

**Mémoire présenté devant le CNAM pour l'obtention du Diplôme du
Master Droit Economie Gestion mention Actuariat et l'admission à
l'Institut des Actuares**

le 20/01/2022

Par : Cédric JACQUET

Titre: Impact quantitatif de la localisation géographique sur le besoin en
capital réglementaire d'une compagnie d'assurance vie

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Présidente du jury

Sandrine LEMERY

Membres présents du jury CNAM

Nathanaël ABECERA

David FAURE

François WEISS

Membres présents du jury de l'Institut des Actuares

Ferreol BAUDONNIERE

David DUBOIS

Entreprise : GENERALI

Nom :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Fabrice BENARD

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de
mise en ligne sur un site de**

diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de
confidentialité)

Signature du responsable entreprise

Secrétariat

Bibliothèque

Signature du candidat

Impact quantitatif de la localisation géographique sur le besoin en capital réglementaire d'une compagnie d'assurance vie

Résumé

La réglementation du secteur assurantiel était propre à chaque pays avant l'adoption de *Solvabilité II* par les états membres de l'Union Européenne. En France, *Solvabilité I* prévoyait une marge de solvabilité pour les assureurs qui dépendait du volume des affaires souscrites et du montant des sinistres. Entrée en application le 1^{er} Janvier 2016, la réglementation *Solvabilité II* s'applique à tous les pays membre de l'Union Européenne. Cette réglementation a été créée dans le but d'apporter, une meilleure protection des assurés, un système plus moderne et complexe s'inspirant du milieu bancaire avec un objectif de réduire le risque de faillite des compagnies d'assurance et d'intégrer la composante risque dans la prise de décision. En effet sous *Solvabilité I* un assureur ayant investi dans un actif risqué avait le même besoin en fonds propres qu'un assureur investi dans un actif moins risqué. Dans cet exemple simple le profil de risque de ces deux assureurs n'étant pas les mêmes, il était nécessaire de quantifier la prise de risque de ces assureurs.

Le calcul du besoin en capital sous *Solvabilité II* fait appel à une mesure connue dans le milieu bancaire, proposée suite à la crise financière de 2008-2009, il s'agit de la *Value at Risk*. Les compagnies d'assurances doivent calculer leur besoin en capital en utilisant un niveau de confiance à 99.5%, c'est-à-dire un capital à horizon de 1 an pour faire face à une probabilité de ruine de 0.5%, ce qui correspond à un risque de faillite de la compagnie tous les 200 ans. La réglementation *Solvabilité II* met à disposition un outil qui peut être utilisé par tous les acteurs du marché de l'assurance, il s'agit de la Formule Standard (SF). Elle autorise et sous certaines conditions l'utilisation d'un modèle interne ou d'un modèle interne partiel.

L'introduction de *Solvabilité II* ainsi que les différentes méthodologies autorisées par le régulateur afin de calculer le besoin en capital, à sans le vouloir rajouter des contraintes supplémentaires. Contraintes qui viennent s'ajouter à une compétition tarifaire élevée où les entreprises n'hésitent pas à réduire leurs marges et leurs frais administratifs afin de proposer des tarifs avantageux et rémunérations attractives des contrats d'assurance. En effet, l'utilisation d'un modèle interne favorise les grands groupes d'assurance qui sont capables de mobiliser les compétences et les moyens nécessaires à son développement. Generali, s'est doté d'un modèle interne partiel qui a nécessité plusieurs années de développement et de négociations avec les régulateurs locaux afin d'expliquer les déviations des hypothèses formulées par rapport à la formule standard.

Depuis quelques années nous assistons à une mondialisation de l'assurance, les grands groupes d'assurance comme Generali rachètent des compagnies dans des pays à fort potentiel de développement et commercialisent des produits dans des pays hors Union Européenne avec l'obligation de calculer l'exigence de capital sous *Solvabilité II*. Generali se retrouve en compétition avec des assureurs locaux qui sont soumis à des réglementations locales moins avancées et ayant une exigence de capital moins onéreuse qui a pour effet de donner un avantage tarifaire et des marges plus importantes.

Par ce mémoire nous tenons à montrer l'impact du lieu géographique sur le besoin en capital des assureurs et à fortiori l'estimation du risque liés aux contrats. Nous utiliserons les données de deux filiales de Generali en Asie, Generali Chine (GCL) et Generali Thaïlande (GTL) soumises toutes les deux à des réglementations locales différentes afin d'estimer cet écart. Ce mémoire montrera que la Chine, considérée comme un pays mature en terme d'assurance voit son activité pénalisée par le besoin en capital exigé par *Solvabilité II* qui est bien supérieure aux exigences locales (*C-ROSS*). Quelles sont les raisons de cet écart et est-ce que cette différence est-elle justifiée ou justifiable ? Cette première approche permettra de toucher le sujet de la différence en besoin en capital pour une compagnie d'assurance ayant son siège social en Europe et exerçant une activité à l'étranger. L'utilisation du modèle interne partiel de Generali sera proposée avec l'exemple de la Suisse, afin de comparer

le besoin en capital requis par la formule standard et du modèle interne. Les données de la Suisse seront utilisées afin de quantifier ce gain et de souligner l'avantage d'un tel modèle.

La première partie de ce mémoire traitera de l'assurance au niveau mondial avec une présentation détaillée de l'Asie. Une comparaison sera ensuite effectuée avec l'Europe. La deuxième partie introduira les réglementations locales des deux pays sélectionnés, la Chine et la Thaïlande, ainsi qu'un comparatif au niveau méthodologiques et quantitatifs entre les réglementations locales et *Solvabilité II*. La troisième partie abordera le principe, les techniques de modélisation et la théorie mathématiques liés au modèle interne de Generali. Afin d'illustrer le principe du modèle interne et les données nécessaires à sa mise en place, le modèle interne de Generali Suisse sera utilisé afin de présenter la calibration des risques financiers basée sur une sélection des risques les plus importants pour Generali Chine. Il sera ensuite utilisé pour quantifier l'écart avec la formule standard.

Abstract

Each European country had their own set of insurance industry regulations, before the adoption of *Solvency II*. In France, *Solvency I* (the previous regulatory regime) required a solvency margin for the insurers depending on their business volumes and claims. Since the 1st of January 2016, *Solvency II* was in force and applies to all members of the European Union. The purpose of this new regulation is to improve the protection of the policyholders, use a modern and complex system, inspired by the banking sector, with the goal to reduce bankruptcy in the insurance industry, and to promote consideration of risks in the decision process. As an illustration under *Solvency I*, an insurer, which had invested in a risky asset, would have been required to hold the same regulatory risk capital as an insurer which has invested in a less risky asset. In this simple example the risk profiles of those insurers are not the same and it was necessary to quantitatively evaluate this additional risk taking.

Solvency II capital calculation uses a metric well known in the banking industry. This metric was created after the 2008-2009 financial crisis and is called Value at Risk. Insurers need to hold their solvency capital requirement up to a 99.5% confidence level. In other words, they need to hold enough capital such that there is only a 0.5% probability of bankruptcy over a 1-year horizon, or such that the company will only face bankruptcy every 200 years. The Solvency II regulation provides a tool that can be used by all insurance market players: the Standard Formula (SF). The use of an internal model or partial internal model is also allowed under certain conditions.

Solvency II and the different methodologies authorized by the regulator to calculate the capital requirement lead to additional constraints on the insurance companies. Those constraints increase the difficulty for insurers to deliver competitive returns to policyholders due to high pressure on tariffs and expenses. Indeed, the use of an internal model helps the big companies have an edge in the required capital estimation. It is these companies which can afford the cost of calculations and hire a pool of talent. Generali, which is the third largest insurance company in the European insurance market, adopted a partial internal model (PIM) which required several years of development and negotiation with each country's regulator to explain the differences from the standard formula hypothesis.

The past years have seen the insurance industry follow the trend of internationalisation, and companies like Generali are buying insurance companies in emerging markets with high potential growth. Although Generali is offering insurance products in those emerging markets, it needs to calculate the capital requirements under the Solvency II regulation as its headquarters are based in Europe. However, local players are able to calculate their

required capital under the local regulation which is less advanced and less costly. This can lead to local players having an advantage over Generali.

In this thesis, we want to show the impact of different geographical locations on the capital requirement and the risk estimation of the insurance contracts. We will use the data from two Generali entities in Asia, Generali China Life (GCL) and Generali Thailand Life (GTL). Both of these companies follow their own respective local regulations: C-ROSS and RBC 2. This thesis shows that China, which is considered to be an advanced market in the insurance field, is penalised by the capital requirement under Solvency II in comparison to the local capital requirement (C-ROSS). What are the reasons behind this gap and are they justified? This first entity allows us to start the debate on the capital requirements for the multinational insurance companies with headquarters in Europe. The Generali Partial Internal Model (PIM) with the example of the Swiss entity to compare the required capital from the Standard Formula and the required capital from internal model. Swiss data will be used to quantify the capital gain and highlight the interest of using an internal model.

The first part of this thesis presents a worldview of the insurance market with a focus on Asia. A growth opportunity comparison with Europe is also addressed. The second part introduces the local regulation of the two selected countries, China and Thailand, with a methodologic and quantitative comparison. The third part explains the technical aspect of the internal model and the mathematical theory behind it. Finally, the Swiss internal model will be used to show the necessary data needed for the financial risk calibration which has been selected using China most important risks. The Swiss internal model will be used as well to quantify the gap with the standard formula.

Remerciements

Je tiens à remercier particulièrement mon directeur de mémoire Fabrice BENARD qui m'a accueilli à Hong Kong et encadré tout au long de ce projet. Je le remercie pour ses conseils avisés, sa disponibilité et le partage de son expérience.

Je tiens à remercier également les personnes qui m'ont fait confiance et permis d'avoir ma première expérience dans le Risk Management, il s'agit d'Hélène N'DIAYE, Sylvestre FREZAL et Maria PERINI. Ils m'ont donné l'opportunité de commencer ma carrière dans l'équipe risque de Generali France ; Je les remercie sincèrement d'avoir partagé avec moi leurs expertises et leurs connaissances sur le sujet.

Sophie DECUPERE et Hamza El BEKRI, membres du cabinet de conseil Seabird, pour le temps qu'ils ont consacré à la relecture de ce mémoire.

Laurent VALLY, directeur des Racines du Succès pour ses conseils, son soutien moral et pour m'avoir donné accès à ses locaux afin de trouver l'inspiration et la concentration qui m'étaient nécessaires.

Enfin, je tiens à remercier ma famille et mes amis qui m'ont toujours soutenu dans mes choix d'apprentissages et professionnels.

Table des matières

Résumé	2
Abstract.....	3
Remerciements.....	5
Introduction:	8
1. Le marché mondial de l'assurance	8
1.1. Le marché de l'assurance en Asie.....	10
1.2. Comparaison de l'Europe et de l'Asie	19
1.3. Generali en Asie.....	20
2. Solvabilité II et les réglementations locales	21
2.1. Présentation des réglementations locales	21
2.2. Comparaison C-ROSS, RBC 2 et Solvabilité II.....	44
2.3. Analyse des résultats.....	48
3. Modélisation des risques financiers en modèle interne	61
3.1. Fonctionnement du modèle interne.....	61
3.1.1. Principe du modèle interne	62
3.1.1.1. Les simulations dans les simulations (SdS)	62
3.1.1.2. L'approche des Least Square Monte Carlo (LSMC)	68
3.1.2. Modélisation du passif	71
3.1.3. Modélisation de l'actif	73
3.1.4. Validation de la régression.....	74
3.1.5. Générateur de scénario économique	75
3.1.5.1. Univers monde réel et risque neutre.....	75
3.1.6. Modélisation des actions.....	77
3.1.6.1. Calibration du risque action	78
3.1.6.1.1. Données	79
3.1.6.1.2. Comparaison des chocs entre le modèle interne et la formule standard	85
3.1.6.1.3. SCR du risque action	85
3.1.7. Modélisation des taux d'intérêt.....	86
3.1.7.1. Calibration du risque de taux	92

3.1.7.1.1.	Données	92
3.1.7.1.2.	Comparaison des chocs entre le modèle interne et la formule standard	100
3.1.7.1.3.	SCR du risque de taux	100
3.1.8.	Risque de spread de crédit	100
3.1.8.1.	Calibration du risque de spread de crédit.....	109
3.1.8.1.1.	Données	109
3.1.8.1.2.	Comparaison des chocs entre le modèle interne et la formule standard	115
3.1.8.1.3.	SCR du risque de spread de crédit.....	116
3.1.9.	La diversification en modèle interne.....	118
3.1.9.1.	Théorie des copules.....	118
3.1.9.2.	Agrégation des risques en modèle interne.....	119
3.1.10.	Résultat de la modélisation des risques en modèle interne par rapport à la formule standard	120
	Conclusion	124
	Annexes 0 : Présentation des marchés en Asie	126
	Annexes 1 : Règlements locaux et Solvabilité II.....	153
	Section 1 : Facteur de risque pour les risques de marché	153
	Section 2 : Facteur de risque pour le risque de crédit	157
	Section 3 : Facteur de risque pour les risques de souscription.....	158
	Section 4 : Matrice de corrélation CROSS	159
	Section 5 : Matrice d'agrégation RBC 2.....	160
	Section 6 : Matrice de corrélation Solvabilité II.....	160
	Annexes 2 : Résultats des réglementations locales	162
	Annexe 3: Elément de théorie financière et du modèle interne	164
	Annexe 4 : Calibration des risques financiers.....	167
	BIBLIOGRAPHIE ET SOURCES	170
	Abbréviation	171

Introduction:

La directive *Solvabilité II* entrée en vigueur le 1er Janvier 2016 a fait l'objet d'une révolution dans le monde de l'assurance. En effet ce fut la première fois que les états membres de l'Union Européenne ont adopté une norme commune de réglementation de la solvabilité des compagnies d'assurance. Dans un monde de plus en plus globalisé, la question qui vient à se poser concerne les filiales des assureurs Européens qui sont réparties dans différentes géographies et soumises à des réglementations locales diverses et variées. Les filiales sont aussi contraintes de calculer leur besoin en capital en appliquant les concepts de *Solvabilité II* pour être conforme à la réglementation et pour des besoins de suivi financier.

Solvabilité II, impose aux groupes dont leurs sièges sociaux se trouvent dans l'Union Européenne de calculer le capital réglementaire de leurs entités implantées à l'étranger en appliquant une méthodologie conforme aux exigences de l'EIOPA. En pratique cela se traduit pour les entités implantées en Asie de Generali par l'application des hypothèses de la formule standard.

Par conséquent, La réglementation *Solvabilité II* se trouve reprise et utilisée dans de nombreux pays en Asie, pour des besoins réglementaires mais aussi afin de répondre à des besoins décisionnels du top management du groupe. Le succès de *Solvabilité II* en dehors de l'Europe réside dans sa formule « prête à l'emploi » et sa cohérence globale, qui en font un outil de gestion des risques précis et complet. Cependant, le marché Asiatique connu comme étant émergent dans le domaine de l'assurance avec une forte croissance des primes dans un environnement financier dynamique et des réglementations locales peu sophistiquées et non harmonisée, est-il assez mature pour un outil développé dans un marché Européen avancé et à faible croissance ?

Ce mémoire a pour but de comparer le besoin en capital réglementaire requis par *Solvabilité II* par rapport aux réglementations locales. Il est nécessaire pour comprendre les enjeux de présenter le contexte économique de l'Asie et identifier les facteurs de croissances par rapport à l'Europe. Cette comparaison portera sur les filiales de Generali dans le périmètre international en prenant comme exemple la Chine et la Thaïlande. Une analyse détaillée de la réglementation en vigueur en Chine, *C-ROSS* (China Risk Oriented Solvency System), en Thaïlande avec *RBC 2* (Risk Bases Capital 2) sera effectuée. Ces deux régimes seront ensuite comparés à *Solvabilité II*. Pour conclure, le modèle interne de la Suisse sera utilisé pour mettre en avant l'intérêt de son développement et aussi d'identifier les données nécessaires à sa mise en place. Pour cela les trois principaux risques en terme de consommation de capital pour Generali Chine ont été retenue, le risque de spread de crédit, le risque de taux et le risque action.

1. Le marché mondial de l'assurance

L'analyse de la collecte des primes mondiales vie et non vie d'assurance de l'année 2018 totalisant un montant estimé de 5 193 USD milliard montre une croissance globale de 1.5% après correction de l'inflation. Cette croissance des primes est inférieure à la croissance du PIB mondial qui atteint cette même année 3.2%. De plus elle reste en dessous de la croissance des primes de 3.2 % enregistrée en 2017. Cette faible croissance est le résultat d'un ralentissement observé dans les marchés avancés et émergent, avec une augmentation modérée respective de 1.3% et de 2.1% des primes.

Plus particulièrement, les primes vies qui représentent un total de 2 820 USD Milliard, n'ont que très légèrement augmentées de 0.2% en 2018. Le ralentissement est venu principalement des marchés émergents qui se sont contractés de -2% en 2018 par rapport à 2017. Cette baisse est principalement due à la décollecte des primes vies

du marché Chinois qui s'établit à -5.4% en 2018 versus 21.1% en 2017. Dans une moindre mesure les pays émergents d'Asie (avec exclusion de la Chine) compensent cette décollecte par une croissance des primes de 7% en 2018. C'est notamment le cas du Vietnam avec une augmentation des primes vies de 27.5%, l'Inde 7.7% et la Malaisie avec une croissance de 6.2% en 2018.

Marché	Vie	Non Vie	Total
Monde	0.2%	3.0%	1.5%
Développé	0.8%	1.9%	1.3%
Emergeant	-2.0%	7.1%	2.1%
Asie-Pacifique	-0.1%	6.4%	2.1%
Développé	1.4%	1.2%	1.3%
Emergeant	-2.3%	11.7%	3.1%
Chine	-5.4%	12%	1.8%
Marché émergeant (exc. Chine)	7.0%	10.6%	8.2%
Amérique	1.6%	2.5%	2.1%
Etat Unis et Canada	2.3%	2.7%	2.6%
Amérique Latine et Caraïbes	-4.2%	0.5%	-1.7%
Europe, Moyen Orient et Afrique	-0.4%	1.1%	0.2%
Europe Développé	-0.6%	1.1%	0.1%
CEE, Turquie et Asie Central	3.4%	4.2%	3.9%
Moyen Orient et Afrique	1.5%	-1.3%	0.0%

Tableau 1 Croissance des primes 2018 mondiales d'assurance avec retraitement de l'inflation par rapport à 2017. Source : Swiss Re Institute Sigma 3/2019.

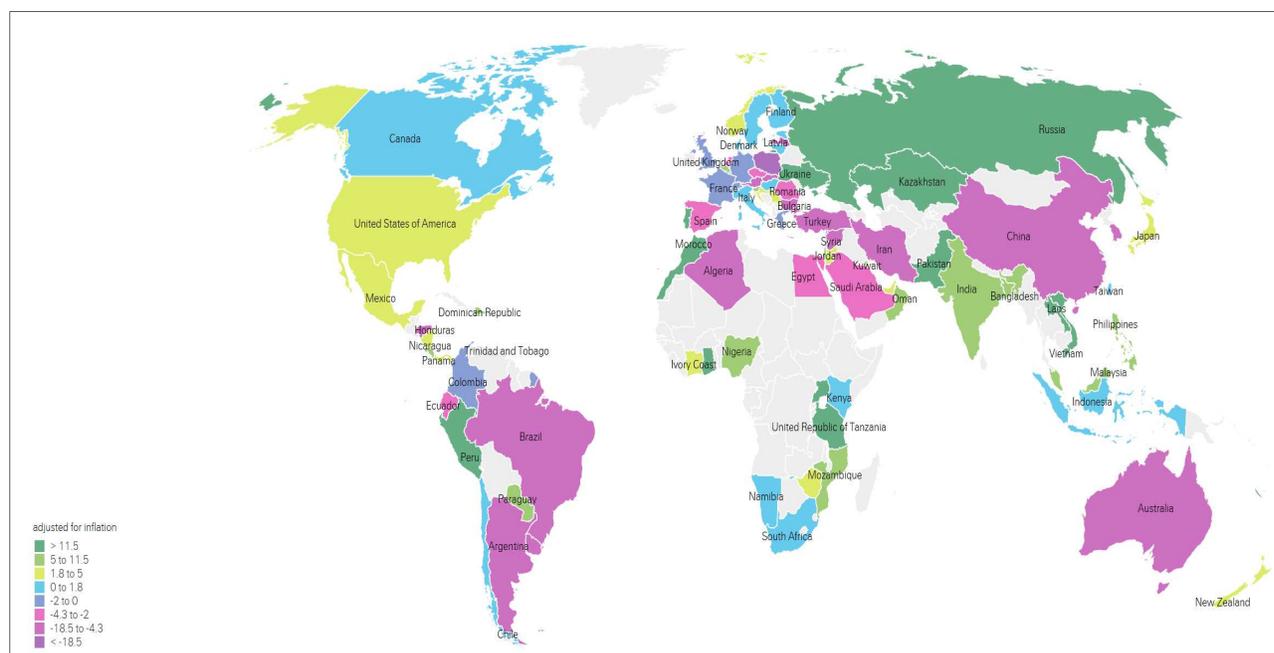


Figure 1 Croissance des primes d'assurance vie mondiale 2018. Source : Swiss Re Institute Sigma explorer

Les marchés développés ont compté pour 79% des primes d'assurance vie en 2018 soit une augmentation de 1% en comparaison avec l'année 2017.

Les primes d'assurance vie en Amérique du Nord connaissent une croissance de de 2.4% en 2018, cette augmentation est due notamment à la croissance des produits d'épargne soutenue par un environnement

économique favorable. En Europe les primes d'assurance vie ont reculé de 0.6% en 2018. Cette contraction est le résultat de la contraction de 3 marchés majeurs, Royaume Uni -1.6%, France -1.4% et l'Allemagne -1.8%. Les marchés asiatiques avancés ont vu leurs primes d'assurance vie croître de 1.4% en 2018. Cette augmentation est en effet attribuable au Japon, à Taiwan et à Hong Kong qui observent une augmentation respective de 3.6%, 1.2% et 6%. Singapour quant à elle réalise une croissance modérée de 2% en 2018 après une croissance exceptionnelle des primes de 22% en 2017.

1.1. Le marché de l'assurance en Asie

Définition des produits

Le marché de l'assurance vie varie en fonction du pays considéré, dans ce mémoire les produits cités sont des produits d'assurance vie individuel (*life individual insurance*), de groupe (*group insurance*) et de rente (*individual annuities*).

Afin de faciliter la compréhension du lecteur sur le type de produit vendu, nous avons classé les produits d'assurance vie en cinq grandes catégories définies ci-dessous :

Produit prévoyance (*term life*) : Tous types de produit ayant une composante prévoyance et une couverture purement biométrique.

Produit d'épargne (*endowment, whole life and universal life*) : Tous les produits d'épargne individuelle à prime unique et régulière qui proposent des taux garantis et paiement sous forme de capital en sortie.

Produit de rente (*annuities*) : Tous les produits d'épargne individuelle à prime unique et régulière qui proposent des taux garantis et un paiement sous forme de rente. En d'autres termes des paiements réguliers pour une durée déterminée ou à vie.

Produit en unité de compte (*unit linked*) : Tous les produit d'épargne individuelle à prime unique et régulière pour lesquels l'assuré prend à sa charge le risque d'investissement et proposant un capital en sortie.

Produit de groupe (*group insurance*) : Cette catégorie inclus les produits d'assurance, prévoyance, unité de compte et de rente pour les entreprises.

1.1.1. Les marchés avancés

Hong Kong

Hong-Kong est une SAR (*Special Administrative Region*) de 7 millions d'habitants qui fait partie de la République de Chine (*People's Republic of China*). Elle possède son propre organisme de réglementation des compagnies d'assurance (*Hong Kong Monetary Authority*) a et a préservé son héritage Britannique au niveau des lois et du capitalisme économique.

Le marché de l'assurance vie à Hong Kong est un marché développé, il se classe cinquième mondial avec un taux de pénétration avoisinant les 17% et se classe sixième en Asie en termes de collecte de prime d'assurance

vie à USD 61 milliard. La majorité des primes d'assurance vie proviennent de produit d'assurance traditionnel avec taux garantis (*whole life*). De plus, Hong Kong bénéficie de sa proximité avec la Chine, qui fait d'elle un lieu « offshore » où les visiteurs chinois investissent dans des produits prévoyance (*critical illness*) mais aussi dans des produits épargne dans un but de diversification de leur investissement et bénéficient de placement en dollar de Hong Kong, monnaie plus stable du fait de sa parité avec le dollar US en comparaison avec la monnaie chinoise appelé Yuan ou Renminbi. En 2016 et 2017 un tiers des nouvelles primes en assurance vie provenait des visiteurs chinois, cette période coïncide au moment où l'on observait sur les marchés la dépréciation du Renminbi.

Hong Kong possède un fond d'investissement pour la retraite, chaque employeur à Hong Kong est tenu de mettre à disposition de leurs employés depuis l'année 2000 un fonds de pension (*Mandatory Pension Fund* ou MPF).

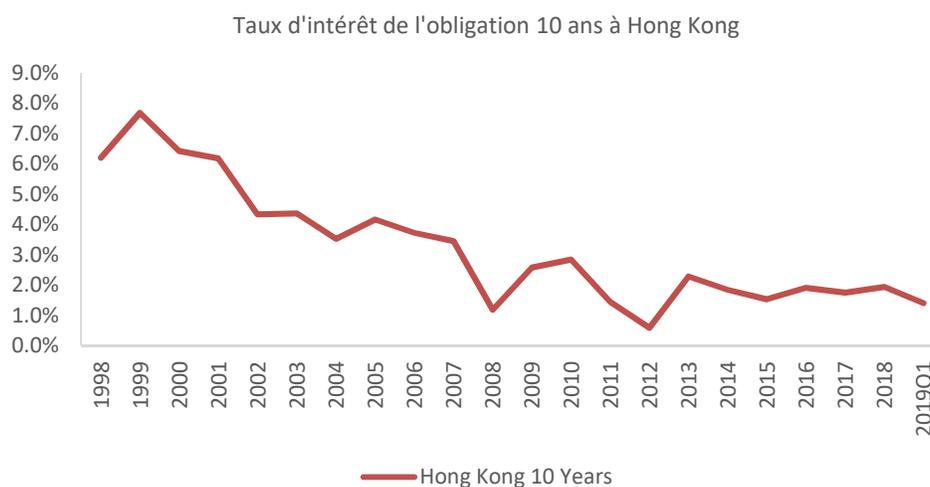


Figure 2 Taux d'intérêt de l'obligations 10 ans à Hong Kong (source : Bloomberg)

Très peu d'obligation ont été émises par le gouvernement Hongkongais. En effet le budget étant la plupart du temps excédentaire, il n'y a donc pas de nécessité d'émettre une obligation.

Beaucoup de police d'assurance individuelle ont été issue en dollar américain, les compagnies d'assurance détiennent des obligations américaines afin de réduire le risque de change.

Évolution et perspective du marché de l'assurance vie à Hong Kong

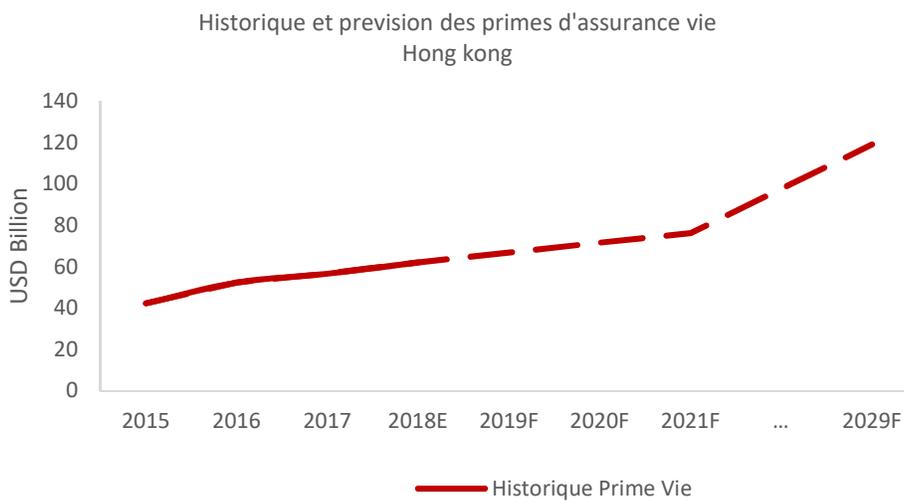


Figure 3 Historique et prévision primes d'assurance vie Hong Kong (Source : SWISS RE)

Le marché de l'assurance Vie à Hong Kong est un marché dynamique et très compétitif, dominé par les assureurs étrangers et les banques. Les perspectives de croissance future sont bonnes et soutenues par la croissance chinoise et l'environnement de faibles taxations des revenus et investissements financiers.

1.1.2. Marché émergent

Les primes d'assurance vie des pays émergents représentent en 2018 21% des primes mondiales d'assurance. Cela représente une diminution de 2% après ajustement de l'inflation, pour un total s'estimant à 589 milliards USD.

L'Asie émergente (excluant la Chine) domine en prime vie avec une progression de 7% après retraitement de l'inflation, plus forte qu'en 2017 où la progression a atteint 6% après retraitement de l'inflation. En 2017 la Chine était un fort contributeur de la croissance des primes en Asie avec une croissance proche 21%. Cependant en 2018, la Chine a expérimenté une baisse de 5% après retraitement de l'inflation de la collecte des primes d'assurance vie. Cette baisse de la collecte est le résultat de la diminution de la vente de produit vie universelle de couverture courte (*short-term universal life*). Cette diminution est liée à la nécessité des autorités chinoise d'orienter le marché vers des produits de prévoyance et de mieux gérer les risques financiers associés aux produits d'assurance de gestion de fortune (*wealth management*). La rentabilité de ces produits a été détériorée après une baisse des taux d'intérêt et une baisse des marchés financiers de 25%.

Contrairement à l'année 2017 où plusieurs pays d'Asie du Sud Est avaient vu leurs primes augmentées. En 2018 seul le Vietnam s'est démarqué avec une croissance de 28% après retraitement de l'inflation. Dans une moindre mesure, l'Inde, les Philippines et la Malaisie ont reporté une croissance stable entre 6-7% après retraitement de l'inflation. Le résultat des élections en Inde, Indonésie et Thaïlande devrait enlever l'incertitude autour des actions à mener par les gouvernements récemment élus et renforcer le développement de l'économie dans ces pays.

Cet aperçu de l'évolution des primes d'assurance vie mondiale confirme le besoin pour les groupes d'assurance Européen d'investir à dans des pays émergeant.

La Chine

La Chine est le quatrième plus grand pays dans le monde en terme de superficie après la Russie, le Canada et les États Unis. En 2019 la population a été estimée à 1.42 milliards, elle est la plus importante au monde.

Seconde puissance économique mondiale obtenue grâce à l'exportation, le produit intérieur brut (PIB) s'établie à 13 613 USD Milliard en 2018, soit une augmentation de 6.6% par rapport à 2017. Cette baisse de la croissance Chinoise est en partie liée au « Trade War » initié par Donald Trump et aussi avec la lutte contre le « shadow banking » mené par le pays.

En raison de sa population importante et de la croissance élevé de son PIB, la Chine est passée devant le Japon en devenant le second pays possédant le marché d'assurance vie le plus important au monde après les États Unis. Cette croissance est le résultat d'une augmentation rapide du niveau de vie de ses habitants, de l'urbanisation et du besoin de soutenir la population en proposant des produits de retraite et de santé, particulièrement dans un pays où la couverture sécurité sociale est limité et où le niveau de pollution atteint des records.

Le marché Chinois reste centré sur lui-même et s'est développé avec l'influence de la culture chinoise, de la politique et du Gouvernement, ce dernier a joué un rôle important sur l'orientation du de l'assurance vie.

Le montant des primes d'assurance vie est estimé à 313 USD Milliard en 2018, en décollecte de -5.4% par rapport à 2017 après retraitement de l'inflation. En effet le marché Chinois était depuis quelques années (2016-2017) tiré par la vente de produit à prime unique à courte durée et avec des taux garantis élevés (*short term single premium*). Les produits d'assurance vie les plus communément vendu sont les produits vie entière et les primes régulières (*whole life and endowment*). Ces produits sont utilisés comme base pour l'ajout d'option de prévoyance (protection riders). Le client peut choisir parmi un choix assez vaste (*personnal accident, additional term, critical illness, hospital cash*) afin d'augmenter son niveau de couverture.

Les produits long termes d'assurance vie permettent à la population Chinoise de pallier au manque de prise en charge par l'État de la problématique des retraites. Les produits de courte durée sont plus dans une optique de besoin de capital pour financer un mariage ou des études.

Le marché de la santé est dominé par les produits de type *critical illness, private hospital reimbursement*. C'est un marché très dynamique qui est boosté par la peur de l'augmentation des couts des traitements liés à la santé mais aussi par la peur de contracter des maladies graves à cause du haut niveau de pollution.

Les plans de retraite ou produits de rente proposés par les entreprises sont encore peu rependus. Les employés sont plus intéressés par le salaire et les prestations de santé que par leur besoin de retraite.

