



**Mémoire présenté pour la validation de la Formation  
« Certificat d'Expertise Actuarielle »  
de l'Institut du Risk Management  
et l'admission à l'Institut des Actuaire  
le**

Par : JIN Yehua  
Titre : Sensibilité du bilan Solvabilité II et gap de duration  
Confidentialité :  NON  OUI (Durée:  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

Membres présents du jury de  
l'Institut des Actuaire :

\_\_\_\_\_

Membres présents du jury de  
l'Institut du Risk Management :

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Entreprise : Generali France

Nom : \_\_\_\_\_

Signature et Cachet : **GENERALI VIE**  
24, rue PILLET-WILL  
75009 PARIS CEDEX  
SIRET 602 062 481 0212

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : **BARRY Agulbou**

Signature :

Invité : \_\_\_\_\_

Nom : \_\_\_\_\_

Signature : \_\_\_\_\_

**Autorisation de publication et de mise en  
ligne sur un site de diffusion de documents  
actuariels (après expiration de l'éventuel  
délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise

Secrétariat :

Signature du candidat

Bibliothèque :

## Résumé

Mots clés : bilan Solvabilité II, fonds propres économiques, scénario économique, sensibilité, duration, gap de duration, capital de solvabilité requis, ratio de solvabilité, TVOG (Time value of options and guarantees), PPE (Provision pour Participation aux Excédents).

Le bilan Solvabilité II des assureurs est beaucoup plus volatile que le bilan French Gaap, en particulier pour les assureurs vie. Le niveau des fonds propres économiques et le ratio de solvabilité des assureurs vie sont sensiblement exposés à la condition économique à cause de l'interdépendance entre les actifs et les passifs.

Nous traversons une période de turbulence de la situation économique. Il y a eu des mouvements des taux exceptionnels sur les 3 dernières années : depuis la crise Covid nous avons vécu une période de 2 ans pendant laquelle les taux étaient en dessous de 0% avec des chutes importantes. A partir du début 2022, à cause d'une hausse d'inflation sans précédent, les taux ont augmenté d'une manière violente : les OAT 10 ans au 30 juin 2022 ont atteint 2,08% contre 0,07% au 31 décembre 2021.

Pendant la période des taux négatifs, les fonds propres économiques et le ratio de solvabilité de beaucoup d'assureurs vie se sont effondré, poussant le Gouvernement Français et le régulateur à accorder aux assureurs de la place, d'utiliser une part de la PPE comme élément de fonds propres. Ce qui semble moins le cas pour les assureurs non-vie. A partir de l'année 2022 et jusqu'à fin juin 2022, la remontée importante des taux semble avoir des effets bénéfiques sur les fonds propres économiques et le ratio de solvabilité des assureurs vie. Mais depuis septembre 2022, la situation semble inversée : la hausse des taux pénalise certains assureurs vie.

L'objectif de ce mémoire est de décortiquer la sensibilité du bilan économique des assureurs vie et de trouver des indicateurs clés pour la comprendre. Je m'appuie sur la notion de gap de duration pour en déduire la relation entre les fonds propres économiques, le ratio de solvabilité et le gap de duration. J'exploite à la fin la notion de la TVOG (Time value of options and guarantees) pour démontrer la dynamique entre la TVOG et le gap de duration dans un contexte d'une forte hausse des taux.

## Abstract

Key words: solvency II balance sheet, economic capital, economic scenarios, sensitivities, duration, duration gap, solvency capital requirement, solvency ratio, TVOG (Time value of options and guarantees), PPE (Profit sharing reserves).

The solvency SII balance sheets of insurers are much more volatile than the French Gaap balance sheets, especially for life insurers. The level of solvency II economic capital and the solvency ratio of life insurers are sensitively exposed to the economic condition due to the interdependence between assets and liabilities.

We are going through a period of economic turbulence. There have been exceptional interest rate movements over the last 3 years. During 2 years of the Covid crisis the interest rates were below 0% with the significant drop. From the beginning 2022, due to inflation crisis the interest rates are driven to a very high level in a short period of time: the 10-year OAT at 30 June 2022 reached 2,08% versus 0,07% at 30 December 2021.

During the period of negative interest rates, the economic capital and the solvency ratio of many life insurers collapsed, pushing the French regulator to grant local insurers the right to use PPE Surplus Funds as a part of the economic capital. The non-life insurers seem to suffer less from the negative interest rates. From beginning 2022 until the end of June 2022, the increase of interest rates seems to have had beneficial effects on the economic capital and solvency ratio of life insurers. But from September 2022, the situation seems to be reversed: the rise of interest rates penalizes the life insurers.

The objective of the paper is to dissect the sensitivity of the economic balance sheet of life insurers and to find key indicators to understand this sensitivity. I rely on the notion of duration gap to deduce the relationship between the economic capital, the solvency ratio and the duration gap. At the end of the paper, I exploit the notion of TVOG (Time value of options and guarantees) to demonstrate the dynamic between the TVOG and the duration gap in the context of a sharp increase of interest rates.

# Remerciement

Je tiens à remercier Generali France pour m'avoir donné l'opportunité de réaliser ce mémoire passionnant et enrichissant.

J'adresse mes remerciements à Aguibou BARRY, manager de l'équipe Valeur, pour ses conseils, ses recommandations et son suivi tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Enfin mes remerciements vont tout particulièrement à ma famille, sans le soutien de qui ce mémoire n'aurait jamais vu le jour.

# Introduction

La réglementation solvabilité II est entrée en vigueur depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2016. Le but de la directive solvabilité II est de moderniser et d'harmoniser les règles de solvabilité applicables aux entreprises d'assurances afin de renforcer la protection des assurés, d'inciter les entreprises à améliorer leur gestion des risques et d'assurer une application harmonisée de la réglementation dans l'Union Européenne.

La nouvelle réglementation s'appuie sur de nombreux principes majeurs, parmi lesquels :

- Une vision économique du bilan. Le bilan SII est en juste valeur (mark-to-market), ce qui est très différent du bilan comptable (French Gaap) qui est basé sur une comptabilité en coût historique ;
- Des exigences de capital plus en lien avec le profil de risque des entreprises.

A cause de ce principe de juste valeur, le bilan SII est lié étroitement à la variation des conditions économiques, contrairement au bilan comptable. Nous sommes confrontés à un fort mouvement des taux depuis la crise Covid. Nous venons de traverser une période de taux négatifs pendant 2 ans. Depuis la guerre en Ukraine à partir du début 2022, nous assistons à une forte augmentation de l'inflation dont la conséquence est la forte hausse des taux. En l'espace de 6 mois depuis janvier 2022, le OAT 10 ans a augmenté de plus de 200 bps. Quelles sont les conséquences de cette forte variation des taux ? Comment évolue le ratio de solvabilité des assureurs dans ce contexte ?

Pendant les 2 années quand les taux étaient négatifs, les ratios de solvabilité des assureurs vie ont beaucoup souffert, ce qui semble moins le cas pour les assureurs non vie. Les fonds propres économiques des assureurs vie semblent plus sensibles à la baisse des taux. Depuis la forte hausse des taux en 2022, jusqu'à fin juin 2022 la hausse des taux semblent bénéfique sur le ratio de solvabilité des assureurs vie. Mais depuis septembre 2022 cela ne semble plus le cas pour certains assureurs.

L'objectif de ce mémoire est de trouver un indicateur qui permet d'interpréter l'évolution des fonds propres économiques et celle du ratio de solvabilité en liens avec l'évolution des taux pour les assureurs vie. Je me suis inspirée de la notion de duration et celle de gap de duration utilisées dans les différentes stratégies de gestion de portefeuille de titres à revenus fixes pour les appliquer en assurance vie.

Pour faire les différentes études d'analyse, je m'appuie sur l'outil de modélisation de la MCEV (Market consistent economic value) de la branche Epargne Retraite de Generali France. Les données sont principalement arrêtées entre le 31/12/2021 et le 30/06/2022 de la branche Epargne Retraite de Generali France. Le modèle de projection utilisé est le progiciel Prophet ALS.

Pour établir le lien entre les fonds propres économiques et le gap de duration, je procède tout d'abord par des tests de sensibilité à partir des données de mon portefeuille. Ces tests de sensibilité montrent directement la variation des fonds propres économiques face aux différents chocs économiques. A partir de ces résultats, je vais ensuite généraliser la relation entre les fonds propres économiques et le gap de duration via une approche théorique. J'arrive à démontrer une relation entre la variation des fonds propres économiques et le gap de duration.

Pour établir le lien entre le ratio de solvabilité et le gap de duration, la tâche semble plus compliquée. Je me suis inspirée d'une étude de cas lors de la formation CEA2 sur le calcul des ratios de solvabilité à partir de la formule standard. J'adapte l'étude de cas pour avoir deux variants ayant

des gaps de duration à signe inversé. Pour chaque variant, je calcule le SCR, les fonds propres économiques et le ratio de solvabilité dans des situations des taux différents pour pouvoir mesurer l'impact des taux sur le ratio de solvabilité des deux variants ayant des gaps de duration à signe inversé. A partir de cet exercice, j'obtiens une conclusion assez encourageante sur la relation entre le gap de duration et l'évolution du ratio de solvabilité. Pour généraliser cette relation, je procède à la fin par une démonstration théorique pour confirmer la relation entre la variation des ratios de solvabilité et le gap de duration.

Dans la dernière partie du mémoire à partir du lien établi entre le gap de duration et le ratio de solvabilité et les fonds propres économiques, j'analyserai l'évolution du gap de duration dans le contexte d'une forte hausse des taux. Je m'appuie sur la notion de la TVOG pour démontrer la dynamique entre le gap de duration et l'évolution de la forte hausse des taux. Je démontre que la dynamique de la TVOG inverse le gap de duration dans le contexte actuel. Ces conclusions permettent d'anticiper l'évolution des fonds propres et des ratios de solvabilité des assureurs vie dans le contexte des taux actuels.

# Table des matières

Première partie : Contexte général.....	8
1. Contexte Solvabilité II.....	8
2. Structure générale du modèle.....	17
3. Comparaison du bilan SII et du bilan French Gaap .....	20
4. Taux négatifs et remontée forte des taux.....	22
Deuxième partie : Sensibilité du bilan SII aux paramètres économiques .....	25
1. Processus de la sensibilité .....	25
2. Sensibilité à la courbe swap .....	26
3. Sensibilité aux spreads, et aux actions .....	39
Troisième partie : Duration et Gap de duration.....	46
1. Duration et Gap de duration .....	46
2. Duration et Sensibilité .....	51
3. Gap de Duration et sensibilité de la PVFP .....	59
Quatrième partie : Gap de Duration et Ratio de solvabilité .....	66
1. Définition SCR Formule standard .....	66
2. Etude de cas .....	78
3. Gap de duration et ratio de solvabilité .....	99
4. Conclusion .....	102
Cinquième partie : Hausse importante des taux et ratio de solvabilité.....	103
1. TVOG.....	103
2. Hausse importante des taux, TVOG et gap de duration.....	109
3. Conclusion .....	112
Sixième partie : Conclusion .....	113

# Première partie : Contexte général

## 1. CONTEXTE SOLVABILITE II

### 1.1. Valorisation du bilan SII

Depuis janvier 2016, la réglementation Solvabilité II est entrée en vigueur.

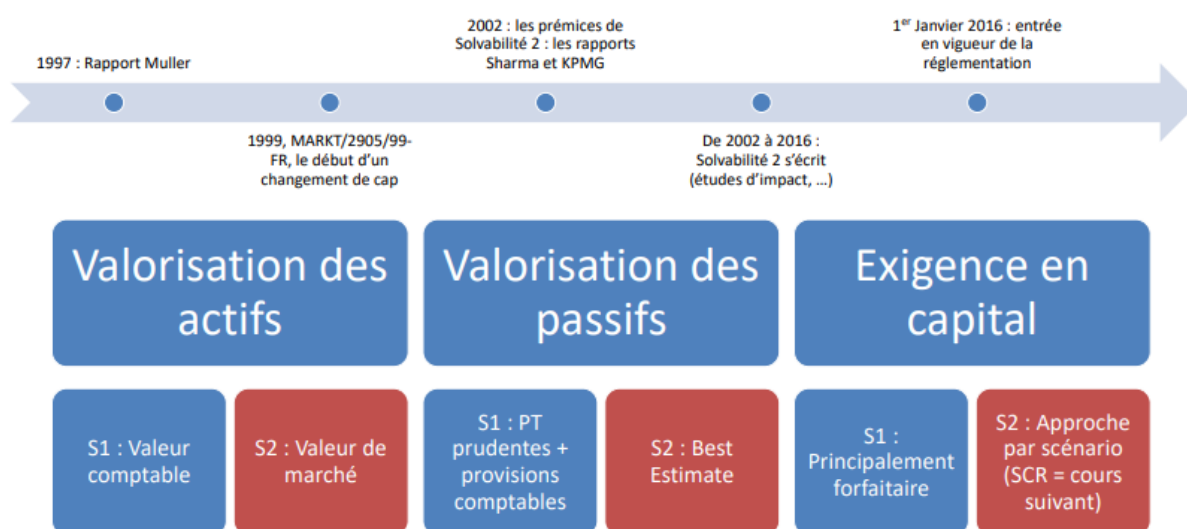


Figure 1

Le bilan SII est fondé sur des valeurs économiques, à l'actif et au passif. Les actifs sont valorisés pour le montant pour lequel ils pourraient être échangés dans le cadre d'une transaction conclue, dans des conditions de concurrence normales, entre des parties informées et consentantes.

Les passifs sont valorisés pour le montant pour lequel ils pourraient être transférés ou réglés dans le cadre d'une transaction conclue, dans des conditions de concurrence normales, entre des parties informées et consentantes.

Les actifs et les passifs sont valorisés séparément les uns des autres. Les entreprises d'assurance et de réassurance valorisent les actifs et les passifs en utilisant un prix coté sur un marché.

Le calcul est réalisé sous l'hypothèse de continuité d'exploitation.

### 1.2. Principe de la valorisation risque neutre

Dans le cadre de Solvabilité II, les flux des actifs et des passifs sont valorisés sous une probabilité risque neutre. Sous certaines hypothèses, l'existence d'une probabilité risque neutre est équivalente à l'absence d'arbitrage.

L'hypothèse d'absence d'arbitrage signifie simplement : « Si ma richesse aujourd'hui est nulle, elle ne peut devenir positive et non identiquement nulle », soit « On ne peut gagner d'argent sans capital »



initial ». L'existence d'une probabilité risque neutre implique que les actifs financiers ont un prix unique et que tous les actifs rapportent en moyenne le taux sans risque. Le terme « risque neutre » provient de la théorie économique : si les intervenants n'ont pas d'aversion au risque, ils vont s'accorder pour évaluer la valeur d'un portefeuille comme l'espérance actualisée des flux qu'il génère.

La probabilité risque neutre n'est pas reliée aux probabilités historiques  $p$  de monter ou  $1 - p$  de descendre. Par conséquent le prix d'une option ne dépend pas de la tendance réelle  $p$  du sous-jacent. Comme tout produit dérivé est duplicable, la valeur actualisée de tout produit dérivé est une martingale sous la probabilité risque neutre.

Dans le monde réel, les probabilités de hausse ou de baisse sont déterminées à partir des variations historiques des cours de l'action. Sous la probabilité risque neutre, les probabilités de hausse ou de baisse sont déterminées implicitement à partir du taux sans risque.

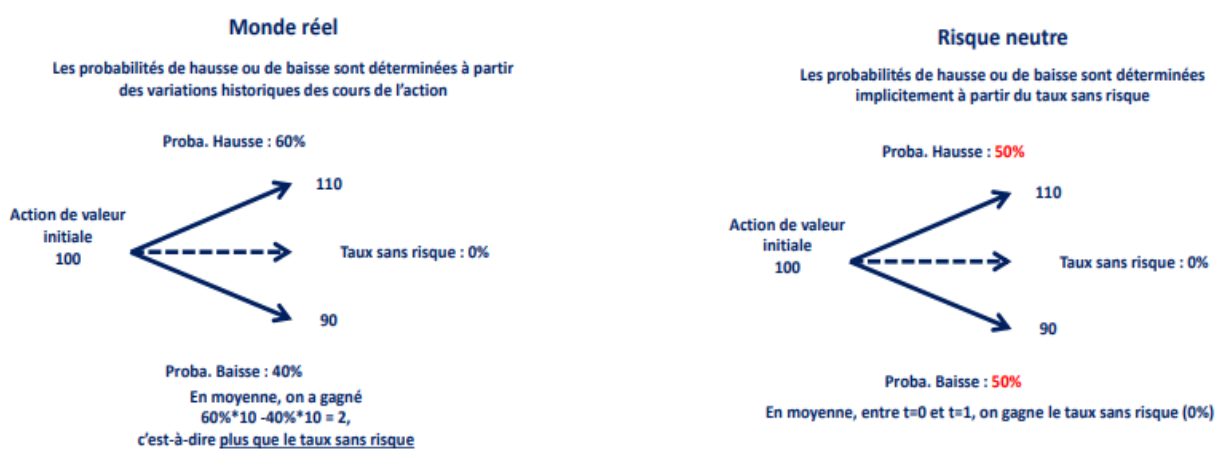


Figure 2

### 1.3. Valorisation Best Estimate Liabilities

La valeur des provisions techniques prudentielles correspond au montant actuel que les entreprises devraient payer si elles transféraient immédiatement leurs engagements à une autre entité agréée pour pratiquer des opérations d'assurance ou de réassurance.

Le calcul des provisions techniques prudentielles utilise les informations fournies par les marchés financiers et les données généralement disponibles sur les risques de souscription, en cohérence avec ces informations et données. Les provisions techniques prudentielles sont calculées d'une manière prudente, fiable et objective. Ce calcul peut comporter un ajustement égalisateur ou une correction pour volatilité.

La valeur des provisions techniques prudentielles est égale à la somme de la meilleure estimation et de la marge de risque : Provisions techniques = Best Estimate Liabilities + Risk Margin.

La meilleure estimation correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs compte tenu de la valeur temporelle de l'argent estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente, soit la valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs.

La marge de risque est calculée de manière à garantir que la valeur des provisions techniques prudentielles est équivalente au montant qu'une entreprise agréée pour pratiquer les opérations d'assurance ou de réassurance demanderait pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance.

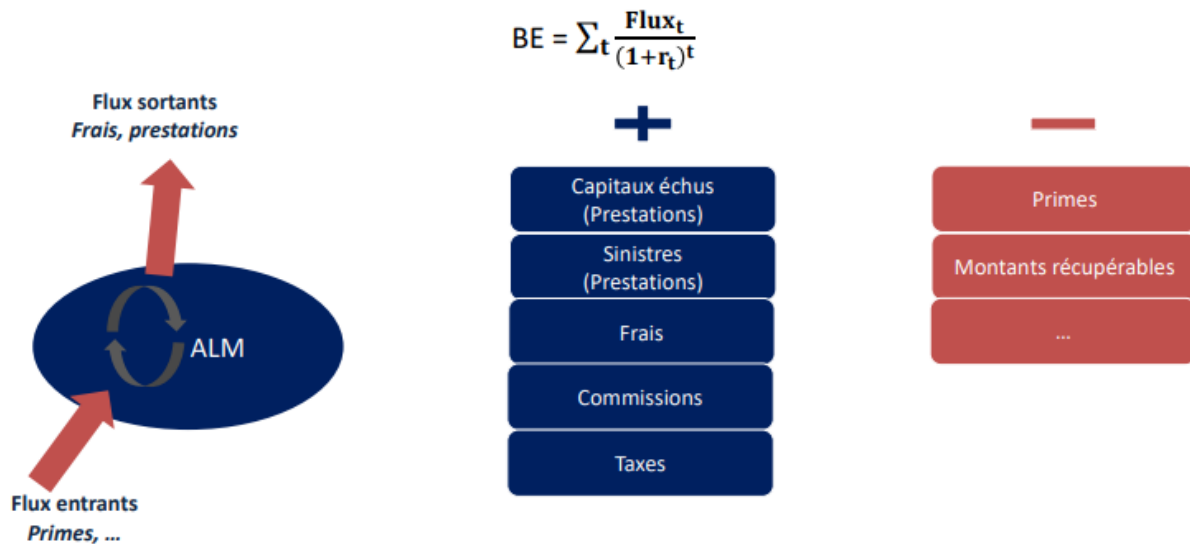


Figure 3

Ces flux sont conditionnés par des paramètres techniques (mortalité, ...), des paramètres contractuels, les normes comptables et réglementaires (compte de résultat), le comportement des assurés et les réactions de l'entreprise...

Le principe d'un calcul de provisions techniques comme une somme actualisée de prestations et frais futurs, moins la valeur actualisée des primes futures, n'est en soit pas nouveau. L'un des apports de Solvabilité II vient de la prise en compte du coût des options et garanties, là où Solvabilité I intégrait celles-ci via des provisions et de la prudence. En pratique, valoriser ces options nécessite de faire des simulations dans différents environnements économiques, d'estimer la sinistralité (par exemple les décès), le comportement de l'assuré qui détient l'option et aussi de l'assureur qui influe sur la « valeur » de celle-ci, en faisant des hypothèses à très long terme.

Pour ces raisons, en France, la solvabilité II s'écarte beaucoup plus du provisionnement comptable en assurance vie qu'en non-vie.

Les flux du Best Estimate Liabilities sont actualisés avec la courbe des taux sans risque publiée par EIOPA.

Pour certains contrats d'assurance vie, notamment ceux qui donnent lieu à des prestations discrétionnaires dépendant de rendements d'investissements ou qui comportent des garanties financières et des options contractuelles, les méthodes par simulation sont susceptibles de produire un calcul plus approprié du Best Estimate Liabilities.

$$BEL = \sum_i \frac{1}{N} \sum_t Flux_{i,t} * D_{i,t}$$

$D_{i,t}$  est le facteur d'actualisation (déflateur) : il représente la valeur de l'argent dans un scénario donné. En forme discrète annuelle, il se calcule comme :

$$D_{i,t} = \frac{1}{\prod_t(1 + r_{i,t})}$$

Il s'interprète comme l'inverse d'un euro capitalisé au taux sans risque année après année.

#### 1.4. Valorisation PVFP

La PVFP (Present Value of Future Profits) est un indicateur qui mesure la richesse future qui sera générée par les contrats en stock. Plus concrètement, la Present Value of Future Profits est égale à la valeur actuelle des profits (ou pertes) futurs industriels, nets d'impôts, générés par le portefeuille de contrats en vigueur, soit :

- + Primes
  - + Produits financiers
  - Prestations
  - Variations des provisions techniques
  - Participation des assurés aux excédents
  - Frais récurrents
  - Impôt
  - +/- divers (ex : Participation des salariés)
- = Résultat disponible de l'année k

$$PVFP = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{(1 + \text{taux actualisation})^k}$$

#### 1.5. Valorisation Coût des options (TVOG)

Dans un contrat d'assurance, il y a souvent des options et des garanties, par exemple :

- l'option de la participation aux bénéfices (PB) et des taux minimums garantis (TMG) pour les contrats en euros ;
- les garanties de tables de mortalité ;
- l'option de conversion en rente à un taux garanti ;
- les garanties planchers.

Les coûts des options sont mal pris en compte dans le bilan comptable. Le bilan SII prend en compte la valeur des options et des garanties, ce qui peut s'avérer important avec une baisse des taux ou une forte volatilité du marché financier.

Dans le modèle Prophet, le coût des options se calcule comme la différence entre les deux valeurs suivantes : la valeur stochastique des résultats futurs (« moyenne » des valeurs actuelles sur 1000 scénarios) et la valeur des résultats futurs déterministes (scénario central).

## 1.6. Valorisation Rachats Dynamiques (DS)

Les rachats dynamiques sont modélisés en fonction de l'écart entre le taux de PB cible et un taux benchmark. La figure suivante présente l'exemple de la loi des rachats dynamiques (loi des ONC de 2013 publiée par l'ACPR) avec les plafonds minimums et maximums.

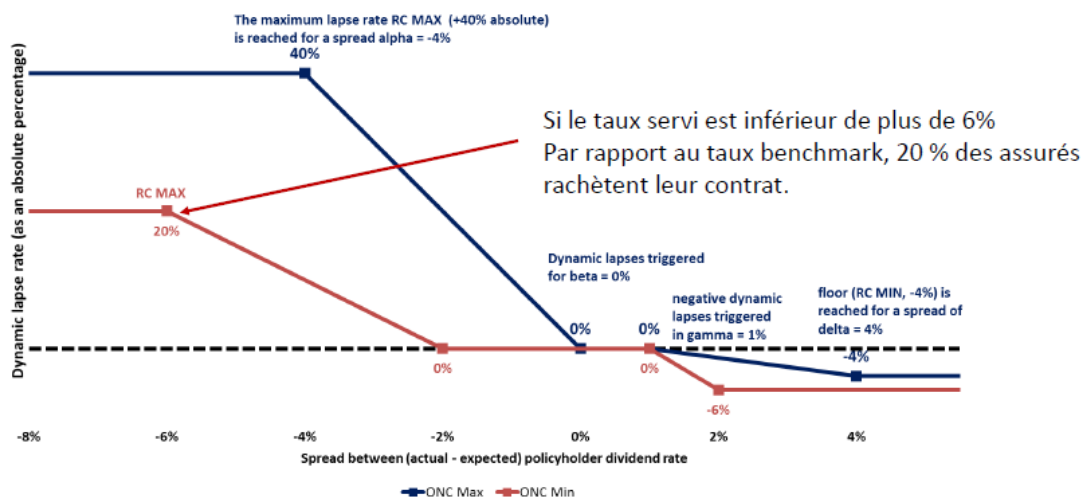


Figure 4

Les rachats dynamiques sont exprimés en pourcentage du nombre de contrats et s'ajoutent à la loi de rachats structurels. Les rachats structurels sont en partie liés aux avantages fiscaux des contrats d'assurance vie (pic à 8 ans). Ils dépendent ainsi du nombre d'années de détention du contrat.

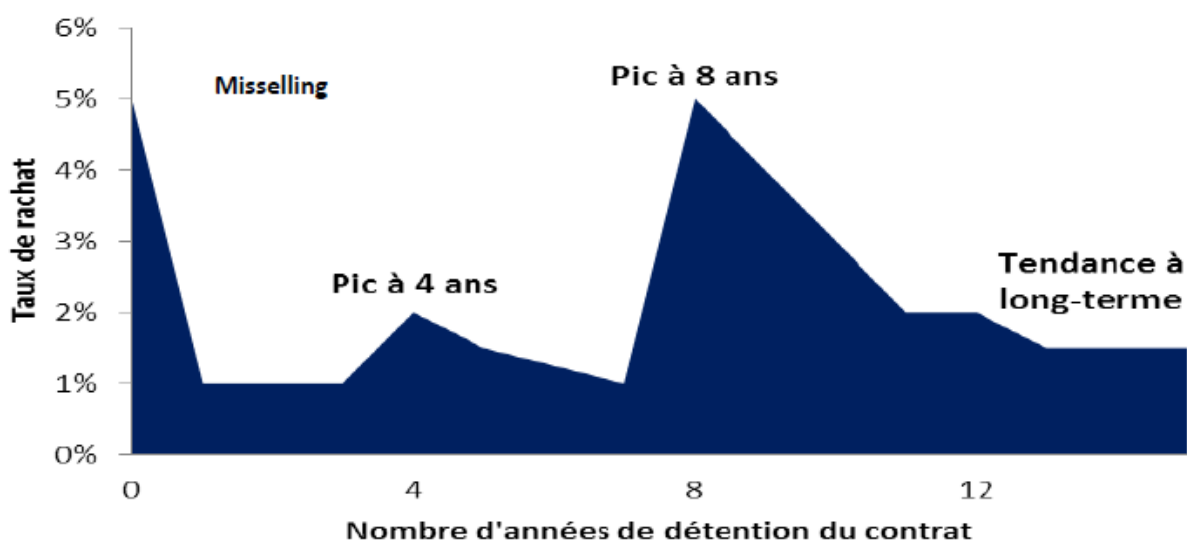


Figure 5

La valeur des rachats dynamiques se calcule comme la différence entre la valeur stochastique des résultats futurs et la valeur stochastique des résultats futurs hors rachats dynamiques.

## 1.7. Les scénarios économiques

En bilan SII, les actifs sont valorisés sur un jeu de scénarios économiques dits risque neutre. Les scénarios économiques sont produits par un générateur Barrie Hilbert. Ils ont pour objectif d'évaluer

le Best Estimate Liabilities (BE) et la valeur de marché des engagements de l'assureur. Le BE se décompose de la manière suivante :

$$BE = BE_{CTRL} + TVOG$$

Avec :

- $BE_{CTRL}$  (Best Estimate Liabilities central) calculé avec un unique scénario dit central.
- TVOG, représentant les « Time value of options and garanties » qui correspondent à la valeur des options et garanties incluses dans les passifs. La valorisation des options s'effectue via des méthodes de Monte Carlo qui requièrent l'utilisation de scénarios stochastiques.

#### Scénarios économique : quantiles du taux 10 ans et exemples de trajectoires

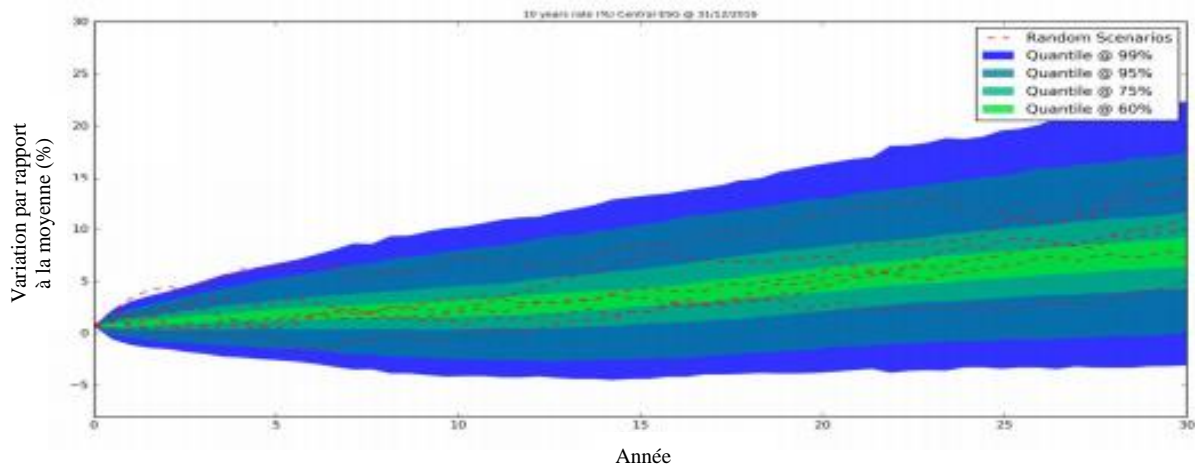


Figure 6

Le scénario central valorise tous les actifs au taux sans risque. Le taux sans risque est évalué à partir d'une courbe de référence à laquelle on ajoute une prime de risque. La courbe Euro Swap est la courbe de référence du marché.

Les scénarios économiques contiennent les informations suivantes :

- les rendements et les dividendes des principaux indices : l'indice action, l'indice immobilier, l'indice trésorerie, l'indice obligation d'Etats, l'indice obligation « corporate ». Chaque indice est composé du rendement total et de son dividende en pourcentage sur les 1000 scénarios ;
- le prix des zéros coupons AAA, AA et A : le prix des zéros coupons « corporate » de notation AAA, AA et A avec une maturité de 1 à 60 ans ;
- le prix des zéros coupons BBB, BB, B et CCC : le prix des zéros coupons « corporate » de notation BBB, BB, B et CCC avec une maturité de 1 à 60 ans ;
- le prix des zéros coupons avec inflation : le prix des zéros coupons avec inflation avec une maturité de 1 à 60 ans ;
- la probabilité de transition entre les différentes notations : la probabilité de migrer d'une notation à une autre ;
- le déflateur ;
- l'inflation.

## 1.8. Management Rules

Les management rules sont un ensemble de règles qui permettent de servir le taux cible dans le modèle. Ils doivent être considérés comme réalistes. Ils ont un impact immédiat dans le modèle sur la stratégie à appliquer pour servir le taux cible.

Le taux cible représente le niveau de revalorisation cible. Il vise en général à refléter les enjeux concurrentiels liés au rendement moyen du marché. Il est historiquement proche du rendement de l'OAT (obligation d'Etat français). Le taux cible peut être différent selon les produits d'un assureur. D'après le graphique suivant, la courbe des taux cibles suit l'évolution de l'OAT 10 ans. Par contre son évolution est plus lisse que la courbe de l'OAT 10 ans.

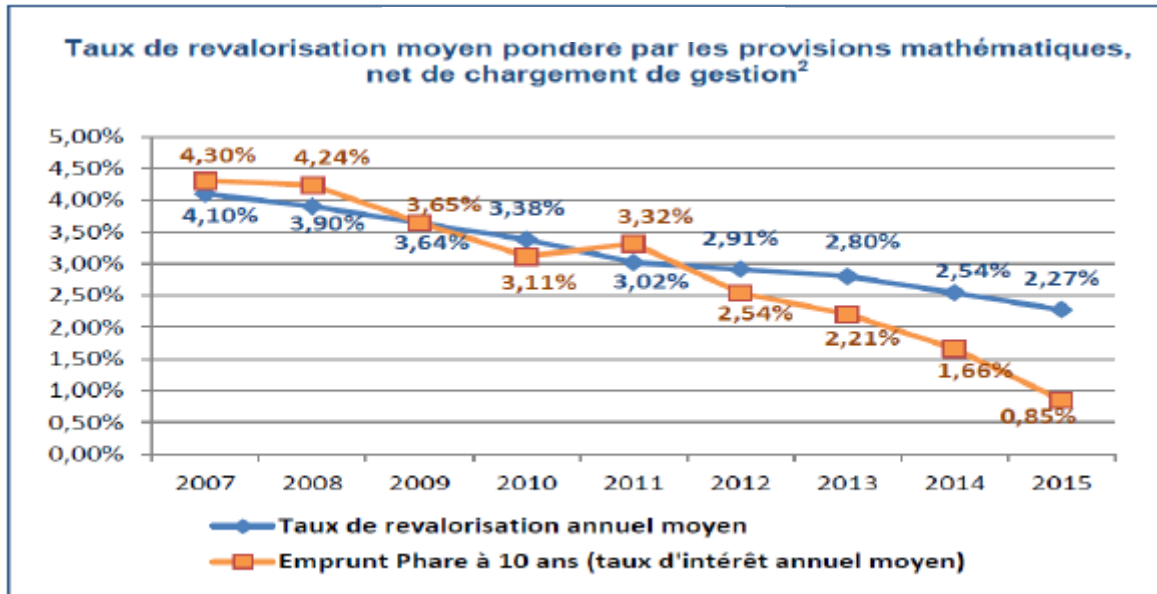


Figure 7

Plusieurs leviers peuvent être mobilisés pour servir le taux cible. Un exemple de management rules est donné ci-dessous : quand les produits financiers disponibles sont inférieurs au montant cible, le modèle reprend le stock de PPB (provision pour participation aux bénéfiques), réalise des plus-values latentes et abandonne la marge d'actionnaire pour pouvoir servir le taux cible. Au contraire, s'il y a un excédent, le modèle fait une dotation à la PPB et réalise des moins-values latentes pour conserver la richesse des actifs.

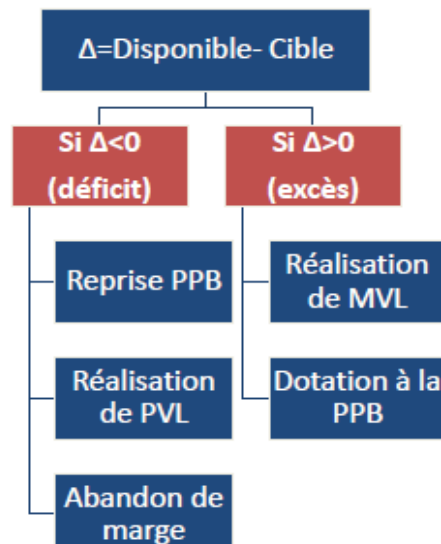


Figure 8

## 1.9. Les hypothèses techniques

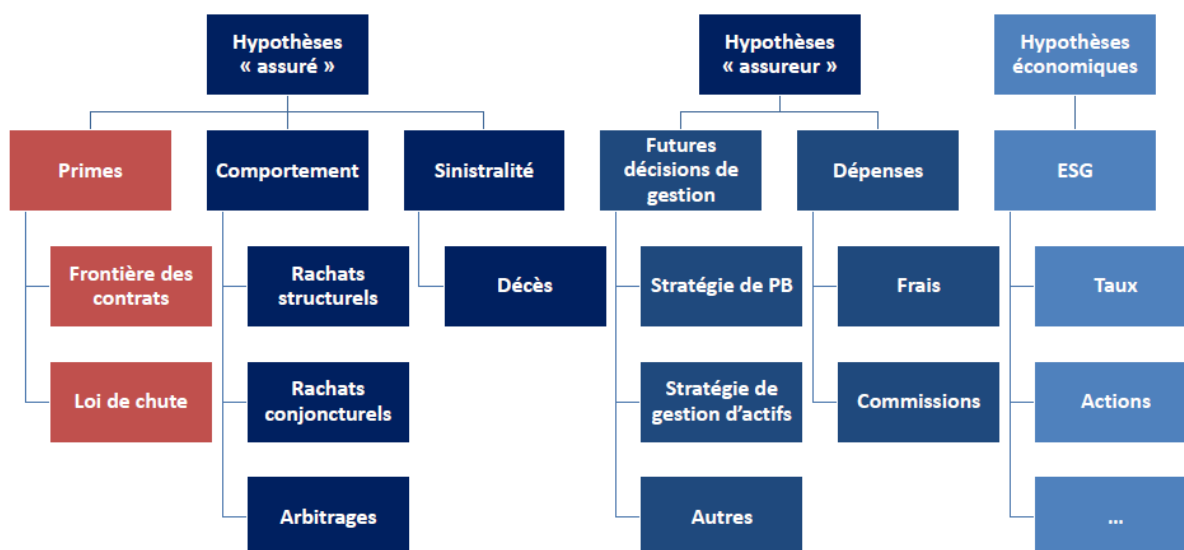


Figure 9

Les comportements des assurés et de l'assureur et les scénarios économiques doivent être pris en compte dans la valorisation du bilan SII, du BE et de la PVFP. Nous avons déjà abordé les scénarios économiques, les rachats et les management rules dans les parties précédentes.

