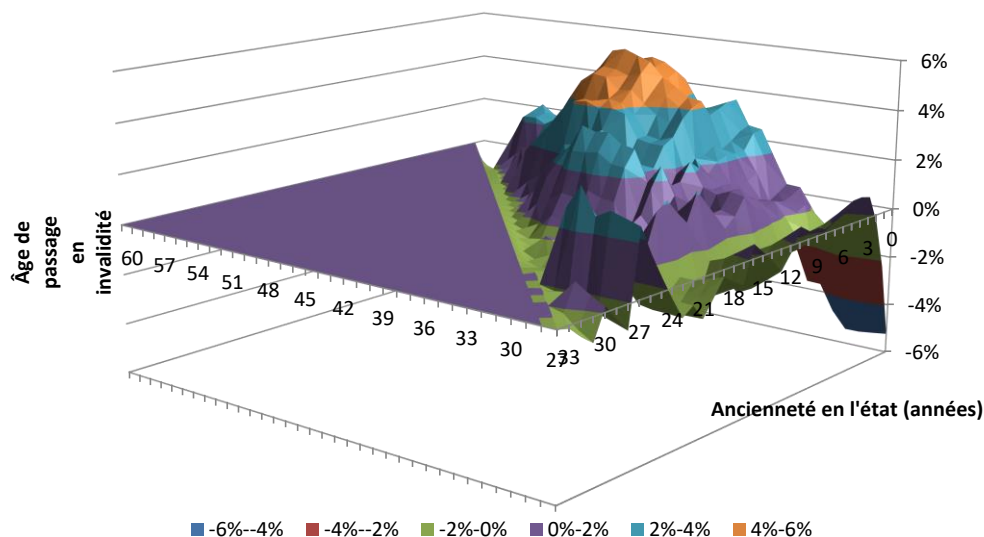
La première se situe sur des anciennetés de 0 et 1 mois. L'effet est fort puisque les individus d'ancienneté 0 ont des PM d'en moyenne 105% et jusqu'à 184% plus importantes que ceux de la table réglementaire du BCAC (les résultats ont été coupés sur le graphique pour maintenir une bonne lisibilité pour le reste de la

table). À 1 mois d'ancienneté, cet effet n'est plus que de 3% en moyenne et au maximum de 24%. Cet effet porte sur des coefficients de la table du BCAC très faibles, de l'ordre de 3,16 à 0 mois d'ancienneté, et 5,81 à une ancienneté de 1 mois. Cela est dû à des taux de sortie bien plus élevés dans la table du BCAC sur les 2 premiers mois d'ancienneté (en moyenne respectivement 56% et 35%) par rapport à ceux de notre table d'expérience (en moyenne respectivement 17% et 18%). Il semble donc que, contrairement à ce qu'il se passe au niveau global, les sinistres courts durent plus longtemps sur notre portefeuille que ce qu'indique la table du BCAC. Nous restons cependant prudents sur cette observation car nous rappelons avoir écarté de notre estimateur les garanties à ancienneté limite petite (inférieures à 10 mois) et qui présentaient des taux de sortie élevés comme ceux de la table du BCAC. Il est possible que cette dernière n'ait pas subi de traitement similaire sur les anciennetés limites. Une nouvelle fois nous rappelons que les coefficients, et donc le volume des PM sont faibles sur ce « secteur » de la table.

La deuxième zone d'écart importants est en fin de table, sur les anciennetés élevées. À 35 mois, les coefficients de PM d'expérience sont en moyenne 296% plus élevés que ceux de la table du BCAC, avec même un pic à 661%. Il s'agit ici d'un potentiel défaut de la table réglementaire. En effet, les coefficients sur notre portefeuille sont de l'ordre de 0,81 et donc proches de 1, alors que ceux du BCAC sont de l'ordre de 0,26. Il nous paraît plus censé pour des individus étant restés 35 mois en incapacité d'atteindre le 36<sup>ème</sup> et dernier mois avec une probabilité de 81% que seulement 26% dans le cadre d'arrêts longs et donc graves.

Enfin, la troisième zone se situe aux âges compris entre 62 et 65 ans. Les effets sur les coefficients de PM sont plutôt de l'ordre de -30% à -40%, avec un pic à -60%. Si la spécificité de cette différence nous échappe, nous l'admettons dans la mesure où les PM d'incapacité aux âges supérieurs à 62 ans représentent une part négligeable de 4% de la totalité des PM.

Sur le maintien en invalidité, les résultats sur les coefficients de provisionnement sont ci-dessous :



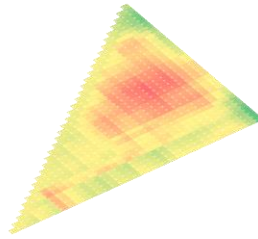


Figure 62 : Effet des données d'expérience sur les coefficients de provisionnement du maintien en invalidité par rapport aux coefficients de la table réglementaire du BCAC (1993-2010)

Sur la diagonale des âges « courants » de 60 à 62 ans, l'effet sur les coefficients de PM est de l'ordre de -1%. Malgré que nous ayons déclaré en censures à droite les âges de départ à la retraite et leur recul à 62 ans étalonné entre 2011 et 2017 au chapitre 1 section 7, il est possible que des départs anticipés nous aient échappé et qu'ils influent les taux de sortie.

Pour les âges inférieurs à 34 ans, l'effet sur les coefficients de PM est plutôt par rapport à ceux de la table réglementaire du BCAC.

Pour le reste de la table et qui représente la portion la plus significative sur le calcul des PM sur l'ensemble du portefeuille, l'effet sur les coefficients de PM se situe autour de 3% ou 4%. Cela sera à confirmer avec l'évaluation des PM réelles mais nous pouvons d'ores et déjà penser que la table d'expérience nous indique des durées de maintien globales en invalidité plus longues que les données de 1993 utilisées par la table du BCAC actuelle.

Enfin, le résultat de la construction de la table de passage en invalidité sur le provisionnement vis-à-vis de la table réglementaire est présenté ci-dessous :

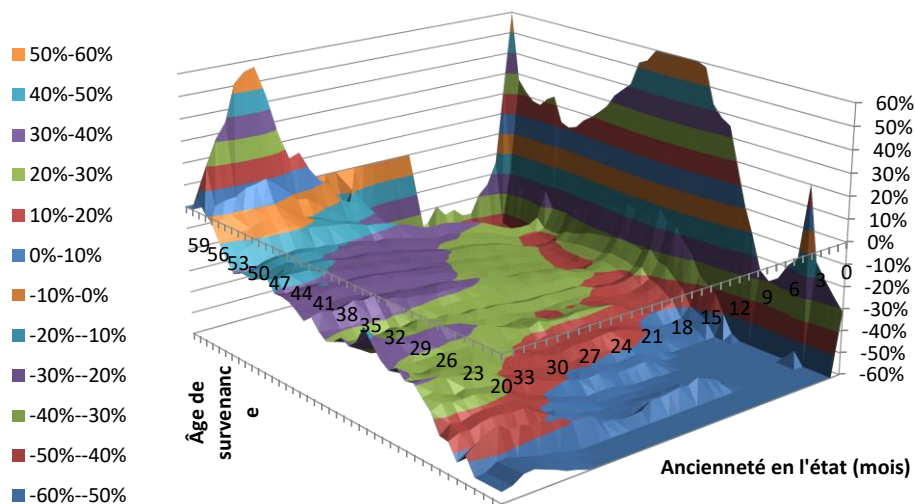


Figure 63 : Effet des données d'expérience sur les coefficients de provisionnement du passage en invalidité par rapport aux coefficients de la table réglementaire du BCAC (1993-2010)

Hormis des taux de passage plus élevés aux extrêmes, c'est-à-dire aux âges élevés ou anciennetés petites, les probabilités de passage en invalidité sont très nettement plus faibles que celles des tables réglementaires du

BCAC. Les taux oscillent entre -20 et -60% et semblent être en moyenne 35% plus faibles. Cette influence forte amène une forte incertitude quant à la véracité de ces taux. La question se pose de savoir ce que deviennent les individus en incapacité après avoir atteint les 36 mois d'ancienneté limite, mais également d'où proviennent les individus actuellement en invalidité. Cette lourde problématique ne sera pas résolue ici mais fait peser un doute important sur les caractéristiques du portefeuille de Mutex.

Sur les trois garanties, l'application sur le portefeuille de prévoyance collective hors collectivités locales donne les résultats suivants :

<i>Prévoyance Collective hors collectivités locales</i>				
<b>PM Arrêt de Travail</b>	<b>Table BCAC réglementaire</b>	<b>Table d'expérience</b>	<b>Impact</b>	<b>Impact %</b>
PM incapacité en cours	120 819 485	92 707 324	-28 112 161	-23,3%
PM invalidité en attente	454 183 639	286 008 569	-168 175 070	-37,0%
PM invalidité en cours	765 927 488	779 068 869	13 141 381	1,7%
<b>Total</b>	<b>1 340 930 612</b>	<b>1 157 784 762</b>	<b>-183 145 850</b>	<b>-13,7%</b>

*Tableau 64 : Influence des tables d'expérience sur le calcul des PM*

Ces résultats sont conformes avec ceux présumés tout au long de cette section. À sélection d'encours identique, un premier ordre de grandeur de marge de prudence est ici donné. Il ne porte cependant que sur la portion des sinistres connus et considérées en cours d'indemnisation et ne répond pas à lui seul à la problématique générale.

Les tables d'expérience que nous avons construites présentent donc des effets sur le provisionnement bien différents des tables réglementaires du BCAC. Nous savons que les tables du BCAC reconstruites en 2013 s'éloignent également des tables en vigueur et mettent en évidence des nouveaux comportements de la population actuelle aux arrêts de travail. Une comparaison est maintenant faite des tables d'expérience à ces nouvelles tables du BCAC.

### **3) Comparaison des coefficients avec les nouvelles tables du BCAC**

Les coefficients de PM des nouvelles tables du BCAC (2013) sont donnés en Annexe 6.