Il est important de souligner l'importance du régulateur Chinois sur le marché de l'assurance. En Mars 2018 le China Insurance Regulatory Commission (CIRC) a fusionné avec le China Banking Regulatory Commission (CBRC) pour former un super régulateur, le China Banking and Insurance Regulatory Commission (CBIRC). Les réformes initiées par le régulateur ont eu un impact important dans le milieu de l'assurance vie. Par exemple en 2017 le régulateur a publié une circulaire concernant la régulation de la conception des produits vie et santé (circular on Regulating Product design by Life/Health Insurance companies, document 134). Cette circulaire a

directement impacté les produits des compagnies d'assurance vie, *whole life*, *term life*, *deferred annuity* et *health product* afin de favoriser les couvertures long terme et améliorer la protection des assurés. Les ventes de produits de courte durée avec des niveaux élevés de taux garanties ont été stoppées.

Les assurés perçoivent les produits d'assurance vie comme des investissements purement financiers et comparent les taux de rendements avec d'autre placement financier sans la composante assurance. Cette perception du marché a poussé de nombreux assureurs à la vente de produits d'assurance avec des taux d'intérêt élevés et de courte durée. La vente de ces produits et la course au rendement élevé ont provoqué l'insolvabilité de la compagnie Anbang et la nécessité d'une injection de capital de USD 9 milliards provenant du fonds de protection des assurés.

Le marché des obligations Chinoise est le second plus important après celui des Etat Unis, les maturités de 10 ans, 20 ans et 30 ans sont disponibles. Cependant la majeure partie des émissions se trouvent entre 3 ans et 10 ans ce qui ne permet pas aux assureurs de matcher avec la duration de leur passif. Depuis les 12 derniers mois on observe une baisse des taux d'intérêt. La baisse des taux est aussi liée à des prévisions de croissance plus faible que par le passé mais aussi amplifié avec le « Trade War » entre la Chine et les Etats Unis.



Figure 4 Taux d'intérêt des obligations en Chine (Source : Bloomberg)

Un autre challenge est celui de la notation des obligations d'entreprises (corporate bonds). En effet les agences de notation internationales ne sont autorisées à travailler en Chine que par le biais de Joint-Venture. De plus les agences de notation locales peuvent ne pas avoir le même niveau d'exigence et d'intégrité que les agences internationales. En 2018, une agence de notation reconnue dans le marché a été suspendue après avoir attribué de meilleures notes moyennant le paiement d'honoraire plus élevé. En Juin 2018, 97% des 1744 obligations notées se sont vues attribuées une note AA.



Figure 5 Historique des primes d'assurance vie en Chine (Source : Sigma Explorer)

La croissance moyenne des primes d'assurance vie en Chine reste très élevée à 30% sur une période allant de 1984 à 2018. Les nombreuses réformes menées par l'autorité de contrôle et le faible rendement des taux d'obligations d'Etat ont provoqué une décollecte en 2018.

Prévision et croissance future

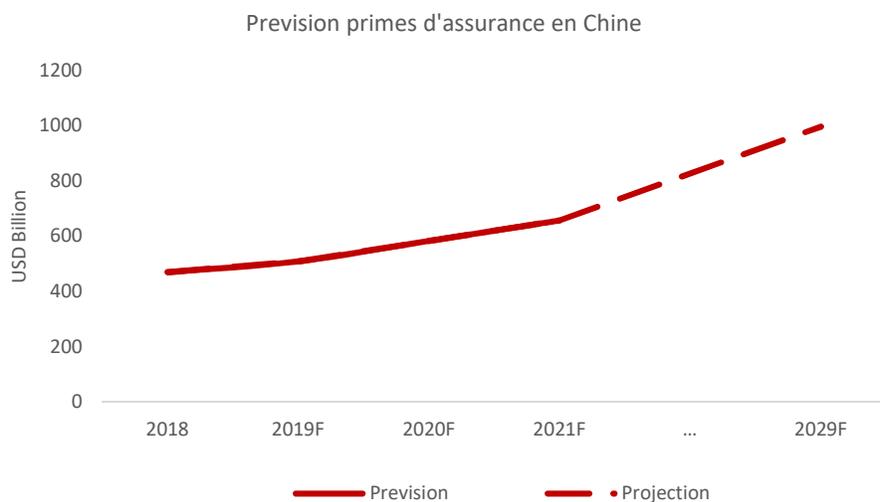


Figure 6 Prévision des primes d'assurance vie en Chine (source : SWISS RE)

Soutenues par la croissance Chinoise, les perspectives de croissance du marché de l'assurance vie en Chine sont positives. Avec cette croissance continue des primes, le total des primes d'assurance vie pourrait atteindre USD 1000 milliard dans 10 ans. Ces projections optimistes sont aussi dû à l'augmentation du taux de pénétration de l'assurance vie dans la société chinoise, favorisée par l'amélioration du niveau de vie et l'augmentation du besoin de couverture de la population.

L'assurance santé, prévoyance et retraite bénéficiera du soutien du Gouvernement Chinois dont la tendance est d'orienter les produits d'assurance vie vers des produits de couverture long terme et d'encadrer les produits à

forte composante épargne en limitant le niveau des taux garantis. Le Gouvernement veut aussi booster la création de produit de rente afin de subvenir au besoin de financement d'une population qui va vieillir rapidement. Cette situation est le résultat de la politique de l'enfant unique initié par le Gouvernement Chinois dans les années 1979, avant d'y mettre fin en 2016 en autorisant les couples à avoir deux enfants.

En 2018, le CIBRC a augmenté le plafond de participation dans les Life Joint-Venture des assureurs étranger à 51% et la possibilité de monter jusqu'à 100% en 2021. Mis à part l'assureur vie historique AIA, les Joint-Venture et filiale détenues à 100% n'étaient pas autorisées.

Etant donné les perspectives de croissance et la volonté du Gouvernement de favoriser les produits de santé, prévoyance et retraite. La Chine représente une opportunité de croissance et un marché très important pour beaucoup d'assureur. Cependant l'innovation est considérée comme une composante importante et beaucoup d'assureurs locaux investissent dans les nouvelles technologies, comme par exemples les plateformes digitales, utilisées comme levier de croissance pour la vente de leurs produits. Un exemple est la plateforme « WeChat » ou l'assuré à la possibilité de souscrire un contrat d'assurance vie 100% digitale.

Actuellement, la proportion d'assureur étranger reste limitée dans le marché Chinois (moins de 7%). Ce taux augmentera dans le futur grâce à l'ouverture de la participation des groupes étranger dans les JV. Les assureurs ayant déjà une présence en Chine se trouveront favoriser et devront se moderniser afin de faire face à la concurrence grandissante et à un besoin de plus précis de la population Chinoise.

La Thaïlande

La Thaïlande fait partie des pays d'Asie avec une des économies les plus développées, son PIB est de 505 Milliards de dollars en 2018 selon les estimations et elle se classe 27ième mondiale. Sa population est de 69 millions d'habitants, elle fait partie des pays à faible revenu et revenu intermédiaire selon les critères de la banque mondiale.

Le montant des primes d'assurance vie souscris pour l'année 2018 en Thaïlande est de USD 18 milliards. Un ralentissement de la croissance des primes est observé depuis la prise au pouvoir des militaires en 2014.

Les produits les plus populaires sont les assurances individuelles à primes régulières (*endowments*), sans participation aux bénéfices. Les produits vie entière (*whole life*) sont aussi assez rependu avec les temporaire décès ou assurance décès temporaire et accident. Les produits en unités de comptes ont été commercialisé en 2009, ce qui reste assez récent dans le marché Thaïlandais et représente un faible pourcentage des encours.

Le marché de l'assurance de groupe reste dynamique avec une croissance rapide, les produits santé et accident sont les plus souscrites.



Figure 7 Taux d'intérêt des obligations Thaïlande (Bloomberg)

Les investissements des compagnies d'assurance vie en Thaïlande restent prudents. En 2017, 80% des investissements des assureurs ont été effectués dans des obligations d'État et d'entreprise. Depuis quelques années, une baisse des taux d'intérêt des obligations d'État pousse les assureurs à revoir les garanties proposées aux assurés.

En 2017, 10% des compagnies d'assurance ont investi dans des actions cotées à la bourse nationale de Thaïlande. Ce faible taux d'investissement est principalement dû à l'influence de la réglementation RBC (Risk Based Capital) qui pénalise plus cette catégorie d'investissement. Le reste des investissements se retrouvent orienter vers des dépôts en banque, de l'immobilier et des prêts adossés aux polices d'assurance.

Evolution des primes d'assurance vie

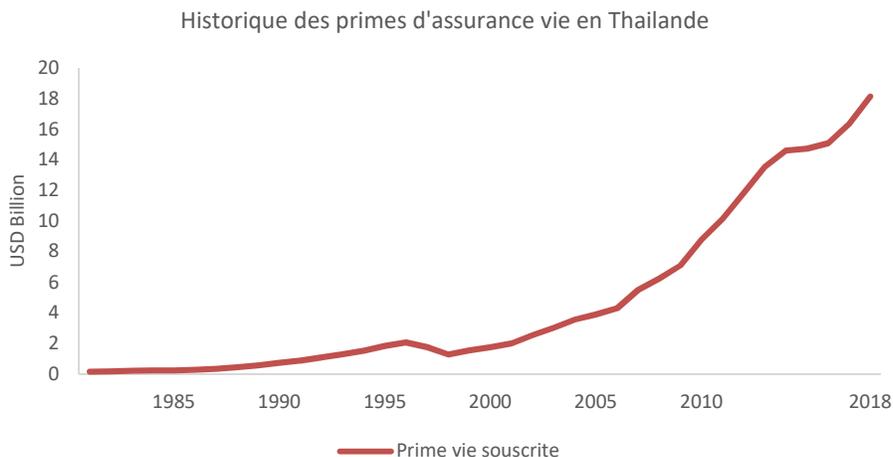


Figure 8 Historique des primes d'assurance vie en Thaïlande (source : SWISS RE)

Le taux moyen de croissance des primes des 10 dernières années a été de 10%. Ce taux de croissance reste tout à fait convenable pour un pays d'Asie du Sud Est. Cependant, ce ralentissement est le résultat de la prise au pouvoir par les militaires en 2014, pendant cette période (2014 et 2015) la croissance des primes est restée inférieure à 2%.

Depuis l'année 2016, la croissance des primes a retrouvé un niveau convenable (8%) et atteint même 11% en 2018 par rapport à 2017.

Evolution des primes futures.

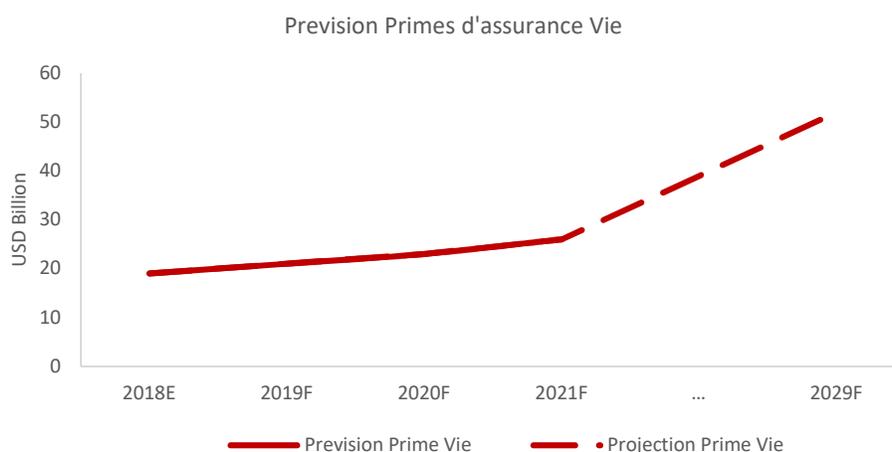
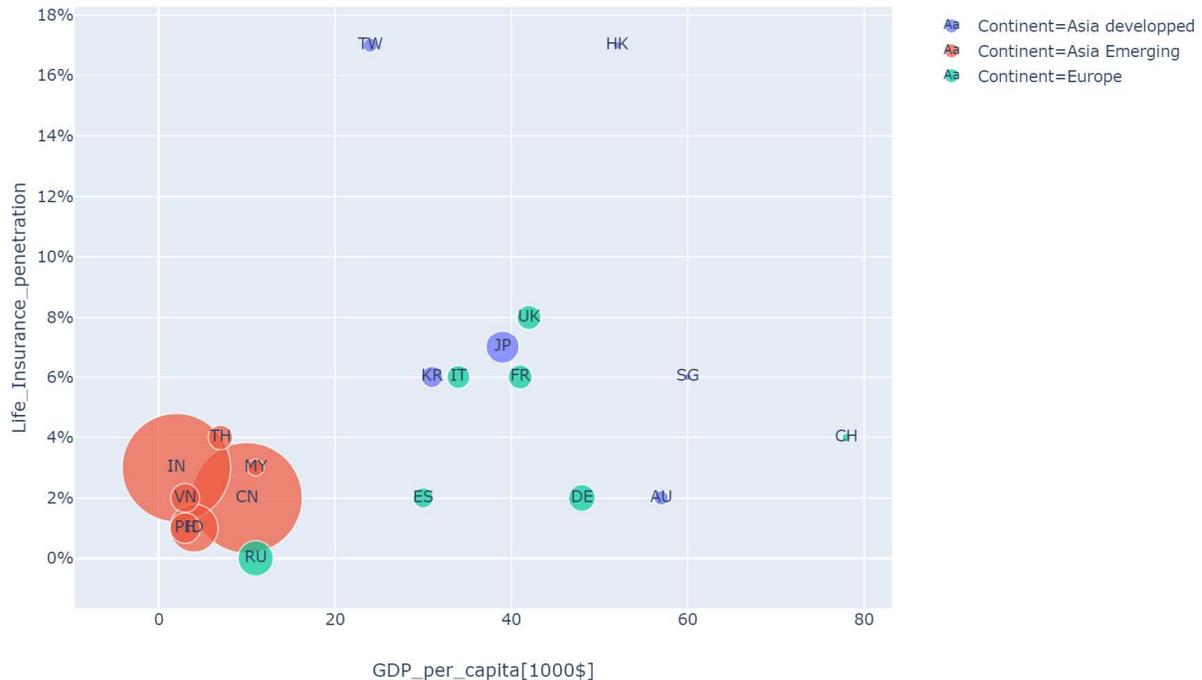


Figure 9 Prévision des primes d'assurance vie en Thaïlande (source :SWISS RE)

Les perspectives de croissance en Thaïlande sont positives, avec une volonté du gouvernement de soutenir le développement de la classe moyenne et d'éradiquer la pauvreté. La croissance du PIB est redevenue stable après la prise au pouvoir des militaires, une croissance annuelle entre 3% et 4% est prévue entre 2019 et 2029 (prévisions Swiss Re). La population Thaïlandaise est vieillissante et représente une opportunité pour les assureurs de proposer des produits, épargne, retraite et santé.

1.2. Comparaison de l'Europe et de l'Asie



Le graphique ci-dessus représente une comparaison globale du taux de pénétration de l'assurance vie par rapport à la richesse par habitant entre les pays d'Asie et d'Europe. On distingue clairement les pays asiatiques émergents (couleur rouge) qui sont concentrés dans la partie ayant un faible taux de pénétration d'assurance vie et aussi un PIB par habitant inférieur à 10 000 dollars. Ces pays possèdent la plus forte population de la sélection, représentée par la taille des bulles. La Russie possède des caractéristiques similaires à ce groupe. L'ensemble de point ayant des caractéristiques communes est celui des pays Européens (couleur verte) et les pays d'Asie avancés (couleur violette). En effet ces deux groupes possèdent en majorités des taux de pénétration supérieur à 5% et un PIB par habitant supérieur à 30 000 dollars. La Suisse possède un taux de pénétration de l'assurance vie similaire aux taux des pays Européen, cependant son PIB par habitant est l'un des plus élevés au monde.

Hong Kong, Singapour et Taiwan sont considérés comme des points atypiques. Hong Kong est vue comme étant un paradis fiscal pour les fortunes chinoises et Singapour est une cité état très stable avec un faible niveau de corruption et attire à son tour des capitaux de toute l'Asie. Taiwan se distingue par un PIB par habitant plutôt modeste (inférieur à celui des pays Européen mais supérieur à celui des pays d'Asie émergent). Cependant le niveau de pénétration de l'assurance est un des plus importants au monde.

Un assureur Européen à la recherche de nouveau marché en croissance et à forte démographie orientera ses efforts en Asie émergent de manière à pénétrer un marché à fort potentiel. Cette décision a été prise par le Groupe Generali et représente un aspect clé de sa stratégie globale. Dans la section suivante une présentation de Generali en Asie sera effectuée, puis un focus sera fait sur la Chine et la Thaïlande.

1.3. Generali en Asie

Mln €												
	Chine	Inde	Thaïlande	Indonésie	Malaisie	Hong-Kong	Vietnam	Philippines				
Composition	GCL Vie	GCI Non vie	FGIL Vie	FGII Non vie	GTL Vie	GTI Non vie	AJGI Vie	MPI GEN Non vie	GLHK Vie	Branch Mixte	GVL Vie	FHP Vie
GWP	1,981	96	139	288	288	33	170	128	136	214	86	30
% ownership	49	49	49	100	98	49	100	100	100	100	100	100

Source : 2018 Generali Asie

La présence de Generali en Asie se matérialise par 12 entités légales à travers 8 pays et par l'intermédiaire de différentes structures. La croissance des primes (GWP) a été de 26% entre 2016 et 2018. Le GWP de GCL (Generali China Life) représente 55% du total des filiales (Vie et Non Vie) de Generali. Plusieurs catégories d'entités légales sont présentes en Asie.

Le premier type d'entités sont les **filiales**. Generali a un pouvoir hiérarchique sur ces dernières et s'attend de la part de ses filiales à une complète collaboration. Les pays concernés sont la Thaïlande, le Vietnam, Hong Kong (GLHK), l'Indonésie et plus récemment les Philippines, cette dernière est considéré comme étant une *startup* compagnie.

La deuxième structure se rapprochant de la filiale sans avoir le statut de personne morale à part entière est la **succursale (Branch)**. Generali compte Hong Kong Branch (composite).

La troisième catégorie et très répandue en Asie est celle des **joint-ventures**, les pays concernés sont la Chine (vie et non vie), l'Inde (vie et non vie) et la Malaisie (non vie). La participation de Generali varie en fonction de la réglementation en vigueur dans chaque pays (voir représentation ci-dessus). Par exemple la participation maximale autorisée en Chine est de 50%. Le gouvernement Chinois a annoncé récemment une volonté d'autoriser les assureurs étrangers à avoir une participation de 51% en 2020 et de lever totalement cette restriction en 2022.

Dans la suite, ce mémoire se focalisera sur les filiales vie de Generali présentent en Chine et la Thaïlande.

Generali China Life (GCL)

La joint-venture de Generali en Chine avec son partenaire CNPC (China National Petroleum Corporation) est l'une des plus importante JV en Chine. GCL (Generali China Life) totalise un montant d'APE de 370 millions d'euro et 2 milliards d'euro de GWP, ce qui en fait l'entité la plus importante de Generali en Asie.

GCL M€	Dec-13	Dec-14	Dec-15	Dec-16	Dec-17	Dec-18	Dec-19	CAGR
APE	135	134	251	377	389	386	370	18%

GWP	685	787	1267	1512	1475	1981	2044	20%
------------	-----	-----	------	------	------	------	------	-----

GCL M€	Dec-14	Dec-15	Dec-16	Dec-17	Dec-18	Dec-19	CAGR
AUM	5 829	6 951	6 989	6 638	7 751	9 010	9%

GCL propose une offre diverse de produit d'assurance vie, produit traditionnelle tel que vie universelle (*universal life*), vie entière (*whole life*) et des produits de rentes (*annuity CNPC*). L'offre épargne et retraite représente 75% du portefeuille. La future stratégie est de développer son offre prévoyance à travers de nombreuses options qu'ils seraient possibles de souscrire en complément du produit d'assurance vie choisi. Un produit unité de compte (*unit linked*) fait aussi partie de l'offre produit, cependant cela représente moins de 1% du portefeuille.

Generali Thaïlande (GTL)

GTL (Generali Thailand Life) est la deuxième entité vie après la Chine. Elle est détenue à 100% par le groupe. Le montant total des primes GWP s'élève à 253 millions d'euro en 2019. Cette entité reste toujours en croissance, cependant la concurrence du marché Thaïlandais et la baisse des taux, invitent GTL à repenser son offre de produits. La croissance des actifs reste dynamique avec une croissance moyenne de 29%.

GTL M€	Dec-13	Dec-14	Dec-15	Dec-16	Dec-17	Dec-18	Dec-19	CAGR
APE	15	20	45	38	55	69	44	19%
GWP	70	77	135	171	245	288	253	24%

GTL M€	Dec-15	Dec-16	Dec-17	Dec-18	Dec-19	CAGR
AUM	163	221	262	349	450	29%

L'offre de produit d'assurance se décompose en trois catégories : épargne et retraite avec une majorité de produit à primes régulières (*endowment*), l'offre prévoyance qui se compose des assurances emprunteurs et des produits santé. La dernière catégorie sont les unités de comptes (*unit linked*). La baisse des taux contraint à adapter la stratégie de la compagnie et de changer le mixe du portefeuille vers une majorité de produit prévoyance et unités de comptes. Le taux composé moyen de croissance des primes est beaucoup plus important que le taux observé sur les marchés avancés comme la France ou l'Italie. Il faut donc s'assurer par la même occasion d'une évolution contrôlée des risques de souscriptions et financiers.

2. Solvabilité II et les réglementations locales

2.1. Présentation des réglementations locales

2.1.1. China Risk Oriented Solvency System (CROSS)

En Février 2015, le régulateur Chinois (CIRC qui deviendra par la suite le CBIRC) communique les règles du prochain régime de solvabilité des compagnies d'assurance. En effet le nouveau régime appelé C-ROSS ou *China Risk Oriented Solvency System* est rentré en application en Janvier 2016 et a remplacé le système

précédent, le China Solvency I (C-SI). Le nouveau système de solvabilité a été pensé de façon à être comparable au standard international tout en prenant en compte les spécificités du marché locale. Cette partie se consacrera à la présentation de C-ROSS et plus particulièrement sur les aspects impactant la partie quantitative vie de l'assurance.

La réglementation C-ROSS adopte une structure en trois piliers, similaire à *Solvabilité II* :

- Le pilier I regroupe les exigences quantitatives
- Le pilier II regroupe les exigences quantitatives du régulateur
- Le pilier III relatif à la discipline de marché

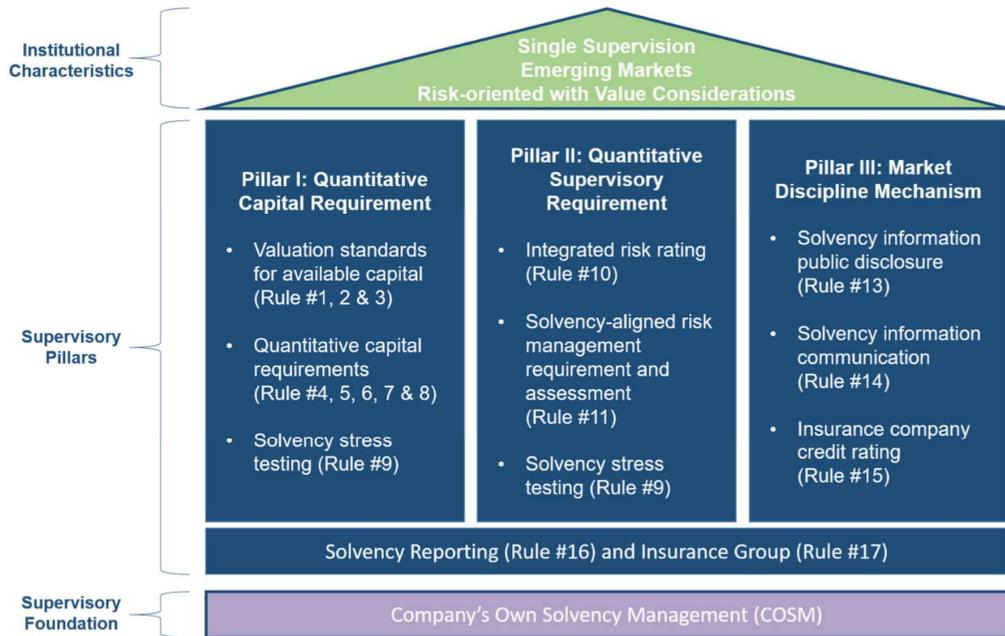


Figure 10 Piliers C-ROSS

De manière générale les risques sont différenciés en risques supervisés et risques non supervisés. La première catégorie inclut les risques inhérents, le risque de contrôle et le risque systémique. Les risques inhérents font référence aux risques qui ne peuvent être évités lors de la souscription d'un contrat d'assurance. Le risque de contrôle fait référence au manque de réactivité du management pour faire face aux risques inhérents et résultant d'une mauvaise gestion du management interne de l'entreprise et des processus de contrôles. Le risque systémique fait référence à l'aspect procyclique du risque d'assurance et de l'effet combiné additionnel généré par les assureurs représentant un risque systémique au niveau mondial et dans une autre mesure, au niveau local. Les risques inhérents seront traités dans le Pilier I, les risques non quantifiables seront traités dans le Pilier II et les risques non supervisés seront traités dans le Pilier III.

2.1.1.1. Pilier I : les exigences quantitatives

2.1.1.1.1. Présentation générale

Avec une architecture similaire à *Solvabilité II*, les risques inhérents à l'assurance sont listés selon la nomenclature ci-dessous :

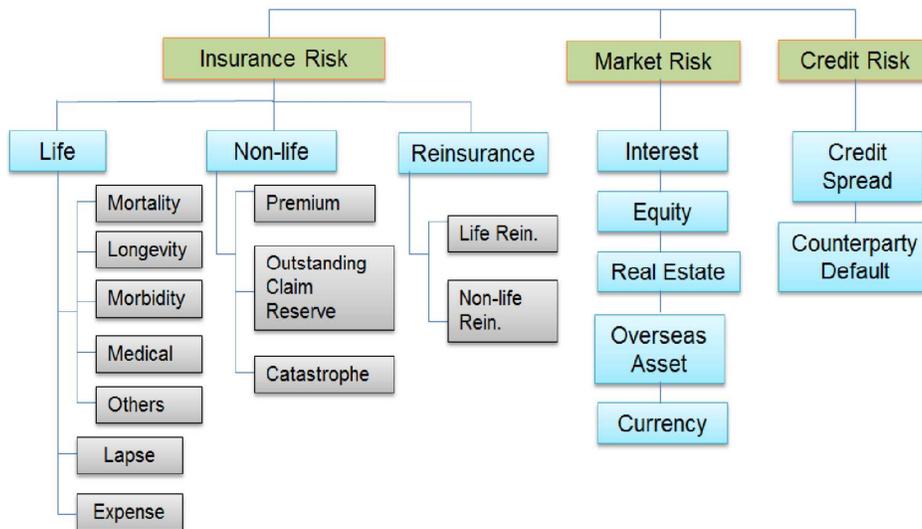
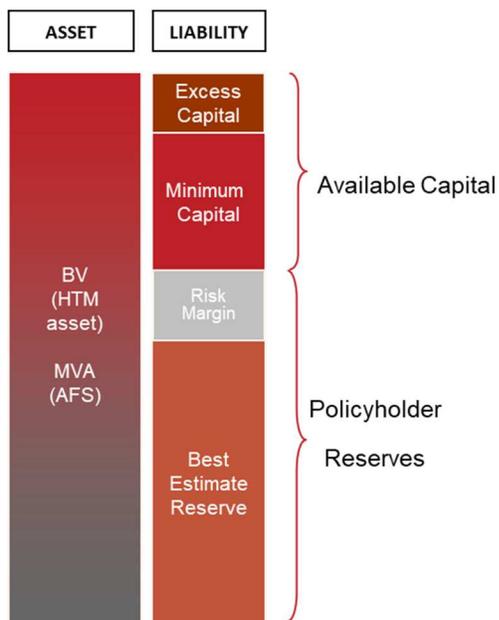


Figure 11 C-ROSS pilier I: les exigences quantitative

La réglementation C-ROSS couvre la majorité des risques auxquels est soumise une compagnie d'assurance. Les chocs associés à chaque module seront présentés dans les prochains paragraphes.

Bilan C-ROSS



Le ratio de solvabilité de l'entreprise est défini par le rapport suivant :

$$\text{Core Solvency Ratio} = \frac{\text{Available Capital}}{\text{Minimum Capital}}$$

Le régulateur Chinois exige que les compagnies d'assurances maintiennent un minimum de 50% concernant le core solvency ratio et un minimum de 100% du comprehensive solvency ratio. Le second ratio autorise la comptabilisation de fonds propres supplémentaire.

L'actif

L'évaluation des actifs utilise les normes comptables Chinoise (China GAAP) où les actifs considérés comme étant HTM (Held to Maturity) sont comptabilisés en valeurs comptables amorties et les actifs considérés comme étant AFS (Available For Sale) sont comptabilisés en valeurs de marchés.

Le passif

Est composé de plusieurs éléments, les provisions des assurés et les fonds propres (*Available Capital*) qui correspondent à la différence entre l'actif et le passif.

$$AC = Asset - Liability$$

Provision des assurés (*Policyholder Reserves*)

Les provisions des assurés correspondent à la somme de deux composantes, le best estimate reserve (BER) et la marge pour risque (RM).

$$PR = BER + MR$$

Best Estimate Reserve (BER)

Le BER correspond à la valeur actualisée des flux financiers et de l'estimation du coût des options et garanties (TVOG). C-ROSS utilise une approche basée sur des facteurs de risques ou l'estimation des TVOG est égale à la valeur actualisée des engagements multipliées par des facteurs de risque fournis par le CBIRC. Ces facteurs de risques sont dépendant du niveau des taux d'intérêt garanties et la duration résiduel ajustée. Le tableau est disponible en Tableau 6 TVOG factors.

Les flux financiers futurs comprennent les primes, d'autres frais, les flux sortants qui couvrent les bénéfices garanties (décès, incapacité, invalidité, maladie, rachat, maturité des contrats) et les bénéfices non garanties, dividendes, taux d'intérêt, frais, les impôts et autres paiements.

Le TVOG fait partie du BER et est calculé selon le principe suivant :

$$TVOG = \{PV(\textit{guaranted benefits}) + PV(\textit{non guaranted benefits})\} \times TVOG \textit{ factor}$$

Le facteur TVOG est basé sur la duration résiduelle et le taux d'intérêt garantie, valable pour les produits disposant de partage de bénéfice, vie universelle et des annuités variables (*Variable Annuities*).

Risk Margin (RM)

La RM peut être déterminée selon deux méthodes, la première est basée sur l'estimation du coût du capital, la méthode n'a pas été officiellement publiée par le régulateur. La seconde méthode (qui est celle utilisée par Generali) est une méthode par comparaison de scénario et se rapproche plus d'une provision pour dérive du risque (PAD ou *provision for adverse deviation*) et se calcule de la manière suivante :

$$RM = PV_{Precribed} - PV_{Base}$$

Les hypothèses et la direction des chocs doivent être déterminés par l'assureur au niveau des produits. Les scénarios sont présentés dans le Tableau 7 C-ROSS Risk Margin.

Fonds propres (*Available Capital*)

Les fonds propres disponibles sont obtenus selon la relation suivante :

$$AC = Admitted Asset - Admitted liability$$

Admitted Asset (AA) : Représente l'ensemble des actifs disponibles qui peuvent être utilisés pour payer les obligations des assurés, par exemples, le dépôt, les obligations, les actions, l'immobilier et autres produits.

Admitted liability (AL) : Représente les engagements envers les assurés, les dettes de la compagnie et autres engagements.

Les fonds propres sont classés en core capital (Tier 1 et 2) et secondary capital (Tier 1 et 2). La classification est basée sur la capacité d'absorption du capital. Le core capital peut absorber une situation à risque classique et aussi dans un cas de faillite. Le secondary capital peut être utiliser seulement dans le cas d'une faillite.

2.1.1.1.2. *Calcul du capital minimum*

Les risques de marché

Les risques de marché sont composés du risque de taux d'intérêt, du risque action, du risque immobilier, du risque des actifs investis en dehors de la Chine et du risque de change. La méthode utilisée pour l'estimation du capital requis est basée sur l'utilisation de facteur de risque sauf pour le risque de taux. Un facteur de risque correspond à la charge devant être retenue pour le risque en question.

