

Mémoire présenté

pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA et l'admission à l'Institut des Actuaires

Par : Luc BADEN

Titre Méthodologie de calcul du Risk Adjustment par méthode
quantile pour un réassureur vie sur un portefeuille Décès

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut
des Actuaires* signature

Entreprise :

Nom : KPMG

Membres présents du jury de l'ISFA

Directeur de mémoire en entreprise :

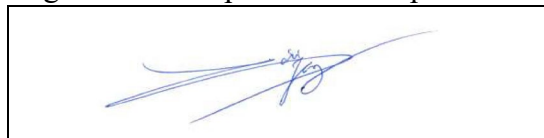
Nom : Loic Seitz

Signature :

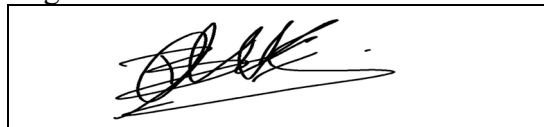


**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



Réassurance Vie : Méthodologie de Calcul du Risk Adjustment

L.Baden

Sommaire

1 Remerciements	7
2 Résumé	8
3 Abstract	9
4 Introduction	10
5 Présentation générale d'IFRS 17	12
5.1 Contexte et enjeux pour le monde de l'assurance	12
5.1.1 Genèse d'IFRS 17 en bref	12
5.1.2 Champs d'application	12
5.1.3 Calendrier	13
5.1.4 Enjeux pour le monde de l'assurance	14
5.2 Les concepts clés	16
5.2.1 Modèles comptables BBA, VFA et PAA	16
5.2.2 Unité de comptabilisation et maille de calcul	16
5.2.3 Combinaison de contrats et séparation de composantes	17
5.2.4 Liability for Residual Coverage ou LRC	18
5.2.5 Liability for Incurred Claims ou LIC	19
5.2.6 La Present Value Of Future Cash Flows ou PVFCF	20
5.2.7 Le Risk Adjustment ou RA	21
5.2.8 La Contractual Service margin ou CSM	22
5.2.9 Impacts dans le compte de résultat et le compte de résultat global	23
5.2.10 La présentation du Bilan IFRS 17	25
6 Focus sur le Risk Adjustment	28
6.1 Eléments normatifs sur le Risk Adjustment	28
6.1.1 Définition	28
6.1.2 Principes clés	28
6.2 Panorama des principales techniques de calcul du Risk Adjustment	30
6.2.1 Méthode Quantile - Approche Value at Risk (VaR)	30
6.2.2 Méthode Coût du capital	31
6.3 Lien entre Risk Adjustment et Appétence au risque	33
7 Méthodologie et Matériel proposé	35
7.1 Méthodologie	35

7.2	Matériel	39
7.2.1	Base de données mis à disposition par CCR	39
7.2.2	Human Mortality Database (HMD)	40
7.2.3	Courbe des taux IFRS 17	40
7.2.4	Modèles de mortalité stochastique	41
8	Modélisation et calcul du Risk Adjustment du réassureur	59
8.1	Construction du modèle de projection des flux	59
8.1.1	Structure des individus constituant le portefeuille Décès CCR	62
8.1.2	Données HMD : Données brutes de mortalité en France pour les hommes . . .	64
8.1.3	Ajustement des modèles aux données	65
8.1.4	Analyse de la qualité du calibrage	68
8.1.5	Analyse des indicateurs AIC et BIC	72
8.1.6	Projection : Table de mortalité prospective	73
8.1.7	Analyse de la qualité de projection	77
8.1.8	Prise en compte de l'incertitude sur les paramètres	79
8.1.9	Conclusion et choix du modèle de projection des taux de mortalité futures . .	82
8.1.10	Chronique de paiements sur l'horizon de projection	85
8.2	Meilleure estimation des flux de trésorerie futurs	86
8.2.1	Calcul du PVFCF IFRS 17	86
8.2.2	Actualisation	87
8.3	Calcul du Risk Adjustment	88
8.3.1	Distribution du PVFCF IFRS 17, niveau de quantile et Risk Adjustment	88
8.3.2	Diversification et agrégation	91
8.4	Résultats	92
9	Conclusions et perspectives	94
10	Liste des acronymes	98
11	Annexes : Graphiques pour la population féminine en France	99
	Bibliographie	111

List of Figures

1	Champs d'application d'IFRS 17	13
2	Calendrier du projet IFRS 17	14
3	Processus cible IFRS 17	14
4	Modèle comptable sous IFRS 17	16
5	Unité de comptabilisation et maille de calcul IFRS 17	17
6	Composantes des contrats d'assurance IFRS 17	18
7	Illustration du LRC	19
8	Illustration du LIC	20
9	Flux de trésorerie inclus dans le PVFCF	20
10	RA IFRS 17 vs RM S2	22
11	Illustration PVFCF, RA et CSM	22
12	Illustration P&L IFRS 17	23
13	Compabilisation des impacts en P&L ou OCI	24
14	Panorama des impacts et de leur prise en compte sous IFRS 17	25
15	Bilan sous IFRS 17	26
16	Comparaison Bilan sous IFRS 17, S2 et IFRS 4	27
17	Méthode quantile - VaR	31
18	Vue d'ensemble de la méthodologie de calcul du RA proposée	38
19	Questionnement qualitatif sur le choix du modèle à priori	61
20	Structure du portefeuille décès CCR	63
21	Taux de décès chez les hommes en France entre 1816 et 2019	64
22	Paramètres estimés pour les modèles LC, RH, APC et CBD sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019	66
23	Paramètres estimés pour les modèles m6, m7, m8 et PLAT sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019	67
24	Heat-maps des résidus pour les modèles sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019	69
25	Scatter plot des résidus pour les modèles RH calibrés sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019	70
26	scatter plot des résidus pour les modèles PLAT calibrés sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019	70
27	Indicateurs AIC et BIC	72
28	Projection des indices de périodes et de cohortes pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019	75
29	Projection des taux de mortalité pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour un individu âgé de 55 ans en 2019 sur un horizon de 70 ans	76

30	Projection des taux de mortalité pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour un individu âgé de 65 ans en 2019 sur un horizon de 70 ans	76
31	Projection des taux de mortalité avec le modèle RH sur un horizon de 70 ans pour des individus âgés de 65, 75 et 85 ans en 2019	78
32	Prise en compte de l'incertitude relativement aux paramètres pour les modèles LC, RH, APC et CBD pour la projection des taux de mortalité sur un horizon de 70 pour les individus âgés de 40, 50, 60, 70, 80 et 90 ans en 2019	80
33	Prise en compte de l'incertitude relativement aux paramètres pour les modèles m6, m7, m8 et PLAT pour la projection des taux de mortalité sur un horizon de 70 pour les individus âgés de 40, 50, 60, 70, 80 et 90 ans en 2019	81
34	Ajustement du modèle RH au données brutes de mortalité	83
35	Back-testing projection vs données observées entre 2000 et 2019	84
36	Distribution des flux actualisés pour un individu né en 1947, 1963 et 1980	88
37	Taux de RA basé sur une population masculine en france avec la méthodologie proposée dans cette étude	92
38	Taux de RA basé sur une population féminine en france avec la méthodologie proposée dans cette étude	92
39	Taux de décès des femmes en France entre 1816 et 2019	99
40	Paramètres estimés pour les modèles LC, RH, APC et CBD sur la population des Femmes en France âgée de 26-90 entre 1970-2019	100
41	Paramètres estimés pour les modèles m6, m7, m8 et PLAT sur la population des Femmes en France âgée de 26-90 entre 1970-2019	101
42	Heat-maps des résidus pour les modèles sur la population des Femmes en France âgée de 26-90 entre 1970-2019	102
43	Scatterplot des résidus pour les modèles sur la population des Femmes en France âgée de 26-90 entre 1970-2019	103
44	Indicateurs AIC et BIC (population des femmes)	104
45	Projection des indices de périodes et de cohortes pour les modèles LC, RH, APC et CBD sur un horizon de 70 ans pour la population des Femmes en France âgée de 26-90 entre 1970-2019	105
46	Projection des indices de périodes et de cohortes pour les modèles m6, m7, m8 et PLAT sur un horizon de 70 ans pour la population des Femmes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019	106
47	Projection des taux de mortalité pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour une femme âgée de 55 ans en 2019 sur un horizon de 70 ans	107
48	Projection des taux de mortalité pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour une femme âgée de 65 ans en 2019 sur un horizon de 70 ans	107

- 49 Projection des taux de mortalité avec le modèle RH sur un horizon de 70 ans pour des femmes âgées de 65, 75 et 85 ans en 2019 108
- 50 Ajustement du modèle RH au données brutes de mortalité (femmes) 109
- 51 Back-testing projection vs données observées entre 2000 et 2019 (femmes) 110

1 Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier Viviane Leflaive et Médéric Borde de m'avoir accordé leur confiance et permis d'évoluer et m'épanouir professionnellement chez KPMG dans la grande famille de l'Actuariat.

Je remercie Loic Seitz pour son accompagnement dans l'élaboration de ce mémoire, nos échanges très riches et les conseils avisés tout au long de ce parcours.

Je remercie Filipe Gomes pour son rôle de mentor au quotidien, sa disponibilité, son sens du partage et sa bienveillance.

Je remercie également Pierre Thérond pour la qualité de son accompagnement pédagogique et ses précieux conseils dans cet exercice.

Pour finir, je souhaite remercier infiniment mes proches pour le soutien et les encouragements de tout instant.

2 Résumé

La nouvelle norme comptable internationale « IFRS 17 - Contrats d'assurance » rentrera en vigueur au 1 janvier 2023. L'objectif d'IFRS 17 est d'assurer qu'une entité, assureur ou réassureur, fournit l'information pertinente pour représenter fidèlement ces contrats. Cette information donne une base comparative pour les utilisateurs des états financiers pour évaluer l'impact des contrats d'assurance sur la position financière d'une entité, sur sa performance financière et sur ses flux de trésorerie.

Un nouveau cadre pour l'évaluation du passif d'assurance a été établi introduisant de nouveaux agrégats importants tels que la Present Value of Future Cash Flows (PVFCF) autrement dit la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs, le Risk Adjustment for non-financial risk (RA) autrement dit l'ajustement pour risque non financier, ainsi que la Marge pour Service Contractuelle (CSM).

Dans ce mémoire, nous nous intéressons particulièrement au Risk Adjustment et à son calcul de bout en bout dans le cadre d'un portefeuille décès pour le compte d'un réassureur vie. Cette grandeur représente la rémunération supplémentaire au-delà du PVFCF qu'exige l'entité pour la souscription du risque et fait partie intégrante de son résultat.

Etant entendu qu'en termes de méthodologie de calcul du Risk Adjustment, la norme IFRS 17 ne stipule pas de cadre formel mais énonce uniquement des grands principes à respecter dans sa détermination, nous nous proposons de développer une méthodologie de calcul robuste et conforme à ces principes dans un contexte de réassurance.

Ce mémoire revient brièvement sur le contexte IFRS 17 et certains éléments de compréhension relatif au RA pour poser le cadre de l'étude. Dans un second temps, nous analysons les données mises à disposition par le réassureur d'un point de vue critique. Sur cette base, nous proposons une méthodologie adaptée faisant appel à un ensemble de matériel statistique issu de la littérature spécifique à la mortalité. Ensuite, nous consacrons une partie à la modélisation prospective du risque de mortalité sous-jacent à ce portefeuille décès au regard des contraintes existantes en réassurance et à la projection des flux de trésorerie. Pour finir, nous utilisons une approche quantile pour appréhender le RA.

Au-delà du calcul du RA, le but de ce mémoire est de démontrer la robustesse de la méthodologie de calcul proposée en vue d'une validation par des commissaires aux comptes et de montrer dans quelle mesure cette approche offre des pistes de réflexion aux contraintes que peut rencontrer un réassureur notamment relativement aux données recueillies des cédantes.

Mots-clés : IFRS 17, Risk Adjustment, Ajustement pour risque, RA, Quantile, Value at risk, mortalité prospective, mortalité stochastique

3 Abstract

The new international accounting standard “IFRS 17 - Insurance Contracts” will come into force on January 1, 2023. The objective of IFRS 17 is to ensure that an entity, insurer or reinsurer, provides relevant information to fairly represent these contracts. This information provides a comparative basis for users of financial statements to assess the impact of insurance contracts on an entity’s financial position, financial performance and cash flows.

A new framework for the measurement of insurance liabilities has been established introducing important new aggregates such as the Present Value of Future Cash Flows (PVFCF), the Risk Adjustment for non-financial risk (RA) and the Contractual Service Margin (CSM).

In this paper, we are particularly interested in the Risk Adjustment and its end-to-end calculation in the context of a death portfolio for a life reinsurer. This quantity represents the additional remuneration beyond the PVFCF that the entity requires for underwriting the risk and is an integral part of its result.

Given that IFRS 17 does not stipulate a formal framework for calculating the risk adjustment, but only sets out the main principles to be respected in its determination, we propose to develop a robust calculation methodology that complies with these principles in a reinsurance context.

This paper briefly reviews the IFRS 17 context and some elements of understanding of the Risk Adjustment to set the framework for the study. In a second step, we analyze the data provided by the reinsurer from a critical point of view. On this basis, we propose an adapted methodology using a set of statistical material from the literature specific to mortality. Then, we devote a part to the prospective modeling of the mortality risk underlying this death portfolio with regard to the existing constraints in reinsurance and to the projection of the cash flows. Finally, we use a quantile approach to apprehend the Risk Adjustment.

Beyond the calculation of the Risk Adjustment, the aim of this paper is to demonstrate the robustness of the proposed calculation methodology in view of a validation by auditors and to show to what extent this approach offers opportunities of reflection to the constraints that a reinsurer may encounter, in particular in relation to the data collected from cedants.

Key words : IFRS 17, Risk Adjustment, Quantile, Value at risk, Stochastic mortality

4 Introduction

Le secteur de l'assurance est à l'aube d'une nouvelle ère. Dans quelques mois et après pratiquement 20 ans de discussions, d'exposés-sondages et de débat, la nouvelle norme comptable internationale intitulée « IFRS 17 - Contrats d'assurance » offrira aux acteurs, analystes et utilisateurs d'informations financières une toute nouvelle perspective sur les états financiers des assureurs et réassureurs.

La nouvelle norme apporte une plus grande comparabilité et plus de transparence sur la profitabilité des activités d'assurances (in-force et affaires nouvelles) et donne aux analystes un meilleur aperçu de la santé financière de l'entité. De plus, une présentation distincte des résultats de souscription et des résultats financiers induit une transparence accrue sur les sources de résultats et la structure financière globale.

Les assureurs et réassureurs sont confrontés, en préparation de son entrée en vigueur, à des enjeux qui vont bien au-delà des problématiques strictement comptables. Celle-ci exige un investissement substantiel sur la refonte des systèmes d'informations, la gestion des données, les processus et les dispositifs de contrôles. La coordination entre les fonctions Finance, le contrôle de gestion, l'actuariat et l'informatique est essentiel car ce nouveau standard implique des conséquences majeures sur l'organisation interne du pilotage de la performance.

Des données nouvelles et plus granulaires sont nécessaires pour déterminer les passifs d'assurance évalués selon le nouveau modèle comptable. Ce dernier requiert de développer des modèles de projection des flux de trésorerie futurs, de calcul de l'ajustement pour risque et de la marge de service contractuelle. Les outils actuariels ont évolué et les systèmes amont et aval sont fortement impactés.

Ces nouveaux agrégats du passif d'assurance seront publiés par les assureurs et réassureurs pour la première fois en 2023. Ils vont donc faire l'objet d'une attention et d'un contrôle particulier des commissaires aux comptes dans le cadre de la validation des comptes à l'ouverture.

L'un des nouveaux agrégats prépondérants à définir sous IFRS 17 est le Risk Adjustment for non-financial risk (RA). L'ajustement pour risque non financier est une composante du revenu d'un réassureur et va être reconnu en résultat de réassurance au fil du temps en fonction de l'expiration du risque sous-jacent. Cette grandeur représente la rémunération supplémentaire au-delà du PVFCF qu'exige l'entité pour la souscription du risque.

La norme IFRS 17 ne spécifie aucune méthodologie particulière de calcul du RA mais évoque des grands principes à respecter au moment de sa détermination.

Dans un contexte de réassurance, déterminer une méthodologie de calcul du RA robuste est un enjeu essentiel pour le réassureur en vue d'une validation des comptes par les commissaires aux comptes car il doit composer avec des contraintes spécifiques à son activité :

- Cédante non soumise à IFRS 17

- Faible qualité ou non exhaustivité des données transmises pour évaluer le risque sous-jacent
- Absence d'historique sur l'évolution du risque sous-jacent
- Manque de visibilité sur les « managements rules » de la cédante
- Vision uniquement sur une valorisation réglementaire local GAAP du risque par la cédante
- Pas de vision économique de l'exposition
- Pas de visibilité sur les chroniques/ projections de flux de trésoreries
- Echange annuel avec la cédante

Au regard de ces contraintes, la conformité aux principes de la norme IFRS 17 et aux attentes des commissaires aux comptes sera évaluée notamment par la robustesse de la méthodologie de calcul du RA et les hypothèses de modélisation du risque retenues par le réassureur.

Le réassureur doit démontrer qu'il retient les approches de modélisation et hypothèses les plus cohérentes possibles pour apprécier le risque du portefeuille réassuré.

Dans cette optique, l'objectif de ce mémoire est de proposer une méthodologie de calcul du RA pour un portefeuille décès réel pour le compte d'un réassureur.

Pour ce faire, nous présentons dans une première partie le contexte réglementaire IFRS 17 encadrant la notion de RA. Dans une seconde partie, nous faisons un focus sur le marché français en présentant les principales techniques retenues pour déterminer cet agrégat.

Dans une troisième partie, nous décrivons l'approche, les éléments méthodologiques ainsi que le matériel que nous avons retenu pour l'étude.

Dans une quatrième partie, nous détaillons l'exercice de modélisation du risque de mortalité et les étapes de calcul du RA.

Pour finir, nous discutons les résultats et proposons des pistes d'approfondissement.

5 Présentation générale d'IFRS 17

Dans ce chapitre, nous proposons de présenter les principaux éléments de compréhension relatif à la norme IFRS 17 afin de poser le cadre de l'étude.

5.1 Contexte et enjeux pour le monde de l'assurance

La norme « IFRS 17 Contrats d'assurance » établit les principes de comptabilisation, d'évaluation et de présentation des contrats d'assurance qui entrent dans son champ d'application, ainsi que les dispositions relatives aux informations à fournir à leur sujet.

Elle a pour objectif que les entités fournissent des informations pertinentes qui donnent une image fidèle de ces contrats. Ces informations permettent aux utilisateurs d'états financiers d'apprécier l'incidence des contrats d'assurance sur la situation financière, la performance financière et les flux de trésorerie de l'entité.

5.1.1 Genèse d'IFRS 17 en bref

IFRS 17 (i.e. « IFRS 4 Phase 2 ») est la nouvelle norme IFRS pour la comptabilisation des contrats d'assurance. Elle remplace et améliore la norme transitoire IFRS 4 (i.e. « IFRS 4 Phase 1 ») qui est basée sur les normes locales de comptabilité.

Elle est publiée par l'IASB (International Accounting Standards Board), l'organe responsable des IFRS (cf. <https://www.ifrs.org/>).

Les groupes d'assurance cotés (ou émettant de la dette cotée) doivent publier des états IFRS. C'est optionnel pour les autres groupes.

5.1.2 Champs d'application

Le champ d'application d'IFRS 17 et la définition d'un contrat d'assurance restent largement inchangés par rapport à la norme IFRS 4 actuelle (phase I) – « Transfert d'un risque significatif d'assurance »

L'entité doit appliquer IFRS 17 aux éléments suivants :

- Les contrats d'assurance (y compris les traités de réassurance) qu'elle émet ;
- Les traités de réassurance qu'elle détient ;
- Les contrats d'investissement avec participation discrétionnaire qu'elle émet, à condition qu'elle émette aussi des contrats d'assurance

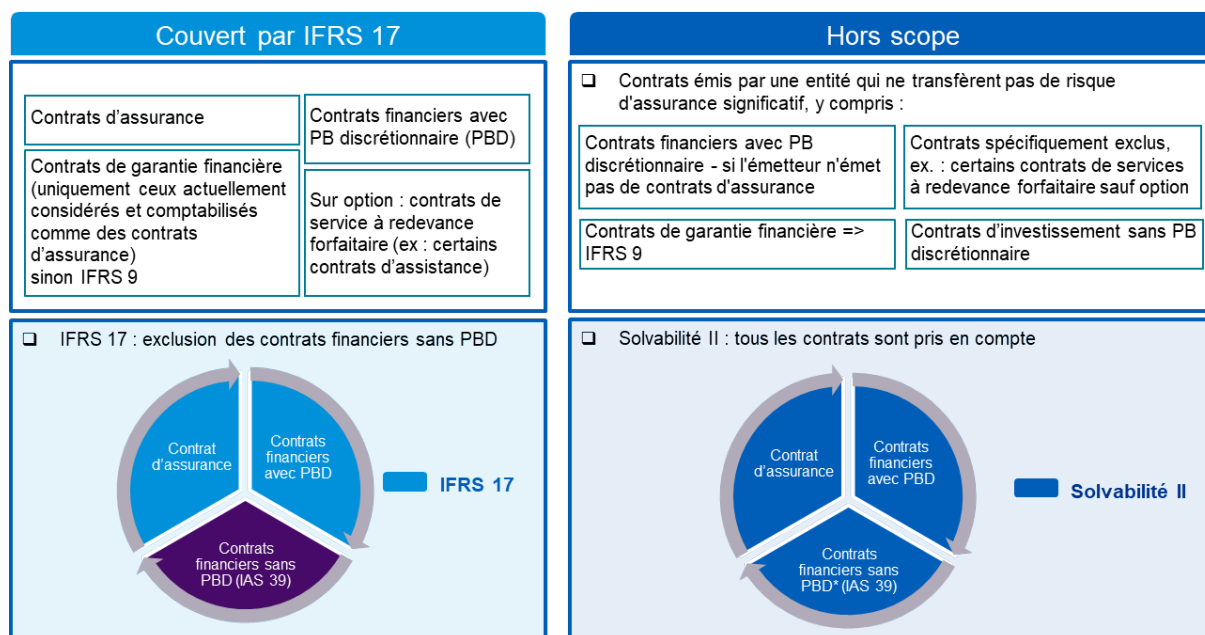


Figure 1: Champs d'application d'IFRS 17

5.1.3 Calendrier

Le calendrier de mise en œuvre de la norme IFRS 17 a évolué plusieurs fois. Le projet de norme ayant fait l'objet notamment d'un exposé-sondage en 2013, puis de nouvelles délibérations par le Board de l'IASB et d'un field testing sur des dispositions ciblées en août 2016.

La norme « définitive » a été publiée en mai 2017 puis une version amendée a été publiée en juin 2020. Les amendements ont, entre autres, permis de décaler la date d'entrée en vigueur de 2 ans.

L'adoption par la commission européenne suite à l'envoi de « l'approbation finale » de l'EFRAG (European Financial Reporting Advisory Group) a eu lieu en mars 2021.

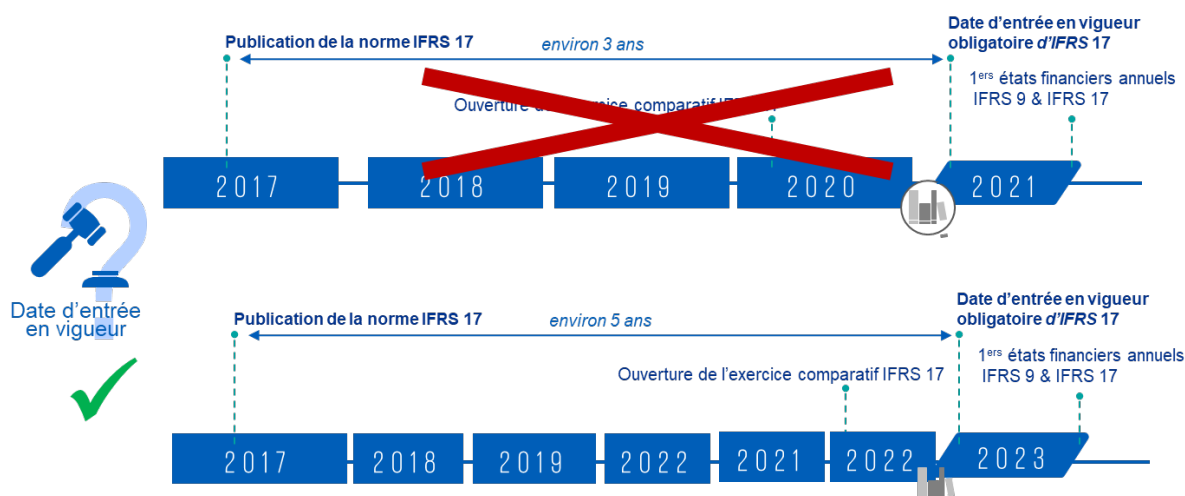


Figure 2: Calendrier du projet IFRS 17

5.1.4 Enjeux pour le monde de l'assurance

La mise en œuvre d'IFRS 17 impacte toutes les étapes du processus de reporting financier de l'entité et a fait évoluer en profondeur le modèle opérationnel en fonction de la stratégie d'implémentation.



Figure 3: Processus cible IFRS 17

IFRS 17 requiert une nouvelle maille de calcul communément appelée "niveau de granularité", c'est l'une des nouveautés d'IFRS 17 par rapport à Solvabilité II, intégrant des enjeux liés à la volumétrie ainsi qu'à l'analyse des informations produites.

Les outils de modélisation actuarielle doivent évoluer. Le marché français a unanimement fait le constat que des modifications sont nécessaires pour adapter les systèmes actuels à des délais de production des données bien plus restreints que ceux actuellement requis dans le cadre de Solvabilité 2.

L'industrialisation des processus de production des données devient ainsi incontournable pour gagner en rapidité et en sécurité. IFRS 17 joue dans ce domaine un rôle d'accélérateur.

La mise en œuvre d'IFRS 17 a transformé le mix de compétence requis chez les acteurs de la place dans les équipes projet. En effet, des compétences transversales sont requises pour appréhender hollistiquement l'ensemble des transformations de la fonction finance.

Les actuaires sont davantage associés aux travaux comptables : un dialogue entre les actuaires et les comptables est nécessaire, jusque dans la rédaction des schémas comptables.

Plus largement, IFRS 17 implique une proximité accrue entre les équipes finance et les équipes risques et actuariat. Le compte de résultat est au centre de cette évolution, avec un chiffre d'affaires issu des systèmes de provisionnement et des charges d'assurance provenant du déversement des systèmes de gestion métier. Les systèmes d'information financière doivent s'adapter à cette nouvelle donne.

En parallèle, IFRS 17 pose de nouveaux enjeux managériaux, tout spécialement au sein des équipes comptables dont le rôle va évoluer avec l'automatisation croissante des travaux de réconciliation.

La formation est un enjeu clé. De plus, les rôles et responsabilités de chacun – actuariat, comptabilité, contrôle de gestion – évoluent.

Dans la phase de préparation de la mise en oeuvre, la diffusion d'une information pertinente, qui permette d'avancer sans se perdre dans des abîmes de complexité, apparaît comme un gage de réussite. Comprendre la philosophie de la norme, grâce à une formation ciblée, permettra de faire gagner du temps.

l'impact d'IFRS 17 est très important sur la communication financière et le pilotage du résultat et le bilan.

IFRS 17 représente un accélérateur pour faire monter en compétence les équipes internes et de renforcer les outils d'analyse, notamment sur les marges et la rentabilité des contrats.

5.2 Les concepts clés

5.2.1 Modèles comptables BBA, VFA et PAA

L'IASB a développé un modèle d'évaluation applicable à l'ensemble des contrats d'assurance, avec des adaptations pour tenir compte des caractéristiques de certains contrats :

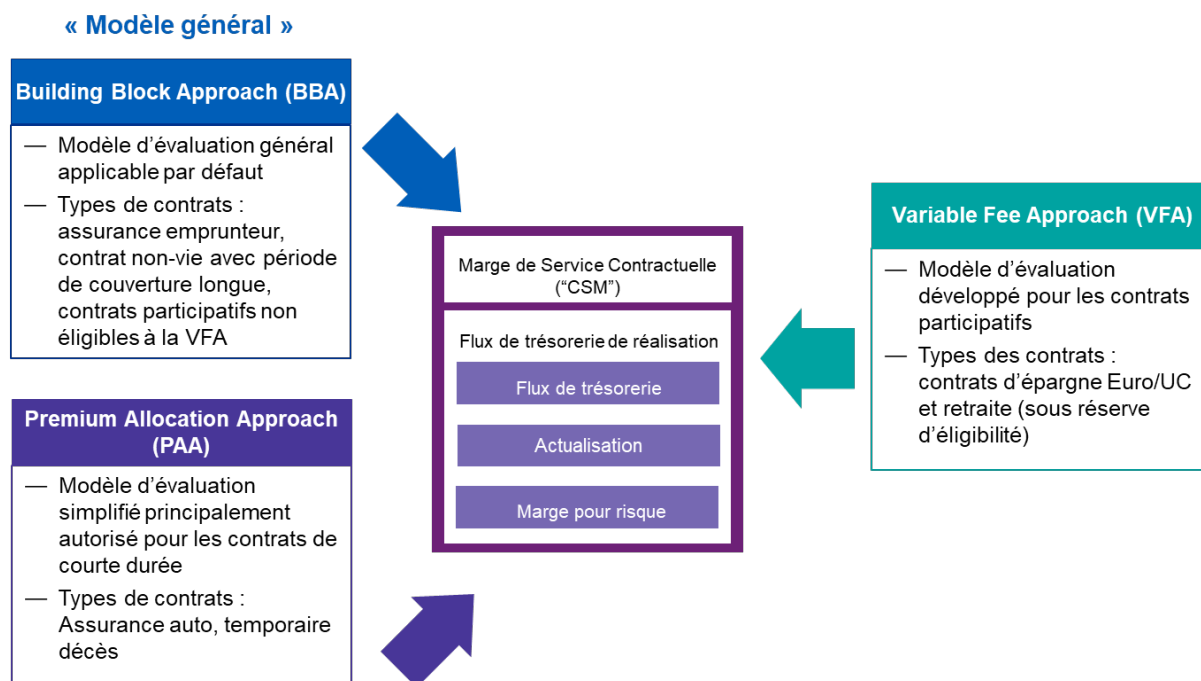


Figure 4: Modèle comptable sous IFRS 17

5.2.2 Unité de comptabilisation et maille de calcul

Les provisions sont déterminées en regroupant des contrats ou des garanties similaires : c'est le niveau d'agrégation, encore appelé unité de comptabilisation (Unit of Account ou UoA).