Nous procédons de manière identique à la section précédente en commençant par le maintien en incapacité :

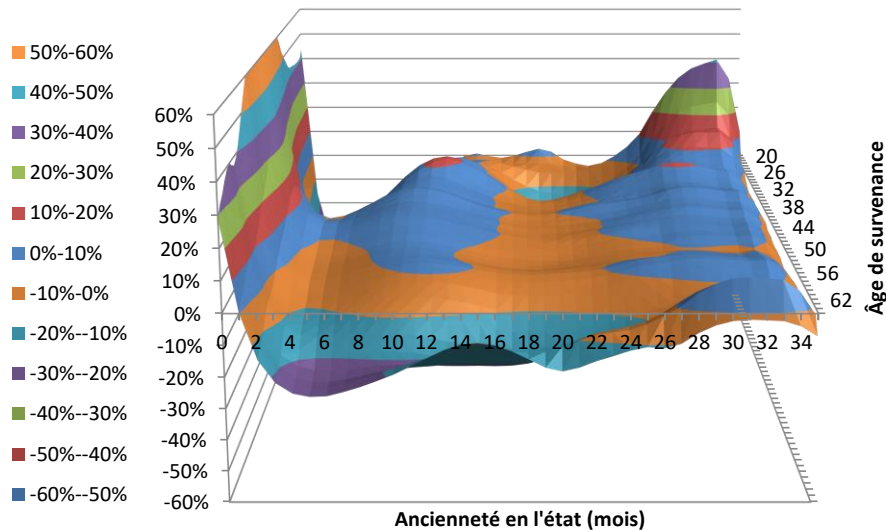


Figure 65 : Effet des données d'expérience sur les coefficients de provisionnement du maintien en incapacité par rapport aux coefficients de la table reconstruite du BCAC (2013)

Les effets sur coefficients de PM oscillent autour de 0% de manière générale ce qui conforte notre table d'expérience de maintien en incapacité vis-à-vis des données récentes sur l'arrêt de travail.

Nous n'avons plus d'écarts sur la fin de table (anciennetés supérieures à 32 mois) ce qui renforce les taux de maintien construits dans cette zone.

Les écarts sur les petites anciennetés sont à nouveau présents mais un peu moins forts. Les individus d'ancienneté 0 ont des PM d'en moyenne 57% et jusqu'à 90% plus importantes que ceux de la nouvelle table du BCAC. Cela confirme des sinistres courts qui durent plus longtemps sur notre portefeuille.

Enfin, sur les âges compris entre 62 et 65 ans, les écarts sont encore présents mais également amoindris. Les effets sur les coefficients de PM sont en moyenne de -12% et avec un pic à -25%.

Sur le maintien en invalidité, les résultats sur les coefficients de provisionnement sont ci-dessous :

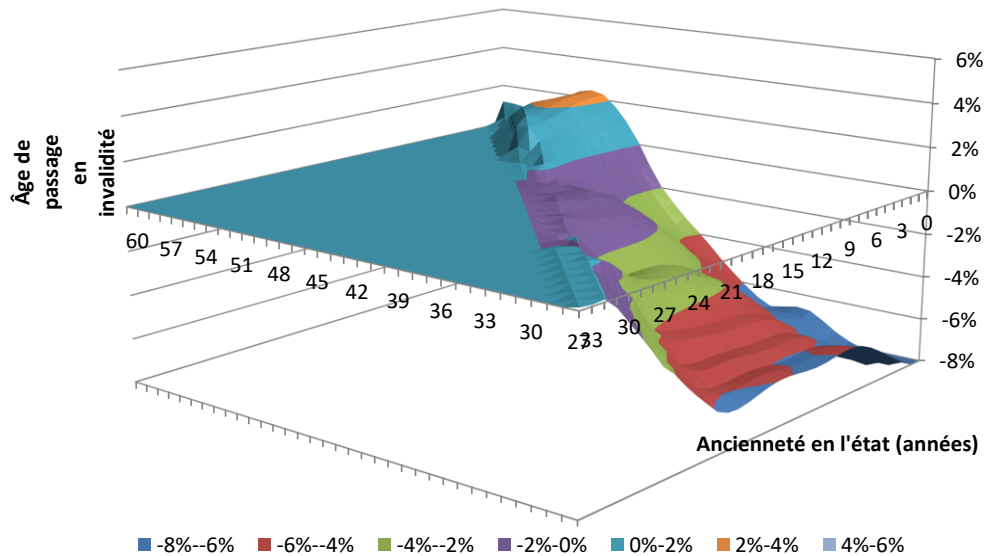


Figure 66 : Effet des données d'expérience sur les coefficients de provisionnement du maintien en invalidité par rapport aux coefficients de la table reconstruite du BCAC (2013)

Les effets sur les coefficients de PM sont différents par âge. À partir de 48 ans, la différence est positive et de l'ordre de 1% à 2%. En dessous de 48 ans c'est une différence négative et progressive de 0% à -8% au fur et à mesure que les âges décroissent. La nouvelle table du BCAC semble avoir un facteur âge qui intervient plus que la loi d'expérience.

Enfin, les différences sur la table de passage en invalidité sont les suivantes :

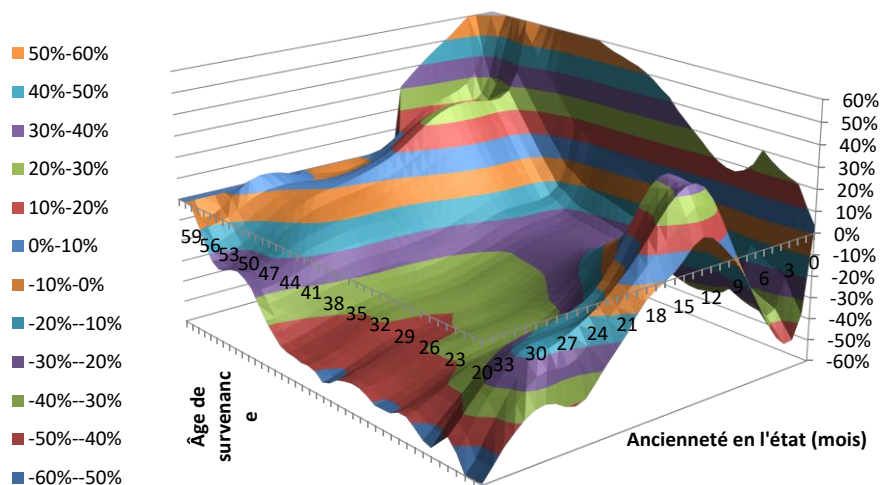


Figure 67 : Effet des données d'expérience sur les coefficients de provisionnement du passage en invalidité par rapport aux coefficients de la table reconstruite du BCAC (2013)

Les mêmes constats que par rapport à la table réglementaire du BCAC sont faits. Le comportement des taux de passage aux âges et anciennetés extrêmes est plus fort mais sur l'ensemble de la table, les probabilités de passage sont toujours bien inférieures et ce de l'ordre de -30%.

Ces écarts étant difficiles à justifier, nous testerons la sensibilité des calculs de PM à l'utilisation de cette table et la comparerons à l'utilisation de la table d'expérience.

#### 4) Estimation de la marge technique

##### 4.1 - Hypothèses relatives au provisionnement sous Solvabilité 1

L'objectif de ce mémoire est de calculer précisément la marge technique de prudence contenue dans les provisions techniques sous la vision Solvabilité 1 par rapport aux flux constituant le *Best Estimate* de sinistres sous la vision Solvabilité 2.

Les provisions techniques en arrêt de travail sous Solvabilité 1, hormis la provision d'égalisation destinée à lisser les fluctuations du résultat technique sur plusieurs années et qui n'entre pas dans le champ d'étude, se décomposent en trois éléments :

- les provisions mathématiques (PM) qui couvrent les prestations futures à partir de la date de clôture (ici le 31/12/2019) sur les individus connus et en cours de paiement de leur arrêt de travail,
- les provisions pour sinistres à payer (PSAP) calculées sur les individus connus et en cours de paiement de leur arrêt de travail pour couvrir les prestations à payer sur la période entre la dernière date d'indemnisation et la date de clôture,
- les provisions pour sinistres inconnus (ou « incurred but not yet reported » (IBNYR)) qui couvrent les sinistres déjà survenus mais non encore déclarés à la date de clôture.

Il peut également exister un fonds de revalorisation destiné à couvrir la revalorisation future des indemnités et rentes. Néanmoins cette problématique n'est pas abordée ici.

La date de comptabilisation est la date à laquelle un sinistre est payé. Elle se distingue de la dernière date d'indemnisation qui est la dernière date connue de fin d'un sinistre ou d'une période ouvrant droit à prestations. Sur le portefeuille étudié, le délai entre ces deux dates est en moyenne de 75 jours en incapacité et de 28 jours en invalidité. Ce délai rend complexe la détermination des individus qui sont encore en cours de paiement à la date d'arrêt des comptes.

Les actuaires ont souvent recours à la définition d'une règle de clôture des dossiers pour déterminer la population sur laquelle calculer les PM d'arrêt de travail, et plus précisément celles relatives à l'incapacité. Celle en vigueur au 31/12/2019 à Mutex est constituée de plusieurs conditions complexes mais peut être résumée plus simplement de la façon suivante : tous les dossiers n'ayant pas fait l'objet de paiement depuis plus de 4 mois sont considérés comme clos. Autrement dit, les sinistres considérés en cours sont ceux qui ont fait l'objet d'une indemnisation dans les 4 derniers mois précédant la date d'arrêt des comptes. Bon nombre d'arrêts sont de courtes durées. Il y a donc une part d'incertitude relative au choix des sinistres déclarés en cours : une partie des dossiers sur lesquels on calcule des PM mène à un calcul d'engagements futurs non nécessaire car les sinistres sont déjà clos.



La problématique de temps de gestion des dossiers et des évènements pouvant occasionner des retards (grèves, migration de système de gestion, pandémie) contribue largement à l'incertitude de sélection des encours. C'est un fait observé en 2019 à Mutex.