Afin de déterminer le capital réglementaire pour chaque risque associé au risque de marché à l'exception du risque de taux nous utiliserons la formule suivante :

$$MC = EX \times RF$$

MC représente le capital minimum pour le risque considéré

EX est le montant de l'actif ou du passif considéré

RF est le facteur de risque à considérer pour le besoin en capital et défini par la relation suivante :

$$RF = RF_0 \times (1 + K)$$

RF_0 est le facteur de risque initial défini par C-ROSS

K est le facteur caractéristique défini par C-ROSS tel que :

$$K = \sum_{i=1}^n k_i$$

Avec $K \in [-0.25, 0.25]$ et k_i représentent les facteurs caractéristiques prescrit par C-ROSS pour chaque catégorie de risque i et n est le nombre total. En absence de précisions sur les k_i , la valeur 0 sera utilisée. Les détails concernant le calcul et les risque facteurs (RF_0 et k_i) sont disponibles en annexe dans la section suivante, : Section 1 : Facteur de risque pour les risques de marché, Section 2 : Facteur de risque pour le risque de crédit et Section 3 : Facteur de risque pour les risques de souscription. Dans les risques de marché, seul le risque de taux sera présenté

Le risque de taux

Le risque de taux est le seul risque de marché ou une approche par scenario est utilisée. Le capital réglementaire pour le risque de taux est obtenu en utilisant la formule suivante :

$$MC = (AA_{base} - PV_{base}) - (AA_{stressé} - PV_{stressé})$$

En effet il s'agit de calculer la différence entre le scenario central et le scenario stressé entre la valeur des actifs (Admitted Asset) et du passif (Present Value) de la compagnie d'assurance vie. Comme dans *Solvabilité II*, la compagnie d'assurance doit retenir le maximum entre un choc à la hausse des taux et un choc à la baisse des taux. Une comparaison se trouve dans le Tableau 11 Risque de taux C-ROSS versus *Solvabilité II*

Méthode d'agrégation des risques de marché

La formule d'agrégation des risques du module de risque de marché est définie par la relation suivante :

$$MC_{risque\ de\ marché} = \sqrt{MC_{vecteur\ marché} \times M_{matrice\ de\ correlation} \times MC_{vecteur\ marché}^T}$$

$MC_{risque\ de\ marché}$ représente le capital minimum pour le risque de marché

$MC_{vecteur}$ représente le vecteur ligne avec le capital minimum pour chacun des risques de marché

$M_{matrice\ de\ corelation}$ représente la matrice de corrélation entre les risques de marché

La matrice de corrélation est disponible en Tableau 14 CROSS: Matrice de corrélation des risques financiers

Le risque de crédit

Le risque de crédit inclus sous C-ROSS le risque de spread et le risque de défaut. Afin de calculer le besoin en capital lié à ce risque la notation de chaque actif est nécessaire, pour ce faire une notation interne à l'assureur ou externe (agence de notation) sera utilisée. Le calcul est aussi basé sur l'utilisation de facteur de risque et la méthode utilisée est identique à celle présentée pour les risques de marché à l'exception du risque de taux.

Le risque de spread concerne les actifs investis localement avec une duration et une notation, sont considérés, les obligations, les titres, les produits de taux en général. Le risque de défaut concerne les actifs liés à des contreparties, sont inclus à titre d'exemples, le cash, les swaps, les prêts, les actifs liés à la réassurance, les primes à recevoir.

Méthode d'agrégation des risques de crédit

La formule d'agrégation des risques du module de risque de crédit est définie par la relation suivante :

$$MC_{\text{risque de crédit}} = \sqrt{MC_{\text{spread}}^2 + 2\rho \times MC_{\text{spread}} \times MC_{\text{risque contrepartie}} + MC_{\text{risque contrepartie}}^2}$$

Avec :

$MC_{\text{risque de crédit}}$ représente le capital minimum pour le risque de crédit

MC_{spread} représente le capital minimum pour le risque de crédit spread

$MC_{\text{contrepartie}}$ représente le capital minimum pour le risque de contrepartie

ρ représente le facteur de corrélation qui est égale à 0.25

Les risque de souscription

Il est important de rappeler que le besoin en capital lié aux risques de souscription provient d'une estimation du capital requis pour faire face à une dérive des hypothèses du modèle et de l'expérience observée. Afin de calculer ce montant une approche par scénario est adopté pour le risque de mortalité, mortalité catastrophe, longévité, morbidité, frais, rachat et de rachat massif. Les chocs relatifs à chaque risque seront abordés dans les prochains paragraphes. Le capital requis pour chacun des risques correspond à la différence entre le scenario averse ou stressé et le scenario central selon la formule suivante :

$$MC_{\text{risque}} = \text{Max}(PV_{\text{stressé}} - PV_{\text{central}}, 0)$$

MC_{risque} est le capital minimum calculé pour le risque de souscription considéré

$PV_{\text{stressé}}$ est la valeur actualisée des cash-flow après un choc

PV_{central} est la valeur actualisée des cash-flow dans le scénario central

Le montant est calculé net de réassurance. Le scenario stressé est obtenu en stressant les hypothèses centrales par un facteur de stress tel que :

$$Hypotheses_{\text{stressée}} = Hypotheses_{\text{central}} \times (1 + SF)$$

SF est le choc appliqué aux hypothèses centrales

Ce stress est appliqué au niveau des produits pour les risques de mortalité, longévité et de rachat.

Les risques de souscription sont décomposés en trois sous catégories, les risques d'incidences incluant le risque de mortalité, mortalité catastrophe, le risque de longévité, le risque de morbidité, les risques médicaux et autres risques d'incidences liés aux produits d'assurances. La seconde catégorie est le risque de rachat et la troisième est le risque de frais. Ces risques seront présentés dans la partie suivante.

Les risques d'incidences

Le risque de mortalité

Le risque de mortalité est le risque émanant d'une augmentation des taux de mortalités par rapport aux hypothèses centrales. Le choc correspondant est appliqué aux hypothèses centrales des taux de mortalités des assurées. Ce choc est proportionnel à la hausse du taux de mortalité. Il dépend du nombre de police composant le portefeuille vie de la compagnie et est définie selon l'expression suivante :

$$SF = \begin{cases} 10\%, & \text{nombre de police} > 2 \text{ millions} \\ 15\%, & 1 < \text{nombre de police} < 2 \text{ millions} \\ 20\%, & \text{nombre de police} < 1 \text{ million} \end{cases}$$

Le risque de mortalité catastrophe

Le risque de mortalité catastrophe correspond à la perte provenant d'une augmentation soudaine des taux de mortalité dans un horizon de temps assez court (12 mois). Cette augmentation est liée à des événements catastrophe tels que, une épidémie, un tremblement de terre ou encore un tsunami. Ce choc est constant et est égale à $SF = 0,0018$.

Le risque de longévité

Le risque de longévité est le risque émanant d'une réduction des taux de mortalité par rapport aux hypothèses centrales. Le choc correspondant est appliqué aux hypothèses centrales du taux de mortalité des assurées. Ce choc est proportionnel à la baisse du taux de mortalité. Il dépend de la durée des polices composant le portefeuille vie de la compagnie et est définie selon l'expression suivante :

$$\begin{cases} (1 - 3\%)^t - 1, & 0 < t \leq 5 \\ (1 - 3\%)^5 \times (1 - 2\%)^{t-5} - 1, & 5 < t \leq 10 \\ (1 - 3\%)^5 \times (1 - 2\%)^5 \times (1 - 1\%)^{t-10} - 1, & 10 < t \leq 20 \\ (1 - 3\%)^5 \times (1 - 2\%)^5 \times (1 - 1\%)^{10} - 1, & t > 20 \end{cases}$$

t est un entier représentant la durée de la police

Le risque de morbidité

Le risque de morbidité est le risque émanant d'une augmentation des taux de morbidité par rapport aux hypothèses centrales. Le choc correspondant est appliqué aux hypothèses centrales du taux de morbidité pour toutes les années de projection. Ce choc est constant est égale à : $SF = 20\%$.

Le risque médical et de santé liée au ratio S/P

Le risque médical et santé correspondent au risque liée à une augmentation des ratio S/P liés aux produits ayant une couverture médicale et santé. Le choc est appliqué pour toutes les années de projections des polices et est égale à : $SF = 20\%$.

Méthode d'agrégation des risques d'incidence

La formule d'agrégation des risques du module de risque de crédit est définie par la relation suivante :

$$MC_{\text{risque incidence}} = \sqrt{MC_{\text{vecteur risque incidence}} \times M_{\text{matrice de corrélation}} \times MC_{\text{vecteur risque incidence}}^T}$$

$MC_{\text{risque incidence}}$ représente le capital minimum pour les risques d'incidence

$M_{\text{matrice de corrélation}}$ représente le capital minimum pour le risque de crédit spread

La matrice de corrélation est disponible en annexe 1 Tableau 15 CROSS: Matrice de corrélation des risques d'incidences

Le risque de rachat à la hausse et à la baisse

Le risque de rachat correspond à une augmentation ou une diminution (en fonction du sens de l'exposition de la compagnie d'assurance) des taux de rachats centraux. Le choc est calculé au niveau des produits et est selon la formule suivante :

$$PV_{\text{stressé}} = \text{Max}(PV_{SF1}, PV_{SF2})$$

PV_{SF1} est la valeur actualisée des cash flows stressés avec le facteur $SF1$

PV_{SF2} est la valeur actualisée des cash flows stressés avec le facteur $SF2$

Les stress sont basés sur le nombre de police et sont définis comme suit :

$$SF1 = \begin{cases} 25\%, & \text{nombre de police} > 10 \text{ millions} \\ 30\%, & 1 \text{ million} < \text{nombre de police} \leq 10 \text{ millions} \\ 35\%, & \text{nombre de police} \leq 1 \text{ million} \end{cases}$$

$$SF2 = \begin{cases} -25\%, & \text{nombre de police} > 10 \text{ million} \\ -30\%, & 1 \text{ million} < \text{nombre de police} \leq 10 \text{ millions} \\ -35\%, & \text{nombre de police} \leq 1 \text{ million} \end{cases}$$

Le risque de rachat massif

Le risque de rachat massif correspond à une perte liée à une forte augmentation des taux de rachat pendant une courte période et causé par un évènement particulier, comme une crise financière ou un risque de réputation.

Le choc de rachat massif est une augmentation proportionnel du taux de rachat à la hausse égale à $SF = 150\%$ des taux de rachat centraux sur une période de 12 mois après la date d'évaluation.

Le rachat massif est appliqué sur toutes les polices d'assurances présentent dans le portefeuille de l'assureur en excluant celles qui ont une valeur de rachat à 0.

Le capital minimum du risque de rachat correspond au montant maximal entre le risque de rachat massif, le risque à la hausse et à la baisse.

Le risque de frais

Le risque de frais correspond au risque de déviation des frais, il est défini comme une augmentation à la hausse des hypothèses de frais (les commissions, les frais de gestion de fonds et les taxes sur les primes d'assurance sont exclus). Le choc est égale à : $SF = 10\%$.

Méthode d'agrégation des risques d'assurance

$$MC_{\text{risque de souscription}} = \sqrt{MC_{\text{vecteur risque}} \times M_{\text{matrice de corrélation}} \times MC_{\text{vecteur risque}}^T}$$

$MC_{\text{vecteur risque}}$ représente le vecteur capital minimum pour les risques d'incidence, de rachat et de frais

$M_{\text{matrice de corrélation}}$ représente la matrice de corrélation entre les risques de souscription

La matrice de corrélation est disponible en annexe 1 Tableau 16 CROSS: Matrice de corrélation des risques de souscriptions

Méthode d'agrégation du capital minimum pilier I C-ROSS

Le capital minimum correspondant à la réglementation C-ROSS est obtenu en agrégeant le minimum capital des composantes précédentes, c'est-à-dire les risques de marché, le risque de crédit et les risques de souscription. Une matrice de corrélation disponible en Tableau 17 CROSS: Matrice d'agrégation des risques quantitatifs est utilisée afin de calculer le capital minimum requis selon la formule suivante :

$$MC_{C-ROSS} = \sqrt{MC_{\text{vecteur}} \times M_{\text{matrice de corrélation}} \times MC_{\text{vecteur}}^T} - LA$$

Avec :

MC_{vecteur} représente le vecteur capital minimum pour les risques de souscription, risques de marché, risques de crédit et risque d'assurance non vie si applicable

$M_{\text{matrice de corrélation}}$ représente la matrice de corrélation entre les modules de risques

LA est l'ajustement réalisé afin de prendre en compte la capacité d'absorption par le passif des produits avec le partage de bénéfice (incluant les produits vie universelle). Elle est définie comme suit :

$$LA = \min(MC_{\text{participation aux bénéfices}} \times \beta, LA_{\text{cap}})$$

$MC_{\text{participation aux bénéfices}}$ représente le capital minimum lié aux risques de marché, et de crédit des produits proposant la participation aux bénéfices et calculé selon la formule suivante :

$$MC_{PAB} = \sqrt{MC_{\text{marché PAB}}^2 + 2\rho \times MC_{\text{marché PAB}} \times MC_{\text{crédit PAB}} + MC_{\text{crédit PAB}}^2}$$

$$LA_{\text{cap}} = \text{Max}(PV_{\text{central}} - PV_{\text{plancher}}, 0)$$

$MC_{marché\ PAB}$ et $MC_{crédit\ PAB}$ correspondent au capital minimum requis respectivement pour le risques de marché et de crédit pour les produit ayant de la participation aux bénéfices

ρ est le facteur de corrélation entre les deux risques qui est égale à 0.25

LA_{cap} est le montant maximale de la capacité d'absorption définie par la réglementation

$PV_{central}$ représente la valeur actualisée des cash-flow des produits ayant de la participation aux bénéfices sous les hypothèses du scenario central

$PV_{plancher}$ represente la valeur actualisée des cash-flow des produits ayant de la participation aux bénéfices en supposant un minimum plancher pour la distribution du dividende (ou taux créditeur pour les produits vie universelles) prescrit par le régulateur et utilisant le même taux d'actualisation que le scenario central.

β est un coefficient d'ajustment defini selon la formule suivante :

$$\beta = \min(0.4, 0.2 \times \frac{LA_{cap}}{MC_{PAB}} + 0.042)$$

2.1.1.2. Pilier II : les exigences qualitatives

Le pilier II peut être segmenté en trois composantes importantes :

- Un système de notation intégré qui détermine le niveau d'intervention du régulateur
- Une estimation de l'efficacité des processus de Risk Management de la compagnie Solvency-aligned Risk Management Requirement and Assessment (SARMRA) qui a un impact sur le capital minimum présenté dans la section précédente
- Une estimation du risque de liquidité avec des indicateur clés à communiquer au régulateur

Le CBIRC détermine le risque profil d'une compagnie d'assurance en fonction de la qualité de ces risques inhérent et de contrôle du risque. Le pilier I couvre les risques quantitatifs, le risque lié au contrôle est couvert par le SARMRA. Les risques difficiles à quantifier sont estimé dans le système de notation intégré. Ci-dessous une représentation de la composition du risque inhérent.



Système de notation intégré

Le système de notation intégré est une activité effectuée par le CBIRC basé sur une analyse d'un jeu de donnée standardisé fourni par chaque compagnie d'assurance. Par la suite le CBRIC classera la compagnie dans un des

quatre niveaux définis par la réglementation. Chaque niveau ayant un degré d'intervention du régulateur et ses propres exigences. La détermination du niveau est basée selon la moyenne de :

- La notation attribuée sur la partie quantitative dépendant du niveau et du mouvement du ratio de solvabilité
- La notation attribuée par rapport aux risques difficiles à quantifier

L'assureur sera donc classé dans l'une des quatre catégories définies selon la note globale calculée en utilisant les deux points précédents. En fonction de la classification de l'assureur, le CBIRC peut décider d'appliquer certaines mesures telles que, alerter l'assureur sur un risque spécifique, exiger la mise en place d'un plan d'action limité dans le temps concernant un problème spécifique, une inspection dans les locaux de l'assureur et une demande de prendre des mesures et soumettre une proposition afin de rétablir la solvabilité de l'entreprise. Cette notation sera calculée de manière trimestrielle.

SARMRA (Solvency-aligned Risk Management Requirement and Assessment)

SARMRA est la version chinoise de l'ORSA (Own Risk and Solvency Assessment), c'est une composante importante de C-ROSS piler II. Les compagnies d'assurance se retrouvent classées en deux groupes, le groupe I correspond aux compagnies qui ont été fondées il y a plus de 5 ans et qui collectent un certain niveau de prime et atteignent un certain montant d'actif. Pour les assureurs non vie et réassureurs, le montant des primes brutes doit dépasser 5 milliards de RMB et les actifs sous gestion 20 milliards de RMB. Pour les compagnies d'assurance vie le montant des primes brutes doit dépasser 20 milliards de RMB et les actifs sous management 30 milliards de RMB. Ces compagnies doivent avoir aussi un nombre de branches supérieure à 15. Les compagnies ne remplissant pas ces critères et les assureurs présent par l'intermédiaire de joint-venture en Chine sont classés dans le groupe II. Les assureurs du groupe I sont soumis à des règles plus strictes.

Le SARMRA couvre les neuf sections suivantes : Les pratiques de Risk Management et les polices réglementaires, les objectifs du Risk Management et les outils et une section sur la gestion des risques, les risques de souscriptions, les risques de marchés, le risque de crédit, le risque opérationnel, le risque stratégique, le risque de réputation et risque de liquidité. Le détail de toutes ces sections ne seront pas abordées. Cependant les points les plus importants seront mentionnés dans la suite.

Dans le cadre de la pratique du Risk Management et de l'application des guidelines, les assureurs se voient requis d'adopter un Risk Management fort couvrant au moins les éléments suivants : un conseil d'administration (CA) qui assume l'entière responsabilité du système de management des risques, la création d'un Risk Management Committee (RMC) sous la supervision du conseil d'administration (sauf pour les assureurs du Groupe II où le comité d'audit peut prendre la responsabilité d'un RMC), la nomination d'un CRO (Chief Risk Officer) responsable du Risk Management de la compagnie et libre de toute autre fonction qui représenterait un conflit d'intérêt, pour les assureurs du Groupe I, la création d'un département de Risk Management avec un minimum de collaborateurs ayant une précédente expérience dans un domaine pertinent tel que le Risk management, la finance, l'actuariat, les investissements ...). De plus un certain poids devra être attribué au Risk Management dans les performances des collaborateurs afin d'améliorer la prise de conscience de la compagnie concernant les risques.

Dans les outils mise à disposition par le Risk Management, on trouvera le risk appetite system ou risk appetite framework (RAF) qui servira à définir les objectifs du Risk Management et le niveau de risque toléré par la compagnie d'assurance afin d'achever son objectif commercial tout en maîtrisant ses risques. Le CBRIC possède une liste de point qui doit être inclus dans le RAF. On retrouvera notamment :

- La stratégie de développement commerciale de la compagnie et sa position actuelle en terme de risque
- La définition de la tolérance au risque devra faire appel à des méthodes quantitatives et qualitatives
- Les procédures internes doivent en principe faire appels au RAF afin de permettre la prise de décision
- L'assureur doit constamment mesurer le niveau de risque de la compagnie et communiquer toute insuffisance avec une certaine rapidité et efficacité
- Une validation, une évaluation et une mise à jour du RAF et des procédures liées est requise

En plus de se doter d'un RAF, l'assureur devra s'assurer :

- La revue de manière indépendante du business plan de l'entreprise par le Risk Management avec une validation formelle du CRO avant présentation au CA
- L'utilisation de scenario de stress afin d'aider dans la prise de décision et d'atténuer le risque
- La prise en compte de du Risk Management dans la gestion actif passif de l'entreprise

Des exigences supplémentaires sont définies dans la réglementation C-ROSS notamment sur la production de scenario de stress, de l'utilisation de donnée afin de produire des analyses quantitatives et qualitatives servant à une meilleure estimation des risques. Un tableau concernant la notation SARMA attribuée par le CBIRC est disponible pour les assureurs.

L'assureur peut maintenant calculer le capital minimum pour le risque de contrôle qui est obtenu par la formule suivante :

$$MC_{\text{risque de contrôle}} = Q \times MC_{C-ROSS}$$

$MC_{\text{risque de contrôle}}$ correspond au capital minimum pour le risque de contrôle

MC_{C-ROSS} correspond au capital minimum obtenu pour les risques quantitatifs

Q est le facteur de risque défini par $Q = -0.005S + 0.4$ avec S le score obtenue pour le SARMRA

On remarque que dans le pire scénario l'assureur se retrouve avec un capital supplémentaire (Add-on) de 40% de son capital minimum quantitatif et une réduction de 10% du capital minimum du risque de contrôle si l'assureur reçoit un score SARMA de 100.

Risque de liquidité

L'analyse de la liquidité de la compagnie d'assurance tel que défini dans C-ROSS se base sur trois facteurs :

- Les cash-flow net dans le cas central et stressé
- Le ratio de liquidité intégré obtenu par formule suivante :

$$\frac{\text{Cashflow espéré des actifs en portefeuille}}{\text{Cashflow passif}}$$

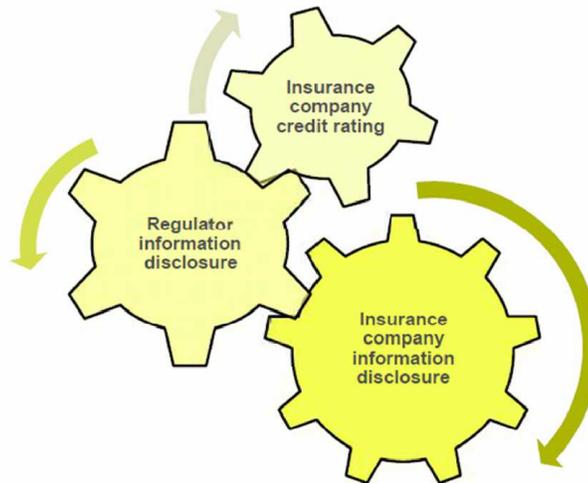
- Le ratio de couverture obtenue par formule suivante :

$$\frac{\text{Valeur comptable des actifs de qualité à la fin de l'année}}{\text{Cashflow net du trimestre suivant}}$$

Ces indicateurs doivent être calculés de manière trimestriel. Ce risque ne sera pas abordé dans ce mémoire, pour plus d'information le lecteur se reportera donc directement à la réglementation.

2.1.1.3. Pilier III : Discipline de marché

Le pilier III de la réglementation *C-ROSS* concerne les risques non supervisable comme le risque systémique. L'objectif principal du CBIRC étant d'améliorer la transparence et la communication entre tous les participants. Le mécanisme de supervision inclus trois outils réglementaires qui sont présentés dans le schéma ci-dessous, les informations communiquées par la compagnie, les informations communiquées par le régulateur et la notation de la compagnie d'assurance.



Source: CIRC's presentation

Sous C-SI il n'existe aucune règle concernant la communication de la solvabilité et de la notation de la compagnie d'assurance. Les assureurs devaient seulement communiquer le statut de leur solvabilité sur une page dans leur rapport annuel. Sous *C-ROSS*, de nouvelles règles ont vu le jour et requièrent désormais que :

- Les assureurs doivent préparer et mettre à disposition du public un résumé de leur état de solvabilité trimestrielle sur leur site internet ou autre moyen de communication
- Le CBIRC publiera de manière trimestrielle le résultat de la notation intégrée (voir la partie traitant du SARMRA) des assureurs et les informations concernant la surveillance de la solvabilité de l'entreprise tous les six mois. Le CBIRC s'assurera aussi de la communication et interaction entre les différents

acteurs tels que, les assurés, les actionnaires, les agence de notation, les analystes, média et les acteurs institutionnel

- Les assureurs ayant reçu une notation de la part des agences internationales ou locales sont requis de communiquer cette information dans leur rapport de solvabilité trimestrielle

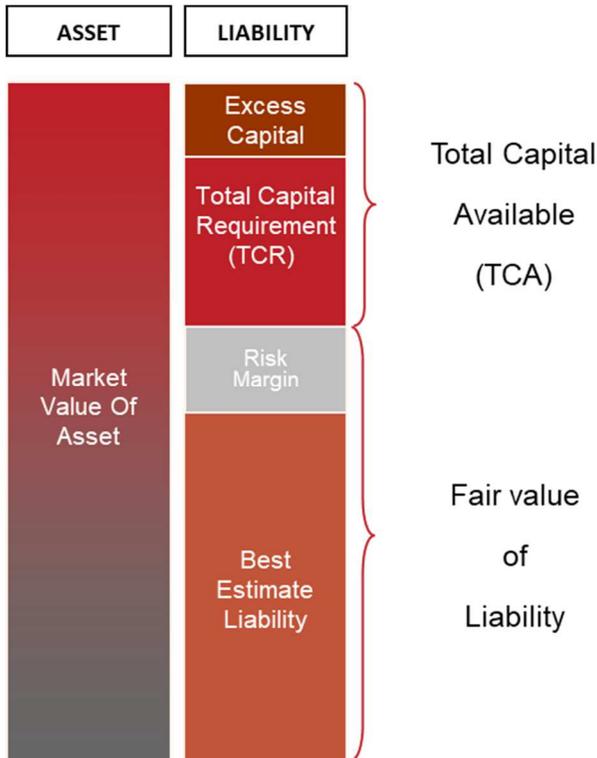
2.1.2. La réglementation en Thaïlande (RBC 2)

En 2011, RBC 1 (Risk Based Capital) a été introduit comme régime réglementaire pour les compagnies d'assurance implantées en Thaïlande. Cependant en Avril 2016, le régulateur Thaïlandais (OIC) publie une mise à jour de sa réglementation qui portera le nom de RBC 2. Le nouveau cadre est rentré en vigueur à la fin de l'année 2019. Afin de faciliter le changement de régime, l'OIC a utilisé un niveau de confiance de 95% pour la calibration des stresses avec un objectif d'implémentation de la nouvelle réglementation à un niveau de confiance de 99.5% 2 ans après l'implémentation de IFRS 17 prévu en 2021.

2.1.2.1. Présentation générale

On présentera de manière générale la réglementation RBC 2 et les différents éléments du bilan puis l'obtention du capital réglementaire qui utilise deux types de méthodes, la mise en place de scénarios de stress et l'utilisation de facteurs de risque.

Bilan RBC 2



Le ratio de solvabilité de la compagnie d'assurance est défini par le rapport suivant :

$$\text{Capital Adequacy Ratio (CAR)} = \frac{\text{Total Capital Available (TCA)}}{\text{Total Capital Requirement (TCR)}}$$

Le ratio de solvabilité minimum sous RBC 2 en Thaïlande est de 140% défini avec une confiance de 95%.

L'actif

La valorisation de l'actif se fait en valeur en marché afin de permettre la construction d'un bilan plus proche de la réalité économique.

Le passif

La juste valeur du passif relatif aux engagements des contrats en portefeuille est égale à :

$$\text{Fair Value of Liability} = \text{Risk Margin} + \text{Best Estimate of Liability}$$

Best Estimate of Liability (BEL)

La valeur du BEL est déterminée en actualisant les cash-flow futurs pondérés par les probabilités des réalisations associées aux contrats d'assurance. La méthode est similaire à *Solvabilité II*. On pourra se référer à la partie du mémoire traitant de *Solvabilité II* et aussi la section des comparaisons des différentes réglementations.

Risk Margin (RM)

Une marge pour risque est aussi calculée et correspond à une Provision for Adverse Deviation (PAD). Le niveau de confiance utilisé est 75% et comprend le risque de mortalité, longévité, morbidité, rachat et de frais.

Available capital (Fonds propres)

Les fonds propres ou TCA disponibles sont composés de deux catégories de fonds propres définis selon la qualité des actifs concernés:

$$TCA = \text{Tier 1} + \text{Tier 2} - \text{deduction}$$

Le *Tier 1* est composé de CET1 (*Common Equity Tier 1*) et de AT1 (*Additional Tier 1*)

CET1 qui correspond à des actifs de hautes qualités doit représenter un minimum de 65% du TCR et le *Tier 1* doit représenter un minimum de 80% du TCR. Une liste d'éléments déductibles a aussi été définie par catégorie de fonds propres.

2.1.2.2. Calcul du capital réglementaire sous RBC 2

Le calcul du capital réglementaire fait appel à des facteurs de risque mais aussi des chocs afin de simuler les scénarios stressés. La liste des risques retenus dans RBC 2 est similaire à C-ROSS et *Solvabilité II*. Le niveau des chocs, ainsi que les facteurs de risques seront présentés directement dans la partie comparaison des régimes. Les matrices de corrélation permettant l'agrégations des risques sont disponibles en annexe 1.

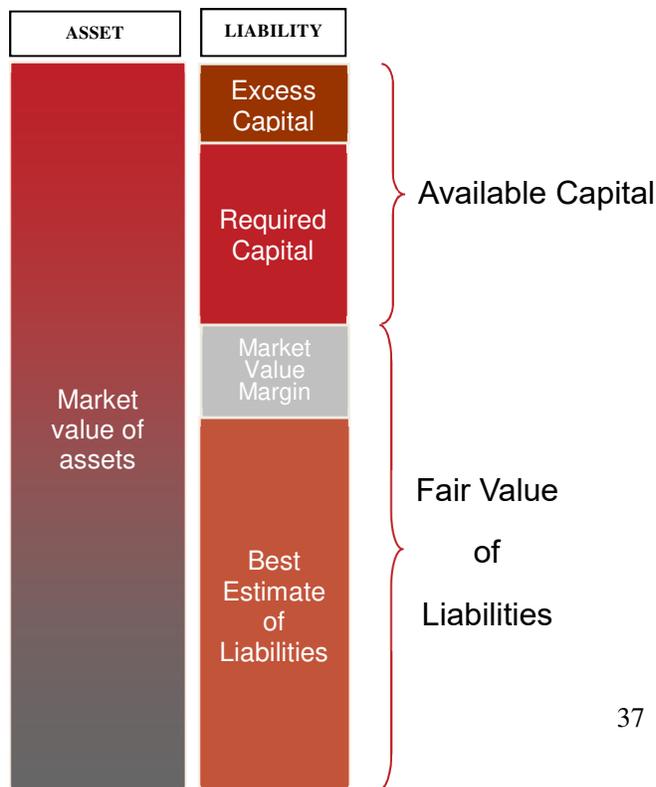
2.1.3. Rappel Solvabilité II

Le Groupe Generali utilise un Modèle Interne Partiel (MIP) pour calculer le besoin en capital des entités suivantes: l'Italie, la France, l'Allemagne, la République Tchèques, l'Autriche, l'Espagne et la Suisse. Pour les autres entités le calcul du besoin en capital s'effectue par l'utilisation de la formule standard. Il s'agit d'une méthode définie par l'EIOPA qui utilisent des chocs instantanés appliqués au bilan *Solvabilité II* de l'entité concernée. Par la suite une matrice de corrélation sera utilisée afin d'avoir le montant total du capital réglementaire requis après agrégation des différents modules de risques. Les différents chocs ou scenario de stress seront rappelé au travers d'un tableau de comparaison entre *Solvabilité II*, C-ROSS et RBC 2.

Définition du bilan Solvabilité II

De nombreux articles et mémoire actuariels ont pointés les grandes différences entre le régime prudentiel existant en Europe (Solvabilité I) avec le nouveau régime entré en vigueur en 2016 (*Solvabilité II*). Les concepts liés à *Solvabilité II* seront utilisés sans effectuer de comparaisons avec l'ancien régime. Dans cette partie nous décrirons les principaux postes du bilan de *Solvabilité II*.

Bilan SII



Est évalué en valeur de marché, pour les actifs liquides le prix est directement lu sur le marché, pour les actifs moins liquides (immobilier, produits structurés, ...) l'utilisation d'un modèle s'avérera nécessaire.

Le passif

Est composé de plusieurs éléments, les provisions techniques qui sont évaluées en utilisant une approche économique et les fonds propres (*Available Capital*) qui correspondent à la différence entre l'actif et le passif.

$$AC = Asset - Liability$$

Provision technique

Les provisions techniques correspondent à la somme de deux composantes, le Best Estimate (BE) et la marge pour risque (MVM ou encore *market value margin*).

$$TP = BE + MVM$$

Best Estimate

Le premier élément rentrant dans la composition des provisions techniques sous *Solvabilité II* est le Best Estimate (BE). C'est la meilleure estimation de la valeur actualisée des versements futurs (prestation, frais, commissions, primes). Seuls les contrats existants à la date d'évaluation sont pris en comptes.

La diversité et complexités des garanties liées aux contrats d'assurances, par exemple le partage des bénéfices avec les assurés, les taux minimum garanties, sont liés aux évolutions des marchés financiers. Il est donc nécessaire de simuler ces évolutions pour en déterminer l'espérance et par conséquent le montant du BE.