En normes françaises, le niveau d'agrégation est défini par le règlement comptable. Il y est fait parfois référence par les termes de « catégories ministérielles ». En cas de nécessité, les différentes garanties d'un même contrat sont séparées.

Dans Solvabilité II, le niveau d'agrégation est défini par les branches d'activité SII (Line of Business ou LoB). Ainsi, les différentes garanties d'un même contrat sont séparées.

Sous IFRS 17, la détermination du niveau d'agrégation comporte quatre étapes décrites ci-dessous

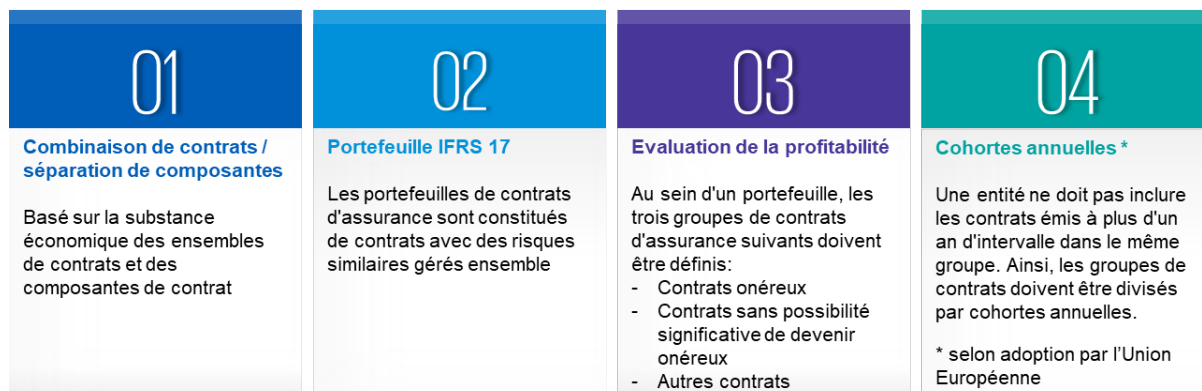


Figure 5: Unité de comptabilisation et maille de calcul IFRS 17

Il y a une présomption simple de non-séparation des garanties incluses dans le même contrat. Les groupes formés lors de la première comptabilisation ne sont pas redéfinis dans les périodes ultérieures. Le niveau d'agrégation a notamment une influence sur le nombre et le volume de groupes onéreux.

5.2.3 Combinaison de contrats et séparation de composantes

Un contrat d'assurance peut comporter une ou plusieurs composantes qui entreraient dans le champ d'application d'une autre norme s'il s'agissait de contrats distincts. Un contrat d'assurance peut ainsi comporter une composante placement ou une composante service (ou les deux).

Un tel contrat peut donc entrer en partie dans le champs d'application d'IFRS 17, en partie dans celui d'autres normes.

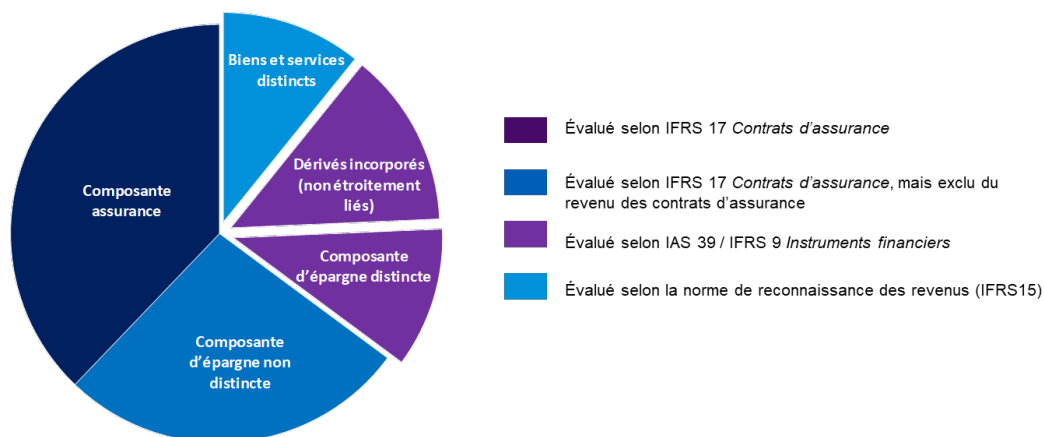


Figure 6: Composantes des contrats d'assurance IFRS 17

5.2.4 Liability for Residual Coverage ou LRC

Le LRC désigne la provision représentative de l'engagement de l'assureur pour les sinistres qui pourraient survenir à compter de la date de première comptabilisation et jusqu'à la date de fin de la couverture.

En normes françaises, la date de première comptabilisation est la date d'effet et cette provision est appelée provision pour primes non acquises ou PPNA . Elle est complétée par une provision pour risque en cours ou PREC si le contrat est onéreux.

Dans Solvabilité II, la date de première comptabilisation est la date d'engagement. Cette provision est appelée provisions de primes et son évaluation tient compte du caractère profitable ou onéreux.

Sous IFRS 17, la date de première comptabilisation est la date d'effet si le contrat est bénéficiaire et la date d'engagement si le contrat est onéreux. Cette provision est appelée provision pour couverture résiduelle (Liability for Residual Coverage ou LRC) et est complétée par une composante de perte (Loss Component ou LC) si le contrat est onéreux.

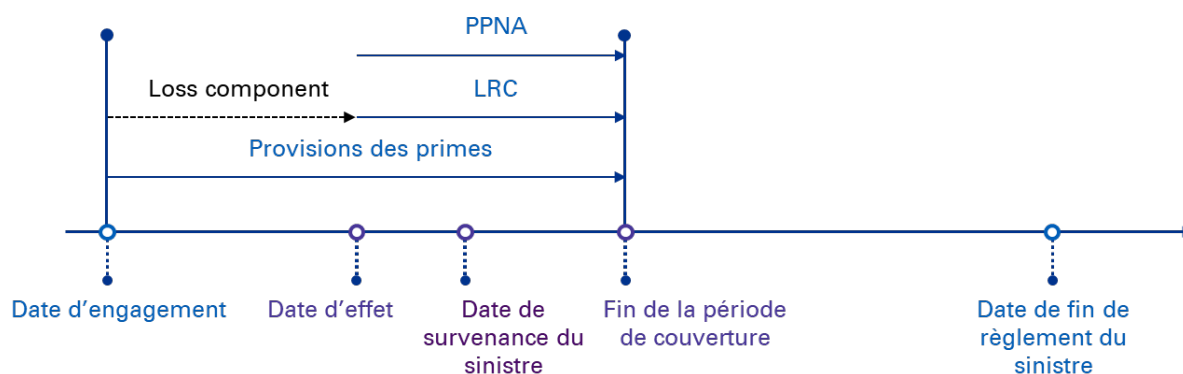


Figure 7: Illustration du LRC

5.2.5 Liability for Incurred Claims ou LIC

Le LIC désigne la provision représentative de l'engagement de l'assureur pour les sinistres survenus et non encore réglés.

En normes françaises, cette provision est appelée provision pour sinistres à payer ou PSAP.

Dans Solvabilité II, cette provision est appelée provisions de sinistres.

Sous IFRS 17, cette provision est appelée provision pour sinistres survenus (Liability for Incurred Claims ou LIC). Elle est calculée de la même manière quel que soit l'approche appliquée pour la détermination de la provision pour couverture résiduelle (approche d'allocation de la prime dite PAA, modèle général dit GMM ou encore approche par blocs dite BBA ou approche de la commission variable dite VFA).

Les modalités d'évaluation diffèrent selon les référentiels mais dans les trois cas, cette provision tient compte :

- De tous les sinistres survenus, qu'ils aient ou non encore été déclarés ;
- Du principal et de frais (mais les frais alloués diffèrent d'un référentiel à l'autre) ;
- Comporte une marge, explicite ou non, au-delà de la meilleure estimation

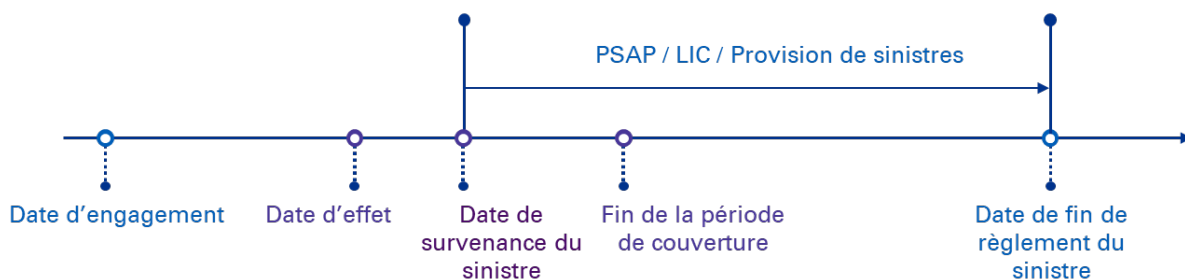


Figure 8: Illustration du LIC

5.2.6 La Present Value Of Future Cash Flows ou PVFCF

L'objectif de l'évaluation des flux de trésorerie est de déterminer la moyenne statistique des flux nécessaires pour remplir les obligations au titre du contrat.

L'estimation tient compte de l'ensemble des flux de trésorerie compris dans la frontière des contrats existants

Exemples de flux de trésorerie	
Flux entrants	Flux sortants
Primes	Sinistres et prestations payables aux assurés, incluant la participation aux bénéfices, les options et garanties et les prestations versées en nature
Recours	
	Frais directement attribuables au niveau d'un portefeuille de contrats : <ul style="list-style-type: none"> - Frais d'acquisition, - Frais de gestion des sinistres, - Frais d'administration, - Autres frais
	Prélèvements à la charge de l'assuré payés par l'assureur

Figure 9: Flux de trésorerie inclus dans le PVFCF

L'évaluation initiale de la provision pour couverture résiduelle (LRC) est la même dans le modèle général ou approche par blocs (GMM ou BBA) et l'approche VFA. Les provisions sont réévaluées à chaque clôture :

- Les hypothèses non financières sont revues à chaque clôture avec des hypothèses spécifiques à l'entité correspondant à la meilleure estimation selon les informations disponibles. Ce sont donc des estimations sans biais (elles ne doivent pas être prudentes, il n'y a pas de tables réglementaires...).
- Les hypothèses financières, parmi lesquelles celles relatives à l'actualisation, sont revues à chaque clôture selon le principe de cohérence avec le marché (market-consistency).

En théorie, il peut être anticipé que tous les éléments qui nécessitent un jugement professionnel soient déterminés de manière cohérente entre les référentiels reposant sur la notion de meilleure estimation, ce qui est le cas d'IFRS 17 et de Solvabilité II.

A titre d'exemple, la répartition des frais par destination nécessite sur certains aspects l'application d'un jugement professionnel mais il serait incohérent que des mêmes frais soient considérés comme des frais d'acquisition dans Solvabilité II et des frais de gestion en IFRS 17 (ou inversement).

Dans Solvabilité II, le jugement professionnel peut être contraint par des dispositions prudentielles spécifiques ; dans ce cas, le jugement IFRS 17 peut être différent, c'est notamment le cas pour la courbe de taux (Solvabilité II impose la courbe pour les devises les plus significatives).

La notion de frais directement attribuables est spécifique à IFRS 17.

5.2.7 Le Risk Adjustment ou RA

L'évaluation des provisions tient compte de l'aversion des acteurs économiques pour le risque et comprend donc un ajustement pour en tenir compte.

En normes françaises, cet ajustement est implicite et vient de la prudence dans les hypothèses d'estimation.

Dans Solvabilité II, cet ajustement est appelé marge pour risque (ou MR, Risk Margin ou RM). Les modalités de calcul de la marge pour risque sont définies dans le règlement délégué.

Sous IFRS 17, cet ajustement est appelé ajustement pour risque (Risk Adjustment ou RA). La norme ne prescrit pas les modalités de calcul mais fixe des principes généraux à respecter.

	IFRS 17	Solvabilité II
Approche	Pas de prescription Exemples donnés : approche par quantile, Tail VaR et coût du capital	Coût du capital avec capital basé sur certains modules du SCR et coût à 6%
Niveau de mutualisation	Degré de diversification retenu par l'entité pour déterminer les compensations	Entité légale
Risques couverts	Assurance et autres risques non-financiers liés aux contrats (ce qui exclut le risque général opérationnel)	Réserve, prime, défaut des réassureurs, opérationnel
Présentation au bilan	Brut et cession séparés	Net de réassurance au passif
Informations à donner en annexe	Niveau de confiance (quantile) auquel correspond l'ajustement pour risque déterminée	Pas d'exigence

Figure 10: RA IFRS 17 vs RM S2

5.2.8 La Contractual Service margin ou CSM

La marge de service contractuelle (CSM) est constatée pour éliminer les gains à l'origine (i.e. lorsque les primes attendues dépassent les flux de sinistres et l'ajustement pour risque).

Elle correspond au profit attendu du contrat au-delà de l'ajustement pour risque.

Prime 100	CSM	10
	RA	15
	PVFCF	75

Figure 11: Illustration PVFCF, RA et CSM

Lors des arrêtés ultérieurs, elle est reprise en résultat sur la période de couverture du contrat :

- En fonction du rythme de la prestation de services au titre du contrat
- En reflétant le nombre de contrats en vigueur attendu sur la période.

Elle est réévaluée :

- De manière prospective ;
- Pour tenir compte des changements d'hypothèses sur les flux et sur l'ajustement pour risque liés aux périodes futures de couverture (Exemple : révision des primes futures, révision de la sinistralité attendue...)
- Pour tenir compte des changements d'estimation liés aux périodes passées (ex : réévaluation des sinistres déjà survenus) sont comptabilisés en résultat.

Elle peut être supérieure au montant initial.

La CSM ne peut pas être négative. Elle est toujours nulle au-delà de la période de couverture. Si le contrat est ou devient déficitaire, la perte correspondante est immédiatement reconnue en résultat.

En cas de variations ultérieures favorables après reconnaissance d'une perte de contrat onéreux, les montants correspondants sont repris en résultat dans la limite où ils sont liés à des périodes futures de couverture.

5.2.9 Impacts dans le compte de résultat et le compte de résultat global

Un exemple de P&L IFRS 17 se décompose comme suit :

A	Revenu d'assurance Reprise de CSM pour les services rendus Reprise de RA pour les services rendus Reprise de PVFC pour les services rendus, hors composante dépôt (i.e. sinistres et frais attribuables attendus) Amortissement des frais d'acquisition
B	Charges d'assurance Sinistres, hors composante dépôt (i.e. dotation de LIC) Frais attribuables Variation de LIC Variation de PVFC & RA non compensée par la CSM (i.e. en cas de contrats onéreux) Amortissement des frais d'acquisition
C = A - B	Résultats d'assurance
D	Frais non attribuables
E = D - C	Résultats technique
F	Performance des actifs mesurés en juste valeur par résultat
G	Charges financière des contrats
H = F - G	Résultat financier
I	Performance des actifs mesurés en juste valeur par OCI
J	Charges financière des contrats OCI (en cas d'application de l'option OCI)
K = I - J	Autres éléments du résultat global (i.e Other Comprehensive Income / OCI)
L = E + H + K	Résultat Global

Figure 12: Illustration P&L IFRS 17

Lors de l'évaluation initiale et de la comptabilisation du LRC :

- Si le groupe de contrats est profitable, pas d'impact initial en résultat ;
- Si le groupe de contrats est déficitaire, la constatation de la composante de perte (Loss Component ou LC) a un impact dans le compte de résultat.

Lors des évaluations ultérieures, chaque bloc est réévalué à la fin de chaque période (valeur actuelle). Selon leur nature, les variations de valeurs sont enregistrées en résultat, OCI ou en CSM.

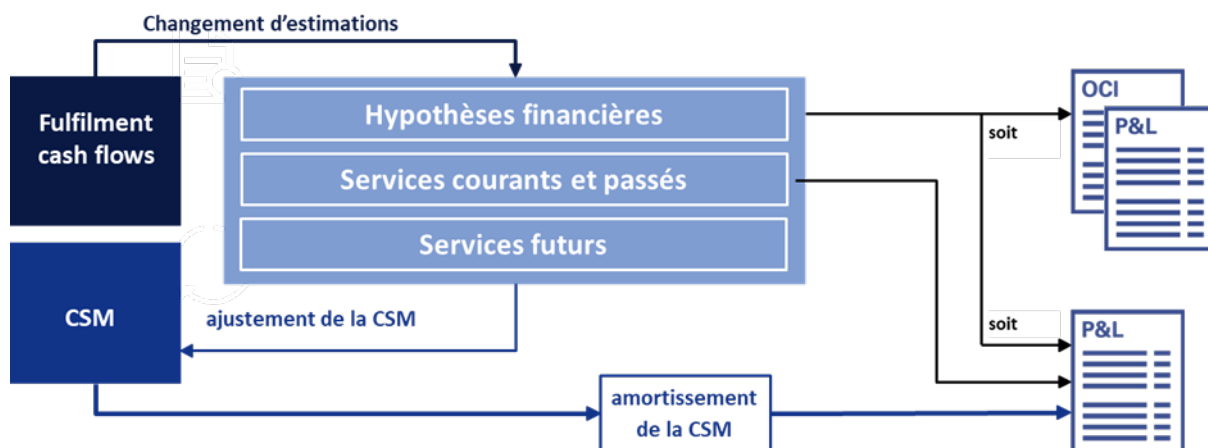


Figure 13: Compabilisation des impacts en P&L ou OCI

Dans le modèle général ou approche par blocs :

- La CSM n'est pas impactée par la variation des hypothèses financières ;
- La CSM est capitalisée au taux d'origine (dés-actualisation);
- La variation de la LRC liée aux hypothèses financières est comptabilisée en P&L ou en OCI en fonction de l'option retenue.

La reprise de la LRC liée au service rendu sur la période (après déduction de la composante dépôt) est constatée en revenu sur la période ; le revenu comprend donc :

- Les prestations attendues au-delà de la composante dépôt, cette dernière étant définie comme le montant que l'assureur est certain de rembourser à un assuré donné ;
- La reprise de l'ajustement pour risque au fur et à mesure que l'assureur est libéré du risque sur la LRC;
- L'amortissement de la CSM.

Lors de l'évaluation initiale et de la comptabilisation du LIC, la provision est constatée en charges des contrats d'assurance (insurance service expense) et l'écart éventuel avec la charge attendue est constaté en résultat des contrats d'assurance (insurance service result).

Lors des évaluations ultérieures, Les variations de la provision non liées aux hypothèses financières sont constatées en charges des contrats d'assurance (insurance service expense) et l'écart éventuel entre la meilleure estimation des sinistres et frais et les paiements effectifs ainsi que la reprise de la marge pour risque sont constatés en résultat des contrats d'assurance (insurance service result);

Les variations de la provision liées aux hypothèses financières sont constatées dans le compte de résultat global, soit intégralement en résultat financier des contrats d'assurance (insurance finance result) soit, lorsque l'assureur a opté pour l'option OCI, pour partie en résultat financier des contrats d'assurance (dés-actualisation) et pour partie dans les autres éléments du résultat global (effet du changement de taux d'actualisation en OCI).

Pour illustration, nous présentons un tableau récapitulant la comptabilisation en P&L, OCI ou CSM des différentes variations, effets et impacts relativement au cycle de vie d'un groupe de contrat d'assurance selon le modèle d'évaluation (hors PAA).

Modèle d'évaluation		VFA		BBA Modifiée	BBA
Types de variables		Participation sur des éléments techniques et financiers	Participation uniquement sur des éléments financiers	Variables financières et non financières	Variables non financières (hors taux d'actualisation)
Variations d'hypothèse / Options et Garanties	Financiers	CSM	CSM	OCI / P&L	Non applicable
	Non-financiers	CSM	CSM	CSM	CSM
	Discrétionnaire	CSM	CSM	CSM	CSM
Ecart d'expérience	Financiers	CSM	CSM	P&L	Non applicable
	Non-financiers	CSM	P&L	P&L	P&L
	Discrétionnaire	CSM	P&L	P&L	P&L
Charge d'intérêt liée aux contrats d'assurance	Sans option OCI	Current market rate	Current market rate	Current market rate	Current market rate
	Avec option OCI	Current period book yield (CBY)	Current period book yield (CBY)	2 approches au choix	Taux origine
Revenus	Amortissement CSM	✓	✓	✓	✓
	Amortissement marge pour risque	✓	✓	✓	✓
	Prestations attendues	✗	✓ (excl. Composantes Dépôt)	✓ (excl. Composantes Dépôt)	✓ (excl. Composantes Dépôt)
	Charges attendues	✗	✓ (incl. Amort des frais d'acquisition)	✓ (incl. Amort des frais d'acquisition)	✓ (incl. Amort des frais d'acquisition)

Figure 14: Panorama des impacts et de leur prise en compte sous IFRS 17

5.2.10 La présentation du Bilan IFRS 17

Le bilan IFRS 17 se décompose comme suit :

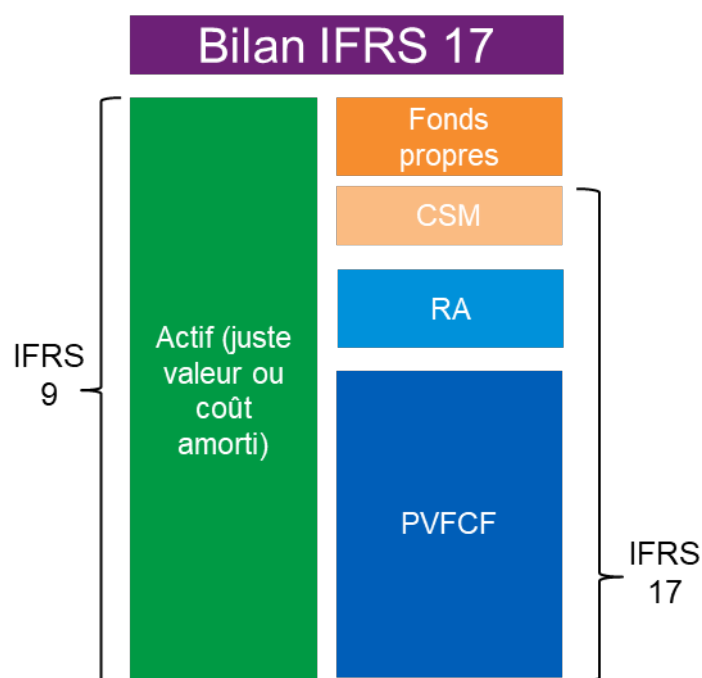


Figure 15: Bilan sous IFRS 17

L'évaluation de l'actif du bilan est réalisée selon les principes de la Norme IFRS 9.

IFRS 9 introduit une approche logique et unique de classification pour tous les actifs financiers, soit au coût amorti, soit à la juste valeur, y compris pour les actifs financiers qui comportent un dérivé.

L'approche est fondée sur des principes plutôt que sur des règles comme dans IAS 39, jugées complexes et difficiles à appliquer. Deux critères doivent être utilisés pour déterminer comment les actifs financiers doivent être classifiés et mesurés :

- le business model de l'entité pour la gestion des actifs financiers, et
- les caractéristiques des flux de trésorerie contractuels de l'actif financier.

Pour un actif financier dans le champ d'IFRS 9, il y a 3 types de modèles économiques :

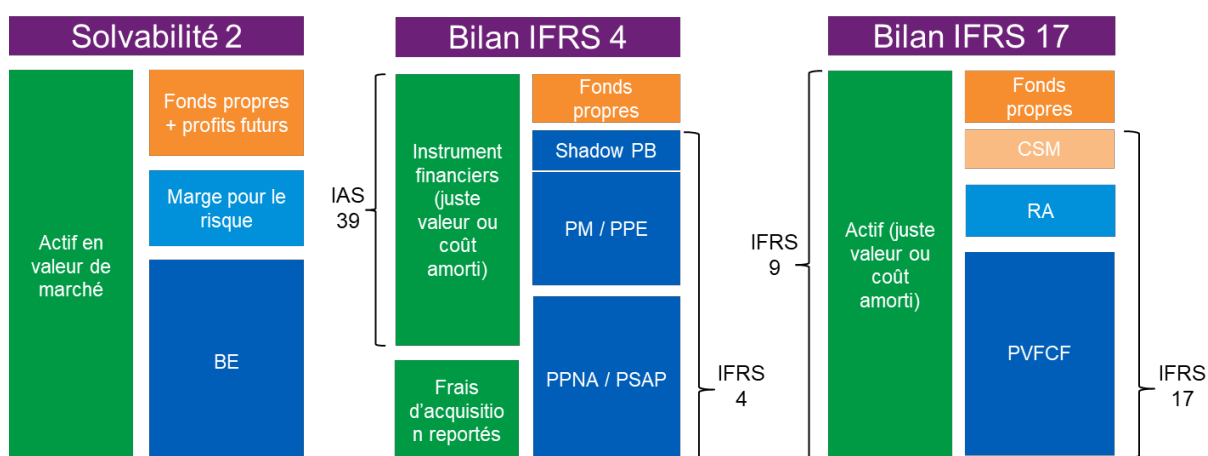
- L'objectif du modèle économique est uniquement de détenir des actifs financiers pour encaisser des flux de trésorerie contractuels : l'actif financier est évalué au coût amorti.
- L'objectif du modèle économique est à la fois de détenir des actifs financiers pour encaisser des flux de trésorerie contractuels et de vendre des actifs financiers : l'actif financier est évalué à la juste valeur par le biais des autres éléments du résultat global. Ce modèle économique a été ajouté par l'IASB en juillet 2014 dans la version finale de la norme IFRS 9.
- Les actifs financiers qui ne sont détenus dans le cadre d'aucun des deux modèles économiques ci-dessus sont évalués à la juste valeur par le résultat.

IFRS 9 requiert qu'un actif financier soit reclassé d'une catégorie à une autre, si et seulement si le modèle économique de l'entité pour gérer les actifs financiers est modifié, ce qui en conséquence devrait se produire peu souvent. Dans ce cas de figure, des informations sur le reclassement devront être fournies en application de la norme « IFRS 7 Instruments financiers : informations à fournir ».

L'évaluation du passif d'assurance est réalisée selon les principes de la norme IFRS 17. Ce passif d'assurance est décomposé en 3 principaux agrégats :

- La Present Value of Future Cashflows (ou PVFCF) : correspond à l'estimation explicite, non biaisée et pondérée en fonction des probabilités de la valeur actualisée des flux de trésorerie futurs sortants et entrants liés à l'exécution du contrat.
- Le Risk Adjustment (ou RA) : est le montant requis par l'entité pour compenser et neutraliser l'incertitude entourant les montants et les échéances des flux de trésorerie futurs résultant des risques non financiers.
- La Contractual Service Margin (ou CSM) : représente le bénéfice non acquis que l'entité comptabilisera au fur et à mesure qu'elle fournira des services dans le cadre des contrats d'assurance du groupe.

Pour illustration, nous présentons ci-dessous une comparaison des agrégats requis pour le passif d'assurance selon les différents référentiels



Remarques
IFRS 4 prévoit un test de suffisance des passifs (« LAT ») qui disparaît avec IFRS17

Figure 16: Comparaison Bilan sous IFRS 17, S2 et IFRS 4

Maintenant que nous avons réalisé quelques rappels sur les grands concepts de la normes IFRS 17, nous proposons de nous concentrer sur le Risk adjustment.

6 Focus sur le Risk Adjustment

Dans cette partie, nous présentons une vue d'ensemble des considérations sur le Risk Adjustment.

6.1 Eléments normatifs sur le Risk Adjustment

6.1.1 Définition

Le Risk Adjustment désigne la compensation qu'une entité exige pour supporter l'incertitude sur le montant et le calendrier des flux de trésorerie qui découlent de risque non financier lorsque l'entité exécute des contrats d'assurance.

Une entité doit ajuster l'estimation de la valeur actualisée des flux de trésoreries futures (PVFCF) pour refléter la rémunération que l'entité exige pour supporter l'incertitude quant au montant et à l'échéancier des flux de trésorerie due aux risques non financiers.

6.1.2 Principes clés

Le Risk Adjustment porte exclusivement sur les risques relatifs aux contrats d'assurance autres que le risque financier.

Le risque financier est inclus dans l'estimation des flux de trésorerie futurs ou le taux d'actualisation utilisé pour ajuster les flux de trésorerie. Les risques couverts par l'ajustement pour non-financier sont le risque d'assurance et d'autres risques non financiers tels que le risque de rachat et le risque de frais (voir paragraphe B14).

C'est le montant qui permet de compenser le risque que l'entité prend pour être indifférente aux deux situations suivantes :

- un passif d'assurance proposant un ensemble de réalisations possibles pour des risques non financiers ; et
- un passif d'assurance qui va générer des flux de trésorerie certains pour une même valeur actuelle attendue que le contrat d'assurance.

Étant donné que l'ajustement pour risque non financier reflète la rémunération que l'entité a besoin pour supporter le risque non financier découlant du montant et de l'échéancier incertains des flux de trésorerie, l'ajustement au risque pour non-financier reflète également :

- le bénéfice de diversification que l'entité inclut lorsqu'elle détermine la rémunération qu'elle exige pour supporter ce risque ; et

- les résultats à la fois favorables et défavorables, d'une manière qui reflète le degré d'aversion au risque de l'entité.

L'objectif de l'ajustement pour risque non financier est de mesurer l'effet de l'incertitude dans les flux de trésorerie découlant des contrats d'assurance, autres que l'incertitude liée au risque financier. Par conséquent, il ne reflète pas les risques qui ne découlent pas des contrats d'assurance, tels que le risque opérationnel général.

L'IASB identifie cinq principes qualitatifs de base à prendre en considération lors de l'estimation de l'ajustement pour le risque :

- Les risques avec une faible fréquence et une forte sévérité nécessiteront un ajustement pour le risque plus élevé que les risques avec une haute fréquence et une faible sévérité
- Pour des risques similaires, les contrats avec une durée plus longue donneront lieu à un ajustement pour risque plus important
- L'ajustement pour risque augmente avec l'épaisseur de la queue de distribution ;
- L'ajustement pour risque augmente avec le manque d'informations disponibles sur l'estimation des engagements
- Dans la mesure où l'expérience réduit l'incertitude, l'ajustement pour risque baissera et vice versa

IFRS 17 ne prescrit pas de méthode afin de calculer l'ajustement pour risque. L'entité doit faire preuve de jugement pour déterminer une technique d'estimation appropriée de l'ajustement pour risque non financier.