La décomposition de la charge de sinistres sous Solvabilité 1 selon les trois types de provisions citées plus haut se lie donc à ces autres hypothèses augmentant la part d'aléa dans le calcul exact de l'engagement de l'assureur à la date de clôture.

#### 4.2 - Calcul des PM sur une nouvelle sélection d'encours

Jusqu'à présent, la démarche a été de challenger l'estimation probabiliste des durées de maintien nécessaires au calcul des PM d'arrêt de travail. Comme vu précédemment, elles sont liées à la règle de sélection des encours mais celle-ci n'est probablement pas assez précise. Afin de réduire cette incertitude, une nouvelle extraction est réalisée avec 2 années de recul.

Les vrais encours sont définis comme ayant eu au moins un paiement comptabilisé avant le 31/12/2019 et au moins un après le 31/12/2019. Un calcul de PM est réalisé sur ces derniers à leur dernière date d'indemnisation avec les tables d'expérience. Le calcul n'est pas fait à la date de clôture du 31/12/2019 comme le veut le calcul usuel de PM, ce dans le but d'intégrer les PSAP. En effet, il paraît préférable de soumettre la période entre la dernière date d'indemnisation et la date de clôture à une loi probabiliste de maintien plutôt qu'à un calcul certain de prestations. Le taux technique choisi étant de 0%, il n'y a pas de problématique de décalage d'actualisation. Quelques hypothèses fortes demeurent néanmoins :

- Le montant d'indemnité mensuelle, ou rente annuelle, projeté en flux futurs dans le calcul de PM correspond à la prestation versée sur la dernière période d'indemnisation et qui est ensuite mensualisée (ou annualisée). On suppose donc que ce montant va rester stable dans le temps ;
- Quelques sinistres ont une date de dernière indemnisation très antérieure au 31/12/2019. Cela constitue au-delà d'1 année 5,5% des dossiers d'incapacité et 0,3% des dossiers en invalidité. Même s'il y a un paiement prochain qui arrive au-delà du 31/12/2019 au titre d'une période de couverture très ancienne, il semble peu convenable de leur appliquer un calcul de PM car il s'agit sûrement d'actions de gestion exceptionnelles ou relatives à des recours ou contentieux juridiques.

Les résultats du calcul sur la nouvelle sélection d'encours sont présentés ci-dessous :



Prévoyance Collective hors collectivités locales				
Provisions tête à tête Arrêt de Travail	Table d'expérience sur sélection d'encours d'inventaire	Table d'expérience sur nouvelle sélection d'encours	Impact	Impact %
Nombre dossiers incapacité	26 642	22 846	-3 796	-14,2%
PM incapacité en cours	92 707 324	80 599 303	-38 559 664	-32,4%
PSAP incapacité en cours	26 451 644			
PM invalidité en attente	286 008 569	249 934 741	-36 073 828	-12,6%
Nombre dossiers invalidité	19 476	19 794	318	1,6%
PM invalidité en cours	779 068 869	766 728 846	-17 494 637	-2,2%
PSAP invalidité en cours	5 154 614			
<b>Total Nombre dossiers</b>	<b>46 118</b>	<b>42 640</b>	<b>-3 478</b>	<b>-7,5%</b>
<b>Total Provisions tête à tête</b>	<b>1 189 391 020</b>	<b>1 097 262 891</b>	<b>-92 128 130</b>	<b>-7,7%</b>

Tableau 68 : Comparaison des niveaux de provisions tête à tête et du nombre de dossier à provisionner suivant la sélection d'encours

Le taux de dossiers provisionnés à tort en incapacité est de l'ordre de 14%. L'influence à la baisse sur le regroupement PM incapacité et PSAP incapacité est plus forte et atteint -32%. Ce type de provisionnement sur des sinistres très courts engendrait une PSAP, calculée de manière certaine jusqu'au 31/12/2019, élevée à laquelle se rajoutait une PM d'incapacité calculée avec une ancienneté de quelques mois. Pour rappel, la PM d'incapacité croît jusqu'à ce que l'ancienneté atteigne 9 mois minimum car les taux de sortie sont les plus forts dans les premiers mois et diminuent rapidement, ce qui tend à allonger les maintiens passés ces quelques mois.

En invalidité, la nouvelle sélection d'encours permet de récupérer quelques dossiers mais ce nombre est peu important. En revanche, l'influence sur les provisions tête à tête est de l'ordre de -2%. Cet écart provient d'une différence de rentes servant au calcul de PM.

### 4.3 - Étude des sinistres inconnus

Le recul de 2 années permet de réévaluer les PM en ayant une meilleure vision de leur champ d'application. Ce recul offre également la possibilité de reconnaître une partie des sinistres inconnus au 31/12/2019. Une étude visant à mesurer les proportions en jeu est menée.

Les sinistres inconnus, ou « tardifs », sont ceux pour lesquels la première date de paiement comptable est postérieure au 31/12/2019. L'objectif de cette étude est d'évaluer leur temps de reconnaissance et à projeter les nombres de dossiers restants inconnus. Pour ce faire, la méthode Chain Ladder est utilisée. C'est une méthode déterministe applicable à des triangles cumulés. On pose :

$c_{i,j}$  le nombre de « nouveaux » dossiers cumulé pour chaque année de survenance d'incapacité, ou de passage en invalidité  $i$ , et pour chaque année de développement  $j$ ,

$$f_{i,j} = \frac{c_{i,j+1}}{c_{i,j}} \text{ pour } i = 2009, \dots, 2021, j = 0, \dots, 12, \text{ le facteur de développement individuel.}$$

La méthode de Chain Ladder repose sur l'hypothèse que les facteurs de développement  $f_{i,j}$  sont identiques entre eux suivant les années de rattachement  $i$  : pour tout  $j$ , il existe  $f_j \geq 0$  tel que, pour tout  $i$ ,  $f_{i,j} = f_j$ . Pour

estimer les nombres de dossiers futurs, les estimateurs des coefficients de passage sont calculés d'une année à l'autre et s'écrivent :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j+1} c_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j+1} c_{i,j}}, j = 0, \dots, 12.$$

Les triangles de tardifs en incapacité et invalidité avec les facteurs de développement se trouvent en [Annexe 7 et 8](#).

Seuls les taux de tardifs définis comme le ratio de nombre de dossiers reconnus par année de développement sur le nombre de dossiers à l'ultime sont présentés ci-dessous :

Taux de tardifs - Incapacité													
AnSurv / AnDvlp	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009		40,82%	2,91%	0,31%	0,08%	0,02%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2010		35,14%	2,33%	0,27%	0,09%	0,03%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%
2011		34,15%	1,86%	0,28%	0,08%	0,03%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2012		33,34%	2,02%	0,27%	0,06%	0,03%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2013		32,18%	1,83%	0,25%	0,07%	0,02%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2014		32,36%	1,97%	0,31%	0,09%	0,04%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2015		31,23%	2,04%	0,25%	0,07%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2016		30,36%	1,86%	0,30%	0,04%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2017		32,19%	2,32%	0,25%	0,07%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2018		33,50%	1,84%	0,48%	0,07%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2019		30,13%	2,97%	0,30%	0,07%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2020		35,69%	2,17%	0,30%	0,07%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2021		33,26%	2,17%	0,30%	0,07%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Tableau 69 : Taux de tardifs (relatifs au nombre de sinistres) en incapacité par année de survenance

Taux de tardifs - Invalidité													
AnInval / AnDvlp	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009		34,63%	5,82%	2,15%	1,43%	0,76%	0,49%	0,27%	0,18%	0,13%	0,22%	0,04%	0,00%
2010		29,05%	4,80%	2,21%	1,18%	0,52%	0,48%	0,22%	0,18%	0,26%	0,04%	0,00%	0,00%
2011		32,85%	3,97%	1,30%	0,70%	0,70%	0,39%	0,14%	0,21%	0,14%	0,11%	0,02%	0,00%
2012		27,28%	4,34%	1,41%	0,89%	0,78%	0,26%	0,22%	0,15%	0,11%	0,12%	0,02%	0,00%
2013		27,34%	3,93%	2,02%	0,95%	0,80%	0,46%	0,08%	0,19%	0,16%	0,12%	0,02%	0,00%
2014		28,79%	3,59%	1,51%	0,91%	0,53%	0,53%	0,38%	0,18%	0,16%	0,12%	0,02%	0,00%
2015		32,20%	4,23%	1,58%	1,00%	0,55%	0,28%	0,22%	0,18%	0,16%	0,12%	0,02%	0,00%
2016		30,03%	3,72%	1,48%	0,58%	0,39%	0,41%	0,22%	0,18%	0,16%	0,12%	0,02%	0,00%
2017		30,73%	4,06%	1,73%	1,13%	0,62%	0,41%	0,22%	0,18%	0,16%	0,12%	0,02%	0,00%
2018		39,02%	3,66%	1,69%	0,96%	0,62%	0,41%	0,22%	0,18%	0,16%	0,12%	0,02%	0,00%
2019		28,34%	3,92%	1,69%	0,96%	0,62%	0,41%	0,22%	0,18%	0,16%	0,12%	0,02%	0,00%
2020		42,88%	4,14%	1,69%	0,96%	0,62%	0,41%	0,22%	0,18%	0,16%	0,12%	0,02%	0,00%
2021		31,71%	4,14%	1,69%	0,96%	0,62%	0,41%	0,22%	0,18%	0,16%	0,12%	0,02%	0,00%

Tableau 70 : Taux de tardifs (relatifs au nombre de sinistres) en invalidité par année de passage en invalidité

La partie haute des triangles en vert clair est relative à des taux de tardifs réellement observés. La partie basse en vert foncé présente les taux de tardifs projetés par la méthode de Chain Ladder.

Les tardifs en incapacité sont cantonnés aux 2 voire 3 premières années qui suivent la survenance. En moyenne, suivant les facteurs de développement calculés, 64,16 % des sinistres d'une année de survenance sont connus en fin d'année N, 33,26% l'année qui suit, 2,17% deux ans après. Au bout de deux ans, on estime à 0,42% le niveau de tardifs encore inconnus en incapacité.