Concernant la modélisation des primes, le bilan SII ne prend pas en compte les nouvelles primes. Il prend en compte les éventuels versements programmés pour les contrats en stock, dans les conditions (limite des contrats) définies par l'article 18 du règlement délégué 2015/35 de la commission européenne.

Les décès peuvent être modélisés à l'aide des tables d'expérience ou réglementaires. Pour les rentes, des tables dites « générationnelles » sont utilisées (la mortalité dépend de l'année de naissance et intègre une tendance).

Les frais et les commissions doivent refléter une vision en run-off du portefeuille. La partie liée à l'acquisition est exclue.

## 1.10. Alignement bilan SII / MCEV (Market Consistent Embedded Value)

Le bilan d'un assureur peut se présenter sous différentes formes : French Gaap, Solvabilité II et EEV.

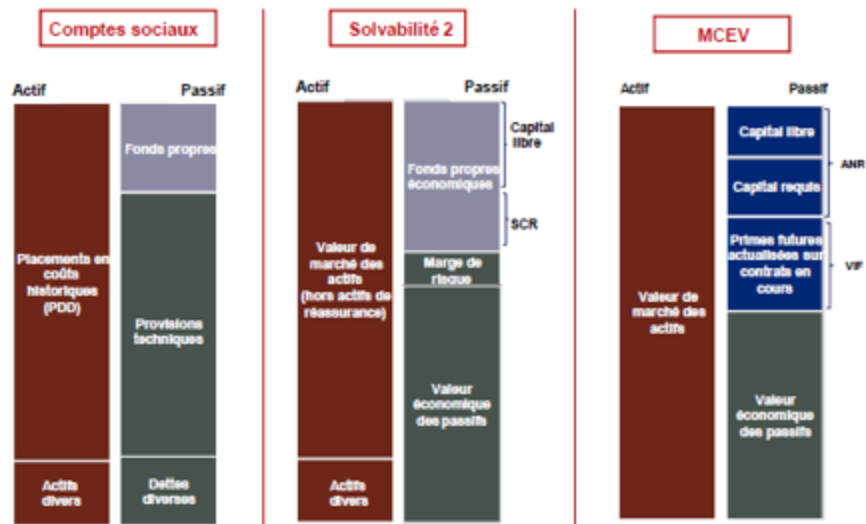


Figure 10

Dans le bilan SII, les provisions techniques sont la somme du BE et de la Risk Margin (RM). Les fonds propres sont la différence entre les actifs et les provisions techniques. Dans le bilan MCEV, les actifs sont valorisés à la valeur de marché sous une probabilité risque neutre comme en Solvabilité II. La Risk Margin n'existe pas en MCEV. Les fonds propres sont donc la différence entre les actifs et le BE.

Dans la suite de ce mémoire, nous alignons le bilan SII et le bilan MCEV en utilisant les mêmes hypothèses, la même courbe de taux, les mêmes données et la même modélisation.

Ainsi, nous avons l'équation : Valeur de marché des actifs (MV) = BE + PVFP. La PVFP représente la richesse pour les actionnaires. Le BE représente l'engagement de l'assureur vis-à-vis des assurés. La PVFP est brute du coût du capital (CoC), nette des TVOG (Time Value of Options and Garanties) et brute d'impôt.



## 2. STRUCTURE GENERALE DU MODELE

### 2.1. Principe général du modèle

La modélisation du BE et de la PVFP est réalisée en premier lieu grâce au logiciel Prophet Passif qui simule les flux des passifs sous un scénario économique central. Les flux sont ensuite injectés dans le logiciel Prophet ALS pour prendre en compte les interactions entre les actifs et les passifs.

Prophet Passif prend en entrée les informations des contrats (provision mathématique PM, nombre de contrats, taux minimum garanti, participation aux bénéfices contractuelle, chargement sur encours, etc) qui sont regroupées dans des tables spécifiques par produit. Les hypothèses techniques (mortalité, rachat structurel, réduction, frais, commission, etc). Ces informations permettent au modèle de générer une simulation déterministe du flux produit par produit. À l'issue de la simulation, le compte de résultat par produit est ainsi établi pour 60 ans. Dans Prophet Passif, il n'y a pas d'interaction entre les passifs et les actifs. Les provisions mathématiques sont revalorisées au taux minimum garanti.

À la sortie du modèle Prophet Passif, les flux issus de la simulation sont regroupés dans des poches différentes. Chaque poche contient des contrats avec un profil des risques similaire : même numéro de fonds, même type de produits, même taux de participation aux bénéfices, même taux minimum garanti, etc. Au niveau de chaque poche, on dispose notamment des informations sur les PM, le taux de chargement, les rachats, les décès, les nombres de contrats, les commissions, les frais durant 60 ans, etc.

Prophet ALS prend en entrée ces flux par poche, et non par produit comme Prophet Passif. Contrairement à une seule simulation déterministe réalisée par Prophet Passif, Prophet ALS projette 1000 simulations stochastiques pour le calcul du BE. Les éléments comptables tels que la réserve de capitalisation ainsi que la provision pour participation aux excédents sont alimentés au niveau des fonds dans Prophet ALS. Les informations des actifs sont fournies dans des tables spécifiques en entrée du modèle Prophet ALS. À partir des management rules détaillées dans la section 1.8, Prophet ALS simule les interactions entre les actifs et les passifs pour déterminer le niveau de participation aux bénéfices à distribuer et simuler le comportement dynamique des assurés. À l'issue des 1000 simulations, on peut ainsi calculer le BE et la PVFP.

### 2.2. Structure générale du modèle Passif

Dans le modèle Passif les produits sont modélisés selon le type de produit : épargne à prime unique en euros, épargne à prime unique en unités de compte, rente différée avec phase d'épargne en euros, rente en phase différée avec phase d'épargne en unités de compte, rente viagère immédiate, etc. Pour chaque type de produit, il y a un modèle spécifique.

À partir des tables spécifiques par produit des passifs et des hypothèses techniques, le modèle projette le compte de résultat qui est composé de 3 parties : résultat financier, résultat technique et résultat administratif. Le résultat financier est calculé à partir du produit financier auquel on soustrait les intérêts techniques, la participation aux bénéfices et les prélèvements sociaux. Le résultat technique est la différence entre le total des produits techniques (prime pure émise, prime périodique émise, intérêts techniques crédités, coût de la participation aux bénéfices sur sorties, ajustement à capital variable ACAV, total des prélèvements sociaux) et le total des charges techniques (total des prestations, variation de la provision pour sinistre à payer, variation de la PM non zillmériisée, etc). Le

résultat administratif est calculé à partir des chargements, d'acquisition et de gestion sur primes et sur encours, diminués par les commissions d'acquisition et de renouvellement ainsi que des frais.

En cas de réassurance, il faut également calculer le coût de la réassurance. Le résultat net de la réassurance sera la différence entre le résultat brut de la réassurance et le coût de la réassurance.

Même en cas d'une seule simulation dans Prophet Passif, le temps de simulation est non négligeable du fait d'un nombre important des produits.

### 2.3. Structure générale du modèle ALS

Prophet ALS effectue des projections des actifs et des passifs à pas annuel. Les actifs sont projetés ligne à ligne et les passifs sont projetés selon une approche dite de « flexing ». Cette approche consiste à ajuster des cash-flows déterministes, calculés en amont du modèle ALS dans Prophet Passif en prenant en compte l'impact sur ces derniers :

- des actifs ;
- de la politique de gestion de la compagnie ;
- du comportement conjoncturel des assurés.

Ces cash-flows déterministes correspondent à une projection des passifs sans prise en compte :

- de la revalorisation des contrats liée à la participation aux bénéfices ;
- des rachats dynamiques.

Le schéma ci-dessous synthétise, pour une année de projection donnée, le déroulement des calculs effectués : les revenus financiers, les prestations, les encaissements des primes et les paiements des frais et commissions tombent au milieu de l'année. À la fin de chaque année avant les management rules, le modèle calcule les revenus disponibles. Il les compare avec le taux de participation au bénéfice cible par fonds. Pour pouvoir distribuer le taux cible, il s'appuie sur les management rules pour servir le taux cible. Les dividendes aux actionnaires sont distribués après avoir servi le taux cible. La participation aux bénéfices est ainsi déterminée à partir du taux cible servi. Au niveau des passifs, le mécanisme du « flexing » permet de réajuster les provisions mathématiques en prenant en compte la participation aux bénéfices.

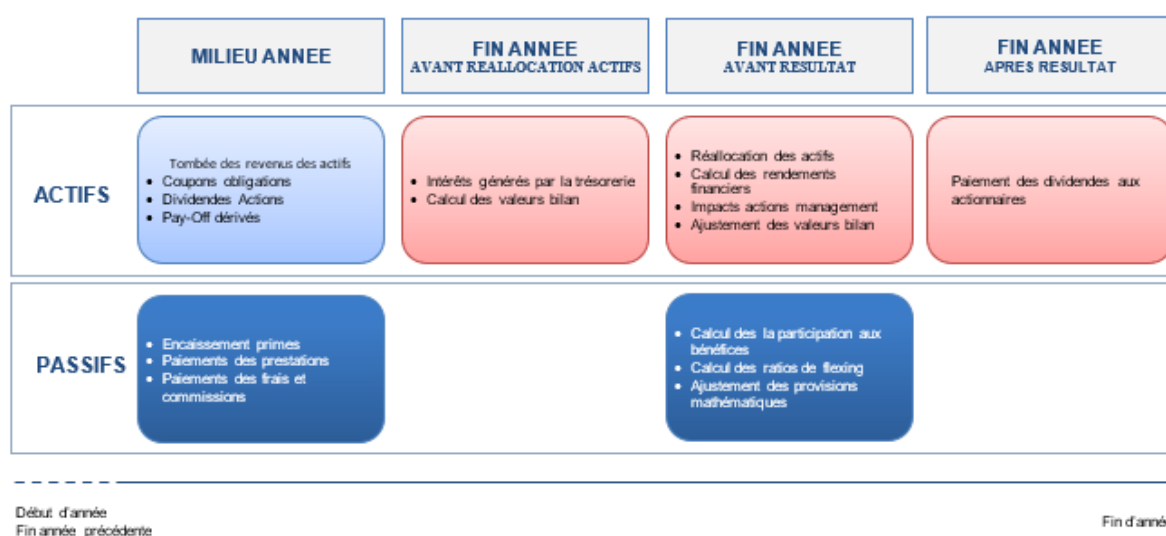


Figure 11

## 2.4. Projection des passifs Flexing

La projection des passifs effectuée dans le modèle ALS est une projection basée sur une approche de « flexing » de flux de passifs déterministes. Les flux de passifs considérés sont constitués de :

- provisions mathématiques ;
- primes ;
- prestations ;
- frais ;
- commissions.

Ces flux sont produits à partir d'une projection déterministe des passifs effectuée en amont du modèle ALS. Cette projection tient compte uniquement d'une revalorisation des contrats à leur taux minimum garanti. Le « flexing » effectué dans le modèle ALS consiste à ajuster ces flux de manière à prendre en compte l'impact sur ces derniers de l'environnement économique et de la politique de management de la compagnie.

### 3. COMPARAISON DU BILAN SII ET DU BILAN FRENCH GAAP

#### 3.1. Comparaison générale

La comptabilité en France Gaap repose sur :

- le principe de prudence ;
- le principe de comptabilisation au coût historique ;
- le principe de continuité.

Les règles présentées dans Solvabilité II pour le bilan prudentiel font référence à une autre approche :

- évaluation en valeur de marché de tous les postes du bilan (y compris les provisions techniques) par actualisation des cash flows futurs sur une courbe des taux ou par une valeur de marché ;
- marge de prudence explicite dans les provisions techniques (séparation de la provision Best Estimate Liabilities et de la marge de risque) ;
- forte volatilité des fonds propres, qui sont la différence entre la valeur de marché de l'actif et la valeur actuelle probable des engagements.

Les deux bilans (French Gaap et Solvabilité II) sont présentés dans la figure suivante :

Bilan comptable French Gaap		Bilan SII	
Actifs sûrs, liquides, rentables et diversifiés en coût historique	Capitaux propres sociaux  Provisions techniques prudentes	Actifs économiques/ en valeur de marché	Fonds propres économiques  Passifs économiques (Best Estimate Liabilities+Risk Margin)

Figure 12

Dans le point de vue traditionnel repris par la comptabilité, les engagements doivent être couverts par des actifs suffisants pour que l'assureur puisse honorer ses contrats dans tous les cas.

Dans la vision Solvabilité II, les fonds propres au sens des actifs moins les provisions techniques doivent être suffisants dans 99,5 % des cas. Le passif comprendra la provision mathématique, la marge de risque et les fonds propres, qui doivent être supérieurs au risque de perte dans les 0,5 % des cas les moins favorables.

De nombreux engagements pris par les assureurs vie ne figurent pas dans la provision comptable traditionnelle (revalorisation des contrats, clause de rachat anticipé, etc).

Afin de respecter leurs engagements vis à vis des assurés et être conforme à la directive Solvabilité II, ces compagnies d'assurances doivent avoir une vision prospective de leurs risques tenant compte du lien fort entre l'actif et le passif de leur bilan.

En effet, en Solvabilité II, le bilan prudentiel valorise l'actif en valeur de marché et le passif comme une valeur des engagements au sens large, y compris les clauses de rachats et de revalorisation qui sont ignorées dans le bilan comptable.

### 3.2. Les effets des variations de taux

Dans le bilan SII, la valeur de marché des actifs et la valeur actuelle au taux de marché des engagements sont sensibles au taux d'intérêt. Dans la plupart des cas, l'actif réévalué et le passif en valeur actuelle varient différemment en fonction des fluctuations de taux.

Le bilan French Gaap est construit, en particulier, sur la notion de continuité d'exploitation qui vise à lisser les résultats dans les comptes indépendamment du niveau des taux d'intérêt.

Quand les taux baissent, la baisse n'a pas d'impact immédiat (sauf en cas de déclenchement d'une provision spécifique : la provision pour aléa financier) sur le compte de résultat, jusqu'à ce que les rendements se trouvent être insuffisants pour faire face aux engagements de taux. Une fois que la dégradation commence à avoir des effets sur les comptes, on observe :

- une diminution des marges financières prélevées par l'assureur ;
- une incapacité pour l'assureur à honorer ses engagements de revalorisation à un taux minimum garanti, d'où l'apparition de pertes.

Une variation de taux a un effet immédiat sur le bilan économique d'une société d'assurance puisque la valeur de marché des actifs et la valeur actuelle des engagements au taux de marché sont instantanément modifiées par cette variation de taux. Le bilan SII s'inscrit dans cette logique, qui complètent les comptes sociaux.

La baisse des taux entraîne une augmentation de la valeur de marché de l'actif et de la valeur actuelle des engagements au taux de marché. Cependant, l'une peut augmenter plus vite que l'autre en fonction des caractéristiques des contrats d'une part, et des actifs d'autre part, d'où la déformation de l'écart entre l'actif et le passif en valeur actuelle probable.

Quand les taux augmentent, la hausse n'a pas d'impact immédiat sur le compte de résultat comme dans le cas de la baisse. Mais la valeur de marché de l'actif baisse et la valeur actuelle des engagements baisse également.

Du point de vue Solvabilité II, lors d'une baisse des taux, la richesse de l'organisme peut soit augmenter (cas d'une durée du passif inférieure à celle de l'actif) soit diminuer (cas d'une durée du passif supérieure à celle de l'actif). On exploitera ce point dans la suite de ce mémoire.

## 4. TAUX NEGATIFS ET REMONTEE FORTE DES TAUX

La généralisation des taux négatifs à l'été 2019 a conduit à une forte baisse des ratios de solvabilité des assureurs vie. A partir de fin 2021 il y a une très forte remontée des taux due à l'inflation et les mesures de la Banque Centrale Européenne (BCE) pour contenir la forte hausse de l'inflation. C'est une situation redoutée par les assureurs.

Depuis 37 ans les taux diminuent doucement sans descendre en dessous de 0% et les assureurs vie avaient su accompagner le mouvement structurel de baisse des taux sur cette période. Une baisse des taux lente et régulière offrait un avantage compétitif aux assureurs vie par rapport aux autres produits de placement, grâce à la comptabilité en coût historique : les rendements des portefeuilles obligataires et par conséquent des contrats d'assurance vie correspondent à une moyenne des taux passés toujours supérieure au taux présent.

Mais lorsque les taux deviennent négatifs, les assureurs vie ne peuvent les répercuter sur leurs clients dont ils garantissent le capital et, sauf stipulation contraire, ils ne peuvent plus prélever de frais. Bien sûr, la situation est encore plus difficile si l'assureur porte à son bilan une proportion significative de contrats à taux minimum garanti non nul.

La Solvabilité II ne se contente pas d'enregistrer les effets négatifs actuels de la baisse des taux, mais exige de projeter des taux bas futurs.

Ainsi, les deux plus gros fonds de pension néerlandais ABP et PFZW ont annoncé en septembre 2019 que leur ratio de couverture n'atteignait plus que 91% et 92% et qu'ils allaient devoir dévaluer les retraites du fait de la baisse des taux.

Sous Solvabilité II, l'actualisation des engagements s'effectue à partir des courbes des taux fournies par l'EIOPA. À fin septembre 2020, ces taux étaient négatifs jusqu'à 15 ans.

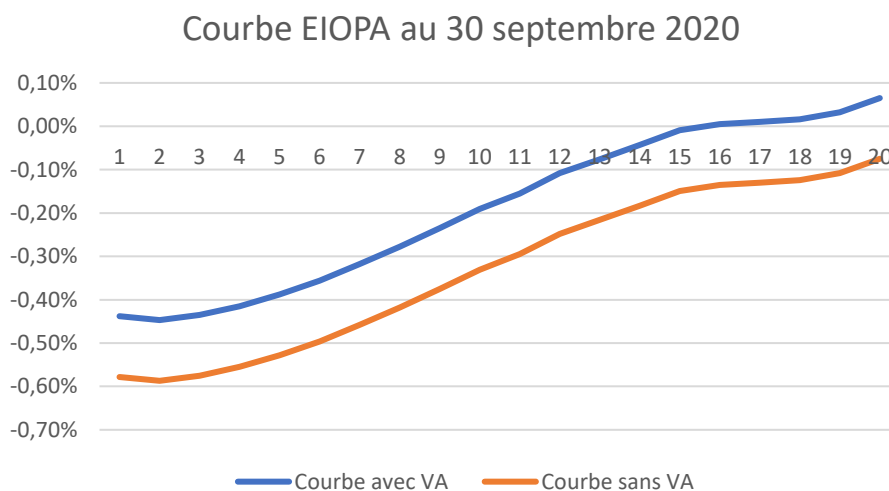


Figure 13

source : <https://www.eiopa.europa.eu/risk-free-rate-previous-releases-and-preparatory-phase>

### Evolution OAT 10 ans jusqu'à fin 2021

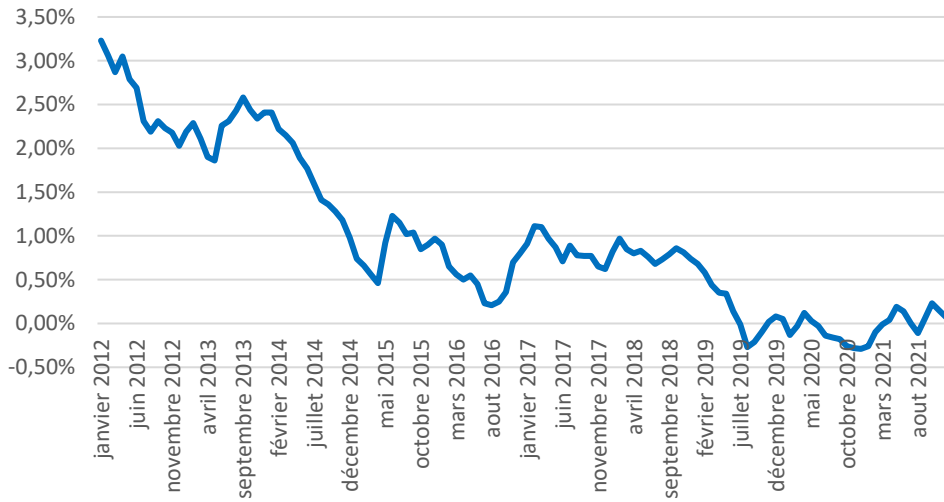


Figure 14

source : <https://www.banque-france.fr/statistiques/taux-et-cours/les-indices-obligataires>

Entre juillet 2019 et août 2021 quand les taux étaient négatifs, beaucoup d'assureurs vie ont vu leur solvabilité fondre. Les taux négatifs sont destructeurs sur la richesse des actionnaires (PVFP).

A partir du janvier 2022, il y a une très forte remontée de l'inflation. L'inflation est repartie à la hausse et arrive maintenant à 6,1% à fin 2022. Ce retour de l'inflation est principalement dû au prix de l'énergie qui a augmenté de 28.5% depuis les 12 derniers mois.

### HICP France depuis 2015

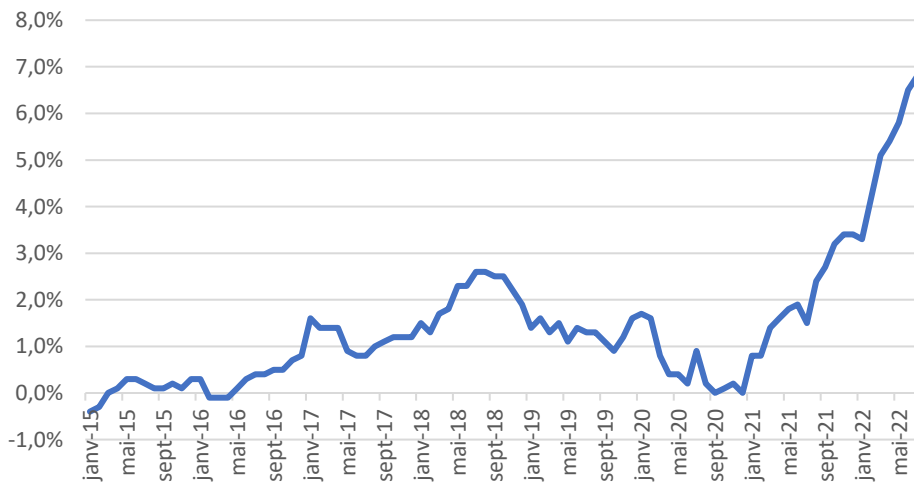


Figure 15

Inflation (source : [https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=PRICES\\_CPI&lang=fr](https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=PRICES_CPI&lang=fr))

## Evolution OAT 10 ans jusqu'au juin 2022

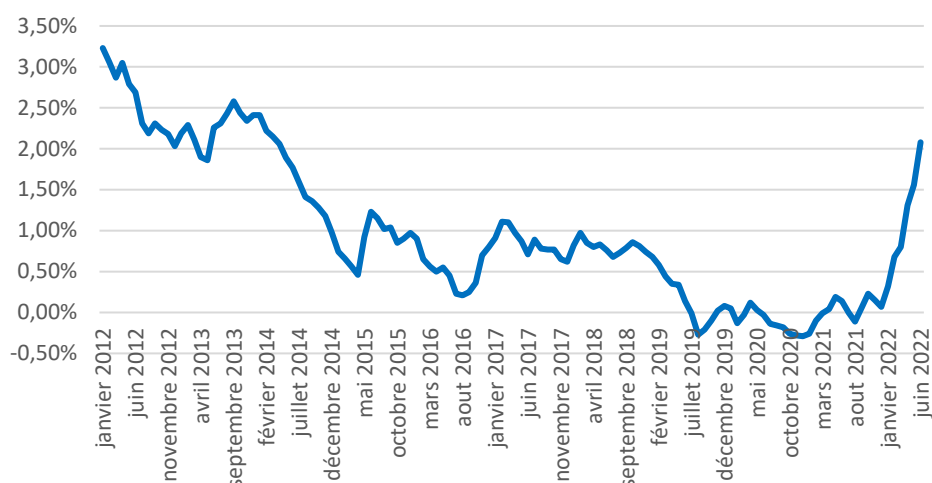


Figure 16

source : <https://www.banque-france.fr/statistiques/taux-et-cours/les-indices-obligataires>

Les Taux à 10 ans Français très bas voire négatifs depuis 2019 s'envolent depuis cette date, arrivant à 2% à mi-2022. Pour contenir cette hausse des taux, la BCE a augmenté les trois taux directeurs de 50 points de base à compter du 27 juillet 2022. Les investisseurs anticipent encore une hausse des taux de 50 points de base en septembre, une hausse de 25 points de base en octobre et encore une hausse de 25 points de base en décembre.

Si la remontée des taux se faisait doucement, cela serait bénéfiques pour la plupart des assureurs vie. Le graphique ci-dessus montre un rebond des OAT 10 ans entre fin 2021 et 2022 qui est très violente. Les OAT 10 ans passent de 0% vers fin 2021 à 2% à mi-2022. Une période des taux négatifs de 2 ans combinés avec une remontée violente des taux n'est pas rassurante.

En cas de hausse des taux importante, durable et mal pilotée, les taux servis par l'assureur peuvent devenir sensiblement inférieurs à ceux du marché obligataire ou de la concurrence et entraîner de nombreux rachats anticipés alors que les titres obligataires sont pour la plupart en moins-value latente.

Ces rachats peuvent affaiblir le bilan et plus généralement diminuer la richesse de la société. Ils peuvent provoquer la réalisation du risque de liquidité. C'est le risque pour une compagnie de ne pas disposer dans le futur de la trésorerie nécessaire pour faire face à ses engagements (termes, rachats anticipés, décès).

L'assureur se trouvera alors dans l'obligation d'emprunter ou de vendre des actifs dans des conditions inconnues aujourd'hui. Ces ventes pourraient avoir des conséquences très négatives sur les comptes de la société ou sur sa capacité à honorer ses engagements.

C'est dans ce contexte que j'ai choisi de travailler sur ce sujet de mémoire pour mieux comprendre la volatilité du bilan SII dans un contexte des taux très volatile. Dans la suite de ce mémoire, je vais tester l'impact de différents paramètres économiques sur le bilan SII. Je montrerai à quel point le bilan des assureurs vie est dépendant de la variation des taux et de l'ajustement de volatilité.



# Deuxième partie : Sensibilité du bilan SII aux paramètres économiques

## 1. PROCESSUS DE LA SENSIBILITE

Le processus pour choquer le bilan SII avec différents paramètres économiques pour produire les sensibilités peut se décliner en différentes étapes.

Dans un premier temps, les informations des actifs pour le scénario de base sont stockées ligne à ligne dans une base de données avec les informations qui caractérisent l'instrument, par exemple : le prix de marché, le prix du bilan, le montant des coupons, la date de maturité, le taux de coupon, la duration etc. Cette base est gérée par un outil de tarification des instruments financiers du groupe. Pour une sensibilité par exemple une hausse des taux de 50bps, l'outil de tarification va choquer les actifs ligne à ligne pour modifier la valeur de marché de chaque ligne.

Pour chaque scénario de sensibilité, nous avons une base de données des actifs choqués avec des valeurs de marché qui varie selon le scénario. Dans le cas d'une sensibilité aux taux, au marché d'actions, ou à la volatilité des swaptions, les valeurs de marché des actifs sont choquées. Il y a une base de données des actifs distincte pour chaque scénario. Ces nouvelles bases des données contiennent des nouvelles valeurs des actifs après choc dans une vision monde réel. Par contre pour les chocs uniquement sur la courbe swap (UFR-15bps, CP+15 ans, EP+10 ans), il n'y a pas de choc sur la valeur de marché des actifs.

Dans un deuxième temps, pour chaque scénario de sensibilité, nous avons également des scénarios économiques qui correspondent à chaque choc. Ces scénarios sont générés par le GSE de Barrie Hilbert. Par exemple pour le scénario de choc avec une hausse de 50 bps sur les taux, le GSE va fournir le scenario certainty equivalent et les 1000 scénarios stochastiques associés avec la hausse de 50 bps sur les taux. Ils prennent en compte l'extrapolation point à 20 ans et la convergence vers l'UFR.

Dans l'étape suivante, les nouvelles valeurs des actifs à partir des nouvelles bases des actifs de l'étape 1 sont ensuite pris en compte pour générer des nouvelles tables d'actifs sous le principe du risque neutre. Cette étape s'appelle processus de risque neutralisation. Nous modifions les flux des actifs en question pour que sous l'environnement risque neutre, nous retrouvons la valeur de marché des actifs donnée par l'étape 1.

Finalement, ces nouvelles tables risque-neutralisées permettent d'avoir une nouvelle projection des flux pour pouvoir produire le bilan choqué.

## 2. SENSIBILITE A LA COURBE SWAP

### 2.1. Description générale

L'Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (EIOPA) publie mensuellement une courbe de taux sans risque servant à l'actualisation des provisions techniques sous Solvabilité II.

Sous le régime Solvabilité II, contrairement à Solvabilité I, le principe de prudence ne s'applique plus au niveau de l'actualisation des prestations futures. Comme son nom l'indique ce montant, le Best Estimate Liabilities (la meilleure estimation possible), doit être le plus proche possible de la réalité. Ce principe se matérialise maintenant dans la marge pour risque. En effet, le Best Estimate Liabilities ainsi que la marge pour risque (qui forment les provisions techniques) doivent être égaux au montant qu'un assureur tiers demanderait pour reprendre et honorer tous les engagements de l'assureur.

La courbe d'actualisation EIOPA a donc pour objectif de reproduire de manière uniforme pour tous les assureurs européens le rendement qu'ils tirent de leurs actifs. Elle se compose en premier lieu d'une courbe de taux sans risque auquel il est possible d'ajouter des ajustements (fournis par l'EIOPA ou calculés par l'assureur) qui reflètent le profil de risque dudit assureur.

Dans le cas général, cette courbe Risk-Free de l'EIOPA est construite à partir de taux swap. Dans le cas de l'Euro, ce sont les taux swap contre Euribor 6 mois qui sont utilisés. Les taux swap sont ensuite abaissés d'une valeur égale à celle du Credit Risk Adjustment (fixé à 10bps). L'Euribor étant un taux interbancaire, il contient un risque de crédit.

L'Overnight Index Swap étant un taux d'échange avec la Banque Centrale Européenne, ne contient pas de risque de crédit (en supposant le risque de défaut de la BCE nul). Le CRA est calculé à partir de la formule suivante :

$$CRA = \frac{1}{2} * \sum_{i=1}^n \frac{SWAP_i - OIS_i}{n}$$

avec :

E3M, Euribor 3 mois

OIS, Overnight Index Swap, taux d'échange avec le BCE

n, le nombre de cotation des deux taux, généralement égal au nombre de jours ouvrés

L'interpolation, à effectuer après l'application du CRA, permet d'obtenir d'éventuelles données manquantes à partir des données existantes.

La méthode d'interpolation adoptée par l'EIOPA n'est plus précisément indiquée. Jusqu'en mi-2017, l'EIOPA utilisait l'algorithme de Smith-Wilson. Désormais, l'EIOPA ne fait plus cette précision car la méthode d'interpolation n'a finalement qu'un très faible impact sur le résultat final.

Dans le cas de la France et plus généralement dans le cas européen, cette interpolation n'est jamais effectuée car les swaps de toutes maturités allant de 1 à 20 ans sont cotés. Il n'y a pas de donnée manquante. A partir des données sur 20 ans, la courbe est extrapolée jusqu'à 100 voire 150 ans.

La méthode d'extrapolation retenue par l'EIOPA est la méthode Smith-Wilson. Cette méthode a pour avantage d'extrapoler selon un paramètre économique important : l'Ultimate Forward Rate (UFR). Cette méthode consiste en la résolution du système linéaire suivant :

$$m = CP = C\mu + (CW^t C)\zeta$$

avec :

$m$ , le vecteur contenant les prix de marché

$c$ , la matrice des cash-flows

$P$ , la matrice associée à la fonction prix

$\mu$ , la matrice des facteurs de discount

$W$ , la matrice des fonctions de Wilson

$\zeta$ , le vecteur des paramètres participant à l'adaptation de la courbe de rendement

Le Volatility Adjustment est un ajustement pour contrer l'impact de la volatilité à court terme dans le bilan d'un assureur, et pour en limiter les effets sur le SCR. C'est une valeur fixe, déterminée par zone monétaire et par pays, qui s'ajoute aux données brutes avec CRA, avant extrapolation. Il est publié chaque mois par l'EIOPA en même temps que la courbe de taux sans risque.

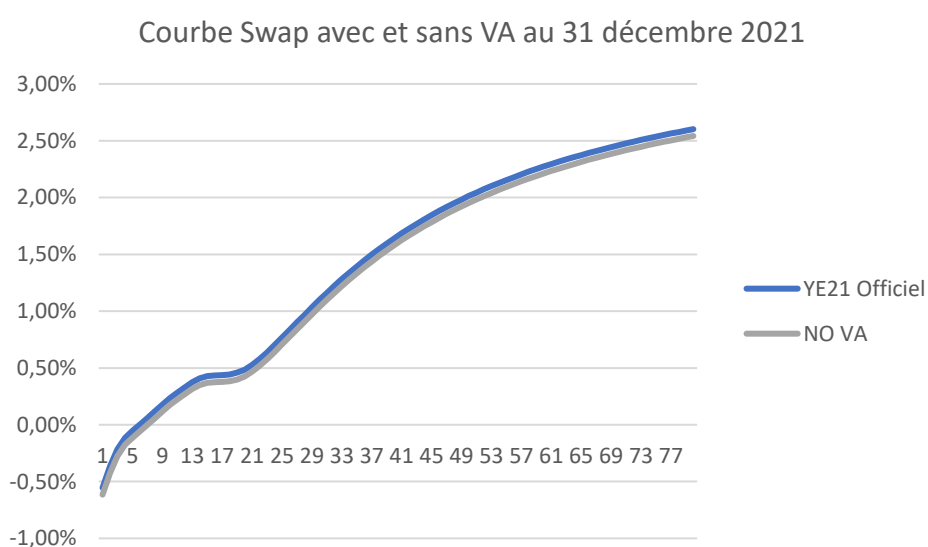


Figure 17

## 2.2. Sensibilité à la variation des taux

On s'intéresse dans cette partie aux sensibilités du bilan SII à une hausse des taux de 50 bps et également à une baisse des taux de 50 bps. Ces deux sensibilités de taux représentent des chocs sur la courbe swap sans risque avec une translation de la courbe des taux de 50 bps vers la gauche (choc avec la baisse) ou vers la droite (choc avec la hausse) pour les 20 premières années de maturité sur la courbe swap sans risque. A partir de la maturité 21<sup>ème</sup> année, le choc sera moins fort que 50 bps pour pouvoir converger vers l'UFR sans problème. Par contre l'UFR ne change pas et reste le même niveau qu'avant le choc, qui est de 3,6% pour l'année 2021.

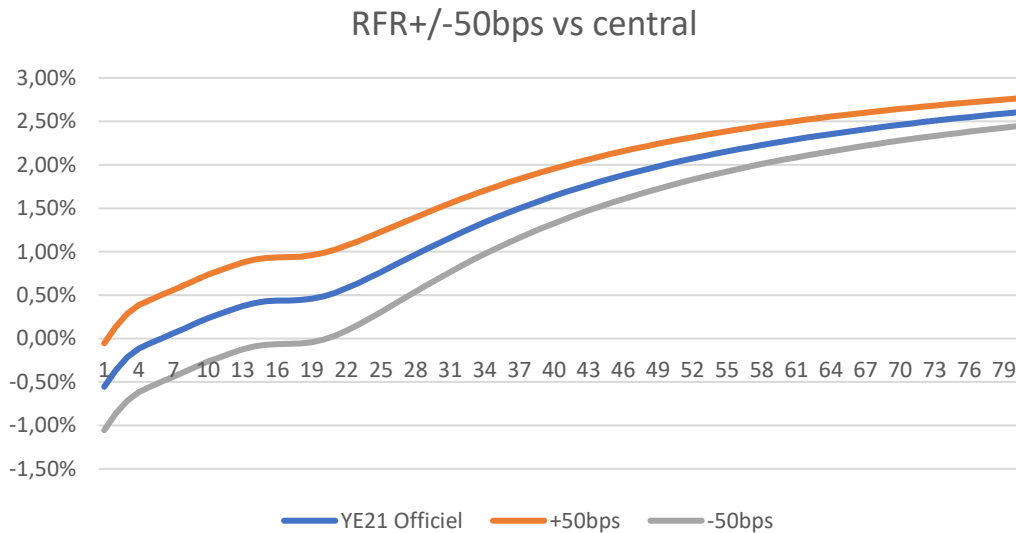


Figure 18

### 2.2.1. Choc sur le bilan SII

La variation des taux impacte directement la valeur de marché des actifs. Dans le portefeuille d'un assureur, les obligations représentent souvent le poids le plus important.