Quel que soit la méthode d'estimation utilisée, le niveau de confiance ou un équivalent du niveau de confiance retenu pour l'estimation par l'entité doit être publié en annexe des comptes de l'entité.

6.2 Panorama des principales techniques de calcul du Risk Adjustment

Sur le marché français de l'assurance, il existe un consensus de place entre les acteurs qui s'articule autour de 2 grandes familles de techniques de calcul du Risk Adjustment :

- Méthode Quantile – Approche Value at Risk (VaR)
- Méthode Cout du capital

6.2.1 Méthode Quantile - Approche Value at Risk (VaR)

Le Risk Adjustment est égal à la Value at Risk déterminée en fonction d'un niveau de confiance (ou probabilité) donnée et d'un horizon donné.

Le RA peut être considéré comme un quantile au niveau $x\%$ de la distribution du PVFCF IFRS 17 sur une période donnée.

De manière plus formalisée, la Value at Risk de niveau α associé au risque X est:

$$\text{VaR}(X, \alpha) = \inf\{x \mid P(X \leq x) \geq \alpha\}$$

La Value at Risk désigne la fonction quantile de la loi de X et $\text{VaR}(X, \alpha)$ est le montant qui permettra de couvrir les sinistres engendrés par le risque X avec une probabilité α .

En utilisant l'approche Value at Risk, le RA est déterminé comme étant le montant en supplément du PVFCF IFRS 17 de manière à ce que la probabilité que les flux de trésoreries soient inférieurs aux flux de trésorerie d'exécution ($\text{FCF} = \text{PVFCF} + \text{RA}$), soit égale au niveau de confiance sélectionné.

La mise en œuvre de cette approche nécessite de retenir un niveau de confiance et la connaissance de partielle la distribution du PVFCF IFRS 17 sous-jacent au calcul du RA.

Le choix d'une méthode de quantile nécessite un calcul de PVFCF IFRS 17 selon différents scénarios (chacun d'entre eux considérant l'incertitude liée aux risques non financiers) pour produire une distribution du risque (ex: distribution du PVFCF IFRS 17 par approche de simulation Monte Carlo).

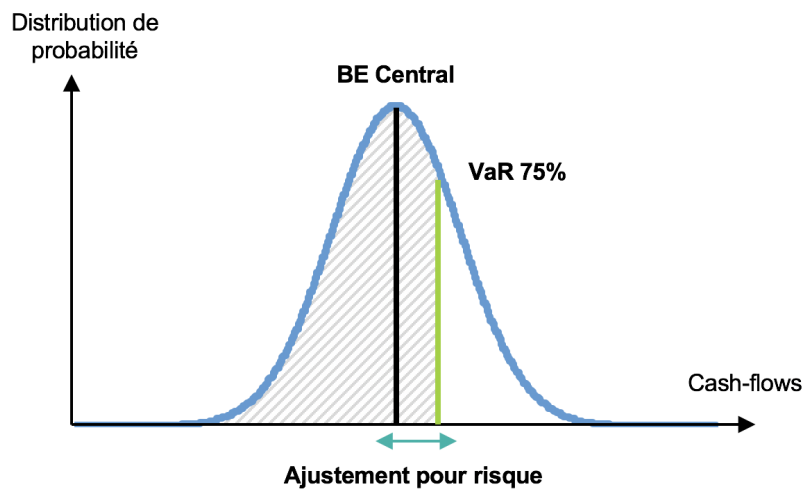


Figure 17: Méthode quantile - VaR

6.2.2 Méthode Coût du capital

L'approche Coût du capital est issue de précepte de solvabilité II.

Elle détermine le capital requis pour couvrir les risques pertinents sur la durée de vie du portefeuille. Il fait appel au jugement d'expert pour identifier le niveau de capital adapté et le coût de ce capital.

Cette approche est celle prescrite pour déterminer la Risk margin sous Solvabilité II. Le niveau de capital approprié est défini pour couvrir les risques "non couvrables" en appliquant des scénarios de stress défavorables.

Le coût du capital est défini à 6% par an sous Solvabilité II et les coûts résultants sont actualisés selon la courbe des taux sans risque pour calculer la Risk margin.

Sur la base de la méthode coût du capital de Solvabilité II, le Risk Adjustment est décrit comme suit :

$$RA = CoC \times \sum_{t=0}^n \frac{Risk\ Capital_t}{(1 + Discount\ rate_t)^{t+1}}$$

Avec :

- CoC = coût du capital

Dans le cadre de notre étude, nous utiliserons l'approche quantile afin de calculer le RA.

Maintenant que nous avons posé le cadre normatif et vu les principales techniques de calcul du RA sur le marché français, nous présentons la méthodologie que nous proposons ainsi que le matériel nécessaire pour le calcul du RA.

6.3 Lien entre Risk Adjustment et Appétence au risque

La norme IFRS 17 définit le Risk Adjustment comme la compensation qu'une entité exige pour supporter l'incertitude sur le montant et le calendrier des flux de trésoreries qui découlent de risque non financier lorsque l'entité exécute des contrats d'assurance.

Concrètement, le Risk Adjustment représente une rémunération supplémentaire qu'une entité exige pour qu'elle soit indifférente par rapport à un scénario sans risque c'est à dire sans aucune incertitude (environnement certain) entourant le montant et le calendrier des flux de trésorerie qui découlent de risque non financier lorsque l'entité exécute des contrats d'assurance.

Une entité doit ajuster, du montant du Risk Adjustment, l'estimation de la valeur actualisée des flux de trésorerie futurs (PVFCF).

Au moment de la première comptabilisation d'un contrat d'assurance, le Risk Adjustment est une composante définit de tel sorte qu'elle vient réduire instantanément les marges futurs générées durant le cycle de vie du contrat.

Cette portion des marges futurs immobilisées au titre du Risk Adjustment dépend de l'incertitude entourant les flux de trésorerie futurs liés à l'exécution du contrat.

Le montant de Risk Ajustement sera ensuite reconnu en résultat au fur et à mesure de l'expiration de cette incertitude.

En d'autres termes, le Risk Adjustment traduit l'incertitude entourant l'estimation de la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs c'est à dire le PVFCF Stochastique en montant d'une part, et d'autres part l'incertitude entourant l'échéancier des flux de trésoreries futurs pris en compte dans le calcul du PVFCF.

En effet, les flux de trésorerie futurs d'un contrat d'assurance intègrent des flux de trésoreries entrants (i.e. Primes, recours) et des flux de trésoreries sortants (Sinistres, frais, commissions...).

Ainsi, le Risk Adjustment doit matérialiser l'incertitude vis à vis de l'encaissement des flux de trésorerie entrants et l'incertitude vis à vis des flux de trésorerie sortants.

Dans le cadre d'un portefeuille décès, l'incertitude relativement aux flux de trésorerie sortants est prépondérante.

Sur ce type de contrat, l'assuré verse une prime unique et souhaite que son bénéficiaire perçoit un capital décès au moment de son décès. La durée de couverture de ce type de contrat peut s'étaler sur plusieurs décennies.

De plus, le Risk Adjustment doit, de fait, prendre en compte la variabilité introduite par le comportement des assurés.

La prise en compte de cette variabilité dans la modélisation peut vite devenir très complexe.

Lorsque l'on modélise des contrats d'assurance ayant une période de couverture longue et notamment des conditions générales incluant des options spécifiques ou garanties contractuelles, la modélisation du comportement des assurés devient un exercice aussi complexe qu'il existe de scénarios possibles. Ces types de risque sont souvent difficilement diversifiables.

La définition de cette compensation/rémunération supplémentaire que l'entité exige est intimement liée à son propre profil de risque et son appétence au risque.

Le profil de risque est défini par le Top management. Il se base sur une stratégie commerciale, une stratégie financière globale et sur un chiffrage des budgets à allouer aux différents risques.

La mise en oeuvre de ce profil de risque par les équipes de pilotage consistera à traduire l'appétence à un risque spécifique ainsi que les budgets alloués à ce risque en termes de limites opérationnelles et en termes de niveau d'exposition.

La gestion opérationnelle des risques se matérialise par les consignes pour estimer le risque, concevoir des Key Risk Indicators pertinents et contrôler les évolutions. Les mesures collectées sont agrégées et remontées au top management pour comparaison aux objectifs stratégiques fixés et mises à jour.

L'appétence au risque se définit comme le niveau de risque qu'une entité est prête à prendre dans la réalisation de ses objectifs stratégiques à l'horizon de son Business Plan.

En fonction de son appétence au risque, l'entité pourra étudier chaque facteur de risques non financiers ayant un impact sur le calcul du PVFCF et considérer que les impacts respectifs sur les flux de trésorerie (montant, échéancier) sont plus ou moins importants et exiger une compensation/rémunération plus ou moins élevée pour un type de contrat d'assurance spécifié.

Cette information est importante car elle permettra aux utilisateurs d'états financiers d'appréhender la sensibilité de l'entité aux facteurs de risques non financier ayant un impact sur la variabilité des flux de trésorerie relativement à un type de contrat.

Il est important de rappeler que deux entités, pour un même risque, pour un même type de contrat auront des niveaux de Risk Adjustment différents car l'aversion au risque de ces entités sera, à priori, différente.

Le comportement d'une entité face au risque et son processus de gestion du risque sont déterminée par son profil de risque et son appétence au risque.

7 Méthodologie et Matériel proposé

Dans cette partie nous détaillons la méthodologie proposée pour le calcul du Risk Adjustment dans un contexte de réassurance. Nous présenterons en détail le matériel que nous utilisons dans le cadre du calcul.

7.1 Méthodologie

Pour élaborer et proposer une méthodologie robuste de calcul du RA, nous avons tenté, en premier lieu, de décomposer les principaux enjeux auxquels sont confrontés les réassureurs, sur ce type d'exercice. Ensuite, nous avons cherché à proposer une alternative de réponse à ces enjeux, la plus cohérente possible, au regard des contraintes et des informations disponibles sur le marché.

Enjeux 1 : modélisation du risque de mortalité sur le portefeuille Décès étudié et projection de la mortalité future

- Problématique identifiée :
 - CCR ne dispose pas d'une table de mortalité générationnelle ou table d'expérience propre
 - CCR ne dispose pas de tables de mortalité prospectives stochastiques
 - La connaissance la plus fidèle du risque est détenu par la cédante. Cependant, la cédante n'est pas soumise à IFRS 17 et les données communiquées aux réassureurs ne permettent pas d'appréhender le risque de manière directe
 - CCR ne dispose pas de la chronique de flux payés ou d'échéanciers des flux de paiements
 - CCR n'a pas de visibilité sur les conditions générales des contrats et n'a pas d'informations sur la revalorisation potentielle des capitaux décès au fil du temps
 - CCR dispose de PM french GAAP par assuré. En utilisant des techniques de rétro-ingénierie, CCR est capable d'approximer un montant de capital décès à la date t
 - Historiquement, la modélisation du Best Estimate sur un portefeuille décès est réalisé par approche déterministe. Il n'y a pas de vision économique du risque et de l'engagement porté par le réassureur
 - Pas de prise en compte de la dérive potentielle de la mortalité
 - Pas de prise en compte de la croissance régulière de l'espérance de vie
 - Pas de prise en compte des phénomènes non-mutualisables affectant les taux instantanés de mortalité (fluctuation autour de la valeur tendancielle) ce qui ne permet pas d'assurer un équilibre technique
 - Pas de prise en compte de la corrélation existante entre les âges
- Proposition de modélisation du risque de mortalité

- Les modèles de mortalité stochastiques offrent un outil bien adapté à cette analyse. Ils proposent de considérer que le taux de mortalité futur $\mu(x, t)$ est lui-même aléatoire, et que donc $\mu(x, t)$ est un processus stochastique (comme fonction de t à x fixé). Le taux de mortalité effectivement observé pour un âge et une année donnée est alors la réalisation d'une variable aléatoire
- Dans la littérature, les modélisations stochastiques des phénomènes de mortalité sont nombreuses et proposent une dynamique d'évolution des taux de mortalité
- Après un ajustement des taux passés, les taux de mortalité pour les années futures se déduisent directement de l'extrapolation de la composante temporelle (paramétrique ou non paramétrique) du modèle prospectif retenu

Enjeux 2 : Données à disposition pour calibrer le modèle de mortalité stochastique :

- Problématique identifiée :
 - CCR ne dispose pas d'historique ou de données de mortalité brutes spécifiques au portefeuille décès
- Proposition de données brutes de mortalité à utiliser
 - Nous proposons d'utiliser les données brutes de mortalité Human Mortality Database (HMD) qui sont une référence au niveau national et international
 - Ces données brutes de mortalité sélectionnées pour respectivement les hommes en France et les femmes en France, vont nous permettre de calibrer notre modèle de mortalité stochastique aux données passées
 - Ces données sont les plus fiables sur le marché pour représenter la mortalité en France et servir de référence pour traduire les tendances d'évolution de la mortalité dans le passé

Enjeux 3 : Choix du modèle de mortalité stochastique le plus pertinent et projection des taux de mortalité future :

- Problématique identifiée :
 - Le choix d'un modèle de mortalité stochastique est dépendant des données brutes de mortalité utilisées, le territoire géographique observé (qualité du système de santé, avancée technologique, richesse par individu, couverture santé...), de la problématique étudiée, de la pertinence statistique du modèle par exemple
- Proposition de procéder de choix du modèle stochastique à retenir
 - Nous allons mettre en œuvre un ensemble de tests aussi bien qualitatifs que quantitatifs pour nous permettre de formuler un avis pertinent sur le modèle de mortalité stochastique à retenir

- Nous mettrons en avant les éléments d'analyse qualitative qui permettront une première sélection des modèles en fonction des attendues de l'étude et des caractéristiques du portefeuille décès étudiées
- Nous mettrons en perspective les éléments d'analyses quantitatives tels que l'analyse des résidus du modèle, la qualité du fitting aux données réels, la robustesse statistique, la qualité de projection et la prise en compte du risque d'estimation des paramètres

Nous proposons ci-dessous une illustration complète de la méthodologie retenue de bout en bout :

• **Input :**

- Récupération des données de marché "Human mortality Database" pour les données brutes de mortalité en France pour la population des hommes
- Récupération de la courbe des taux IFRS 17. A défaut dans ce mémoire, nous utilisons la courbe des taux EIOPA with volatility adjustment au 31/12/N
- Modèle classique de modélisation de la mortalité stochastique (Lee-Carter et extensions, CBD et extensions, Plat)
- Récupération de la base de données CCR au format défini

• **Retraitement :**

- Regroupement des individus par âge à la date d'inventaire et ainsi que les capitaux décès par âge

• **Modélisation :**

- Mise en oeuvre (programmation) des modèles de mortalité stochastique dans le logiciel R
- Ajustement des modèles aux données brutes de mortalité HMD
- Validation quantitative et qualitative du modèle le plus adapté aux données et aux enjeux de l'étude
- Choix du modèle de projection de la mortalité et projection des taux de mortalité par âge par simulation ($\times 10000$)

• **Calcul intermédiaire :**

- Projection de chronique de flux de trésorerie par âge
- Calcul de la meilleure estimation de la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs par âge (BE)
- Calcul de la distribution du BE par âge selon différents scénarios de risque décès
- Choix arbitraire, à ce stade, du niveau de quantile spécifique à l'entité
- Calcul du PVFCF IFRS 17 (vision portefeuille global)
- Calcul du PVFCF quantile (vision portefeuille global)

• **Output :**

- Taux de Risk Adjustment du portefeuille
- Montant de Risk Adjustment du portefeuille

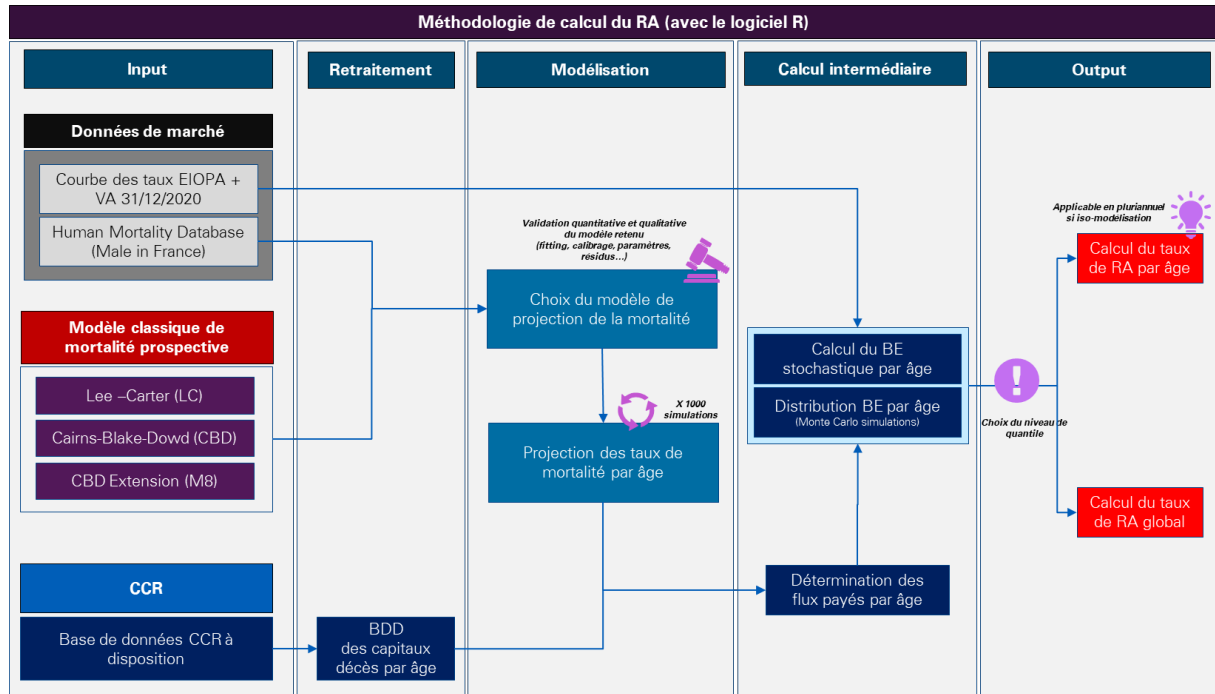


Figure 18: Vue d'ensemble de la méthodologie de calcul du RA proposée

7.2 Matériel

Le contexte de notre étude porte sur un portefeuille décès d'une cédante réassurée par CCR. La cédante est une mutuelle qui n'est pas soumise à IFRS17.

CCR dispose des provisions mathématiques French GAAP calculées par la cédante, toutefois ils n'ont aucun élément de Best Estimate (BE) en vision économique qui soit calculé par la cédante. En effet, le montant de BE utilisé pour Solvabilité II correspond actuellement au montant de PM French GAAP de la cédante, ajusté des éléments de frais et de primes restants à émettre.

Pour les besoins de calcul du IFRS17, CCR est en mesure, par des méthodes de rétro-ingénierie, de produire une base de données intégrant certaines informations.

7.2.1 Base de données mis à disposition par CCR

La base de données mis à disposition par CCR pour le calcul du Risk Adjustment relative à un portefeuille Décès est composée des éléments suivants pour chaque individu/assuré à la date d'inventaire :

- L'identifiant
- Date de naissance
- Prime reçue
- Capital décès à verser

La base de données comporte 6000 lignes.

Avis Critique

En première analyse des données fournies pour le calcul du RA IFRS 17 sur ce portefeuille décès, nous pouvons dénoter plusieurs informations manquantes et utiles pour la modélisation d'un PVFCF IFRS 17 sous-jacent au calcul du RA :

- Le sexe de l'assuré
- Les éléments de revalorisation du capital décès dans le temps
- Les garanties pouvant affecter le capital décès à verser
- Les frais d'acquisition et commissions
- Les frais de gestion
- Les primes restant à émettre
- La chronique de flux projetés (entrées et sorties)
- une table de mortalité prospective prenant en compte l'expérience

Nous rappelons que l'analyse du risque de mortalité sous-jacent au portefeuille décès est intrinsèquement liée et dépendante du sexe de l'individu. Afin d'avoir la possibilité de prendre en compte ce facteur et de mesurer son impact, nous faisons l'hypothèse dans la suite que tous les individus de la base de données sont des hommes puis des femmes.

7.2.2 Human Mortality Database (HMD)

Afin de pouvoir modéliser le risque de mortalité par approche stochastique en l'absence de table d'expérience propre à CCR, nous avons fait appel aux ressources de « Human mortality database » pour la France.

Les données issues de HMD recensent l'historique de la mortalité constatée en France. La HMD demande aux instituts nationaux de statistiques des différents pays partenaires de lui fournir leurs données brutes de mortalité.

Pour la France, c'est l'INSEE (Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques) et l'INED (Institut National d'Etudes Démographiques) qui fournissent ces informations. Ces données sont ensuite corrigées des erreurs de saisies remarquables et sont soumises à plusieurs tests de cohérence.

Il y a une harmonisation des données collectées auprès des instituts de statistiques nationaux et une correction des points aberrants.

Ainsi, l'utilisation de cette source de données de référence offre la possibilité d'appliquer notre étude à d'autres territoires et d'autres pays.

7.2.3 Courbe des taux IFRS 17

Enfin, pour nos besoins d'actualisation des flux, à défaut d'avoir pu obtenir une courbe des taux IFRS 17 Market consistent et pour des besoins de comparaisons des résultats, nous retenons par défaut la courbe EIOPA 31/12/N Risk free + VA.

7.2.4 Modèles de mortalité stochastique

L'évolution de l'espérance de vie augmente de manière stable et continue depuis plusieurs décennies dans les pays développés du globe. En effet, l'amélioration des systèmes de santé, de la qualité des soins, de la richesse par habitants, de la proximité des hôpitaux et des centres de prise en charge des malades sont indéniables.

La croissance de l'espérance de vie est un enjeu majeur pour l'assurance car elle a un impact direct sur l'engagement de l'assureur (exemple : pensions et cout de santé). Les actuaires ont tenté de trouver et développer des solutions statistiques pour modéliser et projeter les taux de mortalité.

De nombreux modèles ont été élaborés afin de prédire l'évolution de la mortalité dans le monde.

La modélisation de la mortalité est classiquement effectuée via une spécification du taux de hasard μ_{xt} , en fonction de l'âge x et de l'année courante t : μ_{xt} est le taux instantané de décès à la date t pour un individu d'âge x à cette date.

La connaissance de ce taux permet en effet de calculer la probabilité de survie entre t et T d'un individu d'âge x en t .

Dans le cas où le taux instantané de décès est une fonction déterministe et en supposant celle-ci correctement spécifiée, le risque de mortalité se mutualise. En effet, la loi des grands nombres s'applique, et assure que sur un portefeuille de taille importante, les fluctuations d'échantillonnage sont faibles.

Dans la littérature, *Currie et al. (2004)* font apparaitre que l'évolution du taux instantané de mortalité présente, aux différents âges, des variations erratiques autour de la tendance qui se dégageant. Ces variations ne sont pas expliquées par les fluctuations d'échantillonnage.

Ces Variations affectent de manière systématique l'ensemble des individus d'âge fixé et ne se mutualisent pas. Il faut ainsi rechercher une modélisation capable de bien prendre en compte les fluctuations autour de la valeur tendancielle. Les modèles stochastiques de mortalité fournissent un outil bien adapté à cette analyse.

Les modèles stochastiques proposent de considérer que le taux de mortalité futur est lui-même aléatoire, et donc μ_{xt} devient un processus stochastique. Le taux de mortalité observé pour un âge et une année donnés est alors une réalisation d'une variable aléatoire.

Il est donc pertinent d'utiliser une approche stochastique, qui prendra en compte plusieurs scénarii possibles de l'évolution de la mortalité. Pour cela, de nombreux scénarii sont tirés aléatoirement, ce qui permet de rendre les probabilités de décès aussi cohérentes et proches de la réalité.

En effet, l'évolution de la mortalité ces dernières années nous montre une augmentation de la durée de vie des individus qui pourra être prise en compte dans une modélisation stochastique. Cela permet une évaluation cohérente de la réelle exposition au risque de longévité.

Dans la littérature, les approches stochastiques des phénomènes de mortalité sont nombreuses. Le premier modèle de modélisation stochastique de la mortalité qui est considéré dans la littérature comme « fondateur » est le modèle de *Lee and Carter (1992)*.

Ce modèle utilise l'analyse en composantes principales (ACP) pour décomposer la matrice âge-temps des taux de mortalité en une combinaison bilinéaire de paramètres d'âge et de période. Le paramètre de période est appréhendé comme une série temporelle pour réaliser des projections de mortalité.

Plusieurs extensions ou modèles à part entière sont apparus après le modèle de *Lee and Carter (1992)*. Nous pouvons citer *Lee and Miller (2001)*, *Booth et al.(2002)* qui ont proposé des approches permettant d'améliorer la qualité de l'ajustement aux données et de projection du modèle de *Lee and Carter (1992)*.

Par exemple, *Booth et al.(2002)* a tenté de formuler une approche statistique d'estimation des paramètres en utilisant une approche de régression de Poisson pour le modèle de *Lee and Carter (1992)*.

Nous pouvons également citer *Renshaw and Haberman (2003)* ou *Hyndman and Ullah (2007)* qui ont proposé de rajouter des termes complémentaires au modèle de *Lee and Carter (1992)* avec par exemple plusieurs composantes âge-période bilinéaires.

Nous pouvons citer comme extensions du modèle de *Lee and Carter (1992)*, *Renshaw and Haberman (2006)* et *Currie (2006)* qui ont proposé d'intégrer un terme complémentaire pour prendre en compte l'effet des cohortes dans le modèle.

Un nouveau paradigme de modèle de mortalité stochastique a été introduit par *Cairns et al. (2006)*, le modèle *Cairns-Blake-Dowd (CBD)*.

Le modèle CBD s'appuie sur la propriété de linéarité du logit des probabilités de décès à un an aux grands âges. Pour être plus précis, le modèle CBD pose le postulat que pour une année donnée, le logit de la probabilité de décès sur un an est une fonction de l'âge et considère que les paramètres (exemple : pente) au cours du temps comme étant des processus stochastiques.

Dans un nouveau papier, *Cairns et al. (2009)* propose trois extensions du modèle CBD initial. Ces extensions proposent d'intégrer notamment des combinaisons d'effets d'âge et des effets de cohortes.

Le modèle de *Plat (2009)* propose de trouver la meilleure combinaison des points forts de chaque modèle existant dans la littérature et tente de prendre en considération les aspects pertinents des modèles inspirés de *Lee and Carter (1992)* et de *Cairns et al. (2009)* pour concevoir un modèle adapté pour tous les âges et pas uniquement les grands âges et prenant en compte les effets liés aux cohortes.

Dans la littérature, *Hunt and Blake (2015)* ont proposé d'analyser la structure des différents modèles de modélisation de la mortalité stochastique pour trouver les points de convergence à mettre en exergue. L'un des principaux résultats est de montrer qu'il existe une structure commune Age-Période-Cohorte

qui peut s'appliquer sur la majorité des modèles. *Currie (2014)* a pu démontrer dans son papier que la majorité des modèles peuvent être exprimés comme étant des modèles linéaires généralisés ou modèles non-linéaires généralisés.

Nous proposons ici de présenter le cadre mathématique justifiant les modèles que nous allons utiliser dans notre modélisation.

Nous nous référons aux principales publications suivantes:

- (Hobcraft, Menken, and Preston 1982) : Age, Period, and Cohort Effects in Demography: A Review
- (Brouhns, Denuit, and Vermunt 2002) : A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables
- (Willets 2004) : The cohort effect : insights and explanations
- (Renshaw and Haberman 2006) : A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors
- (Haberman and Renshaw 2009) : On age-period-cohort parametric mortality rate projections
- (Haberman and Renshaw 2011) : A comparative study of parametric mortality projection models
- (Andrew J. G. Cairns, Blake, and Dowd 2006) : A two factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty : Theory and calibration
- (Andrew J. G. Cairns et al. 2007) : A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England & Wales and the United States
- (Andrew J. G. Cairns et al. 2009) : A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models Using Data From England and Wales and the United States
- (Plat 2009) : On stochastic mortality modeling
- (O'hare and Li 2012) : Explaining young mortality
- (Hunt and Blake 2013) : A general procedure for constructing mortality models
- (Villegas, Kaishev, and Millossovich 2015) : StMoMo: An R Package for Stochastic Mortality Modelling
- (Currie 2016) : On fitting generalized linear and non-linear models of mortality

Nous reprenons les notations proposées par *Villegas (2015)*.

7.2.4.1 Notation

Dans la suite du document, nous utiliserons les notations présentées ci-dessous.

- L'année civile t est définie comme allant du temps t au temps $t + 1$.
- Soit la variable aléatoire D_{xt} représentant le *nombre de décès* dans une population à l'âge x (i.e. dernier anniversaire au cours de l'année civile t).
- Soit également d_{xt} représentant le *nombre observé de décès*.
- Soit E_{xt}^c , l'*exposition centrale* (i.e. en milieu d'année par approximation) au risque de décès à l'âge x de l'année t .
- Soit E_{xt}^0 , l'*exposition initiale* (i.e. au début d'année) au risque de décès à l'âge x de l'année t .

Une première mesure de la mortalité est donnée par m_{xt} . Ce terme représente le *taux de décès brut* (c'est-à-dire non lissé) pour l'âge x dans l'année civile t .

L'estimation empirique de m_{xt} est donnée par :

$$\hat{m}_{xt} = \frac{d_{xt}}{E_{xt}^c}$$

Une deuxième mesure de la mortalité est donnée par q_{xt} . Ce terme représente le *taux de mortalité* c'est à dire la probabilité qu'un individu d'âge x au temps t décède entre le temps t et $t + 1$.

L'estimation de q_{xt} est donnée par :

$$\hat{q}_{xt} = \frac{d_{xt}}{E_{xt}^0}$$

Une troisième mesure de la mortalité est appelée la *force de mortalité* notée μ_{xt} . Ce terme représente le *taux de décès instantané* au temps t exact pour un individu agé exactement de x au temps t .

Pour cet individu et pour un petit dt , la probabilité de décès entre t et $t + dt$ est donnée par $\mu_{xt} \times dt$.

Dans la littérature, il est admis que le *taux de décès brut* m_{xt} et le *taux de mortalité* q_{xt} sont généralement très proches numériquement.

En prenant l'hypothèse que :

- la *force de mortalité* est constante par âge et année civile c'est-à-dire de l'âge x à l'âge $x + 1$ et de l'année t à $t + 1$,

- la population étudiée est *stationnaire* c'est à dire que la taille de la population à chaque âge reste constante dans le temps

Cela implique que :

$$\mu_{xt} = m_{xt}$$

Cette relation est utilisée dans la littérature pour l'analyse des taux de décès (cf. Brouhns et al, 2002).

$$q_{xt} = 1 - \exp(-\mu_{xt}) = 1 - \exp(-m_{xt})$$

Cette relation est utile dans l'analyse des modèles de mortalité stochastiques qui estiment le terme q_{xt} .