En invalidité, les niveaux de tardifs sont un peu plus étalés. En moyenne, 59,77% des sinistres d'une année d'invalidité sont connus en fin d'année N, 31,71% l'année qui suit, 4,14% deux ans après. Le restant de sinistres inconnus au bout de deux ans s'estime à 4,38%.

Il est proposé de prendre 2 années de recul dans l'étude au 31/12/2019 pour reconnaître des sinistres qui étaient inconnus : ils sont mis en évidence avec un encadré bleu. L'évaluation de l'engagement futur correspondant à ces sinistres peut, comme pour les encours, se faire avec un calcul de PM par dossier. Cela permet de se rattacher aux lois d'expérience qui se veulent être la meilleure réponse à l'estimation probabiliste de flux futurs. Le calcul se fait à la date de survenance (en incapacité) ou de passage en invalidité de sorte à avoir une ancienneté en l'état de 0 et donc pour estimer l'intégralité des flux à payer depuis le déclenchement du sinistre.

Pour le restant des sinistres inconnus, ils correspondent à l'encadré rouge. Ces taux sont infimes en incapacité ce qui devrait limiter l'incertitude de la méthode employée ici. Ils le sont un peu moins en invalidité. La méthode d'évaluation des engagements futurs que nous proposons sur ces dossiers est un nombre estimé de tardifs (l'équivalent de l'encadré rouge sur le triangle des nombres décumulés) multiplié par une PM moyenne. Cette PM moyenne est déterminée sur les caractéristiques d'âge d'entrée et de rente moyens observés sur les tardifs reconnus en 2020 et 2021 (encadré bleu). Une vérification sur les diagonales des triangles d'âge d'entrée et de rentes moyens légitime la stabilité de cette hypothèse. Ces données sont disponibles en [Annexe 9](#).

#### 4.4 - Synthèse du provisionnement et calcul de la marge de prudence

Les résultats complets sur l'ensemble du provisionnement sont résumés suivant la vision du provisionnement sous Solvabilité 1 (tables du BCAC réglementaires, règle de clôture des sinistres, méthode d'évaluation des IBNYR basée sur des triangles regroupés de prestations cumulés et projetés par Chain-Ladder) versus la vision « *Best Estimate* » construite dans ce mémoire et relative à la norme Solvabilité 2 (tables d'expérience, affranchissement des hypothèses de sélection des encours et d'une partie des estimations de tardifs, vision à N+2) :

<i>Prévoyance Collective hors collectivités locales</i>				
<b>Provisions Arrêt de Travail / Détail par garantie</b>	<b>Vision Solvabilité 1</b>	<b>Vision expérience / Solvabilité 2</b>	<b>Impact</b>	<b>Impact %</b>
PM incapacité en cours	120 819 485	80 599 303	<b>-66 671 825</b>	<b>-45,3%</b>
PSAP incapacité en cours	26 451 644			
IBNYR incapacité en cours reconnus dans les 2 ans	22 049 447	110 603 077	<b>91 936 857</b>	<b>417,0%</b>
IBNYR incapacité en cours encore inconnus au bout de 2 ans		3 383 226		
<b>Total incapacité en cours</b>	<b>169 320 575</b>	<b>194 585 607</b>	<b>25 265 032</b>	<b>14,9%</b>
PM invalidité en attente	454 183 639	249 934 741	<b>-204 248 898</b>	<b>-45,0%</b>
IBNYR invalidité en attente reconnus dans les 2 ans		151 741 812		
IBNYR invalidité en attente encore inconnus au bout de 2 ans		4 935 789	<b>156 677 601</b>	
<b>Total invalidité en attente</b>	<b>454 183 639</b>	<b>406 612 342</b>	<b>-47 571 297</b>	<b>-10,5%</b>
PM invalidité en cours	765 927 488	766 728 846	<b>-4 353 256</b>	<b>-0,6%</b>
PSAP invalidité en cours	5 154 614			
IBNYR invalidité en cours reconnus dans les 2 ans	212 316 127	63 821 407	<b>-130 270 984</b>	<b>-61,4%</b>
IBNYR invalidité en cours encore inconnus au bout de 2 ans		18 223 736		
<b>Total invalidité en cours</b>	<b>983 398 229</b>	<b>848 773 989</b>	<b>-134 624 241</b>	<b>-13,7%</b>
<b>Total Arrêt de Travail</b>	<b>1 606 902 444</b>	<b>1 449 971 938</b>	<b>-156 930 506</b>	<b>-9,8%</b>
<b>Provisions Arrêt de Travail / Synthèse</b>	<b>Vision Solvabilité 1</b>	<b>Vision expérience / Solvabilité 2</b>	<b>Impact</b>	<b>Impact %</b>
PM	1 340 930 612	1 097 262 891	<b>-275 273 980</b>	<b>-20,1%</b>
PSAP	31 606 258			
IBNYR reconnus dans les 2 ans	234 365 573	326 166 297	<b>118 343 474</b>	<b>50,5%</b>
IBNYR encore inconnus au bout de 2 ans		26 542 751		
<b>Total Arrêt de Travail</b>	<b>1 606 902 444</b>	<b>1 449 971 938</b>	<b>-156 930 506</b>	<b>-9,8%</b>

Tableau 71 : Comparaison des niveaux de provisionnement totaux entre la vision Solvabilité 1 et la vision de meilleure estimation construite dans ce mémoire

La première chose à noter est que les provisions tête à tête (PM et PSAP) contiennent actuellement beaucoup de prudence : de l'ordre de 20%, portée principalement par les sinistres en incapacité. La raison majeure est la revue à la baisse des probabilités de maintien en incapacité et de passage en invalidité (qui joue pour 200 M€ (73% de l'effet total)). L'autre raison est la sélection trop prudente des encours (75 M€ d'effet (27% de l'effet total)).

La deuxième chose essentielle est qu'une partie de cette prudence sur les PM sert à compenser la sous-évaluation des IBNYR. Celles-ci devraient être augmentées de 50% selon l'estimation faite. Ceci est principalement dû à la méthode d'évaluation des IBNYR employée par Mutex. Contrairement à cette étude qui se base sur une méthode de nombres inconnus multipliés par une PM, soit évaluée tête à tête, soit moyenne, les IBNYR sont calculées côté Mutex sur la base d'un triangle cumulé de prestations auquel une méthode de Chain-Ladder est appliquée. À l'obtention de la charge ultime, la charge déjà constituée par les prestations passées et les PM est retirée, la différence constituant les IBNYR. Il y a donc un transfert de prudence entre IBNYR et PM, faisant ainsi des IBNYR une provision complémentaire destinée à couvrir des

sinistres tardifs mais aussi des variations de prudence des PM. Le regard des IBNYR seules n'est donc pas judicieux.

À noter que la répartition des IBNYR par garantie en vision Solvabilité 1 dépend de critères non abordés ici car non cruciaux. Un autre point remarquable en revanche en vision Solvabilité 2 est que les IBNYR encore inconnus au bout de 2 ans représentent effectivement une faible portion : 0,3% en incapacité et 1,2% en invalidité par rapport au provisionnement total. Cela conforte la réduction des incertitudes sur le « restant à estimer ».

Au total, l'étude met en avant une marge de prudence de l'ordre de 10% des provisions S1. Il n'est cependant pas aisé de construire un intervalle de confiance de cette marge. Comme l'objectif majeur de cette méthode est de ramener les estimations à l'utilisation des tables d'expérience, il n'en demeure pas moins qu'elle crée une dépendance et un risque d'erreur relatif à la « fragilité » seule des lois construites.

### **5) Sensibilité du calcul de marge à l'utilisation des tables du BCAC 2013**

Pour répondre à la problématique des lois d'expérience et du biais qu'elles peuvent induire, il paraît essentiel de leur appliquer une sensibilité. Les tables du BCAC 2013 peuvent apporter cette réponse. La loi d'expérience la plus robuste, celle de maintien en incapacité, est proche en terme de résultats de celle du BCAC 2013. La table de maintien en invalidité d'expérience est plus prudente que la table réglementaire, mais moins que celle du BCAC 2013 ce qui peut justifier son emploi. Enfin la loi de passage en invalidité est moins prudente que les deux tables du BCAC, celle du BCAC 2013 étant le niveau intermédiaire.

Les résultats obtenus à l'emploi des tables du BCAC 2013 sont les suivants :

<i>Prévoyance Collective hors collectivités locales</i>				
<b>Provisions Arrêt de Travail / Détail par garantie</b>	<b>Vision Solvabilité 1</b>	<b>Vision expérience / Solvabilité 2</b>	<b>Impact</b>	<b>Impact %</b>
PM incapacité en cours	120 819 485	81 678 725	-65 592 404	-44,5%
PSAP incapacité en cours	26 451 644			
IBNYR incapacité en cours reconnus dans les 2 ans	22 049 447	74 809 038	54 677 512	248,0%
IBNYR incapacité en cours encore inconnus au bout de 2 ans		1 917 920		
<b>Total incapacité en cours</b>	<b>169 320 575</b>	<b>158 405 683</b>	<b>-10 914 892</b>	<b>-6,4%</b>
PM invalidité en attente	454 183 639	299 953 454	-154 230 185	-34,0%
IBNYR invalidité en attente reconnus dans les 2 ans		94 762 031		
IBNYR invalidité en attente encore inconnus au bout de 2 ans		293 256	95 055 287	
<b>Total invalidité en attente</b>	<b>454 183 639</b>	<b>395 008 741</b>	<b>-59 174 898</b>	<b>-13,0%</b>
PM invalidité en cours	765 927 488	784 591 896	13 509 794	1,8%
PSAP invalidité en cours	5 154 614			
IBNYR invalidité en cours reconnus dans les 2 ans	212 316 127	65 077 504	-129 327 630	-60,9%
IBNYR invalidité en cours encore inconnus au bout de 2 ans		17 910 993		
<b>Total invalidité en cours</b>	<b>983 398 229</b>	<b>867 580 393</b>	<b>-115 817 836</b>	<b>-11,8%</b>
<b>Total Arrêt de Travail</b>	<b>1 606 902 444</b>	<b>1 420 994 817</b>	<b>-185 907 626</b>	<b>-11,6%</b>
<b>Provisions Arrêt de Travail / Synthèse</b>	<b>Vision Solvabilité 1</b>	<b>Vision expérience / Solvabilité 2</b>	<b>Impact</b>	<b>Impact %</b>
PM	1 340 930 612	1 166 224 075	-206 312 795	-15,0%
PSAP	31 606 258			
IBNYR reconnus dans les 2 ans	234 365 573	234 648 573	20 405 169	8,7%
IBNYR encore inconnus au bout de 2 ans		20 122 169		
<b>Total Arrêt de Travail</b>	<b>1 606 902 444</b>	<b>1 420 994 817</b>	<b>-185 907 626</b>	<b>-11,6%</b>