Une obligation est un emprunt émis par un Etat, une collectivité locale ou une entreprise. Souscrire des obligations revient à consentir un prêt à un taux d'intérêt et sur une durée (5 ans, 10 ans...) déterminée dès le départ. L'assureur reçoit des coupons, au taux d'intérêt prévu (fixe ou variable). À l'échéance, il récupère sa mise de départ, sauf en cas de faillite de l'émetteur.

Quand une obligation est à taux fixe, les coupons versés sont constants mais sa valeur varie en fonction de l'évolution des taux d'intérêt. La valeur de marché d'une obligation à taux fixe est la valeur actualisée des coupons et le prix de remboursement. Puisque les coupons et le prix de remboursement sont constants, la valeur de marché d'une obligation baisse avec une hausse des taux. Inversement quand les taux augmentent, la valeur de marché d'une obligation diminue.

Dans le cas d'une obligation à taux variable, nous n'avons pas exactement le même raisonnement : quand les taux d'intérêt évoluent, c'est la valeur du coupon qui varie et non la valeur de l'obligation, qui reste relativement stable.

Dans le cas des actions, leur prix n'est pas sensé de bouger à la variation des taux. On prend d'habitude l'hypothèse que le marché des actions et le marché des obligations sont décorrélés. Du fait de la pondération majeure des obligations à taux fixe dans le portefeuille des assureurs, la valeur du bilan SII diminue avec la hausse des taux. Inversement la valeur du bilan SII augmente avec la baisse des taux.

Comme évoqué plus tôt dans la section 2.1, la courbe des taux est utilisée pour actualiser le Best Estimate Liabilities. Une hausse des taux diminue donc la valeur actualisée des flux pour le Best Estimate Liabilities, donc le Best Estimate Liabilities. Inversement une baisse des taux augmente le Best Estimate Liabilities.

Comme la PVFP est la différence entre la valeur des actifs et le Best Estimate Liabilities, quel sera l'impact d'une variation de taux sur la PVFP si la variation des taux a le même effet sur la valeur des actifs et le Best Estimate Liabilities ?

Pour répondre à cette question, je me suis basée sur les résultats de la sensibilité de mon portefeuille à fin 2021. Les activités du portefeuille sont composées principalement des produits d'épargne et de la retraite. Le fonds retraite est dédié pour les produits de retraite professionnels. Les produits des PERP sont également cantonnés dans des fonds spécialement dédiés aux produits PERP sans mélange avec les autres produits.

La table suivante montre l'impact de la variation des taux (RFR+50 bps et RFR-50 bps) sur la valeur de marché des actifs (MV), la plus ou moins-value latente (UGL), le Best Estimate Liabilities et la PVFP à fin 2021.

Les UGL sont les plus ou moins-values latentes des actifs. C'est la différence entre la valeur de marché des actifs et la valeur comptables des actifs. En cas des plus-value latentes, si les assureurs vendent les actifs, ils réalisent les plus-values. Dans le cas contraire, si on vend des actifs en moins-value, on réalise des pertes.

	MV RFR +0,5%	MV RFR -0,5%	UGL RFR +0,5%	UGL RFR -0,5%	BE RFR +0,5%	BE RFR -0,5%	PVFP RFR+0,5%	PVFP RFR-0,5%
Epargne 1	-2,5%	2,7%	-23,7%	25,3%	-3,9%	4,6%	33,9%	-46,4%
Epargne 2	-3,3%	3,6%	-24,4%	26,7%	-3,9%	4,5%	7,4%	-11,4%
Epargne 3	-3,0%	3,2%	-27,9%	30,1%	-3,9%	4,4%	1220,6%	-1549,1%
Epargne 4	-3,7%	4,2%	-33,0%	37,0%	-4,6%	5,5%	1195,3%	-1938,8%
Epargne 5	-4,9%	5,3%	-49,5%	53,5%	-4,8%	5,2%	-4,4%	4,7%
Retraite	-6,2%	7,0%	-25,0%	28,1%	-7,0%	7,9%	29,4%	-31,9%
PERP	-8,3%	9,5%	-56,8%	65,4%	-5,6%	6,1%	-115,1%	145,6%
UC	-0,6%	0,7%	0,0%	0,0%	-0,8%	0,9%	2,1%	-2,4%

Figure 19

Le tableau ci-dessus montre la variation de la MV, de la plus ou moins-value latente, du BE et de la PVFP de chaque sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021 de mon portefeuille.

A partir du tableau, on peut déduire que l'impact d'une hausse des taux est une diminution de la valeur de marché des actifs et une diminution du Best Estimate Liabilities. Les Plus ou moins-values latentes, étant définies comme la différence entre la valeur de marché et la valeur du bilan comptable des actifs, diminuent avec la baisse de la valeur de marché.

L'impact d'une baisse des taux est une augmentation de la valeur de marché des actifs et une augmentation du Best Estimate Liabilities. Les Plus ou moins-values latentes augmentent avec la baisse de la valeur de marché.

La PVFP est définie comme la différence entre la valeur de marché des actifs et le Best Estimate Liabilities. Comme montré dans le tableau, elle a une plus forte volatilité par rapport à la MV et le BE car elle dépend des deux éléments.

La variation des taux impacte la MV et le BE dans le même sens. Par contre son impact sur la PVFP n'est pas tout à fait prédictible. A partir du tableau, sur une grande partie des fonds en euro, la hausse des taux fait augmenter la PVFP et la baisse des taux fait diminuer la PVFP sur la base des conditions économiques à fin 2021. Sur une minorité des fonds en euro, l'impact est inversé : la hausse des taux fait diminuer la PVFP et la baisse des taux fait augmenter la PVFP.

Sur les UC, la variation des taux a bien un impact sur sa valeur de marché, contrairement à ce qu'on a pensé. Par contre l'impact est minime par rapport aux fonds en euros. Sur les fonds en UC, le portefeuille est composé majoritairement des actions et une part minoritaire des OPCVM taux, ce qui explique sa sensibilité aux taux.

Sur le fonds Perp et le fond retraite, on observe un impact sur la valeur de marché est plus fort, par rapport aux fonds en euro. Ce phénomène peut être expliqué par une duration plus longue des actifs sur les fonds retraite et les Perp. En effet sur les produits de retraite et les Perp, l'assureur doit valoriser ses engagements vis-à-vis des assurés sur un horizon beaucoup plus long, c'est-à-dire que l'assureur doit verser des rentes aux assurés tant que ces derniers sont encore en vie.

La hausse des taux fait diminuer le montant des UGL. La baisse des taux fait augmenter le montant des UGL. Dans le cas d'une baisse des taux, le montant des UGL est augmenté. C'est souvent très tentant pour les assureurs de vendre les actifs en plus-value pour pouvoir réaliser un gain. Mais la mise en place du mécanisme de la réserve de capitalisation arrive à bien dissuader les assureurs de vendre des plus-values pour embellir le rendement à l'instant t au détriment des rendements futurs.

### **2.3. Sensibilité à l'ajustement de volatilité (VA)**

L'ajustement de volatilité (VA) est une mesure visant à assurer le traitement approprié des produits d'assurance avec des garanties à long terme dans le cadre de Solvabilité II. Les assureurs sont autorisés à ajuster le RFR pour atténuer l'effet de la volatilité à court terme des spreads obligataires sur leur solvabilité. De cette manière, La Volatilité Ajustement empêche un comportement d'investissement procyclique des assureurs.

La courbe des taux est donc augmentée du VA pour le calcul du Best Estimate Liabilities et de la PVFP, Le niveau du VA est en lien direct avec la volatilité du marché. Plus le marché est volatile, plus le VA sera important.

#### **2.3.1. La détermination du VA**

L'ajustement de volatilité permet de corriger les effets des chocs exceptionnels sur les marchés à court terme sur les exigences de fonds propres alors même que les engagements des assureurs sont en grande partie à long terme, via notamment l'assurance-vie.

Déterminé sur la base d'un portefeuille d'actifs de référence des assureurs européens, cet ajustement de volatilité consiste en un calcul de l'écart (spread) entre le taux de rendement dudit portefeuille de référence et la courbe des taux sans risque. Ce spread est alors ajusté du risque de défaut. Le solde détermine ainsi une prime d'illiquidité à laquelle s'applique un coefficient fixé désormais à 65 %, contre 20 % préconisé initialement par le superviseur européen des assurances, l'EIOPA. Cette nouvelle mouture de Solvabilité II introduit un paramètre qui permet de s'éloigner de la valeur de marché et de gommer les mouvements erratiques des marchés. Cette mesure permet donc d'ajuster les passifs en fonction des mouvements de marché à l'actif.

Nous allons voir dans la suite de la section que l'effet de cette mesure n'est pas anodin sur le bilan de solvabilité II.

### 2.3.2. Le choc sur la courbe

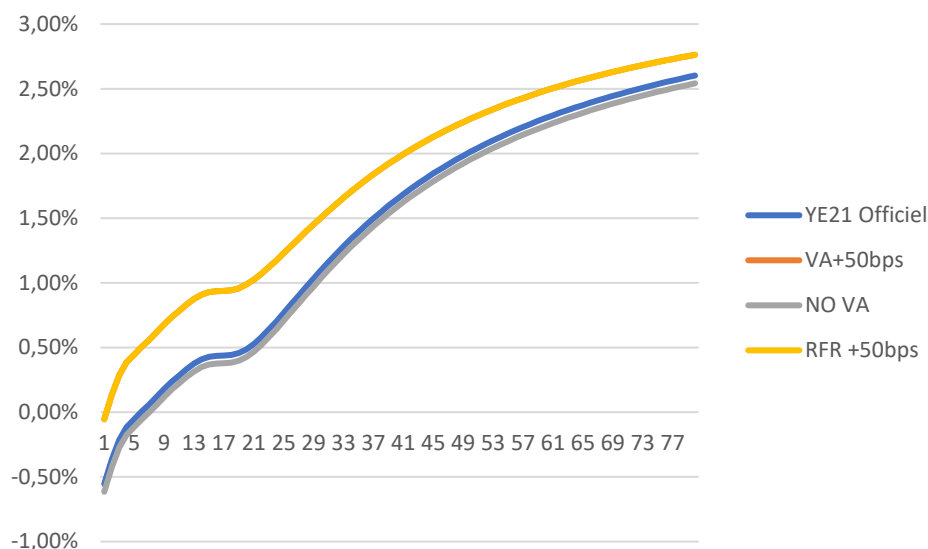


Figure 20

Au 31 décembre 2021, le VA est de 6 bps. La courbe des taux du 31 décembre 2021 avec le VA est située au-dessus de la courbe du YE21 sans VA. L'écart entre les deux courbes est d'environ 6 bps pour les 20 premières années. Pour le reste des maturités, l'écart sera moins que 6 bps à cause de la convergence vers le même UFR qui reste inchangé dans les scénarios de choc.

La courbe des taux avec un choc de VA+ 50 bps est située au-dessus de la courbe YE21 avec une translation de 50 bps. On voit que la courbe VA+50 bps superpose avec la courbe RFR+50bps. C'est exactement la même courbe pour les deux sensibilités. Sauf que le VA n'a pas d'impact sur la valeur de marché des actifs, alors que la hausse des taux entraînera une baisse de la valeur de marché des actifs.

### 2.3.3. Les résultats de la sensibilité

Nous testons dans cette section 2 sensibilités : un scénario sans VA et l'autre scénario avec une hausse de VA de 50 bps. Contrairement à la sensibilité aux taux, la sensibilité sur le VA ne change pas la valeur de marché des actifs. Elle ne modifie pas non plus le niveau des UGL du portefeuille en question. On compare également le scénario VA+50 bps avec le scénario RFR+50 bps, car nous avons vu que la courbe des taux est identique dans les deux sensibilités. La seule différence vient uniquement du changement de la valeur de marché des actifs et les UGL pour le scénario RFR+50bps. Pour la sensibilité VA+50bps, la valeur de marché des actifs reste identique à celle du fin 2021.

Le tableau ci-dessous montre la variation de la MV, de la plus ou moins-value latente, du BE et de la PVFP de chaque sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021.

	BE NO VA	BE VA+50bps	BE RFR+50 bps	PVFP NO VA	PVFP VA+50bps	PVFP RFR+50bps
Epargne 1	0,2%	-2%	-4%	-5%	61%	34%
Epargne 2	0,1%	-2%	-4%	-2%	34%	7%

Epargne 3	0,2%	-3%	-4%	-273%	3629%	1221%
Epargne 4	0,1%	-2%	-5%	-175%	2207%	1195%
Epargne 5	0,3%	-5%	-5%	1%	-21%	-4%
Retraite	0,4%	-5%	-7%	-15%	192%	29%
PERP	0,1%	-1%	-6%	-3%	45%	-115%
UC	0,0%	0%	-1%	0%	3%	2%

Figure 21

Concernant la sensibilité NO VA, c'est-à-dire qu'on retire les 6 bps de VA de la courbe swap sans risque à fin 2021, nous observons une hausse du Best Estimate Liabilities, une baisse de la PVFP quasi pour tous les fonds. Pour le fonds Epargne 5, au contraire nous observons une hausse de la PVFP en réduisant le VA de 6 bps.

Concernant la sensibilité VA +50bps, on ajoute donc 50 bps de VA sur la courbe swap sans risque à fin 2021. Nous observons une diminution du Best Estimate Liabilities et une hausse de la PVFP pour quasiment tous les fonds, exception faite pour le fonds Epargne 5.

Cette exception peut être expliquée par le gap de duration du fond Epargne 5 qui est différent des autres. Nous allons exploiter cette notion plus tard dans ce mémoire.

A partir de ces deux sensibilités on voit que le VA permet bien de diminuer le BE et d'augmenter la PVFP pour la plupart des fonds.

Si on compare le scénario RFR+50bps avec le scénario VA+50bps, on identifie un impact plus fort avec le scénario VA+50 bps sur la PVFP. En effet, dans la sensibilité avec une hausse des taux de 50bps, il y a une baisse des UGL provoquée par la baisse de la valeur de marché. Dans la sensibilité pour le VA +50bps, il n'y a pas de changement au niveau de la valeur de marché des actifs par rapport à fin 2021. Les actifs avec une hausse des taux de 50 bps subissent une moins-value sur la valeur de marché des actifs. L'impact de cette moins-value est ensuite partagé entre le Best Estimate Liabilities et la PVFP.

Nous avons vu que pour le fond Epargne 5, la PVFP évolue à l'inverse des autres fonds, ce qui peut être expliqué par la raison évoquée dans la section 2.2.1.

## 2.4. Sensibilité à L'UFR

Depuis 2017, l'UFR est déterminée chaque année, à partir de deux composantes, le taux réel attendu et le taux d'inflation attendu tout en variant d'au plus 15 points de base d'une année à l'autre. Ainsi, pour l'euro, l'UFR a été fixé à 3,60 % pour l'année 2021.



Pour la devise euro, l'UFR calculé pour l'année 2021 est de 3,5%. L'UFR retenu pour l'année 2020 est de 3,75%. Et comme on définit une variation annuelle du l'UFR qui est limité à 15 points de base. On arrive alors à 3,6% pour l'année 2021. On retient alors le maximum entre l'UFR calculé et l'UFR diminué de 15bps sur la base annuelle à partir de l'UFR de l'année la plus récente. L'UFR est donc de 3,6% pour l'année 2021. A partir de ce même raisonnement, l'UFR retenu pour l'année 2022 est de 3,45%.

Sur la méthode de calcul de l'UFR, il correspond à la somme d'un taux réel attendu et d'un taux d'inflation attendu. Le taux réel attendu est le même pour toutes les devises. Il est calculé comme une simple moyenne des taux réels passés depuis 1961. Le taux réel attendu qui en résulte est de 1,50 %. Le taux d'inflation attendu est spécifique à chaque devise. Il est basé sur l'objectif d'inflation des banques centrales et peut prendre les valeurs 1%, 2%, 3% ou 4%. Le taux d'inflation attendu reste inchangé pour toutes les devises. Le tableau suivant indique le taux d'inflation attendu par devise. L'inflation pour la devise euro est de 2% :

	<b>Currency</b>	<b>Expected inflation rate</b>
EUR	Euro	2%
CZK	Czech koruna	2%
GBP	Pound sterling	2%
HRK	Kuna	2%
HUF	Forint	3%
PLN	Zloty	2%
RON	Leu	2%
SEK	Krona	2%
CHF	Swiss franc	1%
ISK	Króna	2%
NOK	Norwegian krone	2%
AUD	Australian dollar	2%
BRL	Real	3%
CAD	Canadian dollar	2%

Figure 22

Au 31 décembre 2021, l'UFR est de 3,6% comme indiqué plus tôt dans la même section. La sensibilité sur l'UFR consiste à diminuer l'UFR de 15 bps.

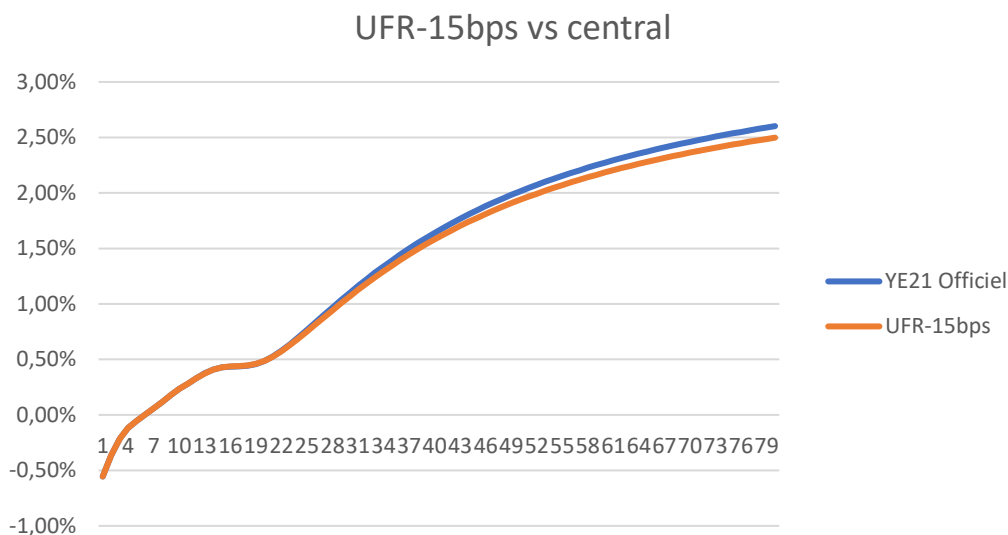


Figure 23

A partir du graphique, on voit que le choc de -15bps sur l’UFR n’a pas d’impact immédiat sur les 20 premières années car les 2 courbes superposent sur ces 20 premières années. Par contre à partir de l’année 21, les deux courbes divergent car elles convergent vers deux UFRs qui ne sont pas les mêmes. La courbe choquée est située en dessous de la courbe du 31 décembre 2021 de 15bps.

#### 2.4.1. Résultat de la sensibilité

Le tableau ci-dessous montre la variation de la MV, de la plus ou moins-value latente, du BE et de la PVFP de la sensibilité par rapport au scénario de base, c’est-à-dire le bilan SII à fin 2021. La diminution de 15bps sur l’UFR ne change pas la valeur de marché des actifs, ni les plus ou moins-values latentes. Par contre Elle a bien un impact sur le BE et la PVFP.

	BE UFR-15bps	PVFP UFR-15bps
Epargne 1	0,1%	-3%
Epargne 2	0,1%	-2%
Epargne 3	0,1%	-83%
Epargne 4	0,1%	-153%
Epargne 5	0,0%	0%
Retraite	0,3%	-13%
PERP	0,0%	1%
UC	0,0%	0%

Figure 24

A partir du tableau, on observe que la diminution de 15bps de l’UFR fait augmenter les Best Estimate Liabilities. Sur la plupart des fonds elle fait diminuer la PVFP. Sur la retraite, l’impact d’une baisse de 15 bps de l’UFR sur le BE est plus fort car la durée de la retraite est plus longue. Dans le cas des UC et le fonds Epargne 5, il y n’a quasi pas d’impact sur le BE et la PVFP car la durée des UC et le fonds Epargne 5 est assez courte.

Sur le fonds PERP, il y a une légère hausse de la PVFP, ce qui s’explique par un gap de durée positif qu’on va exploiter plus tard dans ce mémoire.

## 2.5. Sensibilité à l'extrapolation point

La courbe des taux sans risque est construite par monnaie à partir des swaps de taux ajustés du risque de crédit (partie liquide de la courbe). Ces points sont ensuite interpolés pour former la courbe des taux. Lorsque le marché des swaps n'est plus liquide, la courbe ne peut plus être fondée sur les données de marché et doit être extrapolée. La partie extrapolée de la courbe part du dernier point liquide (last liquid point ou LLP) et doit converger vers un point ultime (ultimate forward rate - UFR).

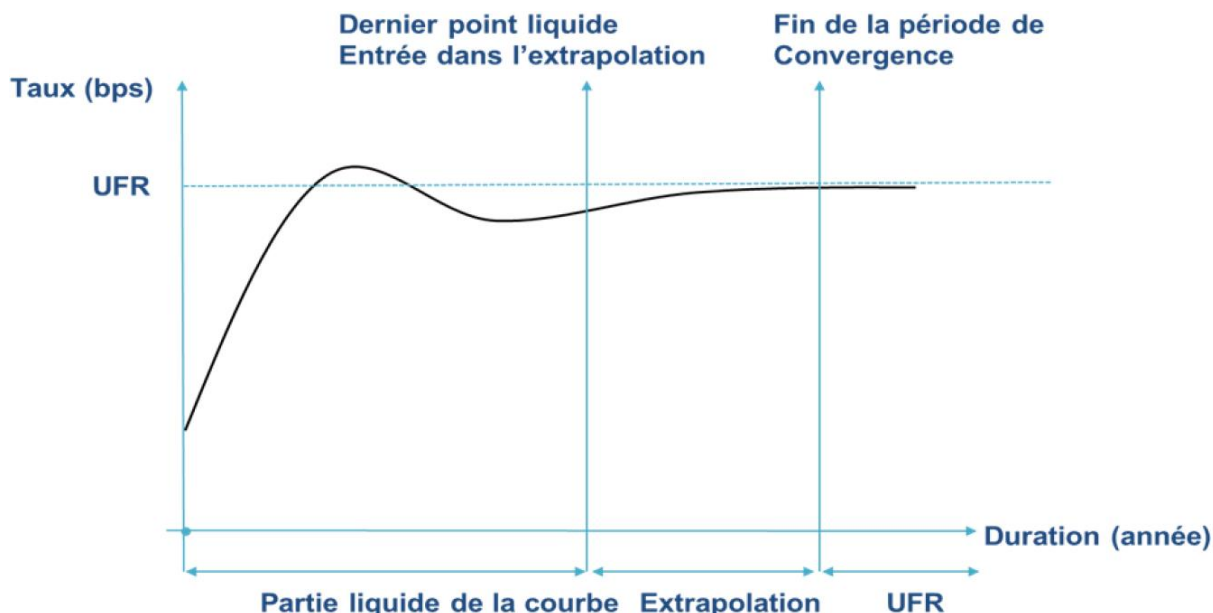


Figure 25

N.B. : le profil de la courbe ci-dessus est celui d'une courbe des taux forwards. Cette courbe n'est pas la courbe finale car elle doit ensuite être convertie en courbe des taux spots.

La vitesse de convergence vers l'UFR influence le profil de la courbe dans sa partie extrapolée, d'où un impact sur la valorisation des flux de long terme. Lorsque le dernier point liquide est inférieur à l'UFR, ce qui est généralement le cas, une vitesse rapide de convergence aura pour effet d'accroître plus fortement le niveau de la courbe qu'une convergence lente.

La courbe des taux sans risque impacte directement la valorisation du passif dans le bilan prudentiel. Actuellement elle est construite sur la base des observations du marché (taux swaps) jusqu'au LLP (Last Liquid Point) qui est fixé à 20 ans pour la zone euro, puis extrapolée (via la méthode de Smith-Wilson) jusqu'à l'UFR (le taux forward ultime).

Dans cette partie, nous allons tester la sensibilité qui consiste à décaler le LLP à 30 ans au lieu de 20 ans.

### 2.5.1. Choc à la courbe

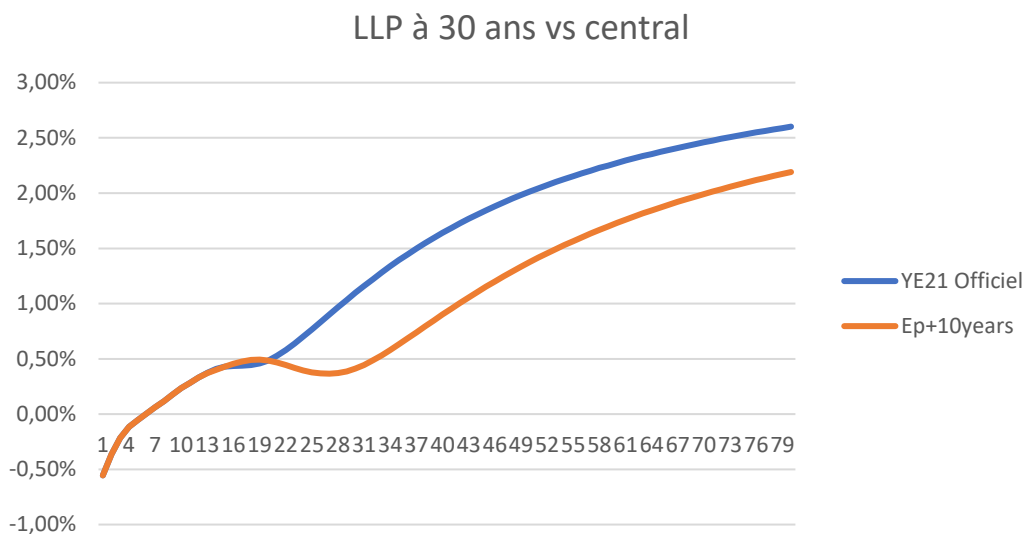


Figure 26

Avec une extrapolation à 30 ans, la courbe choquée et la courbe d'origine croisent à l'année 15. A partir de l'année 21, l'ensemble de la courbe choquée est située en dessous de la courbe d'origine.

#### 2.5.1. Résultat de la sensibilité

Le tableau ci-dessous montre la variation de la MV, de la plus ou moins-value latente, du BE et de la PVFP de la sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021. La sensibilité qui consiste à décaler le LLP à 30 ans ne change pas la valeur de marché des actifs, ni les plus ou moins-value latente. Par contre Elle a bien un impact sur le BE et la PVFP.

	BE LLP 30 ans	PVFP LLP 30 ans
Epargne 1	2,0%	-51%
Epargne 2	1,8%	-31%
Epargne 3	1,2%	-1597%
Epargne 4	2,0%	-2823%
Epargne 5	0,3%	1%
Retraite	5,3%	-226%
PERP	-1,0%	41%
UC	0,2%	-3%

Figure 27

Le décalage du LLP à 30 ans a fait augmenter le BE et il fait diminuer la PVFP de la majorité des fonds. On voit que l'impact est plus fort sur la retraite que sur les fonds en euros. Sur les UC, l'impact est beaucoup plus faible par rapport aux autres fonds.

### 2.6. Sensibilité à la convergence point

Comme expliqué dans la section 2.5, la partie extrapolée de la courbe part du dernier point liquide (last liquid point ou LLP) et doit converger vers un point ultime (ultimate forward rate - UFR).

Le point de convergence correspond à l'année quand les taux instantanés convergent vers l'UFR. Ce point de convergence est fonction de la devise. Il correspond au maximum entre 60 ans et le LLP + 40 ans. Pour la devise en euro, le point de convergence est positionné à 60 ans. Au 31 décembre 2021, la courbe sans risque converge vers l'UFR à partir de l'année 30. On teste ici dans cette partie la courbe sans risque dont le point de convergence est positionné à l'année 45 au lieu de 30.

### 2.6.1. Le choc à la courbe

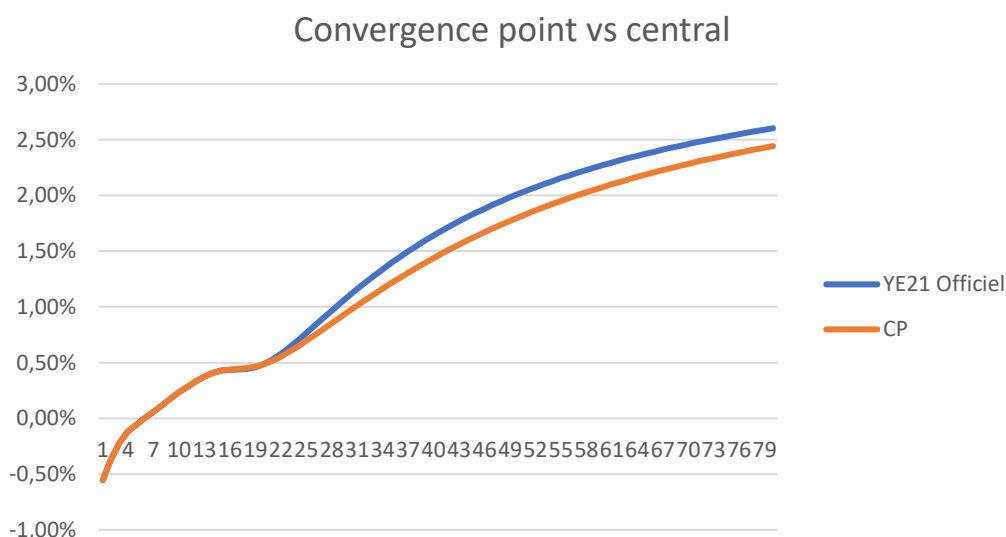


Figure 28

On voit qu'à cause d'une convergence vers l'UFR plus tardive, l'ensemble de la courbe CP+15 ans est situé en-dessous de la courbe du 31 décembre 2021.

### 2.6.2. Le résultat de la sensibilité

Le tableau ci-dessous montre la variation de la MV, de la plus ou moins-value latente, du BE et de la PVFP de la sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021. Le décalage du point de convergence de 15 ans ne change pas la valeur de marché des actifs, ni les plus ou moins-values latentes. Par contre Elle a bien un impact sur le BE et la PVFP.

	BE CP+15 ans	PVFP CP+15 ans
Epargne 1	0,4%	-10%
Epargne 2	0,4%	-6%
Epargne 3	0,2%	-324%
Epargne 4	0,4%	-573%
Epargne 5	0,1%	0%
Retraite	1,1%	-48%
PERP	-0,2%	7%
UC	0,0%	-1%

Figure 29

Le décalage du point de convergence de 15 ans a fait augmenter le BE et il fait diminuer la PVFP de la majorité des fonds. On voit que l'impact est plus fort sur la retraite que sur les fonds en euros. Sur les UC et le fonds Epargne 5, l'impact est beaucoup plus faible par rapport aux autres fonds car la duration associée à ces deux fonds est assez courte.

## 2.7. Conclusion

Dans les sections précédentes, nous avons testé les différentes sensibilités de la courbe swap sur le bilan SII. Dans cette partie nous comparons les impacts de ces différentes sensibilités. Le tableau ci-dessous nous indique la variation du Best Estimate Liabilities par rapport au scénario officiel du fin 2021 :

	RFR+50 bps	RFR-50bps	VA+50bps	NO VA	UFR-15bps	EP+10 ans	CP+15 ans
Epargne 1	-3,9%	4,6%	-2,5%	0,2%	0,1%	2,0%	0,4%
Epargne 2	-3,9%	4,5%	-1,9%	0,1%	0,1%	1,8%	0,4%
Epargne 3	-3,9%	4,4%	-2,7%	0,2%	0,1%	1,2%	0,2%
Epargne 4	-4,6%	5,5%	-1,5%	0,1%	0,1%	2,0%	0,4%
Epargne 5	-4,8%	5,2%	-4,8%	0,3%	0,0%	0,3%	0,1%
Retraite	-7,0%	7,9%	-4,5%	0,4%	0,3%	5,3%	1,1%
PERP	-5,6%	6,1%	-1,1%	0,1%	0,0%	-1,0%	-0,2%
UC	-0,8%	0,9%	-0,2%	0,0%	0,0%	0,2%	0,0%

Figure 30

On voit clairement que l'utilisation du VA permet bien de diminuer le montant du Best Estimate Liabilities par rapport au scénario de base à fin 2021, ainsi augmenter la richesse des actionnaires. Le montant du VA dépend de la volatilité des obligations. Plus les obligations sont volatiles, plus grand le montant du VA sera. Ce mécanisme permet de compenser en partie l'impact de la volatilité du portefeuille obligataire sur le ratio de solvabilité.

Les sensibilités qui visent à modifier le niveau de l'UFR, l'extrapolation point et la convergence point sont assez impactant pour les contrats dont la duration est longue, particulièrement la retraite.

En comparant l'amplitude des impacts sur le bilan SII, les chocs sur les taux restent plus les importants. Surtout en cette période de 2022, nous constatons facilement une hausse d'environ 100 bps dans une intervalle de 3 mois seulement.

## 3. SENSIBILITE AUX SPREADS, ET AUX ACTIONS

### 3.1. Description générale

Le bilan SII n'est pas sensible qu'à la courbe de taux. Il est également sensible à d'autres paramètres économiques, par exemple les spreads des obligations, à la volatilité des marchés d'actions et des immobiliers ou à la volatilité implicite des obligations etc.

Dans cette partie, je vais étudier la sensibilité du bilan aux chocs sur les spreads des obligations et sur les actions, car ce sont des chocs assez courants pour le bilan d'un assureur vie.

### 3.2. Sensibilité aux spreads des obligations d'Etat

#### 3.2.1. Notion du défaut et les spreads

Nous allons tout d'abord rappeler la notion du risque de défaut et la notion des spreads pour les obligations. L'émetteur d'une obligation à taux fixe ou variable s'engage à verser au détenteur de l'obligation un certain nombre de coupons et le principal à échéance (notionnel). Le risque de défaut est le risque que l'émetteur ne puisse honorer :

- le paiement d'un coupon (et des suivants et du principal)
- ou le paiement du principal à échéance

Les événements de défaut les plus courants :

- faillite de l'émetteur
- paiement partiel d'un intérêt
- restructuration de la dette

En cas d'impossibilité de faire face à ses engagements, le détenteur de l'obligation recouvre une fraction de la somme due, éventuellement nulle.

Des entreprises, telles Standard and Poors, Moody's, Fitch, notent les émetteurs avec des échelles propriétaires ; par exemple,

- Standard and Poors: AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC
- Moody's: Aaa, Aa, A, Baa, Ba, B, Ca

Ces notes traduisent la vision qu'ont les agences de la capacité de l'émetteur à rembourser les intérêts et le capital sur sa dette. Plus le rating est bas, plus le taux de rendement demandé sur l'obligation est haut, plus le prix de l'obligation est bas. En supposant que toutes les obligations sont émises au pair, le coupon d'une obligation à faible rating est supérieur au coupon d'une obligation à bon rating. Quand une obligation est dégradée, son taux de rendement augmente et son prix baisse.

Le mot spread vient d'un mot anglais qui veut dire écart et désigne l'écart de taux actuariel entre :

- une obligation émise par une entreprise, une collectivité territoriale ou un organisme ;
- et un emprunt d'Etat théorique qui aurait les mêmes flux financiers.

Deux principaux types de taux de références :

- les taux de rendement interne des obligations supposées les moins risquées (ex : rating AAA)
- les taux de swap du marché interbancaire

Le prix d'une obligation risquée est généralement inférieur au prix d'une obligation de référence de mêmes caractéristiques (Note : que ce soit le prix d'une obligation notée AAA ou le prix calculé en actualisant sur courbe Euribor) il faut choisir entre un des deux référentiels de taux, obligataire peu risqué ou swaps du marché interbancaire).

On impute cette différence au risque de défaut. Le spread est une traduction de cette différence de prix, plus aisée à utiliser.

Dans le cas d'une obligation à taux fixe, Le spread de taux actuariel est la différence entre le taux de rendement interne du titre et le taux de référence pour la maturité du titre

- taux de rendement interne obligataire
- taux de swap

Le taux de référence est lu ou interpolé sur la courbe de référence.

Dans le cas d'une obligation à taux variable, la valeur actuelle des flux actualisés sur courbe Euribor ne donne pas le prix constaté sur le marché. La marge courante (discount margin notée DM) est la marge qu'il faut ajouter à la courbe Euribor pour construire une nouvelle courbe d'actualisation et retrouver le prix de marché avec cette courbe d'actualisation.

### 3.2.2. Impact d'une hausse de 50 bps sur les spreads des obligations d'Etat

Pour cette sensibilité, le niveau des spreads des obligations d'Etats a été augmenté de 50 bps. La valeur de marché des actifs a été bien choquée pour prendre en compte la hausse des spreads. Par contre il n'y a pas de changement du VA pour compenser cette hausse de la volatilité obligataire. Le tableau ci-dessous montre la variation de la MV, de la plus ou moins-value latente, du BE et de la PVFP de la sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021.