Nous supposons que c'est le cas dans la suite.

7.2.4.2 Description des caractéristiques d'un modèle Age-Période-Cohorte généralisé

D'après la littérature, un modèle de mortalité stochastique avec une structure Age-Periode-cohorte fait état de 4 composantes principales :

- La composante aléatoire : Le nombre de décès D_{xt} suit une loi de Poisson ou une loi Binomiale tel que :

$$D_{xt} \sim \text{Poisson}(E_{xt}^c \mu_{xt})$$

ou

$$D_{xt} \sim \text{Binomiale}(E_{xt}^0, q_{xt})$$

avec $\mathbb{E}\left(\frac{D_{xt}}{E_{xt}^c}\right) = \mu_{xt}$ et $\mathbb{E}\left(\frac{D_{xt}}{E_{xt}^0}\right) = q_{xt}$

- La composante systématique : les effets de l'âge x , l'année calendaire t et l'année de naissance (cohorte) $c = t - x$ sont capturés par un estimateur η_{xt} donné par :

$$\eta_{xt} = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}$$

Avec :

- Le terme α_x représentant une fonction de l'âge x constante capturant la forme générale de la mortalité
- $N \geq 0$ est un nombre entier indiquant le nombre de termes *âge-période* décrivant les tendances de la mortalité avec à chaque fois l'indice $\kappa_t^{(i)}$, $i = 1, \dots, N$, contribuant à spécifier la tendance de la mortalité et $\beta_x^{(i)}$ impactant son effet à travers les âges.
- Le terme γ_{t-x} représente l'effet de cohorte avec $\beta_x^{(0)}$ impactant son effet à travers les âges

Les termes modulant l'âge $\beta_x^{(i)}$, $i = 0, 1, \dots, N$, peuvent être soit des fonctions pré-spécifiées de l'âge, c'est-à-dire $\beta_x^{(i)} = f^i(x)$, comme dans les modèles de type CBD, ou des termes non paramétriques sans aucune structure préalable et qu'il faut estimer comme dans les modèles du type Lee-Carter.

Dans la famille des modèles de mortalité stochastiques dit APC généralisé, l'hypothèse retenue est que les indices de période $\kappa_t^{(i)}$, $i = 1, \dots, N$, et l'indice de cohorte γ_{t-x} sont des processus stochastiques plutôt que des fonctions lissées de temps ou de cohorte. C'est la caractéristique clé qui permet

la projection des taux de mortalité dans les modèles de mortalité stochastiques type GAPC et ainsi, l'estimation de prévisions probabilistes des taux de mortalité future.

- La fonction de lien g qui va associer la composante aléatoire et la composante systématique de tel sorte que :

$$g\left(\mathbb{E}\left(\frac{D_{xt}}{E_{xt}}\right)\right) = \eta_{xt}$$

Currie (2014) a montré qu'il était pertinent et pratique d'associer la distribution de Poisson avec la fonction de lien logarithmique et la distribution binomiale avec la fonction de lien logit dans ce contexte.

- Les contraintes paramétriques : la majorité des modèles stochastiques de mortalité nécessitent des contraintes sur les paramètres pour assurer l'unicité dans l'estimation de paramètres. Il est nécessaire de retenir un fonction de contrainte :

$$\theta := (\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \dots, \beta_x^{(N)}, \kappa_t^{(1)}, \dots, \kappa_t^{(N)}, \beta_x^{(0)}, \gamma_{t-x})$$

Après transformation, on obtient une estimation des paramètres :

$$v(\theta) = \tilde{\theta} = (\tilde{\alpha}_x, \tilde{\beta}_x^{(1)}, \dots, \tilde{\beta}_x^{(N)}, \tilde{\kappa}_t^{(1)}, \dots, \tilde{\kappa}_t^{(N)}, \tilde{\beta}_x^{(0)}, \tilde{\gamma}_{t-x})$$

Qui va satisfaire les contraintes du modèle sans avoir d'impact sur l'estimateur η_{xt} c'est-à-dire que θ et $\tilde{\theta}$ génère le même η_{xt} .

7.2.4.3 Le modèle fondateur : Lee-Carter

Le modèle de *Lee Carter (1992)* mis en œuvre par *Brouhns et al. (2002)* suppose que le nombre de décès suit une loi de distribution Poisson et associe une fonction de lien logarithmique pour cibler la force de mortalité μ_{xt} .

La structure de l'estimateur proposée par *Lee Carter (1992)* suppose qu'il existe :

- Une fonction de l'âge : α_x
- Un terme âge-période non paramétrique unique ($N = 1$) et
- Aucun effet de cohorte.

Ainsi, l'estimateur est donné par :

$$\eta_{xt} = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}$$

Afin de réaliser des projections des taux de mortalité futures, l'indice relatif au temps $\kappa_t^{(1)}$ est modélisé et projeté en appliquant des techniques de séries temporelles (processus ARIMA).

Dans la littérature, il a été démontré qu'une marche aléatoire avec dérive fournit un ajustement raisonnable.

$$\kappa_t^{(1)} = \delta + \kappa_{t-1}^{(1)} + \xi_t$$

avec

Ou :

- $\xi_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_k)$
- δ représente le paramètre de dérive et
- ξ_t représente un processus bruit blanc gaussien avec variance σ_k

Le modèle de *Lee Carter (1992)* est identifiable à une transformation près. En prenant comme nombre réel arbitraire et constant $c_1 \neq 0, c_2 \neq 0$, les paramètres de l'équation de l'estimateur peuvent être transformés de la manière suivante :

$$(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}) \longrightarrow (\alpha_x + c_1 \beta_x^{(1)}, \frac{1}{c_2} (\kappa_t^{(1)} - c_1))$$

Ce qui n'a aucun impact sur l'estimateur η_{xt} comme vu précédemment.

Pour assurer l'identifiabilité du modèle, *Lee Carter (1992)* propose les contraintes suivantes sur les paramètres :

$$\sum_x \beta_x^{(1)} = 1$$

$$\sum_t \kappa_t^{(1)} = 0$$

Ce que nous pouvons imposer en choisissant C1 et C2 comme suit :

$$c_1 = \frac{1}{n} \sum_t \kappa_t^{(1)}$$

$$c_2 = \sum_x \beta_x^{(1)}$$

7.2.4.4 Le modèle de Renshaw et Haberman : Prise en compte des effets cohortes dans Lee-Carter

Renshaw et Haberman (2006) ont proposé une extension du modèle de *Lee-Carter (1992)* en incorporant l'effet de cohorte pour obtenir l'estimateur suivant :

$$\eta_{xt} = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}$$

Les projections de taux de mortalité futures pour le modèle *Renshaw et Haberman (2006)* sont réalisées à l'aide des techniques de projection de séries temporelles des estimateurs de $\kappa_t^{(1)}$ et γ_{t-x} , appréhendé à l'aide de processus ARIMA univarié sous l'hypothèse d'indépendance entre les effets de période et les effets de cohorte.

Pour estimer le modèle, *Renshaw et Haberman (2006)* supposent que le nombre de décès suit une loi de distribution de Poisson (composante aléatoire) et associe une fonction de lien logarithmique ciblant la force de la mortalité μ_{xt} .

Comme avec le modèle de *Lee-Carter (1992)*, l'estimateur η_{xt} est invariant à la transformation:

$$(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}, \beta_x^{(0)}, \gamma_{t-x}) \longrightarrow (\alpha_x + c_1 \beta_x^{(1)}, c_2 \beta_x^{(1)} + \frac{1}{c_3} \beta_x^{(1)}, c_3(\kappa_t^{(1)} - c_1), \frac{1}{c_4} \beta_x^{(0)}, c_4(\gamma_{t-x} - c_2))$$

Où $c_1 \neq 0, c_2 \neq 0, c_3 \neq 0, c_4 \neq 0$ sont des constantes.

Pour assurer l'identifiabilité du modèle, *Renshaw et Haberman (2006)* propose les contraintes suivantes sur les paramètres :

$$\begin{aligned} \sum_x \beta_x^{(1)} &= 1 \\ \sum_t \kappa_t^{(1)} &= 0 \\ \sum_x \beta_x^{(0)} &= 1 \\ \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} \gamma_c &= 0 \end{aligned}$$

Ce que nous pouvons imposer en choisissant C_1, C_2 et C_i (avec $i = 3, 4$) comme suit :

$$c_1 = \frac{1}{n} \sum_t \kappa_t^{(1)}$$

$$c_2 = \frac{1}{n+k-1} \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} \gamma_c$$

$$c_i = \sum_x \beta_x^{(i)}$$

Renshaw et Haberman (2006) ont proposé plusieurs structures alternatives de l'estimateur η_{xt} en fixant une constante aux termes de modulation de l'âge (l'un ou les deux).

Une structure alternative présentée par *Renshaw et Haberman (2011)* comme étant plus simple et permettant de répondre aux problématiques de robustesse posées par le modèle originel a été obtenu en posant $\beta_x^{(0)} = 1$ et avec comme estimateur :

$$\eta_{xt} = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}$$

7.2.4.5 Le modèle “Age-Period-Cohort”

Le modèle *Age-Period-Cohort* (APC) est un dérivé du modèle de Renshaw and Haberman avec $\beta_x^{(0)} = 1$ et $\beta_x^{(1)} = 1$ et un estimateur sous la forme suivante :

$$\eta_{xt} = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}$$

Currie (2006) a démontré que le modèle APC est invariant aux transformations suivantes :

$$\begin{aligned} (\alpha_x, \kappa_t^{(1)}, \gamma_{t-x}) &\longrightarrow (\alpha_x + \phi_1 - \phi_2 x, \kappa_t^{(1)} + \phi_2 t, \gamma_{t-x} - \phi_1 - \phi_2(t-x)) \\ (\alpha_x, \kappa_t^{(1)}, \gamma_{t-x}) &\longrightarrow (\alpha_x + c_1, \kappa_t^{(1)} - c_1, \gamma_{t-x}) \end{aligned}$$

Où c_1, ϕ_1 , et ϕ_2 sont des constantes.

Pour assurer l'identifiabilité du modèle, les contraintes suivantes sur les paramètres sont retenues :

$$\begin{aligned} \sum_t \kappa_t^{(1)} &= 0 \\ \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} \gamma_c &= 0 \\ \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} c\gamma_c &= 0 \end{aligned}$$

Où les deux dernières contraintes sur les paramètres impliquent que l'effet des cohortes varie autour de 0 avec des tendances linéaires non significatives.

D'après les travaux de Haberman and Renshaw (2011, Appendix A), les contraintes sur l'effet des cohortes peuvent être définies en réalisant une régression de γ_{t-x} sur $t-x$ pour obtenir les constantes ϕ_1 , et ϕ_2 de tel sorte que :

$$\gamma_{t-x} = \phi_1 + \phi_2(t-x) + \epsilon_{t-x}$$

avec $\epsilon_{t-x} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

La contrainte sur l'indice de période peut être défini en appliquant à la transformation vu au-dessus, tel que :

$$c_1 = \frac{1}{n} \sum_t \kappa_t^{(1)}$$

7.2.4.6 Le modèle CBD

Cairns et al. (2006) a formulé le modèle *CBD* originel avec une structure de l'estimateur η_{xt} comportant deux termes age-période ($N = 2$) avec des paramètres de modulation de l'age $\beta_x^{(1)} = 1$ et $\beta_x^{(2)} = (x - \bar{x})$.

l'estimateur η_{xt} n'intègre pas de caractère constant de la fonction de l'age et pas d'effets relatifs aux cohortes.

L'estimateur du modèle *CBD* est défini par *Cairns et al. (2006)* de tel sorte que :

$$\eta_{xt} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x})\kappa_t^{(2)}$$

Où \bar{x} est l'âge moyen

Cairns et al. (2006) propose de projeter les taux de mortalité future en projetant l'effet de période $\kappa_t^{(1)}$ et $\kappa_t^{(2)}$ avec une marche aléatoire bivariée avec drift.

Le modèle *CBD* n'a pas de contrainte d'identifiabilité.

Afin d'estimer les paramètres du modèle *CBD*, la méthodologie retenue par *Haberman and Renshaw (2011)* est applicable en faisant l'hypothèse que le nombre de décès suit une loi binomiale avec un fonction de lien logit ciblant la probabilité de décès à un an : q_{xt} .

7.2.4.7 Le modèle M7 : Evolution du modèle CBD intégrant un effet quadratique de l'âge et un effet de cohorte

Cairns *et al.* (2009) propose une extension du modèle CBD original en introduisant un effet cohorte et un effet quadratique de l'âge afin d'obtenir un estimateur de la forme suivante :

$$\eta_{xt} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x})\kappa_t^{(2)} + ((x - \bar{x})^2 - \hat{\sigma}_x^2) + \gamma_{t-x}$$

Où $\hat{\sigma}_x^2$ est la valeur moyenne de $(x - \bar{x})^2$.

Ce modèle est souvent mentionné dans la littérature comme le modèle M7.

Afin d'identifier le modèle, il faut appliquer la transformation suivante :

$$(\kappa_t^{(1)}, \kappa_t^{(2)}, \kappa_t^{(3)}, \gamma_{t-x}) \longrightarrow (\kappa_t^{(1)} + \phi_1 + \phi_2(t - \bar{x}) + \phi_3((t - \bar{x})^2 + \hat{\sigma}^2), \kappa_t^{(2)} - \phi_2 - 2\phi_3(t - \bar{x}), \kappa_t^{(3)} + \phi_3, \gamma_{t-x} - \phi_1 - \phi_2(t - x) - \phi_3((t - x)^2)) \quad (1)$$

avec ϕ_1 , ϕ_2 et ϕ_3 des constantes réels. De plus, d'après Cairns *et al.* (2009), il faut imposer les contraintes suivantes sur les paramètres :

$$\begin{aligned} \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} \gamma_c &= 0, \\ \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} c\gamma_c &= 0, \\ \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} c^2\gamma_c &= 0 \end{aligned}$$

Cairns *et al.* (2009) ont aussi proposé dans leur papier des structures plus simples pour l'estimateur η_{xt} :

$$\begin{aligned} \eta_{xt} &= \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x})\kappa_t^{(2)} + \gamma_{t-x} \\ \eta_{xt} &= \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x})\kappa_t^{(2)} + (x_c - x)\gamma_{t-x} \end{aligned}$$

Où x_c est un paramètre constant à estimer. Ces structures sont respectivement identifiées dans la littérature comme étant le modèle M6 et M8.

7.2.4.8 Le modèle de PLAT : Tentative de compromis entre les avantages des modèles basés sur Lee-Carter et CBD

Plat (2009) propose de combiner les attributs pertinents des modèles *CBD* et *Lee-Carter* afin de produire un modèle de mortalité stochastique qui est adapté à tous les âges (et pas uniquement pour les grands âges) et en capturant également les effets de cohorte.

La structure de l'estimateur part de l'hypothèse qu'il existe une fonction de l'âge constante α_x ainsi que trois termes Age-period ($N = 3$) avec des paramètres de modulation de l'âge prédéfini :

- $\beta_x^{(1)} = 1$
- $\beta_x^{(2)} = (\bar{x} - x)$
- $\beta_x^{(3)} = (\bar{x} - x)^+ = \max(0, (\bar{x} - x))$

Les effets des cohortes sont pris en compte avec des paramètres de modulation de l'âge prédéfini $\beta_x^{(0)} = 1$

l'estimateur est donné par :

$$\eta_{xt} = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + (\bar{x} - x)\kappa_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+\kappa_t^{(3)} + \gamma_{t-x}$$

Plat (2009) propose de cibler la force de mortalité μ_{xt} associant une fonction de lien logarithmique. Les paramètres du modèle sont estimés en faisant l'hypothèse que le nombre de décès suit une loi de Poisson.

La transformation des paramètres proposée ci-dessous, laisse l'estimateur η_{xt} inchangé :

$$(\alpha_x, \kappa_t^{(1)}, \kappa_t^{(2)}, \kappa_t^{(3)}, \tilde{\gamma}_{t-x}) \longrightarrow (\alpha_x + \phi_1 - \phi_2 x + \phi_3 x^2, \kappa_t^{(1)} + \phi_2 t + \phi_3 (t^2 - 2\bar{x}t), \kappa_t^{(2)} + 2\phi_3 t, \kappa_t^{(3)}, \gamma_{t-x} - \phi_1 - \phi_2(t-x) - \phi_3(t-x)^2) \quad (2)$$

$$(\alpha_x, \kappa_t^{(1)}, \kappa_t^{(2)}, \gamma_{t-x}) \longrightarrow (\alpha_x + c_1 + c_2(\bar{x} - x) + c_3(\bar{x} - x)^+, \kappa_t^{(1)} - c_1, \kappa_t^{(2)} - c_2, \kappa_t^{(3)} - c_3, \gamma_{t-x}) \quad (3)$$

Où $c_1, c_2, c_3, \phi_1, \phi_2$ et ϕ_3 sont des constantes.

Pour assurer l'identifiabilité du modèle, *Plat (2009)* propose les contraintes suivantes sur les paramètres :

$$\begin{aligned} \sum_t \kappa_t^{(1)} &= 0 \\ \sum_t \kappa_t^{(2)} &= 0 \\ \sum_t \kappa_t^{(3)} &= 0 \\ \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} \gamma_c &= 0 \\ \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} c\gamma_c &= 0 \\ \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} c^2\gamma_c &= 0 \end{aligned}$$

Les trois premières contraintes assurent que les indices de période sont centrés autour de 0 alors que les trois dernières contraintes assurent que les effets de cohorte varient autour de 0 et qu'il n'y a pas de tendance linéaire ou quadratique.

En appliquant les principes de *Haberman and Renshaw (2011, Appendix A)*, ces contraintes sur les cohortes peuvent être déterminées par transformation avec des constantes ϕ_1 , ϕ_2 et ϕ_3 obtenues par régression de γ_{t-x} sur $t-x$ and $(t-x)^2$ de tel sorte que :

$$\gamma_{t-x} = \phi_1 + \phi_2(t-x) + \phi_3(t-x)^2 + \epsilon_{t-x}$$

avec $\epsilon_{t-x} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ *i.i.d*

Les contraintes sur les indices de période peuvent être déterminées en appliquant à la deuxième transformation :

$$c_i = \frac{1}{n} \sum_t \kappa_t^{(i)}$$

avec $i = 1, 2, 3$

Dans le cas où l'analyse porterait uniquement sur les grands âges, *Plat (2009)* propose de ne pas tenir compte du 3ème terme de période dans l'équation de l'estimateur η_{xt} :

$$\eta_{xt} = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + (\bar{x} - x)\kappa_t^{(2)} + \gamma_{t-x}$$

Nous pouvons noter que cette structure est essentiellement le modèle *M6* - (*extension CBD, Cairns et al. (2009)*) intégrant une fonction de l'âge constante α_x .

8 Modélisation et calcul du Risk Adjustment du réassureur

Dans cette partie, nous détaillons, étape par étape, notre processus de calcul Risk Adjustment. Bien évidemment, nous allons modéliser notre risque de mortalité sous-jacent au portefeuille décès, ensuite nous simulerons des chroniques de flux payés pour déterminer une distribution de PVFCF et enfin, nous déterminerons notre Risk Adjustment en fonction du quantile choisi.

8.1 Construction du modèle de projection des flux

En utilisant le logiciel R, nous proposons de calibrer les modèles de mortalité stochastique aux données HMD afin de procéder à une série de test de validation et choisir le modèle le plus pertinent.

Dans la suite, nous allons considérer les modèles ci-dessous :

Modèle de mortalité stochastique	Structure de l'estimateur η_{xt}
Lee-Carter	$\eta_{xt} = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}$
Renshaw and Haberman	$\eta_{xt} = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}$
Age-Period-Cohort	$\eta_{xt} = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}$
Cairns, Blake et Dowd	$\eta_{xt} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)}$
M6	$\eta_{xt} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)} + \gamma_{t-x}$
M7	$\eta_{xt} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)} + ((x - \bar{x})^2 - \hat{\sigma}_x^2) + \gamma_{t-x}$
M8	$\eta_{xt} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)} + (x_c - x) \gamma_{t-x}$
Plat	$\eta_{xt} = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + (\bar{x} - x) \kappa_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ \kappa_t^{(3)} + \gamma_{t-x}$

Pour les besoins de comparaison, nous allons considérer uniquement et pour tous les modèles que le nombre de décès suit une loi Poisson et nous utiliserons la fonction de lien logarithmique pour lier q_{xt} à la structure de l'estimateur.

Pour les besoins de sélection du modèle le plus pertinent et en cohérence avec la littérature et les travaux de *Cairns et al. (2007)*, nous pouvons au préalable prendre du recul, d'un point de vue qualitatif, sur la conception même des modèles de mortalité stochastiques que nous avons retenus.

Il est intéressant de se poser quelques questions (non exhaustif) :

- Le modèle est-il simple à mettre en oeuvre ? : Toutes choses égales par ailleurs, il est préférable d'avoir un modèle qui est simple à mettre en oeuvre compte tenu des enjeux opérationnelles, de timing et humains que peut rencontrer un réassureur dans le cadre de ses activités de clôtures annuelles. la mise en oeuvre de l'ensemble des modèles requiert une composante de programmation. Cependant, certains sont faciles à implémenter et d'autres nécessitent d'avoir des compétences très pointues en programmation. De plus, certains modèles prennent plus de

temps à converger au regard de l'estimation par maximum de vraisemblance (i.e Le modèle de CBD converge plus rapidement que le modèle RH)

- Le modèle fait-il preuve de parcimonie ? : Toutes choses égales par ailleurs, il est préférable de retenir un modèle avec le moins de paramètres à estimer comparativement à un modèle avec plus de paramètres à estimer. l'ensemble des modèles proposent un nombre important de paramètres (entre 150 et 320). cependant, certains modèles ont moins de paramètres que d'autres (i.e LC avec 178 vs PLAT avec 317)
- Le modèle est-il une "boite noire" ? : Toutes choses égales par ailleurs, il est préférable que le modèle retenu soit clair et répliquable au besoin notamment pour les besoins de revue des commissaires aux comptes. l'ensemble des modèles sont considérés comme transparents car les modèles peuvent être expliqués de bout en bout d'un point de vue statistique et permettent d'expliquer les variations de la mortalité à travers le temps.
- Le modèle permet-il de générer des trajectoires aléatoires/ projections ? : Il est préférable d'avoir un modèle flexible en terme de projection. L'ensemble des modèles permettent de répondre à ce point.
- Le modèle permet-il de d'évaluer l'incertitude autour des paramètres ? Il est préférable d'avoir un modèle qui permet au delà du risque d'erreur intrinsèque au modèle, d'évaluer l'impact de l'incertitude des paramètres sur les projections. L'ensemble des modèles permettent de répondre à ce point.
- Le modèle permet-il de prendre en compte les effets de cohorte ? Pour être cohérent avec l'état de l'art actuel, il est préférable de retenir un modèle qui prend en compte les effets de cohorte.
- Le modèle permet-il de prendre en compte une structure de corrélation non-triviale ? : il est préférable d'avoir un modèle qui permet de prendre en compte les variations de corrélation d'une année sur l'autre des taux de mortalité à différents âges. La structure de corrélation est considérée comme triviale lorsqu'il existe une corrélation parfaite entre les variations de taux de mortalité à différents âges d'une année sur l'autre. C'est le cas pour le modèle de Lee-carter par exemple où il est fait référence d'un unique processus de série temporelle $\kappa_t^{(1)}$. Les modèles CBD et extensions disposent d'au moins deux processus de séries temporelles $\kappa_t^{(1)}$ et $\kappa_t^{(2)}$ en tant que driver permettant d'impacter différents âges de manière différentes. Ainsi, les variations de taux de mortalité sous-jacents à différents âges ne sont pas parfaitement corrélées.

En appliquant ce questionnement aux modèles retenus pour l'étude, nous avons le tableau récapitulatif suivant

	LC	RH	APC	CBD	M6	M7	M8	PLAT
Facilité d'implémentation	Oui	?	?	Oui	?	Non	?	Non
Parsimonie	Oui	?	Oui	Oui	?	?	?	?
Transparence	Oui	Oui	?	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Capacité à générer des trajectoires aléatoires	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Capacité à générer des percentiles	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Evaluation de l'incertitude autour des paramètres	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Prise en compte des effets de cohortes	Non	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui
Structure de corrélation non-triviale	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

Figure 19: Questionnement qualitatif sur le choix du modèle à priori

Le caractère préférentiel des 6 premiers critères est évident.

La nécessité d'intégrer des effets de cohorte est à la discrétion de l'utilisateur en fonction des observations historiques et de l'objectif de l'étude. Dans notre cas, nous considérons, en cohérence avec la littérature, que le modèle pertinent doit intégrer des effets de cohorte.

La nécessité de choisir un modèle ayant une structure de corrélation non-triviale n'est pas déterminante dans notre étude. Ainsi, nous ne considérons pas dans la suite que c'est un point bloquant pour le choix du modèle le plus pertinent.

8.1.1 Structure des individus constituant le portefeuille Décès CCR

En amont de notre analyse et afin d'orienter notre étude, nous devons connaître la structure du portefeuille décès de CCR.

La question principale : comment est répartie la population par âge ?

Le portefeuille CCR est composé d'une population uniquement d'hommes (c'est notre hypothèse de travail à cause des contraintes sur les données), âgés de 26 à 90 ans au 31/12/N.

Si nous considérons que chaque âge correspond à un sous-groupe de la population de base, alors le sous-groupe d'homme âgé de 55 ans est le plus représenté avec 199 individus. A contrario, le sous-groupe d'homme âgé de 26 ans et le sous-groupe d'hommes âgé de 90 ans sont les moins représentés avec 2 individus.

En moyenne, les sous-groupes sont composés d'environ 50 individus. Nous retrouvons un pic d'individus pour les sous-groupes dont l'âge est compris entre 46 ans et 66 ans avec 3082 individus sur un total de 5136 individus dans la base de données, soit 60% de la population totale.

Si nous réalisons l'analyse sous le spectre des capitaux décès, en termes de proportion et de représentativité par rapport à la population totale, les sous-groupes dont l'âge est compris entre 46 ans et 66 ans concentrent également 60% des capitaux décès.

Ci-dessous une représentation graphique de la structure de la population constituant le portefeuille CCR.

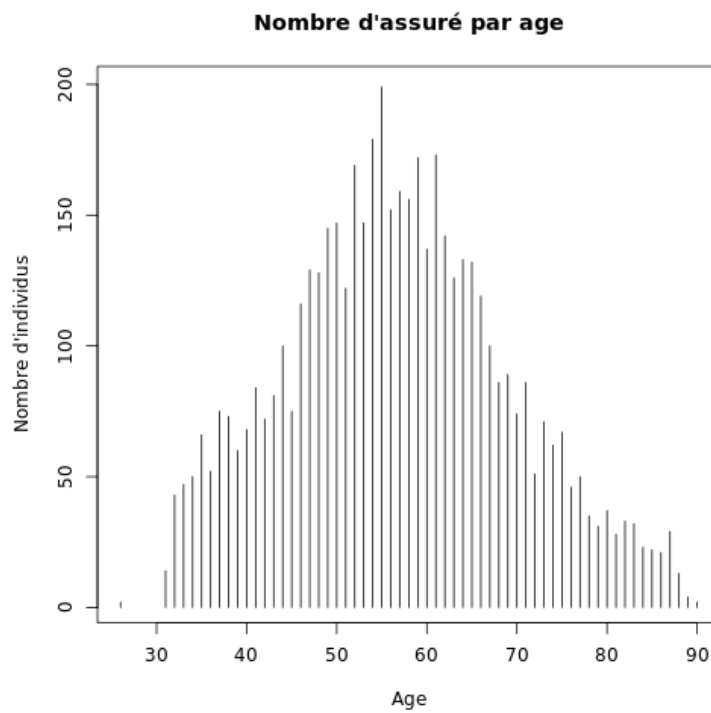


Figure 20: Structure du portefeuille décès CCR

Dans la suite, nous allons rechercher le meilleur modèle en tenant compte de ces spécificités CCR.

8.1.2 Données HMD : Données brutes de mortalité en France pour les hommes

Nous allons présenter les caractéristiques générales des données brutes de mortalité en France pour les hommes. L'idée de cette étude est de cibler le meilleur modèle pour la projection des taux de mortalité pour les âges de 26-90 ans (spécificité du portefeuille CCR). L'objectif est de prendre en compte le risque de longévité auquel sont confrontés les assureurs c'est-à-dire le risque que les taux de mortalité réels soient supérieurs aux taux de mortalité attendus.

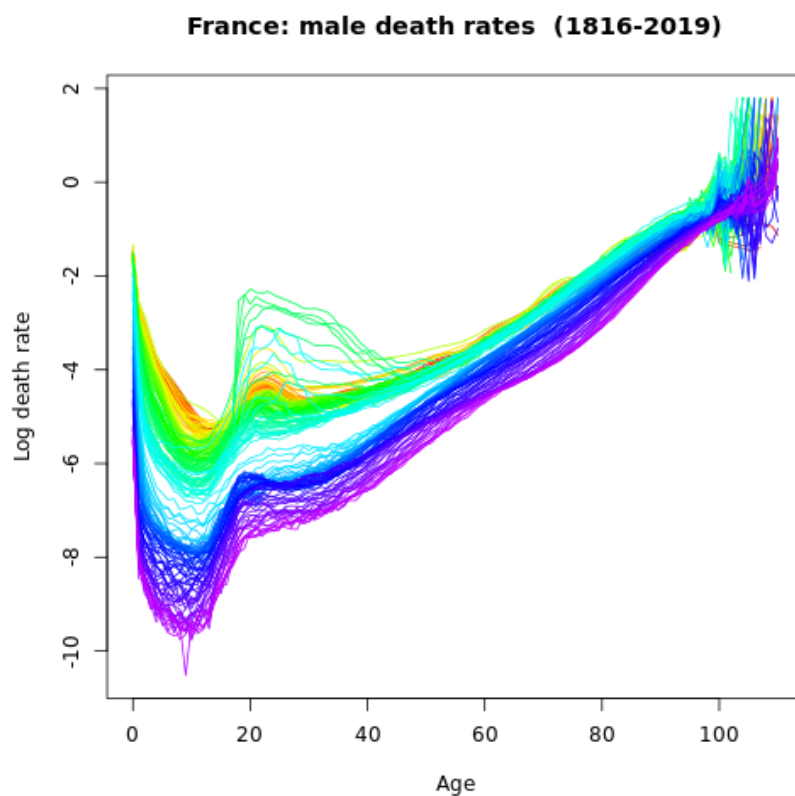


Figure 21: Taux de décès chez les hommes en France entre 1816 et 2019

8.1.3 Ajustement des modèles aux données

L'estimation des paramètres d'un modèle de mortalité stochastique ayant une structure Age-période-cohorte généralisée peut être réalisée en maximisant la log-vraisemblance du modèle par :

$$\mathcal{L}(d_{xt}, \hat{d}_{xt}) = \sum_x \sum_t \omega_{xt} \{d_{xt} \log \hat{d}_{xt} - \hat{d}_{xt} - \log d_{xt}!\}$$

dans le cas où le nombre de décès suit une loi poisson conformément à l'hypothèse de travail retenue.