Les différentes étapes du calcul du BE d'une compagnie d'assurance sont :

1. Utiliser des outils de projections stochastiques des évolutions des marchés financiers (ESG)
2. Des outils de modélisations actif/passif
3. Utilisation d'hypothèse financière commune au marché
4. Calibrage des hypothèses internes à l'entreprise, par exemple les managements rules, qui représentent les choix fait par le management de l'entreprise dans le futur en réactions des évolutions du marché et en considérant les comportements des clients

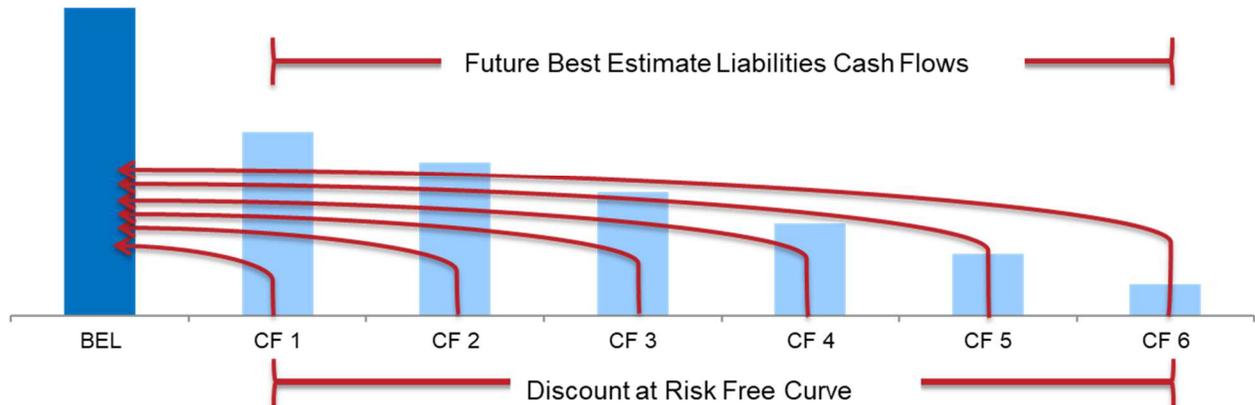
Cette approche est celle appliquée par la plupart des assureurs en Europe. Cependant, les modèles existant en Asie sont beaucoup plus simples et limités. Cette simplification méthodologique s'explique aussi par la simplicité des produits commercialisés en Asie avec un partage limité des profits avec les assurés. Le calcul du BE s'effectue donc en vision déterministe.

$$BE = E \sum_t CF_t * \delta^t$$

E : Esperance mathématiques

CF_t : Cash flow attendu à l'instant t

δ^t : facteur d'actualisation de l'année t , il correspond au taux sans risque



Les flux composants le BE :

+Flux sortant liés aux garanties des contrats (contrat arrivé à échéance, décès, rachat, prestations santé)

+Frais (opérationnel, investissement)

-Primes

Le BEL est calculé en utilisant la courbe des taux sans risque pour l'actualisation des flux futurs et sur une base avant application de l'imposition.

Market value margin (MVM)

Le second élément faisant partie des provisions technique est la MVM (*Market Value Margin*) qui correspond au coût du capital résultant de l'immobilisation de fonds provenant des risques non replicables sur les marchés financiers. En effet il n'existe pas de marché des passifs d'assurance.

$$MVM = \sum_{t=0}^{t=n} CoC * K_t * \delta^t$$

CoC : Représente le cout du capital immobilisé et estimé à 6% par an

K_t : Représente le capital reglementaire calcule pour l'année t

δ^t : Représente le facteur d'actualisation de l'année t , il correspond au taux sans risque

Il est important de noter que les capitaux K_t pris en compte dans le calcul précédant sont ceux liés aux risques de souscriptions, aux risques de défaut des contreparties (réassurance cédées) et au risque opérationnel. L'absorption par les passifs et par les impôts différés n'est pas prise en compte dans le calcul de la marge pour risque.

Available capital (fonds propres)

Les fonds propres disponibles sont aussi déterminés en vision économique. Ils sont composés par les éléments suivant :

$$AC = VIF + ANAV$$

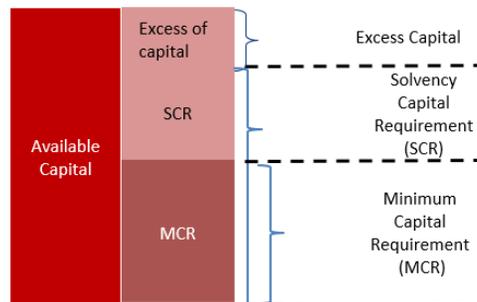
-La Value In Force (VIF) : Il s'agit de la valeur des profits futurs générés par les contrats en portefeuille. Elle est calculée en utilisant un scénario déterministe sans prime de risque et en tenant compte des garanties financières

-L'adjusted Net Asset Value (ANAV): Elle correspond à l'actif net comptable mais revalorisée des plus ou moins-value latente des actifs. Elle représente la richesse de la compagnie accumulée dans le passé



Définition du capital réglementaire

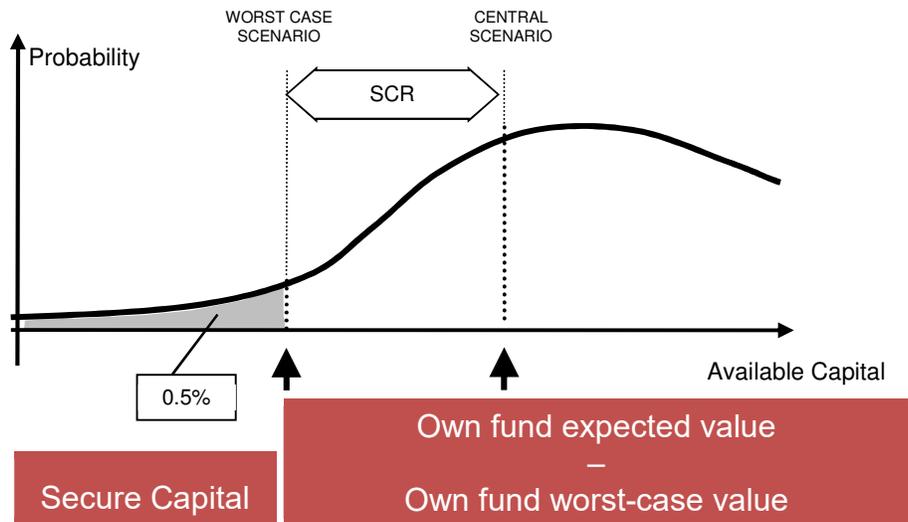
Il faut distinguer plusieurs niveaux de fonds propres sous *Solvabilité II*.



Le surplus de capital (*excess of capital*) est la richesse dont dispose l'assureur. Le SCR sera quant à lui analysé plus en détail dans la section suivante. Nous le considérons pour l'instant comme étant le capital à détenir pour faire face à une ruine avec une probabilité d'occurrence de 0.5% dans les 12 mois à venir. L'autre élément composant les fonds propres est le MCR qui est le capital minimum à détenir pour respecter ses obligations envers les assurés et les autorités de contrôles. Ce montant est fonction du SCR. Le niveau le plus bas est l'absence capital minimum et le fait de détenir des actifs pour couvrir seulement les provisions techniques (BE + RM). Ce niveau correspond à l'effondrement de la compagnie.

Le Solvency Capital Requirement (SCR)

Le SCR ou capital économique est le capital nécessaire pour absorber une perte maximum qui correspond à une réduction des fonds propre sur une période de 1 an avec une probabilité de ruine de la compagnie de 0.5%.



Sous Solvabilité 2 les compagnies d'assurance peuvent utiliser trois méthodes afin de calculer cette exigence de capital :

1. Utilisation d'un modèle interne

Un modèle interne est un outil construit par la compagnie d'assurance et lui permettant de modéliser « sur mesure » son exposition aux différents risques auxquels elle est exposée. Sa mise en place est en général coûteuse et requière des équipes dédiées à la maintenance du modèle, son évolution et sa validation par les autorités de contrôle

2. La formule standard

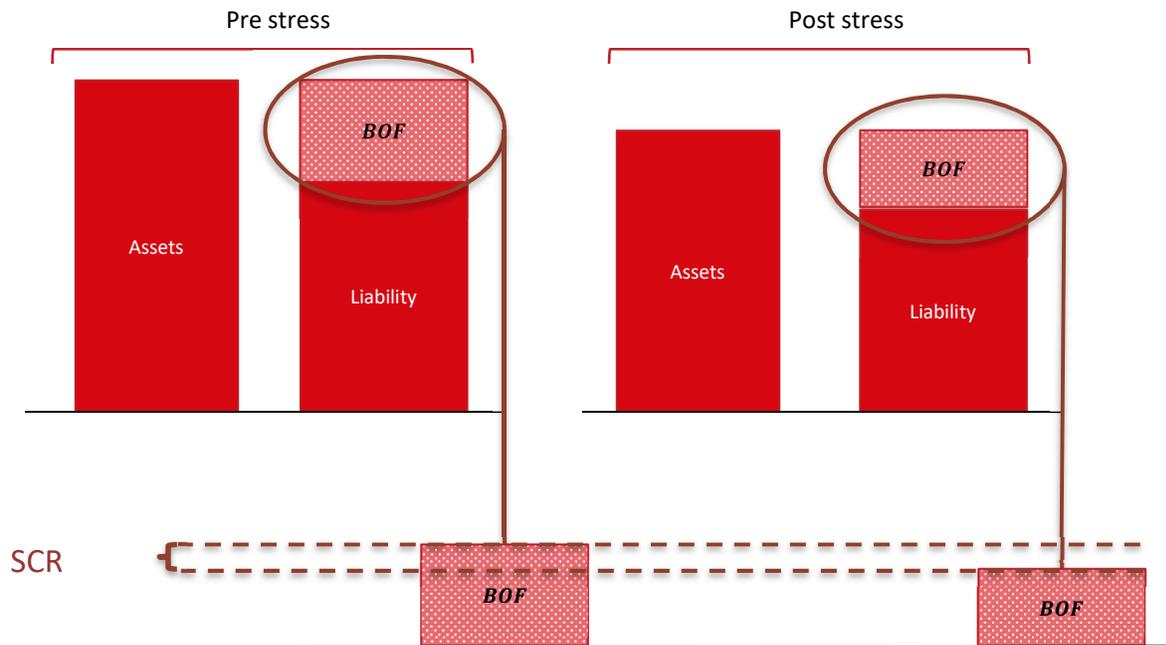
La formule standard est l'outil proposé par l'EIOPA afin de calculer l'exigence de capital pour les compagnies d'assurance (au sens large). L'avantage de cet outil est sa facilité de mise en œuvre et la possibilité de comparer les résultats entre les différents assureurs

3. Le modèle interne partiel

Cette approche est une combinaison des deux approches précédemment présentées. Elle permet à la compagnie de se concentrer sur les risques les plus importants pour son profil de risque mais aussi sur les entités les plus matériels. En effet le développement d'un modèle interne pour les petites entités d'un grand groupe d'assurance n'aurait pas de sens par rapport au coût élevé et au faible bénéfice obtenu en retour par l'entité en question

Principes de la formule standard

Une grande partie des sous modules de la formule standards repose sur le principe de calcul basé sur le scenario central. Le capital réglementaire est donc déterminé pour chaque sous module comme le résultat d'un impact d'un scenario de stress spécifique sur le niveau des fonds propres. Ces fonds propres sont définis comme étant la différence entre l'actif et le passif de la compagnie d'assurance. Le schéma ci-dessous reprends les précédentes explications de manière visuelle.



Estimation du SCR

Selon la méthodologie de l'EIOPA décrite dans les spécifications techniques des quantitative assessment (technical specifications, quantitative assessment of further work on Solvency of IORPS) SCR.1.19.

Le SCR est basé sur la formule suivante :

$$SCR = BSCR - Adj. + SCR_{op}$$

Avec :

BSCR : SCR de base après agrégation des différents niveaux de modules et leurs matrices de corrélation respectives

Adj. : Ajustement au titre des propriétés d'absorption du risque des futures participations aux bénéficiés et des impôts différés

SCR_{op} : Exigence de capital au titre du risque opérationnel

Diversification

Dans les sections précédentes nous avons présenté les aspect qualitatifs et quantitatifs des réglementations C-ROSS, RBC 2 et *Solvabilité II* à travers le calcul du capital requis pour chaque risque identifier. Cependant, ces risques bénéficient entre eux d'une couverture (hedging) naturelle qui est prise en compte par l'application de matrices de corrélations.

Deux niveaux de diversification sont observés dans ces régimes et obtenus par les agrégations suivantes :

- Une agrégation intra-modulaire, correspondant à une agrégation des risques au sein de chaque module de risque
- Une agrégation inter-modulaire qui correspond à une agrégation entre module de risque

Chaque agrégation apporte un niveau de diversification entre les risques considérés et diffère en fonction des réglementations. L'agrégation des risques s'effectue en respectant les étapes suivantes :

Agrégation intra-modulaire

Les capitaux requis et calculés selon les méthodes définies pour chacune des réglementations pour un module de risque donné sont agrégés en prenant en compte la diversification au sein de ce module de risque selon la formule ci-dessous :

$$SCR_m = \sqrt{\sum \rho_{i,j}^{R_m} \times C_i \times C_j}$$

Avec $(i, j) \in R_m^2$

SCR_m : le capital économique du module m

R_m : l'ensemble des risques du module m

C_i : le capital réglementaire du risque i

$\rho_{i,j}^m$: le coefficient de corrélation permettant d'agréger les capitaux des risques i et j

Agrégation inter-modulaire

Les sous-capitaux calculés à l'étape précédente sont agrégés entre eux afin d'obtenir le capital requis avant prise en compte du risque opérationnel et des éventuels ajustements. Les sous capitaux sont obtenus en appliquant la formule suivante :

$$CR = \sqrt{\sum \rho_{i,j}^M \times SCR_i \times SCR_j}$$

Avec $(i, j) \in R_M^2$

SCR_i : le sous-capital du module i

M : l'ensemble des modules

C_i : le capital réglementaire du risque i

$\rho_{i,j}^M$: le coefficient de corrélation permettant d'agréger les capitaux des module i et j

2.2. Comparaison C-ROSS, RBC 2 et Solvabilité II

Après avoir introduit les réglementations locales et fait un rappel sur *Solvabilité II*, les différents modules et aspect de ces réglementations seront comparés dans le tableau ci-dessous.

Tableau 2 Comparaison des régimes

Eléments		C-ROSS	RBC 2	Solvabilité II
Actif	Evaluation des Actifs	Norme comptable Chinoise et valeur de marché pour les actifs classés comme étant Available For Sale (AFS)	Valeur de marché	Valeur de marché
	Evaluation des Passifs	Gross Premium Valuation	Gross Premium Valuation	Gross Premium Valuation
Passif	Courbe des taux d'intérêt	Courbe des taux du Gouvernement Chinois avec une moyenne mobile de 750 jours plus une prime d'illiquidité en fonction des types produits	Courbe des taux du Gouvernement Thaïlandais	Courbe des taux SWAP et un ajustement de la volatilité (VA). L'ajustement de la volatilité n'est pas publié pour la Chine
	Risk Margin	Approche basée sur la provision pour déviation adverse (PAD)	Approche basée sur la provision pour déviation adverse (PAD)	Approche basée sur le coût du capital (CoC)
Risque de marché	Risque de taux d'intérêt	Scénario de choc à la baisse et à la hausse. Le choc à la hausse est légèrement plus sévère que le choc à la baisse	Scénario de choc à la baisse et à la hausse. Le choc à la hausse est légèrement plus sévère que le choc à la baisse	Scénario de choc à la baisse et à la hausse. Les chocs sont symétriques
	Risque action	Approche utilisant des facteurs de risque en fonction du types d'action. Les chocs sont compris entre 4.8% et 60%	Action cotée en Thaïlande ou autres : 25% ou 35% Action non cotée Thaïlande ou autres : 50%	Approche utilisant des facteurs de risques avec un choc de 39% pour les actions de type 1 et 49% pour les actions de types 2 (chocs appliqués pour les pays non EEA) Un ajustement symétrique est à prendre en considération et est publié par EIOPA

	Risque immobilier	Approche utilisant des facteurs de risques : 8% de la valeur des actifs évaluer en coût historique 12% de la valeur des actif évaluer en valeur de marché	Approche utilisant des facteurs de risques : 9.5% de la valeur de l'immobilier utilisée par la compagnie 19% pour tout autre investissement immobilier	25% de la valeur des immeubles
	Risque des actifs investis en dehors de la Chine	Utilisation de facteur de risque qui sont différents de ceux utilisés pour les actifs investis localement. Ces facteurs de risques dépendent du niveau de développement du pays, une distinction est faite entre action ou obligation	NA	NA
	Risque de Change	Facteur de risque appliqué à la valeur net absolue de la position. 3.5% pour USD 3.675% Euro 3.92% GBP	14% de la valeur net absolue de la position pour chaque devise autre que le Thaï Baht	25% de la valeur net absolue de la position pour chaque devise autre que l'Euro
	Risque de concentration	NA	Utilisation de facteurs de risque applicable sur le montant dépassant un seuil fixé par la réglementation	Le calcul est effectué au niveau du groupe et utilise des seuils. Ces seuils dépendent de la notation du groupe
	Risque de spread	Le risque de spread est considéré dans le module risque de crédit. Le stress correspond à un choc dépendant de la notation, de la duration et du type d'actif considéré et appliqué à la valeur de l'exposition	Le stress correspond à un choc dépendant de la notation, de la duration et du type d'actif considéré et appliqué à la valeur de l'exposition	Le stress correspond à un choc dépendant de la notation, de la duration et du type d'actif considéré appliqué à la valeur de l'exposition. Les produits non EEA sont fortement pénalisés
	Diversification	Les risques de marchés sont agrégés en utilisant une matrice de corrélation	Les risques de marchés sont agrégés en utilisant une matrice de corrélation	Les risques de marchés sont agrégés en utilisant une matrice de corrélation
Risque de crédit	Risque de contrepartie	Utilisation de stress dépendant de la notation et du type d'actif	Utilisation de stress dépendant de la notation et du type d'actif considéré	Le risque est calculé en utilisant le LGD et la PD basé sur la notation de l'actif considéré

		considéré appliqué à la valeur de l'exposition	appliqué à la valeur de l'exposition	
Risque de souscription	Risque de mortalité	Choc multiplicatif à la hausse entre 10%-20% des taux de mortalité	Choc multiplicatif à la hausse de 18% des taux de mortalité	Choc multiplicatif à la hausse de 15% des taux de mortalité
	Risque de mortalité Catastrophe	Choc additif de 1.8/1000 des taux de mortalité dans les 12 prochains mois	NA	Choc additif de 1.5/1000 des taux de mortalité dans les 12 prochains mois
	Risque de longévité	Choc multiplicatif à la baisse entre 0%-30% des taux de mortalité	Choc multiplicatif à la baisse de 18% des taux de mortalité	Choc multiplicatif à la baisse de 15% des taux de mortalité
	Risque de morbidité	Choc à la hausse de 20% des taux de morbidités et sur les ratio S/P santé	Choc à la hausse et à la baisse de 18% pour les taux de morbidités et de retour en validités. Choc à la hausse et à la baisse de 47% pour les taux de morbidités et de retour en validités concernant les engagements de courte durée	Choc des taux d'incidences et morbidités de 35% pour les 12 premiers mois et 25% après. Les taux de retour à un état de validités sont stressés de 20% à la baisse
	Risque de rachat	Maximum entre les scenario de rachat 30% et 40% à la hausse, à la baisse et de rachat massif (+150% pour les prochains 12 mois)	Maximum scenario de rachat (25%) à la hausse et à la baisse	Maximum scenario de rachat (50%) à la hausse, à la baisse et de rachat massif (40% à t=0)

	Risque de frais	Augmentation de 10% des frais	Augmentation de 5%	Augmentation de 10% des frais et augmentation de 1% de l'inflation
	Risque de révision	NA	NA	Augmentation de 3% des montants de rente à payer
	Diversification	Une matrice de corrélation est utilisée pour l'agrégation des risques d'incidence et une autre pour agréger le reste des risques de souscription	Les différentes charges de risque ont été définies en prenant en compte l'effet de diversification	Une matrice de corrélation est utilisée pour l'agrégation des risques de souscriptions
	Risque opérationnel	Le risque opérationnel est pris en compte dans le pilier II qui peut avoir un impact sur le montant final du capital requis	1% des primes brutes de l'année précédente	Maximum du BEL et des primes cédées, limités à 30% du BSCR plus 25% de certains frais des 12 mois précédant
	Diversification entre les modules de risque	Diversification selon la matrice entre les risques de souscription, de marché et de crédit	Diversification entre les risques de souscription et de marché selon la matrice de corrélation	Diversification selon la matrice entre les risques de souscription, de marché et de crédit
	Absorption par les passifs (LAC)	Possibilité d'utilisation de la capacité d'absorption des pertes	NA	La capacité d'absorption des chocs par les passifs est prise en compte dans chaque scénario de

	par les passif pour les produits participatifs		stress. Une limite égale à la capacité d'absorption du BEL est appliquée au montant total de LAC considéré dans les scenario de stress
Absorption par les impôts	NA	NA	Possibilité d'utilisé l'absorption par les impôts

Une comparaison du niveau des facteurs de risques de ces trois régimes est aussi disponible dans les tableaux suivants :Tableau 8 Facteur de risques financier partie 1, Tableau 9 Facteur de risques financier partie 2, Tableau 10 Facteur de risques financier partie 3, Tableau 12 Facteur de risque de crédit, Tableau 13 Facteur de risque de souscriptions.

2.3. Analyse des résultats

2.3.1. Comparaison de C-ROSS avec Solvabilité II

2.3.1.1. Risque de souscription

Risque de mortalité

Euro Mln	Choc	BEL/Reserve	Standalone SCR
Solvabilité II	15%	6,601	30
C-ROSS	10% - 20%	7,210	33

Le niveau de stress appliqués au taux de mortalité sous C-ROSS dépend du nombre d'assurés par produits. Le niveau de stress global sous C-ROSS est donc légèrement supérieur, ce qui se traduit par un SCR 10% plus élevé.

Risque de longévité

Euro Mln	Choc	BEL	Standalone SCR
Solvabilité II	-15%	6,601	27
C-ROSS	0%-30%	7,210	30

Le niveau de stress appliqués au taux de mortalité sous C-ROSS dépend de la durée des contrats d'assurance. Le montant du SCR est légèrement plus important sous C-ROSS de 11%.

Risque de morbidité

Euro Mln	Choc	BEL	Standalone SCR
Solvabilité II	Y1: 35% >Y1: 25% -20%	6,601	169
C-ROSS	20%	7,210	118

Le capital requis pour le risque de morbidité est plus important sous solvabilité II, cela est dû aux chocs simultanés liés à l'augmentation des taux d'incidences et de la réduction du taux de retour en état de validité. En comparaison de C-ROSS qui applique un niveau de stress constant de 20%.

Risque de rachat

Euro Mln	Choc	BEL	Standalone SCR
Solvabilité II	Y1: 40% de rachat massif	6,601	173
C-ROSS	Y1: 150% d'augmentation des taux de rachat	7,210	162

Le risque de rachat massif existe dans les deux réglementations, qui est le risque le plus pénalisant pour Generali Chine. Sous *Solvabilité II*, il correspond à une perte de business de 40% modélisé sous les hypothèses de la formule standard. Le risque de rachat massif sous C-ROSS correspond à une augmentation des taux de rachat de 150%. Le montant du SCR est légèrement plus important dans le cas de *Solvabilité II*.

Risque de Frais

Euro Mln	Choc	BEL	Standalone SCR
Solvabilité II	10% 1% inflation	6,601	138
C-ROSS	10%	7,210	66

Solvabilité II prend en compte une revalorisation annuelle de l'inflation qui n'est pas prise en compte par C-ROSS. Cet écart se matérialise par un montant moins élevé de 52% du SCR de frais sous C-ROSS.

Risque de mortalité catastrophe

Euro Mln	Choc	BEL	Standalone SCR
Solvabilité II	1.5/1000	6,601	19
C-ROSS	1.8/1000	7,210	24

Le choc de mortalité catastrophe, qui est un choc additif et survenant à la fin de la première année est plus important sous la réglementation C-ROSS. Il est naturel que le montant du SCR soit plus important aussi sous C-ROSS.

2.3.1.2. Risque financier

Risque de taux

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Solvabilité II	Courbe des taux EIOPA	7,316	769
C-ROSS	Courbe des taux du Gouvernement Chinois (voir annexe)	7,497	662

La courbe des taux utilisé sous *Solvabilité II* est inférieure à la courbe utilisée sous C-ROSS. De plus l’EIOPA ne publie pas l’ajustement de la volatilité pour la Chine. Il en ressort un besoin en capital supérieur sous *Solvabilité II* pour le risque de taux.

Risque action

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Solvabilité II	Type 1: 38.92% Type 2: 48.92%	1,725	521
C-ROSS	Voir annexe	1,277	421

Les chocs actions appliqués sous *Solvabilité II* sont plus pénalisant, en effet sous *Solvabilité II* la majorité des investissements sont classés sous la catégorie type 2 (investissement hors espace économique Européen). La capacité d’absorption par les passifs (LAC) a permis d’absorbé une partie du choc. La réglementation C-ROSS prévoit plusieurs types de choc en fonction de l’actif considéré et est plus adapté aux investissements locaux.

Risque immobilier

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Solvabilité II	25%	75	19
C-ROSS	8%	85	1

Le choc immobilier est direct sous Solvabilité II et représente 25% des investissements immobilier.

Risque de change

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Solvabilité II	25%	351	79
C-ROSS	3.5% avec ajustement	485	17

Le choc de devise est plus important sous *Solvabilité II* avec un montant de SCR plus élevé.

Risque de concentration

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Solvabilité II	Voir annexe	8,553	321
C-ROSS	NA	NA	NA

Le risque de concentration n'existe pas dans la réglementation C-ROSS. Par contre le montant de SCR requis sous *Solvabilité II* est important du fait de la forte concentration en actif rattaché au Gouvernement Chinois.

Risque de spread de crédit

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Solvabilité II	En fonction de la notation et de la durée	7,316	515
C-ROSS	En fonction de la notation et de la durée	7,496	249

Le risque de spread est inclus dans le module du risque de crédit de la réglementation C-ROSS et inclus le risque de contrepartie. L'écart de SCR entre les deux réglementations est principalement dû aux notations internationales utilisées par *Solvabilité II*. En effet de nombreux actifs Chinois ne possèdent pas de notation internationale et sont soumis au stress pour les actifs sans notations sous *Solvabilité II*.

2.3.1.3. Risque de crédit

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Solvabilité II	LGD et PD	311	145
C-ROSS	Facteur de risque en fonction de la notation	NA	249

Sous C-ROSS le risque de crédit et de spread font partie du même module de risque, ce qui explique le capital requis plus important.

Globalement il résulte un écart important entre l'exigence de capital calculé sous C-ROSS et *Solvabilité II*. Cet écart est très accentué concernant le module des risques financiers.

2.3.2. Comparaison globale du SCR Generali Chine sous C-ROSS et sous la formule standard

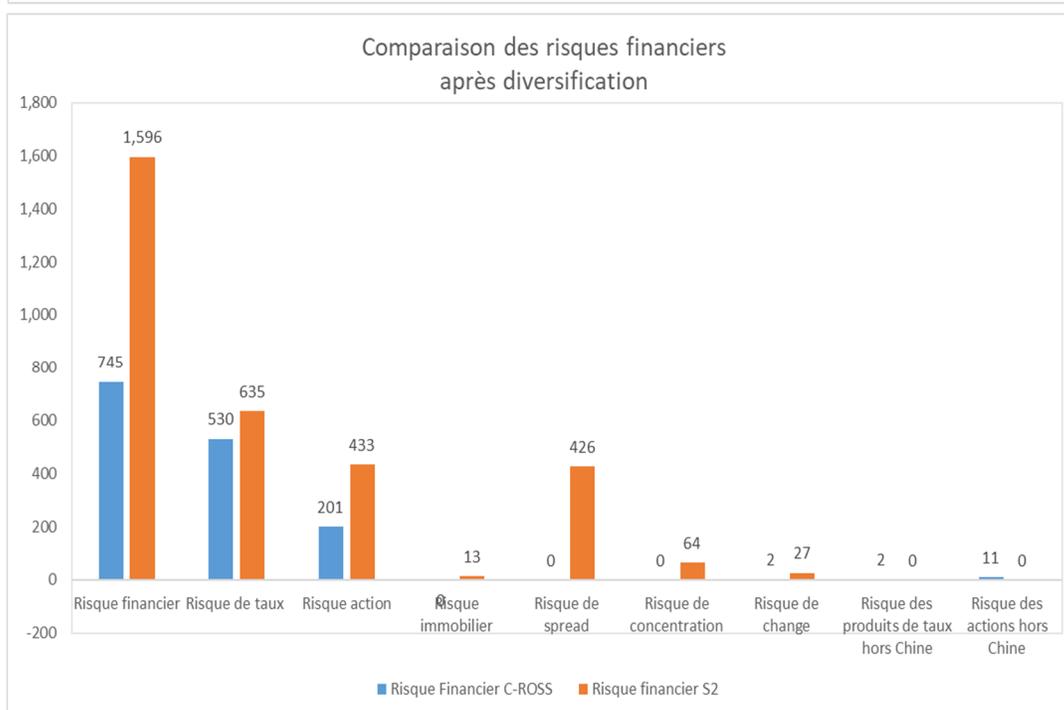
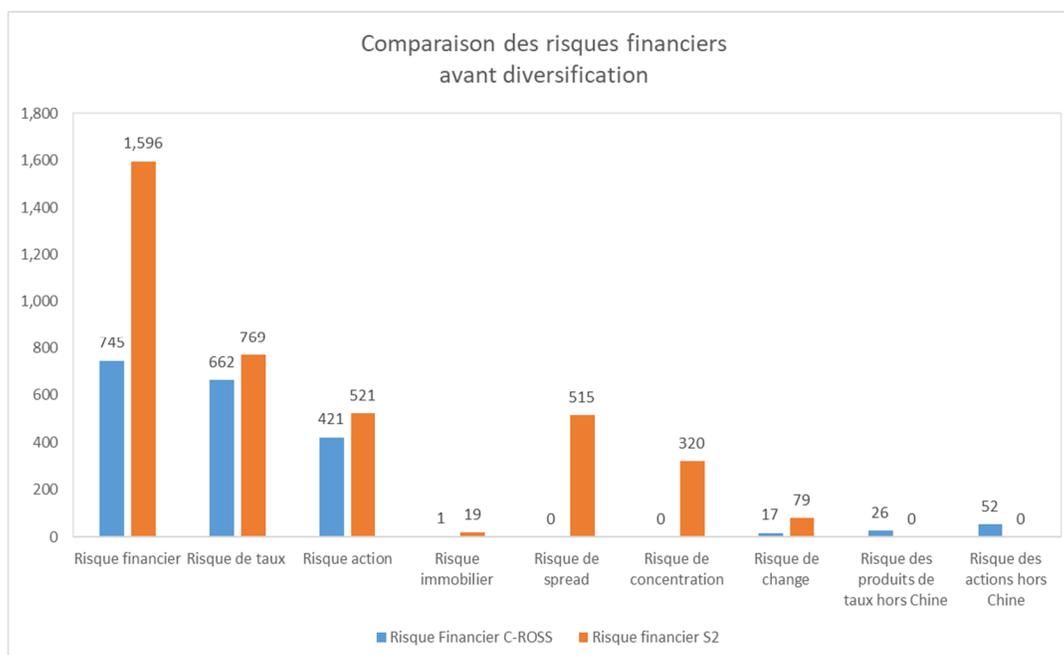
	C-ROSS	SII SF	Différence	C-ROSS %	SII %
Risque financier	745	1,596	851	59%	75%
Risque de taux	662	769	107		
Risque action	421	521	100		
Risque immobilier	1	19	17		
Risque de spread	N/A	515	N/A		
Risque de concentration	N/A	320	N/A		
Risque de change	17	79	62		
Risque des produits de taux hors Chine	26	N/A	N/A		
Risque des actions hors Chine	52	N/A	N/A		
Diversification	-434	-627	-193		
Risque de crédit	249	145	-104	20%	7%
Risque de contrepartie	N/A	145	N/A		
Risque de spread	N/A	N/A	N/A		
Diversification	N/A	N/A	N/A		
Risque de souscription	264	380	116	21%	18%
Risque de mortalité	33	30	-2		
Risque mortalité catastrophe	24	19	-5		
Risque de longévité	30	27	-4		
Risque de morbidité	118	169	50		
Risque médical et santé	2	N/A	N/A		
Autres risques incidences	8	N/A	N/A		
Risque de rachat	162	173	11		
Risque de frais	66	138	72		
Diversification	-179	-175	5		
Somme des risques quantitatif	1,258	2,122	864	100%	100%
Total Diversification	-260	-344	-84		
Absorption par les passifs	-175	N/A	N/A		
Risque des actifs intangibles	N/A	N/A	N/A		
Sous total (Quantitative risk / BSCR)	823	1,782	958		
Minimum capital du risque de control	14	N/A	N/A		
Risque systémique	N/A	N/A	N/A		
Risque opérationnel	N/A	81	N/A		
LAC des impôts différés	N/A	-60	N/A		
Minimum Capital / SCR	837	1,799	962		

Fonds propres ¹	1,509	1,107	-402		
Ratio de solvabilité	180%	62%	N/A		

Tableau 3 Comparaison C-ROSS / SII

Représentation graphique et analyse du SCR

Module des risques financiers

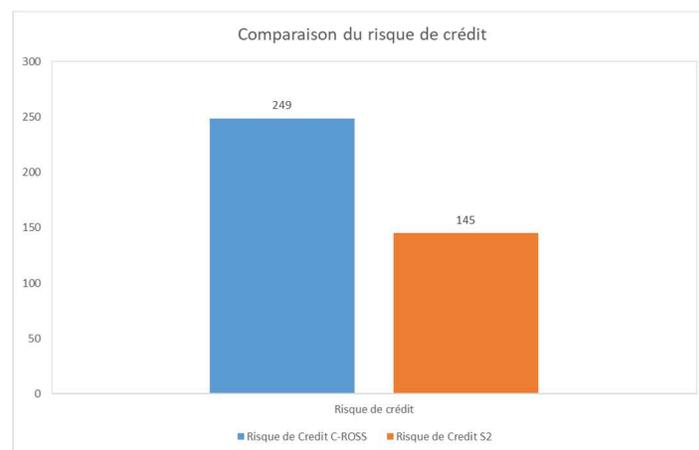


¹ Les détails du calcul des fonds propres sous C-ROSS ne sont pas disponibles. Il n'est donc pas possible d'effectuer une analyse approfondie de ces derniers.