	MV+50 bps	UGL +50 bps	BE +50 bps	PVFP +50 bps
Epargne 1	-1,6%	-15,5%	-0,8%	-23%
Epargne 2	-2,2%	-16,0%	-1,2%	-19%
Epargne 3	-1,9%	-17,6%	-0,5%	-1917%
Epargne 4	-2,8%	-25,1%	-2,0%	-1171%
Epargne 5	-2,9%	-29,6%	0,0%	10%
Retraite	-5,5%	-22,3%	-1,1%	-192%
PERP	-7,3%	-50,4%	-3,5%	-164%
UC	-0,2%	0,0%	-0,2%	0%

Figure 31

La hausse des spreads a un impact direct sur la valeur de marché des obligations. La valeur de marché des différents fonds connaît une baisse. En conséquence de cette baisse, les plus ou moins-values latentes sont également à la baisse. Cette baisse des plus ou moins-values latentes est ensuite répercutée sur le Best Estimate Liabilities et la PVFP. Sur la plupart des fonds, le BE et la PVFP est à la baisse sauf le fonds Epargne 5 et les UC.



La baisse de valeur de marché est assez forte sur les le fonds PERP et l'IRP (-5,5% pour retraite et -7,3% pour PERP). Ce fort impact est expliqué par une durée des actifs plus longue sur ces 2 fonds. Sur les UC, il y a un léger impact de -0,2% sur la valeur de marché des actifs à cause de la présence minoritaire des OPCVM taux. Cette baisse de la valeur de marché est complètement absorbée par le BE avec 0% impact sur la PVFP.

Sur les fonds en épargne, la hausse des spreads diminue la valeur de marché des actifs. Sur la plupart des fonds, il y a une baisse sur le BE, exception faite sur le fonds épargne 5. La PVFP diminue sur la plupart des fonds sauf le fonds Epargne 5, ce qui pourrait être expliqué par le gap de durée du fonds Epargne 5 qui est signé inverse des autres fonds.

Dans la suite, je prends en compte la hausse du VA qui permet de compenser la hausse des spreads sur les obligations d'Etats. Je garde toujours le choc d'une hausse de 50 bps sur les spreads des obligations d'Etats.

Le tableau ci-dessous montre la variation de la MV, de la plus ou moins-valeur latente, du BE et de la PVFP de la sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021.

	MV + 50 bps et VA	UGL +50 bps et VA	BE +50 bps et VA	PVFP +50bps et VA
Epargne 1	-1,6%	-15,2%	-1,4%	-6%
Epargne 2	-2,1%	-15,5%	-1,6%	-11%
Epargne 3	-1,9%	-17,4%	-1,2%	-950%
Epargne 4	-2,8%	-25,0%	-2,4%	-586%
Epargne 5	-2,9%	-29,6%	-1,0%	6%
Retraite	-5,5%	-22,3%	-2,4%	-138%
PERP	-7,3%	-50,4%	-3,8%	-150%
UC	-0,2%	0,0%	-0,3%	0%

Figure 32

Si l'on compare les deux tableaux, on voit que la valeur de marché des actifs est identique dans les deux sensibilités. Le choc des spreads déforme la valeur de marché des actifs, mais ceci n'est pas le cas pour la prise en compte d'une hausse du VA.

On remarque que dans cette deuxième sensibilité avec la prise en compte d'une hausse du VA, la baisse sur le BE est plus forte grâce à un effet d'actualisation plus important. Cette prise en compte du VA permet de réduire la baisse de la PVFP pour la plupart des fonds. La hausse du VA permet de compenser partiellement l'impact d'une hausse des spreads, mais pas entièrement.

### 3.2.3. Impact d'une hausse de 50 bps sur les spreads des obligations d'entreprises

Dans cette sensibilité, les spreads des entreprises ont été augmentés de 50bps. Dans un premier temps le niveau du VA n'a pas été augmenté pour compenser la hausse des spreads.

Le tableau ci-dessous montre la variation de la MV, de la plus ou moins-valeur latente, du BE et de la PVFP de la sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021.

	MV+ 50 bps	UGL +50bps	BE +50bps	PVFP+50bps
Epargne 1	-1,0%	-9,7%	-0,6%	-13%
Epargne 2	-1,3%	-9,8%	-0,8%	-10%

Epargne 3	-1,3%	-12,1%	-0,3%	-1293%
Epargne 4	-1,1%	-9,7%	-1,1%	-54%
Epargne 5	-2,0%	-19,9%	0,0%	7%
Retraite	-0,8%	-3,4%	-0,2%	-26%
PERP	-1,0%	-6,9%	-0,8%	-9%
UC	-0,6%	0,0%	-0,6%	-1%

Figure 33

Le tableau ci-dessus nous montre des évolutions similaires à la section 3.2.2. Par contre les amplitudes des chocs sont moins fortes par rapport à la sensibilité sur les spreads d'obligations d'Etats. Cela s'explique par la proportion plus importante des obligations d'Etats détenus par rapport aux obligations d'entreprises.

Nous avons une exception sur les UC dont l'ampleur du choc est plus importante par rapport au choc sur les obligations d'Etats. Cela s'explique par la part des OPCVM Taux qui ont des parts plus importantes dans les obligations d'entreprises.

Dans la suite, je prends en compte la hausse du VA qui permet de compenser la hausse des spreads sur les obligations d'Entreprises. Je garde toujours le choc d'une hausse de 50 bps sur les spreads des obligations d'Entreprises.

Le tableau ci-dessous montre la variation de la MV, de la plus ou moins-value latente, du BE et de la PVFP de la sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021.

	MV+50 bps et VA	UGL+50 bps et VA	BE+50bps et VA	PVFP+50bps et VA
Epargne 1	-1,0%	-9,7%	-1,1%	2%
Epargne 2	-1,3%	-9,8%	-1,3%	-2%
Epargne 3	-1,3%	-12,1%	-1,1%	-292%
Epargne 4	-1,1%	-9,8%	-1,5%	512%
Epargne 5	-2,0%	-19,9%	-1,3%	1%
Retraite	-0,8%	-3,4%	-1,6%	34%
PERP	-1,0%	-6,9%	-1,1%	2%
UC	-0,6%	0,0%	-0,6%	0%

Figure 34

Si l'on compare les deux tableaux, on voit que la valeur de marché des actifs est identique dans les deux sensibilités. Le choc des spreads déforme la valeur de marché des actifs, mais ceci n'est pas le cas pour la prise en compte d'une hausse du VA.

On remarque que dans cette deuxième sensibilité avec la prise en compte d'une hausse du VA, la baisse sur le BE est plus forte grâce à un effet d'actualisation plus important. Cette prise en compte du VA permet de réduire la baisse de la PVFP pour la plupart des fonds. La hausse du VA permet de compenser quasi entièrement l'impact d'une hausse des spreads sur la plupart des fonds.

### 3.3. Sensibilité aux actions

Dans cette partie, j'étudie la sensibilité du bilan SII suite à une hausse et également une baisse de la valeur de marché des actions de 25%.

Le tableau ci-dessous montre la variation de la MV, de la plus ou moins-value latente, du BE et de la PVFP de la sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021.

	MV+25% Action	BE+25% Action	PVFP+25% Action
Epargne 1	1,0%	0,6%	12,0%
Epargne 2	2,0%	1,3%	14,0%
Epargne 3	1,1%	0,4%	895,0%
Epargne 4	1,9%	1,5%	552,0%
Epargne 5	0,0%	0,0%	0,0%
Retraite	1,0%	0,4%	28,0%
PERP	0,8%	0,7%	5,0%
UC	14,1%	13,7%	20,0%

Figure 35

Avec la hausse des actions, la valeur de marché des actifs augmente par conséquent. La hausse de la valeur de marché est partagée entre le Best Estimate Liabilities et la PVFP. Nous avons une hausse du BE et une hausse de la PVFP avec le choc de +25% sur les actions.

Sur les UC, l'impact sur la MV est beaucoup plus fort que les autres fonds à cause d'une détention importante des actions. L'impact de la hausse de la valeur de marché des actifs est absorbé en grosse partie par le Best Estimate Liabilities.

Le tableau suivant montre l'impact d'une baisse de la valeur de marché des actions de -25% :

	MV-25% Action	BE-25% Action	PVFP-25% Action
Epargne 1	-1,0%	-0,5%	-13%
Epargne 2	-2,2%	-1,4%	-16%
Epargne 3	-0,9%	-0,3%	-895%
Epargne 4	-1,9%	-1,4%	-701%
Epargne 5	0,0%	0,0%	0%
Retraite	-1,5%	-0,5%	-44%
PERP	-0,8%	-0,7%	-6%
UC	-14,1%	-13,7%	-20%

Figure 36

Nous observons un comportement symétrique par rapport à la sensibilité avec la hausse sur les actions. Avec la baisse de 25% sur la valeur des actions, la valeur de marché des actifs baisse. Sur les UC, l'impact sur la MV est beaucoup plus fort.

La baisse de la valeur de marché est partagée entre le BE et la PVFP. Nous avons une baisse du Best Estimate Liabilities et une baisse de la PVFP suite au choc à la baisse des actions. Comme dans le cas d'une hausse des actions, la baisse de la MV sur les UC est absorbée en majeure partie par le Best Estimate Liabilities.

### 3.4. Conclusion

Dans la dernière partie du chapitre 3, nous comparons les chocs des spreads, les chocs des actions et les chocs des taux sur la valeur de marché, du Best Estimate Liabilities et la PVFP.

Les 2 tableaux ci-dessous montrent la variation de la MV, de la plus ou moins-value latente, du BE et de la PVFP de la sensibilité par rapport au scénario de base, c'est-à-dire le bilan SII à fin 2021 :

	MV RFR +50bps	MV RFR - 50bps	MV +50 bps Govies	MV + 50 bps Govies et VA	MV+ 50 bps Corpo	MV+50 bps Corpo et VA	MV+25% Action	MV-25% Action
Epargne 1	-2,50%	2,70%	-1,60%	-1,60%	-1,00%	-1,00%	1,0%	-1,00%
Epargne 2	-3,30%	3,60%	-2,20%	-2,10%	-1,30%	-1,30%	2,0%	-2,20%
Epargne 3	-3,00%	3,20%	-1,90%	-1,90%	-1,30%	-1,30%	1,1%	-0,90%
Epargne 4	-3,70%	4,20%	-2,80%	-2,80%	-1,10%	-1,10%	1,9%	-1,90%
Epargne 5	-4,90%	5,30%	-2,90%	-2,90%	-2,00%	-2,00%	0,0%	0,00%
Retraite	-6,20%	7,00%	-5,50%	-5,50%	-0,80%	-0,80%	1,0%	-1,50%
PERP	-8,30%	9,50%	-7,30%	-7,30%	-1,00%	-1,00%	0,8%	-0,80%
UC	-0,60%	0,70%	-0,20%	-0,20%	-0,60%	-0,60%	14,1%	-14,10%

Figure 37

	BE RFR +50bps	BE RFR - 50bps	BE +50 bps Govies	BE +50 bps Govies et VA	BE +50bps Corpo	BE+50bps Corpo et VA	BE+25% Action	BE-25% Action
Epargne 1	-3,90%	4,60%	-0,80%	-1,40%	-0,60%	-1,10%	0,6%	-0,50%
Epargne 2	-3,90%	4,50%	-1,20%	-1,60%	-0,80%	-1,30%	1,3%	-1,40%
Epargne 3	-3,90%	4,40%	-0,50%	-1,20%	-0,30%	-1,10%	0,4%	-0,30%
Epargne 4	-4,60%	5,50%	-2,00%	-2,40%	-1,10%	-1,50%	1,5%	-1,40%
Epargne 5	-4,80%	5,20%	0,00%	-1,00%	0,00%	-1,30%	0,0%	0,00%
Retraite	-7,00%	7,90%	-1,10%	-2,40%	-0,20%	-1,60%	0,4%	-0,50%
PERP	-5,60%	6,10%	-3,50%	-3,80%	-0,80%	-1,10%	0,7%	-0,70%
UC	-0,80%	0,90%	-0,20%	-0,30%	-0,60%	-0,60%	13,7%	-13,70%

Figure 38

A partir des deux tableaux ci-dessous, on observe que pour les fonds en euros, les chocs des taux à la hausse et à la baisse sont les plus impactant sur la valeur de marché des actifs et sur le Best Estimate Liabilities. Sur les UC, les chocs les impacts les plus importants sont ceux des actions.

	PVFP RFR+50bps	PVFP RFR- 50bps	PVFP +50 bps Govies	PVFP +50bps Govies et VA	PVFP+50bps Corpo	PVFP+50bps Corpo et VA	PVFP+25% Action	PVFP- 25% Action
Epargne 1	34%	-46%	-23%	-6%	-13%	2%	12%	-13%
Epargne 2	7%	-11%	-19%	-11%	-10%	-2%	14%	-16%
Epargne 3	1221%	-1549%	-1917%	-950%	-1293%	-292%	895%	-895%
Epargne 4	1195%	-1939%	-1171%	-586%	-54%	512%	552%	-701%
Epargne 5	-4%	5%	10%	6%	7%	1%	0%	0%
Retraite	29%	-32%	-192%	-138%	-26%	34%	28%	-44%
PERP	-115%	146%	-164%	-150%	-9%	2%	5%	-6%
UC	2%	-2%	0%	0%	-1%	0%	20%	-20%

Figure 39

A partir du tableau ci-dessus, on compare les impacts de différentes sensibilités sur la PVFP. Concernant les sensibilités sur les spreads d'obligations d'Etats et d'entreprise, nous prenons celles avec la prise en compte du VA dont le mécanisme est expliqué dans la section 2.3.1. Nous avons donc la même conclusion que sur la valeur de marché des actifs et le Best Estimate Liabilities : les chocs des taux sont plus impactant que ceux des spreads ou des actions pour les fonds en euros.

## Troisième partie : Duration et Gap de duration

Nous avons vu dans le chapitre 2 que le bilan SII est très sensible à la variation des taux par rapport à d'autres paramètres économiques pour les assureurs vie. Nous observons aussi qu'avec les conditions des marchés à fin 2021 pour la plupart des fonds en euro, la hausse des taux fait augmenter la PVFP et que la baisse des taux fait diminuer la PVFP. Sur une minorité des fonds, l'impact des taux est complètement inversé : la hausse des taux fait diminuer la PVFP et la baisse des taux fait augmenter la PVFP.

Dans ce chapitre, nous allons exploiter la notion de la duration et celle du gap de duration pour comprendre le lien entre la variation des taux et la variation de la PVFP.

### 1. DURATION ET GAP DE DURATION

Dans la finance pour les titres obligataires, la duration est la vie moyenne des flux actualisés de coupons et de remboursements à ce taux. Elle est l'un des concepts pour mesurer la sensibilité d'un titre à revenus fixes aux variations des taux d'intérêt. Différentes stratégies de gestion de portefeuille de titres à revenus fixes sont basées sur ces concepts pour se prémunir contre le risque de variation des taux d'intérêt. Nous allons utiliser cette notion dans ce chapitre pour mesurer la sensibilité des flux en assurance vie.

#### 1.1. Duration Macaulay

La duration a été définie par Macaulay en 1938 dans une étude sur les taux d'intérêt. A partir des années 1970, la duration a été retenue comme un outil permettant d'immuniser les portefeuilles obligataires contre le risque de taux. Mais cette immunisation est imparfaite en cas de fluctuation importante des taux ou de déformation de la courbe des taux.

La duration de Macaulay mesure la durée de vie moyenne des flux actualisés de toute nature (intérêt et capital) générés par un produit financier ou un portefeuille. La duration correspondante au taux actuariel  $i$  est donnée par la formule suivante :

$$D = \frac{\sum_{k=0}^n \frac{d_k \times F_k}{(1+i)^{d_k}}}{\sum_{k=0}^n \frac{F_k}{(1+i)^{d_k}}}$$

Avec :

$d_k$  : période s'écoulant entre la date de calcul et la date à laquelle intervient le flux  $F_k$

$F_k$  : flux probable intervenant en date  $k$  (en toute rigueur, le concept de duration suppose connus et certains les flux de prestations. En pratique, les séquences de flux du passif ne sont pas certaines et dépendent de  $i$ ).

La duration permet d'estimer le comportement du prix d'un instrument financier ou de la valeur de marché du passif en cas de variation faible des taux d'intérêt.

La duration de Macaulay est une mesure approximative de la sensibilité du prix d'une obligation ( $P$ ) à une petite variation de son taux de rendement exigé ( $y$ ) (i.e. de son taux de rendement à l'échéance). On peut dire que la volatilité du prix de l'obligation est proportionnelle à la duration de cette dernière. Ainsi, la duration de Macaulay est considérée comme la mesure de l'exposition au risque de taux d'intérêt :

$$dP/P \approx -D * dy/(1+y)$$

Note : on peut également exprimer cette relation différemment en prenant :

$$(D' = D/(1+y)) : dP/P \approx -D' * dy$$

On note pour la duration de macaulay les relations suivantes :

- elle augmente si le taux de revalorisation augmente,
- elle diminue si le taux de rachat augmente,
- elle diminue si le taux de décès augmente.

## 1.2. Duration Effective

La duration effective est une mesure de la duration des instruments financiers ou les flux des passifs avec des options intégrées (par exemple, les obligations remboursables par anticipation ou les options de rachat pour les contrats en euro). Contrairement à la duration de Macaulay, la duration effective tient compte des éventuelles fluctuations des flux de trésorerie attendus d'un instrument financier et des passifs. Elle est donc mieux adaptée pour mesurer la duration des actifs et celle des passifs car les flux des actifs et des passifs sont incertains avec le prix des options intégrées.

La duration effective du BE est définie comme suivante :

$$\text{Duration du BE} = (BE-50bp - BE+50bps) / (BE \text{ Central} * 1\%)$$

BE-50bps : le BE calculé avec le choc d'une baisse de 50bps sur la courbe swap

BE+50bps : le BE calculé avec le choc d'une hausse de 50bps sur la courbe swap

BE Central : le BE calculé avec la courbe swap central sans choc

La duration effective des actifs est définie comme suivante :

$$\text{Duration des actifs} = (MV-50bp - MV+50bps) / (MV \text{ Central} * 1\%)$$

MV-50bps : la valeur de marché des actifs calculée avec le choc d'une baisse de 50bps sur la courbe swap

MV+50bps : la valeur de marché des actifs calculée avec un choc d'une hausse de 50bps sur la courbe swap

MV Central : la valeur de marché des actifs calculée avec la courbe swap central sans choc

## 1.3. Duration Effective simplifiée

Nous avons vu dans le chapitre 2 que le choc d'une baisse des taux de 50bps est toujours plus fort sur le bilan que le choc avec une hausse des taux de 50 bps. C'est pour cette raison que nous allons simplifier le calcul de la duration par l'approche suivante :

La duration effective simplifiée du BE est définie comme suivante :

$$\text{Duration du BE} = (BE-50bp - BE \text{ Central}) / (BE \text{ Central} * 0,5\%)$$

BE-50bps : le BE calculé avec le choc d'une baisse de 50bps sur la courbe swap

BE Central : le BE calculé avec la courbe swap central sans choc

La duration effective des actifs simplifiée est définie comme suivante :

$$\text{Duration des actifs} = (MV-50bp - MV \text{ Central}) / (MV \text{ Central} * 0,5\%)$$

MV-50bps : la valeur de marché des actifs calculée avec le choc d'une baisse de 50bps sur la courbe swap

MV Central : la valeur de marché des actifs calculée avec la courbe swap sans risque central sans choc

## 1.4. Gap de Duration

Nous avons parlé des trois notions de duration dans la section 1 du même chapitre.

Le Gap de duration est la différence de duration entre les flux de trésorerie générés par les actifs et les flux de trésorerie générés par les passifs pour des intervalles de temps périodiques. Cette mesure donne une idée sur les risques de liquidité et de taux auxquels l'institution est exposée. Le Gap de duration est défini comme suivante :

$$\text{Gap de duration} = \text{Duration des actifs} - (\text{BE Central}/\text{MV Central}) * \text{Duration des passifs}$$

Les flux d'actifs proviennent :

- des coupons des obligations détenues dans le portefeuille d'actifs ;
- des obligations arrivant à échéance ;
- des dividendes des actions détenues dans le portefeuille d'actifs.

Les deux premières composantes sont connues pour la plupart, pour la troisième, il est nécessaire de faire une hypothèse sur le taux de croissance des dividendes.

Les flux de passif proviennent principalement :

- des échéances de contrats ;
- des rachats ;
- des sinistres.

La plupart des flux générés par les engagements ne sont pas certains. Il est donc nécessaire pour étudier les projections de flux du passif de faire des hypothèses actuarielles :

- les taux de rachat ;
- les taux de prorogation ;
- les nouvelles souscriptions etc ;

Dans la vie réelle on est souvent confronté à la duration des actifs qui n'est pas égale à celle des passifs. Pour les assureurs vie, la duration des actifs est souvent plus courte que celle des passifs. Pour les assureurs non vie, c'est le contraire : la duration des actifs est plus longue que les passifs.

Un gap de duration positif expose à des risques de réinvestissement à cause des actifs qui s'éteignent plus tardivement que les passifs. Un gap de duration négatif n'est pas nécessairement problématique s'il reste suffisamment d'actifs liquides (en situation de plus-values pour ne pas générer de pertes en cas de cession ; une hausse des taux par exemple selon son niveau ou la nature des actifs en portefeuille ne conduit pas tous les actifs au bilan à se trouver en situation de moins-values).



## 1.5. Comparaison duration Macaulay, duration effective et duration effective simplifiée

Nous avons parlé des trois notions de durations tout au début de ce chapitre. Dans la vie courante, c'est souvent la notion de duration effective simplifiée qui est utilisée durant les années où les taux d'intérêts sont très bas, jusqu'à fin 2021. Dans cette partie nous allons comparer les 3 notions de duration pour mieux comprendre leur différence.

### 1.5.1. Comparaison duration de Macaulay et duration effective

Nous avons évoqué tout au début du chapitre que la notion de duration de Macaulay est utilisée quand les flux sont certains et n'intègre pas les coûts des TVOG (Time value of options and garanties). Nous allons donc calculer la duration de Macaulay à partir du scénario 'Certainty Equivalent' de mon portefeuille à fin 2021. Il s'agit d'une seule simulation en termes de projection. Le scénario 'Certainty Equivalent' correspond à la trajectoire centrale déterministe qui n'inclut pas les coûts des options. Il n'intègre donc pas les rachats dynamiques ni les TVOG. C'est un flux certain sans prix des options.

La duration Macaulay est calculée à partir des flux de trésorerie défini comme suivant :

$$F_k = \text{Prestation}_k + \text{Frais}_k + \text{Commission}_k + \text{PB}_k + \text{TMG}_k - \text{Prime}_k$$

Ils correspondent à la différence entre le flux de prestation et le flux des prime non actualisés à chaque pas de temps k. On applique ensuite la formule suivante pour obtenir la duration de Macaulay :

$$D = \frac{\sum_{k=0}^n \frac{k * F_k}{(1 + r_k)^k}}{\sum_{k=0}^n \frac{F_k}{(1 + r_k)^k}}$$

Avec :

- k qui correspond au pas de temps k
- $F_k$  qui correspond au flux de trésorerie non actualisé au pas de temps k
- $r_k$  qui correspond au taux d'actualisation au pas de temps k

Pour le calcul de la duration effective, il faut deux jeux de scénarios économiques stochastiques : Le premier jeu de scénario économique correspond au scénario de base. Le deuxième jeu de scénario correspond au scénario avec un choc de -50bps sur les taux swap par rapport au scénario de base. Pour chaque jeu de 1000 scénarios économiques, ils convergent en moyenne vers le scénario 'Certainty Equivalent'. Chaque scénario économique donne suite à une stratégie de gestion d'actifs et de passifs différente, une politique de distribution de dividendes différente donc un Best Estimate Liabilities et une PVFP différents.

La duration effective est calculée à partir de ces deux Best Estimate Liabilities (Central et le choc avec la baisse des taux de 50 bps) ou de ces deux valeurs de marché des actifs (Central et le choc avec la baisse des taux de 50bps) calculés à partir de ces deux jeux scénarios économiques stochastiques. La valeur des options est prise en compte dans cette approche aléatoire.

Concrètement la duration effective est calculée à partir de la formule suivante :

$$\text{Duration du BE} = (\text{BE-50bp} - \text{BE Central}) / (\text{BE Central} * 0,5\%)$$

A partir des informations du 31 décembre 2021, des scénarios économiques avec une baisse de 50 bps sur les taux du 31 décembre 2021 et le scénario économique Certainty Equivalent du scénario de base du 31 décembre 2021, nous avons pu construire une comparaison entre la durée de Macaulay et celle de la durée effective simplifiée sur le Best Estimate Liabilities.

	Duration BE Macaulay	Duration BE effective	Duration BE effective simplifiée
Epargne 1	11,76	10,09	10,98
Epargne 2	11,90	8,66	9,33
Epargne 3	9,49	8,26	8,70
Epargne 4	13,46	8,49	9,04
Epargne 5	11,84	8,86	8,11
Epargne 6	9,92	10,02	10,39
Retraite	17,25	15,09	15,96
PERP 1	11,50	11,77	12,30
PERP 2	15,27	11,16	11,80

Figure 40

Le tableau ci-dessus compare la durée de Macaulay et la durée effective simplifiée pour le BE au 31 décembre 2021. Dans la majorité des cas, on voit que la durée de Macaulay est plus longue que la durée effective simplifiée. On peut facilement avoir un écart de 3 ans entre la durée de Macaulay et la durée effective simplifiée sur un même fonds. Sur le fonds Epargne 6, nous avons l'écart le plus faible de 0,4 ans.

Néanmoins la durée de Macaulay mesure la durée du scénario Certainty Equivalent. Et la durée effective mesure la durée à partir des scénarios stochastiques en intégrant le prix des options. C'est donc la mesure la plus adaptée par rapport à la durée de macaulay.

### 1.5.2. Comparaison durée effective et durée effective simplifiée

Nous avons comparé tout à l'heure la durée de macaulay et la durée effective. Dans cette section, nous allons démontrer l'utilité de la durée effective simplifiée par rapport à la durée effective.

La différence entre la durée effective et la durée effective simplifiée vient du fait que l'approche simplifiée s'appuie uniquement sur deux jambes : le scénario -50bps et le scénario central. La durée effective s'appuie sur 3 jambes : le scénario central, le scénario -50bps et le scénario +50 bps. Nous allons voir dans la suite qu'il y a bien une convergence en termes des résultats pour les deux méthodes et que la durée effective simplifiée capte bien l'évolution de la durée.

Nous partons du bilan central du 31 décembre 2021. Nous calculons le BE central, le BE -50bps, le BE +50bps, la MV centrale, la MV -50bps et la MV +50bps. A partir de ces éléments nous comparons la durée effective et la durée effective simplifiée pour le BE, la valeur des actifs (MV) et le gap de durée pour le 31/12/2021.

	Duration BE	Duration BE Simplifiée	Duration Actifs	Duration Actif Simplifiée	Gap de Duration	Gap de Duration Simplifiée
Epargne 1	10,09	10,98	7,98	8,44	-	-
Epargne 2	8,66	9,33	5,27	5,44	-	-
Epargne 3	8,26	8,70	6,27	6,52	-	-
Epargne 4	8,49	9,04	7,00	7,32	-	-
Epargne 5	8,86	8,11	7,64	7,96	-	-
Epargne 6	10,02	10,39	9,49	9,86	-	-
Retraite	15,09	15,96	12,97	13,74	-	-
PERP 1	11,77	12,30	17,81	19,06	-	-
PERP 2	11,16	11,80	11,75	12,50	-	-

Figure 41

Sur la plupart des fonds en épargne, la durée du BE est généralement comprise entre 8 et 10 ans. La durée des actifs est plus courte que les passifs dans la plupart des cas. Elle est aux alentours de 5 et 10 ans.

Sur les fonds en retraite et les Perps, on constate que la durée du BE et des actifs est plus longue par rapport aux fonds en épargne. La durée du BE est entre 11 et 16 ans. Celle des actifs est entre 11 et 20 ans. On constate également un gap de durée négatif pour le fonds retraite et le Perp 2. Pour le Perp 1, les actifs sont bien plus longs que les passifs. Le gap de durée associé est de 6 ans. Si on compare la durée du BE et celle des actifs entre la durée effective et la durée effective simplifiée, les deux approches donnent des résultats à peu près similaires. La durée calculée avec l'approche simplifiée est dans la plupart des cas un peu plus volatile, ce qui s'explique par une volatilité plus forte du choc -50bps par rapport au choc +50bps.

Néanmoins sur les deux fonds dont le gap de durée est proche de 0, on voit clairement que les deux approches ne donnent pas la même prédiction. Pour le fonds Epargne 5 et le Perp 2, l'approche classique donne un gap de durée inférieur à 0. Quant à l'approche simplifiée, le gap de durée simplifié est légèrement positif.

Dans la pratique, l'approche simplifiée est souvent utilisée jusqu'à fin 2021 car on sait que dans la plupart des cas elle permet de traduire le gap de durée plutôt fiable. En termes de calcul, il est également plus simple car nous avons juste besoin de 2 jambes au lieu de 3.

Dans la suite de ce mémoire, quand on mentionne la notion de durée et du gap de durée, je fais souvent référence à celle de durée simplifiée et celle de gap de durée simplifiée.

## 2. DURÉE ET SENSIBILITÉ

## 2.1. Equivalence entre la sensibilité et la duration effective

Dans la finance la sensibilité correspond au signe près à la dérivée du logarithme de la valeur actuelle d'une obligation par rapport au taux actuariel.

$$S = - \frac{1}{\text{Valeur de marché de l'actif}} * \frac{d(\text{Valeur de marché de l'actif})}{d(\text{Taux})}$$
$$= - \frac{1}{\text{Prix de l'actif}} * \frac{d(\text{Prix de l'actif})}{d(\text{Taux})}$$

Si on étend cette notion au bilan SII pour mesurer la sensibilité du BE et celle de la valeur de marché des actifs, nous avons la définition suivante en prenant le choqe de taux à -50bps :

$$\text{Sensitivité du BE} = ((\text{BE choqué} - \text{BE Central}) / \text{BE Central}) / \Delta \text{choque de taux}$$
$$= ((\text{BE} - 50\text{bps} - \text{BE Central}) / \text{BE Central}) / 0,5\% \quad (1)$$

$$\text{Duration du BE} = (\text{BE} - 50\text{bp} - \text{BE Central}) / (0,5\% * \text{BE Central})$$

$$\text{Sensitivité du BE} = \text{Duration du BE}$$

Nous avons donc facilement l'équation entre la sensibilité et la duration du BE.

$$\text{Sensitivité de la MV} = ((\text{MV choqué} - \text{MV Central}) / \text{MV Central}) / \Delta \text{choque de taux}$$
$$= ((\text{MV} - 50\text{bps} - \text{MV Central}) / \text{MV Central}) / 0,5\% \quad (2)$$

$$\text{Duration de la MV} = (\text{MV} - 50\text{bp} - \text{MV Central}) / (0,5\% * \text{MV Central})$$

$$\text{Sensitivité de la MV} = \text{Duration de la MV}$$

Nous avons également l'équation entre la sensibilité et la duration de la MV.

On voit donc clairement que la sensibilité définie de cette manière est égale à la duration effective. La duration effective mesure bien une sensibilité. Plus la duration est importante, plus le BE ou la MV est sensible à la variable des taux. On prend un exemple ci-dessous pour vous démontrer l'utilisation de ce concept pour comprendre la volatilité du bilan SII. L'exemple est un extrait du cours Gestion Actif/Passif CEA2 de monsieur Michel PIERMAY qui m'a inspiré énormément pour ce mémoire.

Pour une société d'assurance, les provisions techniques représentent la plus grande partie du passif du bilan. Les fonds propres ne représentent qu'une faible part du bilan.

L'assurance vie est une activité à fort levier par rapport au risque de placement et notamment au risque de taux. Le bilan d'une société d'assurance peut être synthétisé comme suit :

Actif	Passifs
Placements	Fonds propres
	Provisions techniques (représentation comptable ou prudentielle des engagements)

Figure 42

Supposons que la sensibilité aux taux d'un assureur-vie soit de 10 pour le BE et de 7 pour les actifs. Une baisse de 1% des taux d'intérêt va revaloriser l'actif de 7% et les provisions techniques de 10%. Si les fonds propres représentent 10% du bilan prudentiel, ils n'en représentent plus que 8, soit 7,5% du bilan.

Actif	Passifs		Actif	Passifs
100	Fonds propres 10	baisse des taux de 1%	107	Fonds propres 8
	PT prudentielle 90			PT prudentielle 99
100	Fonds propres 5	baisse des taux de 1%	107	Fonds propres 2,5
	PT prudentielle 95			PT prudentielle 104,5

Figure 43

Si les fonds propres initiaux sont à 5% du bilan et les provisions techniques de 95%, les provisions techniques sont réévaluées à 104,5 et il ne reste que 2,5 de fonds propres, soit 2,34% du bilan. La compagnie ne va plus respecter ses règles de solvabilité.

De cet exemple simple, on voit que l'étude sur la sensibilité du BE et des actifs nous permettent de mieux comprendre l'impact des taux sur notre bilan et surtout nos fonds propres (PVFP).

## 2.2. Éléments qui influencent la durée effective

Nous avons vu dans la section 2.1 que la durée est un élément important qui nous permet de comprendre la sensibilité du bilan SII. Dans cette partie, nous allons exploiter les éléments qui impactent la durée.

### 2.2.1. TMG et la duration effective

Dans cette partie je vais étudier la relation entre le niveau des taux minimum garantie (TMG) et la duration effective du BE, toutes les autres conditions restantes égales.

Le portefeuille que j'étudie ne contient que des produits d'épargne classiques au 31 décembre 2021. Je fais varier uniquement le niveau des taux minimum garantie entre différentes sensibilités. Tous les autres paramètres ne changent pas : je garde les mêmes scénarios économiques, les mêmes hypothèses techniques sauf le TMG qui varie de 0% à 3,89%.

Le tableau ci-dessous récapitule l'impact du TMG sur la duration du BEL au 31/12/2021 :

TMG	Duration BEL	Duration Actifs	Gap de Duration
0%	11,45	10,65	- 0,18
0,39%	11,64	10,65	- 0,35
1,39%	11,77	10,65	- 0,47
1,50%	11,82	10,65	- 0,51
2%	11,05	10,65	0,18
2,39%	10,12	10,65	1,01
3,89%	10,33	10,65	0,82

Figure 44

A partir du tableau, on observe que la duration des actifs ne change pas dans les différentes sensibilités, ce qui est rassurant car il n'y a que le TMG qui change dans les différentes sensibilités. Les actifs ne sont pas impactés à  $t=0$ .

On observe une hausse de duration du BE quand on augmente le TMG sur l'intervalle de 0% à 1,5%. Ensuite on observe une baisse de la duration du BE sur l'intervalle de 2% à 2,39%. Finalement sur l'intervalle de 2,39% et 3,89%, on arrive à avoir une légère hausse de duration quand le TMG augmente.

L'étude montre qu'à partir de certains niveaux de TMG par exemple 2% dans ce cas, la duration du BE se montre beaucoup moins sensible à la variation des taux. A partir d'un niveau relativement élevé du TMG, une légère hausse de TMG protège le BE de la variation des taux.

L'étude montre également que dans l'intervalle des taux plus faible, ici dans cet exemple en dessous du 1,5%, la duration effective se comporte plus ou moins comme la duration de Macaulay. La hausse du TMG augmente le flux de prestation, donc la duration du BE.

### 2.2.2. La condition économique et la duration effective

Dans cette partie nous allons étudier l'impact des conditions économiques sur la duration du BE. D'un trimestre à l'autre, les conditions économiques changent : les taux évoluent, les spreads bougent selon la volatilité du marché, le marché des actions augmente ou diminue, le portefeuille des actifs vieillit et se renouvelle etc. Nous avons vu dans le premier chapitre que quand on compare les différents paramètres économiques, la variation des taux reste l'élément primordial pour comprendre l'évolution du bilan SII. C'est pour cette raison qu'on peut grosso modo interpréter l'évolution des conditions économiques par l'évolution des taux.

Pour notre étude, je prends deux périodes pour analyser l'évolution des taux sur la durée du BE : l'année 2021 et les premiers 6 mois de l'année 2022. Ces deux périodes sont intéressantes pour notre étude car les taux n'ont pas du tout le même comportement. Durant l'année 2021, les taux commencent en dessous de 0% pendant une grosse moitié de l'année. Ensuite à partir de septembre, il y a une légère hausse qui permet d'aller au-dessus de 0% à fin 2021. Pendant 2021 le mouvement des taux était assez doux. A partir du début 2022, nous sommes confrontés à un niveau de l'inflation historique qui entraîne une forte remontée des taux. Entre fin janvier et fin mars 2022, l'OAT 10 ans a gagné près de 100 bps et la même tendance se confirme entre fin mars et fin juin. Cette forte remontée de taux poursuivra son chemin car le BCE va augmenter son taux directeur à partir de septembre pour contenir la hausse de l'inflation.

Nous allons donc comparer l'évolution de la durée du BE sur ces deux périodes. Pour expliquer la contribution de l'effet économique à la variation du BE à chaque trimestre, je pars du bilan du trimestre précédent N-1. Ensuite je remplace les scénarios économiques et les actifs du N-1 par les nouveaux scénarios et la nouvelle base de trimestre N. Comme ça j'ai mon bilan avec les effets économiques N. A partir de ce nouveau bilan, je calcule la durée associée et en déduis l'impact des effets économiques sur la durée.