Tableau 72 : Comparaison des niveaux de provisionnement totaux entre la vision Solvabilité 1 et la vision de meilleure estimation évaluée avec les tables du BCAC 2013

Le niveau global de prudence est porté à 11,6% des provisions S1. Il n'est pas étonnant de constater une baisse de la marge qui porte sur les PM (15% contre 20% précédemment) notamment grâce à des taux de passage en invalidité plus élevés et plus « courants ». En revanche l'évaluation des IBNYR sur les 2 années de reconnaissance est bien différente : l'évaluation avec les tables du BCAC 2013 est bien moins prudente (234 M€ versus 326 M€). Le calcul à l'ancienneté 0, et le fait que nos tables ont tendance à majorer les taux de maintien et de passage à cette valeur, semble avoir bien plus de conséquences que prévu et pose des limites. Il serait intéressant d'étudier les caractéristiques de durée des sinistres tardifs, notamment dans le cas où il s'agirait de sinistres majoritairement de courtes durées.

## Conclusion

---

L'objectif de ce mémoire a été de calculer au mieux la marge de prudence contenue dans les provisions techniques sous la vision Solvabilité 1 par rapport aux flux constituant le *Best Estimate* de sinistres sous la vision Solvabilité 2.

Afin d'avoir une meilleure estimation probabiliste des flux futurs, des tables d'expérience ont été construites avec des arrêts de travail indemnisés de 2009 à 2019. Les données contenaient trois sources de censures à droite : l'année de fin d'extraction, l'ancienneté maximale en incapacité, et l'âge de départ à la retraite. De ce fait, les taux de maintien ont été évalués avec l'estimateur non-paramétrique de Kaplan-Meier. Sans indication d'âge de départ à la retraite par tête, les traitements de déclaration des censures ont été menés suivant des règles générales à partir de l'âge de 60 ans en tenant compte du recul progressif de l'âge de départ par génération jusqu'à l'âge de 62 ans. Cependant, ce traitement n'a pas été suffisant et particulièrement à l'âge de 61 ans ce qui limite les conclusions sur la fin de table de maintien en invalidité.

Les tables ont été construites dès le départ sur la base d'anciennetés exprimées en mois pour le maintien en incapacité et en années pour le maintien en invalidité. Un test de construction de loi journalière convertie ensuite en loi mensuelle ou annuelle aurait pu être réalisé. Mais l'expérience en interne sur ce sujet a influencé le choix de s'en écarter.

Pour une connaissance approfondie du portefeuille, une segmentation des lois de maintien a été proposée suivant le modèle de Cox. Celui-ci reposant sur une hypothèse de hasards proportionnels non vérifiée, nous nous sommes tournés vers le modèle additif d'Aalen. Celui-ci n'ayant pas non plus abouti, une comparaison des fonctions de survie a permis de mettre en évidence l'influence des anciennetés limites en incapacité, de la rente annuelle en invalidité, mais également du type de portefeuille (collectif, collectivités territoriales, individuel TS, individuel TNS) sur les deux garanties de l'arrêt de travail. L'étude s'est naturellement portée sur la prévoyance collective seule, les autres périmètres étant d'importance mineure au vu des volumes de provisions mathématiques et trop pauvres en masse de données. En plus de confirmer la nécessité de distinguer ces périmètres dans différentes études, il pourrait être pertinent d'approfondir les remarques soulevées dans ce mémoire : des taux de maintien plus élevés pour les collectivités locales, et plus faibles en prévoyance individuelle, particulièrement sur les TNS.

Le lissage des tables s'est opéré selon la méthode de Whittaker-Henderson avec différents jeux de paramètres. Quelques retraitements spécifiques aux tables de maintien et de passage en invalidité ont été effectués mais les tests de Khi-Deux ont conduit à accepter les ajustements.

Comme la nouvelle table du BCAC de 2013, la loi d'expérience de maintien en incapacité présente un résultat global de -23% sur les provisions mathématiques par rapport à la table du BCAC 1993 en vigueur. Elle contient néanmoins des zones d'incertitude. Même s'il est peu utilisé, le début de table avec des petites anciennetés fournit un niveau de provisionnement plus élevé à mettre en regard du retrait des garanties à faible ancienneté limite. La construction d'une loi spécifique à ces risques très courts pourrait être envisagée. Au-delà de 62 ans, les taux de maintien diminuent ce qui n'est pas intuitif et demanderaient un deuxième regard.

La loi d'expérience de maintien en invalidité met en évidence un niveau global de provisions 2% plus élevé quand la nouvelle table du BCAC 2013 en affiche plutôt 3 à 4% relativement à la table réglementaire.

Enfin la loi d'expérience de passage en invalidité combinée aux lois de maintien d'incapacité et d'invalidité fait état d'un niveau de provisionnement 37% inférieur par rapport aux tables réglementaires. Les taux de passage en invalidité bien en-dessous ceux proposés par les tables usuelles laissent un point de questionnement majeur : celui de la provenance des sinistres en invalidité puisque ceux-ci ne semblent pas assez fréquemment précédés d'une période en incapacité, et du devenir des individus en incapacité à la suite du 36<sup>ème</sup> mois.

L'étude a quand même été menée au bout en appliquant ces tables d'expérience, principales sources de prudence en incapacité et invalidité en attente, au calcul des PM. La problématique d'application des calculs à une sélection d'encours a fait apparaître un autre niveau de prudence concernant la règle de clôture des sinistres. Si le niveau final de provisionnement fait apparaître une marge de prudence de l'ordre de 10% dans les provisions S1, cette conclusion reste à confirmer notamment au vu de la fragilité de la table de passage et des résultats apportés par les tables reconstruites en 2013 du BCAC qui élèvent ce niveau à 12%.

Les résultats volatiles incitent fortement à approfondir encore les différents points de méthodologie exposés dans ce mémoire. Ils appellent également à challenger l'évaluation de la marge de prudence par d'autres méthodes. Il serait intéressant dans ce cadre d'explorer les résultats des boni-mali sur PM. La méthode peut consister à évaluer des taux de boni-mali par année de survenance, et sous condition d'une certaine régularité dans le temps, les projeter pour aboutir à des niveaux de boni futurs révélateurs d'une marge de prudence.



## Bibliographie

---

➤ Mémoires :

Hasna B. (2013), *Refonte des lois de maintien en incapacité temporaire de travail*

Rahmouni A. (2016), *Construction de lois expérimentales en incapacité temporaire de travail*

➤ Articles et publications :

Actuaris, Urgesi S., Pichard A. (2015), *Infotech #32 : Prévoyance – Risque Incapacité/Invalidité : Projet de nouvelles tables BCAC*

Crédoc (2020), *20 ans de baromètre CTIP de la prévoyance*

Galea, Valjee Mamode I., Boudot J. (2019), *Arrêt de travail : une sinistralité en hausse et des enjeux toujours plus significatifs*

Institut des Actuaires, Aubin I., Rolland A. (2010), *Lignes directrices de la construction des lois de maintien en incapacité et en invalidité*

Institut des Actuaires (2011), *Publication des nouvelles tables d'Incapacité-Invalidité*

Institut des Actuaires, Groupe de travail «Best Estimate Liabilities Non-vie» (2016), *Manuel BEL Non-Vie*

Winter & Associés, Juillard M., Planchet F. (2010), *Tables d'expériences*

➤ Sites internet :

<http://www.planchet.net/EXT/ISFA/fp-isfa.nsf/34a14c286dfb0903c1256ffd00502d73/041c5a177d963c7fc12573b5002387b4?OpenDocument>,  
Ressources R pour les modèles de durée

<http://www.ressources-actuarielles.net/bcac>, Description des tables du BCAC 1993 et 2013

[http://www.ressources-actuarielles.net/C1256F13006585B2/0/1430AD6748CE3AFFC1256F130067B88E/\\$FILE/Seance6.pdf?OpenElement](http://www.ressources-actuarielles.net/C1256F13006585B2/0/1430AD6748CE3AFFC1256F130067B88E/$FILE/Seance6.pdf?OpenElement), Méthodes de lissage et d'ajustement