Ensuite, le nombre de décès prédit \hat{d}_{xt} par le modèle est donné par :

$$\hat{d}_{xt} = E_{xt} g^{-1}(\alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x})$$

Où g^{-1} représente la fonction inverse de la fonction de lien g .

Currie (2014) propose dans le cadre des modèles de mortalité stochastiques d'observer que les principaux modèles sont des exemples de modèles linéaires généralisés ou modèles non-linéaires généralisés. Ainsi, le fitting de ces modèles est aisé en utilisant des logiciels statistiques tel que R en utilisant la fonction de fitting standard (glm par exemple).

Nous avons ajusté les 8 modèles de mortalité stochastique aux données de mortalité des hommes (et des femmes pour comparaison des résultats) pour la France issues des bases HMD au 20/06/2022.

Les données prises en compte contiennent respectivement les données brutes de mortalité et l'exposition pour les hommes (et les femmes) pour la période de 1970 – 2019 pour les âges de 0 à 105 ans.

Nous proposons de commencer l'historique à partir de 1970 car nous ne souhaitons pas tenir compte des tendances de mortalité relativement à la période des guerres mondiales et après guerres.

Dans la suite et en cohérence avec notre base de données CCR, nous allons nous concentrer sur les âges allant de 26 à 90 ans.

Ci-dessous, une illustration des paramètres calibrés pour les différents modèles.

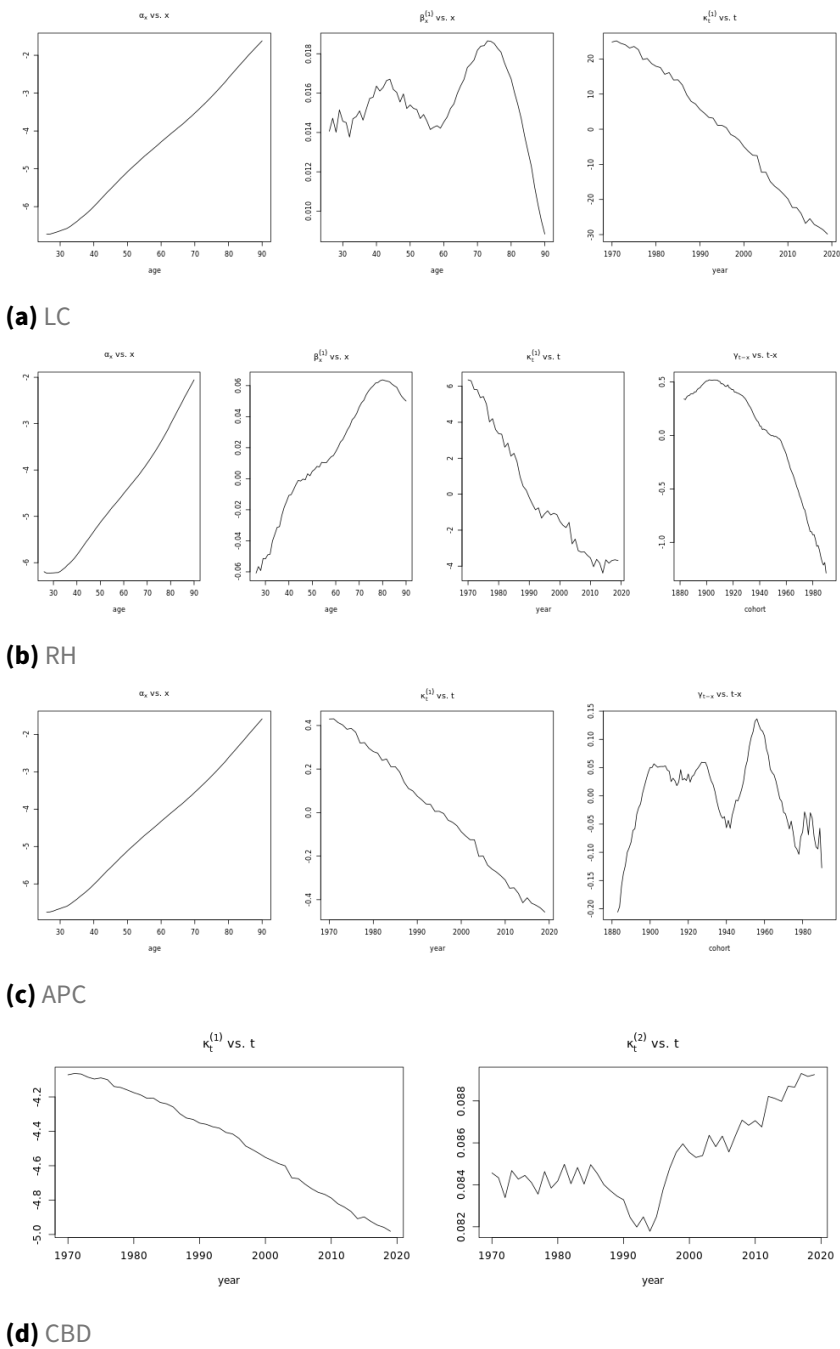
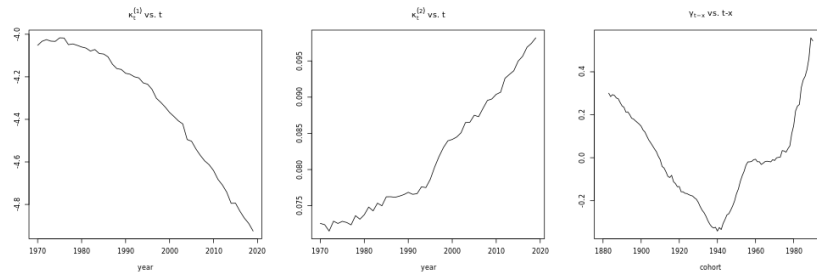
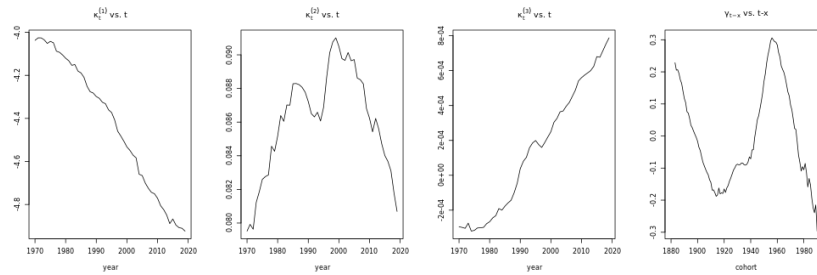


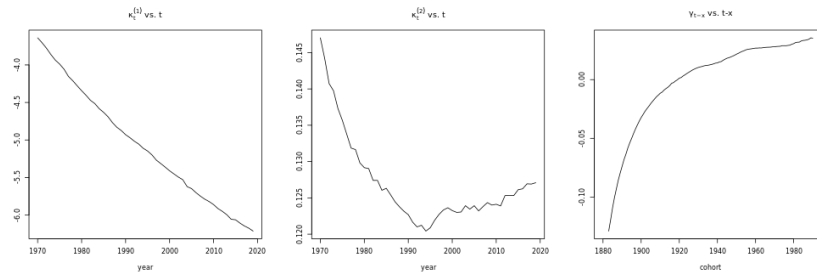
Figure 22: Paramètres estimés pour les modèles LC, RH, APC et CBD sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019



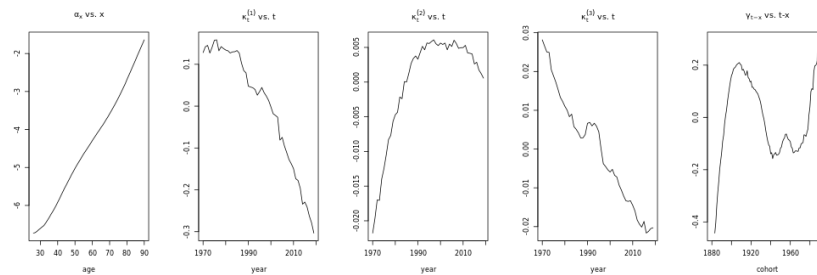
(a) m6



(b) m7



(c) m8



(d) PLAT

Figure 23: Paramètres estimés pour les modèles m6, m7, m8 et PLAT sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019

8.1.4 Analyse de la qualité du calibrage

Dans la littérature, la qualité de l'ajustement/calibrage du modèle aux données réelles est évaluée en procédant à l'analyse des résidus du modèle calibré.

De manière générale, l'identification d'une tendance dans les résidus indique que le modèle n'est pas en mesure de décrire toutes les composantes/phénomènes traduites par les données de manière pertinente.

Les résidus représentent la différence entre les valeurs observées et les valeurs correspondantes prévues par le modèle, et par conséquent, représentent la variance non expliquée par le modèle. Plus l'ajustement par le modèle sera bon, plus la valeur des résidus sera faible.

L'analyse des résidus (ou *deviance*) a pour objectif de tester la validité d'un modèle de régression. Elle permet de déceler les défaillances d'un modèle, c'est pourquoi il est nécessaire de l'effectuer avant toute analyse de régression.

La composante aléatoire de notre modèle suit une loi Poisson conformément à notre hypothèse de travail. Les *scaled deviance residuals* sont définis comme :

$$r_{xt} = \text{sign}((d_{xt} - \hat{d}_{xt}) \sqrt{\frac{\text{dev}(x, t)}{\hat{\phi}}},$$

$$\hat{\phi} = \frac{D(d_{xt}, \hat{d}_{xt})}{K - \nu}$$

ou :

- $\text{dev}(x, t) = 2d_{xt} \log\left(\frac{d_{xt}}{\hat{d}_{xt}}\right) - (d_{xt} - \hat{d}_{xt})$
- $K = \sum_x \sum_t \omega_{xt}$ est le nombre d'observations dans les données
- ν est le nombre effectif de paramètre dans le modèle

De plus, la *deviance* totale du modèle est définie comme :

$$D(d_{xt}, \hat{d}_{xt}) = \sum_x \sum_t \omega_{xt} \text{dev}(x, t)$$

Ci-dessous, nous présentons les "Heat-map" des résidus pour les 2 meilleurs modèles étudiés sous le prisme de l'analyse des résidus.

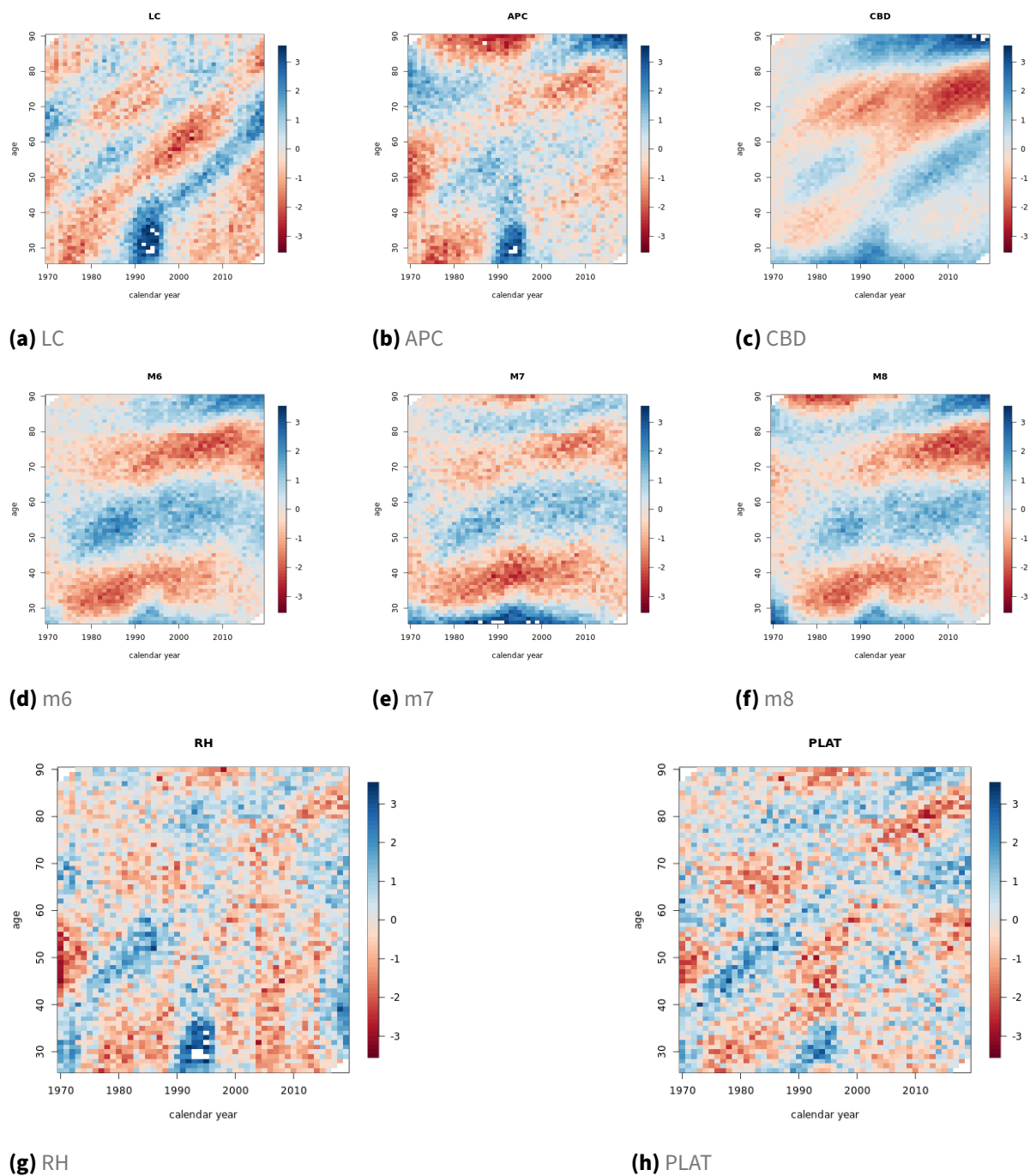


Figure 24: Heat-maps des résidus pour les modèles sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019

Globalement, les résidus générés par les modèles *RH* et *PLAT* semblent raisonnablement aléatoires. Nous pouvons ainsi inspecter les résidus par composante.

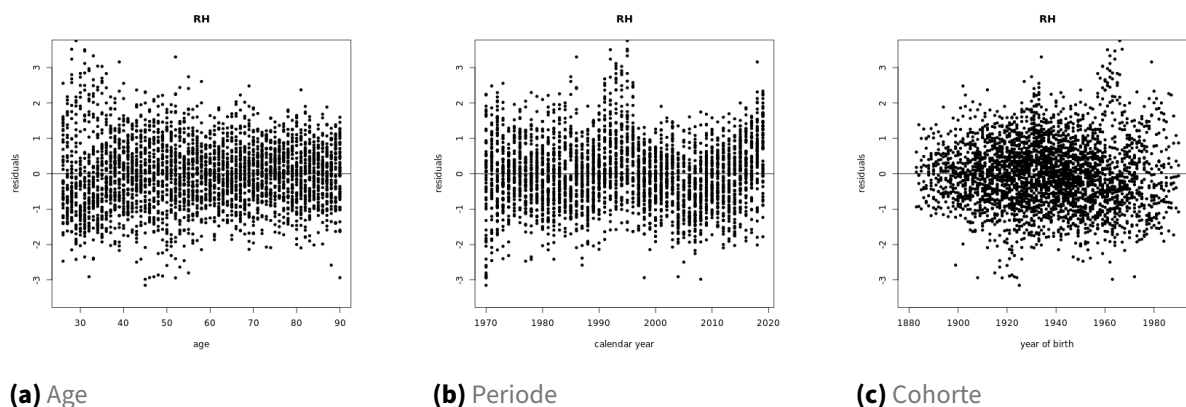


Figure 25: Scatter plot des résidus pour les modèles RH calibrés sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019

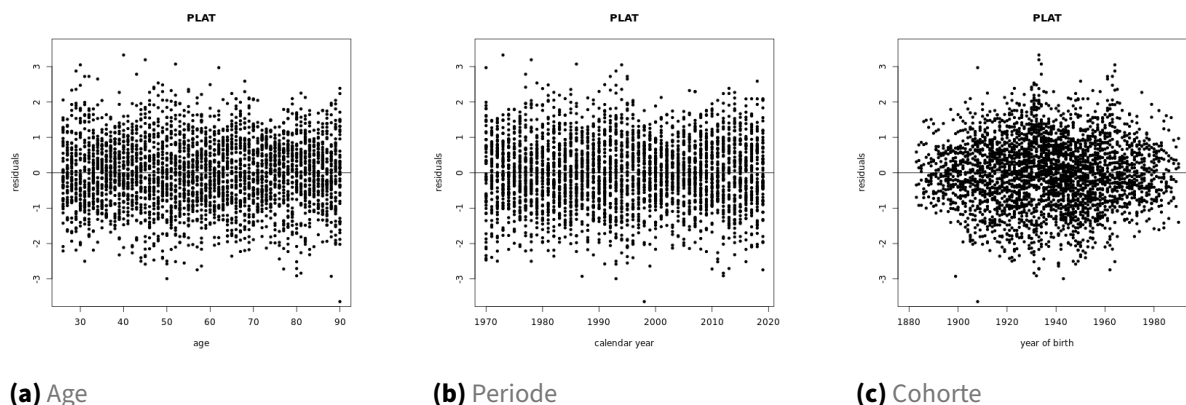


Figure 26: scatter plot des résidus pour les modèles PLAT calibrés sur la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019

L’analyse des “scatter plot” des résidus par composante (age, période et cohorte) confirme notre conclusion préliminaire. Ces deux modèles démontrent leur capacité à retranscrire de manière raisonnablement acceptable les phénomènes sous-jacents.

Concernant les 6 autres modèles fittés, nous considérons qu’ils ne sont pas pertinents pour l’analyse.

En effet, comme nous pouvions nous y attendre, les modèles type CBD, M6, M7 et M8 ne sont pas adaptés aux âges que nous cherchons à cibler dans notre étude. Ces différents modèles ont la particularité d’avoir été conçus pour retranscrire les phénomènes liés aux grands âges uniquement (i.e. 80 et au delà).

Ces modèles ne sont pas pertinents sur les âges inférieurs et ne pourront pas formuler des résultats biologiquement réalistes et acceptables aux âges inférieurs.

Les modèles LC et CBD ne tiennent pas compte, dans leur conception même, des effets de cohortes. Nous savons, et cela a été démontré par plusieurs études dans la littérature dont *Willet(2004)*, que les effets de cohortes doivent être pris en compte dans les modèles de mortalité stochastiques afin d'être en mesure de rester biologiquement cohérent avec la réalité observée.

Les effets de cohorte traduisent des phénomènes ou facteurs historiques qui altèrent l'évolution des taux de mortalité spécifiquement pour la population étudiée.

Le modèle APC ne permet pas de décrire les variations relativement aux améliorations des taux de mortalité à travers les ages.

8.1.5 Analyse des indicateurs AIC et BIC

Lors de l'évaluation de la qualité de l'ajustement de différents modèles de la famille des *Generalised APC*, on s'attend généralement à ce que les modèles avec le plus de paramètres offrent un meilleur ajustement aux données.

Pour exclure la possibilité que le meilleur ajustement observé dans un modèle est le résultat d'une sur-paramétrisation, il est usuel dans la littérature d'utiliser des critères AIC/BIC pour évaluer la pertinence statistique des modèles.

Les critères AIC et BIC se définissent respectivement comme suit :

$$AIC = 2\nu - 2\mathcal{L}$$

$$BIC = \nu \log K - 2\mathcal{L}$$

Interpretation : plus la valeur AIC et BIC est petite, meilleur est le modèle.

Le tableau ci dessous nous montre les valeurs pour ces deux critères pour les 8 modèles fittés aux données de mortalité des hommes en France âgés de 26-90 ans entre 1970 et 2019.

	LC	RH	APC	CBD	M6	M7	M8	PLAT
<i>Nombre de parametres</i>	178	349	220	100	206	255	207	317
<i>AIC</i>	52562	38018	51852	135972	66959	54210	66492	37898
<i>BIC</i>	53644	40141	53190	136580	68212	55761	67751	39826
<i>log vraisemblance</i>	-26103	-18660	-25706	-67886	-33273	-26850	-33039	-18632

Figure 27: Indicateurs AIC et BIC

Nous pouvons noter que d'après les critères AIC/BIC, les deux meilleurs candidats pour modéliser les taux de mortalité sur nos données sont respectivement le modèle de *PLAT* et le modèle *RH*.

8.1.6 Projection : Table de mortalité prospective

L'objectif des tables prospectives est de tenir compte des évolutions à venir de la mortalité.

Les méthodes usuelles cherchent tout d'abord à ajuster les tendances passées, puis à les extrapoler à l'avenir.

La construction de table de mortalité consiste en l'estimation du taux de mortalité à partir des données disponibles sur la population soumise au risque et du nombre de décès par âge.

Cette population sera supposée homogène, c'est-à-dire présentant des caractéristiques de risques identiques à l'exception de l'âge.

Soit la fonction de survie $x \rightarrow l_x$ décrivant le nombre moyen de survivants d'une cohorte. La différence $d_x = l_x - l_{x+1}$ représente le nombre de décès observés âgés de x années.

$q_{x,t}$ représente la probabilité qu'un individu ayant atteint l'âge x décède avant l'âge $x + t$.

Si l'on note $d_{x,t} = l_x - l_{x+t}$, le nombre d'individus qui décède entre x et $x + t$, on a alors :

$$q_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{l_{x,t}}$$

$q_{x,t}$ est appelé *taux de mortalité* car il apparaît comme le rapport entre le nombre de décès sur l'intervalle $(x, x + t)$ et le nombre d'individus vivants en début de période.

Dans la famille des modèles de mortalité stochastiques *GAPC*, la dynamique de la mortalité est déterminée par les indices de période $\kappa_t^{(i)}$, avec $i = 1, \dots, N$ et l'indice de cohorte γ_{t-x} .

Par conséquent, la prévision et la simulation des taux de mortalité nécessitent la modélisation de ces indices à l'aide de techniques de séries temporelles.

La marche aléatoire multivariée avec dérive est appréhendée avec cette équation :

$$\kappa_t = \delta + \kappa_{t-1} + \xi_t^k \quad \kappa_t = \begin{pmatrix} \kappa_t^{(1)} \\ \dots \\ \kappa_t^{(N)} \end{pmatrix} \quad \xi_t^k \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$$

ou :

- δ : un vecteur de dimension N des paramètres de dérive
- Σ : la matrice variance-covariance $N \times N$ du bruit multivarié ξ_t^k

Comme le souligne *Currie (2014)*, le principal défi lors de la prévision de modèles stochastiques de mortalité est de spécifier la dynamique de l'effet cohorte.

Ici, l'indice de cohorte, γ_{t-x} , suit un processus *ARIMA* univarié indépendant de la période de référence et indépendant de l'indice de période κ_t .

En général dans la littérature, il est admis que $\gamma_c \equiv \gamma_{t-x}$ suit un *ARIMA*(p, q, d) avec dérive, de sorte que :

$$\Delta^d \gamma_c = \delta_0 + \phi_1 \Delta^d \gamma_{c-1} + \dots + \phi_p \Delta^d \gamma_{c-p} + \epsilon_c + \delta_1 \epsilon_{c-1} + \dots + \delta_q \epsilon_{c-q}$$

ou :

- Δ est l'opérateur de différence,
- δ_0 est le paramètre de dérive,
- ϕ_1, \dots, ϕ_p sont les coefficients autorégressifs, avec $\phi_p \neq 0$
- $\delta_1, \dots, \delta_q$ sont les coefficients de moyenne mobile, avec $\delta_q \neq 0$
- ϵ_c est un processus de bruit gaussien de variance σ

Ci dessous, pour chaque modèle une illustration des intervalles de confiance (95%) relativement aux projections des indices de périodes et de cohortes.

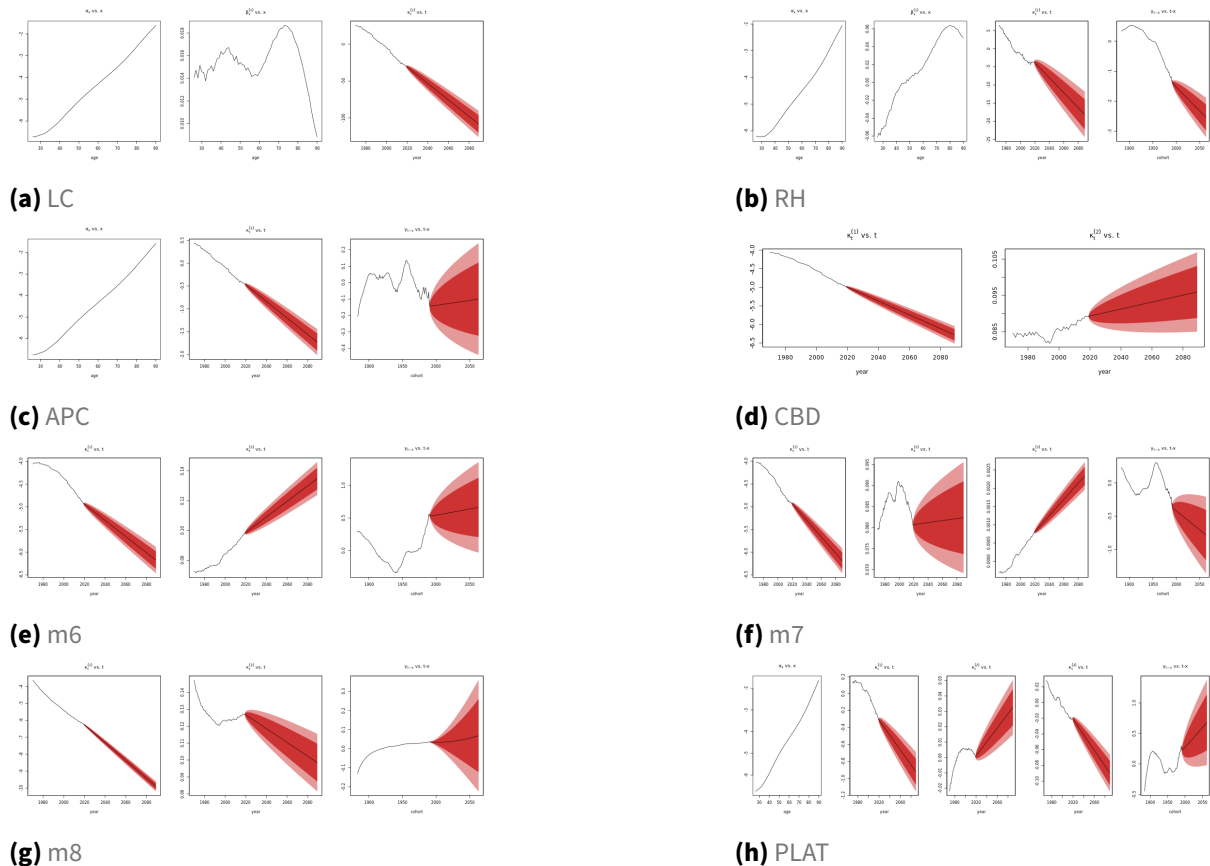


Figure 28: Projection des indices de périodes et de cohortes pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour la population des Hommes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019

Les modèles de mortalité stochastiques vont nous permettre, par approche de simulation Monte Carlo, d'obtenir des trajectoires simulées sur l'horizon de 70 ans pour la population étudiée.

Dans le cadre de notre étude, nous avons réalisé 10 000 simulations (i.e. trajectoires simulées).

Nous illustrons ci-dessous les trajectoires simulées pour le taux de mortalité pour un individu âgé de 55 ans et 65 ans en 2019 sur un horizon de 70 ans.