Le tableau suivant montre l'évolution de la courbe des OAT 10 ans sur la période du 31/12/2020 au 31/12/2021 :

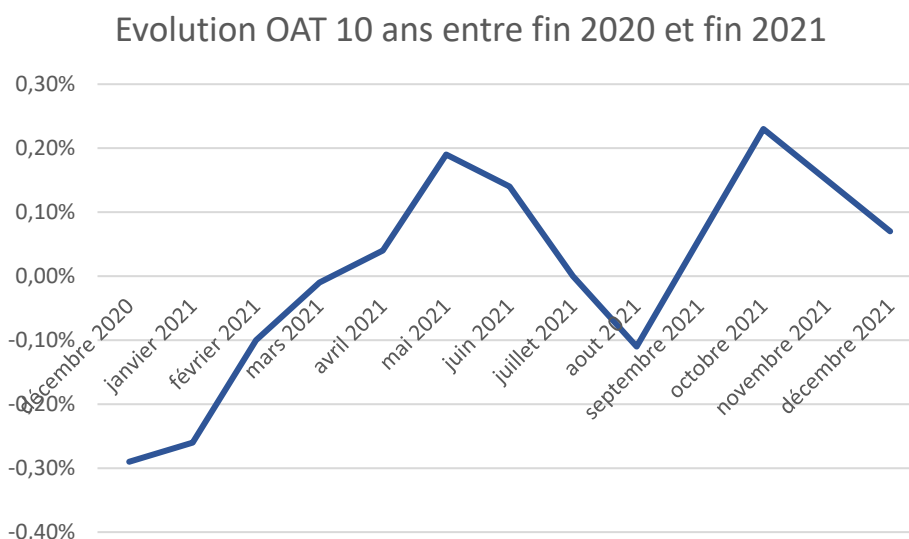


Figure 45

Entre le 31/12/2020 et le 30/09/2021, nous sommes sur la même base des passifs avec les mêmes hypothèses sur les passifs : lois de mortalité, lois de rachat etc. Entre le 31/12/2020 et le 31/12/2021, nous ne sommes plus sur la même base des passifs ni les hypothèses de projections sur les passifs. C'est pour cette raison que la comparaison des 9 premiers mois avec le 31/12/2020 n'ont plus de sens.

Pour chaque période la variation est par rapport au 31 décembre 2020. Le tableau ci-dessous montre l'évolution de la durée du BE entre le 31/12/2021 et le 31/12/2020 et la contribution de l'effet économique dans la variation de la durée du BE.

Il y avait des changements de modèle qui déforment la durée des passifs principalement sur les portefeuilles de retraite et Perp entre le 31/12/2020 et le 31/12/2021. Pour rendre la comparaison plus juste, j'ai retiré les effets liés à ces changements de modèle. Comme cela au moins pour les 9

premiers mois, nous pouvons bien capter la part de la variation de la duration du BE qui est liée avec les effets économiques.

	<b>Δ BE Duration 31/03/2021 vs 31/12/2020</b>	<i>Dont effet économique</i>	<b>Δ BE Duration 30/06/2021 vs 31/12/2020</b>	<i>Dont effet économique</i>	<b>Δ BE Duration 30/09/2021 vs 31/12/2020</b>	<i>Dont effet économique</i>	<b>Δ BE Duration 31/12/2021 vs 31/12/2020</b>	<i>Dont effet économique</i>
Epargne 1	- 0,84	- 1,21	- 1,14	- 1,24	- 1,41	- 1,61	- 1,33	- 1,21
Epargne 2	- 1,18	- 1,24	- 1,08	- 1,19	- 1,40	- 1,52	- 1,74	- 1,56
Epargne 3	- 0,36	- 0,38	- 0,49	- 0,34	- 0,59	- 0,50	- 0,39	- 0,45
Epargne 4	- 0,47	- 0,56	- 0,49	- 0,19	- 0,54	- 0,38	- 0,19	- 0,23
Epargne 5	- 0,43	- 0,42	- 0,78	- 0,56	- 0,76	- 0,58	0,86	0,91
Epargne 6	- 0,25	- 0,25	- 0,44	- 0,24	- 0,61	- 0,25	0,32	- 0,28
Retraite	- 0,58	- 0,60	- 0,78	- 0,63	- 0,97	- 0,84	- 2,03	- 1,10
PERP 1	- 0,56	- 0,78	- 0,68	- 0,78	- 1,10	- 1,08	- 2,80	- 1,53
PERP 2	- 0,91	- 0,94	- 0,20	- 0,15	- 0,11	- 0,02	- 2,06	- 2,07

Figure 46

A partir du tableau sur la variation du duration, on voit clairement que sur les 9 mois observés en 2021 pour la plupart des fonds la variation de la duration du BE peut être expliquée par l'effet économique.

Sur la période du 31/12/2020 au 31/12/2021, à cause des changements dans la base des passifs, nous observons que pour les fonds Retraite et Perp 1, les effets économiques n'expliquent que la moitié de la variation de la duration du BE. Pour le fonds Epargne 6, l'impact de l'effet économique est contre le sens de l'évolution de la duration du BE à cause des changements dans la base des passifs.

En une année 2020-2021 les effets économiques diminuent la duration du BE entre 0,23 et 2,07 ans. L'impact est plus fort sur les Perp à cause de leur duration assez longue. Sur le fonds retraite, malgré leur duration assez longue, il a un niveau de TMG relativement élevé, donc il est moins sensible à la variation des taux comme indiqué par la section 2.2.1.

Dans la suite nous allons observer l'évolution de la duration du BE entre le 31/12/2021 et le 30/06/2022. Nous allons tout d'abord observer l'évolution des taux swap sur cette période. Le tableau suivant montre évolution de la courbe des OAT 10 ans sur cette période :



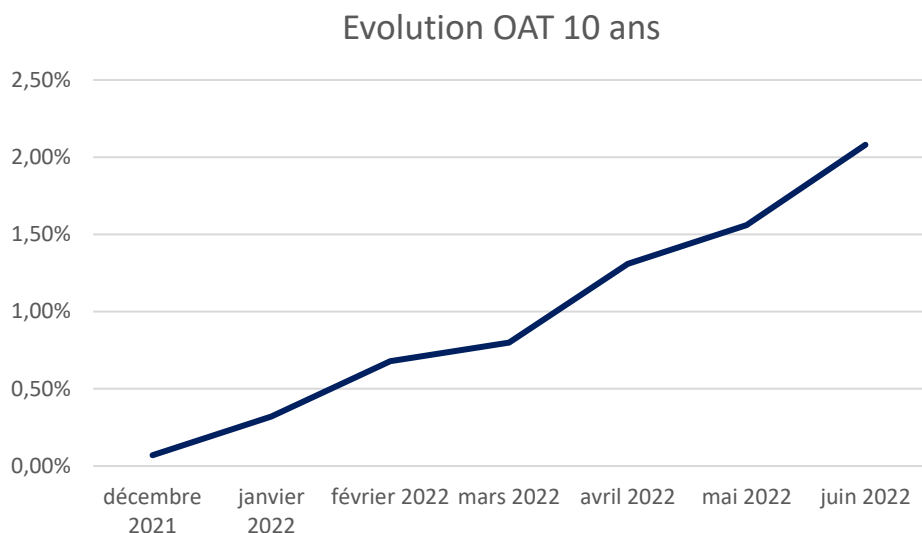


Figure 47

Le tableau ci-dessous montre l'évolution de la duration du BE entre le 30/06/2022 et le 31/12/2021 :

	<b>Δ BE Duration 31/03/2022 vs 31/12/2021</b>		<i>Dont effet économique</i>		<b>Δ BE Duration 30/06/2022 vs 31/12/2021</b>		<i>Dont effet économique</i>	
Epargne 1	-	1,29	-	1,36	-	2,37	-	2,45
Epargne 2	-	0,90	-	1,05	-	2,68	-	2,68
Epargne 3	-	0,75	-	0,78	-	1,97	-	1,99
Epargne 4	-	0,92	-	1,12	-	3,23	-	3,30
Epargne 5	-	0,43	-	0,41	-	1,60	-	1,17
Epargne 6	-	0,99	-	1,12	-	2,23	-	2,69
Retraite	-	0,48	-	0,47	-	2,20	-	1,77
PERP 1	-	0,87	-	0,80	-	1,72	-	1,10
PERP 2	-	0,43	-	1,31	-	1,74	-	1,73

Figure 48

On observe qu'avec cette hausse importante des taux sur la période du début 2022 et fin juin 2022, l'impact des effets économiques est beaucoup plus important par rapport à celui de l'année 2021. Nous avons une baisse assez forte de la duration du BE qu'on n'a pas observé en 2021.

### 2.2.3. Le changement de seuil sur la sortie en rente et la duration effective

Depuis de nombreuses années, les assureurs pouvaient convertir en un versement unique en capital les rentes viagères inférieures à 40 €/mois ou 480 € par an. Désormais ce montant est passé à 100 €/mois ou 1 200 €/an. **Ce changement est entré en vigueur le 1er juillet 2021.**

Afin de ne pas être obligés d'effectuer des versements mensuels de faibles montants les assureurs pouvaient convertir en un versement unique les rentes inférieures à 40 € par mois pour les contrats d'assurance-vie et pour les plans d'épargne retraite populaires (PERP).

Désormais, le seuil de conversion en capital des petites rentes viagères est de 100 € par mois, aussi bien pour les rentes issues des contrats d'assurances, des PERP.

C'est l'arrêté du 7 juin 2021 modifiant le seuil de rachat par les entreprises d'assurance sur la vie des rentes inférieures à un certain montant minimal (publié au Journal Officiel du 1er juillet 2021) qui a modifié :

D'une part le premier alinéa de l'article A. 160-2 du code des assurances en modifiant les mots : « 40 euros » et en les remplaçant par les mots : « 100 euros ».

Nous allons voir l'impact de ce changement sur la durée du BE. Nous repartons de notre exemple de la section 2.2.2 sur la période du 31/12/2021 au 31/12/2020 sur le fond Retraite et les deux Perps. Contrairement à l'exemple de la section 2.2.2, la variation du BE dans la table n'a pas été retraitée de l'effet lié avec le changement de modèle.

L'ensemble de la mesure sur le changement de seuil a été entièrement mise en place à partir du 30/06/2020. Sur les fonds retraite, il y a une partie de mesure mise en place au 31/03/2021. C'est pour cette raison qu'on retrouve une partie d'impact au 31/03/2020.

	$\Delta$ BE Durée 31/03/2021 vs 31/12/2020	Dont effet changement du seuil	$\Delta$ BE Durée 30/06/2021 vs 31/12/2020	Dont effet changement du seuil	$\Delta$ BE Durée 30/09/2021 vs 31/12/2020	Dont effet changement du seuil	$\Delta$ BE Durée 31/12/2021 vs 31/12/2020	Dont effet changement du seuil
Retraite 1	- 1,14	0,56	- 2,06	- 1,28	- 2,23	- 1,25	- 3,47	- 1,45
PERP 1	- 0,56	0,00	- 4,69	- 4,01	- 5,11	- 4,01	- 6,91	- 4,11
PERP 2	- 0,91	0,00	- 0,70	- 0,51	- 0,61	- 0,51	- 2,60	- 0,54

Figure 49

Selon le tableau, à partir du 30/06/2022 nous observons bien une baisse importante de la durée du BE à cause de l'introduction de ce changement de seuil qui permet à un plus grand nombre de contrats de sortir en capital au lieu de rentes.

Pour la retraite, ce changement de seuil explique un tiers de la baisse sur la période avec un autre tiers expliqué par l'effet économique. Sur les PERP 1 et 2, on voit clairement que ce changement de seuil explique quasi toute variation de la durée du BE. La raison est tout simplement qu'il y a beaucoup de contrats avec de faibles rentes dans ce fonds qui sont sortis en capital, ce qui est moins le cas pour la retraite.

### 3. GAP DE DURATION ET SENSIBILITE DE LA PVFP

Dans le chapitre 2 section 2.2.1, nous avons vu que pour la plupart des fonds, la hausse des taux fait augmenter la PVFP et que la baisse des taux fait diminuer la PVFP à fin 2021. Néanmoins il existe des cas d'exceptions. L'idée de cette partie consiste à démontrer la relation entre le gap de duration et la sensibilité de la PVFP dans un cadre général.

#### 3.1. Cas général

Nous reprenons les données du chapitre 2 et 3 au 31/12/2021 sur les différents fonds :

	Gap de Duration	Gap de Duration Simplifiée	Choc PVFP RFR +50bps	Choc PVFP RFR -50bps
Epargne 1	- 1,88	- 2,29	34%	-46%
Epargne 2	- 3,10	- 3,59	7%	-11%
Epargne 3	- 1,75	- 1,94	1221%	-1549%
Epargne 4	- 0,96	- 1,17	1195%	-1939%
Epargne 5	- 0,95	0,10	-4%	5%
Epargne 6	- 2,29	- 2,36	36%	2%
Retraite	- 1,33	- 1,39	29%	-32%
PERP 1	6,32	7,06	-115%	146%
PERP 2	- 0,03	0,04	-1%	0%

Figure 50

A partir du tableau, on observe que pour la plupart des fonds, le gap de duration simplifiée est signé comme le gap de duration. Pour la plupart des fonds, le gap de duration et le gap de duration simplifié sont signés négatif. Et sur ces fonds la PVFP augmente avec la hausse des taux et elle baisse avec la diminution des taux.

Sur le Perp 1, la PVFP diminue avec la hausse des taux et elle augmente avec la baisse des taux. Sur le fonds épargne 5 et le Perp 2, nous avons vu que le gap de duration est négatif. Mais la PVFP diminue avec la hausse des taux et augmente avec la baisse des taux.

Sur le fonds Epargne 6, nous observons quelque chose d'étrange : avec la hausse ou la baisse des taux, la PVFP du fonds augmente dans les deux cas.

Un petit rappel : Le gap de duration correspond à la différence de la sensibilité entre les actifs et les passifs.

Dans la suite nous allons essayer de comprendre l'évolution de la PVFP via une approche théorique. Si on réécrit la formule de la sensibilité, on obtient les équations suivantes à partir des formules 1 et 2 de la section 2.1 de la partie Sensibilité et Duration du même chapitre :

$$\begin{aligned} \text{Sensitivité du BE} &= ((BE \text{ choqué} - BE \text{ Central}) / BE \text{ Central}) / \Delta \text{choque de taux} \\ &= ((BE - 50\text{bps} - BE \text{ Central}) / BE \text{ Central}) / 0,5\% \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{Sensitivité de la MV} = ((MV \text{ choqué} - MV \text{ Central}) / MV \text{ Central}) / \Delta \text{choque de taux}$$

$$= ((MV -50bps- MV Central) /MV Central) /0,5\% \quad (2)$$

On a les équations suivantes :

$$\Delta MV = MV \text{ Central} * \text{Sensibilité MV} * (-\Delta \text{Taux})$$

$$\Delta BE = BE \text{ Central} * \text{Sensibilité BE} * (-\Delta \text{Taux})$$

Note :

- $\Delta MV = MV -50bps - MV \text{ Central}$
- $\Delta BE = BE -50bps - BE \text{ Central}$
- $-\Delta \text{Taux} = 0,50\%$

Nous avons l'équation  $MV = BE + PVFP$ . Nous avons donc la relation suivante :

$$\begin{aligned} \Delta PVFP &= \Delta MV - \Delta BE = (MV \text{ Central} * \text{Sensibilité MV} - BE \text{ Central} * \text{Sensibilité BE}) * (-\Delta \text{Taux}) \\ &= MV \text{ Central} * (\text{Sensibilité MV} - BE \text{ Central} / MV \text{ Central} * \text{Sensibilité BE}) * (-\Delta \text{Taux}) \\ &= MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration} * (-\Delta \text{Taux}) \end{aligned}$$

Nous avons donc l'équation suivante :

$$\Delta PVFP = MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration} * (-\Delta \text{Taux}) \quad (3)$$

Puisque le  $(-\Delta \text{Taux})$  est égal à 0,5%, il est donc toujours positif. Nous pouvons conclure que la variation de la PVFP suit le signe du Gap de Duration.

L'équation 3 explique d'un point de vue théorique les relations suivantes :

- *si le gap de duration est positif, la hausse des taux fait diminuer la PVFP. Par contre quand les taux diminuent, la PVFP augmente.*
- *Si le gap de duration est négatif, la hausse des taux fait augmenter la PVFP. Par contre quand les taux diminuent, la PVFP diminue.*

Cette démonstration permet de bien confirmer l'observation qu'on a faite tout au début de cette section : Pour la plupart des fonds du tableau 3.1 (figure 50), le gap de duration et le gap de duration simplifié sont signés négatif. Et sur ces fonds la PVFP augmente avec la hausse des taux et elle baisse avec la diminution des taux. Pour le PERP 1 dont le gap de duration est positif, la PVFP augmente avec la baisse des taux et qu'elle baisse avec la hausse des taux.

Nous avons bien vu qu'il existe des cas d'exception, par exemple le fonds Epargne 6 dont la PVFP augmente avec la hausse et également la baisse des taux. Nous allons traiter ces exceptions dans la partie suivante.

### 3.2. Exceptions

Dans certains cas rares, nous observons que la variation de la PVFP ne suit pas le signe de gap de duration. Par exemple pour le fonds Epargne 6 le gap de duration est négatif. La PVFP est sensée augmenter avec une hausse des taux et qu'elle est sensée baisser avec une baisse des taux. Mais dans la réalité nous observons que la PVFP augmente avec la hausse des taux et également la baisse des taux. Pour mieux comprendre ce phénomène, on va étudier l'exemple suivant.

Notre bilan de solvabilité II central pour un segment des produits d'épargne au 31/03/2022 se présente comme suivant :

MV	517,3	PVFP	71,7
		BEL	445,6

Figure 51

L'unité est en million d'euros.

Nous allons ensuite choquer le bilan central avec les chocs de -50bps et +50bps sur les taux. Nous obtenons ainsi les deux bilans choqués.

Je vous présente les deux bilans après les chocs des taux :

MV -50bps	537,5	PVFP -50bps	75,1
		BEL -50bps	462,4

Figure 52

MV +50bps	499,1	PVFP+50bps	75,0
		BEL +50bps	424,1

Figure 53

Ensuite nous calculons le gap de duration effective simplifiée en nous appuyant sur deux scénarios : central et -50bps. Nous obtenons le gap de duration qui est de +1,3 ans pour le bilan central associé. A partir des deux bilans choqués, nous observons que la PVFP augmente dans les deux cas de figures : +3,4 pour le RFR-50 bps et +3,3 pour le RFR +50 bps. Comment comprendre la variation de la PVFP ?

Je compare ensuite chaque bilan choqué par rapport au bilan central :

MV -50bps	537,5		BEL -50bps	462,4
MV central	517,3		BEL central	445,6

Delta MV                      20,2                      Delta BEL                      16,8

MV +50bps	499,1		BEL +50bps	424,1
MV central	517,3		BEL central	445,6

Delta MV                      -18,2                      Delta BEL                      -21,5

Figure 54

La variation de la valeur de marché des actifs et celle du BE suivent bien les signes opposés pour les deux chocs. Au niveau de l'impact sur le MV, nous avons à peu près des impacts du même ordre de grandeur. Par contre sur le BE, nous avons clairement un impact plus fort avec le choc -50bps. Nous observons clairement une asymétrie sur la sensibilité de la duration du BE .

Le BE est devenu plus sensible avec la hausse des taux. Ceci s'explique par le niveau de garantie des produits dans le portefeuille. Le portefeuille est constitué 100% des produits avec un TMG à 0%. A partir du 31/03/2022, les taux commencent à franchir la barre de 0% et repasser au dessus de 0%. La

remontée des taux va donc augmenter les rachats dynamiques . Avec une hausse de 50bps, il y a une forte augmentation des rachats dynamiques, ce qui explique une forte sensibilité dans le cas avec une hausse des taux de 50bps.

Pourtant ce changement de sensibilité du BE n'est pas assez pris en compte dans notre calcul de gap de duration effective simplifié car ce dernier s'appuie ne que sur le scénario RFR-50bps et le scénario central.

Pour corriger ce biais nous allons calculer le gap de duration avec les 3 approches suivantes :

Approche 1: Sensitivité du BE=  $((BE -50bps- BE Central) / BE Central) / 0,5\%$   
Sensitivité de la MV=  $((MV -50bps- MV Central) / MV Central) / 0,5\%$

Approche 2: Sensitivité du BE=  $((BE Central- BE +50bps) / BE Central) / 0,5\%$   
Sensitivité de la MV=  $((MV Central- MV+50bps) / MV Central) / 0,5\%$

Approche 3: Sensitivité du BE=  $((BE -50bps- BE +50bps) / BE Central) / 1\%$   
Sensitivité de la MV=  $((MV -50bps- MV +50bps) / MV Central) / 1\%$

Sensi MV+50bps	7,0	Sensi BEL+50bps	9,6
SensiMV-50bps	7,8	Sensi BEL-50bps	7,5
Sensi MV +/-50bps	7,4	Sensi BE +/-50bps	8,6

Figure 55

Nous obtenons ainsi les gaps de duration avec les 3 approches :

Gap de duration Approche 1	-1,3
Gap de duration Approche 2	1,3
Gap de duration Approche 3	0,03

Figure 56

Nous observons quelque chose de très intéressant : le gap de duration n'a pas le même signe pour les deux approches :

- Avec l'approche 1, puisque le gap de duration est négatif, la PVFP augmente avec la baisse des taux.
- Avec l'approche 2 puisque le gap de duration est positif, la PVFP augmente avec la hausse des taux car nous avons l'effet miroir de la relation 3  
 **$\Delta PVFP = MV Central * Gap de Duration * (\Delta Taux)$  avec  $\Delta Taux = 0,5\%$**
- Avec l'approche 3 puisque le gap de duration est égal à 0, la PVFP ne varie pas à cause de la variation des taux

Cet exemple montre des limites liées avec l'utilisation de gap de duration simplifié pour interpréter la variation de la PVFP. Quand il y a une déformation de sensibilité sur les deux chocs des taux, nous aurons des évolutions de la PVFP qui ne seront pas en ligne avec la prédiction de l'équation 3. Et dans cette situation, il faut calculer le gap de duration avec au moins les 2 premières approches pour mieux comprendre la sensibilité de la PVFP.

### 3.3. Exemples pour essayer de réduire le gap de duration

Le gap de duration est un outil qui nous permet de piloter la sensibilité des fonds propres solvabilité II à la variation des taux. Un bilan dont le gap de duration est proche de 0 est mieux immunisé contre la variation des taux par rapport à un bilan dont le gap de duration est 5 ans.

Souvent dans la vie courante pour les assureurs vie, nous avons toujours des actifs qui sont plus courts que les passifs. Cela est lié avec les engagements qui sont souvent très longs et on a du mal à trouver des actifs qui permettent de couvrir de très longues périodes.

Dans cette section, nous allons tester quelques options qui pourrait réduire le gap de duration.

#### 3.3.1. TMG et gap de duration

Nous avons vu dans les sections précédentes que la notion de la duration effective est équivalente à celle de la sensibilité. Pour la duration de Macaulay, si on diminue le niveau du TMG ou de la PB, on peut diminuer la duration en conséquence directe.

Dans le cadre de la duration de Macaulay, la diminution du niveau de TMG ou la limitation du taux de PB permet une mise en réserve, un lissage et limite les exigences de revalorisation future. Le raisonnement fonctionne si on mesure le bilan avec la duration de Macaulay car le BE est la somme actualisée des flux de prestations, du TMG et de la PB déductions faites des primes. Si on diminue le TMG ou la PB, le BE diminue. Il est évident que si on diminue le niveau du TMG ou de la PB, la duration du BE diminue car on distribue moins. On pourrait donc réduire le gap de duration avec une duration de BE diminué. Mais est-ce-que c'est aussi le cas pour la duration effective ? Mais est-ce-que le même raisonnement marche aussi pour la duration effective ?

Pour répondre à cette question, je reprends l'étude de la section 2.2.1 effectuée sur la base du bilan au 31/12/2021. Pour rappel dans cette étude, je fais varier uniquement le niveau de TMG pour un produit d'épargne. Tous les autres paramètres restent inchangés dans les sensibilités.

Ci-dessous le tableau qui récapitule le lien entre les différents niveaux de TMG et le gap de duration :

TMG	Duration BEL	Duration MV	Gap de Duration
0%	11,45	10,65	- 0,18
0,39%	11,64	10,65	- 0,35
1,39%	11,77	10,65	- 0,47
1,50%	11,82	10,65	- 0,51
2%	11,05	10,65	0,18
2,39%	10,12	10,65	1,01
3,89%	10,33	10,65	0,82

Figure 57

A partir du tableau ci-dessus, on voit que dans l'intervalle de TMG de [0%, 1,5%], la hausse du TMG fait augmenter la duration du BE. Plus le niveau de TMG est faible, plus le gap de duration sera proche de zéro.

Par contre pour un niveau de TMG plus élevé, on voit que dans l'intervalle de TMG de [2%, 3,89%], plus le niveau de TMG est faible, plus le gap de duration sera proche de zéro.

Donc dans cet exemple, avec les conditions économiques au 31/12/2021 et les caractères du produit, le niveau de TMG qui permet avoir un gap de duration proche à 0 sera aux alentours de 0% ou 2%. Sachant que dans la vie réelle, le TMG associé avec le produit est de 3,89%, ce qui est extrêmement élevé avec un gap de duration de 0,82 ans. Si on arrive à baisser le TMG à 0% ou à 2%, on arrive à bien diminuer le gap de duration. Au contraire, si on baisse le TMG à un niveau de 2,39%, on augmente le gap de duration au lieu de le baisser.

Cette étude montre qu'il n'existe pas de linéarité entre le gap de duration et le niveau du TMG. Si on souhaite optimiser le gap de duration, il faut bien faire des études de sensibilité avant de décider la stratégie à entreprendre.

### 3.3.2. PB contractuelle et gap de duration

Dans cette partie je vais étudier le lien entre le niveau de la PB contractuelle et le gap de duration. L'étude est basée sur les données au 31/12/2021.

Dans la première sensibilité, pour chaque contrat je diminue le niveau de la PB contractuelle de 10%. Pour les contrats dont la PB contractuelle est inférieure à 10%, la PB contractuelle est modélisée à 0%. Par contre on garde toujours la PB réglementaire.

Les deux tableaux ci-dessous montrent l'impact de la baisse de la PB de 10% sur le gap de duration de chaque fonds au 31/12/2021 :

	Dur BE	Dur MV	Gap de duration
<b>Epargne 1</b>	11,07	8,52	- 1,97
<b>Epargne 2</b>	9,20	5,48	- 3,32
<b>Epargne 3</b>	8,80	6,70	- 1,73
<b>Epargne 4</b>	9,00	7,36	- 1,26
<b>Epargne 5</b>	8,09	7,96	0,18
<b>Epargne 6</b>	10,32	10,65	0,83
<b>Retraite</b>	15,80	14,16	- 0,48
<b>PERP 1</b>	12,28	19,06	7,49
<b>PERP 2</b>	11,76	12,46	1,36

Figure 58

	Dur BE PB-10%	Dur MV PB-10%	Gap de duration PB-10%
<b>Epargne 1</b>	11,01	8,52	- 1,92
<b>Epargne 2</b>	9,53	5,48	- 3,61
<b>Epargne 3</b>	8,73	6,70	- 1,67
<b>Epargne 4</b>	9,15	7,36	- 1,39
<b>Epargne 5</b>	8,08	7,96	0,19
<b>Epargne 6</b>	10,32	10,65	0,83
<b>Retraite</b>	15,89	14,16	- 0,56
<b>PERP 1</b>	12,09	19,06	7,66
<b>PERP 2</b>	11,87	12,46	1,26

Figure 59

Le résultat de la sensibilité avec une baisse de 10% sur la PB contractuelle n'est pas très concluant. Parmi les 9 fonds testés, il y a que 3 fonds dont la duration du BE a diminué avec la baisse de la PB



contractuelle : fonds 1, fonds 3 et Perp 2. Sur les 6 fonds restants, nous observons au contraire une hausse de la durée du BE, donc une augmentation du gap de durée.

Dans la deuxième sensibilité, pour chaque contrat, le niveau de la PB contractuelle est de 0% pour chaque contrat. Le tableau ci-dessous montre l'impact de la PB contractuelle à 0% sur le gap de durée de chaque fonds au 31/12/2021 :

	Dur BE PB 0%	Dur MV PB 0%	Gap de durée PB 0%	
<b>Epargne 1</b>	11,21	8,52	-	2,09
<b>Epargne 2</b>	10,50	5,48	-	4,50
<b>Epargne 3</b>	8,78	6,70	-	1,71
<b>Epargne 4</b>	8,06	7,36	-	0,38
<b>Epargne 5</b>	8,08	7,96		0,19
<b>Epargne 6</b>	10,32	10,65		0,83
<b>Retraite 1</b>	16,44	14,16	-	1,03
<b>PERP 1</b>	12,20	19,06		7,56
<b>PERP 2</b>	12,12	12,46		1,03

Figure 60

Le résultat de la sensibilité avec une PB contractuelle à 0% n'est pas non plus concluant. Parmi les mêmes fonds testés il y a que 4 fonds dont la durée du BE a diminué : fonds 3, fonds 4, fonds 5 et Perp 1. Sur les 5 fonds restants, nous observons une hausse de la durée du BE, donc une augmentation du gap de durée.

A partir de ces deux études, il paraît clair que la diminution de la PB contractuelle ne permet pas de diminuer la durée du BE, donc ne permet pas de réduire le gap de durée. Je teste donc la troisième sensibilité dans laquelle pour chaque contrat, le niveau de la PB contractuelle est augmenté à 100%.

Le tableau ci-dessous montre l'impact de la PB contractuelle à 100% sur le gap de durée de chaque fonds au 31/12/2021 :

	Dur BE PB 100%	Dur Actifs PB 100%	Gap de durée PB 100%	
<b>Epargne 1</b>	9,93	8,52	-	0,94
<b>Epargne 2</b>	8,54	5,48	-	2,71
<b>Epargne 3</b>	8,84	6,70	-	1,77
<b>Epargne 4</b>	8,66	7,36	-	0,94
<b>Epargne 5</b>	8,06	7,96		0,21
<b>Epargne 6</b>	10,32	10,65		0,83
<b>Retraite 1</b>	15,81	14,16	-	0,49
<b>PERP 1</b>	12,57	19,06		7,23
<b>PERP 2</b>	11,72	12,46		1,39

Figure 61

Sur une grosse majorité des fonds, le fait d'augmenter le niveau de la PB contractuelle permet bien de diminuer la durée du Best Estimate Liabilities, donc de réduire le gap de durée.

## Quatrième partie : Gap de Duration et Ratio de solvabilité

Dans le chapitre 3, nous avons vu qu'il existe bien une relation entre la variation de la PVFP et le gap de duration. Dans ce nouveau chapitre, je vais étudier la relation entre la variation du ratio de la solvabilité et le gap de duration. Pour établir cette relation, la tâche semble plus compliquée. La variation sur les fonds propres économiques après les chocs des différents paramètres peut être obtenue à partir de mon outil de projection si les données sur les tables d'actifs et les scénarios économiques sont disponibles. Néanmoins je ne dispose pas d'outil de projection qui me permette ensuite de calculer les SCR automatiquement. De plus il y a beaucoup de spécificité dans l'utilisation du modèle interne pour calculer les SCR. Pour contourner ces difficultés, je me suis inspirée d'une étude de cas lors de la formation CEA2 sur le calcul des ratios de solvabilité à partir de la formule standard.

J'adapte l'étude de cas pour avoir deux variants ayant des gaps de duration à signe inversé. Pour chaque variant, je calcule le SCR, les fonds propres économiques et le ratio de solvabilité dans des situations des taux différents pour pouvoir mesurer l'impact des taux sur le ratio de solvabilité des deux variants ayant des gaps de duration à signe inversé. A partir de cet exercice, j'obtiens une conclusion assez encourageante sur la relation entre le gap de duration et l'évolution du ratio de solvabilité. Pour généraliser cette relation, je procède à la fin par une démonstration théorique pour confirmer la relation entre la variation des ratios de solvabilité et le gap de duration.

Nous allons donc dans un premier temps revoir les notions des SCR (Solvency Capital Requirement) avant de faire deux études de cas pour essayer de comprendre la variation du ratio de la solvabilité et le gap de duration. Au final nous allons essayer de démontrer la relation entre le ratio de solvabilité et le gap de duration d'un point de vue théorique.

### 1. DEFINITION SCR FORMULE STANDARD

Dans le cadre de la solvabilité II, la notion du Solvency Capital Requirement correspond à une mesure de risque 1 an. Ce Solvency Capital Requirement est le capital à immobiliser pour couvrir une perte bicentenaire à l'horizon 1 an, c'est-à-dire que la probabilité de ruine à horizon 1 an soit inférieur à 0,5% (1/200).

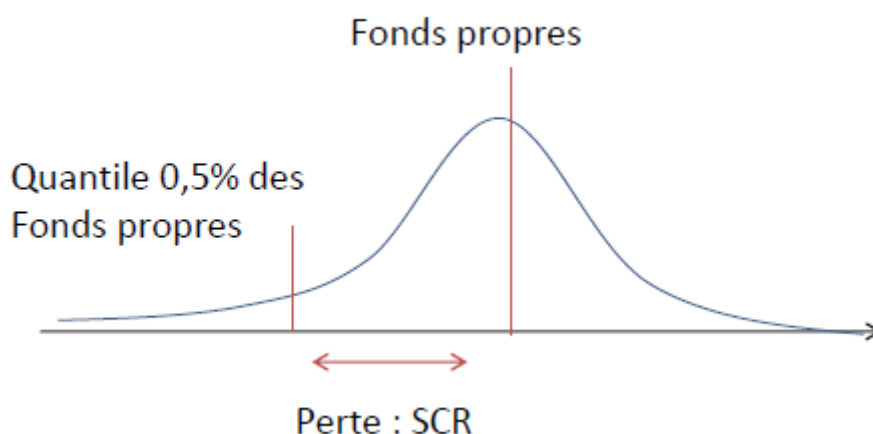


Figure 62

Le SCR est calculé comme suivant :  $SCR = BSCR - \text{Ajustement} + SCR_{\text{Opérationnel}}$

Le calcul du BSCR s'effectue risque par risque et ensuite agrégé via une matrice de corrélation entre les différents risques :

$$BSCR = \sqrt{Scr^T \times Corr \times Scr}$$

Où Scr est le vecteur contenant les différents modules de risque et Corr la matrice de corrélation des différents modules de risque.

Pour chacun des risques (pris indépendamment les uns des autres) un choc 1/200 est appliqué comme suit :

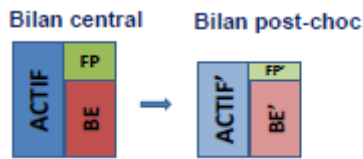


Figure 63

On calcule ensuite une variation de fonds propres :

$$SCR_{\text{risque}} = \Delta \text{Fonds Propres} = \Delta \text{Actif} - \Delta \text{BE}$$

Pour les risques de marché, l'actif et le BE sont concernés par la variation de fonds propres. Pour les risques techniques, d'une manière générale, seul le terme  $-\Delta \text{BE}$  est concerné.

Un SCR ne peut pas être négatif :  $SCR_{\text{risque}} = \max(0, \Delta \text{Fonds Propres})$

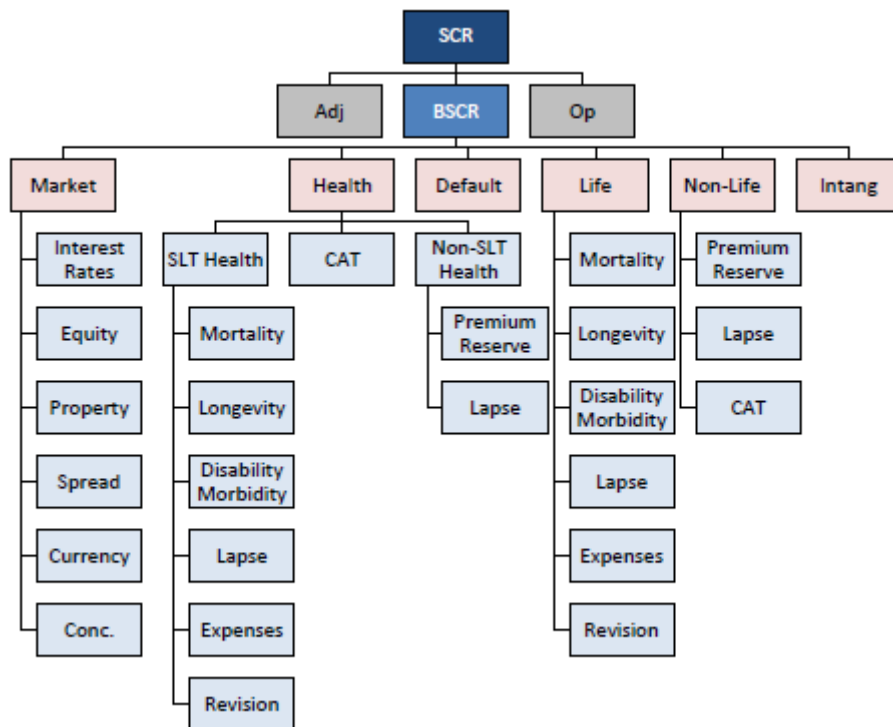


Figure 64

L'agrégation des différents modules se fait via la matrice de corrélation ci-après :

	Marché	Contre-partie	Vie	Santé	Non-Vie
Marché	1	25%	25%	25%	25%
Contre-partie		1	25%	25%	50%
Vie			1	25%	0%
Santé				1	0%
Non-Vie					1

Figure 65

## 1.1. Risque de marché

Dans le module Risque de marché, il y a différents sous-modules de risques : risque de taux, risque des actions, risques des immobiliers, risque de spread, risque de change et le risque de concentration.