Le bénéfice de diversification des risques financiers est de 37% sous C-ROSS et de 28% sous Solvabilité II. Les risques financiers calculés sous Solvabilité II représentent plus du double du capital requis sous C-ROSS après diversification intra module. Les principales raisons expliquant cette différence sont :

1. Le risque de spread qui n'est pas considéré dans le risque de marché et le risque de concentration qui n'est pas considéré sous C-ROSS. Ces deux risques représentent 38% du SCR de marché sous *Solvabilité II* (sans diversification intra module)
2. Les chocs appliqués pour le risque action, immobilier et de change sont plus important sous *Solvabilité II*, notamment pour le risque action qui pénalise plus les investissements non-EEA
3. Le choc de taux d'intérêt est similaire sous les deux réglementations. GCL est exposé à la baisse des taux, cependant la courbe des taux central est plus conservative sous *Solvabilité II* qui utilise la courbe des taux swap sans ajustement de la volatilité. En effet l'ajustement de volatilité n'est pas publié par l'EIOPA pour la Chine. Une comparaison de la courbe des taux stressées est disponible en annexe dans le Tableau 11 Risque de taux C-ROSS versus *Solvabilité II*
4. Un risque de concentration élevé liée à une concentration des investissements vers des actifs (obligations) ayant tous le même émetteur c'est à dire le Gouvernement Chinois.

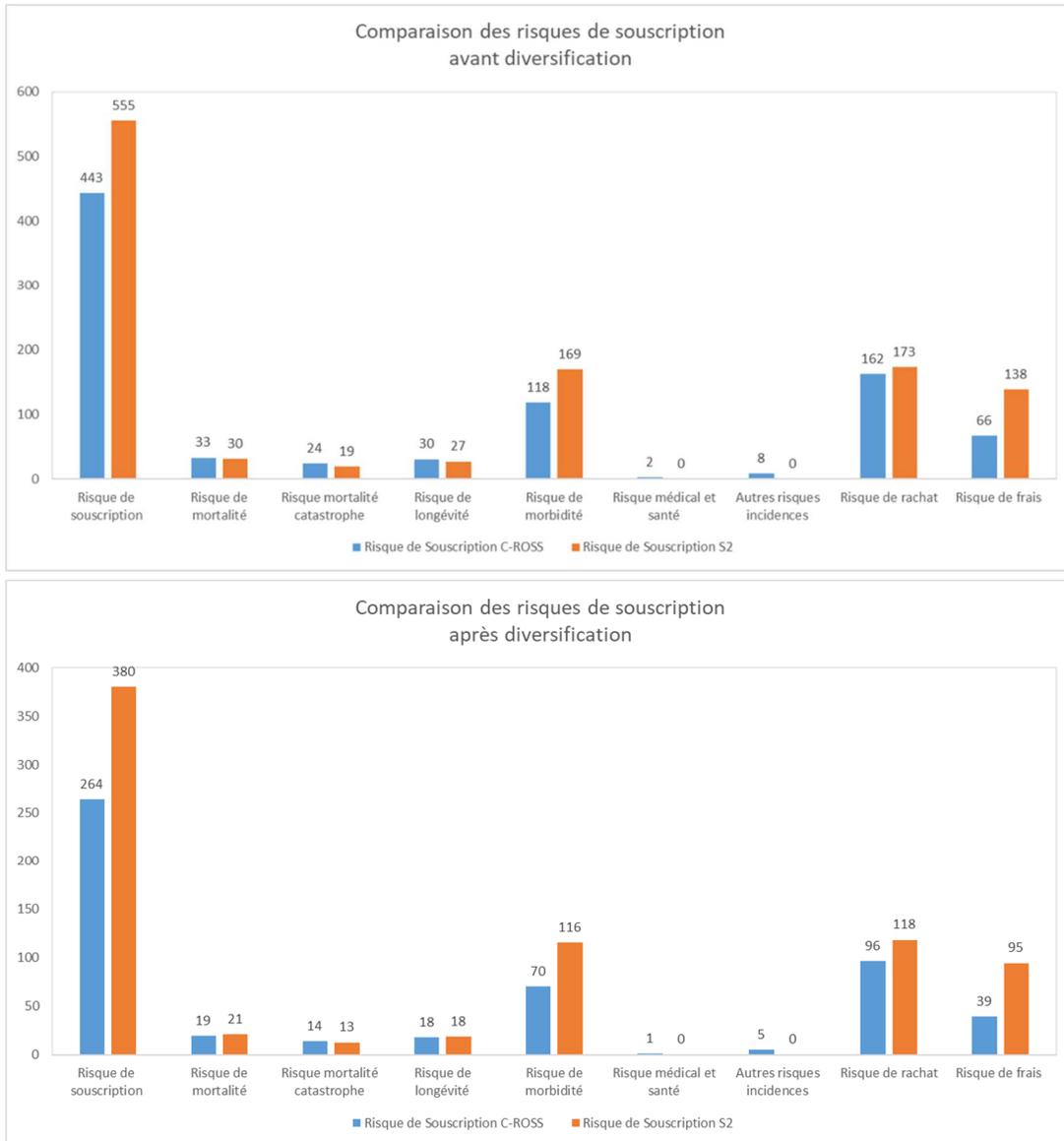
Module du risque de crédit



Le capital requis par le module du risque de crédit sous C-ROSS est plus élevé que sous *Solvabilité II* car le risque de spread y est inclus, contrairement à Solvabilité II où le risque de spread est considéré dans les risques de marchés. Les méthodes de calcul du risque de crédit sont similaires sous les deux réglementations. Cependant C-ROSS utilise des notations locales pour le calcul du risque des actifs alors que *Solvabilité II* utilise des notations internationales définies par des agences de notations accréditées (Moody's, Standard&Poor's et Fitch). Il faut savoir que la majorité des actifs investis en Chine ne possèdent pas de notation internationale ce qui implique une charge pour risque beaucoup plus élevée sous *Solvabilité II*. De plus le risque de contrepartie sous

Solvabilité II fait appel à la méthodologie du LGD (*Loss Given Default*) et PD (*Probability of Default*) qui utilisent les notations des agences internationales accrédités et qui est plus pénalisante que la méthode utilisée par C-ROSS basée sur des facteurs de risques et des notations locales.

Module des risques de souscription

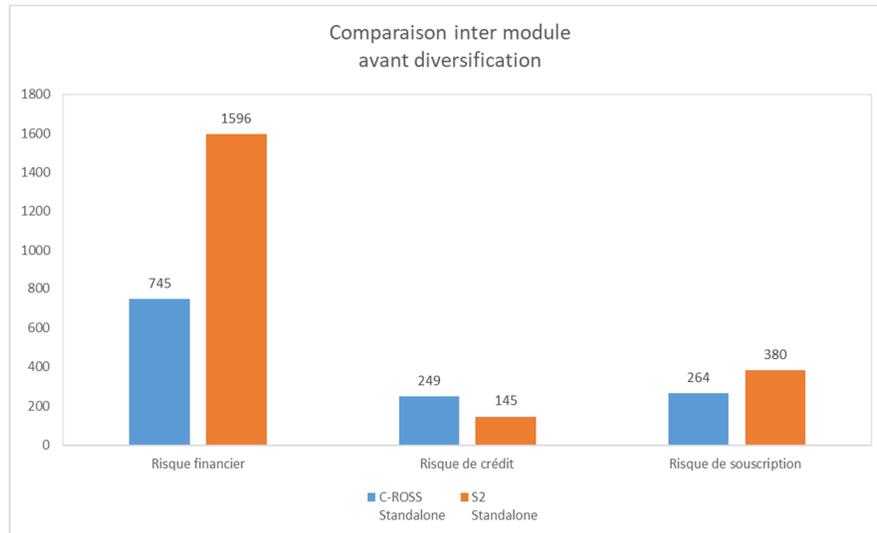


Les risques de souscription sont similaires sous les deux réglementations. Cependant, le montant du capital requis par *Solvabilité II* est plus élevé, la raison est le capital requis pour le risque de morbidité, de frais et de rachat. En effet les stress liés à ses risques sont plus importants sous *Solvabilité II*. Le bénéfice de diversification intra est de 40% sous C-ROSS et de 31% sous *Solvabilité II*.

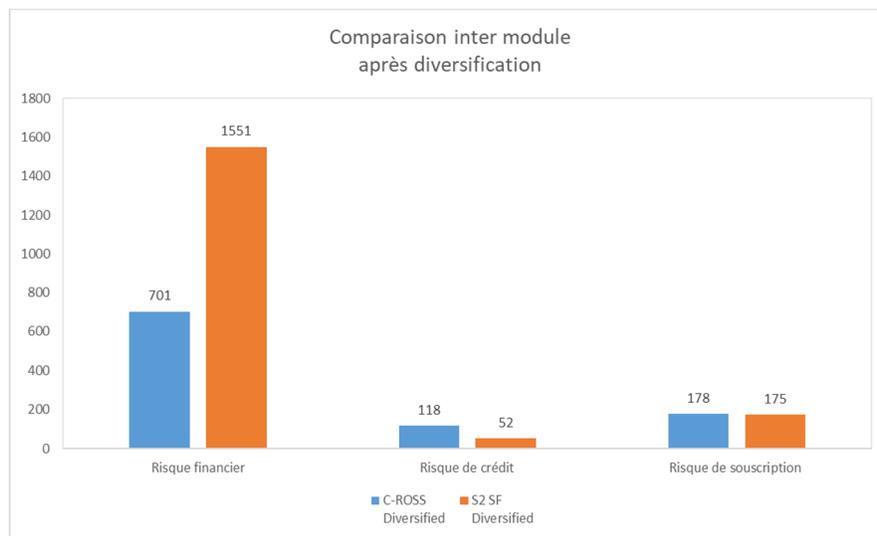
Dans l'ensemble, la diversification intra module de risque est plus importante sous la réglementation C-ROSS que sous la réglementation *Solvabilité II*.

Diversification

Inter module de risque



Le plus grand écart entre les deux règlementations est dû aux risques financiers. Cet écart est lié au risque de spread et de concentration qui sont inclus dans les risques marchés pour *Solvabilité II*.



Le bénéfice de la diversification inter module est moindre pour les risques financiers, l'écart entre les deux règlementations du montant requis pour les risques financiers s'est accentué avec la diversification (passage d'un facteur de 2.14 à 2.21).

L'écart entre les risques de souscription se retrouve réduits et le besoin en capital des deux réglementations sont similaires.

Afin de comparer les diversification inter module des deux régimes nous avons utilisés deux méthodes d’allocations. Une méthode proportionnelle qui alloue le bénéfice de la diversification en fonction du poids du SCR standalone de chaque module de risque et une méthode qui utilise la matrice de corrélation de chaque régime afin d’allouer à chaque risque son coefficient de diversification définie dans la matrice.

	C-ROSS Div inter proportionnel	C-ROSS Div inter matricielle	S2 Div inter proportionnel	S2 Div inter matricielle
Risque financier	59%	70%	75%	87%
Risque de crédit	20%	12%	7%	3%
Risque de souscription	21%	18%	18%	10%
Total	100%	100%	100%	100%

Les deux méthodes montrent une plus grande diversification des risques inter module du régime C-ROSS. Cet écart est plus marqué sur les risques financiers et représente une différence de bénéfice de diversification de 17 points. De plus la matrice de corrélation de C-ROSS attribue un poids plus important au risque de souscription par rapport à la matrice de corrélation de *Solvabilité II*.

Impact de la matrice de corrélation

L’analyse précédente souligne l’importance de l’agrégation des risques et du choix de la matrice de corrélation. Dans cette partie nous utilisons la matrice d’agrégation de *Solvabilité II* afin de mesurer l’impact de cette dernière sur les résultats standalone du régime C-ROSS.

	C-ROSS	C-ROSS Agrégation S2	Solvabilité II
Risque financier	745	1,017	1,596
Risque de crédit	249	249	145
Risque de souscription	264	297	380
Total risque quantitatif diversifié	998	1,320	1,778
Ecart avec S2	78%	35%	0%

Le tableau ci-dessus souligne l’importance du choix de la matrice de corrélation lors de la phase d’agrégation des risques. L’utilisation des résultats standalone agrégé de C-ROSS avec la matrice de corrélation de *Solvabilité II* montre une réduction de 43 points entre l’écart initial des risques quantitatifs sous C-ROSS et du total des risques quantitatifs sous *Solvabilité II*. Cette réduction de l’écart est liée à l’impact de la matrice d’agrégation des risques financiers de *Solvabilité II* qui est plus pénalisante dans le cas d’une exposition à la baisse des taux.

2.3.3. Vision investisseur sous C-ROSS et Solvabilité II

L'écart de besoin de capital entre C-ROSS et *Solvabilité II* est de 78%. Dans cette partie la composante profit sera analysée afin de mesurer la profitabilité. Pour ce faire l'utilisation de métrique pour la mesure de la profitabilité s'avère nécessaire. Generali Chine se charge de ce calcul, cependant les limitations suivantes sont à considérer :

- La mesure de la profitabilité est obtenue par l'utilisation d'une ancienne métrique, la TEV ou Traditional Embedded Value
- Absence de modèle stochastique et utilisation de scénario monde réel
- Pas d'interaction entre l'actif et le passif et pas de possibilité d'avoir le coût des options et des garanties des produits
- Un taux d'actualisation de 10% a été retenue

Euro Mln	SCR	PVFP	Reserve (Local)	SCR/PVFP	SCR/Reserve
C-ROSS	837	894	7210	94%	12%
Solvabilité II	1799	894	7210	201%	25%

Le tableau ci-dessus montre la création de richesse pour un investisseur regardant la profitabilité sous la réglementation locale. Sous *Solvabilité II* l'exigence de capital est deux fois plus importante que la richesse générée. De plus le SCR représente un quart des provisions locales. Seul le premier cas représente une création de valeur pour l'actionnaire. De plus l'estimation des profits a été basée sur l'utilisation de la TEV qui ne prend pas en compte le coût des options et des garanties ayant pour effet une potentielle surestimation des profits.

2.3.4. Thaïlande

Le périmètre de calcul du besoin en capital sous *Solvabilité II* est la filiale de Generali en Thaïlande (GTL).

	RBC 2	SII SF	Différence (SII – RBC 2)	RBC2	SII
Risque financier	9	92	83	53%	66%
Risque de taux	2	0	-2		
Risque action	7	3	-4		
Risque immobilier	0	1	1		
Risque de spread	NA	55	NA		
Risque de concentration	NA	72	NA		
Risque de change	NA	0	NA		
Diversification	0	-39	-38		
Risque de crédit	0.5	14	13	3%	10%
Risque de contrepartie	1	14	13		
Risque de souscription ²	7	34	26	44%	24%
Risque de mortalité	NA	6	NA		
Risque mortalité catastrophe	NA	11	NA		
Risque de longévité	NA	0	NA		
Risque de morbidité	NA	3	NA		
Risque médical et santé	NA	0	NA		
Risque de rachat	NA	25	NA		
Risque de frais	NA	3	NA		
Diversification	NA	-15	NA		
Risque santé modélisation non vie	0	0	0		
Somme des risques quantitatif	16	139	123	100%	100%
Total Diversification	-1	-29	-28		
Sous total (Quantitative risk / BSCR)	15	110	95		
Risque opérationnel	2	9	7		
LAC des impôts différés	NA	-12	NA		
TCR/ SCR	18	107	89		
Fonds propre	47	128	81		
Ratio de solvabilité	267%	120%			

Tableau 4 Comparaison RBC 2/SII

Une analyse graphique apporterait des informations additionnelles limitées. L'écart entre les deux réglementations est visible dans le tableau ci-dessus.

² Le détail du besoin en capital par risque biométrique et les fonds propres ne sont pas disponibles

Analyse du SCR

Module des risques financiers

Le SCR alloué aux risques financiers est plus important sous *Solvabilité II* que sous RBC 2. La raison principale est le montant alloué aux risques de spread et de concentration sous *Solvabilité II*. En effet sous RBC 2 les obligations du Gouvernement Thaïlandais qui représentent la majorité des investissements de GTL, ne sont pas stressées dans le module du risque de crédit et aucun capital réglementaire n'est exigée dans le module de concentration.

Module du risque de crédit

Un constat similaire au risque de marché peut être observé pour le risque de crédit. Les obligations du Gouvernement Thaïlandais ne génèrent pas de charge sous RBC 2. Cependant elles attirent une charge élevée sous *Solvabilité II*.

Module du risque de souscription

La différence de capital requis pour les risques de souscription entre RBC 2 et *Solvabilité II* est principalement liée à la différence du niveau de calibration des risques. *Solvabilité II* a été calibré en utilisant une VAR avec un niveau de confiance à 99.5% contrairement à RBC 2 dont les stress ont été calibré avec une VAR à 95%.

Diversification

Les risques financiers constituent 53% du besoin en capital de GTL. Cette représentation est plus marquée sous *Solvabilité II* et représentent 66% du SCR total. Le reste de la répartition du capital est attribué majoritairement aux risques de souscription qui représentent 44% du capital requis sous RBC 2. Cette allocation importante accordée aux risques de souscriptions est liée à la faible allocation attribuée au risque de crédit sous RBC 2. Il est difficile de comparer ces deux réglementations du fait de la grande différence méthodologique qu'il existe entre ces deux régimes. De plus, RBC 2 ne possède qu'une matrice de corrélation inter module de risque afin d'agrèger les risques financiers, les risques de souscription et le risque opérationnel. Une analyse approfondie du bénéfice de diversification ne s'avère pas pertinente dans ce cas de figure.

3. Modélisation des risques financiers en modèle interne

Cette partie sera consacrée à l'étude d'une approche alternative à la formule standard et expérimentale, c'est-à-dire l'utilisation du modèle interne partiel de Generali pour le calcul du besoin en capital pour une entité d'assurance vie. L'approche des USP (*Undertaking Specific Parameters*) existe mais elle ne sera pas traitée dans ce mémoire.

Cette partie se focalisera sur les risques financiers qui représentent la majorité du capital réglementaire requis pour une compagnie d'assurance vie. Le modèle interne de la Suisse sera utilisé comme exemple afin de montrer la démarche à adopter afin de modéliser les risques financiers les plus importants pour Generali Chine. Generali possède 49% de participation dans sa filiale Chinoise ce qui rend plus difficile l'accès aux données. Cette analyse servira à mettre en avant les données nécessaires mais aussi l'espérance de gain de capital par rapport à la formule standard. Les risques financiers sélectionnés sont : le risque de taux, le risque de spread de crédit, le risque action et le risque de concentration qui représentent à eux 96% du SCR financier et 73% de la somme des risques en vision stand-alone de Generali Chine. Il est bien de noter que la mise en place d'un modèle interne en Chine permettrait à Generali d'avoir une meilleure estimation de ses risques, cependant ce dernier ne pourrait pas être utilisé à des fins réglementaires.

3.1. Fonctionnement du modèle interne

L'outil le plus largement repris à l'international est la formule standard, de plus cet outil a été calibré en utilisant les données d'assureurs en Europe et les dernières avancées de l'époque inspirées de la réglementation Bancaire Bâle II. Cependant il existe une alternative pour les assureurs qui cherchent à améliorer la connaissance de leurs risques tout en permettant une optimisation du besoin en capital. Le modèle interne est souvent vu comme étant cette l'alternative pour les compagnies ayant un profil de risque spécifique et pénalisée par l'approche formule standard. Il s'agit d'un modèle actuariel construit à partir de l'expérience de l'entreprise, de l'opinion d'experts et de données historiques qui lui sont propres.

Dans la plupart des cas le modèle interne fait appel à des générateurs de scénarios économiques (ESG) dans lesquels des scénarios de facteurs de risques sont générés de façons aléatoires à horizon 1 an et appliqués à l'actif et au passif de la compagnie afin de déterminer le capital réglementaire requis.

Afin de substituer le SCR calculé à l'aide de la formule standard, l'utilisation du résultat du modèle interne est toutefois conditionnée par la validation de ce modèle par les organismes de réglementation locales. Les principaux critères de validation sont :

- Le calibrage et la qualité statistiques des données ayant servis
- La validation du modèle et la quantification de l'erreur liée à l'approximation du SCR
- La documentation du modèle et sa mise à jour

Il est bon de rappeler que dans notre cas le régulateur Chinois n'autorise pas l'utilisation de modèle interne cependant le développement d'un modèle interne permettrait à Generali une meilleure connaissance de ses risques.

Une approche se situant entre l'approche formule standard et le modèle interne existe, il s'agit du modèle interne partiel, qui comme son nom l'indique utilise des hypothèses ou modules propre à la formule standard pour la modélisation de certains risques. La raison est souvent le manque de donnée permettant de réaliser une calibration robuste ou tout simplement une indisponibilité temporaire de la modélisation d'une partie du module de risque.

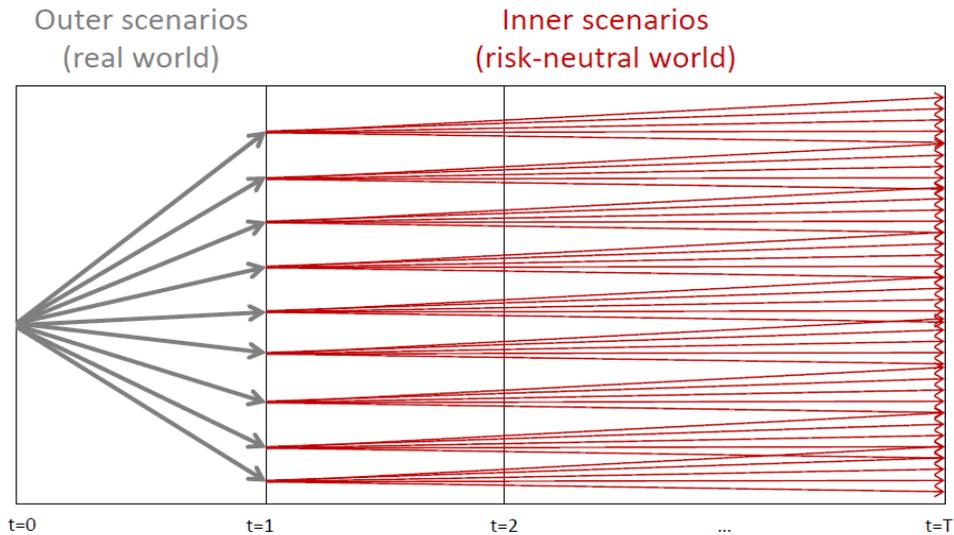
3.1.1. Principe du modèle interne

La directive *Solvabilité II* définit le SCR comme étant le montant de fonds propres dont doit disposer la compagnie d'assurance pour faire face à une ruine économique à horizon 1 an et au niveau 99.5% ou autrement dit la Value at Risk (*VaR*) avec une confiance de 99.5% à horizon 1 an. Cela revient donc à modéliser la fonction de perte de l'entreprise, pour y arriver la modélisation du passif et de l'actif de la compagnie d'assurance est nécessaire, cependant elle reste complexe. Cette complexité provient essentiellement du nombre important de risques auxquels est soumis une compagnie d'assurance. Mais aussi aux options et garanties qui sont inclus dans les contrats (garanties de taux, options de rachats et autre garanties financières), impliquant de forte interaction entre actif et passif afin de les valoriser correctement. Cette évaluation est obtenue par l'utilisation d'un modèle actuariel ALM (Asset and Liability Management) qui permettra de valoriser dans une première étape le bilan central et dans une seconde étape à la suite d'un choc instantané par l'utilisation de scénario stochastique en univers risque neutre. Nous verrons par la suite que la difficulté réside dans l'estimation du bilan à $t = 1$ qui dépend de l'évolution de nombreux paramètres. Le bilan à $t = 0$ est une grandeur déterministe et ne constitue pas un problème.

3.1.1.1. Les simulations dans les simulations (SdS)

La méthode des SdS permet de répondre à la problématique de modélisation des éléments du bilan en $t = 1$. Comme indiqué par son nom le principe consiste à effectuer deux séries de simulations. Le premier type de simulation est appelé, simulation primaire, « real world » ou encore monde réel puis dans une seconde étape à effectuer des simulations secondaire, « risk-neutral world » ou encore risque neutre. Ces simulations secondaires permettent de valoriser le bilan économique de l'assureur à un an pour chaque réalisation primaire afin d'obtenir une distribution des fonds propres de la compagnie d'assurance.

Le schéma ci-dessous permet de conceptualiser cette approche :



Le capital règlementaire requis sous *Solvabilité II* correspond au quantile à 0.5% de la distribution des fonds propres en fin de première période. Ci-dessous nous adopterons une approche analytique afin de mieux comprendre les principes mathématiques sous-jacents.

Réécriture du SCR

Considérons pour cela, la fonction de perte L ou appelé aussi « Loss function » ayant pour objectif de mesurer la perte de fonds propres à horizon 1 an.

Notons :

$$L = FP_0 - \frac{FP_1}{(1+r)}$$

$$FP_t = A_t - P_t$$

Avec :

FP_t Fonds Propre de l'assureur à t

A_t Actif de l'assureur à t

P_t Passif de l'assureur à t

r Le taux d'interet à $t = 0$ d'une obligation zéro coupon de maturité 1 an

On définit le SCR comme étant la plus petite grandeur vérifiant la relation ci-dessous :

$$P(L > SCR) \leq 0.5\%$$

Ou encore :

$$P\left(FP_0 - \frac{FP_1}{(1+r)} > SCR\right) \leq 0.5\%$$

En utilisant l'élément contraire de la fonction de probabilité nous arrivons à écrire la relation précédente comme étant:

$$P\left(FP_0 - \frac{FP_1}{(1+r)} \leq SCR\right) \geq 1 - 0.5\%$$

Cette expression n'est d'autre que la définition de la Value-at-Risk avec $\alpha = 0.5\%$, nous pouvons donc écrire le SCR comme étant :

$$SCR = VaR_{99.5\%}\left(FP_0 - \frac{FP_1}{(1+r)}\right)$$

D'après les travaux de Artzer, Delbaen, Elber et Heath La VaR est invariante par translation et positivement homogène :

$$SCR = FP_0 + \frac{1}{1+r} * VaR_{99.5\%}(-FP_1)$$

De plus, si f est une fonction décroissante :

$$VaR_\alpha(f(X)) = f\{VaR_{1-\alpha}(X)\}$$

Ainsi en utilisant la remarque précédente nous pouvons écrire le SCR sous la forme :

1	$SCR = FP_0 - \frac{1}{1+r} \times VaR_{0.5\%}(FP_1)$
---	---

D'après le résultat précédent on constate que le SCR dépend du montant de capital initial et de la distribution des fonds propres en $t = 1$.

Estimation des fonds propres FP_t

On cherchera à définir le calcul des fonds propres FP_t en adoptant le point de vue de l'assureur et en se référant à l'approche utilisée par Daniel Bauer, Daniela Bergmann et Andreas Reuss. Pour cela nous nous placerons dans un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P}, \mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t \in [0, T]})$

Où :

Ω l'univers des possibles

\mathcal{F} la tribu associée

\mathcal{P} la probabilité historique associée

\mathbb{F} la filtration naturelle qui reflète toute l'information disponible sur le marché à la date t

On considère une suite de variable aléatoire $(X_t)_{t \in [0, T]}$ représentant les profits futures des polices d'assurances présentent dans le portefeuille de l'assureur à $t = 0$.

Nous remarquons que le calcul des fonds propres FP_t sous les principes de *Solvabilité II* sont très proches des principes de la MCEV (Market Consistency Embedded Value) et nous supposons que :

$$FP_0 = MCEV_0$$

$$FP_1 = MCEV_1 + X_1$$

Avec :

X_1 le profit de première années qui n'a pas encore été payé aux actionnaires

$MCEV_t = ANAV_t + PVFP_t - CoC_t$ en accord avec les principes du CFO forum

L' $ANAV$ est obtenue de la valeur de l'actif net. Dans la plupart des cas elle peut être déterminée en utilisant le bilan de la compagnie d'assurance et ne nécessite pas de simulation.

La $PVFP$ correspond à la valeur actualisée des profits des actionnaires après taxes. Le calcul de cette quantité est complexe car elle dépend de l'évolution des marchés financier (courbes des taux, marché action, du risque de crédit etc.).

Le CoC correspond à la somme de $FCRC$ (Frictional Cost of Risk Capital) et $CRNHR$ (Cost of Residual Non Hedgeable Risk). Par simplification on supposera cette dernière composante nulle.

Nous pouvons donc écrire les fonds propres de l'assureur selon l'expression suivante :

$$FP_t = ANAV_t + PVFP_t$$

Comme vu précédemment le challenge réside dans l'estimation de la $PVFP_t$ qui peut s'écrire de manière explicite selon la formule suivante :

$$PVFP_t = X_t + E^{\mathbb{P} \otimes \mathbb{Q}} \left[\sum_{j=t+1}^T \frac{(1+r_t)^t}{(1+r_j)^j} \times X_j \right]$$

Avec :

X_0 et X_1 le profit en année 0 et 1. On supposera nul le profit en année 0

r_j le taux d'intérêt sans risque à la période j

T correspond à la maturité maximale du contrat d'assurance en vigueur dans le portefeuille de l'assureur

\mathbb{P} la probabilité historique

\mathbb{Q} la probabilité risque neutre

Afin de tenir compte de toute l'information financière à notre disposition, on introduit un processus de Markov Y_t décrivant les risques financiers et l'état des marchés financier à l'instant t et dans un souci de simplification des calculs on considérait uniquement les risques financier (considérés comme étant « hedgeable »). Ce qui conduit à l'expression suivante :

$$PVFP_t = X_t + E^{\mathbb{Q}} \left[\sum_{j=t+1}^T \frac{(1+r_t)^t}{(1+r_j)^j} \times X_j \middle| Y_s, s \in [0, t] \right]$$

Dans la suite on distinguera les fonds propres en $t = 0$ qui correspondent à l'estimation d'une valeur et les fonds propre en $t = 1$ qui correspond à l'estimation d'une distribution.

$$PVFP_0 = E^{\mathbb{Q}} \left[\sum_{j=1}^T \frac{X_j}{(1+r_j)^j} \right]$$

$$PVFP_1 = X_1 + E^{\mathbb{Q}} \left[\sum_{j=2}^T \frac{(1+r_1)}{(1+r_j)^j} \times X_j \middle| Y_s, S \in [0, t] \right]$$

Estimation des fonds propres FP_0

$$PVFP_0 = E^{\mathbb{Q}} \left[\sum_{j=1}^T \frac{X_j}{(1+r_j)^j} \right]$$

Etant donné la complexité du problème essentiellement dû à l'interaction entre l'actif et le passif. Une approche classique est l'utilisation des simulations de Monte Carlo. Cette méthode est utilisée à défaut de pouvoir déterminer analytiquement la loi de $PVFP_0$. La méthode consiste à simuler un grand nombre de scénario de manière à générer une distribution empirique.

$$PVFP_0 \approx PVFP_0(N_0) = \frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} \sum_{j=1}^T \frac{X_j^{(k)}}{(1+r_j^{(k)})^j}$$

Avec $X_j^{(k)}$ les cash-flow obtenue par les N_0 simulations de Monte Carlo sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q} et $r_j^{(k)}$ les taux d'intérêt sans risque au temps j de la trajectoire k .

On en déduit donc les fonds propres en $t = 0$ par la relation :

$$FP_0 \approx ANAV_0 + PVFP_0(N_0)$$

Estimation des fonds propres FP_1

On va s'intéresser à la distribution des fonds propre en $t = 1$ en rappelant sa définition déterminée à l'étape précédente :

$$PVFP_1 = X_1 + E^{\mathbb{Q}} \left[\sum_{j=2}^T \frac{(1+r_1)}{(1+r_j)^j} \times X_j \middle| Y_s, S \in [0, t] \right]$$

En prenant comme référence les travaux de D. Bauer, D. Bergmann and R. Kiesel sur « *The risk-neutral valuation of life insurance contract* », nous pouvons supposer que l'état du bilan ne dépend pas de l'historique de l'ensemble de l'information financière disponible jusqu'à $t = 1$ mais d'un nombre fini de variables d'état

noté D et suivant à son tour un processus de Markov. On en déduit donc que toute l'information pour la projection des cash-flow est donc contenue dans le processus markoviens suivant (Y_1, D_1) . D décrit l'état des polices.