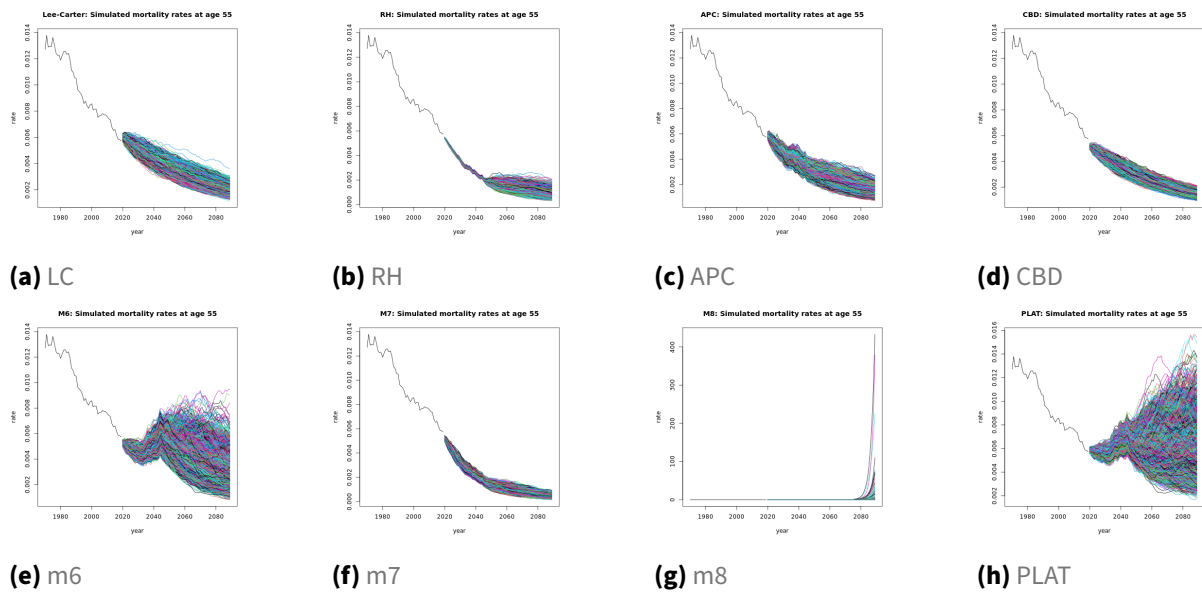


Figure 29: Projection des taux de mortalité pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour un individu âgé de 55 ans en 2019 sur un horizon de 70 ans

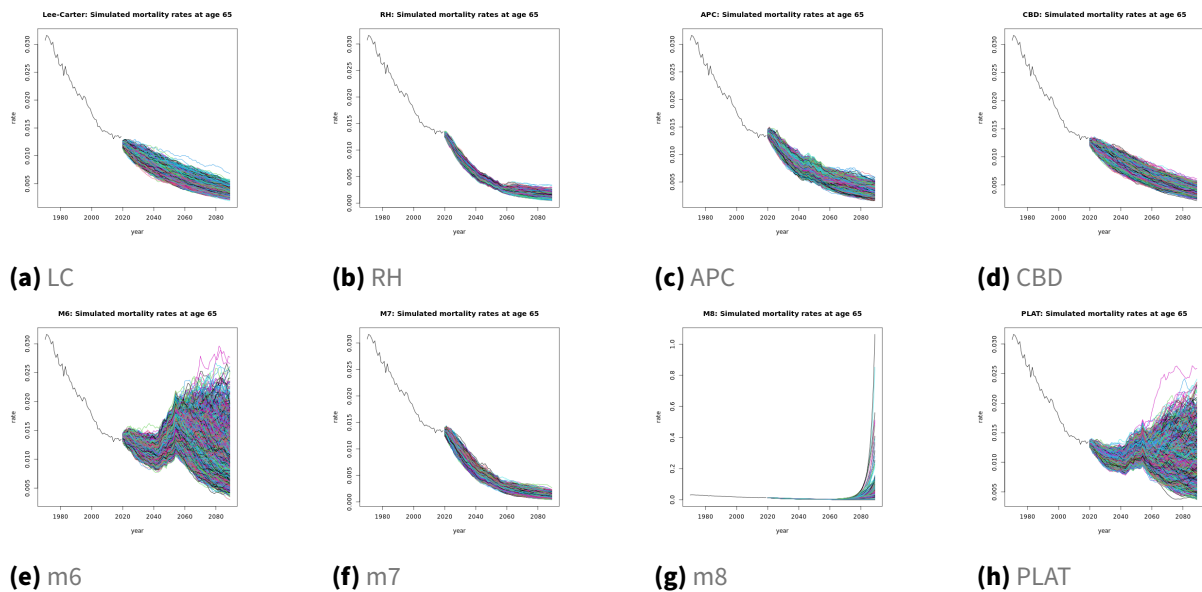


Figure 30: Projection des taux de mortalité pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour un individu âgé de 65 ans en 2019 sur un horizon de 70 ans

8.1.7 Analyse de la qualité de projection

L'analyse de la qualité de projection permet de donner une signification biologiquement réaliste des trajectoires de projection que génèrent les modèles.

l'idée est de se poser les questions suivantes :

- Les trajectoires simulées sont-elles cohérentes avec la tendance lourde observée sur l'historique?
- la forme des trajectoires est elle biologiquement réaliste ?
- Quelles sont les éléments historiques qui peuvent expliquer un changement de tendance ?

Dans notre cas d'étude, nous considérons qu'il n'y a pas eu d'éléments historiques marquants qui justifieraient que les trajectoires simulées par un modèle soient significativement différentes de la tendance lourde de l'historique observée.

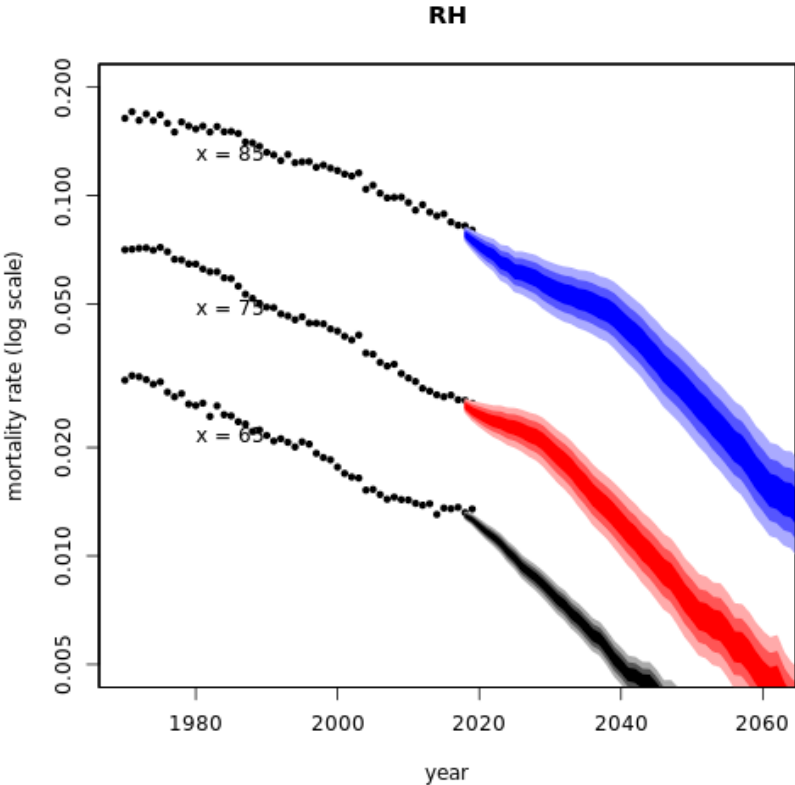
Ainsi, en réalisant cette exercice, nous nous apercevons que les modèles de *PLAT*, *M6*, *M8*, *APC* proposent des formes de trajectoires qui ne sont pas biologiquement réaliste par rapport à ce qu'on peut observer dans le passé.

C'est très explicite pour le modèle de *PLAT* ou le modèle *M6* : Selon ces modèles les taux de mortalité devrait augmenter dans le futur.

Cependant, historiquement et en lien avec la littérature, nous observons de manière très claire une baisse continue des taux de mortalité sur tous les pays développés y compris sur la France.

Ceci, nous permet de conclure que ces modèles ne sont pas adaptés à notre étude d'un point de vue qualité de projection.

A contrario, le modèle de *RH* semble donner les meilleurs résultats en terme d'allure des trajectoires simulées.



(a) LC

Figure 31: Projection des taux de mortalité avec le modèle RH sur un horizon de 70 ans pour des individus âgés de 65, 75 et 85 ans en 2019

8.1.8 Prise en compte de l'incertitude sur les paramètres

Un modèle robuste est un modèle qui permet de prendre en compte, au delà de l'incertitude intrinsèque au modèle, l'incertitude existant autour des paramètres estimés.

L'analyse de l'incertitude autour des paramètres est réalisé à travers les techniques de bootstrap.

L'idée est de rejouer un échantillon des résidus par bootstrap et déterminer par approche bottom-up les paramètres du modèle.

Cela permet ensuite de simuler des trajectoires pour le taux de mortalité sur un horizon donnée.

L'analyse permet de s'assurer que les paramètres retenus sont assez robustes selon l'intervalle de confiance choisi pour permettre la projection.

Pour chaque modèle, nous réalisons ce test aux ages 40, 50, 60, 70, 80, 90 pour nous assurer de la robustesse des paramètres et infine du modèle après prise en compte de l'incertitude.

Ci-dessous une illustration, de la comparaison des projection en tenant compte (en bleu) ou non (en rouge) de l'incertitude autour des paramètres.

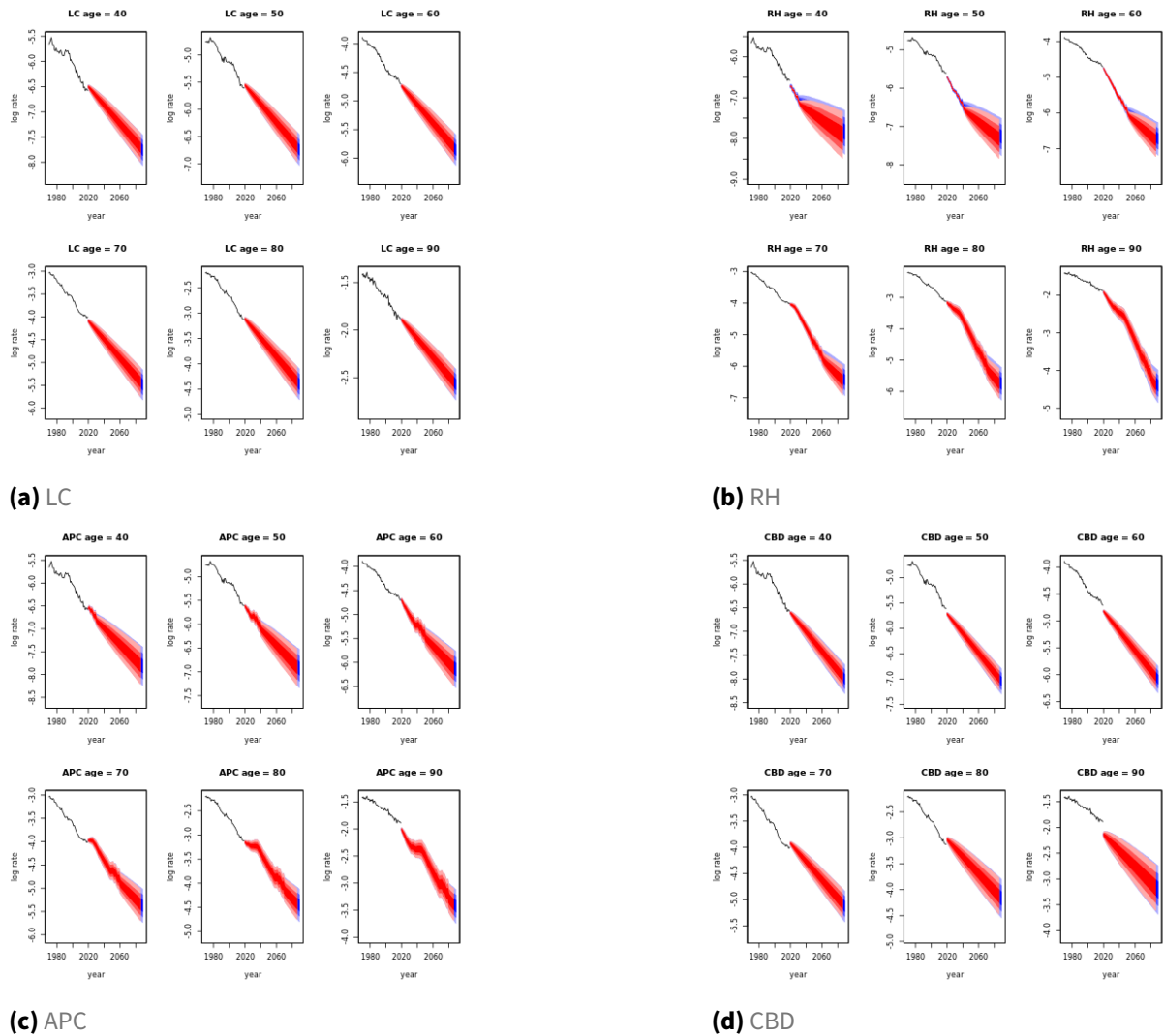


Figure 32: Prise en compte de l'incertitude relativement aux paramètres pour les modèles LC, RH, APC et CBD pour la projection des taux de mortalité sur un horizon de 70 pour les individus âgés de 40, 50, 60, 70, 80 et 90 ans en 2019

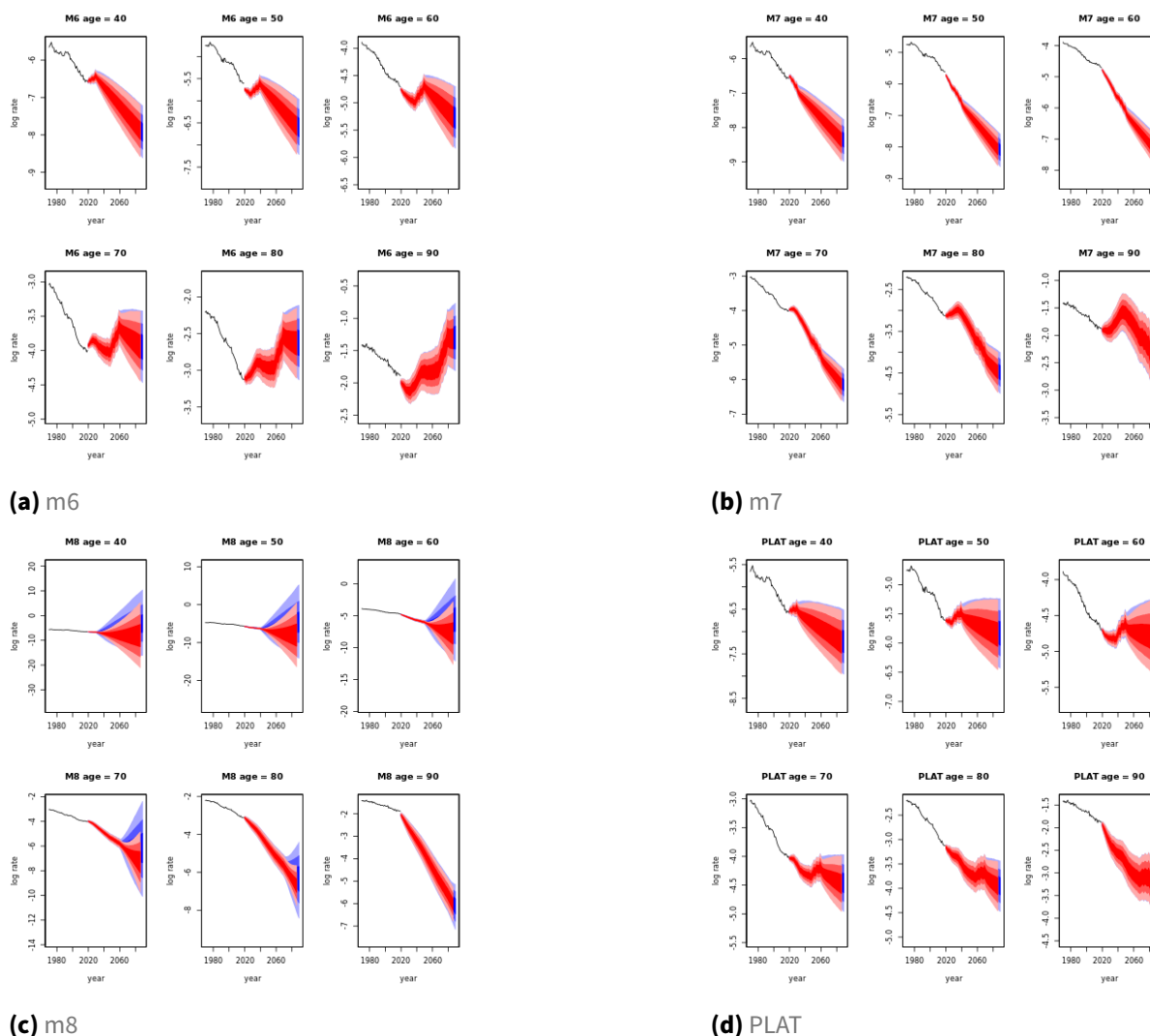


Figure 33: Prise en compte de l'incertitude relativement aux paramètres pour les modèles m6, m7, m8 et PLAT pour la projection des taux de mortalité sur un horizon de 70 pour les individus âgés de 40, 50, 60, 70, 80 et 90 ans en 2019

Cette analyse nous permet par exemple d'écartier le modèle M8 pour notre étude. En effet, l'illustration montre la pertinence du modèle pour les grands âges (80 et 90 ans) mais l'incertitude entourant le choix des paramètres pour modéliser les jeunes âges est significative.

Dans la mesure où nous avons pu appréhender l'incertitude relativement aux paramètres sur l'ensemble des 7 autres modèles, nous considérons que ce facteur, bien que très important, n'est pas discriminant dans notre cadre d'étude.

8.1.9 Conclusion et choix du modèle de projection des taux de mortalité futures

En synthèse de notre analyse sur le plan qualitatif et quantitatif, nous pouvons faire la restitution suivante.

D'un point de vue qualitatif, au regard des critères généralement utilisés dans la littérature concernant la sélection d'un modèle de mortalité stochastique, nous considérons que les modèles originels Lee-Carter et CBD ne sont pas adaptés car ils ne prennent pas en compte les effets de cohorte. Les autres modèles sont considérés comme acceptables.

D'un point de vue d'ajustement du modèle aux données et analyses des résidus, nous considérons que les deux modèles pertinents sont respectivement le modèle de *PLAT* et *RH* dans le sens où ces modèles produisent des résidus raisonnablement aléatoires.

D'un point de vue critère AIC/ BIC, nous considérons que les deux modèles pertinents sont respectivement le modèle de *PLAT* (AIC= 37898, BIC= 39826) et *RH* (AIC= 38018, BIC= 30141).

D'un point de vue qualité de projection, nous considérons que le modèle biologiquement pertinent dans ses projections de taux de mortalité future est le modèle *RH*. A noter que le modèle de *PLAT* propose une évolution des taux de mortalité qui n'est biologiquement pas acceptable.

Le prisme d'analyse "prise en compte de l'incertitude autour des paramètres estimés" n'est pas discriminant car tous les modèles étudiés offrent la possibilité d'appréhender cet aspect.

Au regard des conclusions, sur chaque type d'analyse, nous concluons que le modèle de mortalité stochastique développé par *Renshaw and Habermann* qui se base sur le modèle originel de *Lee-Carter* et qui y intègre les effets de cohortes est le plus pertinent pour notre étude.

Afin de s'assurer que le modèle *Renshaw and Habermann* est cohérent avec les données historiques, nous pouvons visualiser ci-dessous, pour différents âges, l'ajustement du modèle aux données réelles:

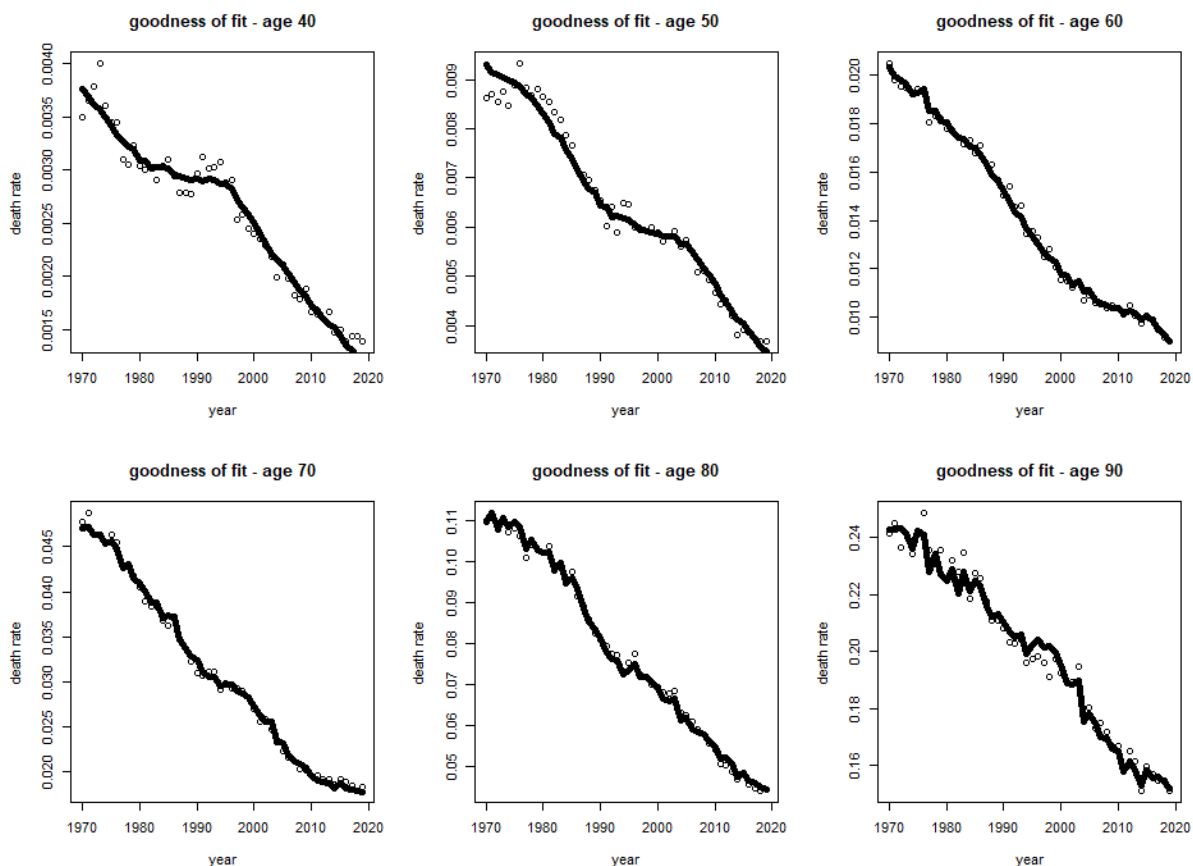


Figure 34: Ajustement du modèle RH au données brutes de mortalité

Au regard de la cohérence du modèle par rapport aux données historiques, nous considérons que le modèle *Renshaw and Habermann* reste pertinent.

De plus, nous avons réalisé un exercice de Back-testing sur une période de 20 ans (1999-2019).

L'idée est d'analyser la pertinence des projections de taux de mortalité du modèle lorsque ce dernier est calibré uniquement sur la période 1970-1999 (et non plus 1970-2019) et que les taux de mortalité sont projetés sur 2000-2019. Par conséquent, nous pourrions ainsi appréhender la dépendance du modèle à la profondeur de données utilisées. L'illustration ci dessous montre dans quelle mesure, pour des âges différents, les projections sont cohérentes par rapport aux données réelles observées entre 2000 et 2019.

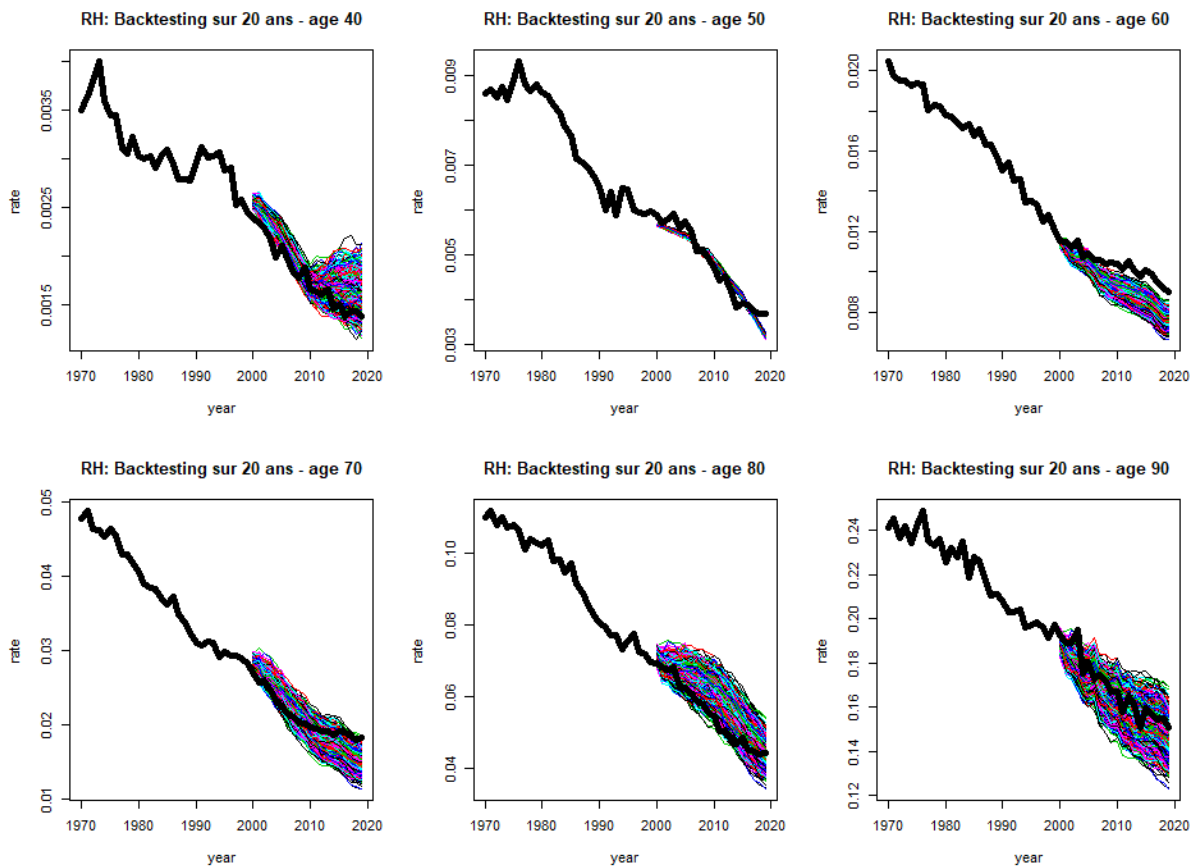


Figure 35: Back-testing projection vs données observées entre 2000 et 2019

Nous considérons que les tendances lourdes observées sur les taux de mortalité historiquement sont respectées malgré un changement dans la profondeur de données utilisée pour calibrer le modèle. Par conséquent, le modèle *Renshaw and Habermann* reste pertinent.

Dans la suite, la projection des taux de mortalité futurs que nous utilisons sont réalisés à partir du modèle *Renshaw and Habermann* pour notre étude.

8.1.10 Chronique de paiements sur l'horizon de projection

Sous contrainte des données disponibles, dès lors que nous avons déterminé le modèle de mortalité stochastique le plus pertinent dans le cadre de notre étude et projeté sur l'horizon de projection des taux de mortalité, nous disposons maintenant d'une chronique de taux de mortalité par âge (table de mortalité générationnelle) sur l'horizon de projection et du capital décès moyen par âge en t .

A chaque pas de temps et pour chaque âge, nous calculons les grandeurs suivantes :

Capital décès moyen restant à verser $_{x,t+1} = \text{Capital décès moyen restant à verser}_{x,t} * (1 - \text{Taux de mortalité}_{x,t+1})$

$$\text{Capital payé}_{x,t+1} = \text{Capital décès moyen restant à verser}_{x,t} * \text{Taux de mortalité}_{x,t+1}$$

L'idée étant d'appliquer ce processus jusqu'à la fin de l'horizon de projection Nous prenons pour hypothèse (pour les jeunes âges notamment) que s'il subsiste un capital résiduel à la fin de l'horizon de projection, ce capital restant est payé en totalité sur ce dernier terme.

Sous R, en respectant scrupuleusement cette logique de calcul, nous obtenons pour un scénario donné, la chronique de paiement du capital moyen par âge disponible à la date t pour chaque âge x .

8.2 Meilleure estimation des flux de trésorerie futurs

8.2.1 Calcul du PVFCF IFRS 17

Pour calculer le PVFCF (*Present Value of future cashflows*), en utilisant notre modèle, nous avons simulé 10 000 trajectoires (i.e. chronique de paiements) que nous avons ensuite actualisées.

Pour rappel, le PVFCF IFRS 17 est classiquement calculé de tel sorte que :

$$\text{PVFCF IFRS 17} = \sum_{t=1}^{\infty} E_Q \left[\prod_{s \leq t} \frac{1}{(1 + r_s)} (CF_t^{\text{out}} - CF_t^{\text{in}}) \right]$$

avec :

- Q : la probabilité risque neutre
- CF_t^{out} : Cash-flows sortants à la date de projection t
- CF_t^{in} : Cash-flows entrants à la date de projection t
- r_t : le taux sans risque

Dans le cadre de notre étude, le PVFCF IFRS 17 pour un âge x à la date t a été déterminé de la manière suivante :

$$\text{PVFCF IFRS 17}_{x,t} = \sum_{t=1}^{t_{max}} \frac{C_{x,t} * q_{x,t+1}}{(1 + i)^{t+1}}$$

avec :

- $C_{x,t}$: Capital décès moyen restant à verser
- $q_{x,t}$: Taux de mortalité à l'âge x et au temps t
- t_{max} : l'horizon de projection

Dans le cadre de notre étude, le PVFCF IFRS 17 total à la date t a été déterminé de la manière suivante :

$$\text{PVFCF IFRS 17}_{total} = \sum_{x=1}^{age\ maximal} \text{PVFCF IFRS 17}_{x,t}$$

8.2.2 Actualisation

Au regard de la structure des données disponibles, nous n'envisageons pas à date d'impacts significatifs de la prise en compte des variations financières sur l'engagement de l'assureur (pas de mécanismes de participation aux bénéfices sur le capital à verser).

En conséquence, dans cette étude, nous n'étudions pas l'impact de la prise en compte d'une modélisation stochastique des taux courts.

De plus, comme indiqué précédemment, à défaut d'avoir pu retenir une courbe des taux IFRS 17 market consistent et pour des raisons de comparabilité des résultats, nous retenons la courbe EIOPA 31/12/N Risk Free + VA disponible sur le marché pour nos besoins d'actualisation.

8.3 Calcul du Risk Adjustment

8.3.1 Distribution du PVFCF IFRS 17, niveau de quantile et Risk Adjustment

Nous avons produit 10 000 scénarios de flux actualisés par âge afin de déterminer le PVFCF IFRS 17.

Le choix du niveau de quantile à retenir n'étant pas au coeur de notre étude, nous en avons choisi 5 différents pour comparaisons au gré du lecteur : 60, 75, 90, 95, 97.5.

La distribution de la valeur actualisée de la chronique de paiements par âge est illustrée ci-dessous, nous pouvons aisément reconnaître la distribution de la loi normale à travers ces graphiques.

A titre illustratif, nous avons mis en évidence le quantile 75%.

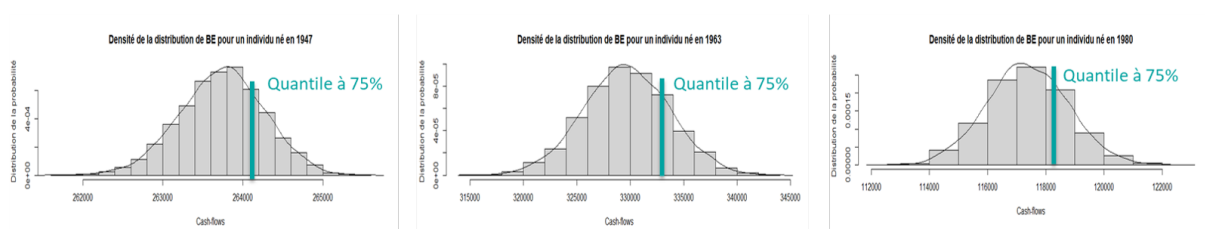


Figure 36: Distribution des flux actualisés pour un individu né en 1947, 1963 et 1980

Lorsqu'un niveau de quantile est retenu, nous pouvons obtenir le PVFCF dit "quantile" correspondant.