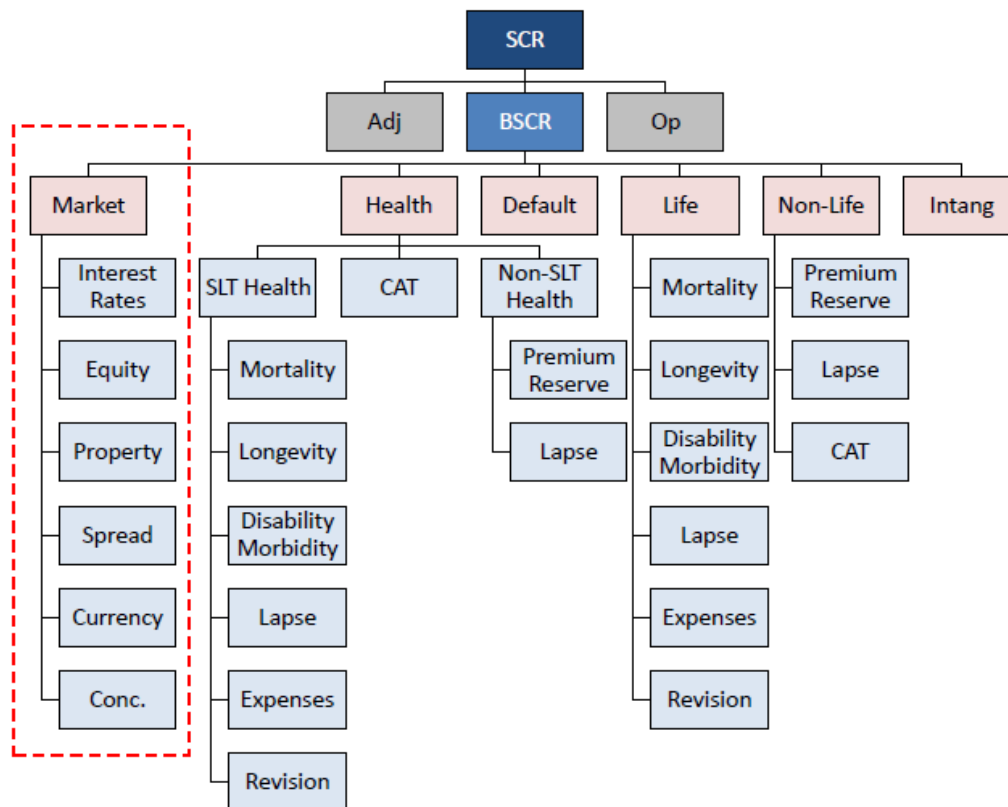


Figure 66

### 1.1.1. Risque de taux

Le risque de taux est un risque majeur pour un assureur vie à cause de sa détention conséquente d'actifs obligataires. Il existe deux composantes pour le risque de taux : la hausse des taux et la baisse des taux.

Les chocs des taux influent à la fois sur l'actif (valeur des obligations) et sur le passif (actualisation des flux de passif).

Les courbes de taux choquées sont publiées par EIOPA. Le Risque de hausse des taux est la valeur maximum entre un choc relatif et 1%. Le risque de baisse des taux est également un choc relatif et il est égale à 0 quand les taux sont négatifs.

Pour les engagements pour lesquels un générateur de scénarios économiques est utilisé, le calcul du SCR taux nécessite de disposer d'un jeu de scénarios cohérent avec la courbe des taux stressés.

Le graphique suivant montre les deux courbes choquées par rapport à la courbe centrale :

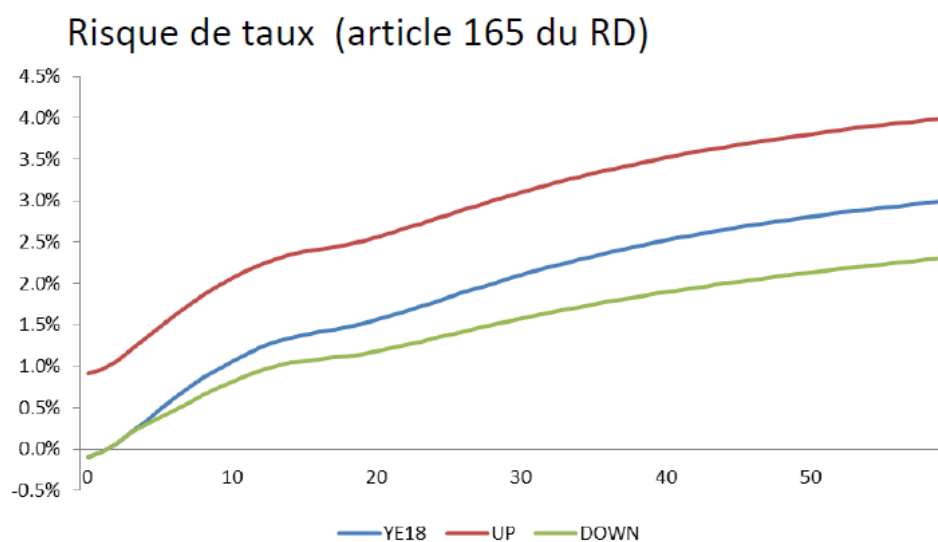


Figure 67

### 1.1.2. Risque des actions

Pour le calcul du risque des actions, on distingue différents types d'actions : les actions type 1, les actions type 2, les participations stratégiques et les infrastructures.

Les actions type 1 correspondent aux actions cotées sur un marché régulé dans un pays membre l'EEE/OCDE. Le choc appliqué est de 39%.

Les actions type 2 correspondent :

- aux actions cotées dans les pays non membres de l'EEE/OCDE
- aux actions non-cotées

Le choc appliqué est de 49% car elles présentent plus de risques par rapport aux actions type 1. Concernant les participations stratégiques, le choc est réduit à 22%, ce qui est beaucoup moins important par rapport aux actions de types 1 et 2. Le titre doit être dans une entreprise liée et il faut justifier la nature stratégique de l'investissement.

Pour les infrastructures, le choc est également réduit à 22%. Les infrastructures sont réallouées, pour agrégation, aux actions de type 2.

Pour l'agrégation, on applique un coefficient linéaire de 75% entre les actions de type 1 et 2.

On applique un ajustement symétrique sur le risque des actions pour le rendre moins contracyclique. L'idée est d'augmenter le choc des actions lorsque les marchés sont hauts et le réduire après une chute :

$$SA = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{CI - AI}{AI} - 8\% \right)$$

- AI : moyenne de l'indice au cours des 36 derniers mois
- CI : niveau actuel du cours

L'ajustement ne peut pas dépasser  $\pm 10\%$

### 1.1.3. Risque des immobiliers

Le choc appliqué à la valeur de marché des actifs immobiliers est de 25%.

### 1.1.4. Risque de spread

Le risque de spread est également un risque majeur au sein du module risque financier. D'une manière générale, le choc de spread est une fonction linéaire par morceau de la duration. Par simplification, le choc de spread est appliqué à la valeur de marché des titres et non au spread en tant que tel.

Le risque de spread doit être calculé sur les obligations et les prêts, les positions de titrisation et les dérivés de crédit à des fins autres que de couverture.

Notion de CQS

Le risque de spread recourt à la notation en CQS (Credit Quality Steps, ou échelon de qualité de crédit). Le règlement d'exécution (UE)2016/1799 détaille les tables de correspondance à appliquer pour les différentes agences de notation.

CQS	1	2	3	4	5	6
Rating	AAA-AA	A	BBB	BB	B	CCC et +
Équivalent ratio de couverture (180§4)	196%	175%	122%	95%	75%	<75%

Figure 68

Le niveau de choc de spread pour les obligations et les prêts est calculé par rating et par duration :

- $\text{Choc} = a_i + b_i \cdot \text{dur}$
- $\text{VM}_{\text{choc}} = \text{VM} \cdot (1 - \text{choc})$

Échelon de qualité de crédit		0		1		2		3		4		5 et 6	
Duration (dur <sub>i</sub> )	stress <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>
Jusqu'à 5 ans	$b_i \cdot dur_i$	—	0,9 %	—	1,1 %	—	1,4 %	—	2,5 %	—	4,5 %	—	7,5 %
Supérieure à 5 et inférieure ou égale à 10 ans	$a_i + b_i \cdot (dur_i - 5)$	4,5 %	0,5 %	5,5 %	0,6 %	7,0 %	0,7 %	12,5 %	1,5 %	22,5 %	2,5 %	37,5 %	4,2 %
Supérieure à 10 et inférieure ou égale à 15 ans	$a_i + b_i \cdot (dur_i - 10)$	7,0 %	0,5 %	8,4 %	0,5 %	10,5 %	0,5 %	20,0 %	1,0 %	35,0 %	1,8 %	58,5 %	0,5 %

Échelon de qualité de crédit		0		1		2		3		4		5 et 6	
Duration (dur <sub>i</sub> )	stress <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>
Supérieure à 15 et inférieure ou égale à 20 ans	$a_i + b_i \cdot (dur_i - 15)$	9,5 %	0,5 %	10,9 %	0,5 %	13,0 %	0,5 %	25,0 %	1,0 %	44,0 %	0,5 %	61,0 %	0,5 %
Plus de 20 ans	$\min[a_i + b_i \cdot (dur_i - 20); 1]$	12,0 %	0,5 %	13,4 %	0,5 %	15,5 %	0,5 %	30,0 %	0,5 %	46,5 %	0,5 %	63,5 %	0,5 %

Figure 69

A partir du tableau ci-dessous et de la formule de choc donnée plus tôt dans la section 1.1.4, nous obtenons les chocs équivalents au milieu de l'intervalle :

Duration   CQS	0	1	2	3	4	5+
-5	2.3%	2.8%	3.5%	6.3%	11.3%	18.8%
5-10	5.8%	7.0%	8.8%	16.3%	28.8%	48.0%
10-15	8.3%	9.7%	11.8%	22.5%	39.5%	59.8%
15-20	10.8%	12.2%	14.3%	27.5%	45.3%	62.3%
20+	14.5%	15.9%	18.0%	32.5%	49.0%	66.0%

Figure 70

A partir du tableau ci-dessus, on déduit que le niveau de choc de spread augmente avec la durée. A un niveau de qualité de spread donné, plus la durée est longue, plus important est le niveau de choc de spread. Si on reste sur le même niveau de durée, le choc de durée augmente quand la qualité de crédit se dégrade.

Le niveau de choc de spread pour les positions de titrisation dépend également du niveau de crédit :  
 $\text{choc} = b_i \cdot \text{Dur}$

Échelon de qualité de crédit	0	1	2	3	4	5	6
$b_i$	12,5 %	13,4 %	16,6 %	19,7 %	82 %	100 %	100 %

Figure 71

Le niveau de choc de spread pour les positions de re-titrisation dépend également du niveau de crédit : choc= $b_i$  \* Dur

Échelon de qualité de crédit	0	1	2	3	4	5	6
$b_i$	33 %	40 %	51 %	91 %	100 %	100 %	100 %

Figure 72

Pour les dérivés de crédit, le choc de spread dépend de la qualité de crédit et de l'augmentation soudaine de l'écart :

Échelon de qualité de crédit	0	1	2	3	4	5	6
Augmentation soudaine de l'écart (en points de pourcentage)	1,3	1,5	2,6	4,5	8,4	16,20	16,20

Figure 73

Dans la formule standard, il n'y a pas de risque de spread sur les obligations d'Etats OCDE. Par contre on calcule bien le risque de spread pour les obligations d'Etats hors OCDE, les obligations garanties et les infrastructures.

### 1.1.5. Risque de change

Le risque de change couvre les risques provenant de la volatilité des taux de change pour les instruments non couverts contre ce risque.

Pour chaque devise (hors cas spécifique des devises liées à l'euro), on applique un choc de 25% à la hausse et à la baisse. On retient la variation en fonds propres maximale parmi le choc à la hausse et à la baisse. Puis on somme les SCR de change par devise (pas de diversification entre devise)

### 1.1.6. Risque de concentration

Le risque de concentration couvre le risque inhérent à un manque de diversification du portefeuille.

$$SCR_{conc} = \sqrt{\sum_i Conc_i^2}$$

Où :

- Toutes les entreprises appartenant à un même groupe sont regroupées au sein d'une même signature unique
- Toutes les propriétés situées dans un même édifice correspondent à la même signature

Sont exclus du calcul du risque contrepartie :



- Les actifs détenus en représentation des contrats en UC
- Exposition intra-groupe
- Exposition souveraine
- Exposition prises en compte dans le module risque de contrepartie
- Actifs d'impôts différés
- Immobilisations incorporelles

$Conc_i$  = Variation de fonds propres correspondant à une perte à l'actif de  $X_{S_i} * g_i$

Où  $g_i$  est un choc défini en fonction du rating moyen de l'exposition et  $X_{S_i}$  correspond à l'excédent par rapport à un niveau de seuil (dépend du seuil).

Moyenne pondérée des échelons de qualité de l'exposition sur signature unique $i$	0	1	2	3	4	5	6
Seuil relatif d'exposition en excès $CT_i$	3 %	3 %	3 %	1,5 %	1,5 %	1,5 %	1,5 %

Moyenne pondérée des échelons de qualité de l'exposition sur signature unique $i$	0	1	2	3	4	5	6
Facteur de risque $g_i$	12 %	12 %	21 %	27 %	73 %	73 %	73 %

Figure 74

Pour une signature notée A (CQS 2) représentant 10% du total des actifs, on applique un choc de 21% à  $(10\%-3\%) = 7\%$  de l'actif. Pour une signature en deçà du seuil, aucun choc n'est appliqué.

Le tableau ci-dessous récapitule la corrélation entre les sous-modules

	Taux	Action	Immobilier	Spread	Concentration	Change
Taux	100%					
Action	A	100%				
Immobilier	A	75%	100%			
Spread	A	75%	50%	100%		
Concentration	0	0%	0%	0%	100%	
Change	25%	25%	25%	25%	0%	100%

Figure 75

Le facteur A dépend de la sensibilité au choc de taux

- A = 0% si le choc retenu pour le SCR taux est le choc à la hausse
- A = 50% sinon

Si on compare le niveau de choc entre les différents sous-modules, les actions sont largement plus risquées que les autres classes d'actif avec un niveau de choc entre 39% et 49%

## Risque de marché : exemples de chocs

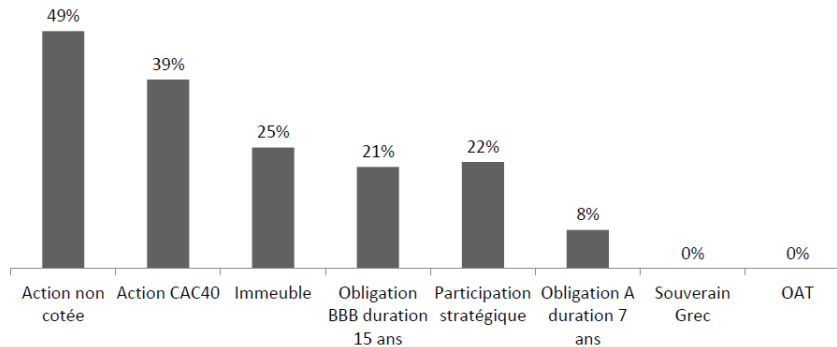


Figure 76

## 1.2. Risque de souscription Vie

Au sein du risque de souscription pour l'assurance vie, il y a le risque de mortalité, le risque de longévité, le risque d'invalidité/morbidité, le risque de cessation (rachat), le risque de frais et le risque de révision.

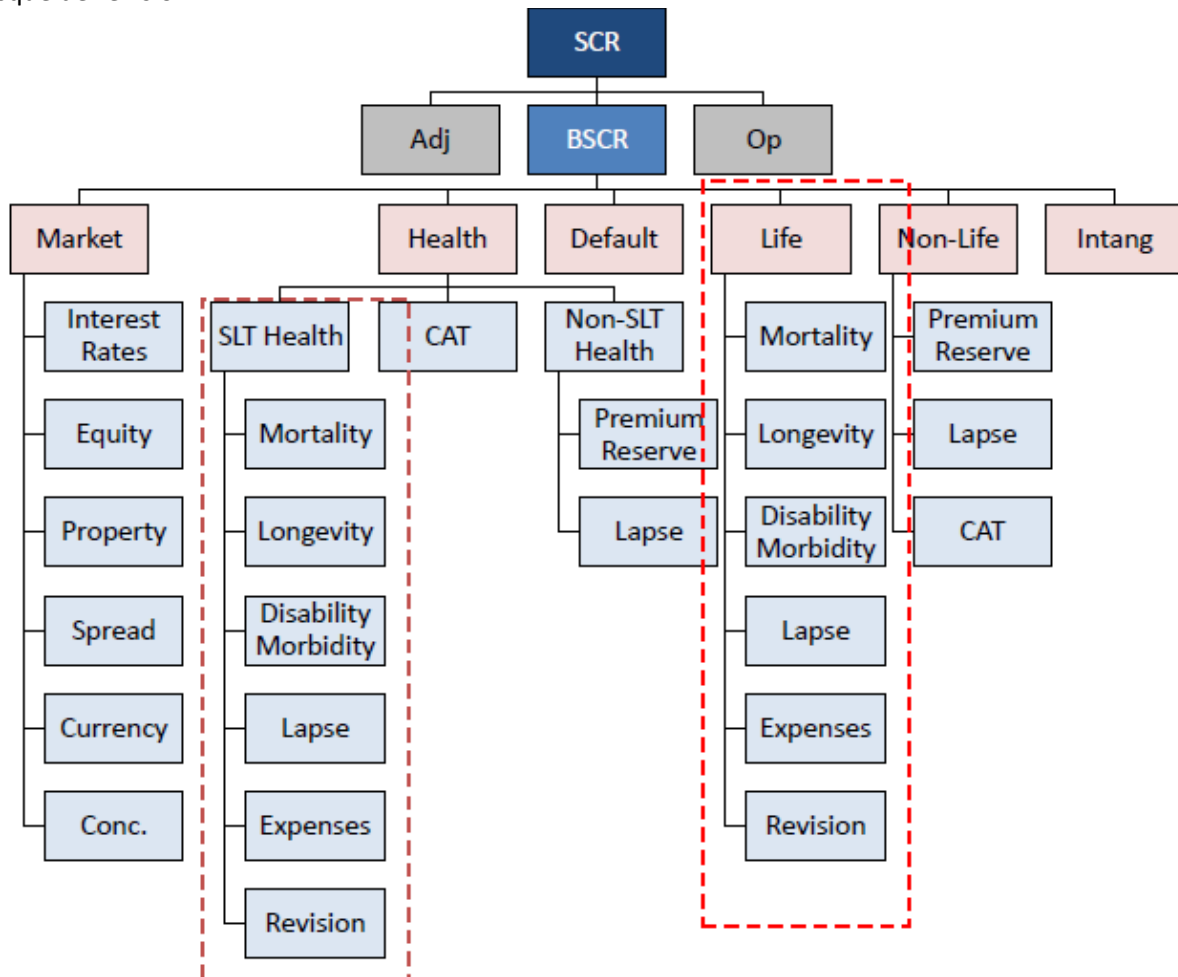


Figure 77

Les chocs de souscription ne s'appliquent qu'aux contrats sensibles. Cela implique notamment qu'il n'y a pas de compensation entre les différents contrats.

### 1.2.1. Risque de mortalité/Longévité

Le risque de mortalité couvre le risque d'une hausse de mortalité de 15% sur toute la durée de la projection :

$$q'_x = (1+15\%) * q_x$$

Le risque de mortalité Cat couvre le risque d'une hausse de 1,5% sur les 12 prochains mois :

$$q'_x = (1+1,5\%) * q_x$$

Le risque de longévité couvre le risque d'une baisse de mortalité de 20% sur toute la durée de la projection :

$$q'_x = (1-20\%) * q_x$$

### 1.2.1. Risque d'invalidité/morbidité

Le risque d'invalidité couvre le risque d'une hausse de risque d'invalidité/morbidité. Pour le calcul de ce risque, le taux passage en invalidité/morbidité pour les 12 premiers mois est de 35%, et ensuite passe à 25% pour le reste de la durée de la projection. On combine également ce choc avec une diminution de 20% sur le taux de sortie.

### 1.2.2. Risque de cessation (principalement rachat)

Le risque de cessation couvre le risque d'une baisse de rachat, celui d'une hausse de rachat et celui d'un rachat massif.

Pour le risque de la baisse de rachat, on diminue le taux de rachat de 50% sur toute la durée de la projection :

$$tx'_{\text{rachat}} = tx_{\text{rachat}} * (1-50\%)$$

Pour le risque de la hausse de rachat, on diminue le taux de rachat de 50% sur toute la durée de la projection :

$$tx'_{\text{rachat}} = tx_{\text{rachat}} * (1+50\%)$$

Pour le risque de rachat massif, on augmente le taux de rachat de 40% pour la première année :

$$tx'_{\text{rachat}}(1) = tx_{\text{rachat}}(1) * (1+40\%)$$

Le risque de cessation est ensuite calculé en prenant le maximum des 3 risques ci-dessus.

### 1.2.3. Risque des frais

Le risque de frais couvre le risque avec une hausse des frais. On combine deux chocs : le premier choc correspond à une augmentation uniforme de 10% du montant des frais, le deuxième choc correspond à une augmentation de 1 point de l'estimation du taux d'inflation des frais.

### 1.2.4. Risque de révision

Le risque de révision couvre le risque d'une augmentation uniforme et permanente de 3% du montant annuel des rentes pouvant faire l'objet de révision.

### 1.2.5. Agrégation entre les différents risques

Les risques de souscription sont agrégés via la matrice de corrélation suivante :

	Mortalité	Longévité	Invalidité	Frais	Révision	Cessation	CAT
Mortalité	100%						
Longévité	-25%	100%					
Invalidité	25%	0%	100%				
Frais	25%	25%	50%	100%			
Révision	0%	25%	0%	50%	100%		
Cessation	0%	0%	0%	50%	0%	100%	
CAT	25%	0%	25%	25%	0%	25%	100%

Figure 78

### 1.3. Ratio de solvabilité

Le Ratio de Solvabilité se calcule comme :  $\text{Ratio de Solvabilité} = \text{Fonds Propres} / \text{SCR}$

Leçons des crises passées (en particulier celle de 2008) : les éléments de fonds propres utilisés pour couvrir le SCR doivent être disponibles en situation de choc.

Règle de « tiering » des fonds propres :

- Tier1 : FP de qualité, disponibles en totalité pour couvrir les risques
- Tier2 : FP de qualité moindre, ne peuvent pas couvrir plus de la moitié de l'exigence
- Tier3 : FP auxiliaires de qualité moindre

Au-delà des fonds propres économiques (Actif – Passif), Solvabilité II reconnaît plusieurs éléments de fonds propres. Mais la réglementation introduit des limites quant à l'utilisation qui peut être faite de ces éléments de fonds propres supplémentaires (Passifs subordonnés, Fonds propres auxiliaires)

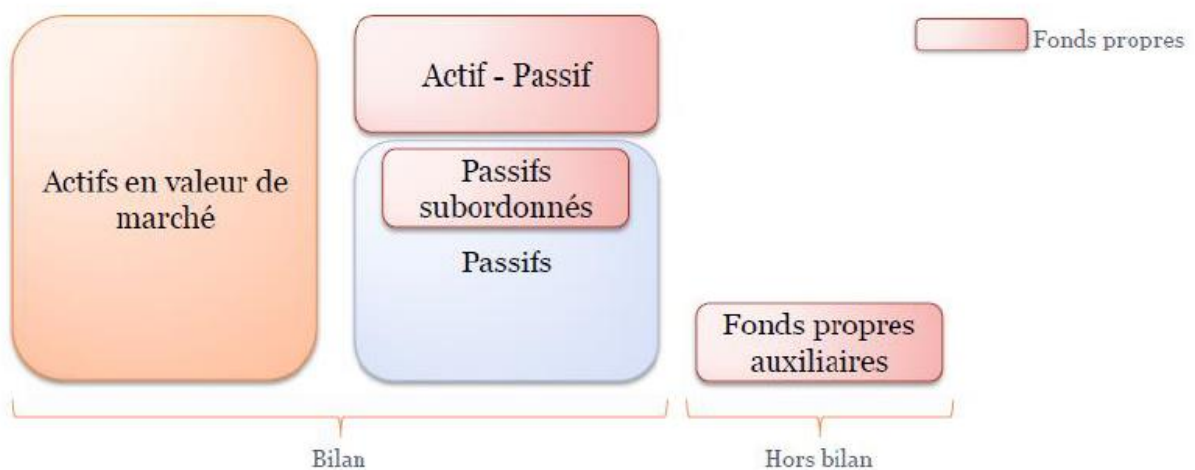


Figure 79

Fonds propres éligibles en couverture du SCR

MCR	SCR
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Couvert au moins à 80% par du T1</li> <li>• Au maximum à 20% par du T2 (pas de T3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Au moins à 50% par du T1</li> <li>• Au plus à 50% par du T2 et T3</li> <li>• Au plus à 15% par du T3</li> </ul>

Figure 80

Les fonds propres sont répartis en 3 Tiers selon 5 critères de qualité :

- Disponibilité permanente pour absorber les pertes
- Subordination
- Absence d'incitation à rembourser le titre
- Absence de charges financières
- Absence de contraintes

## 2. ETUDE DE CAS

Dans cette section nous allons essayer de trouver le lien entre le gap de duration et l'évolution du ratio de solvabilité à partir de deux exemples concrets. Nous allons ensuite établir le lien avec une démonstration théorique.

Dans les deux exemples, les paramètres de modélisations sont quasiment identiques sauf celui de la maturité des obligations. Dans le cas A, les obligations ont une maturité de 10 ans tandis que dans le cas B, les obligations ont une maturité de 2 ans. Les obligations sont supposées être en run-off, sans la possibilité d'achat ou de vente. Avec cette construction, nous avons dans le cas A un gap de duration positif, c'est-à-dire que la duration des actifs dépasse celle des passifs. Dans le cas B, nous avons un gap de duration négatif. L'idée est de comparer l'évolution de leur ratio de solvabilité avec leurs gaps de duration qui sont de signes opposés.

Pour simplifier la complexité du calcul, le calcul du SCR est basé sur la formule standard. On omettra également la marge de risque lors de l'établissement des bilans Solvabilité II (les PT S2 seront donc uniquement constituées des provisions Best Estimate Liabilities). On négligera également, sauf mention contraire, les effets d'impôts.

Pour rappel, les chocs à appliquer sont précisés dans le règlement délégué (articles 136 et suivants) : <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/PDF/?uri=CELEX:32015R0035&from=DE>  
On supposera le taux d'impôt à 0%.

### 2.1. Etude de cas A – Maturité des obligations à 10 ans

Un assureur commercialise un produit présentant les caractéristiques ci-après :

- Montant de la prime unique à la souscription : 100 000 €
- Âge de souscription : 45 ans
- Durée du contrat : vie entière
- Prestation : Prime unique revalorisée reversée au décès du souscripteur ou en cas de rachat anticipé (auquel cas la valeur de rachat est celle de début d'année). Les sommes dues au titre des rachats et décès sont supposées être versées en fin d'année après revalorisation des encours.
- Revalorisation des encours :
  - taux technique de 0 % ;
  - clause de participation aux bénéfices prévoyant de reverser 90 % du résultat cumulé (financier + technique) aux souscripteurs au terme du contrat (lors du rachat ou du décès). Seuls les produits financiers issus des actifs en représentation des engagements entrent dans le calcul de la clause de PB.

L'assureur souscrit 1 000 contrats au 31/12/2019, date à laquelle la société est créée.

#### 2.1.1. Hypothèses de projection - Base Case

Dans un premier temps, on cherche à construire les hypothèses de projection. On dispose pour cela des données externes.

## A. Swap

La courbe des taux utilisée est la courbe EIOPA à fin 2019 avec VA qui peut être téléchargée à l'adresse suivante :

[https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/risk\\_free\\_interest\\_rate/eiopa\\_rfr\\_20191231\\_0\\_0.zip](https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/risk_free_interest_rate/eiopa_rfr_20191231_0_0.zip)

(fichier « Term Structures », onglet (« RFR spot with VA », monnaie Euro, chocs « UP » et « DOWN » correspondants).

L'exemple ci-dessous montre les 15 premières maturités de la courbe swap central, avec le choc à la hausse et avec le choc à la baisse.

	Central	Up	Down
	Euro	Euro	Euro
1	-0,35%	0,65%	-0,35%
2	-0,32%	0,68%	-0,32%
3	-0,27%	0,73%	-0,27%
4	-0,22%	0,79%	-0,22%
5	-0,16%	0,84%	-0,16%
6	-0,09%	0,91%	-0,09%
7	-0,01%	0,99%	-0,01%
8	0,05%	1,05%	0,05%
9	0,12%	1,12%	0,10%
10	0,18%	1,18%	0,15%
11	0,23%	1,23%	0,19%
12	0,28%	1,28%	0,22%
13	0,34%	1,34%	0,26%
14	0,39%	1,39%	0,30%
15	0,43%	1,43%	0,33%

Figure 81

On rappelle, à toutes fins utiles, qu'étant donné une courbe de taux « spot » (comme la courbe de taux EIOPA), l'actualisation d'un flux F à la date t se fait en multipliant le flux F par  $1/(1+r_t)^t$  (c'est-à-dire par le prix de zéro-coupon de maturité t  $ZC_t$ ) avec  $r_t$  le taux spot de maturité t. On obtient alors  $Factualisé = F/(1+r_t)^t = F * ZC_t$

A partir du tableau ci-dessus, on obtient le prix des zéro-coupon pour différentes maturités (avec les 15 premières maturités pour exemple) :

	Central	Up	Down
	Euro	Euro	Euro
1	1,00352236	0,99355185	1,00352236
2	1,00645105	0,98655707	1,00645105
3	1,00808329	0,97835761	1,00808329
4	1,00864642	0,96920668	1,00864642
5	1,00798806	0,95899045	1,00798806
6	1,0056586	0,94732294	1,0056586
7	1,00098055	0,93362357	1,00098055
8	0,99584972	0,91968837	0,99584972
9	0,98953134	0,90486213	0,99095574
10	0,98188285	0,88904651	0,98531976

11	0,97461775	0,87379515	0,97987409
12	0,96665653	0,85814627	0,97385706
13	0,95708229	0,84131712	0,96643125
14	0,94683232	0,82415388	0,95879623
15	0,93738571	0,80793267	0,95121371

Figure 82

## B. Mortalité

On fera le choix d'utiliser les tables INSEE disponibles au lien ci-après :

[https://www.ined.fr/fichier/s\\_rubrique/193/morta\\_niv\\_2016.fr.xls](https://www.ined.fr/fichier/s_rubrique/193/morta_niv_2016.fr.xls)

On fera l'hypothèse que les souscripteurs sont à parts égales des hommes et des femmes âgés de 45 ans et qu'ils disposent d'un niveau de vie plutôt élevé les situant dans le vingtile à 90-95%.

A partir des informations de mortalité homme et femme données par les tables INSEE, nous devons construire notre table de mortalité homme femme mixte.

Pour cela, nous partons d'une population de 50 000 hommes et de 50 000 femmes à l'âge de 45 ans. Cette population va vieillir avec la mortalité donnée séparément pour homme femme. Avec cette approche nous obtenons la table de mortalité mixte pour notre étude.

L'exemple ci-dessous montre les  $Q_x$  ainsi construits entre 45 ans et 65 ans. La table de mortalité s'arrête à l'âge de 104 ans quand l'ensemble de la population s'éteint.

Niveau de vie en vingtile	Ensemble	H	F	Mixte	Mixte
INDICATEUR	Quotient de mortalité, pour 100 000	Survie à l'âge x	Survie à l'âge x	Lx	Qx
Âge					
45	236	98 165	98 820	100 000	0,00080826
46	263	98 070	98 755	99 919	0,00087814
47	293	97 967	98 685	99 831	0,00095452
48	321	97 855	98 610	99 736	0,00103817
49	354	97 733	98 528	99 633	0,00112997
50	389	97 599	98 440	99 520	0,00123092
51	424	97 453	98 346	99 398	0,00134215
52	463	97 291	98 244	99 264	0,00146493
53	512	97 115	98 135	99 119	0,00160053
54	570	96 920	98 017	98 960	0,00175028
55	640	96 706	97 890	98 787	0,00191556
56	694	96 471	97 753	98 598	0,00209787
57	767	96 213	97 604	98 391	0,00229882
58	834	95 929	97 443	98 165	0,00252013
59	886	95 617	97 268	97 917	0,00276362
60	979	95 275	97 078	97 647	0,00303125



61	1 032	94 900	96 870	97 351	0,00332547
62	1 102	94 491	96 642	97 027	0,00364944
63	1 181	94 043	96 393	96 673	0,00400679
64	1 244	93 554	96 120	96 285	0,00440167
65	1 319	93 020	95 819	95 862	0,00483885

Figure 83

### C. Rachats

On dispose des données historiques suivantes issues d'un autre assureur sur un portefeuille similaire pour 10 générations de souscripteurs.

Année de souscription	Nombre de contrat à l'ouverture de l'année										
	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
2008	1000	998	995	990	874	830	803	784	763	714	640
2009		1000	995	982	982	862	824	796	784	762	722
2010			1000	1000	991	991	879	838	801	785	771
2011				1000	1000	994	994	892	859	815	802
2012					1000	1000	1000	993	899	856	820
2013						1000	996	994	984	898	862
2014							1000	1000	989	974	890
2015								1000	996	976	953
2016									1000	998	981
2017										1000	995
2018											1000

Figure 84

Concernant les hypothèses aux anciennetés pour lesquelles on ne dispose pas de données (+10 ans), on fera l'hypothèse d'un taux de rachat à long terme de 2%.

Pour une année de souscription N et une ancienneté m, le nombre de contrat restant est noté  $N_m$ . Le taux de rachat correspondant est exprimé comme  $N_m/N_{m-1}-1$ . Nous obtenons ainsi les taux de rachats selon l'année de souscription et l'ancienneté :

Année de souscription	Ancienneté									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2008	0,20%	0,30%	0,50%	11,72%	5,03%	3,25%	2,37%	2,68%	6,42%	10,36%
2009	0,50%	1,31%	0,00%	12,22%	4,41%	3,40%	1,51%	2,81%	5,25%	
2010	0,00%	0,90%	0,00%	11,30%	4,66%	4,42%	2,00%	1,78%		
2011	0,00%	0,60%	0,00%	10,26%	3,70%	5,12%	1,60%			
2012	0,00%	0,00%	0,70%	9,47%	4,78%	4,21%				
2013	0,40%	0,20%	1,01%	8,74%	4,01%					
2014	0,00%	1,10%	1,52%	8,62%						
2015	0,40%	2,01%	2,36%							
2016	0,20%	1,70%								
2017	0,50%									
2018										

Figure 85

A partir de ce tableau, nous avons le taux de rachat par l'année de souscription et par l'ancienneté. Finalement les taux de rachat moyens par ancienneté sont calculés comme la moyenne des taux de rachat toutes les années de souscription confondue. A partir de la maturité 11 ans, nous avons un taux de rachat constant de 2%. Nous avons dans le tableau suivant les taux de rachat par ancienneté :

	Ancienneté									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
tx de rachat moyen	0,2%	0,9%	0,8%	10,3%	4,4%	4,1%	1,9%	2,4%	5,8%	10,4%

Figure 86

#### D. Frais

L'assureur dispose des données d'un assureur tiers qui avait 10 542 contrats d'épargne similaires en portefeuille lors de l'exercice précédent :

Activité	épargne	UC	prévoyance	santé
Répartition des dépenses par activité	61%		17%	5%

Ventilation des charges par destination	
Frais de règlement des sinistres	10 5420
Frais d'acquisition	1 307 208
Frais d'administration	2 740 920
Frais internes et externes de gestion des placements	2 108 400
Autres charges techniques	10 420
Autres charges non techniques	1 432
<b>Total</b>	<b>6 273 800</b>

Figure 87

Nous retirons le frais d'acquisition et les autres charges non techniques des frais totaux. Nous obtenons le montant total du frais de 4 965 160€ sur lequel nous appliquons le ratio de 61% pour avoir l'assiette des frais sur les produits épargne. Nous obtenons donc 3 028 748€. Nous divisons ce dernier par le nombre de contrat qui est de 10 542 pour avoir un coût unitaire de 287 € par contrat.

Frais Total	4 965 160
Frais Périmètre Epargne	3 028 748
Coût unitaire	287

Figure 88

#### E. Actifs

Les actifs sont composés des titres suivants :

Type d'actif	
Trésorerie	0%
OPC Oblig EEA (duration 10 ans, AA)	100%
OPC Corpo (duration 7 ans,A)	0%
OPC Immo	0%
OPC Action- CAC 40	0%
OPC Action- Private Equity	0%

Figure 89

Le portefeuille est composé uniquement des obligations EEA avec une maturité de 10 ans. Plus concrètement ce sont des OAT 10 ans qu'on détient dans le portefeuille.

### 2.1.2. Projection des engagements et calcul du BE

À partir des hypothèses construites précédemment et des informations fournies, nous allons calculer le BE des engagements de l'assureur comme la somme des flux futurs actualisés.

On procède en décomposant le problème comme suit :

a. Projeter le nombre de contrats : celui-ci commence à 1000 et décroît du fait de la mortalité et des rachats. On identifiera à chaque pas de temps le nombre de contrats sortants ;

Le nombre de personnes décédés en année N est calculé comme le produit entre le nombre du survivant au début de l'année et le taux de mortalité calculé dans la section 2.1.1 B pour l'année N. Le même raisonnement s'applique pour calculer le nombre de rachats : On multiplie le nombre du survivant au début de l'année par le taux de rachat calculé dans la section 2.1.1 B. Le nombre de contrats à la fin de la période est donc la différence entre le nombre de contrats au début de l'année, le nombre de rachats et le nombre de décès dans la même année.