On peut donc écrire :

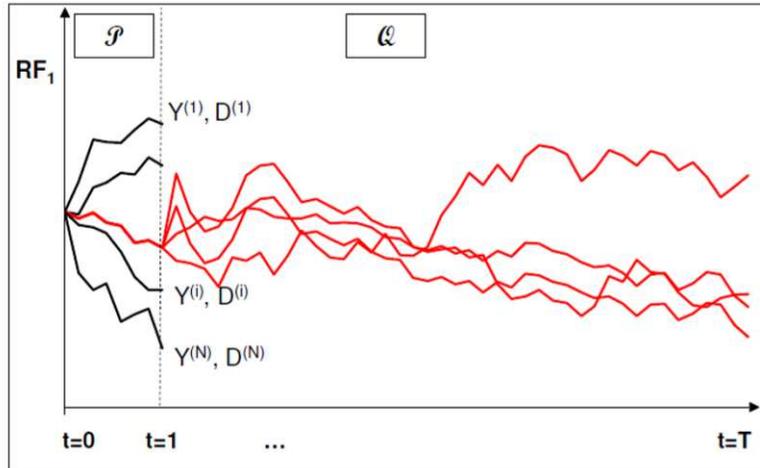
$$2 PVFP_1 = X_1 + E^{\mathbb{Q}} \left[\sum_{j=2}^T \frac{(1+r_1)}{(1+r_j)^j} \times X_j \middle| (Y_1, D_1) \right]$$

Il est donc possible d'estimer la distribution de FP_1 . En notant i une réalisation possible de cette estimation et avec $i \in \{1, \dots, N\}$ et N un entier naturel, l'équation précédente peut s'écrire :

$$PVFP_1^{(i)} = X_1^{(i)} + E^{\mathbb{Q}} \left[\sum_{j=2}^T \frac{(1+r_1)}{(1+r_j)^j} \times X_j \middle| (Y_1^{(i)}, D_1^{(i)}) \right]$$

Comme vu lors de l'estimation des fonds propre à $t = 0$, il est difficile de calculer analytiquement $PVFP_1^{(i)}$ à cause de l'interaction entre l'actif et le passif. Une méthodologie similaire sera utilisée en faisant appel aux simulations de Monte Carlo pour chaque *real world* scenario i , on simulera donc $N_1^{(i)} \in \mathbb{N}$ scenario *risque neutre*. L'équation précédente pourra donc s'écrire :

$$PVFP_1^{(i)}(N_1^{(i)}) = X_1^{(i)} + \frac{1}{N_1^{(i)}} \sum_{k=1}^{N_1^{(i)}} \sum_{j=2}^T \frac{(1+r_1^{(k)})}{(1+r_j^{(k)})^j} \times X_j^{(i,k)}$$



On en déduit donc N réalisations de FP_1 :

$$FP_1^{(i)}(N_1^{(i)}) = ANAV_1^{(i)} + PVFP_1^{(i)}(N_1^{(i)})$$

$i = 1, \dots, N$.

Estimation du SCR

En prenant comme référence la définition de SCR obtenue par l'équation 1, il suffit afin d'estimer la valeur de SCR , de considérer le quantile d'ordre α de $-FP_1$ que l'on peut déduire en utilisant le quantile empirique de la distribution $FP_1^{(i)}(N_1^{(i)})$.

Le SCR sera donc obtenue par l'expression suivante :

$$\widehat{SCR} = \widehat{FP}_0 - \frac{1}{1+r} \times VaR_{0.5\%}(\widehat{FP}_1)$$

Avec \widehat{SCR} , \widehat{FP}_0 et \widehat{FP}_1 les approximations de leurs grandeurs respectives.

Contrainte de l'approche

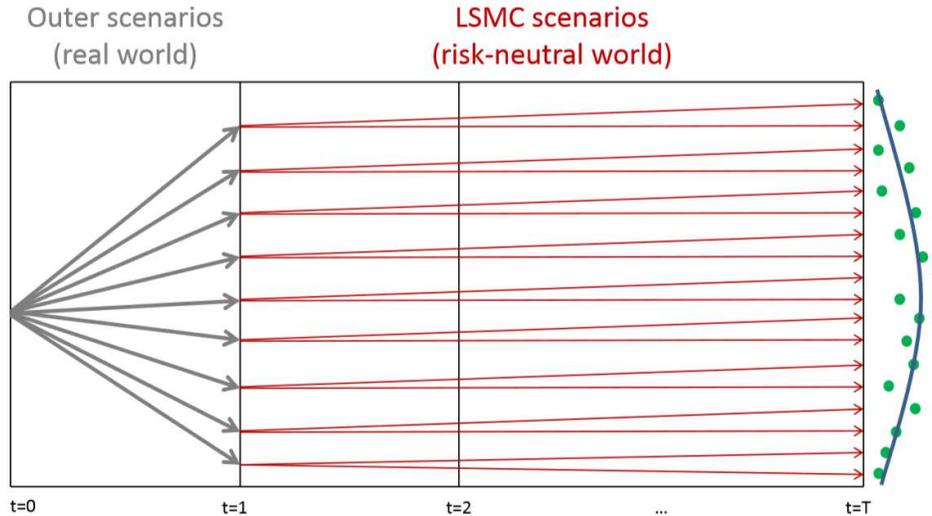
Bien que complète et fiable cette méthode d'estimation est aussi très couteuse en temps de calcul et implique un investissement conséquent de la part de l'entreprise. Dans la plupart des cas cela se traduit par une impossibilité de mise en place de la méthode. Heureusement, il existe d'autres alternatives comme la méthode des « Least Square Monte Carlo » ou plus communément appelé « LSMC ». Ce mémoire se concentrera sur la présentation de cette méthode retenue par le Groupe Generali. Comme indiqué par son nom, elle repose sur un principe de régression par utilisation des moindres carrés.

3.1.1.2. L'approche des Least Square Monte Carlo (LSMC)

L'algorithme des Least Square Monte Carlo a été utilisé pour la première fois par Longstaff and Schwarz dans « *Valuing American Options by simulation : A Simple Least-Squares Approach* » en 2001. Cependant les premiers à avoir appliqués la méthode des LSMC au calcul du capital règlementaire d'une compagnie d'assurance ont été Bauer, Bermann et Reuss en 2010.

Principe de la méthode

Nous avons vu précédemment que bien qu'étant complète, la méthode des SdS n'est pas facile à mettre en œuvre. Une alternative évoquée est l'utilisation de la méthode des LSMC qui consiste à produire un grand nombre de scénario monde réel et un petit nombre de scénario risque neutre puis d'effectuer une régression en utilisant les moindres carrés sur les valeurs obtenues selon les conditions de marché en $t = 1$.



Formulation Mathématiques

L'algorithme LSMC est une méthode de Monte Carlo qui permet d'estimer des espérances conditionnelles via un ensemble de fonctions de base. On cherchera donc à exprimer l'équation 2 afin de simplifier son expression par approximation de l'espérance conditionnelle.

Pour cela on se placera dans un espace de Hilbert H qui pour rappel est un espace vectoriel normé complet dont la norme est un produit vectoriel, de base hilbertienne $\{e_i\}$ alors nous pourrons écrire :

$$\forall f \in H, f = \sum_{k \in K} \langle f, e_k \rangle e_k \Rightarrow E[X|Y] = \sum_{k \in K} \alpha_k e_k \approx \sum_{k=1}^M \alpha_k e_k$$

Bauer, Bermann et Reuss en 2010 ont retenu cette méthode en considérant que la base hilbertienne $\{e_i\}$ est constituée de polynômes dont les inconnues sont l'actif de la compagnie, le résultat de première année, le taux d'intérêt de première années et la fonction de perte. Le choix des polynômes est souvent effectué parmi les polynômes de Laguerre, Hermite, Legendre, Tchebychev et fonctions trigonométrique.

$PVFP_1$ est une variable dans l'espace de Hilbert $L^2(\Omega, \sigma(Y_1, D_1), P)$ que l'on peut donc décomposer par une combinaison linéaire de fonction de base de cet espace :

$$3 PVFP_1 = \sum_{k=1}^{+\infty} \alpha_k \times e_k(Y_1, D_1) \approx \sum_{k=1}^M \alpha_k e_k(Y_1, D_1) = PVFP_1^M(Y_1, D_1)$$

Où $e_k(Y_1, D_1)_{k=1, \dots, M}$ est une base de fonctions d'un sous espace de l'espace engendré par (Y, D) de dimension M . Nous devons donc déterminer les coefficients α_k de la combinaison linéaire afin d'avoir une expression de la valeur de $PVFP_1^M(Y_1, D_1)$.

Pour cela nous nous appuyerons sur la simulation de trajectoires de variables d'état, $i = 1, \dots, N$:

$(Y_t^{(i)}, D_t^{(i)})_{t=1 \dots N}$, sous la probabilité historique de première année et sous la probabilité risque neutre pour le reste des périodes.

On calculera les cash-flow pour chaque trajectoire :

$$CF_1^{(i)} = \sum_{j=2}^T \frac{(1 + r_1^{(i)})}{(1 + r_j^{(i)})^j} \times X_j^{(i)}$$

Nous pouvons alors construire un estimateur de α en posant :

$$\hat{\alpha}^{(N)} = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N \left[CF_1^{(i)} - \sum_{k=1}^M \alpha_k \times e_k(Y_1^{(i)}, D_1^{(i)}) \right]^2$$

En remplaçant α par $\hat{\alpha}^{(N)}$ dans l'équation 3 on obtient l'approximation finale :

$$PVFP_1 \approx PVFP_1^M(Y_1, D_1) \approx PVFP_1^{M,N}(Y_1, D_1) = \sum_{k=1}^M \hat{\alpha}^{(N)}_k e_k(Y_1, D_1)$$

Ainsi que les réalisations des FP_1 provenant des $(Y_1^{(i)}, D_1^{(i)})_{t=1 \dots N}$ trajectoires générées précédemment:

$$FP_1^{(i)} = ANAV_1^{(i)} + PVFP_1^{M,N}(Y_1, D_1)$$

$i = 1, \dots, N$.

Récapitulatif des étapes importantes de la méthode

Nous avons présenté dans la section précédente une méthode alternative à la méthode des SdS pour le calcul des fonds propres à $t = 1$. En effet au lieu d'effectuer plusieurs simulations en univers risque neutre pour chaque réalisation en univers réel, on simulera deux trajectoires antithétiques. Les étapes principales sont listées ci-dessous:

1. Définir les éléments du bilan et les facteurs de risques impactant ces éléments que nous désirons répliqués.
Par exemple, le BEL, la PVFP ou les fonds propres. Les facteurs de risques quant à eux font référence aux risques de souscriptions tels que le risque de mortalité, de longévité, de rachat. Sans oublier, les risques relatifs au changement des marchés financier tel que, le risque de taux, action, spread et autres risques financier impactant la compagnie d'assurance vie.
2. Définir un nombre N de scenario en univers réel sous la probabilité historique $\mathbb{P} : SC^i$ avec $i \in [1, N]$.
Pour chacun des scenarios i on produit K scenarios LSMC en univers risque neutre sous la probabilité risque neutre $\mathbb{Q} : SC^{ij}$ avec $j \in [1, K]$.

Un générateur de scenario économique sera utilisé afin de définir une table de scenario. Dans cette table on aura une trajectoire simuler sous la probabilité historique pour la première période puis sous la probabilité risque neutre pour le temps restant jusqu'à l'horizon de temps voulu T .

3. On définira le type de fonction afin calculer les éléments du bilan sélectionné. Le choix le plus commun est une base de polynômes.

4. On utilisera la méthode des moindres carrés sur les scénarios SC^{ij} avec $i \in [1, N]$ et $j \in [1, K]$ afin de déterminer les coefficients des fonctions de base retenues pour l'approximation des éléments du bilan.
5. Mesure de l'erreur et validation des fonctions de base. Dans cette étape on prendra soin de valider la qualité de l'approximation effectuée par l'algorithme LSMC par comparaison aux résultats obtenus lors de l'utilisation de la méthode des SdS sur un nombre limité de points.

La partie précédente a introduit les concepts mathématiques nécessaires afin de calculer le capital requis lors de l'utilisation du modèle interne. La partie suivante traitera de la mise en œuvre opérationnelle et des paramètres du modèle interne vie de Generali.

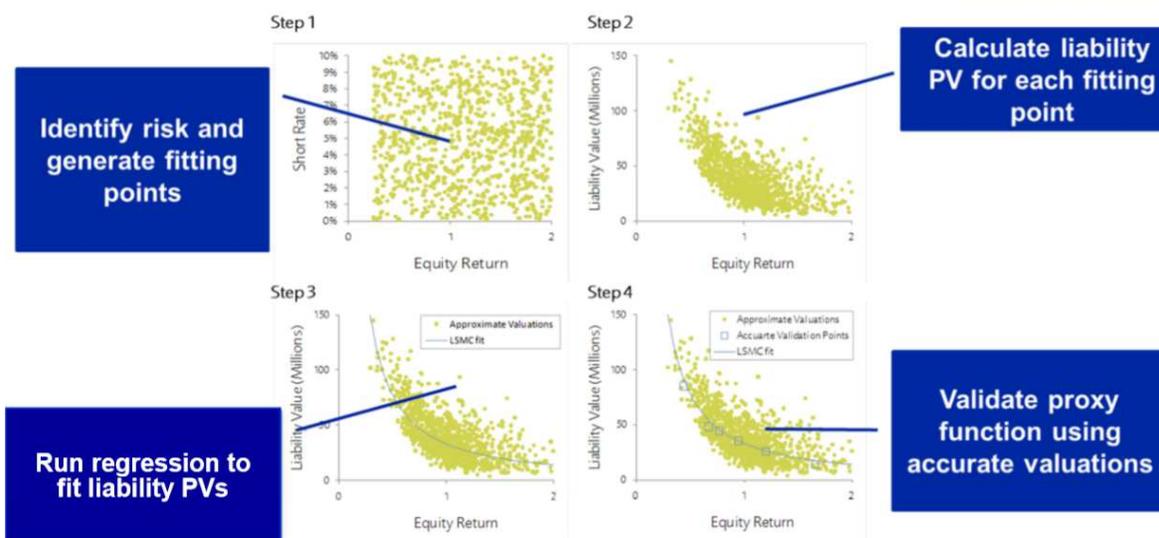
3.1.2. Modélisation du passif

La modélisation du passif d'une compagnie d'assurance vie est un exercice complexe. En effet la valeur du passif dans chaque scénario futur dépend de ce même scénario et de la valeur des garanties et options accordées aux assurés. De plus la valorisation de ces options et garanties est dépendante à son tour des scénarios futurs. Generali a opté pour une approche utilisant le LSMC (expliqué dans la partie 3.1.1.2), cette méthode permet de modéliser le passif de la compagnie d'assurance, plus précisément le BEL, par l'utilisation de fonctions répliquées, dans notre cas des polynômes. Le but est de reproduire le comportement du passif par une fonction prenant en entrée tous les facteurs de risques ciblés.

Generali a fait le choix de simuler 25 000 scénarios en univers monde réel et 2 scénarios antithétiques en univers risque neutre, ce qui représente un total de 50 000 scénarios. En comparaison à la méthode des SdS, les ressources allouées au calcul peuvent être économisées. En effet la méthode des SdS aurait requis la simulation de 50 000 scénarios primaires avec la simulation de 1000 scénarios secondaires pour chaque scénario primaire. Le nombre total de simulation s'élèverait à 50 000 000 ce qui impliquerait un temps de calcul trop grand et une grande difficulté afin d'obtenir les résultats dans un délai raisonnable.

Le jeu de 25 000 scénarios est appelé scénario de fitting. Il servira à estimer les réalisations des éléments du bilan (c'est-à-dire une distribution) dans notre cas, on calculera les différentes réalisations du BEL. Une fois la distribution du BEL obtenue, on effectuera une régression polynomiale afin de définir explicitement les polynômes.

Un autre jeu de scénario appelé scénario de validation permettra de valider la qualité des polynômes déterminés à l'étape précédente. Le schéma ci-dessous permet de reprendre les étapes importantes.



L'expression du BEL peut donc s'écrire :

$$\overline{BEL}_1 = f(BEL_0, \{Facteurs\ de\ risque\ vie\ UW\}, \{Facteurs\ de\ risque\ financier\}, \{SVA\})$$

Avec :

\overline{BEL}_1 est la valeur stressée des passifs vie

$f(\cdot)$ est une fonction polynomiale utilisée pour approximer la valeur stressée des passifs vie

BEL_0 est la valeur des passifs vie en 0

$\{Facteurs\ de\ risque\ vie\ UW\}$ est le vecteur des valeurs des facteurs de risques vie

$\{Facteurs\ de\ risque\ vie\ Financier\}$ est le vecteur des valeurs des facteurs de risques financier et de crédit

$\{SVA\}$ est le changement de l'ajustement de la volatilité par rapport à la meilleure estimation (VA stochastique – VA déterministe)

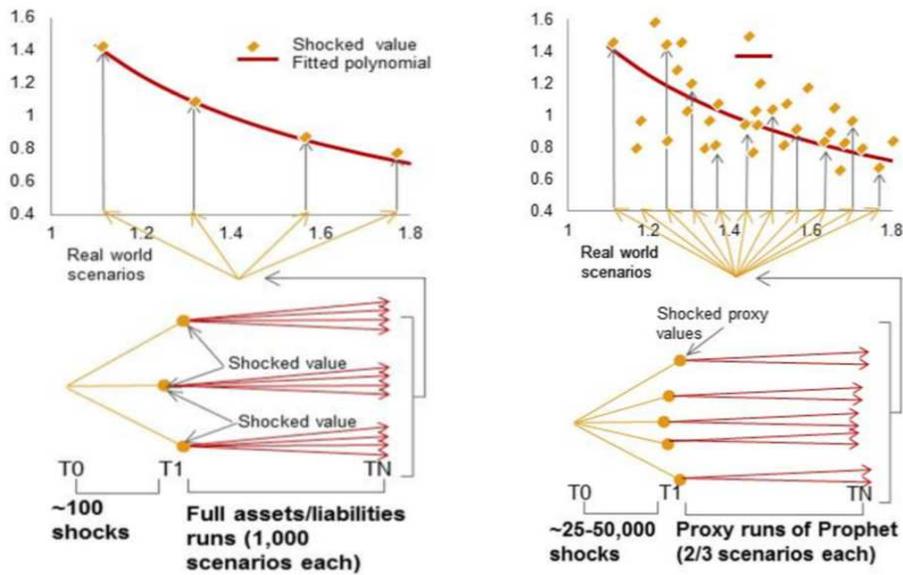
Types de risques	Facteurs de risques	ESG
Risque de souscriptions vie	Mortalité, longévité, morbidité, mortalité catastrophe, rachat, frais et santé	Modélisation des risques en dehors des scénarios économiques
Risque financier et de crédit	Taux d'intérêt, volatilité du taux d'intérêts, volatilité des actions et crédit	Risques modélisés dans les scénarios économiques et impactant directement la valeur du BEL
Ajustement de la volatilité	VA	Modélisation à travers les courbes des taux associés aux scénarios économiques

Il est bien de noter que la modélisation des taux sera effectuée en considérant une approche par analyse en composante principale ou plus communément appelé ACP. Le risque de taux sera donc décomposé en trois

composantes : PC1 qui représente le niveau, PC2 qui représente la pente et PC3 qui représente la courbure. Ces trois facteurs sont associés à la courbe des taux.

3.1.3. Modélisation de l'actif

La modélisation de l'actif est effectuée par la méthode « *curve fitting* ». Il s'agit d'une méthode similaire à celle des LSMC dans le sens où l'on détermine des fonctions mathématiques capables d'approximer le changement de la valeur de marché des actifs suite à un choc lié aux facteurs de risques sous-jacent. Cependant, on effectuera moins de scénario primaire mais beaucoup plus de simulation en univers risque neutre. Ci-dessous nous pouvons voir une comparaison de la méthode « *curve fitting* » à gauche et la méthode LSMC à droite.



La fonction modélisant le comportement des actifs s'écrit comme étant :

$$\overline{MVA}_1 = f(MVA_0, \{Facteurs\ de\ risque\ financier\})$$

Avec :

\overline{MVA}_1 est la valeur stressée des actifs,

$f(.)$ est une fonction polynomiale utilisée pour approxime la valeur stressée des actifs,

MVA_0 est la valeur des actifs en 0,

$\{Facteurs\ de\ risque\ vie\ financonier\}$ est le vecteur des valeurs des facteurs de risque financier.

Types de risque	Facteurs de risque	Modélisé en dehors des polynômes
Risque financier et de crédit	Action, immobilier, crédit et risque de change	Risque de contrepartie et risque de concentration

3.1.4. Validation de la régression

On rappelle que le principe du LSMC est de répliquer le comportement du passif et de l'actif par rapport aux différentes réalisations des facteurs de risques identifiées en utilisant des fonctions polynomiales.

Cette partie se consacrera à la description des critères de sélection de la fonction polynomiale mais aussi de la validation de cette dernière.

Critère de sélection des modèles

Afin de sélectionner le meilleur modèle de régression linéaire, deux critères de sélection sont principalement utilisés, il s'agit du critère *AIC* (Akaike Information Criterion) et le critère *BIC* (Bayesian Information Criterion). Ces deux critères sont la somme de deux composantes, la première représente la pénalité appliquée à la fonction de vraisemblance qui dépend du nombre de paramètres k et de la taille de l'échantillon pour le BIC. Le second terme représente la valeur négative du log de la fonction de vraisemblance.

Plus précisément :

$$AIC = 2k - 2 \ln(L)$$

$$BIC = k \times \ln(n) - 2 \ln(L)$$

Où :

k est le nombre de paramètres dans le modèle

n est le nombre d'observation

$\ln(L)$ est la log-vraisemblance des paramètres associés aux données

Le meilleur modèle au sens du critère AIC ou BIC est celui pour lequel la valeur du critère est la plus faible.

Un algorithme de sélection de variables est aussi utilisé lors du processus de fitting afin de rendre plus optimal la sélection. Cette procédure ne fera pas l'objet de ce mémoire. Le lecteur désireux d'information complémentaire sur l'algorithme de sélection pourra se référer au mémoire de Patrick Vounzi qui traite plus en détail du sujet.

Scenario de validation

Le critère de sélection des modèles est utilisé dans la détermination de la qualité de la régression effectuée et analyse la qualité de la distribution des résidus. Cependant cette étape n'est pas suffisante afin de s'assurer que les fonctions polynomiales répliquatives de l'actif et du passif sont capable de reproduire avec une faible erreur les résultats obtenus par une estimation réel (c'est-à-dire utilisant des runs prophet). On utilisera donc un jeu de 50 scenarios monde réel de 1 000 scénarios risque neutre. Un nombre élevé de scénario risque neutre est utilisé afin de réduire l'erreur engendrée.

Estimation de l'erreur standard :

$$SE_i = \frac{\sigma_i^{empirique}}{\sqrt{n^{inner}/2}}$$

$\sigma_i^{empirique}$ est l'écart type de la distribution calculé à l'aide de prophet des $n^{inner}/2$ réalisation des paires antithétiques.

3.1.5. Générateur de scenario économique

Définition

Contrairement aux règlementations en Asie abordées dans la partie sur les différents régimes de solvabilité. *Solvabilité II* impose aux assureurs Européens d'évaluer leurs engagements, c'est-à-dire les éventuelles options et garanties financières proposées aux assurés par une approche dite « market consistent ». Les scenarios économiques sont utilisés par les assureurs afin de mesurer les risques provenant de la nature de leur activité.

Un Générateur de Scenario Economique (GSE) ou aussi appelé plus communément ESG en anglais pour *Economic Scenario Generator*, est un outil permettant de projeter des facteurs de risques économiques et financiers en fonction d'un horizon T . Les facteurs de risques sont en général les suivants :

1. Les actions et l'immobilier ou le facteur modélisé est directement le prix des actifs
2. Les obligations, un nombre limité de facteurs explicatifs sont modélisés

Ils existent deux manières de projeter les facteurs de risque qui est fonction de notre objectif final. Les notions de probabilité historique et risque neutre seront abordés et expliqués dans la section suivante. Ces probabilités se retrouve dans les deux différents types de scénarios économiques, des scenario monde réel qui reflètent la projection future de l'environnement économique par l'assureur. Ils doivent comme leur nom l'indique refléter le monde réel en prenant en compte les primes de risques, la volatilité et les corrélations observées en utilisant des données historiques. Les scenarios market consistent sous la probabilité risque neutre sont utilisés pour reproduire les prix des instruments financiers. En absence de prime de risque, l'évaluation des instruments financier se retrouve simplifier.

3.1.5.1. Univers monde réel et risque neutre

L'univers monde réel correspond à une probabilité subjective qui repose sur l'évolution future des conditions de marchés. Cette probabilité est souvent estimée avec des données historiques, les rendements des actifs inclus donc naturellement une prime de risque qui peuvent souvent être sujet à interprétation. Ce dernier point explique la considération d'un autre type de probabilité, la probabilité risque neutre.

Pour mieux comprendre ces principes, plaçons-nous dans un marché ouvert en continue, exempt de coût de transaction et constitué de deux actifs de base, un actif risqué et un actif sans risque. On peut assimiler l'actif risqué à une action et l'actif sans risque à un compte bancaire dépôt à vue rémunéré au taux sans risque.

On notera S_t le prix de l'action en date t qui verifie l'equation suivante :

$$4 \frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

μ représente le rendement moyen de l'action qui peut être estimé à l'aide de données du marché

σ représente la volatilité ou écart type de l'action qui peut être à son tour déterminé à l'aide de données du marché

$(W_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien standard

On suppose aussi que l'action ne distribue pas de dividende et que son prix initial S_0 est connu. Cette modélisation est proposée sous la probabilité historique \mathbb{P} .

Notons maintenant β_t la valeur de l'actif sans risque en date t , l'équation différentielle suivante caractérisera la valeur de 1 € placé en date 0 et capitalisé au taux r :

$$\frac{d\beta_t}{\beta_t} = r dt$$

Considérons maintenant l'excès de rendement par rapport au taux sans risque, appelé aussi ratio de sharpe :

$$\lambda = \frac{\mu - r}{\sigma} \Rightarrow \mu = \sigma * \lambda + r$$

En reprenant l'expression de la définition de l'évolution du prix de l'actif risqué et en remplaçant μ :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t = r dt + \sigma(dW_t + \lambda dt)$$

Introduisons un nouveau processus défini par $dW^Q = dW_t + \lambda dt$

$$5 \frac{dS_t}{S_t} = r dt + \sigma dW^Q$$

Nous pouvons vérifier par application du Théorème de Girsanov que l'équation 5. est équivalente à l'équation 4. En effet le processus $(W_t^Q)_{t \geq 0}$ défini par $dW^Q = dW_t + \lambda dt$ est aussi un mouvement brownien standard sous la mesure Q .

On en déduit donc que sous Q le rendement espéré de tout actif risqué est égale à r . Ce qui signifie que dans l'univers où prévaut la probabilité Q , toutes les primes de risques sont nulles. C'est dans cet univers financier que l'on évalue les éléments du bilan en considérant l'espérance des cash-flows futurs actualisés au taux sans risque.

Les modèles utilisés pour la modélisation des principaux risques financiers seront abordés dans la section suivante.

3.1.6. Modélisation des actions

Selon les principes définis dans *Solvabilité II* et pour des choix pratiques, le risque action du modèle interne de Generali regroupe les risques liés aux actions, incluant les expositions aux actions des compagnies immobilières, les investissements alternatifs (Hedge Funds) et les fonds d'investissement.

Generali a fait le choix de retenir le modèle de Heston afin de modéliser l'évolution du cours des actions. En effet bien que le modèle de Black and Scholes (1973) a permis une évaluation simple du prix des options et a valu à Myron Scholes et Robert Merton le prix Nobel d'économie en 1997. Le modèle repose sur une hypothèse de volatilité constante, ce qui est loin d'être le cas en réalité. Le modèle de Heston est une extension du modèle de Black and Scholes en considérant cet fois le paramètre de volatilité comme étant un paramètre stochastique.

Modèle de Heston :

Dans le modèle les deux équations définissent l'évolution de l'actif et la volatilité qui dépendent de 5 paramètres définis et expliqué ci-dessous.

$$6 \quad dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{V_t} \times S_t dW_t^1$$

V_t est la variance instantanée qui suit le modèle de Cox-Ingersoll-Ross (CIR) régit par l'équation ci-dessous :

$$7 \quad dV_t = k(\theta - V_t)dt + \sigma_v \sqrt{V_t} dW_t^2$$

$$dW_t^1 \times dW_t^2 = \rho dt$$

Avec :

μ est le rendement moyen

k est le retour à la moyenne de la volatilité

θ est la variance sur le long terme

σ_v est la volatilité de la variance (ou volatilité de la volatilité)

ρ est la corrélation des processus de Wiener

Le mouvement de la volatilité est décrit par un processus de retour à la moyenne, ou V_t est la variance et k est l'ajustement par rapport au temps, elle dépend aussi de deux mouvements brownien qui ont pour corrélation ρ . Les paramètres du modèle sont déterminés à l'aide d'une méthode d'optimisation numérique utilisant les données historiques, ce qui permet d'avoir une forme analytique du modèle et par la suite obtenir une évaluation de la value at risk à n'importe qu'elle intervalle de confiance et horizon temporelle.

La solution de cette équation différentielle est similaire au raisonnement de la solution de Black and Scholes.

Les équations (6) et (7) peuvent se réécrire :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sqrt{V_t} dW_t^1$$

$$dV_t = k(\theta - V_t)dt + \sigma_v \sqrt{V_t} dW_t^2$$

Appliquons le lemme d'Itô à $\ln(S_t)$:

$$\Rightarrow d\ln(S_t) = \frac{dS_t}{S_t} - \frac{1}{2} \times \frac{(dS_t)^2}{S_t^2} = \frac{dS_t}{S_t} - \frac{1}{2} \times \left(\frac{dS_t}{S_t}\right)^2$$

Etant donné les écritures précédentes nous avons:

$$\left(\frac{dS_t}{S_t}\right)^2 = (\mu dt + \sqrt{V_t} dW_t^1)^2 = (\mu dt)^2 + (\sqrt{V_t} dW_t^1)^2 + 2 \times \mu dt \times \sqrt{V_t} dW_t^1$$

En appliquant les propriétés des mouvements brownien suivantes :

\times	dt	dW_t^1
dt	0	0
dW_t^1	0	dt

On obtient une simplification de l'expression :

$$\left(\frac{dS_t}{S_t}\right)^2 = V_t dt$$

$$\Rightarrow d\ln(S_t) = \mu dt + \sqrt{V_t} dW_t^1 - \frac{1}{2} V_t dt = \left(\mu - \frac{1}{2} V_t\right) \times dt + \sqrt{V_t} dW_t^1$$

Nous pouvons écrire :

$$d\ln(S_t) = \ln(S_t) - \ln(S_0) = \ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right) = \int_0^t \mu - \frac{1}{2} V_s ds + \int_0^t \sqrt{V_s} dW_s^1 ds$$

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right) = \mu t - \int_0^t \frac{1}{2} V_s ds + \int_0^t \sqrt{V_s} dW_s^1 ds$$

Ce qui nous conduit à obtenir la solution suivante :

$$S_t = S_0 \times e^{\mu t + \int_0^t \sqrt{V_s} dW_s^1 - \frac{1}{2} \times \int_0^t V_s ds}, \forall t \in [0, T]$$

3.1.6.1. Calibration du risque action

Le risque action est défini comme étant une perte potentielle de fonds propre liée au changement des prix des actions³. Les expositions au risque action proviennent des actifs ou des passifs directement ou indirectement investis dans des produits sensibles au prix des actions.

La modélisation du risque action est basée sur un changement de la valeur du prix des actifs suivant les critères ci-dessous :

³ Generali modélise séparément le risque de volatilité des actions. La modélisation de ce risque ne fera pas l'objet de ce mémoire.

- Les investissements actions seront mappés à un indice qui représente le prix de l'action au cours du temps
- Un grand nombre de réalisations de l'évolution du rendement de ses indices sera simulées
- Les différentes réalisations des indices seront ensuite utilisées pour calculer le changement de valeur de marché des prix des actions.

Afin de calculer le choc appliqué aux indices boursier, Generali utilise une approche basée sur le changement logarithmique des prix des actions et définies selon la formule suivante :

$$MVA_t^{shocked} = MVA_{t-1}^{base} e^{\ln\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right)}$$

$MVA_t^{shocked}$, MVA_{t-1}^{base} représente la valeur de marché centrale et choqué d'une action entre t et t-1

X représente l'indice boursier utilisé pour la modélisation de l'action considérée

$\ln\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right)$, représente la variation logarithmique du prix de l'indice simulé entre t-1 et t

3.1.6.1.1. Données

Les données nécessaires à la calibration du risque action sont mises à disposition par des entreprises spécialisées dans le domaine comme par exemple Bloomberg ou Datastream. Cependant des étapes intermédiaires sont requises afin d'obtenir des résultats de qualités.

Les étapes sont les suivantes :

1. Définition de la liste des principaux indices représentatif du portefeuille action, 23 indices ont été retenue et la liste disponible en annexe 4
2. Retraitement des données. Dans cette étape, les rendements logarithmiques mensuels des différents indices seront calculés. Pour des raisons de calibration, la moyenne sera retranchée de chaque série
3. Calibration de la fonction de distribution et analyse des indicateurs statistiques
4. Annualisation des distributions logarithmiques mensuelles
5. Choix de la distribution

La partie suivante présentera la calibration des chocs pour l'indice BRIC (Brésil, Russie, Inde et Chine). Cette méthodologie sera appliquée pour les 22 autres indices.