La différence entre le PVFCF par âge (moyenne de la distribution) et le "PVFCF quantile" est le montant de RA par âge.

La question de la méthodologie d'agrégation des RA par âge pour obtenir un niveau pertinent de RA global est importante dans le cadre de l'utilisation d'une méthode quantile.

La recherche de la méthode la plus pertinente pour agréger le RA n'étant pas le cœur de ce mémoire, nous allons retenir l'hypothèse arbitraire de comonotonie de nos vecteurs aléatoires (distribution de PVFCF), ce qui nous permettra d'obtenir un RA global. En effet, en retenant cette hypothèse, nous appréhendons le scénario le plus défavorable car il n'y a pas de diversification possible.

Sous cette hypothèse, nous nous assurons donc que, à titre d'exemple, le quantile_75% de $(X_1 + X_2)$ = quantile_75% de X_1 + quantile_75% de X_2 pour tout vecteur comotone X_1 et X_2 .

Propriété des mesures de risques comotonnes additives

Définition 1 : Le vecteur aléatoire $(X_1; X_2)$ de fonctions de répartition marginales (F_1, F_2) , est un vecteur comotone s'il existe une variable aléatoire U de loi uniforme sur $[0; 1]$ telle que $(X_1; X_2)$ à la même loi que $(F_1^{-1}(U); F_2^{-1}(U))$.

Définition 2 : On appelle mesure de risque comonotone additive toute mesure de risque de ρ telle que : $\rho(X_1 + X_2) = \rho(X_1) + \rho(X_2)$ pour tout vecteur comonotone $(X_1; X_2)$.

Une mesure de risque comonotone additive intègre donc le fait que deux risques comonotones ne se mutualisent pas puisque dès que le risque U se produit, les risques X_1 et X_2 se produisent également avec une ampleur croissante avec celle de U .

Sous cette hypothèse, nous pouvons sommer les RA par âge pour obtenir un RA global pour notre portefeuille décès.

Focus sur le Taux de RA par âge

Durant nos travaux, nous avons réfléchi à la pertinence d'un taux de RA, qui a été calculé grâce à la relation suivante:

$$\text{Taux de RA}_{\text{par age}} = \frac{PVFCF_{\text{quantile par age}} - PVFCF_{\text{moyen par age}}}{PVFCF_{\text{moyen par age}}}$$

D'après les tests que nous avons effectués le taux de RA par age ne varie pas lorsque le capital décès moyen en t par age diffère, tout autre paramètre égal par ailleurs.

En d'autres termes, si les conditions démographiques et économiques ne font pas l'objet d'évolutions significatives d'une année sur l'autre c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'hypothèses qui suggèrent de faire évoluer la modélisation du risque de mortalité en France, le taux de Risk Adjustment par age est invariant.

8.3.2 Diversification et agrégation

Le Risk Adjustment est une réserve/provision qui est propre à chaque groupe de contrat. Néanmoins, il est possible d'opérer son calcul à un niveau d'agrégation plus élevé. C'est donc un choix opérationnel portant sur la maille de calcul du Risk adjustment qui se pose à l'entité.

La norme IFRS 17 offre la possibilité de calculer le Risk Adjustment à une maille plus agrégée que celle du groupe de contrats, si l'entité est en mesure d'allouer de manière pertinente, cohérente et appropriée les montants entre chaque groupe de contrats.

Ainsi deux maille de calcul peuvent être retenue :

- Approche Bottom-up : Calcul du Risk Adjustment pour chaque groupe de contrat puis somme des montants obtenus
- Approche Top-Down : Calcul agrégé qui est ensuite réalloué entre chaque groupe de contrats. Il existe plusieurs méthodes usuelles pour réaliser une allocation de capital entre différents groupes de contrats. Les méthodes généralement utilisées sont la méthode Homburg et Scherpereel (2008) ainsi que les méthodes d'Euler, de shapley à titre d'exemple.

Dans les deux cas indiqué ci-dessus, la norme précise que le montant de Risk Adjustment global obtenu par ces approches doivent systématiquement inclure des bénéfices de diversifications.

Le choix de la maille de calcul est important pour bien appréhender cette exigence de la norme relative à l'inclusion de bénéfice de diversification.

Le choix d'une approche Top-down ou Bottom-up aura un impact direct sur la façon dont seront inclus les bénéfices de diversifications.

De manière générale et c'est une observation sur le marché français, le montant de Risk Adjustment défini et calculé à la maille "entité" (approche Top-down) est globalement inférieur au montant de Risk Adjustment défini et calculé à la maille "Groupe de contrats". En d'autres termes, plus la maille de calcul du Risk Adjustment est agrégée, plus les bénéfices de diversification pris en compte dans le calcul sont importants.

Le sujet "Diversification et agrégation" est un sujet complexe et important pour les assureurs et réassureurs dans le cadre du calcul du Risk Adjustment. Cependant, n'étant pas le cœur de ce mémoire, nous ne traiterons pas plus en détail les sujets relatifs aux bénéfices de diversifications et au niveau d'agrégation du Risk Adjustment.

8.4 Résultats

En appliquant la méthodologie que nous proposons sur une population composée exclusivement d'hommes en France, nous arrivons aux résultats ci dessous :

	PVFCF IFRS17 [M€]	Taux de RA global (%) - Population Homme							
		Q_60%	Q_70%	Q_75%	Q_80%	Q_85%	Q_90%	Q_95%	Q_97,5%
Modèle CCR	10,3	0,39%	0,79%	1,01%	1,28%	1,67%	1,91%	2,43%	2,90%
Méthodologie proposée	9,5	0,28%	0,60%	0,79%	1,00%	1,24%	1,54%	1,96%	2,32%

Figure 37: Taux de RA basé sur une population masculine en France avec la méthodologie proposée dans cette étude

Pour l'exercice réalisé sur une population composée exclusivement d'homme en France, nous obtenons un PVFCF IFRS 17 (9.5 M€) inférieur à la celui calculé par CCR (10.3 M€) ainsi qu'un niveau de taux de RA structurellement inférieur.

Au regard de ces résultats, nous pouvons faire l'hypothèse que la méthodologie proposée permet de mieux appréhender l'évolution de l'espérance de vie spécifique des hommes au niveau national en France dans le sens qu'elle permet de tenir compte d'une évolution des taux de mortalités futurs qui tend à diminuer graduellement au fil des années. Ce constat est cohérent avec la littérature concernant la population française sur les dernières décennies.

Ainsi, la chronique de paiement des flux de trésoreries, toutes choses égales par ailleurs, est plus favorable au réassureur (la valeur économique de son engagement est plus faible) dans le cadre de notre méthodologie.

Les écarts de PVFCF (0.8M€) restent toutefois modérés entre les deux méthodologies.

En appliquant la méthodologie que nous proposons sur une population composée exclusivement de femme en France, nous arrivons au résultat ci dessous :

	PVFCF IFRS17 [M€]	Taux de RA global (%) - Population Femme							
		Q_60%	Q_70%	Q_75%	Q_80%	Q_85%	Q_90%	Q_95%	Q_97,5%
Modèle CCR	9,42	0,15%	0,31%	0,44%	0,52%	0,59%	0,68%	0,80%	0,86%
Méthodologie proposée	8,6	0,59%	1,21%	1,56%	1,95%	2,41%	2,98%	3,87%	4,61%

Figure 38: Taux de RA basé sur une population féminine en France avec la méthodologie proposée dans cette étude

Pour cet exercice, nous obtenons un PVFCF IFRS 17 (8.6 M€) inférieur à la celui calculé par CCR (9.4 M€). A contrario de ce que nous avons vu pour les hommes, le niveau de taux de RA structurellement

supérieur comparativement au modèle de CCR.

Au regard de ces résultats, nous pouvons formuler l'hypothèse que notre méthodologie permet également de mieux tenir compte de l'incertitude autour de ce PVFCF et de son échéancier. Ceci est cohérent avec la littérature car la population féminine vit plus longtemps que la population masculine ce qui génère un risque supplémentaire sur le timing et la durée de règlement.

Les vertus d'une approche stochastique de modélisation de la mortalité se matérialise ici. L'évolution dynamique des taux de mortalité pour la population féminine en France intègre une composante de risque qui est bien captée in-fine par le RA.

Néanmoins, encore une fois, les écarts de PVFCF (0.8M€) restent toutefois modérés entre les deux méthodologies.

Nos résultats montrent l'importance de la segmentation de la population étudiée entre Homme et femme (ce que nous avons déjà mis en évidence précédemment) dans l'analyse du risque de mortalité et in fine dans le calcul de l'engagement du réassureur et du Risk Adjustment.

D'un point de vue benchmark sur le marché Français et pour confirmer la pertinence de nos résultats, le taux de Risk Adjustment pour un portefeuille décès classique (capital décès) évolue dans l'intervalle de [0.5% - 1.5%] du PVFCF IFRS 17 pour un niveau de quantile retenu dans l'intervalle de [70% - 80%].

9 Conclusions et perspectives

L'objectif de ce mémoire était de mettre en lumière une problématique concrète et actuelle à laquelle doit faire face un réassureur dans le cadre de la mise en oeuvre d'IFRS 17 : le calcul du Risk Adjustment.

Nous avons vu que l'entrée en vigueur de la norme IFRS 17 au 1er Janvier 2023 est en soit, un challenge de taille, pour les assureurs et réassureurs que ce soit sur le plan du reporting financier, du pilotage du résultat, de l'organisation interne et du capital humain.

Les commissaires aux comptes seront très attentifs pour que chaque entité reflète un image fidèle, sincère et claire de sa santé financière dans ce nouveau monde.

Dans le cadre du Risk Adjustment, nouvel agrégat clé dans IFRS 17, les commissaires aux comptes seront particulièrement minutieux dans la revue de la méthodologie de calcul retenue par le réassureur. En effet, comme vu précédemment, le RA est une composante de la rémunération de l'assureur et contribue, via son relâchement, à l'émergence de résultat à chaque arrete comptable.

Les commissaires aux comptes seront particulièrement attentifs car la méthodologie de calcul du risk adjustment n'est pas définie clairement dans la norme IFRS 17. Cela signifie que la définition de la méthodologie de calcul est en grande partie à la main de chaque entité. Cependant, afin d'éviter des divergences trop profondes, des grands principes énoncés dans la norme IFRS 17 doivent être respecté lors de la détermination du risk adjustment.

Nous avons vu que le marché francais s'est globalement prononcé sur la validité de deux approches principales pour calculer le Risk Adjustment : l'approche quantile (ou Méthode VaR) et l'approche Cout du capital. Dans le cadre de ce mémoire, nous avons proposé une méthodologie basée sur une méthode quantile.

Au delà de la complexité théorique sous-jacente à la mise en oeuvre de ces approches, un réassureur doit faire face à d'autres type de contraintes, qui sont spécifiques à l'activité de réassurance, dans la définition de sa méthodologie de calcul du Risk adjustment.

En effet, dans un contexte de réassurance, les commissaires aux comptes analyseront le caractère robuste et pertinent de la méthodologie de calcul du Risk adjustment ainsi que les hypothèses de modélisation du risque sous-jacent retenues aux regards des contraintes de données auxquelles fait face le réassureur.

Déterminer une méthodologie de calcul du RA robuste est un enjeu essentiel pour le réassureur en vue d'une validation des comptes par les commissaires aux comptes car il doit composer avec des contraintes spécifiques à son activité :

- Cédante non soumise à IFRS 17

- Faible qualité ou non exhaustivité des données transmises pour évaluer le risque sous-jacent
- Absence d'historique sur l'évolution du risque sous-jacent
- Manque de visibilité sur les « managements rules » de la cédante
- Vision uniquement sur une valorisation réglementaire local GAAP du risque par la cédante
- Pas de vision économique de l'exposition
- Pas de visibilité sur les chroniques/ projections de flux de trésoreries
- Echange annuel avec la cédante

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons proposé une méthodologie de calcul du Risk Adjustment pour un portefeuille décès réel pour le compte d'un réassureur de bout en bout en tenant compte des complexités opérationnelles et des complexités relatives aux données disponibles au moment de la clôture comptable du réassureur.

Pour ce faire, nous avons en premier lieu formalisé notre réflexion sur le cadre à mettre en place en parallèle des enjeux et des contraintes du réassureur.

Les 3 principales problématiques identifiées pour la définition du cadre méthodologique s'articulent autour de :

- la modélisation du risque de mortalité sur le portefeuille décès étudié et la prise en compte de la mortalité future.
 - CCR ne dispose pas d'une table de mortalité générationnelle ou table d'expérience propre
 - CCR ne dispose pas de tables de mortalité prospectives stochastiques
 - La connaissance la plus fidèle du risque est détenu par la cédante. Cependant, la cédante n'est pas soumise à IFRS 17 et les données communiquées aux réassureurs ne permettent pas d'appréhender le risque de manière directe
 - CCR ne dispose pas de la chronique de flux payés ou d'échéanciers des flux de paiements
 - CCR n'a pas de visibilité sur les conditions générales des contrats et n'a pas d'informations sur la revalorisation potentielle des capitaux décès au fil du temps
 - CCR dispose de PM french GAAP par assuré. En utilisant des techniques de rétro-ingénierie, CCR est capable d'approximer un montant de capital décès à la date t
 - Historiquement, la modélisation du Best Estimate sur un portefeuille décès est réalisé par approche déterministe. Il n'y a pas de vision économique du risque et de l'engagement porté par le réassureur
 - Pas de prise en compte de la dérive potentielle de la mortalité
 - Pas de prise en compte de la croissance régulière de l'espérance de vie
 - Pas de prise en compte des phénomènes non-mutualisables affectant les taux instantanés de mortalité (fluctuation autour de la valeur tendancielle) ce qui ne permet pas d'assurer un équilibre technique
 - Pas de prise en compte de la corrélation existante entre les âges

- Les données à disposition pour calibrer le modèle de mortalité stochastique.
 - CCR ne dispose pas d'historique ou de données de mortalité brutes spécifiques au portefeuille décès
- Le choix du modèle de mortalité stochastique le plus pertinent au regard de l'objectif de l'étude et la réalité de CCR
 - Le choix d'un modèle de mortalité stochastique est dépendant des données brutes de mortalité utilisées, le territoire géographique observé (qualité du système de santé, avancée technologique, richesse par individu, couverture santé...), de la problématique étudiée, de la pertinence statistique du modèle par exemple

Pour répondre à ces 3 grands enjeux, nous avons proposé les alternatives suivantes (respectivement) :

- Appliquer des modèles de mortalité stochastiques qui offrent un outil bien adapté à cette analyse et propose des dynamiques d'évolution des taux de mortalité futures,
- Utilisation des données brutes de mortalité Human Mortality Database (HMD) qui sont une référence au niveau nationale et internationale,
- Mise en œuvre d'un ensemble de tests aussi bien qualitatifs que quantitatifs pour nous permettre de formuler un avis pertinent sur le modèle de mortalité stochastique à retenir

En application de la méthodologie proposé dans ce mémoire, nous sommes en mesure de justifier clairement, simplement et de manière robuste le choix des hypothèses de notre modèle de projection de flux nécessaire à la détermination du PVFCF IFRS 17 ainsi que le "PVFCF quantile" en fonction du niveau de quantile choisi par le réassureur. Le choix du niveau de quantile n'est pas étudié dans ce mémoire mais reste un sujet complexe et encore ouvert sur le marché à date.

Dès lors que nous disposons du PVFCF IFRS 17 et de notre "PVFCF Quantile", nous pouvons aisément déterminer le montant de Risk Adjustment.

Pour les besoins de comparaison, CCR a mis à disposition les niveaux de taux de Risk Adjustment en fonction du niveau de quantile choisi via calcul interne.

Nous observons que le PVFCF que nous calculons avec la méthodologie proposée dans ce mémoire ainsi que les taux de risk adjustment sont inférieurs à ceux obtenue via calcul interne par CCR.

Nous pouvons expliquer cet écart par une meilleure appréhension statistique par notre méthodologie de l'évolution de la mortalité future sur le territoire national français, et conséquemment, une meilleure prise en compte dans notre modèle de projection de flux de cette évolution de la mortalité future qui s'avère globalement favorable pour le réassureur en terme d'engagement et d'incertitude autour de l'écoulement (timing et montant) de cette engagement.

L'idée de ce mémoire est de proposer une méthodologie concrète et documentée, dont la mise en oeuvre est aisée pour un réassureur sur son portefeuille décès s'il est dans une configuration similaire à CCR en terme de contraintes de données notamment en vue des travaux de mise en oeuvre IFRS 17.

Perspectives

Dans le cadre des travaux requis pour ce mémoire, nous avons pu appréhender la complexité théorique, en terme de modélisation statistique ou d'hypothèses structurantes à retenir dans la formulation d'une méthodologie du calcul du Risk adjustment sous IFRS 17.

Nous sommes conscient que cette méthodologie proposée est une première réflexion entièrement dépendante des données mis à disposition par CCR.

Cette méthodologie se veut robuste, conforme aux grands principes énoncés par la norme IFRS 17, facile à implémenter, peu gourmande opérationnellement en ressources CPU, défendable devant des commissaires aux comptes dans le cadre de la validation de la méthodologie de calcul du RA IFRS 17.

Evidemment, cette méthodologie peut être améliorée notamment au regard des hypothèses structurantes retenues :

- Objectif de l'étude (modélisation aux grands âges, full range, sous-population spécifique)
- Connaissance approfondie de la structure du portefeuille (âge, sexe, capital, conditions générales des contrats, revalorisation, stratégie de souscription, options..)
- Prise en compte des données brutes de mortalité (géographie, pertinence au niveau national, groupe assuré)
- Intégration de la mortalité d'expérience du réassureur dans les projections pour ajuster les taux de mortalité (exemple: prise en compte d'un modèle relationnel)
- Appréhender les phénomènes d'anti sélection
- Echange plus réguliers avec les cédantes et nouveau format des données à disposition en provenance des cédantes
- Meilleure prise en compte d'une vision économique du risque (rétro-ingénierie le cas échéant)

Au delà de l'enjeu de calcul du Risk Adjustment propre à ce mémoire, la méthodologie déployée peut être aussi par extension appliquée/extrapolée pour modéliser un PVFCF IFRS 17 ou une vision Best Estimate de l'engagement dans un contexte de mortalité stochastique.

10 Liste des acronymes

- BBA : Building Block Approach
- PAA : Premium Allocation Approach
- VFA : Variable Fee Approach
- PVFCF : Present Value of Future Cash flows
- CSM : Contractual Service Margin
- RA : Risk Adjustment
- FCF : Fulfillment Cash Flow
- LC : Loss Component
- LRC : Liability for Remaining Coverage
- LIC : Liability for Incurred Claims
- BS : Balance Sheet
- P&L : Profit & Loss
- VaR : Value at Risk
- CoC : Cost of Capital

11 Annexes : Graphiques pour la population féminine en France

1) Historique des taux de décès des femmes en France entre 1816 et 2019 (source : HMD)

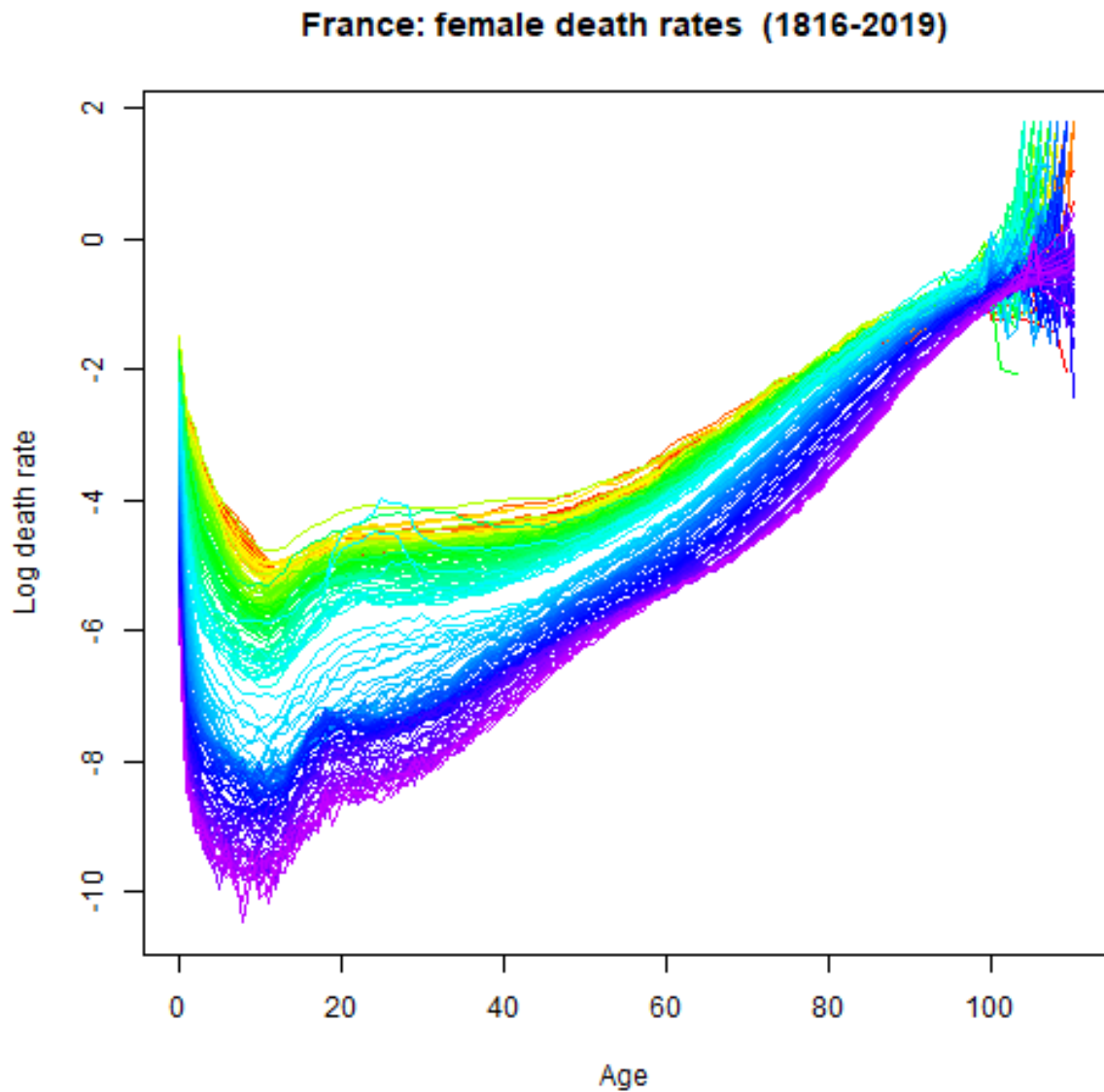


Figure 39: Taux de décès des femmes en France entre 1816 et 2019

2) Fitting des modèles de mortalité stochastique aux données brutes de mortalité HMD

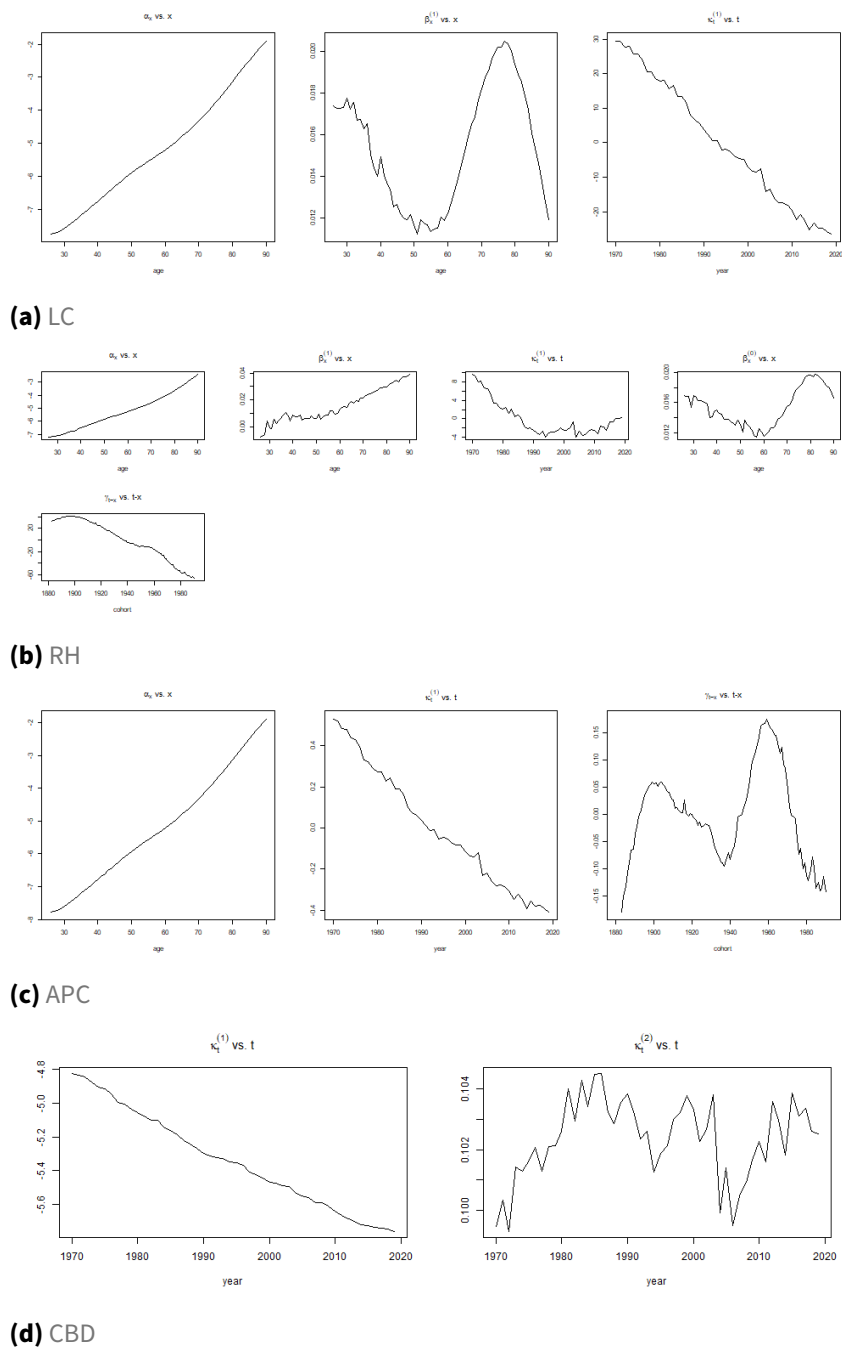
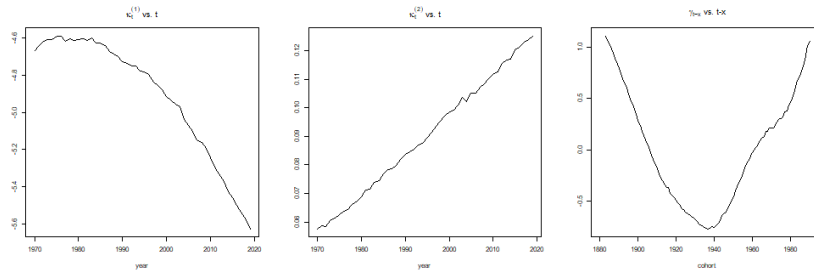
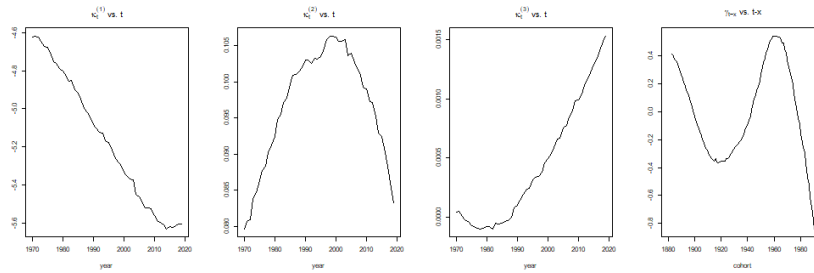


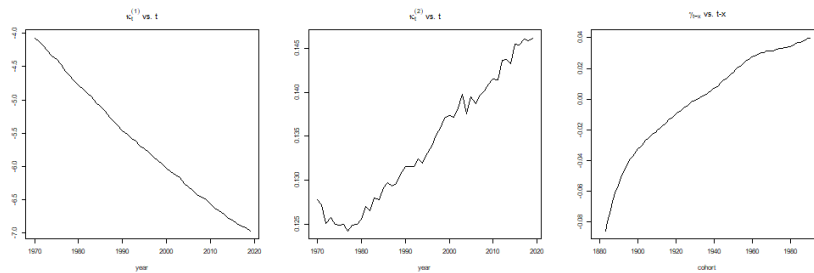
Figure 40: Paramètres estimés pour les modèles LC, RH, APC et CBD sur la population des Femmes en France âgée de 26-90 entre 1970-2019



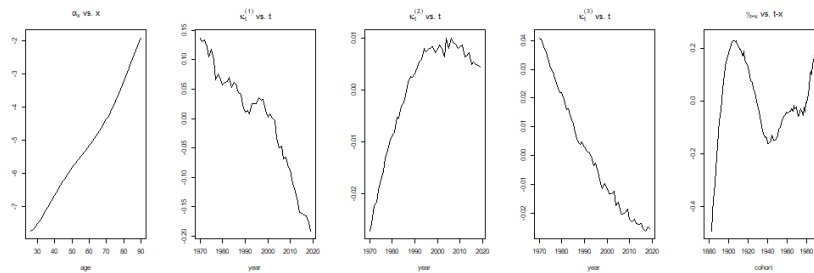
(a) m6



(b) m7



(c) m8



(d) PLAT

Figure 41: Paramètres estimés pour les modèles m6, m7, m8 et PLAT sur la population des Femmes en France âgée de 26-90 entre 1970-2019

3) Analyse des résidus : Visualisation par "Colourmap"