Le tableau suivant montre l'exemple de l'évolution du nombre de contrats pour les 9 premières années:

Taux de rachat										
Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
taux de rachat	0,2%	0,9%	0,8%	10,3%	4,4%	4,1%	1,9%	2,4%	5,8%	10,4%
Taux de mortalité	0,08%	0,09%	0,10%	0,10%	0,11%	0,12%	0,13%	0,15%	0,16%	0,18%
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nb contrat début période		1000	996,991743	987,121858	978,675295	876,533095	836,685016	801,528098	785,491283	765,310412
Décès		0,808	0,875	0,942	1,016	0,990	1,030	1,076	1,151	1,225
Rachat		2,2	8,99438984	7,5043344	101,126165	38,8576201	34,127022	14,9610427	19,0301847	44,661075
Nb contrat fin période	1000	996,991743	987,121858	978,675295	876,533095	836,685016	801,528098	785,491283	765,310412	719,424432

Figure 90

b. Déterminer un indice unitaire (c'est-à-dire pour 1 €) du rendement des actifs.

A partir de la courbe swap EIOPA de la section 2.1.1 A, à chaque pas de temps le rendement de l'actif correspond à  $\alpha^*(1+r_t)^t$ .

Avec :

- t maturité.
- $r_t$  taux spot pour la maturité t.

La valeur initiale  $\alpha$  qui est égale à 1 dans notre cas correspond au choc sur les actifs pour le calcul du SCR que l'on verra plus tard.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rendement de l'actif	1	0,99649	0,9935903	0,99198153	0,9914277	0,99207524	0,99437324	0,99902041	1,00416758	1,01057942	1,01845144
valeur initiale	1										

Figure 91

c. Projeter l'évolution des encours pour un contrat en implémentant la règle de participation au bénéficiaire. Il s'agit de déterminer le résultat technique, le résultat financier (en utilisant les résultats du b/), et le résultat total cumulé à un instant t pour disposer de la valeur de rachat d'un contrat sur toute sa durée.

La valeur de rachat d'un contrat à chaque pas de temps dépend de ses résultats techniques et financiers cumulés à chaque pas de temps. Le résultat technique dans ce cas simple est tout simplement le décaissement des frais. Les frais sont projetés avec une inflation de 2% pour chaque année. Le choc de l'inflation  $\beta$  qui est égale à 0 dans ce cas correspond au choc qu'on applique pour avoir le SCR Frais. Pour un contrat, les frais cumulés à chaque pas de temps sont égaux à Coût unitaire\*  $(1+2\%)^t * (1+\beta)$ .

Le résultat financier d'un contrat en année t est la différence entre la valeur des actifs en année t et t=0 :  $(\alpha * (1+r_t)^t - 1) * (\text{Prime unique encaissé à } t=0)$ . La PB à l'instant t est ainsi égale au max  $(90\% * (\text{Résultat technique} + \text{Résultat financier}); 0)$ .

La valeur de rachat correspond ainsi à la somme entre la prime unique encaissé à t=0 et de la PB.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prime unique	100000										
Frais de l'année		287,302941	293,048999	298,909979	304,888179	310,985943	317,205661	323,549775	330,02077	336,621186	343,353609
Résultat technique cumulé		-287,302941	-580,35194	-879,261919	-1184,1501	-1495,13604	-1812,3417	-2135,89148	-2465,91225	-2802,53343	-3145,88704
Actif sous-jacent		99649	99359,0304	99198,1528	99142,7695	99207,5241	99437,3237	99902,0412	100416,758	101057,942	101845,144
PB terminale		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Valeur de rachat		100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000

Figure 92

d. Calculer les flux de trésorerie à chaque pas de temps

Les flux de trésorerie sont composés des rachats, décès et frais actualisés. Les facteurs d'actualisation correspondent aux  $1/(1+r_t)^t$ . Le montant des rachats et décès en année t est calculé comme le produit entre la valeur de rachat en année t et la somme entre le nombre de rachat et le nombre de décès en année t. Les frais en année t sont calculés comme le produit entre la moyenne des nombres de contrats entre le début et la fin de l'année t et le frais de l'année t.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Flux de trésorerie	Prestation	300825,669	986988,577	844656,293	10214219,9	3984807,98	3515691,72	1603681,54	2018087,1	4588598,02	7582138,87
	Frais	286870,8	290721,253	293798,193	282815,554	266393,375	259825,237	256739,882	255898,385	249896,602	234000,202
Facteur actu		1,00352236	1,00645105	1,00808329	1,00864642	1,00798806	1,0056586	1,00098055	0,99584972	0,98953134	0,98188285
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Flux de treso actualisé	Prestation	301885,286	993355,685	851483,893	10302536,4	4016638,87	3535585,62	1605254,03	2009711,47	4540561,53	7444772,12
	Frais	287881,263	292596,709	296173,048	285260,897	268521,342	261295,485	256991,628	254836,334	247280,518	229760,785

Figure 93

e. En déduire le Best Estimate Liabilities comme somme actualisée des flux de trésorerie futurs ainsi que les fonds propres solvabilité II (qu'on assimilera par simplification à l'actif net).

Le Best Estimate Liabilities est calculé comme la somme actualisée des flux de trésorerie (prestation et frais) qui est de 101 095 405€.

f. Construction du bilan SII

Il faut déterminer la valeur économique des actifs qui sont composés de 100% des obligations d'Etats français 10 ans. La valeur des obligations est de 100 000 000€. Le nominal est de 100 000 000 €. Le taux de coupon est de 0,78%.

La valeur économique des obligations est la somme actualisée des flux de coupons et le nominal de 100 000 000 dans 10 ans. Les facteurs d'actualisation sont ceux dans la partie d. Nous obtenons ainsi la valeur de marché des actifs qui est de 106 000 000 €.

100% obligation			
-----------------	--	--	--

Valeur d'achat	100 000 000€		
Nominal	100 000 000€		
Maturité	10		
Coupon	0,78%		
	Valeur des coupons	Valeur nominal	Total
VM	7 811 715,08 €	98 188 284,92 €	106 000 000,00 €

Figure 94

Les fonds propres sont la différence entre la valeur des actifs et le Best Estimate Liabilities qui est de 4 904 595€.

Actif		Passif	
Obligations	106 000 000	Fonds Propres	4 904 595
		BE	101 095 405

Figure 95

Nous avons donc bien construit le bilan central. Il faut ensuite calculer le SCR pour pouvoir calculer le ratio de solvabilité.

### 2.1.3. Calcul du SCR souscription Vie

Nous allons donc dans cette partie calculer le SCR souscription vie de l'assureur en calculant les variations de fonds propres pour les chocs suivants :

- mortalité, longévité, rachats (hausse, baisse, massif), et frais.

Dans un premier temps nous allons calculer le SCR Mortalité. Par rapport au bilan central de la section 2.1.2, nous appliquons un choc de +15% sur les taux de mortalité sur toute la durée de projection. Tous les autres éléments d'hypothèses restent identiques par rapport aux ceux du bilan central de la section 2.1.2. Le processus de modélisation reste similaire par rapport à la section 2.1.2. Je ne vais pas répéter les étapes de calcul. Je vous montre juste le résultat du bilan SII après le choc de mortalité :

Actif		Passif	
Obligations	106 000 000	Fonds Propres	4 937 702
		BE	101 062 298

Figure 96

A partir de la définition,  $SCR \text{ Mortalité} = -\min(\text{Fonds propres choqués} - \text{Fonds propres centraux}, 0) = 0$  car les fonds propres du bilan central sont de 4 904 595€ < 4 937 702 € du bilan choqué.

Nous allons ensuite calculer le SCR longévité. Nous appliquons un choc de -20% sur les taux de mortalité. Tous les autres éléments d'hypothèse restent identiques par rapport aux ceux du bilan central de la section 2.1.2. Nous obtenons le bilan après le choc de longévité :

Actif		Passif	
Obligations	106 000 000	Fonds Propres	4 932 683
		BE	101 067 317

Figure 97

SCR Longévité= -min (Fonds propre choqués- Fonds propres centraux,0) =0 car les fonds propres centraux sont de 4 904 595€.

Pour le calcul du SCR Frais, nous appliquons un choc de +10% sur le coût unitaire et +1% sur l'inflation qui passe de 2% à 3%. Tous les autres éléments d'hypothèse restent identiques par rapport aux ceux du bilan central de la section 2.1.2. Nous obtenons le bilan après le choc des frais :

Actif		Passif	
Obligations	106 000 000	Fonds Propres	3 902 439
		BE	102 097 561

Figure 98

SCR Frais= -min (Fonds propres choqués- Fonds propres centraux,0) =1 002 156€ car les fonds propres centraux sont de 4 904 595€ supérieurs aux fonds propres choqués.

Pour le calcul du SCR Rachat (Cessation), nous devons calculer le SCR Rachat Up, le SCR Rachat Down et le SCR Rachat massif. Le SCR Rachat est le maximum parmi les 3 SCR calculés.

Pour le SCR Rachat Up, nous appliquons un choc relatif de 50% sur les taux de rachat sur toutes les années de projection. Les taux de rachat augmentent de 50% par rapport aux hypothèses du bilan central. Nous obtenons ainsi le bilan après le choc de Rachat Up :

Actif		Passif	
Obligations	106 000 000	Fonds Propres	4 879 175
		BE	101 120 825

Figure 99

Le SCR Rachat Up =-min (Fonds propre choqués- Fonds propres centraux,0) =25 420€

Pour le calcul du SCR Rachat Down, nous appliquons un choc relatif de -50% sur les taux de rachat sur toutes les années de projection. Les taux de rachat diminuent de 50% par rapport aux hypothèses du bilan central. Nous obtenons ainsi le bilan après le choc de Rachat Down :

Actif		Passif	
Obligations	106 000 000	Fonds Propres	4 824 683
		BE	101 175 317

Figure 100

Le SCR Rachat Down = -min (Fonds propres choqués- Fonds propres centraux,0) =79 912€

Pour le SCR Rachat Massif, nous appliquons uniquement un choc absolu de +40% sur le taux de rachat de la première année de projection. Nous obtenons ainsi le bilan après le choc de Rachat Massif :

Actif		Passif	
Obligations	106 000 000	Fonds Propres	5 144 922
		BE	100 855 078

Figure 101

Le SCR Rachat Massif =-min (Fonds propres choqués- Fonds propres centraux,0) = 0€

Pour rappel, le SCR Rachat est le maximum parmi le SCR Rachat Up, le SCR Rachat Down et le SCR Rachat Massif. Nous obtenons ainsi le résultat suivant :

Le SCR Rachat = max (SCR Rachat up, SCR Rachat down, SCR Rachat Massif) =79 912

Au final, nous appliquons la matrice de corrélation entre les différents risques pour agréger les différents risques vie :

SCR Mortalité	-
SCR Longévité	-
SCR Frais	1 002 156
SCR Cessation	79 912

	Mortalité	Longévité	Frais	Cessation
Mortalité	100%	-25%	25%	0%
Longévité	-25%	100%	25%	0%
Frais	25%	25%	100%	50%
Cessation	0%	0%	50%	100%

Figure 102

Le SCR Vie est donc égale à 1 044 407€.

#### 2.1.4. Calcul du SCR Marché et le ratio de couverture

Dans cette partie, nous allons calculer le SCR Marché de l'assureur en calculant les variations de fonds propres pour le choc suivant :

- Taux (hausse, baisse) uniquement car les obligations sont 100% OAT 10 ans. Il n'existe pas de risque de spreads.

Pour le calcul du SCR Taux, nous avons besoin des courbes choquées à la hausse et à la baisse. Elles sont fournies par l'EIOPA pour chaque mois. A titre d'exemple, je vous montre juste les 15 premières années de maturité pour les 3 courbes au 31/12/2019 (Central, hausse et baisse).

	Central	Up	Down
	<b>Euro</b>	<b>Euro</b>	<b>Euro</b>
1	-0,35%	0,65%	-0,35%
2	-0,32%	0,68%	-0,32%
3	-0,27%	0,73%	-0,27%
4	-0,22%	0,79%	-0,22%
5	-0,16%	0,84%	-0,16%
6	-0,09%	0,91%	-0,09%
7	-0,01%	0,99%	-0,01%
8	0,05%	1,05%	0,05%
9	0,12%	1,12%	0,10%
10	0,18%	1,18%	0,15%
11	0,23%	1,23%	0,19%
12	0,28%	1,28%	0,22%
13	0,34%	1,34%	0,26%
14	0,39%	1,39%	0,30%

15	0,43%	1,43%	0,33%
----	-------	-------	-------

Figure 103

Pour le calcul du SCR Taux Up, nous utilisons la courbe Up pour actualiser les flux et calculer les rendements des actifs. Nous devons également appliquer un choc à t=0 sur la valeur de marché des actifs. Nous calculons la valeur des obligations avec la courbe des taux Up.

100% obligation			
Valeur d'achat	100000000		
Nominal	100000000		
Maturité	10		
Coupon	0,007805007		
	Valeur des coupons	Valeur nominal	Total
VM	7400089,102	88904651,18	96304740,28

Figure 104

Nous obtenons le bilan après le choc des taux Up :

Actif			Passif
Obligations	96 304 740	Fonds Propres	3 694 094
		BEL	92 610 646

Figure 105

Le SCR Taux Up = 1 210 500€

Dans le cas du SCR Taux Down, nous utilisons la même méthode de calcul. Nous calculons tout d'abord la valeur des actifs à t=0 avec la courbe des taux Down :

100% obligation			
Valeur d'achat	100 000 000€		
Nominal	100 000 000€		
Maturité	10		
Coupon	0,78%		
	Valeur des coupons	Valeur nominal	Total
VM	7 815 509,34 €	98 531 976,22 €	106 347 485,56 €

Figure 106

Le bilan après le choc des taux Down est donc le suivant :

Actif			Passif
Obligations	106 347 486	Fonds Propres	4 881 395
		BEL	101 466 091

Figure 107

Le SCR Taux down=23 200€

Le SCR Taux est donc le maximum entre le SCR Taux Up et le SCR Taux Down qui est donc égal à 1 210 500€.



Le SCR Marché= SCR Taux = 1 210 500€

On applique ensuite les matrices de corrélation fixées par la réglementation pour calculer les SCR Marché et souscription vie. On omettra le risque opérationnel et on en déduira le SCR de la compagnie.

Nous utilisons la matrice de corrélation suivante pour agréger le SCR Vie et le SCR Marché :

SCR Marché	1 210 500
SCR Vie	1 044 407

	Marché	Vie
Marché	100%	25%
Vie	25%	100%

Figure 108

SCR Total=1 785 560€

Le ratio de couverture de la compagnie est donc égal aux Fonds Propres/SCR Total=4 904 595 /1 785 560=275%

### 2.1.5. Calcul du gap de duration

Pour calculer le gap de duration, nous devons choquer le bilan avec la courbe des taux +50bps et la courbe des taux -50bps. Le tableau ci-dessous montre pour exemple les 3 courbes pour les 15 premières maturités :

	Central	Central+50bps	Central-50bps
	<b>Euro</b>	<b>Euro</b>	<b>Euro</b>
1	-0,35%	0,15%	-0,85%
2	-0,32%	0,18%	-0,82%
3	-0,27%	0,23%	-0,77%
4	-0,22%	0,29%	-0,72%
5	-0,16%	0,34%	-0,66%
6	-0,09%	0,41%	-0,59%
7	-0,01%	0,49%	-0,51%
8	0,05%	0,55%	-0,45%
9	0,12%	0,62%	-0,38%
10	0,18%	0,68%	-0,32%
11	0,23%	0,73%	-0,27%
12	0,28%	0,78%	-0,22%
13	0,34%	0,84%	-0,16%
14	0,39%	0,89%	-0,11%
15	0,43%	0,93%	-0,07%

Figure 109

Pour la courbe +50bps, nous repartons de la courbe centrale et nous ajoutons 50bps pour chaque maturité. Il s'agit d'une approche simplifiée car normalement à partir de la maturité 21<sup>ème</sup> année, nous devrions extrapoler la courbe pour converger vers l'UFR. Dans cet exercice, nous faisons la simplification car à partir de l'année 21, les flux de prestation sont presque tous écoulés. Pour la courbe -50bps, nous ajoutons -50bps sur la courbe centrale pour chaque maturité comme dans le cas de la courbe +50bps pour la raison de simplification.

Pour le calcul du bilan après le choc des taux +50 bps, nous repartons du bilan central de la section 2.1.2. Nous prenons la nouvelle courbe+50bps pour actualiser les flux et calculer les rendements des actifs. De plus à t=0, la valeur de marché des actifs sont choqués avec la courbe des taux +50 bps comme dans le calcul du SCR Taux. Nous obtenons ainsi la valeur de marché des actifs après le choc des taux +50bps dans le tableau suivant :

100% obligation			
Valeur d'achat	100 000 000€		
Nominal	100 000 000€		
Maturité	10		
Coupon	0,78%		
	Valeur des coupons	Valeur nominal	Total
VM	7 601 836,12 €	93 419 712,15 €	101 021 548,27 €

Figure 110

Le bilan de solvabilité après le choc des taux +50 bps est le suivant :

Actif		Passif	
Obligations	101 021 548	Fonds Propres	1 128 654
		BE	99 892 894

Figure 111

Pour le calcul du bilan après le choc des taux -50 bps, nous repartons du bilan central de la section 2.1.2. Nous prenons la courbe-50bps pour actualiser les flux et calculer les rendements des actifs. La valeur de marché des actifs est la suivante :

100% obligation			
Valeur d'achat	100 000 000€		
Nominal	100 000 000€		
Maturité	10		
Coupon	0,78%		
	Valeur des coupons	Valeur nominal	Total
VM	8 030 129,46 €	103 225 977,04 €	111 256 106,50 €

Figure 112

Le bilan après le choc des taux de -50bps est le suivant :

Actif		Passif	
Obligations	111 256 107	Fonds Propres	7 586 063
		BE	103 670 044

Figure 113

Nous avons donc les deux bilans choqués à la hausse et à la baisse des taux de 50bps. A partir des BE+/-50bps et des valeurs de marché +/-50bps, nous pouvons donc calculer la duration du BE, la duration des actifs et le gap de duration.

Pour garder la cohérence avec l'approche de la duration effective simplifiée, nous prenons juste le bilan central et le bilan avec le choc des taux à la baisse de 50 bps. Nous obtenons ainsi le tableau suivant :

	MV	BE
Bilan central	106 000 000	101 095 405
Bilan après le choc +50bps	101 021 548	99 892 894
Bilan après le choc -50bps	111 256 107	103 670 044
Duration effective simplifiée	9,9	5,1
Gap duration	4,6	

Figure 114

Nous avons une duration de 10 ans pour les actifs et de 5 ans pour les passifs à partir de notre calcul. Je vous rappelle l'hypothèse du début de notre chapitre que la maturité des obligations est de 10 ans. Nous avons dans cette étude de cas un gap de duration positif. La duration des actifs est plus longue que celle des passifs.

Nous allons nous intéresser dans la prochaine section à l'évolution du ratio de solvabilité de l'assureur dans la situation d'une hausse des taux et également à celle d'une baisse des taux, en ayant un gap de duration positif.

### 2.1.6. Evolution du ratio de solvabilité avec une hausse des taux

Dans cette partie, nous allons tester l'évolution du ratio de solvabilité de l'assureur avec la courbe des taux +10bps. Pour cela nous repartons du scénario du bilan central de la section 2.1.2. Nous allons recalculer le bilan central avec la hausse des taux de 10 bps et les bilans choqués pour avoir les SCR.

Les courbes dont j'ai besoin sont la courbe+10bps, la courbe+10 bps Up et la courbe +10bps Down. Ces 3 dernières ont été obtenues en décalant à droite de 10bps les 3 courbes des taux (centrale, Up et Down) de la section 2.1.1. La convergence vers l'UFR n'a pas été prise en compte pour la raison de la simplification.

	Central	Up	Down
	Euro	Euro	Euro
1	-0,25%	0,75%	-0,25%
2	-0,22%	0,78%	-0,22%
3	-0,17%	0,83%	-0,17%
4	-0,12%	0,89%	-0,12%
5	-0,06%	0,94%	-0,06%
6	0,01%	1,01%	0,01%
7	0,09%	1,09%	0,09%
8	0,15%	1,15%	0,15%

9	0,22%	1,22%	0,20%
10	0,28%	1,28%	0,25%
11	0,33%	1,33%	0,29%
12	0,38%	1,38%	0,32%
13	0,44%	1,44%	0,36%
14	0,49%	1,49%	0,40%
15	0,53%	1,53%	0,43%

Figure 115

A part la courbe des taux, nous gardons les autres hypothèses identiques à celles de la section 2.1.1. Nous suivons la même procédure de calcul et nous obtenons le bilan central :

Actif		Passif	
Obligations	104 982 625	Fonds Propres	4 236 413
		BE	100 746 212

Figure 116

Le SCR Vie est de 1 066 267€ dont le détail est montré dans le tableau suivant :

SCR Mortalité	-
SCR Longévité	-
SCR Frais	982 222
SCR Cessation	151 816

SCR Vie 1 066 267

Figure 117

Le SCR Marché est de 1 168 051€ dont le détail est montré dans le tableau suivant :

SCR Taux	1 168 051
SCR Action	-
SCR Immo	-
SCR Spread	-

SCR Marché 1 168 051

Figure 118

Le SCR Total est de 1 767 483€ dont le détail est montré dans le tableau suivant :

SCR Marché	1 168 051
SCR Vie	1 066 267

SCR Total 1 767 483

Figure 119

Le ratio de solvabilité est de 240% ce qui est bien inférieur au bilan central de la section 2.1.1 avant la hausse des taux de 10bps qui est de 275%.

SCR Total	1 767 483
-----------	-----------

FP BE	4 236 413
-------	-----------

Ratio SII 240%

Figure 120

### 2.1.7. Evolution du ratio de solvabilité avec une baisse des taux

Dans cette partie, nous allons tester l'évolution du ratio de solvabilité de l'assureur avec la courbe des taux -10bps. Pour cela nous repartons du scénario du bilan central de la section 2.1.2. Nous allons recalculer le bilan central avec la baisse des taux de 10 bps et les bilans choqués pour avoir les SCR.

Les courbes dont j'ai besoin sont la courbe -10bps, la courbe -10 bps Up et la courbe -10bps Down. Ces 3 dernières ont été obtenues en décalant à gauche de 10bps les 3 courbes des taux (centrale, Up et Down) de la section 2.1.1. La convergence vers l'UFR n'a pas été prise en compte pour la raison de la simplification.

	Central	Up	Down
	Euro	Euro	Euro
1	-0,45%	0,55%	-0,45%
2	-0,42%	0,58%	-0,42%
3	-0,37%	0,63%	-0,37%
4	-0,32%	0,69%	-0,32%
5	-0,26%	0,74%	-0,26%
6	-0,19%	0,81%	-0,19%
7	-0,11%	0,89%	-0,11%
8	-0,05%	0,95%	-0,05%
9	0,02%	1,02%	0,00%
10	0,08%	1,08%	0,05%
11	0,13%	1,13%	0,09%
12	0,18%	1,18%	0,12%
13	0,24%	1,24%	0,16%
14	0,29%	1,29%	0,20%
15	0,33%	1,33%	0,23%

Figure 121

A part la courbe des taux, nous gardons les autres hypothèses identiques à celles de la section 2.1.1. Nous suivons la même procédure de calcul et nous obtenons le bilan central :

Actif		Passif	
Obligations	107 028 478	Fonds Propres	5 548 713
		BE	101 479 765

Figure 122

Le SCR Vie est de 1 080 267€ dont le détail est montré dans les tableaux suivants :

SCR Mortalité	-
SCR Longévité	-

SCR Frais	1 035 371
SCR Cessation	85 527

SCR Vie 1 080 676

*Figure 123*

Le SCR Marché est de 1 234 072€ dont le détail est montré dans le tableau suivant :

SCR Taux	1 234 072
SCR Action	-
SCR Immo	-
SCR Spread	-

SCR Marché 1 234 072

*Figure 124*

Le SCR Total est de 1 832 378€ :

SCR Marché	1 234 072
SCR Vie	1 080 676

SCR Total 1 832 378

*Figure 125*

Le ratio de solvabilité est de 303%, ce qui est bien supérieur au bilan central de la section 2.1.1 avant la baisse des taux de 10bps qui est de 275%.

SCR Total	1 832 378
FP BE	5 548 713

Ratio SII 303%

*Figure 126*

### 2.1.8. Conclusion

Nous observons que dans cette étude de cas pour le bilan de l'assureur dont le gap de duration est positif, le ratio de solvabilité baisse avec une hausse des taux 10 bps. Et dans le cas d'une baisse des taux de 10bps, le ratio de solvabilité augmente.

## 2.2. Etude de cas B – Maturité des obligations à 2 ans

Dans cette deuxième étude de cas, nous reprenons les hypothèses de l'étude A avec une seule différence sur la maturité des obligations. Dans l'étude de cas A, les actifs sont composés de 100% des OAT 10 ans avec une maturité de 10 ans avec un taux de coupon à 0,78%. Dans l'étude de cas B, les actifs sont composés de 100% des OAT 2 ans avec le même taux de coupon de 0,78%. Dans l'étude de cas A, nous avons un gap de duration positif, c'est-à-dire les actifs sont plus longs que les passifs. La duration des actifs est proche de 10 ans, ce qui correspond à la maturité des obligations. La duration des passifs est de 5,1 ans. Dans l'étude de cas b, la maturité des obligations est réduite à 2 ans qui est plus courte que la duration des passifs. L'idée de cette partie est donc de tester l'évolution du ratio de solvabilité du bilan de l'assureur dont le gap de duration est négatif.

### 2.2.1. Calcul du ratio de solvabilité

Pour l'étude de cas B, nous allons effectuer les calculs comme dans les sections 2.1. Le bilan central est le suivant avec une maturité des obligations à 2 ans :

Actif		Passif	
Obligations	102 213 890	Fonds Propres	1 118 485
		BE	101 095 405

Figure 127

Le SCR Vie est de 1 044 407€ :

SCR Mortalité	-
SCR Longévité	-
SCR Frais	1 002 156
SCR Cessation	79 912

SCR Vie 1 044 407

Figure 128

Le SCR Marché est de 196 517€ :

SCR Taux	196 517
SCR Action	-
SCR Immo	-
SCR Spread	-

SCR Marché 196 517

Figure 129

Le SCR Total est de 1 109 967€ :

SCR Marché	196 517
SCR Vie	1 044 407

SCR Total 1 109 967

Figure 130

Le ratio de solvabilité est de 101% qui est largement inférieur au bilan central de la section 2.1.1 avec une maturité des obligations de 10 ans.

SCR Total	1 109 967
FP BE	1 118 485

Ratio SII 101%

Figure 131

En effet, dans l'étude de cas B, la valeur de marché des actifs du bilan central est inférieure à celle du cas A. L'appauvrissement des actifs est principalement dû à la diminution des nombres de coupons. Le SCR Vie est identique dans les deux cas. Les SCR Marché est plus important dans le cas B qui reflète un risque de marché plus important lié avec un risque de sous adossement des actifs.

### 2.2.2. Evolution du ratio de solvabilité avec une hausse des taux

Dans cette partie, nous allons tester l'évolution du ratio de solvabilité de l'assureur dans le cas B avec la courbe des taux +10bps. Pour cela nous repartons du bilan central de la section 2.2.1. Nous allons recalculer le bilan central avec la hausse des taux de +10% et les bilans choqués associés pour avoir les SCR.

Le bilan central avec une hausse des taux de 10% est le suivant :

Actif		Passif	
Obligations	102 009 896	Fonds Propres	1 263 684
		BE	100 746 212

Figure 132

Le SCR Vie est de 1 066 267€, ce qui augmente par rapport au celui du bilan central de la section 2.2.1 à cause d'un effet d'actualisation moins favorable :

SCR Mortalité	-
SCR Longévité	-
SCR Frais	982 222
SCR Cessation	151 816

SCR Total 1 066 267

Figure 133

Le SCR Marché est de 170 513€ :

SCR Taux	170 513
SCR Action	-
SCR Immo	-
SCR Spread	-

SCR Total 170 513

Figure 134

Le SCR Total est de 1 121 118€ :



SCR Marché	170 513
SCR Vie	1 066 267

SCR Total 1 121 118

Figure 135

Nous avons donc un ratio de solvabilité de 113% qui est en hausse par rapport au bilan central de l'étude de cas B qui est de 101%.

SCR Total	1 121 118
FP BE	1 263 684

Ratio SII 113%

Figure 136

### 2.2.3. Evolution du ratio de solvabilité avec une baisse des taux

Dans cette partie, nous allons tester l'évolution du ratio de solvabilité de l'assureur dans le cas B avec la courbe des taux -10bps. Pour cela nous repartons du bilan central de la section 2.2.1. Nous allons recalculer le bilan central avec la hausse des taux de -10% et les bilans choqués associés pour avoir les SCR.

Le bilan central avec une baisse des taux de 10% est le suivant :

Actif		Passif	
Obligations	102 418 498	Fonds Propres	938 733
		BE	101 479 765

Figure 137

Le SCR Vie est de 1 080 676€ :

SCR Mortalité	-
SCR Longévité	-
SCR Frais	1 035 371
SCR Cessation	85 527

SCR Total 1 080 676

Figure 138

Le SCR Marché est de 279 761€ :

SCR Taux	279 761
SCR Action	-
SCR Immo	-
SCR Spread	-

SCR Marché 279 761

Figure 139

Le SCR Total est de 1 182 071€ :

SCR marché	279 761
SCR vie	1 080 676

SCR Total 1 182 071

*Figure 140*

Le ratio de solvabilité est de 79% après le choc des taux de -10%.

SCR Total	1 182 071
FP BE	938 733

Ratio SII 79%

*Figure 141*

Nous avons donc un ratio de solvabilité de 79% qui est en baisse par rapport au bilan central de l'étude de cas B qui est de 101%.

#### **2.2.4. Conclusion**

Nous observons que dans l'étude de cas B pour le bilan de l'assureur dont le gap de duration est négatif, le ratio de solvabilité baisse avec une baisse des taux 10 bps. Et dans le cas d'une hausse des taux de 10bps, le ratio de solvabilité augmente.

Nous avons donc une évolution du ratio de solvabilité qui est en sens opposé entre l'étude de cas A et celle de B face à la hausse des taux ou à la baisse des taux.

### 3. GAP DE DURATION ET RATIO DE SOLVABILITE

Nous avons vu dans les sections 2.1 et 2.2 deux études de cas qui montrent une relation entre le gap de duration et le ratio de solvabilité :

- L'étude de cas A nous montre qu'avec un gap de duration positif, le ratio de solvabilité diminue quand les taux augmentent et qu'il augmente quand les taux diminuent
- L'étude de cas B nous montre qu'avec un gap de duration négatif, le ratio de solvabilité augmente quand les taux augmentent et qu'il diminue quand les taux diminuent

Dans cette section, nous allons essayer de démontrer cette relation avec une approche théorique.

#### 3.1. Rappel de la relation entre le gap de duration et la variation des fonds propres solvabilité II

##### 3.1.1. Rappel de la notion de gap de duration

La duration effective simplifiée du BE est définie comme suit :

$$\text{Duration du BE} = (\text{BE}-50\text{bp}-\text{BE Central}) / (0,5\% * \text{BE Central}) \\ = \Delta \text{BE} / ((-\Delta \text{Taux}) * \text{BE Central})$$

Avec :

BE-50bps : le BE après un choc d'une baisse des taux de 50bps

BE central : le BE calculé avec la courbe centrale des taux sans choc

$\Delta$  BE : l'écart entre BE-50bps et BE Central

$-\Delta$  Taux : +0,5%

La duration effective simplifiée des actifs est définie comme suit :

$$\text{Duration des actifs} = (\text{MV}-50\text{bp}-\text{MV Central}) / (0,5\% * \text{MV Central}) \\ = \Delta \text{MV} / ((-\Delta \text{Taux}) * \text{MV Central})$$

Avec :

MV-50bps : la valeur de marché des actifs après un choc d'une baisse des taux de 50bps

MV central : la valeur de marché des actifs calculée avec la courbe des taux centrale sans choc

$\Delta$  MV : l'écart entre BE-50bps et BE Central

$-\Delta$  Taux : +0,5%

Gap de duration = Duration des actifs - (BE Central / MV Central) \* Duration des passifs

Quand le gap de duration est positif, la duration des actifs dépasse celle des passifs. Sinon dans le cas contraire les passifs sont plus longs que les actifs.

##### 3.1.2. Gap de duration et fonds propres

Les fonds propres sont définis comme la différence entre la valeur de marché des actifs et le BE.

Cette notion coïncide avec la notion de la PVFP qui est également définie comme la différence entre la valeur de marché des actifs et le BE.

Fonds propres = PVFP = MV - BE

Nous avons donc :

$$\Delta FP = \Delta PVFP = \Delta MV - \Delta BE$$

$$\begin{aligned} &= \text{Duration des actifs} * (-\Delta \text{Taux}) * MV \text{ Central} - \text{Duration des passifs} * (-\Delta \text{Taux}) * BE \text{ Central} \\ &= (-\Delta \text{Taux}) * MV \text{ Central} * (\text{Duration des actifs} - \text{Duration des passifs} * BE \text{ Central} / MV \text{ Central}) \\ &= (-\Delta \text{Taux}) * MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration} \end{aligned}$$

Quand le taux augmente,  $(-\Delta \text{Taux})$  est négatif. Quand le taux diminue,  $(-\Delta \text{Taux})$  est positif. Si le gap de duration est négatif les fonds propres augmentent avec la hausse des taux. Les fonds propres diminuent avec la baisse des taux.

Dans le cas contraire avec le gap de duration positif les fonds propres diminuent avec la hausse des taux et augmentent avec la baisse des taux.

### 3.1.3. Gap de duration et ratio de solvabilité

Le ratio de solvabilité est défini comme suivant : ratio de solvabilité =  $FP/SCR$ . Nous voulons comprendre dans le cas d'une baisse des taux l'évolution du ratio de la solvabilité. Nous notons comme FP. les fonds propres dans la situation d'une baisse des taux et le SCR. le montant du solvency capital requirement associé au bilan FP. avec la baisse des taux.

Je cherche à démontrer l'existence d'une relation entre  $FP/SCR$  et  $FP./SCR.$ . Peut-on conclure qu'avec une baisse des taux :

- $FP./SCR. \leq FP/SCR$  pour un gap de duration négatif
- $FP./SCR. \geq FP/SCR$  avec un gap de duration positif ?

Concrètement on souhaite étudier la relation entre  $FP./FP$  et  $SCR./SCR$ . Selon la définition, le  $SCR. = \max(FP. - FP. \text{ choc}; 0)$  et le  $SCR = \max(FP - FP \text{ choc}; 0)$

A partir de la section 1.6.1 nous avons une relation entre  $FP. - FP$  :  
 $FP. - FP = (-\Delta \text{Taux}) * MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration avec } (-\Delta \text{Taux}) = 0,5\%$

On a donc les relations suivantes :

$$FP. - FP = MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration} * 0,5\%$$

$$FP. = FP + MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration} * 0,5\%$$

$$FP. \text{ choc} = FP \text{ choc} + (MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration}) \text{ choc} * 0,5\%$$

Nous avons ainsi les équations suivantes avec l'hypothèse sur la stabilité du gap de duration par rapport à la variation des fonds propres économiques après un choc de 200 ans :

$$FP. - FP. \text{ choc} = FP + MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration} * 0,5\% - FP \text{ choc} - (MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration}) \text{ choc} * 0,5\%$$

$$= FP - FP \text{ choc} + \Delta MV * \text{Gap de Duration} * 0,5\% \text{ avec } \Delta MV = MV \text{ Central} - MV \text{ Central} \text{ choc}$$

$$SCR. / SCR = (FP - FP \text{ Choc} + \Delta MV * \text{Gap de Duration} * 0,5\%) / (FP - FP \text{ choc}) = 1 + (\Delta MV * \text{Gap de Duration} * 0,5\%) / (FP - FP \text{ choc}) \text{ avec } \Delta FP = FP - FP \text{ choc}$$

$$= 1 + (\Delta MV * \text{Gap de Duration} * 0,5\%) / \Delta FP$$

$$FP./FP = (FP. - FP + FP) / FP = 1 + MV \text{ Central} * \text{Gap de Duration} * 0,5\% / FP$$

Nous avons les conditions suivantes :

- $\Delta FP > 0$  avec  $FP > FP \text{ choc}$
- $\Delta MV > 0$  avec  $MV \text{ Central} > MV \text{ Central choc}$
- $\Delta MV / MV < \Delta FP / FP$  qui découle du fait que la sensibilité de la PVFP est toujours supérieure à celle de la MV, les termes  $\Delta MV$  et  $\Delta FP$  sont en valeur absolue

Dans le cas où le gap de duration est négatif, nous avons la relation suivante :

$$1 + (\Delta MV * \text{Gap de Duration} * 0,5\%) / \Delta FP > 1 + (MV \text{ central} * \text{Gap de Duration} * 0,5\%) / FP$$

Nous avons donc la relation suivante :

$$\mathbf{SCR. /SCR > FP./FP \text{ donc } FP./SCR. < FP /SCR}$$

Le ratio de solvabilité diminue si les taux diminuent pour les bilans dont le gap de duration est négatif. Comme il y a souvent (pas tout le temps) une symétrie sur le gap de duration entre la hausse et la baisse des taux, on peut également conclure que quand les taux augmentent, le ratio de solvabilité augmente pour les bilans dont le gap de duration est négatif.