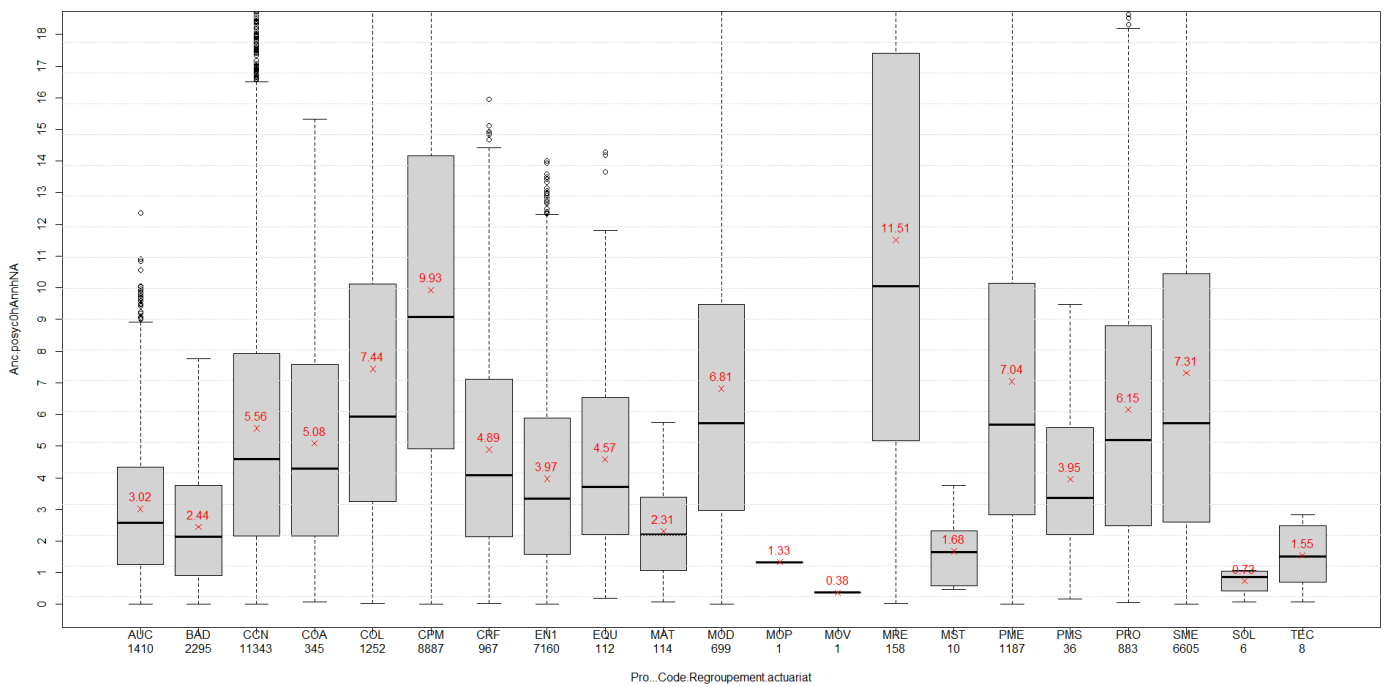
## Annexes

### Annexe 1 : Variables

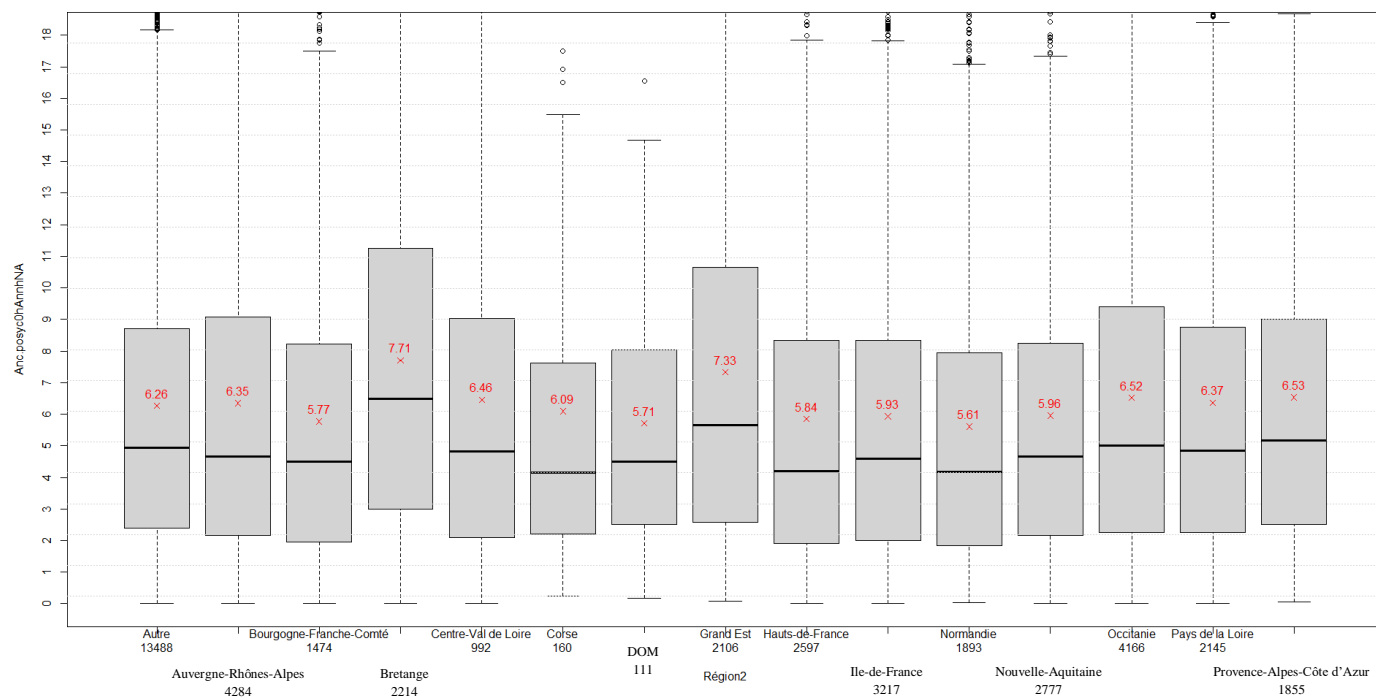
Variable	Description
Pga - Code Regroupement Actuariat	Garantie (IJLONG ; RTINVAL)
Evt - Numéro d'évènement	Numéro du dossier ouvert à la suite d'un sinistre
Evt - Clé Numéro d'évènement	Complément du numéro de dossier
Cnt - Flux - N° de contrat produit	Numéro de contrat
Gps - OA origine	Nom de la mutuelle de distribution
Gps - Code OA origine	Code postal de la mutuelle de distribution
Pga - Code Garantie de référence	Code sous-garantie (types d'IJ, mensualisation, incapacité permanente, etc.)
Gpr - Libelle long	Description sous-garantie (types d'IJ, mensualisation, incapacité permanente, etc.)
Gpr - Libelle technique	Description sous-garantie (types d'IJ, mensualisation, incapacité permanente, etc.)
Evt - Cause de l'évènement	Type d'arrêt (ACCIDENT TRAVAIL ; CLD ; CLM ; MALADIE ; REPRISE TEMPS PARTIEL ; MATERNITE ; HOSPITALISATION ; MALADIE PROFESSIONNELLE ; etc.)
Pro - Code Regroupement actuariat	Regroupements de produits (CCN ; Sur mesure ; Collectivités locales ; etc.)
Pro - Code Produit commercial	Produits commercialisés
Tps - Sous catégorie	Sous-catégorie comptable (202 ; 212 ; 214)
Aco - Code Sous catégorie	Complément de sous-catégorie comptable (202 ; 212 ; 214)
Ase - Nom	Nom de l'assuré
Ase - Prénom	Prénom de l'assuré
Ase - Date naissance	Date de naissance de l'assuré
Ase - Sexe	Sexe de l'assuré
Ase - Situation familiale	Situation familiale de l'assuré
Ase - Code postal	Code postal de l'adresse de l'assuré
Ase - Date décès	Date de décès de l'assuré
Cpt - Année	Année de comptabilisation de la prestation versée à l'assuré
Rat - Date de rattachement	Date de survenance du sinistre / de l'arrêt d'origine (incapacité)
Rat - Année	Année de survenance du sinistre / de l'arrêt d'origine (incapacité)
Dbp - Date	Date de début de la période d'indemnisation
Dfp - Date	Date de fin de la période d'indemnisation
Evt - Date de déclaration	Date de déclaration du sinistre
Evt - Date réception de la demande	Date d'enregistrement du sinistre en gestion
Evt - Date état	Dernière date de modification de l'état du dossier
Cpt - Date comptabilisation	Date de comptabilisation de la prestation versée à l'assuré
Prs - Etat Administratif	État du dossier de prestation (ANNULÉ ; CLOS ; CRÉÉ ; REFUSÉ ; VALIDÉ ; VALIDÉ ADMINISTRATIVEMENT ; VALIDÉ DÉFINITIVEMENT)
Prs - duree indemnisation	Nombre maximal de jours d'indemnisation autorisé dans le dossier de prestation
Sga - Terme indemnisation	Nombre maximal de jours d'indemnisation autorisé par la sous-garantie
Prs - Invalidité	Indicateur de présence d'une garantie invalidité au contrat
Atps - Application origine	Système d'information utilisé (principal ou manuel)
Evt - Date Passage Invalidité	Date de passage en invalidité
Evt - Evènement Ij origine	Numéro du dossier incapacité lié au numéro de dossier invalidité actuel
Evt - Cle évènement Ij d'origine	Complément du numéro du dossier incapacité d'origine

Sga - Type franchise	Variables relatives à la franchise ou à des options de la sous-garantie
Sga - Franchise continue	
Sga - Franchise discontinue	
Sga - Periode reference franch disc	
Sga - Franch maladie /Acc vie priv	
Sga - Franch AccTrv / Mal Prf	
Sga - Option Accident	
Sga - Duree Min accident	
Sga - Duree franchise accident	
Sga - Opt Rachat Hospi Suite Acc	
Sga - Duree Min arret Hospi Acc	
Sga - Franchise Hospi accident	
Sga - Option rachat Hospi	
Sga - Duree Min Hospi	
Sga - Franchise Hospi	
Tps - Prestation Comptable	Montant de la prestation comptabilisée