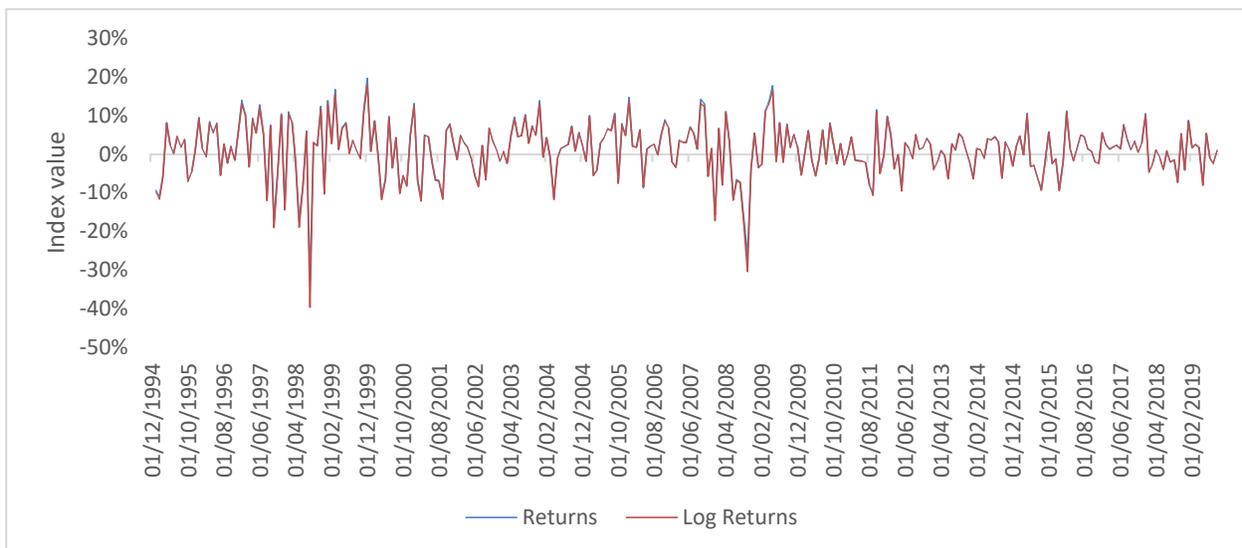
Exemple de calibration du risque action pour l'indice MSCI BRIC

Information sur les données utilisées

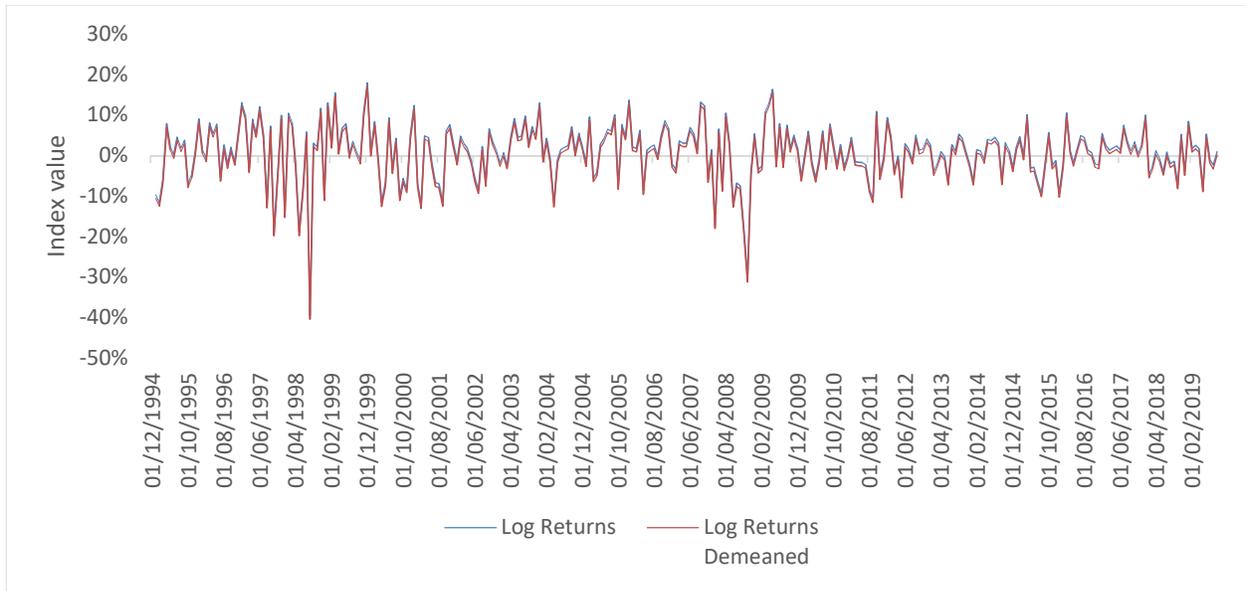
Time Series	Start Date	End Date	Number of Observations
MSCI BRIC	30/12/1994	30/09/2019	298



Le graphique ci-dessus représente l'indice MSCI BRIC. Ces données seront utilisées afin de mettre en place les étapes présentés précédemment.



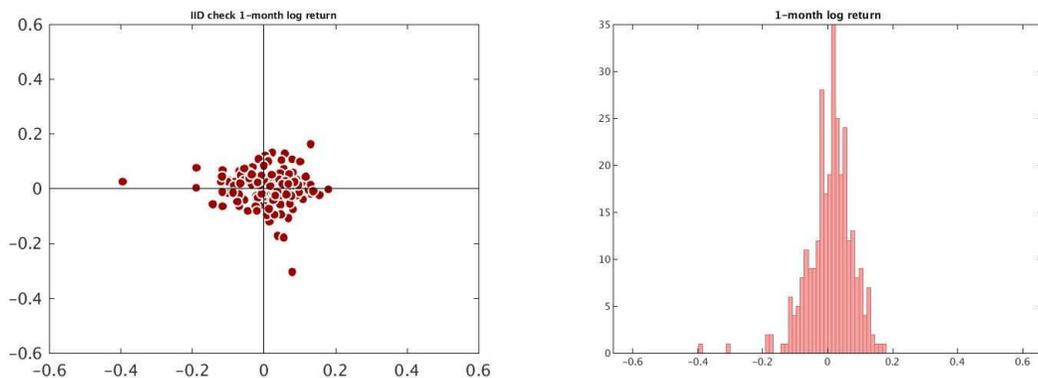
Ce graphique représente la comparaison entre les rendements et les rendements logarithmiques de l'indice. L'écart est faible, cependant il est plus pratique de travailler avec des données logarithmiques afin d'éviter des valeurs négatives.



La moyenne des rendements logarithmiques est retranchée pour des raisons technique afin de faciliter le fitting des différentes distributions.

Fitting de la distribution

La visualisation des données s'avère nécessaire afin de choisir la distribution qui correspond le mieux.



La représentation visuelle permet de sélectionner les distributions suivantes, la distribution de Student (T3, T4, T5, T8) et la loi normale. En effet, il est préférable de tester plusieurs distributions avec des queues épaisses. Plus le degré de liberté de la loi de student est élevé plus la distribution se rapprochera de la loi normale et donc aura une queue de distribution fine.

La méthode utilisée afin de déterminer les paramètres (moyenne et variance) des distributions est la méthode du maximum de vraisemblance. Les paramètres calculés sont disponibles dans le tableau suivant :

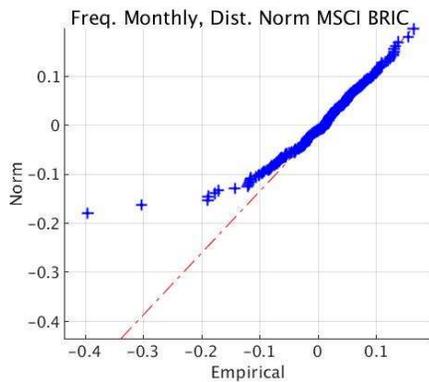
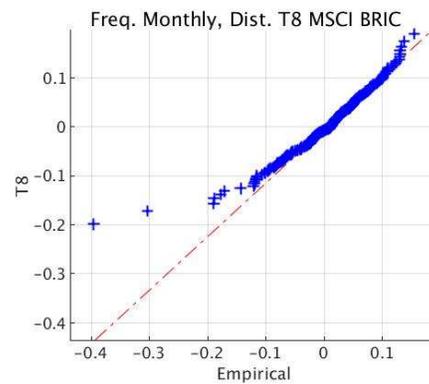
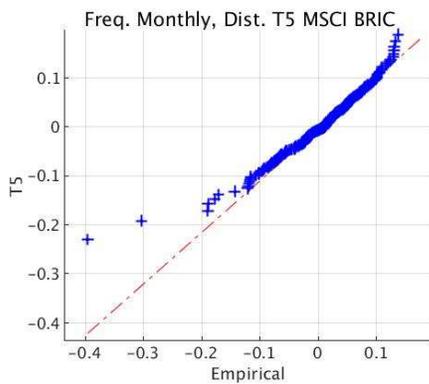
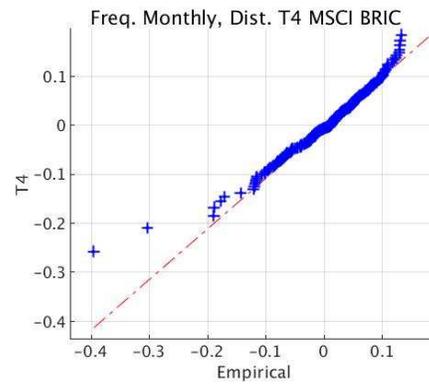
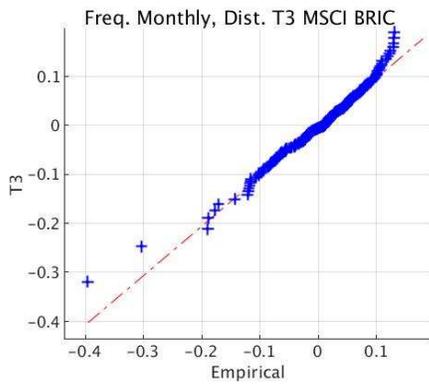
Mean value of the dataset and results	T3	T4	T5	T8	Norm
Monthly Average	0.87%	0.87%	0.87%	0.87%	0.87%

Mean value of the dataset and results	T3	T4	T5	T8	Norm
Monthly Volatility Factor	4.88%	5.16%	5.36%	5.73%	6.93%

Des tests sont ensuite effectués afin de pouvoir sélectionner la distribution la plus adaptée au risque action. Cette dernière doit être vérifiée en utilisant des tests statistiques mais aussi donner des chocs cohérents.

Le test quantile-quantile ou Q-Q plot

Cet outil graphique s'avère très utile pour comparer deux distributions de probabilités en représentant graphiquement les quantiles par rapport aux autres. Plus proches sont les réalisations de la diagonale plus les distributions sont similaires.



La distribution qui fit le mieux avec nos données selon le Q-Q plot est la student T3.

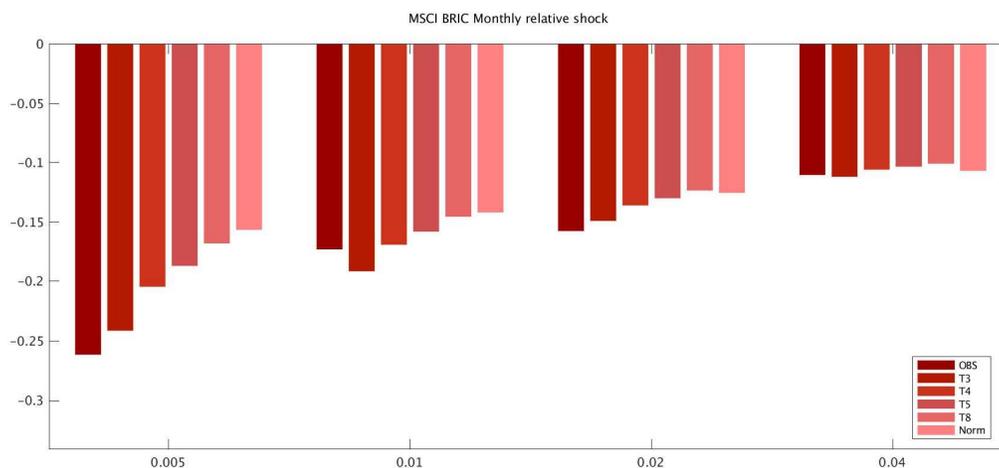
Maximum de vraisemblance et test de kolmogorov-Smirnov

Results of log-likelihood test for and of Kolmogorov-Smirnov test for MSCI BRIC	T3	T4	T5	T8	Norm
Log-likelihood	384	386	386	386	371
Kolmogorov-Smirnov	4.06%	4.07%	4.09%	4.11%	4.18%

Les meilleurs fitting sont obtenus par les distributions ayant une log-vraisemblance la plus élevé. Dans notre cas, il s'agit de la T4, T5 et T8.

Le test de K-S est un test non paramétrique, il est utilisé afin de mesurer l'écart entre la plus grande aberration de la fonction de répartition de la distribution mesurée par rapport aux données empiriques. On remarquera que aucun des tests n'est validé avec un intervalle de 5%.

Analyse des chocs



Les chocs se rapprochant le plus de la distribution empirique, sont les chocs de la distribution T3.

Annualisation de la distribution

Les distributions mensuelles sont annualisées afin d'avoir des chocs annuels. La méthode utilisée est une généralisation de la racine du temps appliqué sur des rendements logarithmiques. Les résultats finaux sont disponibles dans le tableau ci-dessous :

Monthly and annualized volatility factors and annualization factors for MSCI BRIC

	T3	T4	T5	T8	Norm
Monthly Volatility	4.88%	5.16%	5.36%	5.73%	6.93%
Annualisation Factor	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Annualised Volatility	19.49%	20.62%	21.42%	22.87%	27.68%

Il est alors possible de se représenter les stresses en choisissant quelques quantiles et de les comparer à la distribution empirique. Les résultats du scénario de baisse (qui est le scénario averse pour Generali Suisse) sont disponibles ci-dessous :

Annualized downward fitted shocks vs empirical shocks for MSCI BRIC

Distribution	1/10	1/25	1/50	1/100	1/200	Min
Empirical						-56.51%
T3	-19.31%	-33.17%	-43.67%	-54.17%	-64.43%	
T4	-19.06%	-31.37%	-40.17%	-48.72%	-57.03%	
T5	-19.06%	-30.55%	-38.48%	-45.99%	-53.19%	
T8	-19.34%	-29.80%	-36.59%	-42.76%	-48.46%	
Norm	-22.13%	-31.61%	-37.12%	-41.69%	-45.58%	

Sélection finale de la distribution

L'analyse statistique a montré dans un premier temps que la meilleure distribution pour la modélisation de l'indice MSCI BRIC était la loi de student T3. Cependant après annualisation des rendements, la distribution de student T3 à tendance à surestimer le choc (1/200), il se trouve être supérieur au choc maximum observé sur la période de la distribution empirique. Deux autres distributions ont des résultats statistiques robustes, il s'agit de la distribution T4 et T5, ces dernières ont comme avantages d'avoir des chocs se rapprochant du maximum empirique. Afin de garder une certaine stabilité et cohérence avec l'année 2018, la distribution retenue est la distribution de student T5.

3.1.6.1.2. Comparaison des chocs entre le modèle interne et la formule standard

Le tableau ci-dessous présente le résultat final de la calibration de chacun de ses indices et une comparaison avec le choc action de la formule standard.

Risk Factor	Index	Distribution	Location	Scale	1-in-200 YE19 (down)	Standard Formula ⁴	Maximum YoY Shock
EQ BRIC	MSCI BRIC	T5	10.5%	21.4%	-53.2%	-49%	-56.5%
EQ Ind	MSCI EMU Industrials	T4	8.9%	16.8%	-49.7%	-39%	-51.2%
EQ Fin	MSCI EMU Financials	T4	4.2%	20.9%	-60.1%	-39%	-63.3%
EQ ConDisc	MSCI EMU Cons. Discr.	T4	7.5%	16.5%	-49.7%	-39%	-50.1%
EQ NA	MSCI North America	T4	9.9%	12.1%	-36.8%	-39%	-42.6%
EQ CHF	MSCI Switzerland	T6	7.7%	14.1%	-36.1%	-39%	-36.5%
EQ Mat	MSCI EMU Materials	T4	8.0%	16.4%	-49.2%	-39%	-51.6%
EQ UK	MSCI UK	T3	10.2%	12.6%	-46.8%	-39%	-54.0%
EQ Util	MSCI EMU Utilities	T8	8.6%	17.5%	-39.5%	-39%	-41.5%
EQ ConStap	MSCI EMU Cons. Staples	T6	9.8%	13.4%	-33.0%	-39%	-34.9%
EQ IT	MSCI EMU IT	T5	8.8%	27.0%	-63.2%	-39%	-64.5%
EQ Health	MSCI EMU Healthcare	T6	8.5%	17.9%	-43.8%	-39%	-44.8%
EQ Energy	MSCI EMU Energy	T10	8.3%	15.6%	-33.8%	-39%	-34.3%
EQ Tel	MSCI EMU T/CM SVS	T5	6.4%	21.3%	-54.8%	-39%	-57.5%
EQ Jpn	MSCI Japan	T6	6.2%	18.3%	-42.4%	-39%	-46.6%
EQ EMU	MSCI EMU	T5	8.1%	16.4%	-43.9%	-39%	-46.3%
EQ PLN	MSCI Poland	T6	4.6%	19.8%	-49.7%	-39%	-51.5%
EQ CZK	MSCI Czech Republic	T8	7.8%	18.7%	-42.3%	-39%	-45.4%
EQ HUF	MSCI Hungary	T4	13.9%	24.2%	-62.3%	-39%	-62.7%
EQ Bulgaria	MSCI Bulgaria	T3	-9.3%	25.8%	-79.8%	-39%	-82.9%
EQ Russia	MSCI Russia	T3	14.2%	23.8%	-71.3%	-49%	-72.2%
EQ Slovakia	Slovakia BMI	Normal	9.4%	30.8%	-50.2%	-49%	-52.8%
EQ VolControl	EURSTOXX Risk Control 15	Normal	2.2%	11.7%	-24.3%	-39%	-22.9%

3.1.6.1.3. SCR du risque action

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Formule standard	Type 1: 38.92% Type 2: 48.92%	Type 1 :1 910 Type 2 :312	473
Modèle interne	Différent choc en fonction des indices (voir calibration)	2 412	444

Conversion rate : CHF/EURO : 1.0855

La classification des investissements en action diffère entre le modèle interne et la formule standard. La raison principale est une différence dans la comptabilisation dans la valeur des actifs des positions des produits dérivés.

⁴ L'ajustement symétrique est égal à -0.8%

Le SCR obtenu dans les deux cas de figure bénéficie de la diversification intra module de risque. Les chocs calibrés en modèle interne sont plus élevés que ceux de la formule standard cependant, l'effet de diversification entre les différents indices permet de diminuer l'exigence de capital du modèle interne. Dans le cas de la formule standard la diversification s'effectue entre les actions de type 1 et les actions de type 2. Les deux SCR restent tout de même proches avec une différence de 29 millions d'euro.

3.1.7. Modélisation des taux d'intérêt

L'environnement de taux bas que nous connaissons depuis ces dernières années et les différentes crises (pour citer les plus récentes, crise financière de 2008, crise de la dette dans la zone Euro en 2010, impact financier lié au COVID-19) placent la modélisation des taux au centre de l'attention des assureurs et des régulateurs. En effet les produits d'assurance vie commercialisés par les compagnies d'assurance dépendent dans la majeure partie des cas de l'évolution de ces taux d'intérêt. Ils permettent à l'assureur de proposer dans son offre produit une garantie minimum afin de rémunérer le contrat du client. Dans cette partie nous présenterons les différents types de modèles de taux puis une attention particulière sera accordée au modèle utilisé par Generali, le modèle LMM+ (*Libor Market Model With Stochastic Volatility*).

On distingue deux caractéristiques essentielles d'un modèle de taux et une caractéristique technique :

- Le modèle de taux doit pouvoir correctement représenter la structure par termes des taux d'intérêt et notamment la courbe des taux à la date de projection et cela sans création d'opportunité d'arbitrage.
- Intégrer une dynamique d'évolution de la courbe des taux cohérente avec celle observée sur les marchés financiers.
- De plus la mise en œuvre du modèle doit être relativement simple et permettre le calcul du prix des obligations et des produits dérivés par l'utilisation de formules fermées.

Ces modèles peuvent se classer en 3 catégories :

- **Les modèles à taux court** qui décrivent les dynamiques instantanées des taux spot, on les appelle aussi modèle d'équilibre général. Ils sont adaptés à des projections long termes et incluent des paramètres de retour à la moyenne. Les modèles de Vasicek et de Cox-Ingersoll-Ross (CIR) font partie de cette catégorie.
- **Les modèles avec absence d'arbitrage**, qui sont conçus pour répliquer la structure des taux d'intérêt. Les plus connus dans cette catégorie sont le modèle de Hull-White et Black-Karasinski. L'inconvénient est que les taux obtenus en sortie de ces modèles ne sont pas observables sur les marchés.
- La troisième catégorie de modèle qui inclut, le LIBOR et les Swaps market sont **des modèles qui décrivent directement l'évolution des taux observables sur les marchés**. Comme leurs noms l'indiquent ces modèles sont basés sur la simulation de taux LIBOR ou swaps forwards. Les modèles les plus connus sont le LIBOR Market Model (LMM), Brace-Gatarek-Musiela (BGM) et le Swap Market Model (SMM).

La dernière catégorie de modèle rencontre beaucoup de succès dans le choix de modélisation des assureurs, notamment avec le modèle LMM+ qui utilise les principes du modèle LMM en considérant une volatilité

stochastique et un facteur de déplacement qui permet de prendre en considération le phénomène de smiles (volatilité non constante en fonction du prix d'exercice de l'option) mais aussi de remédier au problème de taux explosifs et permettant au modèle de générer des taux négatifs. Ce modèle est celui qui a été retenu par Generali pour la modélisation de la courbe des taux nominal (somme de la vraie courbe des taux et de l'inflation modélisée). Le modèle de Vasicek à deux facteurs a été retenu pour la modélisation de la vraie courbe des taux. La vraie courbe des taux est calculée dans le but de modéliser l'inflation, cette dernière est obtenue par différence entre la courbe des taux nominales et la vraie courbe des taux. Dans la suite nous présenterons le modèle LMM+ qui est utilisé pour la génération de scénario risque neutre modélisé à travers les ESG. Cependant avant de décrire le modèle LMM+, il est important de rappeler certains concepts de base.

Définition et rappel du taux forward simple

Le taux forward $F(0, t, T)$ est un placement à terme synthétique contracté en 0 commençant en T et de durée $T - t$, le taux s'écrit :

$$(1 + F(0, t, T))^{T-t} = \frac{(1 + r(0, T))^T}{(1 + r(0, t))^t}$$

Où $r(0, t)$ est le taux Zéro Coupon (ZC) vu à $t = 0$ d'horizon t et $r(0, T)$ est le taux ZC vu à $t = 0$ d'horizon T .

Cette relation peut aussi s'écrire :

$$(1 + F(0, t, T))^{T-t} = \frac{P(0, t)}{P(0, T)}$$

Avec $P(0, t) = \frac{1}{(1 + r(0, t))^t}$ le prix ZC d'une obligation payant 1 à $t = t$

On obtient grâce à la formule du développement limité en $F(0, t, T)$:

$$(1 + F(0, t, T))^\alpha \simeq 1 + \alpha F(0, t, T)$$

Ce qui conduit à l'expression suivante :

$$F(0, t, T) = \frac{1}{T-t} \left(\frac{P(0, t)}{P(0, T)} - 1 \right)$$

Le taux forward est donc fixé aujourd'hui par le taux spot $r(0, t)$ et $r(0, T)$.

Définition et rappel du taux forward instantané

La notion de taux forward instantané relatif à l'instant futur T nous sera utile par la suite, il est implicite dans la courbe des taux des ZC de la date t et est défini par la relation :

$$f(t, T) = - \frac{\partial \ln P(t, T)}{\partial T}$$

On aura :

$$P(t, T) = \exp\left(-\int_t^T f(t, u) du\right)$$

On définit le prix de ZC forward vu à t et de maturité T :

$$P(0, t, T) = \frac{P(0, t)}{P(0, T)}$$

Ou encore :

$$P(0, t, T) = \exp\left(-\int_t^T f(t, u) du\right)$$

$P(0, t, T)$ est la valeur en $t = 0$ du montant à payer en t pour acheter une obligation de ZC qui versera 1 euro en T .

Le modèle LMM

Le modèle LMM appartient à la catégorie des modèles Heath, Jarrow et Morton plus communément appelé HJM. Il se focalise sur la modélisation discrète des taux forward contrairement au HJM qui modélise le taux forward instantané (voir paragraphe précédent). Les taux Libor forward sont appliqués à des intervalles de temps discret et utilisent la définition discrète des intérêts composés. Un des avantages des taux obtenus avec le LMM est qu'ils sont observables sur les marchés financiers.

On suppose l'existence d'une série de maturité $T_0 \dots T_N$, la date courante est noté $0 \leq t \leq T_0$ et la date de négociation du contrat forward est supposé prendre place en $t = 0$. On notera $L(t, T_n)$ le taux Libor forward entre les date T_n et T_{n+1} , avec $P(t, T_n)$ le prix d'un ZC de maturité T_n en date $t \leq T_n$. Alors en se référant à la définition du taux forward simple nous pouvons écrire :

$$L(t, T_n) = \frac{1}{T_{n+1} - T_n} \times \left(\frac{P(t, T_n)}{P(t, T_{n+1})} - 1 \right)$$

Le modèle suppose que les taux forward sont lognormaux, de plus sous la probabilité n forward neutre Q^n $L(t, T_n)$ est une martingale sous sa propre mesure forward c'est-à-dire la mesure associée à $P(t, T_{n+1})$. En appelant $\sigma_L(t)$ la volatilité instantané du taux Libor forward $L(t, T_n)$ on obtient la dynamique suivante sous la mesure forward-neutre $Q^{T_{n+1}}$:

$$dL(t, T_n) = L(t, T_n) \sigma_L(t) dW^{n+1}(t)$$

Avec W^{n+1} un brownien standard sous $Q^{T_{n+1}}$.

L'expression de la dynamique de ce taux sous la mesure forward Q^{T_m} avec $m < n$ à laquelle on associe le prix d'un ZC $P(t, T_n)$ n'est pas une martingale et est donnée par relation suivante :

$$dL(t, T_n) = L(t, T_n) \sigma_L(t) \left[dW^{T_m}(t) + \sum_{k=m+1}^N \frac{(T_{k+1} - T_k) \sigma_L(t) L(t, T_k)}{1 + (T_{k+1} - T_k) L(t, T_k)} dt \right]$$

Nous partons du taux Libor forward défini dans l'équation 8. Afin de faciliter la démonstration posons $D = T_{n+1} - T_n$ nous obtenons l'expression suivante :

$$9 \ L(t, T_n)P(t, T_{n+1}) = \frac{1}{D} (P(t, T_n) - P(t, T_{n+1}))$$

Sous une certaine mesure de probabilité Q^t nous pouvons écrire:

$$\frac{A(t)}{X(t)} = E \left(\frac{A(S)}{X(S)} \middle| Q^t \right)$$

Dans le cas du Libor l'expression devient :

$$\frac{L(t, T_n)P(t, T_{n+1})}{X(t)} = E \left(\frac{L(S, T_n)P(S, T_{n+1})}{X(S)} \middle| Q^t \right)$$

En considérant $X(t)$ comme étant le prix d'un zéro coupon en $n+1$, l'expression précédente se retrouve simplifier

$$\frac{L(t, T_n)P(t, T_{n+1})}{P(t, T_{n+1})} = E \left(\frac{L(S, T_n)P(S, T_{n+1})}{P(S, T_{n+1})} \middle| Q^t \right)$$

$$L(t, T_n) = E(L(S, T_n) | Q^t)$$

$L(t, T_n)$ est une martingale sous Q^{T_n+1} entre T_n et T_{n+1} et nous pouvons écrire :

$$\frac{dL(t, T_n)}{L(t, T_n)} = \sigma_L(t, T_n) dW^{T_{n+1}}(t)$$

Preons le cas ou $X(t)$ est de maturité différente :

$$10 \ \frac{L(t, T_n)P(t, T_{n+1})}{P(t, T_n)} = E \left(\frac{L(S, T_n)P(S, T_{n+1})}{P(S, T_n)} \middle| Q^t \right)$$

Dans ce cas $L(t, T_n)$ n'est pas une martingale avec l'apparition du drift μ_{n-1} :

$$\frac{dL(t, T_n)}{L(t, T_n)} = \mu_{n-1}(t, T_n) dt + \sigma_L(t, T_n) dW^{T_{n-1}}(t)$$

D'après l'équation 10 nous pouvons écrire :

$$L(t, T_n) = E^{T_{n-1}} \left(L(S, T_n) \frac{P(t, T_n)P(S, T_{n+1})}{P(S, T_n)P(t, T_{n+1})} \middle| Q^t \right)$$

Considérons la dérivée de Radon-Nikodym sous Q^{T_n} :

$$\frac{dQ^{T_n}}{dQ^{T_{n-1}}} = \frac{P(t, T_n) \times P(0, T_{n+1})}{P(t, T_{n+1}) \times P(0, T_n)}$$

D'après l'équation 9 que l'on écrit à $t = 0$

$$\frac{P(0, T_n)}{P(0, T_{n+1})} = 1 + DL(0, T_n)$$

Alors :

$$\frac{dQ^{T_n}}{dQ^{T_{n-1}}} = \frac{1 + DL(t, T_n)}{1 + DL(0, T_n)}$$

Maintenant posons $Z_t = \frac{1+DL(t, T_n)}{1+DL(0, T_n)}$

En calculant la dérivée de Z_t nous obtenons :

$$dZ_t = \frac{DdL(t, T_n)}{1 + DL(0, T_n)} = \frac{D\sigma_L(t, T_n) dW^{T_n}(t)}{1 + DL(0, T_n)}$$

En divisant par Z_t nous obtenons :

$$\frac{dZ_t}{Z_t} = \frac{D\sigma_L(t, T_n)L(t, T_n) dW^{T_n}(t)}{1+DL(t, T_n)}$$

D'après le théorème de Girsanov si $W^{T_n}(t)$ est un mouvement brownien sous Q^{T_n} et en introduisant un processus : $y(t) = \int_0^t y_u du$

$W^{T_{n-1}}(t) = W^{T_n}(t) - \int_0^t y_u du$ est un mouvement brownien sous la mesure $Q^{T_{n-1}}$ définie par la dérivé de Radon-Nikodym :

$$\frac{dQ^{T_{n-1}}}{dQ^{T_n}} = \exp\left(-\frac{1}{2} \int_0^t y_u^2 du + \int_0^t y_u dW_u^{T_n}\right)$$

Nous pouvons écrire :

$$11 \quad dW^{T_{n-1}}(t) = dW^{T_n}(t) - y_t dt$$

En utilisant la dérivé de Radon-Nikodym on identifie y_t dans l'expression de $\frac{dZ_t}{Z_t}$ tels que:

$$y_t = \frac{D\sigma_L(t, T_n)L(t, T_n)}{1 + DL(t, T_n)}$$

On obtient en remplaçant y_t dans 11 :

$$dW^{T_{n-1}}(t) = dW^{T_n}(t) - \frac{D\sigma_L(t, T_n)L(t, T_n)}{1 + DL(t, T_n)} dt$$

Nous pouvons donc écrire la dynamique de $L(t, T_n)$

$$\frac{dL(t, T_n)}{L(t, T_n)} = \sigma_L(t, T_n) \left(dW^{T_{n-1}}(t) - \frac{D\sigma_L(t, T_n)L(t, T_n)}{1+DL(t, T_n)} dt \right)$$

En faisant intervenir T_{n-2} et en utilisant la notation somme :

$$\frac{dL(t, T_n)}{L(t, T_n)} = \sigma_L(t, T_n) \left(dW^{T_{n-2}}(t) + \sum_{k=(n-2)+1}^n \frac{D\sigma_L(t, T_k)L(t, T_k)}{DL(t, T_k) + 1} dt \right)$$

Posons $m = n - 2$ et nous obtenons le résultat final pour un coupon dont la maturité est plus courte que le numéraire :

$$dL(t, T_n) = L(t, T_n)\sigma_L(t, T_n) \left[dW^{T_m}(t) + \sum_{k=m+1}^n \frac{D\sigma_L(t, T_k)L(t, T_k)}{1 + DL(t, T_k)} dt \right]$$

Dans le cas où on utilise un coupon dont la maturité est supérieure au numéraire $M > n$, la formule s'écrira :

$$dL(t, T_n) = L(t, T_n)\sigma_L(t) \left[dW^{T_M}(t) - \sum_{k=n+1}^M \frac{D\sigma_L(t, T_k)L(t, T_k)}{1 + DL(t, T_k)} dt \right]$$

Le modèle LMM+

Le modèle LMM+ fait partie de la famille des modèles basés sur la simulation de taux forward. Il s'agit d'une extension du Libor Market Model présenté précédemment et plus spécifiquement du LMM avec un facteur de déplacement (displacement factor) dans la diffusion des taux forward, ce modèle est aussi appelé DD LMM avec DD pour Displaced Diffusion. La caractéristique du LMM+ réside dans la considération d'une volatilité stochastique. Cette extension proposée par Lixin Wu et Fan Zhan (2006) peut être comparée à l'extension du modèle de Black and Scholes faite par Heston. Cependant il n'existe pas de fonction analytique tel que la fonction génératrice de moment, des techniques d'approximation numériques comme des simulations de Monté Carlo seront nécessaires afin d'obtenir le prix des swaptions.

$$\begin{cases} d(L_k(t) + \delta) = (L_k(t) + \delta)V(t) \sum_{j=\beta(t)}^k \frac{\gamma_k(t)\gamma_j(t)\tau_j(L_j(t) + \delta)}{1 + \tau_j F_j(t)} dt + \sqrt{V(t)}\gamma_k(t)(L_k(t) + \delta)dZ^d(t) \\ dV(t) = k(\theta - V(t))dt + \varepsilon\sqrt{V(t)}dW(t) \text{ et } d\langle W, Z^d \rangle = \rho dt \end{cases}$$

Avec $(k, \theta, \varepsilon, V(0))$ strictement positif et vérifiant la condition de « Feller » c'est-à-dire :

$$\varepsilon^2 < 2k\theta$$

Où :

k est la vitesse de retour à la moyenne

θ est la moyenne de long terme de la variance

ε est la variabilité de la variance stochastique autour de sa tendance

W est un mouvement brownien

δ est le coefficient de déplacement

Comme démontré dans le document de Lixin Wu et Fan Zhan, le modèle LMM+ permet un calibrage du smile de volatilité et aussi la génération de taux négatifs.