Dans le cas où le gap de duration est positif, nous avons la relation suivante :

$$\mathbf{SCR. /SCR < FP./FP \text{ donc } FP./SCR. > FP /SCR}$$

Le ratio de solvabilité augmente si les taux diminuent pour les bilans dont le gap de duration est positif. Comme il y a souvent (pas tout le temps) une symétrie sur le gap de duration entre la hausse et la baisse des taux, on peut également conclure que quand le taux augmente, le ratio de solvabilité diminue pour les bilans dont le gap de duration est positif.

Cette conclusion confirme bien ce que l'on a vu pour les deux études de cas. Dans le cas a, nous avons un gap de duration positif. Quand les taux baissent de 10bps, nous avons bien eu une hausse du ratio de solvabilité. Quand les taux augmentent de 10 bps, le ratio de solvabilité diminue. Dans le cas b, le gap de duration est négatif et nous avons un comportement à l'envers. La hausse des taux fait augmenter le ratio de solvabilité et la baisse des taux fait diminuer le ratio de solvabilité.

## 4. CONCLUSION

Dans la section 2 de ce chapitre à partir de deux études de cas simples, nous observons que pour le bilan dont le gap de duration est négatif le ratio de solvabilité augmente avec une hausse des taux de 10bps et qu'il diminue avec une baisse des taux de 10bps. Nous observons le contraire pour le bilan dont le gap de duration est positif : le ratio de solvabilité augmente avec une baisse des taux de 10bps et il diminue avec une hausse des taux de 10bps.

Dans la section 3 du chapitre, nous avons réussi à démontrer que sous certaines conditions il existe bien un lien entre l'évolution du ratio de solvabilité et le gap de duration :

- Pour les bilans dont le gap de duration est négatif, le ratio de solvabilité augmente avec la hausse des taux et il diminue avec la baisse des taux.
- Pour les bilans dont le gap de duration est positif, le ratio de solvabilité diminue avec la hausse des taux et il augmente avec la baisse des taux.

Il faut par contre bien respecter les conditions suivantes :

- $FP_{Central} > FP_{choc}$
- $MV_{Central} > MV_{choc}$
- $\Delta MV / MV < \Delta FP / FP$ , ce qui veut dire que la sensibilité de la PVFP est toujours supérieure à celle de la MV, les termes  $\Delta MV$  et  $\Delta FP$  sont en valeur absolue
- L'impact d'une baisse des taux et celui d'une hausse des taux doivent être plus au moins symétriques sur la PVFP.

Dans la vie réelle, les assureurs vie ont souvent des actifs dont la duration est plus courte que celle des passifs. Ils ont donc un gap de duration négatif. Dans un environnement de chute des taux vers des taux négatifs comme ce qu'on a vécu entre 2019 et 2021, les assureurs vie ont vu leur solvabilité fondre.

Pour les assureurs dont les actifs sont plus longs que les passifs, ils ont un gap de duration positif. Leur solvabilité bénéficie de la baisse des taux. C'est le cas pour certains assureurs non vie. Leur solvabilité n'a pas été détériorée mais au contraire même augmentée pendant la période des taux bas, même négatifs.

Nous sommes actuellement entrés dans une période avec une forte remontée des taux. Cette remontée très rapide des taux dans un premier temps détériore le ratio de solvabilité des assureurs dont le gap de duration est positif et elle améliore le ratio de solvabilité des assureurs vie. Dans un deuxième temps cette remontée très rapide des taux modifie le gap de duration. A partir de certain niveau des taux, la hausse des taux ne sera plus bénéfique pour les assureurs vie.

## Cinquième partie : Hausse importante des taux et ratio de solvabilité

Dans ce dernier chapitre, nous allons étudier l'évolution du gap de duration dans le contexte d'une hausse importante des taux. Cela nous permet de mieux anticiper l'évolution des fonds propres économiques et le ratio de solvabilité dans ce même contexte.

La première section est un rappel sur la notion de la TVOG qui est un composant important du BE. Je vous présente ensuite les principales sources de la TVOG. Dans la deuxième section nous allons étudier le lien entre la hausse des taux et l'évolution de la TVOG pour mieux comprendre l'évolution du gap de duration afin de pouvoir anticiper l'évolution des fonds propres et celle du ratio de solvabilité dans le contexte actuel.

### 1. TVOG

Les contrats d'assurance-vie comportent des garanties financières qui rendent les flux asymétriques entre assureur et assuré :

- Taux garanti
- Participations aux bénéfices
- Options de rachat...

En effet du point de vue de l'assureur, la règle de la participation aux bénéfices présente une forte asymétrie :

- Lorsqu'il réalise des gains il n'en conserve qu'une faible fraction (p.e. 15%)
- Mais lorsqu'il réalise des pertes, il supporte celles-ci intégralement

Quelles garanties financières que l'on retrouve en France dans les produits assurantiels ? Sur les contrats en euro il y a la garantie de taux et la participation aux bénéfices. Sur les UC, il y a la garantie plancher.

Quelles sont les options retrouvées fréquemment dans les produits assurantiels ? Il y a l'option de rachat, l'option de mettre un terme au contrat de manière anticipée, l'option de conversion en rente, l'option conversion d'une rente en capital etc.

L'existence de garanties financières asymétriques et/ou d'options à la main de l'assuré rend nécessaire l'utilisation de méthodes probabilistes pour valoriser les options et garanties. On parle en général de méthodes stochastiques en contraste avec les méthodes déterministes.

La TVOG, Valeur Temps des Options et Garanties représente la contribution de la volatilité au coût des options et garanties. On la calcule comme la différence entre la valeur des engagements calculés de façon déterministe et de manière stochastique. C'est-à-dire :

$$\text{TVOG} = \text{BE stochastique} - \text{BE CE}$$

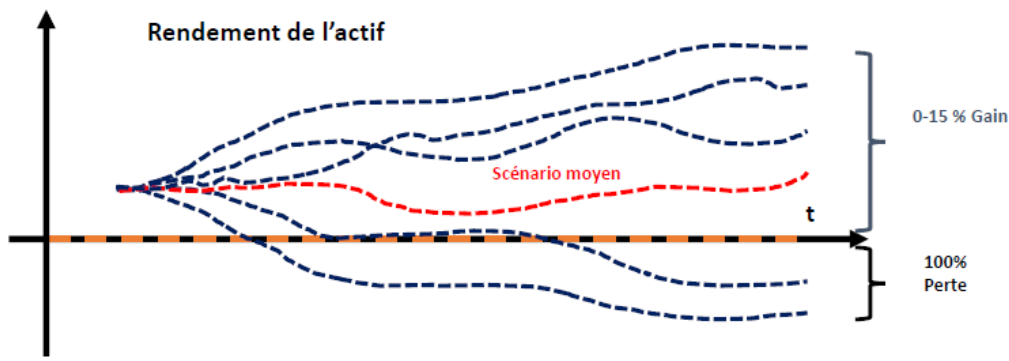


Figure 142

### 1.1. Principales sources de la TVOG

Pour les contrats en euro, il y a typiquement une garantie de taux. Est-ce que cette garantie est une source de la TVOG. Nous allons voir un exemple numérique simple pour comprendre.

Nous avons un produit en euro classique avec un taux garanti à 2%. A la souscription, l'encours du contrat est de 100 €. L'encours à l'année 1 sera de :  $100 \times (1+2\%) = 102$  €. Ce montant de 102€ est indépendant de l'aléa sur les actifs :

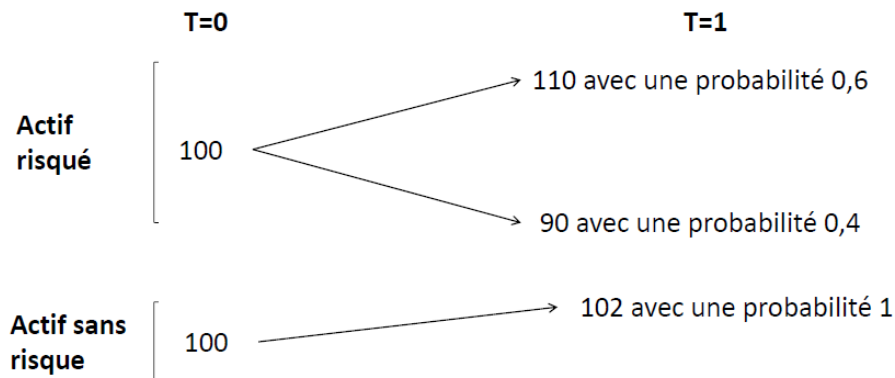


Figure 143

La garantie en taux n'est donc pas une source de la TVOG. Il n'y a pas de différence entre le scénario central et les scénarios stochastiques. Dans la suite nous allons exploiter les différentes sources de la TVOG.

#### 1.1.1. La participation aux bénéfices

Tout d'abord, nous allons voir les différents types de la PB :



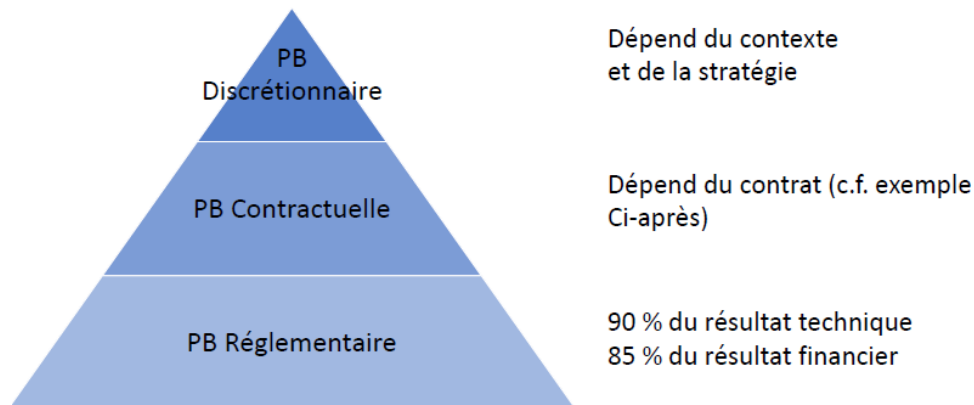


Figure 144

Les contrats peuvent prévoir (ou pas) une clause de participation aux bénéfices (PB) contractuelle qui s'ajoute à la contrainte de PB réglementaire. Cette clause peut introduire :

- Un taux de partage
- Une assiette de calcul (p.ex. cantonnement analytique)
- Des composantes (p.ex. produits financiers seulement)
- Différents de la PB réglementaire

Si on complexifie un peu plus notre exemple dans la section 1.1 : le produit en euro classique a un taux garanti à 2% et une participation aux bénéfices à 80%. A la souscription, l'encours du contrat est de 100 €. Quel sera l'encours à l'année 1?

L'encours à l'année 1 sera dépendant de l'aléa du marché :

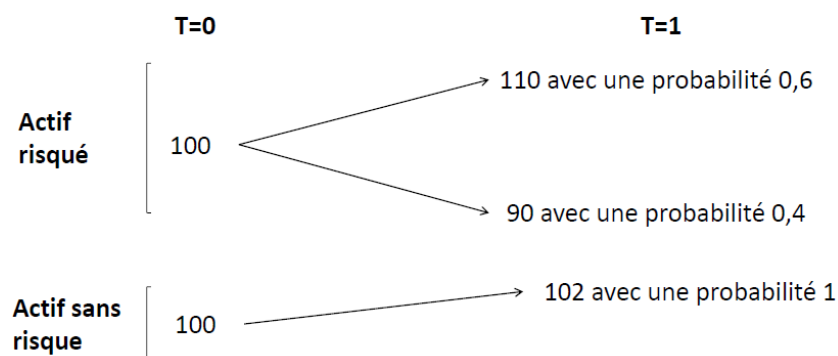


Figure 145

A l'année 1, supposons que le prix d'actif augmente avec une probabilité de 60% et il baisse avec une probabilité de 40%. L'encours à l'année 1 sera :  $100 * (1 + 2\%) + 60\% * ((110 - 100) * 80\% - 2) = 105,84\text{€}$

On conclue donc que la participation aux bénéfices est bien une source de la TVOG. Pour rendre l'exemple un peu plus complexe, nous allons mesurer la contribution de la Participation aux bénéfices à la TVOG à partir de notre modèle stochastique MCEV. Les données sont arrêtées au 31/12/2021. Je teste les différents fonds en euros, sans distinguer les fonds épargne des fonds en retraite. Mon modèle de référence est celui du 31/12/2021. Pour mesurer la contribution de la PB réglementaire, je désactive le calcul de la distribution de la PB réglementaire. Le modèle ne distribue ni 90% du résultat technique ni 85% du résultat financier. Mais nous gardons toujours la PB contractuelle.

Le tableau ci-dessous récapitule la part de la TVOG qui vient de la PB réglementaire par rapport à la TVOG totale du modèle de référence. La colonne PB Contractuelle indique le taux moyen de la PB contractuelle par fonds :

	<b>TVOG PB</b>	<b>PB Contractuelle</b>
Fonds 1	127,4%	14%
Fonds 2	9,9%	59%
Fonds 3	1,0%	74%
Fonds 4	49,3%	89%
Fonds 5	21,0%	90%
Fonds 6	46,0%	90%
Fonds 7	4,3%	90%
Fonds 8	28,1%	91%
Fonds 9	0,0%	100%

Figure 146

Les fonds sont classés selon l'ordre du taux de PB contractuel moyen. La colonne TVOG PB représente le pourcentage de la TVOG liée avec la PB réglementaire par rapport à la TVOG totale du modèle de référence au 31/12/2021.

Pour le fonds 1, la TVOG liée avec la PB réglementaire représente 127% de la TVOG totale. Pourtant le taux de la PB contractuelle qui est de 14% est le plus faible parmi les 9 fonds. En effet, sa part de la TVOG liée avec la PB réglementaire est la plus importante parmi les 9 fonds testés. Puisque le taux de PB contractuelle est très faible, l'assureur est contraint de toujours servir de la PB réglementaire. Mais cette distribution dépend beaucoup de l'aléa financier. Ceci explique la part importante de la TVOG liée avec la PB réglementaire.

Pour le fonds 9, la TVOG liée avec la PB réglementaire est de 0%. Le taux de PB contractuelle associé à ce fonds est de 100%. Cela veut dire que pour le fonds 9 l'activation de la PB réglementaire n'a pas d'impact sur la TVOG. C'est assez logique car l'ensemble de produit du fonds 9 a une PB contractuelle à 100%. Il n'y a donc plus besoin de verser la PB réglementaire.

Entre les fonds 1,2 et 3, on voit qu'il y a une certaine linéarité entre le taux de PB contractuelle et le pourcentage de la TVOG liée avec la PB Règlementaire. Plus la PB réglementaire est importante, moins la TVOG de la PB réglementaire sera importante.

Pour les fonds 4, 5, 6, 7, 8 et 9, leur taux de PB contractuel est très proche de 90%. Pourtant la part de la TVOG liée avec la PB réglementaire n'est pas la même.

En tout cas, on observe que la garantie de verser de la participation aux bénéficiaires constitue bien une source de la TVOG.

### 1.1.2. Les rachats dynamiques

Il y a deux types de rachats modélisés dans le modèle : rachat structurel et rachat dynamique.

Les rachats structurels correspondent aux comportements qui sont en partie liés aux avantages fiscaux des contrats d'assurance vie. Ils dépendent ainsi du nombre d'années de détention du contrat. Parfois, on utilise des données issues d'un autre produit en l'absence d'historique suffisant.

On distingue dans les modèles :

- Les rachats partiels qui diminuent l'encours mais pas le nombre de contrat ;
- Les rachats totaux qui impactent les deux

	Partiel	Total
Encours → Chargements	↘	↘
Nombre de contrats → Dépenses	→	↘

Figure 147

Les rachats structurels sont modélisés via une approche déterministe. Il n'existe donc pas de volatilité.

Sur les rachats conjoncturels, il est très difficile de calibrer en l'absence de données. La loi des ONC 2013 est la référence de la modélisation. Elle fait dépendre les rachats de l'écart entre un taux servi et un taux « attendu » (taux concurrentiel). Le rachat dynamique reflète le comportement des clients entre le taux attendu et le taux servi. Il dépend beaucoup de la condition du marché.

Dans la suite de la section, je vais mesurer la contribution des rachats dynamiques à la TVOG totale à partir de notre modèle stochastique MCEV. Les données sont arrêtées au 31/12/2021. Je teste les différents fonds en euros, sans distinguer les fonds épargne des fonds en retraite. Mon modèle de référence est celui du 31/12/2021. Pour mesurer la contribution des rachats dynamiques, je compare le modèle de référence au 31/12/2021 et celui sans rachats dynamiques.

Le tableau ci-dessous montre la part de la TVOG liée aux rachats dynamiques par rapport à la TVOG totale du modèle de référence. La colonne TMG indique le niveau du TMG et la colonne PB contractuelle indique le taux de PB contractuelle moyen :

	Rachat Dynamique	TMG	PB Contractuelle
Fonds 1	33%	0,2%	14%
Fonds 2	246%	-0,3%	59%
Fonds 3	134%	0,1%	74%
Fonds 4	0%	2,0%	89%
Fonds 5	0%	-0,7%	90%
Fonds 6	0%	-0,9%	90%
Fonds 7	0%	0,0%	90%
Fonds 8	103%	1,1%	91%
Fonds 9	0%	3,9%	100%

Figure 148

Sur les fonds 4,5, 6, 7 et 9, il n'y a pas de rachat dynamique car ce sont des fonds en retraite. Les assurés n'ont pas le droit de racheter leur contrat dans des conditions normales.

Pour les fonds épargne 1, 2, 3 et 8, la part de la TVOG liée aux TVOG n'est pas nulles. Sur les fonds 3 et 2, la TVOG liée aux rachats dynamiques représente respectivement 134% et 246% de la TVOG totale. En effet sur ces deux fonds, le TMG et la PB contractuelle sont assez faibles. Pour le fonds 8, même si le niveau de TMG est assez élevé (1,1% avec une PB contractuellement à 100%), la TVOG liée aux rachats dynamiques est quand même plus importante que celle du fonds 1 qui a un niveau de taux garantie et la PB contractuellement plus faible.

Il y a certes un lien entre le niveau de la TVOG et le niveau de taux garantie et la PB contractuelle, mais clairement il y a d'autres facteurs qui influencent le montant de la TVOG.

### 1.1.3. La volatilité

Dans cette section, nous allons étudier la contribution de la volatilité à la TVOG. Dans le modèle, il existe différentes sources de la volatilité : volatilité des taux swap, volatilité des prix des actions, volatilité des prix des obligations etc. Nous allons tester dans la suite la contribution de la volatilité des taux swap à la TVOG totale.

Les données sont arrêtées au 31/12/2021. Je teste les différents fonds en euros, sans distinguer les fonds épargne des fonds en retraite. Mon modèle de référence est celui du 31/12/2021. Pour mesurer la contribution de la volatilité des taux swap à la TVOG totale, je compare le modèle de référence au 31/12/2021 et celui avec une hausse de 25% sur la volatilité des taux swap.

Le tableau ci-dessous montre la part de la hausse de la TVOG suite à la hausse de 25% sur la volatilité des taux swap par rapport à la TVOG totale du modèle de référence :

	TVOG Volatilité
Fonds 1	11%
Fonds 2	32%
Fonds 3	30%
Fonds 4	6%
Fonds 5	46%
Fonds 6	66%
Fonds 7	20%
Fonds 8	25%
Fonds 9	0%

Figure 149

D'après le tableau, la majorité des fonds ont connu une hausse de la TVOG non négligeable suite à une hausse de 25% sur la volatilité des taux swap.

La seule exception est sur le fonds 9 sur lequel nous observons une stabilité de la TVOG. Le fonds 9 a pour particularité d'avoir un taux garanti très élevé de 3,9% et une PB contractuelle à 100 %. En effet ce niveau de garanti est très favorable pour les assurés. La revalorisation des contrats dépend peu de l'aléa du marché financier, donc peu sensible à la hausse de la volatilité des taux swap.

Cette étude montre que la volatilité est bien une source de la TVOG.

## 2. HAUSSE IMPORTANTE DES TAUX, TVOG ET GAP DE DURATION

Dans cette section nous allons analyser l'évolution de la TVOG et celle du gap de duration dans un contexte économique où les taux augmentent rapidement.

Sur la période du 31/12/2021 au 30/12/2022, nous observons une hausse des taux assez importante : les OAT 10 ans au 30 juin 2022 ont atteint 2,08% versus 0,07% au 31 décembre 2021.

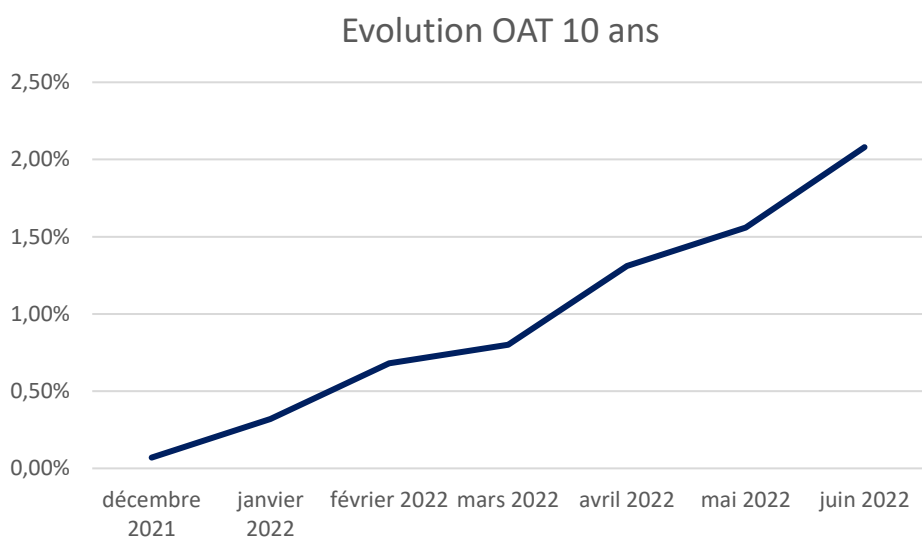


Figure 150

Nous avons vu dans le chapitre 2 que la hausse des taux est bénéfique sur les fonds propres des assureurs dont le gap de duration est négatif. Nous avons également vu dans le chapitre 3 que la hausse des taux a également un effet bénéfique sur le ratio de solvabilité de ces assureurs, sachant que la plupart des assureurs vie ont un gap de duration négatif. On se pose la question si cette hausse des taux serait toujours bénéfique pour les assureurs vie dont le gap de duration est négatif.

Nous nous rappelons que dans le chapitre 2 à cause de cette hausse des taux importante, la duration du BE au 30/06/2022 a été beaucoup réduite par rapport à celle du 31/12/2021.

	<b>Δ BE Duration 31/03/2022 vs 31/12/2021</b>	<i>Dont effet économique</i>	<b>Δ BE Duration 30/06/2022 vs 31/12/2021</b>	<i>Dont effet économique</i>
Epargne 1	- 1,29	- 1,36	- 2,37	- 2,45
Epargne 2	- 0,90	- 1,05	- 2,68	- 2,68
Epargne 3	- 0,75	- 0,78	- 1,97	- 1,99
Epargne 4	- 0,92	- 1,12	- 3,23	- 3,30
Epargne 5	- 0,43	- 0,41	- 1,60	- 1,17
Epargne 6	- 0,99	- 1,12	- 2,23	- 2,69
Retraite	- 0,48	- 0,47	- 2,20	- 1,77
PERP 1	- 0,87	- 0,80	- 1,72	- 1,10

PERP 2	- 0,43	- 1,31	- 1,74	- 1,73
--------	--------	--------	--------	--------

Figure 151

On observe une baisse de la durée du BE d'environ 2 ans entre le 30/06/2022 et le 31/12/2021. Par contre sur les actifs, nous ne retrouvons pas la même baisse. L'ampleur est beaucoup plus faible. Le tableau ci-dessous montre l'évolution de la durée des actifs entre le 30/12/2021 au 30/06/2022 :

	$\Delta$ MV Duration 31/03/2022 vs 31/12/2021	Dont effet économique	$\Delta$ MV Duration 30/06/2022 vs 31/12/2021	Dont effet économique
Epargne 1	- 0,38	- 0,47	0,85	0,83
Epargne 2	- 0,55	- 0,73	- 1,28	- 1,28
Epargne 3	- 0,48	- 0,55	- 0,99	- 1,02
Epargne 4	- 0,66	- 0,69	- 1,83	- 1,82
Epargne 5	- 0,67	- 0,83	- 1,17	- 1,11
Epargne 6	- 1,33	- 1,30	- 2,54	- 2,53
Retraite	- 0,94	- 0,97	- 1,74	- 1,84
PERP 1	- 1,79	- 2,14	- 2,39	- 2,10
PERP 2	- 0,78	- 1,82	- 2,40	- 2,18

Figure 152

Sur une majorité des fonds, avec cette hausse importante des taux, la durée des actifs et celle des passifs diminuent. Mais on observe que la vitesse de diminution n'est pas la même entre les actifs et les passifs. L'impact de la baisse des taux est apparemment plus fort sur la durée du BE par rapport aux actifs. En conséquence le gap de durée augmente et donc tend vers l'équilibre 0 :

	Gap de durée au 31/03/2022	Gap de durée au 30/06/2022	$\Delta$ Gap de durée
Epargne 1	- 2,66	- 0,34	2,32
Epargne 2	- 0,85	0,14	0,99
Epargne 3	- 1,64	- 0,96	0,68
Epargne 4	- 2,00	- 0,84	1,16
Epargne 5	- 2,46	- 1,43	1,03
Epargne 6	- 0,25	- 0,27	- 0,02
Retraite	- 1,71	- 0,49	1,21
PERP 1	5,83	5,47	- 0,36
PERP 2	0,34	0,21	- 0,13

Figure 153

Sur une majorité des fonds, nous observons qu'avec une diminution plus forte de la durée du BE, le gap de durée augmente entre le 31/03/2022 et le 30/06/2022. En conséquence le gap de durée s'approche de 0. Le bilan SII est donc moins sensible à la hausse ou à la baisse des taux par rapport à celui du 31/12/2021.

Pour les assureurs dont le gap de durée est négatif, la hausse des taux augmente le gap de durée qui s'approche de 0. Quand le gap de durée sera 0, le bilan ne sera plus sensible à la variation des taux. Si la hausse des taux continue dans des proportions importantes, il est possible

qu'elle inverse le signe du gap de duration. En conséquence la hausse des taux pénalisera les assureurs dont le gap de duration était initialement négatif.

Comment peut-on comprendre cette baisse plus forte de la duration du BE par rapport aux actifs au 30/06/2022 ? En effet avec la hausse des taux, le BE est plus ou moins sensible à la variation des taux. Cette inertie du BE peut être expliquée par une diminution de la TVOG dans un contexte de la forte augmentation des taux.

	TVOG 1Q22 vs FY21	TVOG 2Q22 vs 1Q22
Epargne 1	-15%	-13%
Epargne 2	9%	-24%
Epargne 3	11%	26%
Epargne 4	-12%	-31%
Epargne 5	-1379%	36%
Epargne 5	-9%	-23%
Retraite	73%	15%
Perp 1	-46%	-413%
Perp 2	-17%	-35%

Figure 154

Le tableau ci-dessus montre l'évolution de la TVOG entre le 31/03/2022 et le 30/06/2022 par rapport à celle du 31/12/2021. On observe que pour le deuxième semestre de l'année 2022, sur une majorité des fonds en euros, la valeur de la TVOG diminue par rapport au 31/03/2021 et au 31/12/2021.

Dans ce contexte de la forte hausse des taux, la valeur des garanties diminue, ce qui a pour conséquence de diminuer la duration du BE en plus de la hausse des taux. Pour mieux comprendre la baisse de la TVOG dans un contexte d'une forte hausse des taux, nous pouvons dans un premier temps comparer les produits d'épargne au 'PUT'.

Les produits d'épargne donnent une garantie des taux, la participation aux bénéficiaires et également la garantie de rachat. Les assurés possèdent l'option d'exécuter le rachat total ou partiel de leur contrat quand ils jugent que le bénéfice lié avec le taux servi et la PB est trop faible par rapport au taux qu'ils attendent. Ce mécanisme ressemble à celui d'un put dont le prix est déterminé par l'équation suivante :  $P = \max(0, K - S_t)$

$S_t$  est la valeur du sous-jacent à maturité,  $K$  le prix d'exercice (strike) de l'option de prime  $p$  et  $P$  la valeur du put à maturité. La valeur du Put dépend du dynamisme entre le  $K$  et le  $S_t$ . Quand le  $S_t$  est inférieur à  $K$  à la date de maturité, on va exécuter l'option car on aura un gain  $K - S_t$ . La valeur de l'option est supérieure à 0. Dans le cas contraire quand le  $S_t$  est supérieur à  $K$  à la date de maturité, on ne va pas exécuter l'option car sinon on aura une perte  $K - S_t$ .

Si on assimile les produits d'épargne avec une garantie de rachat au put, le strike  $K$  correspond grosso modo à la revalorisation du contrat qui correspond à la garantie des taux et à la participation aux bénéficiaires. Le prix du sous-jacent  $S_t$  correspond à ce qui est attendu par les assurés. Il peut dépendre des taux servis par le marché en moyenne, des rendements des obligations d'Etats ou des taux du livret A etc.

Pendant les 10 dernières années, les assureurs sont obligés de baisser le niveau des taux garantis à cause d'une baisse en continuation des rendements des obligations. Depuis 2022, nous avons vu une hausse des taux ultra violente. En conséquence nous avons un décalage d'évolution entre le  $K$  et le  $S_t$ .

Nous avons une OAT 10 ans qui atteint 3% le 3/11/2022. Le taux du livret A est revu à 2% début 2022. Dans ce contexte, le  $S_t$  est au moins de 2% et pourrait atteindre facilement 3%. Si on regarde le K, les performances de l'assurance vie en euros pour l'année 2021, nous avons une stagnation autour d'un taux bas de 1 à 1,3 % en moyenne. Nous avons vu que quand le  $S_t$  est supérieur à K, on ne va pas exécuter l'option car sinon on aura une perte  $K-S_t$ . Dans cette situation, la valeur du PUT est égale à 0. La valeur nulle du PUT explique la diminution de la TVOG des produits épargne dans ce contexte de la forte hausse des taux.

Pour les produits de retraite, nous avons une différence fondamentale lié avec la garantie de rachat. Les assurés ne peuvent pas racheter 100% de leur encours. Dans certains cas, ils peuvent racheter une partie de l'encours. Cette limitation permettra de réduire l'ampleur de la diminution de la TVOG face à la forte hausse des taux.

Nous avons compris donc que la hausse des taux réduit la TVOG. En conséquence cette diminution de la TVOG augmente le gap de duration des assureurs dont le gap de duration est négatif. Ces derniers vont donc bénéficier de moins en moins de la hausse des taux. Un jour quand le gap de duration deviendra positif, la hausse des taux sera pénalisante pour eux.

### 3. CONCLUSION

Nous avons étudié dans ce chapitre le lien entre le gap de duration et la TVOG dans un contexte d'une hausse importante des taux. Avec cette hausse importante des taux, la valeur des garanties et options diminue. Cela a pour conséquence d'augmenter le gap de duration des assureurs dont le gap de duration est initialement négatif.

Même si dans un premier temps, ces assureurs dont le gap de duration est initialement négatif peuvent bénéficier de la hausse des taux, l'effet bénéfique des taux sur les fonds propres SII ou le ratio de solvabilité n'est pas durable. A partir d'un certain niveau des taux, à cause de la valeur des options et garantie qui diminuent, le gap de duration va augmenter pour amortir l'effet bénéfique de la hausse des taux. Si la hausse des taux continue, les assureurs vie finissent par avoir un gap de duration positif. La hausse des taux sera destructrice sur les fonds propres de ces assureurs et leur solvabilité.



## Sixième partie : Conclusion

A cause du principe de juste valeur, le bilan SII est sensible à la variation des conditions économiques, contrairement au bilan comptable. Nous sommes confrontés à un fort mouvement des taux depuis la crise de covid. Nous venons de traverser une période de taux négatifs pendant 2 ans. Depuis la guerre en Ukraine à partir du début 2022, nous assistons à une forte augmentation de l'inflation dont la conséquence est la forte hausse des taux. En l'espace de 6 mois depuis janvier 2022, le OAT 10 ans a augmenté de plus de 200 bps. Quelles sont les conséquences de cette variation forte des taux ? Comment évolue le ratio de solvabilité des assureurs dans ce contexte ? L'objectif de ce mémoire est de répondre à ces questions.

J'ai testé dans le chapitre 2 la sensibilité du bilan SII aux différents paramètres économiques. A travers les différents tests j'ai pu conclure que les taux d'intérêts sont les paramètres dont l'impact sur le bilan SII est plus important sur les fonds en euros dans le contexte actuel avec des hausses des taux fulgurantes. Sur les UC, l'impact de la variation des marchés des actions est le plus dominant.

A partir de cette sensibilité aux taux sur les fonds en Euro, j'ai introduit la notion de duration et celle du gap de duration dans le chapitre 3. J'ai démontré une relation explicite entre le gap de duration et les fonds propres économiques :

- ***Si le gap de duration est positif, la hausse des taux fait diminuer la PVFP. Par contre quand les taux diminuent, la PVFP augmente.***
- ***Si le gap de duration est négatif, la hausse des taux fait augmenter la PVFP. Par contre quand les taux diminuent, la PVFP diminue.***

Il existe néanmoins des exceptions dans lesquels, la PVFP augmente (ou diminue) dans le cas d'une hausse et également d'une baisse des taux. Ceci est souvent lié à une déformation de la sensibilité du BE face à l'évolution des taux. Et dans cette situation, il faut calculer le gap de duration avec au moins les 2 approches comme recommandé dans le chapitre 3 pour mieux comprendre.

Dans le chapitre 4 je suis allée plus loin pour exploiter la relation entre le gap de duration et le ratio de solvabilité. J'arrive à démontrer la relation entre le gap de duration et le ratio de solvabilité :

- ***Pour les bilans dont le gap de duration est négatif, le ratio de solvabilité augmente avec la hausse des taux et il diminue avec la baisse des taux.***
- ***Pour les bilans dont le gap de duration est positif, le ratio de solvabilité diminue avec la hausse des taux et il augmente avec la baisse des taux.***

Cette relation est tout de même soumise aux contraintes suivantes :

- $FP\ Central > FP\ choc$
- $MV\ Central > MV\ choc$
- $\Delta MV / MV < \Delta FP / FP$ , ce qui veut dire que la sensibilité de la PVFP est toujours supérieure à celle de la MV, les termes  $\Delta MV$  et  $\Delta FP$  sont en valeur absolue
- L'impact d'une baisse des taux et celui d'une hausse des taux doivent être plus au moins symétriques sur la PVFP.

Dans le dernier chapitre je démontre la dynamique entre le gap de duration et la TVOG dans le contexte actuel de la hausse des taux. Avec cette hausse importante des taux, la valeur des garanties et options diminue. Cela a pour conséquence d'augmenter le gap de duration des assureurs dont le

gap de duration est initialement négatif. Même si dans un premier temps, ces assureurs dont le gap de duration est initialement négatif peuvent bénéficier de la hausse des taux, l'effet bénéfique des taux sur les fonds propres SII ou le ratio de solvabilité n'est pas durable. A partir d'un certain niveau des taux, à cause de la valeur des options et garantie qui diminuent, le gap de duration va augmenter pour amortir l'effet bénéfique de la hausse des taux. Avec la hausse des taux en continue, les assureurs vie finissent par avoir le gap de duration positif. La hausse des taux sera destructrice sur les fonds propres de ces assureurs et leur solvabilité.

# Abréviation

ACPR : Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution  
EIOPA: European Insurance and Occupational Pensions Authority  
BE: Best Estimate Liabilities Liabilities  
SCR : Capital de solvabilité requis  
FP : Fonds propres  
Bps : Point de base  
CE : Certain Equivalent  
DET\_CF: Determinist Cash-Flows  
ESG: Economic Scenarios Generator  
MCEV: Market Consistent Embedded Value  
MV: Valeur de marché des actifs  
PB : Participation Aux Bénéfices  
PM : Provisions Mathématiques  
Immo : Immobilier  
Prophet: Logiciel Prophet  
PVFP: Present Value of Future Profit  
RFR: Risk Free Rate  
SIV: Swaption implied volatilities  
TVOG: Time Value of Options and Garanties  
UC: Unit Link  
UFR: Ultimate Forward Rate  
VA : Ajustement de volatilité  
Vol : Volatilité  
YE2021: Year End 2021  
ZCB: Zero Coupon Bond

# Bibliographies

[1] PIERMAY M. (2021), Cours CEA 25.06.2021 provisoire 2

[2] GORRAND R. (2021), CEA2 17\_04\_2021\_hors\_BEL2

[3] GORRAND R. (2021), CEA2 20\_03\_2021\_Bilan S2

[4] GORRAND R. (2021), 2021 TD CEA SCR\_Conso

[4] GAUGE V. (2020), 2020 CEA Finance 1 Cours IV

[5] CELEX\_32015R0035\_FR\_TXT

[6] EIOPA-BoS-21/090 , Risk-Free Interest Rate Term Structures report on the calculation of the UFR for 2022