## Annexe 2 : Boîtes à moustache des durées d'indemnisation en invalidité pour chacun des produits actuariels

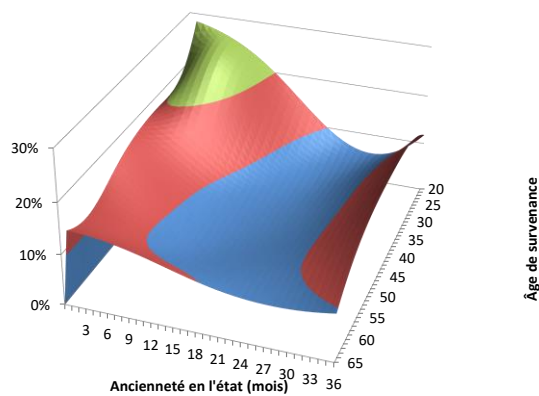


### Annexe 3 : Boîtes à moustache des durées d'indemnisation en invalidité pour chacune des régions

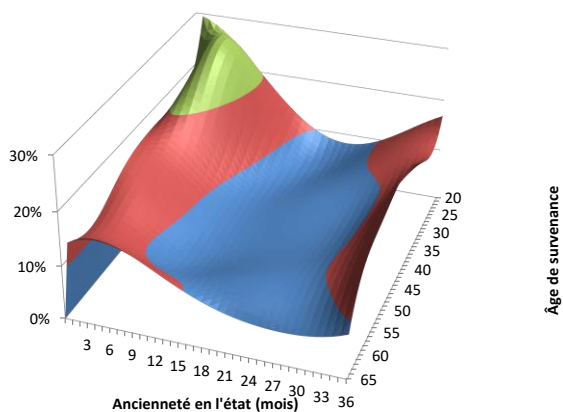


### Annexe 4 : Tests de lissage sur la table de maintien en incapacité

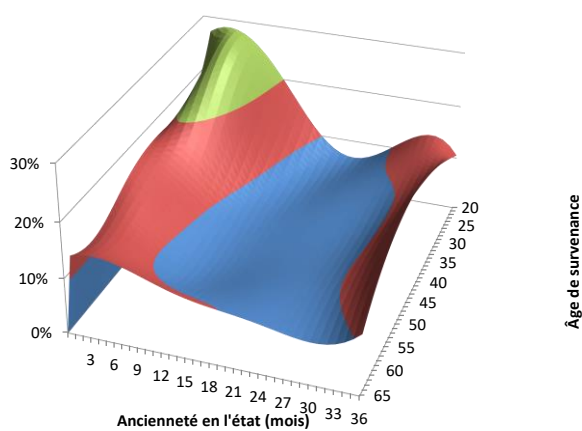
Jeu de paramètre (3-3-1-1) :



Jeu de paramètre (4-4-1-1) :

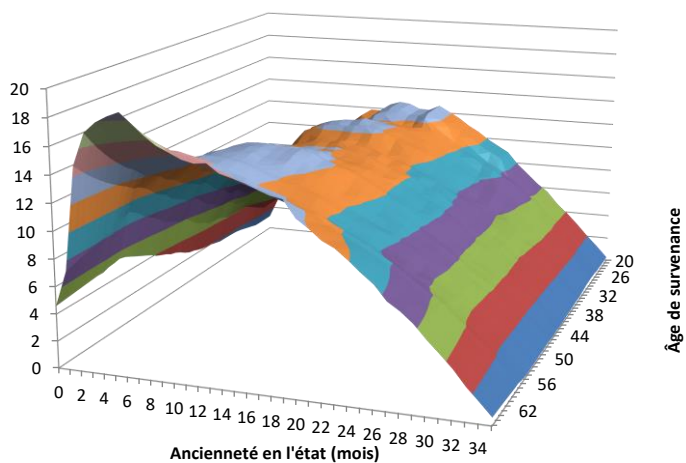


Jeu de paramètre (3-4-1-1) :

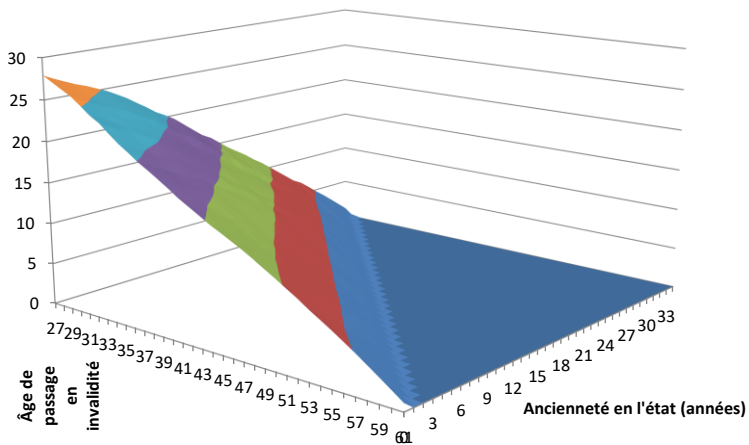


### Annexe 5 : Coefficients de PM des tables réglementaires du BCAC

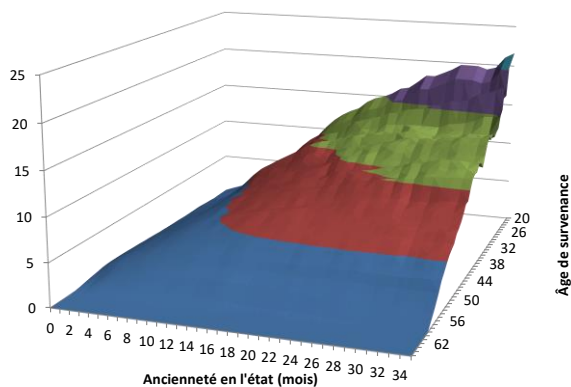
Maintien en incapacité :



Maintien en invalidité :

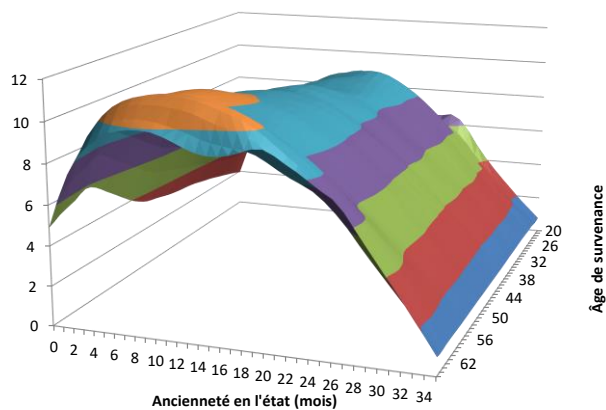


Passage en invalidité :

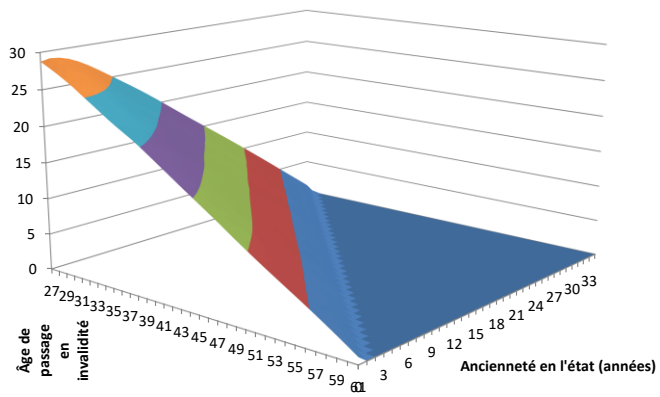


### Annexe 6 : Coefficients de PM des tables du BCAC 2013

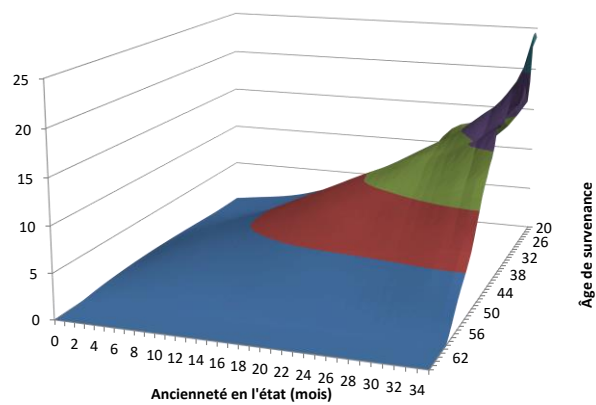
Maintien en incapacité :



Maintien en invalidité :



Passage en invalidité :



## Annexe 7 : Triangles de nombres de sinistres tardifs en incapacité et projection par la méthode de Chain Ladder

Nombre evts cumulé	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	48 267	83 556	86 075	86 347	86 412	86 427	86 435	86 441	86 445	86 446	86 447	86 447	86 449
2010	57 820	90 525	92 690	92 945	93 028	93 054	93 068	93 068	93 072	93 072	93 073	93 078	
2011	60 696	93 296	95 073	95 340	95 415	95 448	95 458	95 463	95 463	95 464	95 466		
2012	66 247	100 620	102 704	102 987	103 047	103 078	103 100	103 101	103 104	103 106			
2013	71 486	106 539	108 530	108 804	108 876	108 899	108 910	108 913	108 913				
2014	69 740	104 340	106 450	106 778	106 870	106 912	106 916	106 920					
2015	76 329	112 236	114 580	114 862	114 948	114 958	114 966						
2016	80 669	117 021	119 247	119 611	119 657	119 690							
2017	78 593	117 439	120 234	120 530	120 612								
2018	82 239	125 241	127 603	128 213									
2019	81 873	118 981	122 640										
2020	89 562	141 360											
2021	89 699												

CL individuels cumulés	N+0=>N+1N+1=>N+2N+2=>N+3N+3=>N+4N+4=>N+5N+5=>N+6N+6=>N+7N+7=>N+8N+8=>N+9N+9=>N+10N+10=>N+11N+11=>N+12=>N+1												
2009	1,7311	1,0301	1,0032	1,0008	1,0002	1,0001	1,0001	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2010	1,5656	1,0239	1,0028	1,0009	1,0003	1,0002	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0001	
2011	1,5371	1,0190	1,0028	1,0008	1,0003	1,0001	1,0001	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000		
2012	1,5189	1,0207	1,0028	1,0006	1,0003	1,0002	1,0000	1,0000	1,0000				
2013	1,4903	1,0187	1,0025	1,0007	1,0002	1,0001	1,0000	1,0000					
2014	1,4961	1,0202	1,0031	1,0009	1,0004	1,0000	1,0000						
2015	1,4704	1,0209	1,0025	1,0007	1,0001	1,0001							
2016	1,4506	1,0190	1,0031	1,0004	1,0003								
2017	1,4943	1,0238	1,0025	1,0007									
2018	1,5229	1,0189	1,0048										
2019	1,4532	1,0308											
2020	1,5783												
2021													