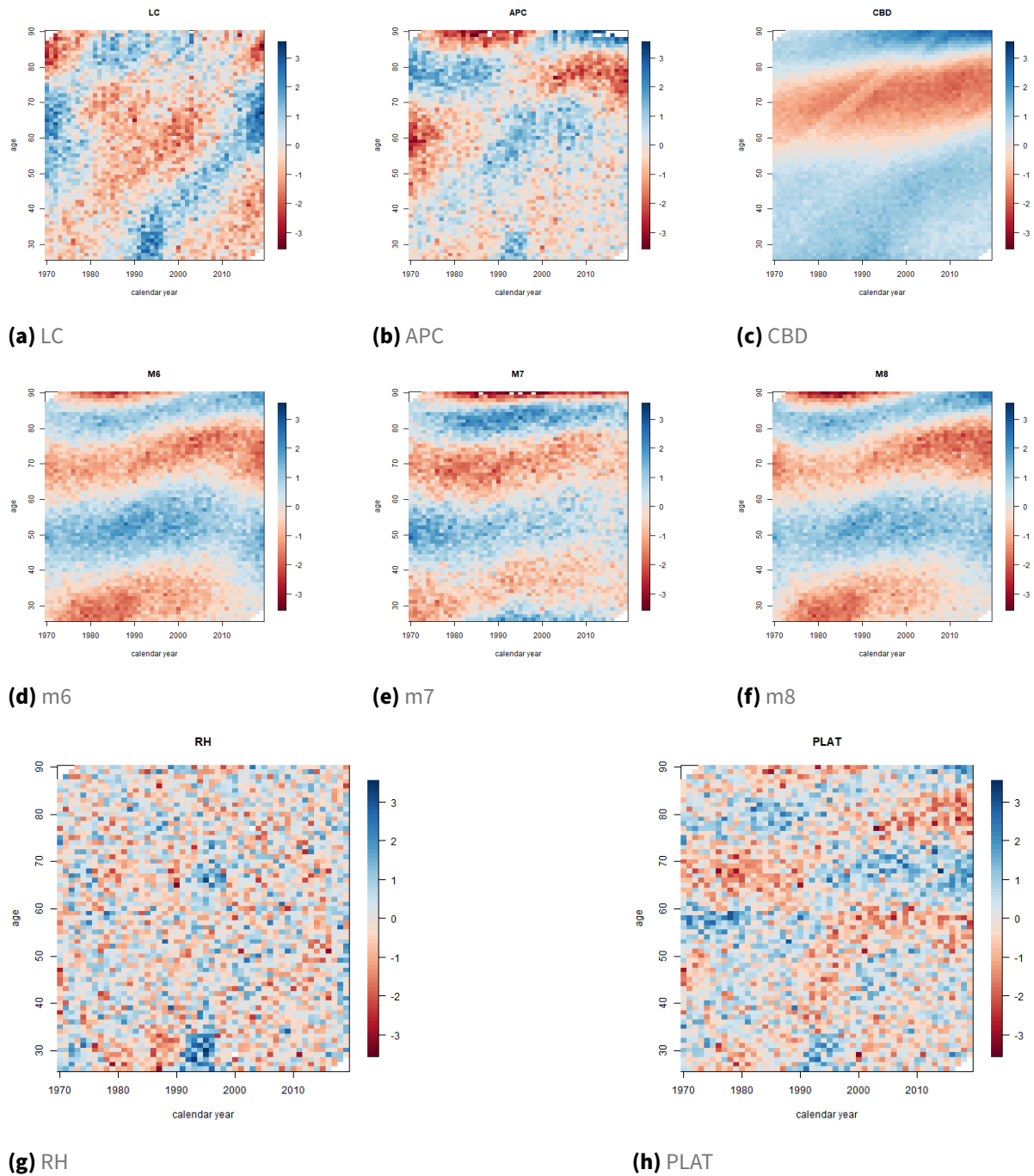


Figure 42: Heat-maps des résidus pour les modèles sur la population des Femmes en France âgée de 26-90 entre 1970-2019

4) Analyse des résidus : Visualisation par "Scatter plot"

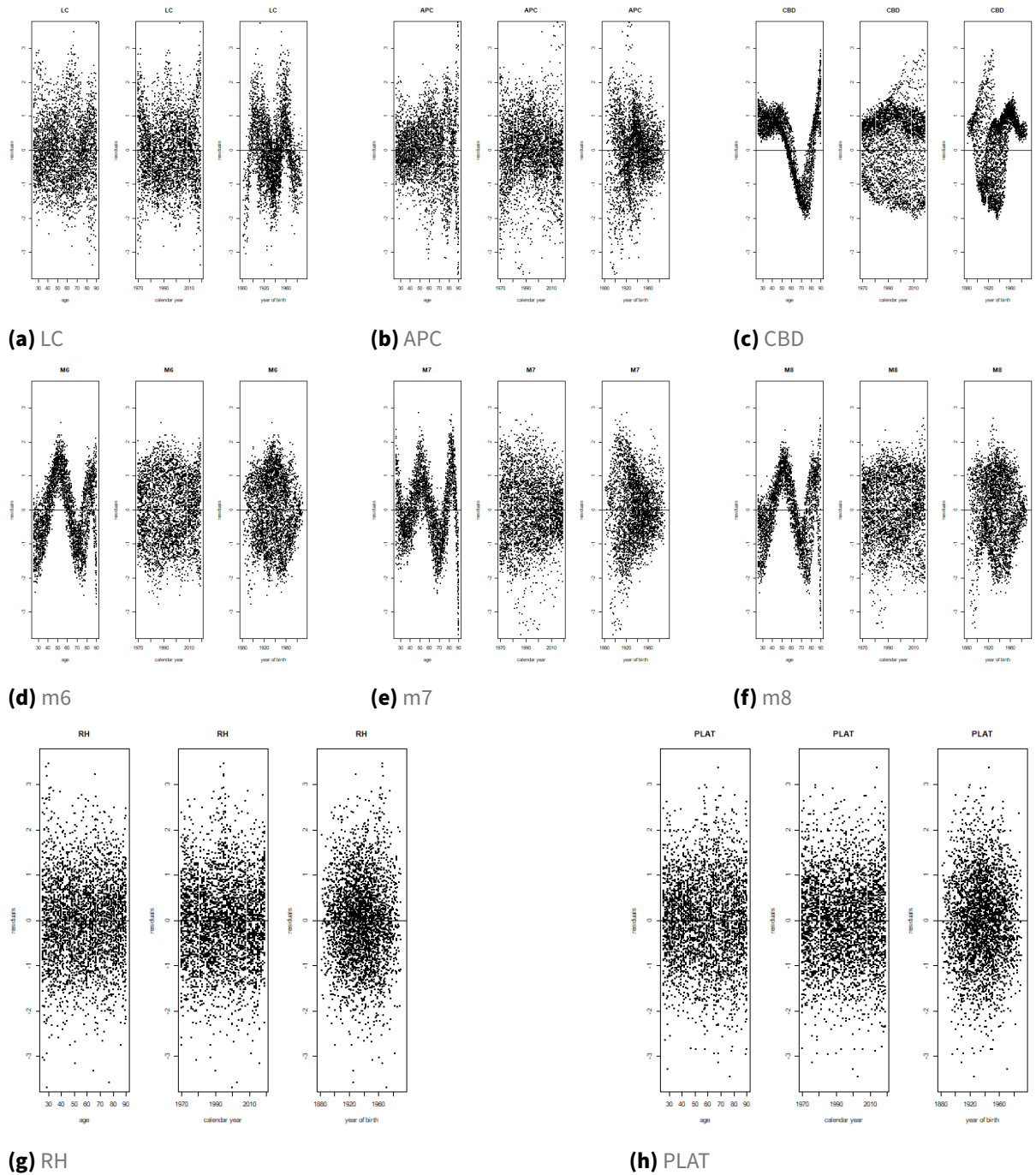


Figure 43: Scatterplot des résidus pour les modèles sur la population des Femmes en France âgée de 26-90 entre 1970-2019

5)Analyse des indicateurs AIC et BIC

	LC	RH	APC	CBD	M6	M7	M8	PLAT
<i>Nombre de parametres</i>	178	349	220	100	206	255	207	317
<i>AIC</i>	42062	33955	43284	334823	68956	49811	73943	34798
<i>BIC</i>	43145	36078	44622	335431	70209	51362	75202	36727
<i>log vraisemblance</i>	-20853	-16628	-21422	-167311	-34272	-24651	-36765	-17082

Figure 44: Indicateurs AIC et BIC (population des femmes)

6) Projections

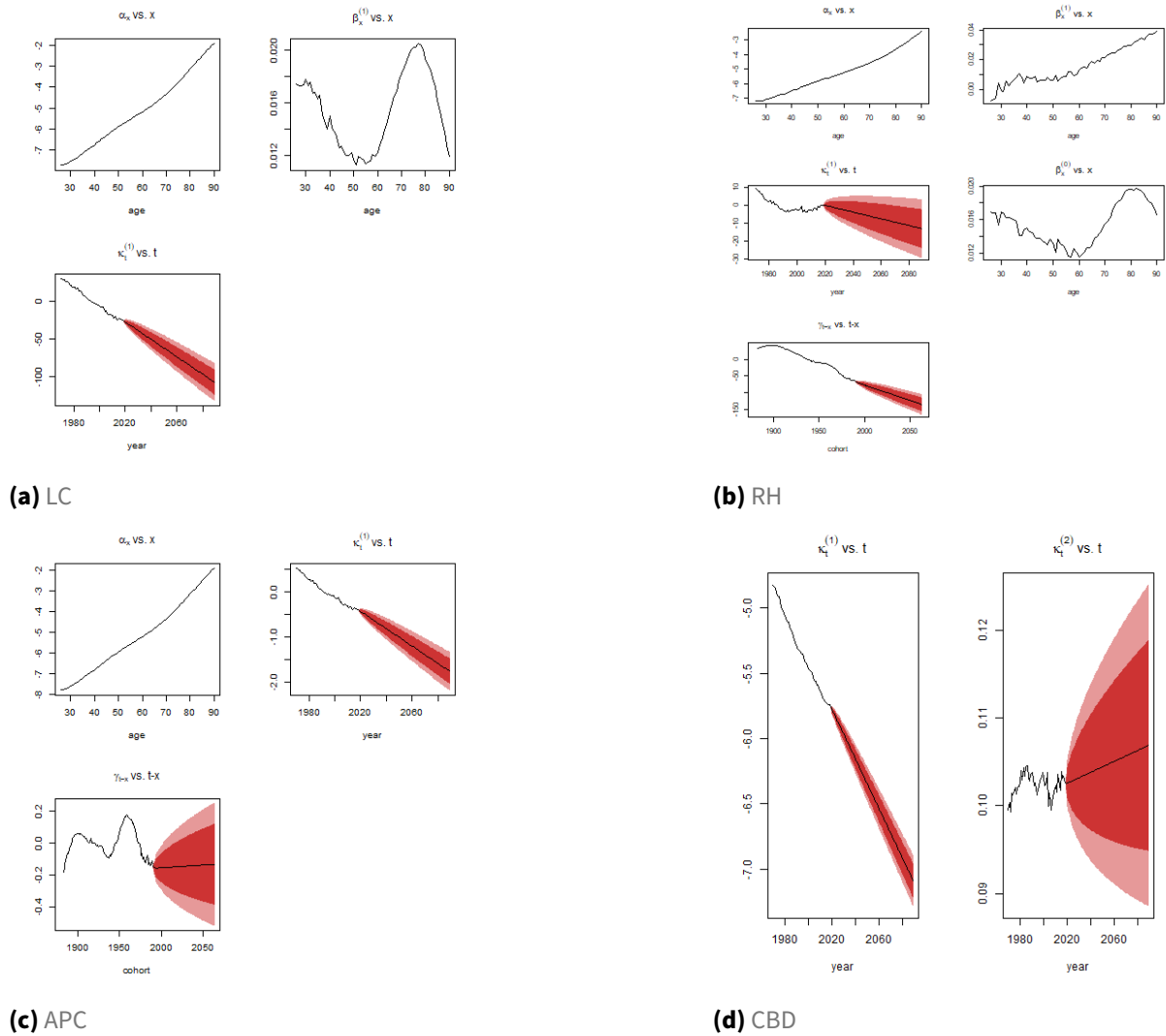


Figure 45: Projection des indices de périodes et de cohortes pour les modèles LC, RH, APC et CBD sur un horizon de 70 ans pour la population des Femmes en France agée de 26-90 entre 1970-2019

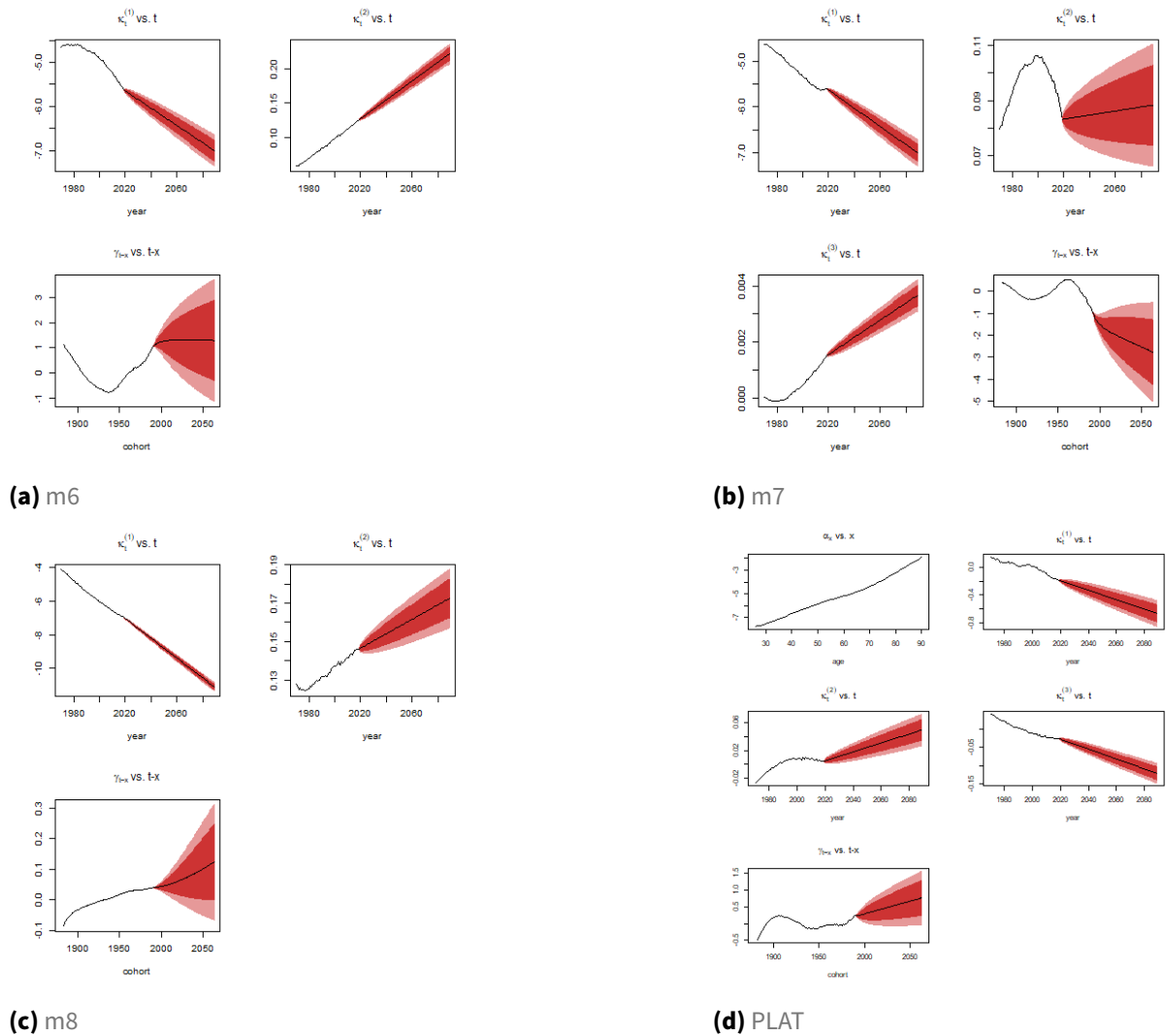


Figure 46: Projection des indices de périodes et de cohortes pour les modèles m6, m7, m8 et PLAT sur un horizon de 70 ans pour la population des Femmes en France âgé de 26-90 entre 1970-2019

7) Trajectoires simulées

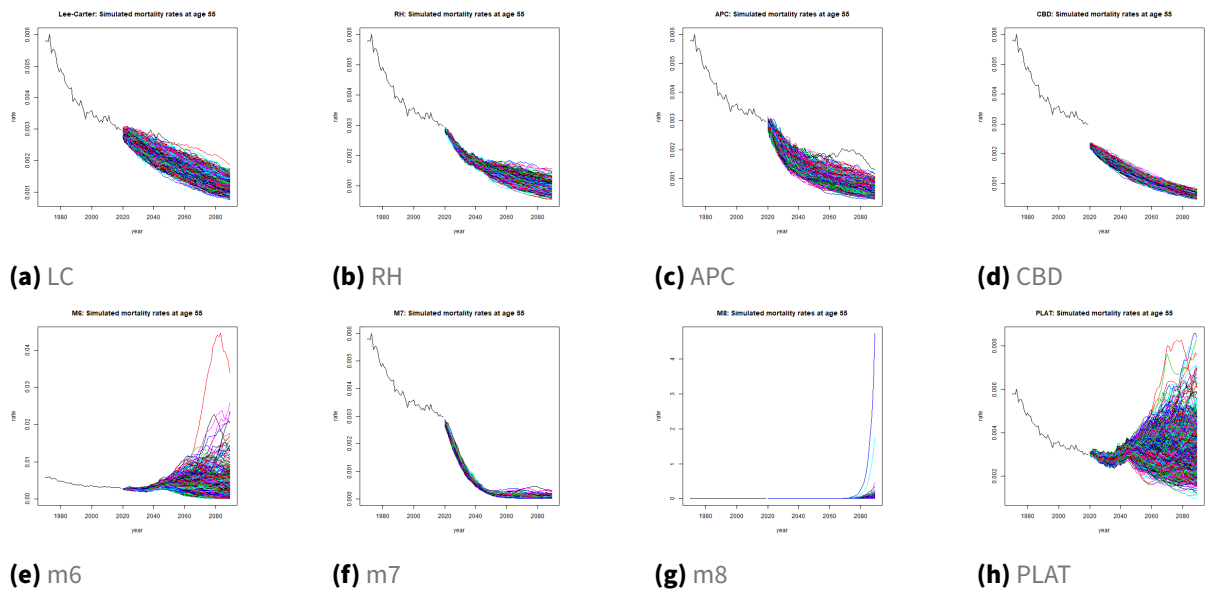


Figure 47: Projection des taux de mortalité pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour une femme âgée de 55 ans en 2019 sur un horizon de 70 ans

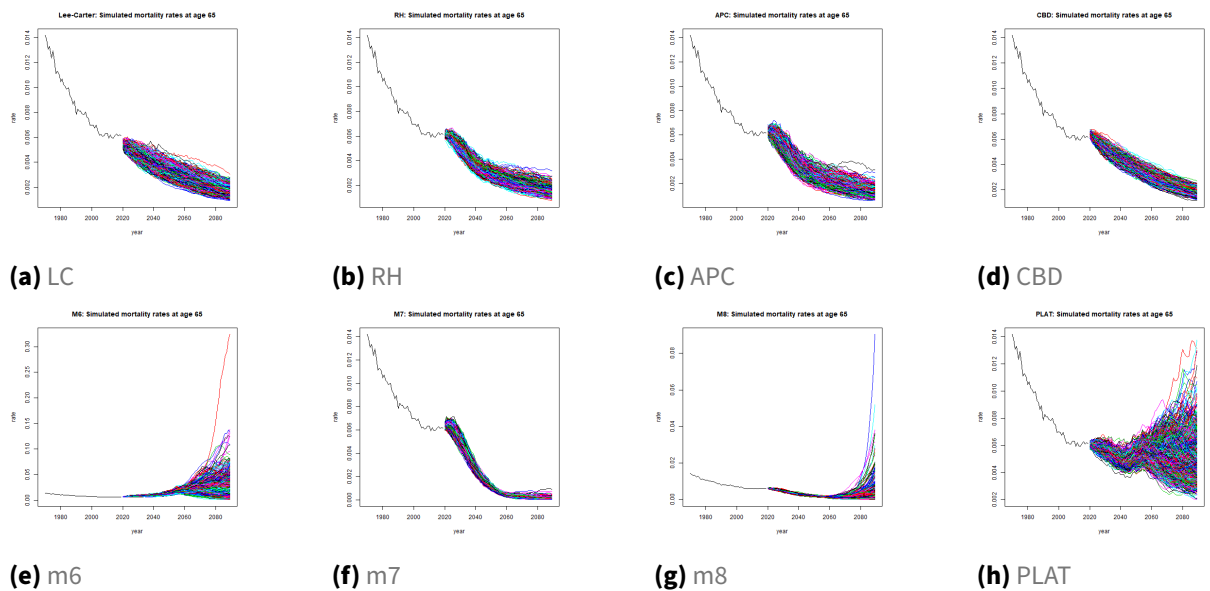
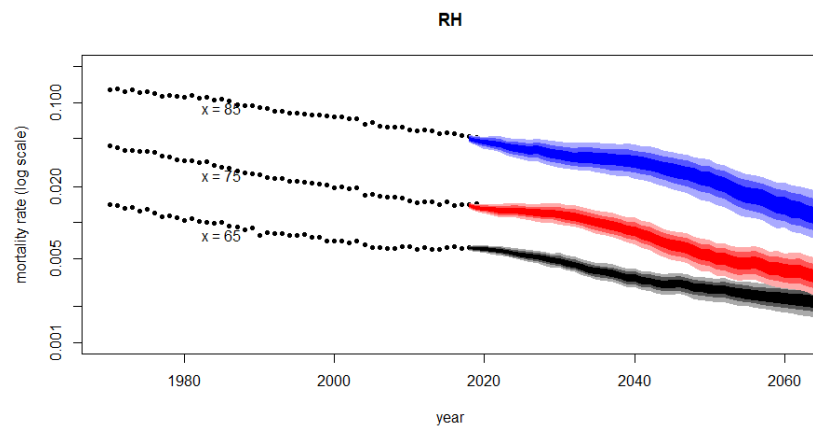


Figure 48: Projection des taux de mortalité pour les modèles sur un horizon de 70 ans pour une femme âgée de 65 ans en 2019 sur un horizon de 70 ans

8) Projection du modèle RH



(a) LC

Figure 49: Projection des taux de mortalité avec le modèle RH sur un horizon de 70 ans pour des femmes âgées de 65, 75 et 85 ans en 2019

9) Back-test 1 : Qualité d'ajustement du modèle RH au données historique

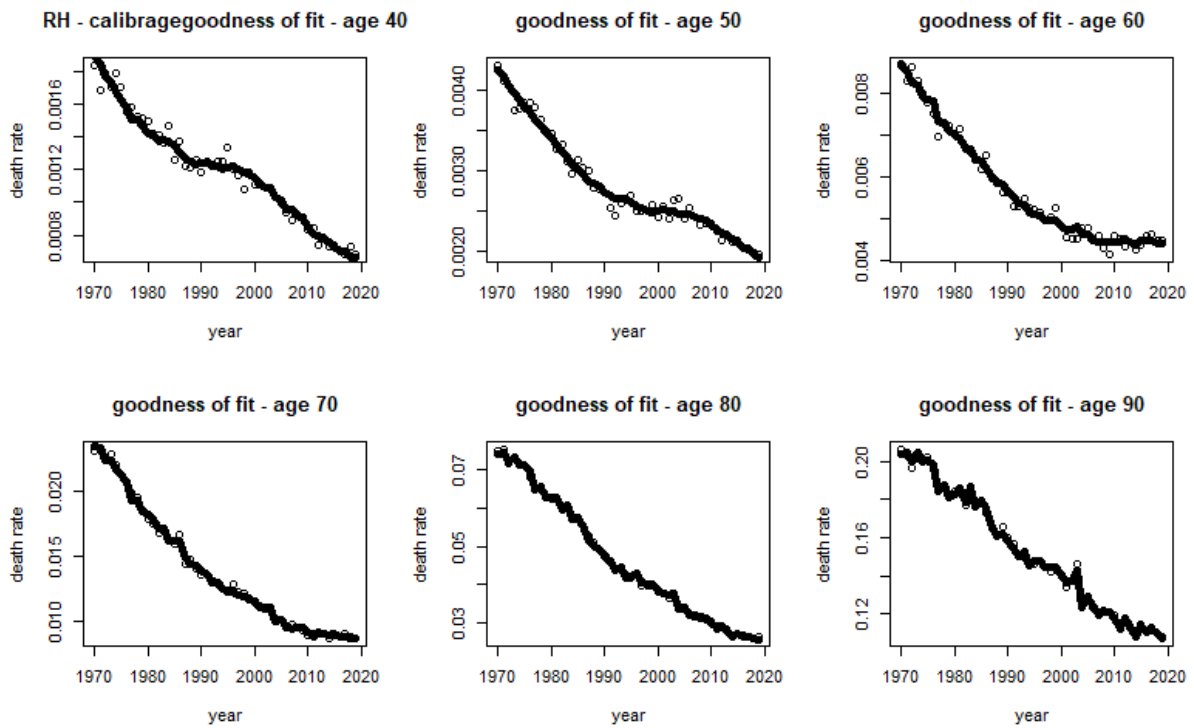


Figure 50: Ajustement du modèle RH au données brutes de mortalité (femmes)

10) Back-test : qualité de projection vs échantillon de données observées entre 2000 et 2019

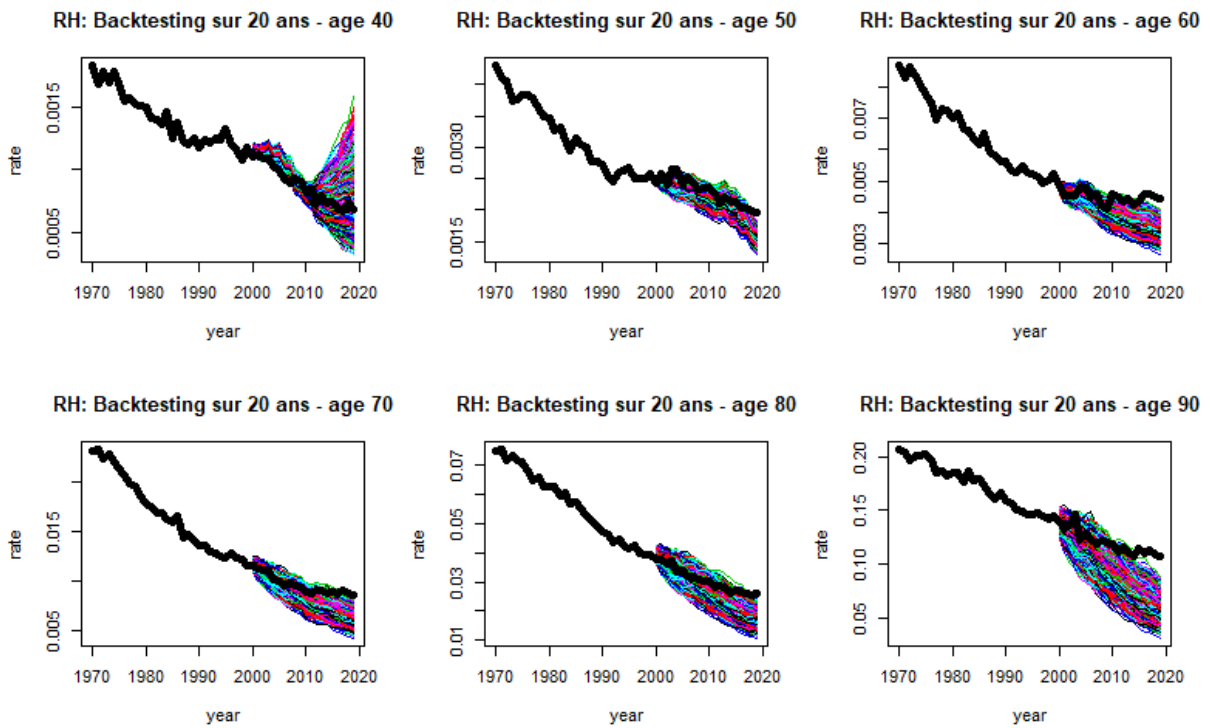


Figure 51: Back-testing projection vs données observées entre 2000 et 2019 (femmes)

Bibliographie

- Brouhns, Natacha, Michel Denuit, and Jeroen K Vermunt. 2002. "A Poisson Log-Bilinear Regression Approach to the Construction of Projected Lifetables." *Insurance: Mathematics and Economics*. Vol. 31.
- Cairns, Andrew J G, David Blake, and Kevin Dowd. 2006. "A TWO-FACTOR MODEL FOR STOCHASTIC MORTALITY WITH PARAMETER UNCERTAINTY: THEORY AND CALIBRATION." *The Journal of Risk and Insurance*. Vol. 73.
- Cairns, Andrew J G, David Blake, Kevin Dowd, Guy D Coughlan, David Epstein, Alen Ong, and Igor Balevich. 2007. "A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models Using Data from England & Wales and the United States."
- Cairns, Andrew J. G., David Blake, Kevin Dowd, Guy D. Coughlan, David Epstein, Alen Ong, and Igor Balevich. 2009. "A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models Using Data from England and Wales and the United States." *North American Actuarial Journal* 13 (January): 1–35. <https://doi.org/10.1080/10920277.2009.10597538>.
- Currie, Iain D. 2016. "On Fitting Generalized Linear and Non-Linear Models of Mortality." *Scandinavian Actuarial Journal* 2016 (April): 356–83. <https://doi.org/10.1080/03461238.2014.928230>.
- Haberman, Steven, and Arthur Renshaw. 2009. "On Age-Period-Cohort Parametric Mortality Rate Projections." *Insurance: Mathematics and Economics* 45 (October): 255–70. <https://doi.org/10.1016/j.insmathco.2009.07.006>.
- . 2011. "A Comparative Study of Parametric Mortality Projection Models." *Insurance: Mathematics and Economics* 48 (January): 35–55. <https://doi.org/10.1016/j.insmathco.2010.09.003>.
- Hobcraft, John, Jane Menken, and Samuel Preston. 1982. "Age, Period, and Cohort Effects in Demography: A Review." *Source: Population Index*. Vol. 48. <http://www.jstor.org/URL:http://www.jstor.org/stable/2736356>.
- Hunt, Andrew, and David Blake. 2013. "A General Procedure for Constructing Mortality Models." <http://www.pensions-institute.org/>.
- O'hare, Colin, and Youwei Li. 2012. "EXPLAINING YOUNG MORTALITY." <http://ssrn.com/abstract=1703446>.
- Plat, Richard. 2009. "ON STOCHASTIC MORTALITY MODELING." <http://ssrn.com/abstract=1362487>.
- Renshaw, A. E., and S. Haberman. 2006. "A Cohort-Based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors." *Insurance: Mathematics and Economics* 38 (June): 556–70. <https://doi.org/10.1016/j.insmathco.2005.12.001>.

Villegas, Andrés M, Vladimir Kaishev, and Pietro Millosovich. 2015. "StMoMo: An r Package for Stochastic Mortality Modelling." <http://ssrn.com/abstract=2698729>.

Willets, R C. 2004. "THE COHORT EFFECT: INSIGHTS AND EXPLANATIONS."