CL	1,5184	1,0223	1,0030	1,0007	1,0003	1,0001	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
----	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Nombre evts cumulé	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
AnSurv / AnDvlp													
2009	48 267	83 556	86 075	86 347	86 412	86 427	86 435	86 441	86 445	86 446	86 447	86 447	86 449
2010	57 820	90 525	92 690	92 945	93 028	93 054	93 068	93 068	93 072	93 072	93 073	93 078	93 080
2011	60 696	93 296	95 073	95 340	95 415	95 448	95 458	95 463	95 463	95 464	95 466	95 469	95 471
2012	66 247	100 620	102 704	102 987	103 047	103 078	103 100	103 101	103 104	103 106	103 107	103 110	103 113
2013	71 486	106 539	108 530	108 804	108 876	108 899	108 910	108 913	108 913	108 914	108 916	108 919	108 921
2014	69 740	104 340	106 450	106 778	106 870	106 912	106 916	106 920	106 922	106 924	106 925	106 928	106 931
2015	76 329	112 236	114 580	114 862	114 948	114 958	114 966	114 970	114 972	114 973	114 975	114 978	114 981
2016	80 669	117 021	119 247	119 611	119 657	119 690	119 703	119 707	119 710	119 711	119 713	119 716	119 719
2017	78 593	117 439	120 234	120 530	120 612	120 643	120 656	120 660	120 663	120 664	120 666	120 669	120 672
2018	82 239	125 241	127 603	128 213	128 302	128 335	128 349	128 353	128 356	128 358	128 360	128 363	128 366
2019	81 873	118 981	122 640	123 009	123 095	123 127	123 140	123 144	123 147	123 148	123 150	123 153	123 156
2020	89 562	141 360	144 506	144 941	145 042	145 079	145 095	145 100	145 103	145 104	145 106	145 111	145 114
2021	89 699	136 197	139 228	139 647	139 745	139 781	139 796	139 800	139 803	139 805	139 807	139 811	139 814



## Annexe 8 : Triangles de nombres de sinistres tardifs en invalidité et projection par la méthode de Chain Ladder

Nombre evts cumulé	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	1 202	1 975	2 105	2 153	2 185	2 202	2 213	2 219	2 223	2 226	2 231	2 232	2 232
2010	1 654	2 441	2 571	2 631	2 663	2 677	2 690	2 696	2 701	2 708	2 709	2 709	
2011	1 695	2 631	2 744	2 781	2 801	2 821	2 832	2 836	2 842	2 846	2 849		
2012	1 738	2 474	2 591	2 629	2 653	2 674	2 681	2 687	2 691	2 694			
2013	1 677	2 394	2 497	2 550	2 575	2 596	2 608	2 610	2 615				
2014	1 673	2 434	2 529	2 569	2 593	2 607	2 621	2 631					
2015	1 729	2 665	2 788	2 834	2 863	2 879	2 887						
2016	1 954	2 890	3 006	3 052	3 070	3 082							
2017	1 927	2 904	3 033	3 088	3 124								
2018	1 634	2 838	2 951	3 003									
2019	1 956	2 831	2 952										
2020	1 011	1 903											
2021	1 343												

CL individuels cumulés	N+0=>N+1N+1=>N+2N+2=>N+3N+3=>N+4N+4=>N+5N+5=>N+6N+6=>N+7N+7=>N+8N+8=>N+9N+9=>N+10N+10=>N+11N+11=>N+12N+12=>N+13
2009	1,6431 1,0658 1,0228 1,0149 1,0078 1,0050 1,0027 1,0018 1,0013 1,0022 1,0004 1,0000
2010	1,4758 1,0533 1,0233 1,0122 1,0053 1,0049 1,0022 1,0019 1,0026 1,0004 1,0000
2011	1,5522 1,0429 1,0135 1,0072 1,0071 1,0039 1,0014 1,0021 1,0014 1,0011
2012	1,4235 1,0473 1,0147 1,0091 1,0079 1,0026 1,0022 1,0015 1,0011
2013	1,4275 1,0430 1,0212 1,0098 1,0082 1,0046 1,0008 1,0019
2014	1,4549 1,0390 1,0158 1,0093 1,0054 1,0054 1,0038
2015	1,5414 1,0462 1,0165 1,0102 1,0056 1,0028
2016	1,4790 1,0401 1,0153 1,0059 1,0039
2017	1,5070 1,0444 1,0181 1,0117
2018	1,7368 1,0398 1,0176
2019	1,4473 1,0427
2020	1,8823
2021	

CL	1,5305	1,0453	1,0177	1,0099	1,0063	1,0041	1,0022	1,0018	1,0016	1,0012	1,0002	1,0000
----	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Nombre evts cumulé AnInval / AnDvlp	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	1 202	1 975	2 105	2 153	2 185	2 202	2 213	2 219	2 223	2 226	2 231	2 232	2 232
2010	1 654	2 441	2 571	2 631	2 663	2 677	2 690	2 696	2 701	2 708	2 709	2 709	2 709
2011	1 695	2 631	2 744	2 781	2 801	2 821	2 832	2 836	2 842	2 846	2 849	2 850	2 850
2012	1 738	2 474	2 591	2 629	2 653	2 674	2 681	2 687	2 691	2 694	2 697	2 698	2 698
2013	1 677	2 394	2 497	2 550	2 575	2 596	2 608	2 610	2 615	2 619	2 622	2 623	2 623
2014	1 673	2 434	2 529	2 569	2 593	2 607	2 621	2 631	2 636	2 640	2 643	2 644	2 644
2015	1 729	2 665	2 788	2 834	2 863	2 879	2 887	2 893	2 899	2 903	2 907	2 907	2 907
2016	1 954	2 890	3 006	3 052	3 070	3 082	3 095	3 101	3 107	3 112	3 116	3 116	3 116
2017	1 927	2 904	3 033	3 088	3 124	3 144	3 157	3 164	3 169	3 174	3 178	3 179	3 179
2018	1 634	2 838	2 951	3 003	3 033	3 052	3 064	3 071	3 077	3 082	3 085	3 086	3 086
2019	1 956	2 831	2 952	3 004	3 034	3 053	3 066	3 072	3 078	3 083	3 087	3 087	3 087
2020	1 011	1 903	1 989	2 024	2 044	2 057	2 066	2 070	2 074	2 077	2 080	2 080	2 080
2021	1 343	2 055	2 149	2 187	2 208	2 222	2 231	2 236	2 240	2 244	2 246	2 247	2 247

## Annexe 9 : Triangles d'âges d'entrées moyens et de rentes moyennes

Ages d'entrée moyens en incapacité	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	41,80	41,74	41,79	45,22	43,64	43,75	47,88	43,46	32,86	47,55	40,07		38,52
2010	41,92	42,09	41,42	44,79	45,64	44,90	33,72		44,76		33,01	46,91	
2011	42,13	42,32	42,87	44,79	43,81	39,73	45,00	39,72		38,50	49,19		
2012	42,54	42,76	43,16	45,11	45,98	47,06	45,26	46,71	39,36	38,36			
2013	42,68	42,67	42,65	44,59	46,96	44,95	40,46	35,61					
2014	42,77	42,73	42,37	42,64	43,88	41,48	43,47	47,68					
2015	42,76	42,79	41,72	44,63	42,93	40,13	43,15						
2016	43,03	43,17	42,82	43,41	43,52	41,38							
2017	43,33	43,45	42,49	45,91	45,38								
2018	43,41	43,54	44,02	42,92									
2019	43,36	43,59	43,61										
2020	43,50	43,65											
2021	43,19												

Rentes moyennes en incapacité	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	515	489	420	474	529	540	660	252	541	171	965		650
2010	531	507	439	461	462	495	326		294		67	734	
2011	549	511	458	433	516	310	482	224		630	767		
2012	571	530	533	485	569	417	467	122	332	638			
2013	586	554	493	490	573	526	805	294					
2014	573	542	514	514	539	494	805	613					
2015	556	526	490	441	490	489	648						
2016	567	566	524	564	583	575							
2017	564	571	462	577	580								
2018	572	567	553	541									
2019	567	598	551										
2020	615	593											
2021	598												

Ages d'entrée moyens en invalidité	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	51,85	50,38	48,50	50,44	49,74	43,74	44,31	49,83	41,71	46,68	45,35	48,58	
2010	52,01	51,31	49,80	51,24	50,12	48,15	50,70	50,38	51,82	42,80	50,34		
2011	52,00	51,39	49,22	50,26	47,12	51,17	49,40	40,92	47,71	43,80	45,69		
2012	51,57	50,94	50,36	49,02	49,28	49,69	48,80	46,38	49,33	45,79			
2013	51,83	51,50	50,09	48,54	49,36	46,31	50,18	52,78	42,20				
2014	52,24	51,64	51,27	49,10	48,01	45,73	46,12	46,38					
2015	52,27	51,42	51,08	48,80	47,31	43,52	49,77						
2016	52,13	51,42	51,19	50,23	50,25	49,95							
2017	52,57	51,84	50,03	50,69	50,34								
2018	52,34	52,15	51,11	50,43									
2019	52,53	52,31	50,74										
2020	52,44	52,80											
2021	52,31												

Rentes moyennes en invalidité	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	5 522	4 926	4 253	4 456	4 674	3 825	3 500	3 423	4 429	2 716	3 851	4 077	
2010	5 788	5 096	4 023	5 211	4 442	3 530	2 793	2 619	3 814	3 718	13 151		
2011	5 572	5 051	5 120	4 032	4 454	3 747	4 948	5 112	5 690	4 800	4 810		
2012	6 310	5 190	4 389	4 564	3 745	6 144	3 409	3 288	5 008	4 853			
2013	5 504	5 239	3 908	3 618	4 352	4 926	2 218	25 070	3 637				
2014	5 595	6 124	4 111	3 514	2 245	4 261	2 797	3 423					
2015	5 324	4 733	3 355	3 562	2 714	5 775	2 205						
2016	5 348	5 508	4 067	3 597	3 247	4 265							
2017	5 407	5 228	4 070	4 547	4 579								
2018	5 901	5 325	4 783	5 481									
2019	5 970	5 898	4 169										
2020	6 759	5 898											
2021	6 836												