3.1.7.1. Calibration du risque de taux

Le risque de taux est défini comme étant une perte potentielle de fonds propre liée à l'augmentation ou à la baisse des taux d'intérêts⁵. Dans notre cas il s'agit de l'évolution des taux liés au Franc Suisse ou CHF. Les expositions au risque de taux proviennent des actifs ou des passifs directement ou indirectement investis dans des produits sensibles au mouvement des taux d'intérêt comme par exemple les obligations d'Etats, les obligations d'entreprises, des swaps et autres produits financiers faisant intervenir les taux lors de la valorisation de ses derniers.

La modélisation du risque de taux est basée sur un changement de la valeur des taux en prenant en compte les critères ci-dessous :

- Utilisation de la courbe des taux du Franc Suisse (CHF)
- Utilisation de la variation logarithme avec shift (plus de détail dans la partie suivante)
- Un grand nombre de réalisations de l'évolution de la courbe des taux sera simulées avec le modèle LMM+

Afin de calculer le choc appliqué à la courbe des taux Generali utilise une approche basée sur le changement logarithmique des taux avec shift (l'introduction du shift permet la simulation de taux négatifs mais aussi de maîtriser les valeurs maximales simulées afin d'éviter les valeurs aberrantes). Les chocs sont calculés selon la formule suivante :

$$r_{Shocked} = (r_{Base} - s)e^{shock} + s^6$$

$r_{Shocked}$ and r_{Base} représente la courbe centrale et choqué des taux
s représente le shift

3.1.7.1.1. Données

Les données nécessaires à la calibration du risque de taux sont mises à disposition par Bloomberg. Cependant des étapes supplémentaires sont requises avant d'effectuer la calibration. Elles sont présentées ci-dessous :

1. Calcul de la variation logarithmique des taux mensuels avec application du shift

$$\Delta r_t = \ln \left(\frac{r_t - s}{r_{t-1} - s} \right)$$

Si des données sont manquantes, par exemple certaines maturités de la courbe des taux, la méthode de Smith-Wilson sera appliquée. Il s'agit de la méthode utilisée par l'EIOPA pour définir les courbes de taux utilisés dans le calcul de la Formule Standard

2. Utilisation de la méthode d'analyse en composante principale afin de décomposer le mouvement de la courbe des taux en trois facteurs, niveau, pente et courbure. En effet, ces 3 composantes sont suffisantes afin d'expliquer le mouvement de la courbe

⁵ Generali modélise dans son modèle interne séparément le risque de volatilité des taux qui ne sera pas présenté dans ce mémoire

⁶ Le shift ou facteur de déplacement est calibré au niveau du Groupe en utilisant des données historiques et aussi des jugements d'expert il est de -2.13% pour le franc Suisse en 2019

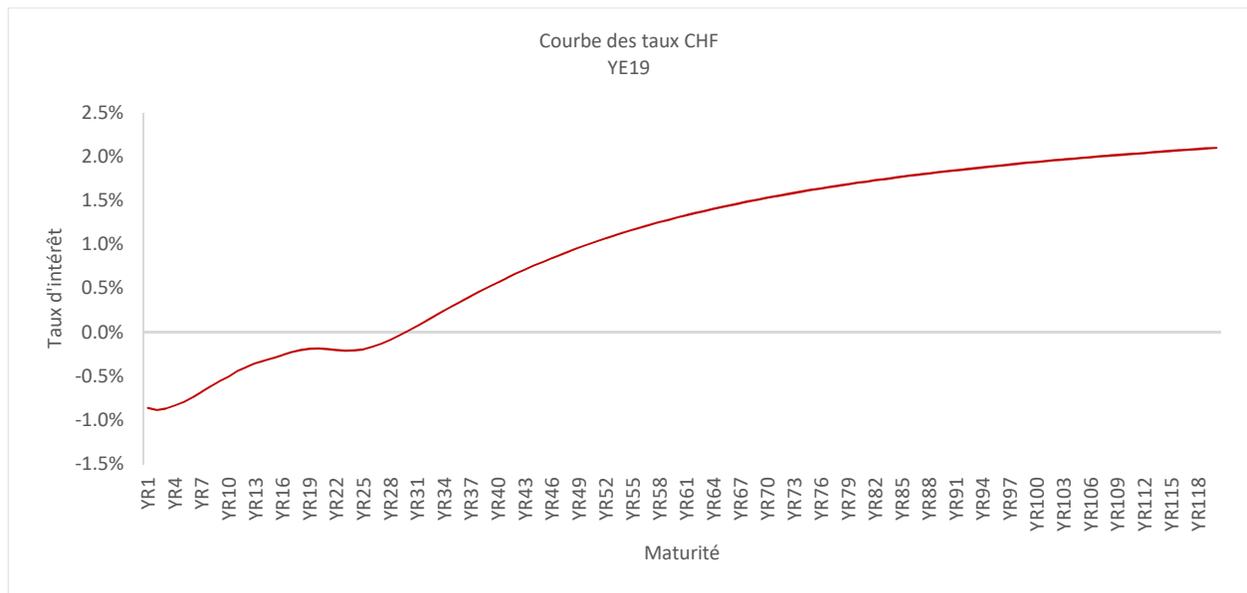
3. Sélection et calcul des paramètres de la fonction de distribution et analyse des indicateurs statistiques
4. Annualisation des distributions mensuelles logarithmiques
5. Choix de la distribution final

La partie suivante présentera la calibration des chocs pour la courbe des taux du Franc Suisse (CHF).

Calibration du risque de taux pour le Franc Suisse

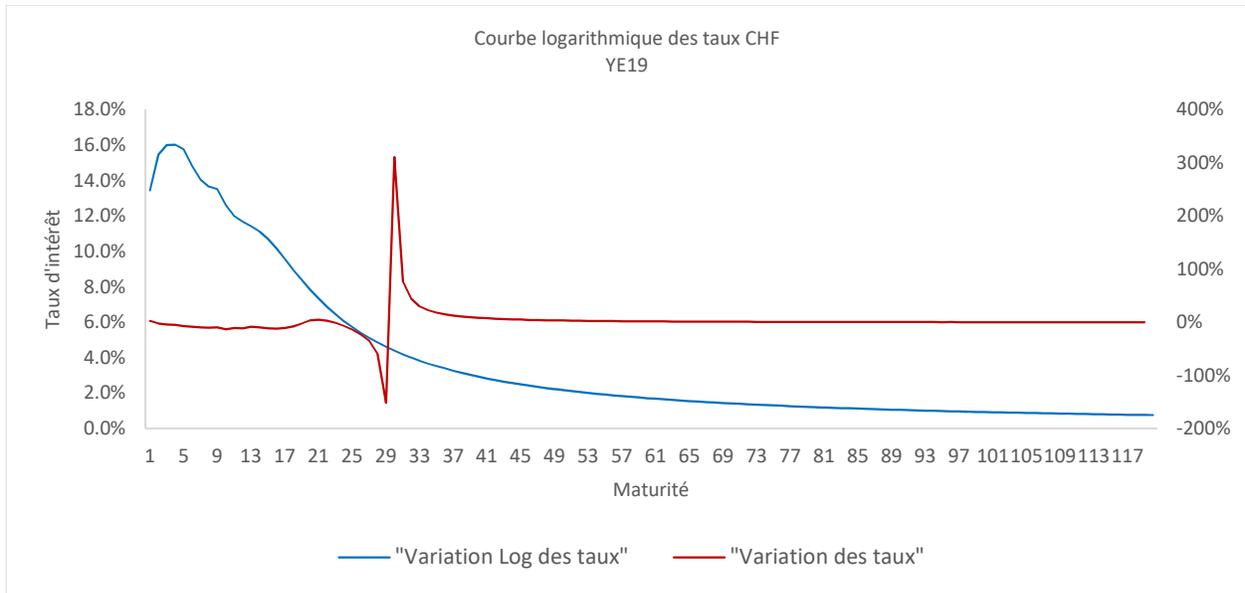
Information sur les données utilisées

Time Series	Start Date	End Date	Maturity
CHF	31/01/1995	30/09/2019	1-15



Le graphique ci-dessus représente la courbe mensuelle des taux CHF au 30/09/2019. Elle a été prolongée jusqu'à 120 ans à l'aide de la méthode de Smith Wilson (les paramètres sont disponibles dans le tableau ci-dessous). Ces données seront utilisées afin de mettre en place les étapes présentées précédemment.

Currency	Ultimate forward rate	Speed of convergence	Last Liquid Point
CHF	2.90%	40Y	25Y



Le retraitement des données en passant par un calcul logarithmique de la variation des taux et de la considération d'un facteur shift permet d'avoir des données plus stable afin d'avoir une meilleure calibration du risque.

Le shift calculé est de -213bps cependant pour des raisons de prudence Generali considéra un shift de -215bps. Ce dernier étant calculé comme étant la somme du minimum mensuel et de la volatilité des taux dans un environnement de taux bas (inférieur à 1%) pour toutes les maturités.

Analyse en composante principale (ACP)

La technique de l'ACP est utilisée afin de réduire la dimension de la variation logarithmique de la courbe des taux. En effet sans utilisation de l'ACP il aurait été quasiment impossible de stresser toutes les maturités pour chaque simulation de la courbe à cause de la puissance de calcul requise.

Mathématiquement cela se traduit par la formule suivante où la variation logarithmique de la courbe de taux représentée par X peut s'exprimer comme une combinaison linéaire de vecteurs orthogonaux ou encore appelés vecteurs propres :

$$X = X_1 VP^1 + X_2 VP^2 + X_3 VP^3 + \dots + X_n VP^n$$

Avec les vecteurs propres⁷ suivants $VP^1, VP^2, VP^3, \dots, VP^n$ et composantes principales $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$. Dans la suite 3 composantes principales seront retenues afin d'expliquer le mouvement de la log-variation de la courbe des taux.

Ce qui revient à écrire par rapport à notre modèle:

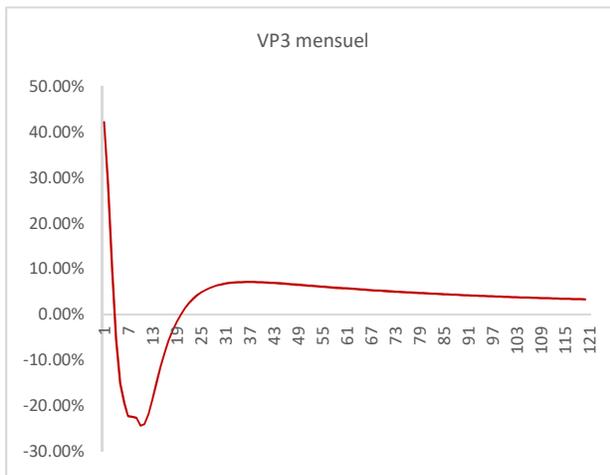
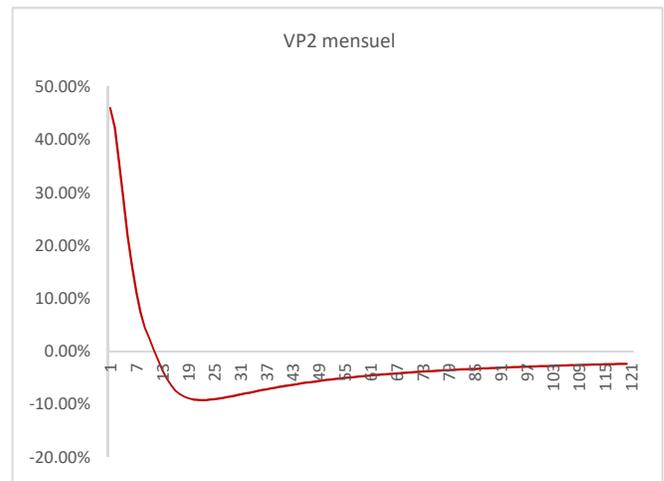
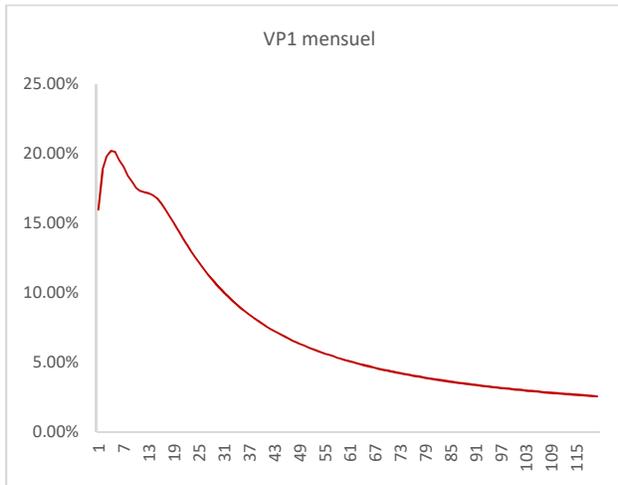
$$\begin{pmatrix} \ln\left(\frac{r_{1Y,t-s}}{r_{1Y,t-1-s}}\right) \\ \ln\left(\frac{r_{2Y,t-s}}{r_{2Y,t-1-s}}\right) \\ \vdots \\ \ln\left(\frac{r_{nY,t-s}}{r_{nY,t-1-s}}\right) \end{pmatrix} = X_1 \begin{pmatrix} VP_{1Y}^1 \\ VP_{2Y}^1 \\ \vdots \\ VP_{nY}^1 \end{pmatrix} + X_2 \begin{pmatrix} VP_{1Y}^2 \\ VP_{2Y}^2 \\ \vdots \\ VP_{nY}^2 \end{pmatrix} + X_3 \begin{pmatrix} VP_{1Y}^3 \\ VP_{2Y}^3 \\ \vdots \\ VP_{nY}^3 \end{pmatrix}$$

Avec:

⁷ Le signe des vecteurs propre n'a pas d'impact sur les résultats de la calibration

$r_{i,t}$, le taux d'intérêt pour la maturité i au temps t
 X , représente les composantes principales
 VP_i représente les vecteurs propres

Ci-dessous la représentation des vecteurs propres:

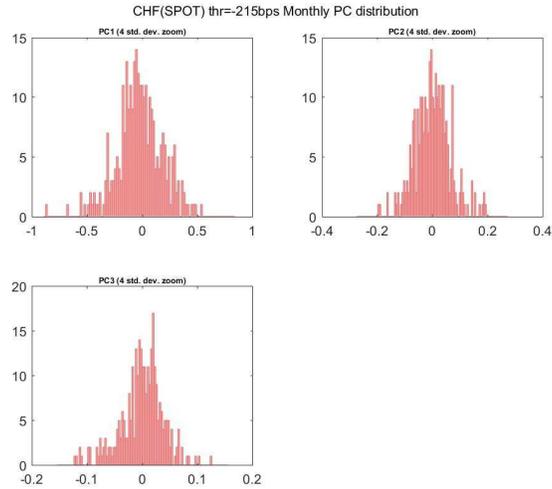


PC	Explained Variance (Monthly, %)	Rolling
PC1	86.51	86.5
PC2	9.35	95.9
PC3	2.95	98.8
PC4	0.71	99.5
PC5	0.24	99.8
PC6	0.11	99.9
PC7	0.06	99.9
PC8	0.02	100.0
PC9	0.02	100.0
PC10	0.01	100.0

Les 3 premiers vecteurs propres expliquent 98.8% de la volatilité. Ce qui est suffisant amplement suffisant pour avoir une modélisation robuste.

Fitting de la distribution

De manière analogue au risque action, une selection de distribution statistique sera effectuer. Pour cela la représentation en histogramme aidera à identifier les candidats potentielles.

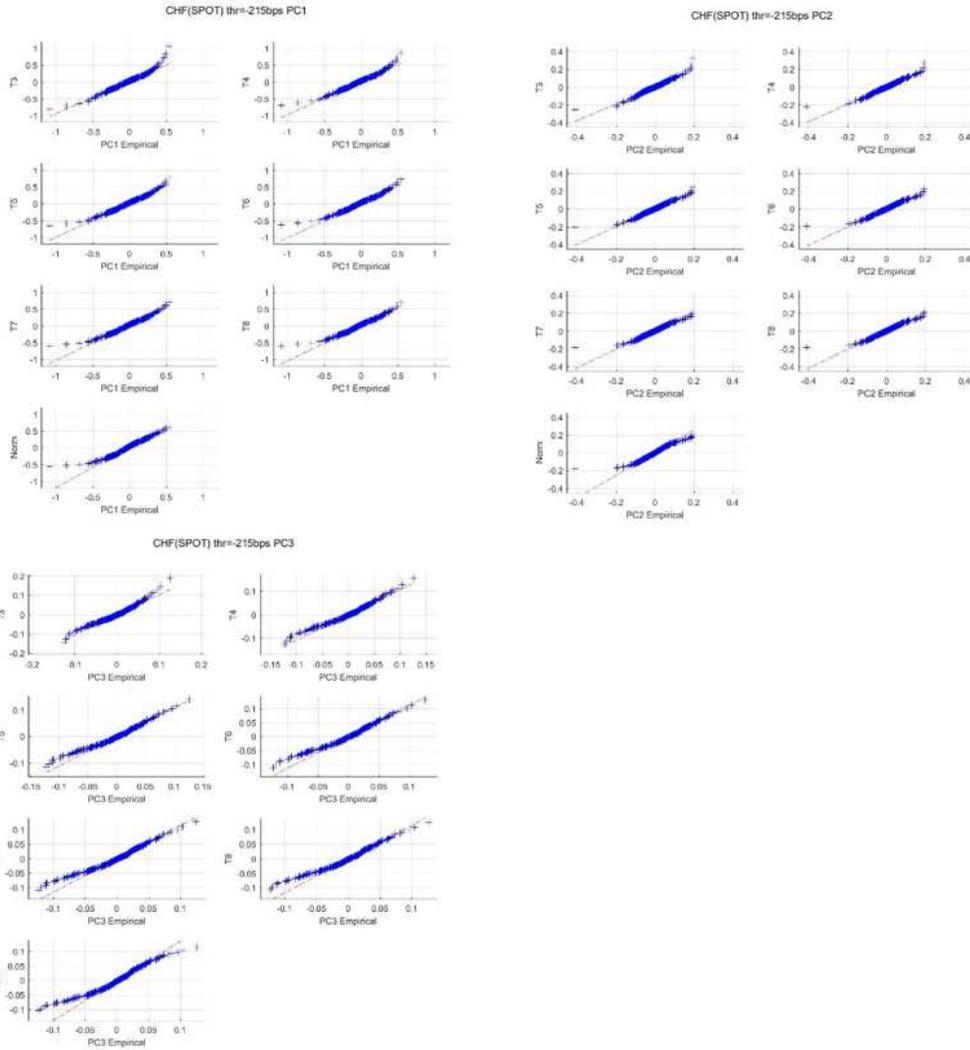


Les distributions retenues sont la distribution de student avec différents degrés de libertés et la distribution normale. L'utilisation de la méthode du maximum de vraisemblance sur les composantes principales permet d'obtenir les paramètres des différentes distributions sélectionnées.

	CHF						Norm
	T3	T4	T5	T6	T7	T8	
PC1	0.159	0.169	0.176	0.181	0.185	0.189	0.228
PC2	0.049	0.052	0.054	0.056	0.057	0.058	0.075
PC3	0.028	0.030	0.031	0.032	0.033	0.034	0.042

Le test quantile-quantile ou Q-Q plot

Cet outil graphique s'avère très utile pour comparer deux distributions de probabilités en représentant graphiquement les quantiles par rapport aux autres. Plus proche sont les réalisations de la diagonale plus les distributions sont similaires.

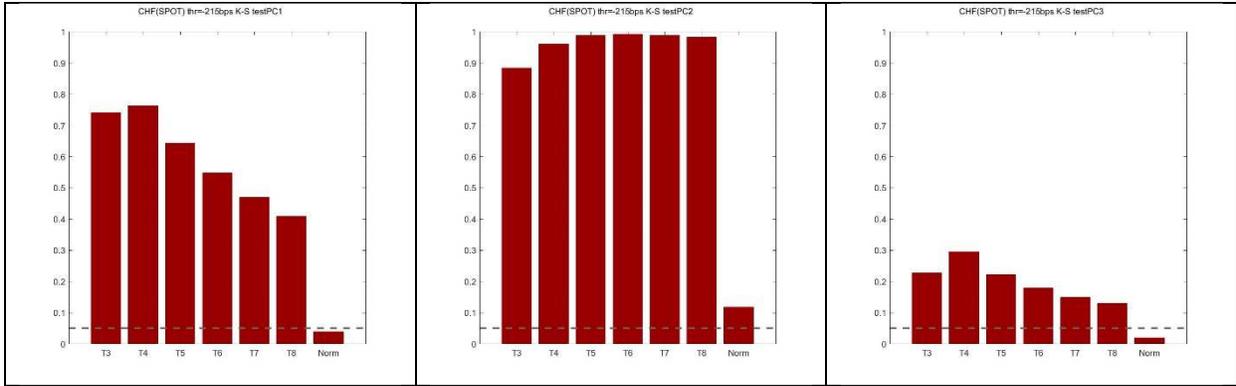


L'analyse du Q-Q plot permet de retenir deux distributions distribution de student T4 et T5.

Maximum de vraisemblance et test de kolmogorov-Smirnov

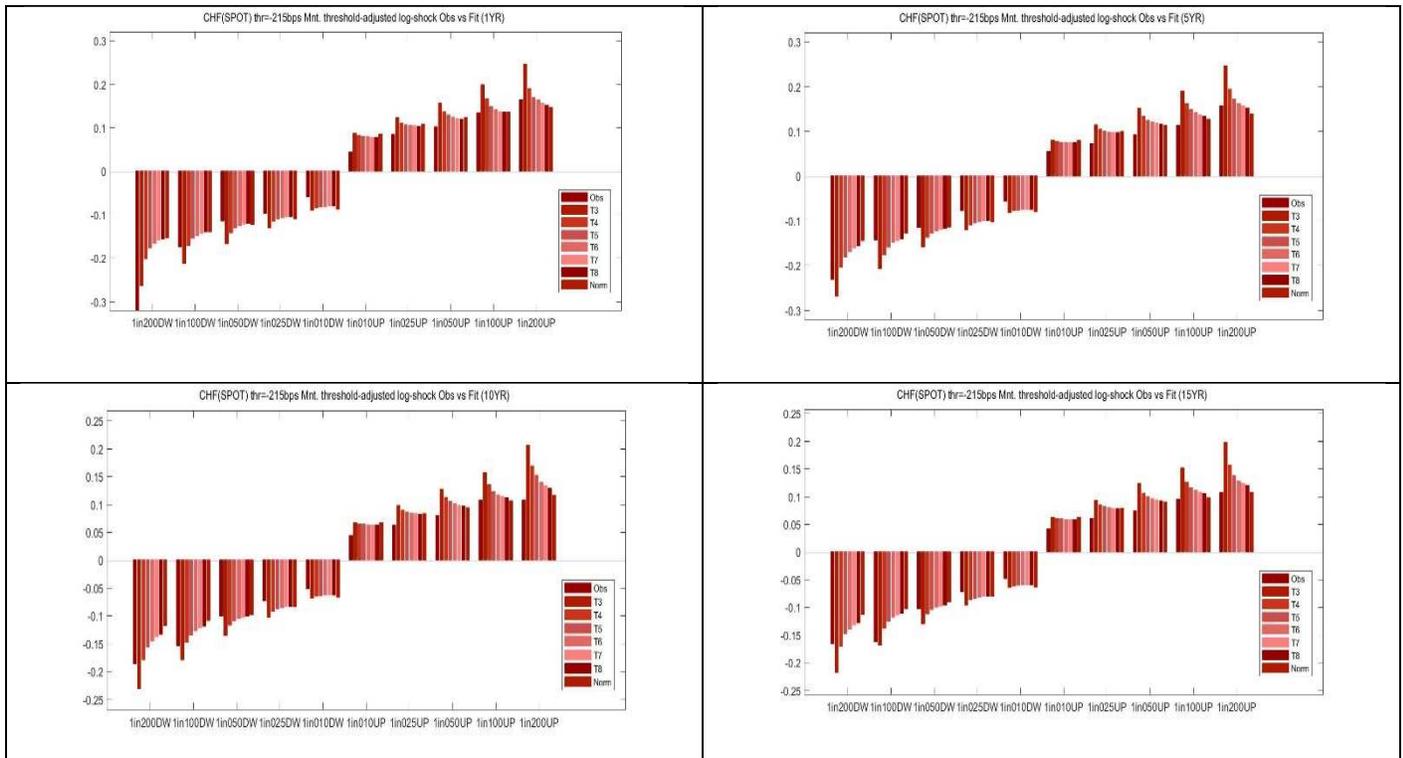
Maximum de vraisemblance	T3	T4	T5	T6	T7	T8	Norm
PC1	30	32	32	32	31	31	18
PC2	376	377	376	375	374	373	347
PC3	538	539	538	537	536	535	518

Les meilleurs fitting sont données par les distributions ayant une log-vraisemblance la plus élevée. Dans notre cas, il s'agit de la T4, T5 et T6.



Le test de K-S est un test non paramétrique, il est utilisé afin de mesurer l'écart entre la plus grande aberration de la fonction de répartition de la distribution mesurée par rapport aux données empiriques. Le test de la loi normale n'est pas validé.

Analyse des chocs



Les chocs se rapprochant le plus de la distribution empirique, sont les chocs de la distribution T5. Les distributions T3 et T4 ont tendance à surestimer le stress appliqué en comparaison avec la distribution empirique.

Annualisation de la distribution

Les distributions mensuelles sont annualisées afin d'avoir des chocs annuels. La méthode utilisée est une généralisation de la racine du temps appliqué aux composantes principales mensuelles. Elle est aussi utilisée pour annualiser les vecteurs propres.

Les résultats finaux sont disponibles dans le tableau ci-dessous :

Anulization factor	CHF	Annualized volatility parameters CHF							
		T3	T4	T5	T6	T7	T8	Norm	
PC1	3.61								
PC2	3.62	PC1	0.573	0.609	0.634	0.653	0.668	0.680	0.821
PC3	3.55	PC2	0.178	0.188	0.196	0.202	0.207	0.211	0.271
		PC3	0.100	0.106	0.111	0.115	0.118	0.120	0.149

Il est alors possible de se représenter les stress en choisissant quelques quantiles et de les comparer à la distribution empirique. Les résultats du scénario de baisse des taux (qui est le scénario averse pour Generali Suisse) sont disponibles ci-dessous :

Percentile	Distribution	YR001	YR002	YR003	YR004	YR005	YR006	YR007	YR008	YR009	YR010	YR015
lin200DW	T5	-77%	-72%	-68%	-66%	-65%	-64%	-61%	-60%	-58%	-57%	-55%
lin100DW	T5	-67%	-62%	-59%	-58%	-55%	-53%	-52%	-51%	-50%	-49%	-46%
lin050DW	T5	-55%	-52%	-48%	-46%	-45%	-44%	-42%	-41%	-40%	-40%	-38%
lin025DW	T5	-47%	-43%	-40%	-38%	-36%	-35%	-34%	-33%	-33%	-32%	-31%
lin010DW	T5	-35%	-32%	-29%	-28%	-27%	-26%	-25%	-24%	-24%	-23%	-22%
lin010UP	T5	34%	31%	29%	27%	26%	26%	25%	24%	24%	23%	22%
lin025UP	T5	45%	42%	39%	36%	35%	34%	33%	33%	32%	32%	30%
lin050UP	T5	54%	50%	47%	45%	43%	42%	41%	40%	39%	38%	37%
lin100UP	T5	63%	60%	56%	54%	52%	50%	48%	47%	46%	45%	42%
lin200UP	T5	73%	68%	65%	63%	61%	60%	59%	57%	56%	55%	51%

Diff. DOWN	YR001	YR002	YR003	YR004	YR005	YR006	YR007	YR008	YR009	YR010	YR015
T3	-22%	-22%	-28%	-29%	-23%	-21%	-20%	-18%	-16%	-14%	-11%
T4	-5%	-5%	-2%	-17%	-1%	-9%	-8%	-6%	-4%	-3%	-1%
T5	3%	1%	5%	-11%	6%	3%	3%	1%	1%	2%	4%
T6	6%	6%	0%	-7%	3%	1%	0%	2%	4%	4%	6%
T7	9%	7%	2%	-4%	1%	1%	2%	4%	5%	6%	8%
T8	10%	9%	3%	-3%	0%	2%	3%	5%	7%	7%	9%
Norm	12%	10%	5%	1%	4%	6%	7%	9%	10%	11%	12%

La comparaison des stresses pour les différentes maturité (1/100) des distributions sélectionnées montre que la distribution de student est celle qui se rapproche le plus de la distribution empirique (le benchmark).

Sélection finale de la distribution

L'analyse statistique dans un premier temps montre que la meilleure distribution pour la modélisation des taux est la loi de student T4 et T5. Cependant après annualisation des rendements, la distribution de student T4 à tendance à surestimer le choc (1/200), il se trouve être supérieur au choc maximum observé sur la période de la distribution empirique. La distribution T5 est celle dont les chocs à travers les différentes maturités se rapproche le plus de la distribution empirique, elle sera donc naturellement sélectionnée.

3.1.7.1.2. Comparaison des chocs entre le modèle interne et la formule standard

Percentile	Type	YR001	YR002	YR003	YR004	YR005	YR006	YR007	YR008	YR009	YR010	YR015
lin200DW	IM	-77%	-72%	-68%	-66%	-65%	-64%	-61%	-60%	-58%	-57%	-55%
lin200DW	SF	-75%	-65%	-56%	-50%	-46%	-42%	-39%	-36%	-33%	-31%	-27%

Une comparaison de quelques maturités des chocs calibrés avec la modèle interne par rapport aux chocs de taux de la formule standard montre que les chocs à la baisse des taux du modèle interne sont plus élevés. La section suivante quantifiera l'impact de ces chocs plus élevé mais aussi le fait que la formule standard possède une valeur planchée lorsque les taux sont négatifs.

3.1.7.1.3. SCR du risque de taux

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Formule standard	Baisse des taux FS	13 614	61
Modèle interne	Baisse des taux MI	13 143	591

Conversion rate : CHF/EURO : 1.0855

La courbe des taux centrale du franc Suisse est très basse dans les maturités inférieures à 16 ans, ce qui a pour effet de ne pas générer de stress pour la formule standard étant donné que cette dernière possède une valeur planchée (ce point est actuellement en cours de discussion au sein de EIOPA). Le SCR de taux d'intérêt de la formule standard se révèle donc être bien inférieur à celui du modèle interne où la courbe des taux a été stressé sur toutes les maturités. Ce cas de figure est propre à un environnement de taux extrêmement bas, ce qui par exemple est loin d'être le cas en Asie (la courbe des taux sans risque sans ajustement de la volatilité de la Chine varie entre 2.5% et 3.5% pour les actifs).

3.1.8. Risque de spread de crédit

Le risque de crédit est le risque lié à la perte de fonds propre dû à un changement de la valeur des actifs de crédit. Cette perte est calculée en faisant la différence entre la valeur de marché des actifs et la valeur du passif.

Le risque de crédit affecte aussi bien l'actif que le passif :

- Une perte est observée sur l'actif lorsque l'émetteur de la dette fait défaut ou lorsque la valeur de marché d'un actif (qui n'a pas fait défaut) se réduit.
- Les pertes ou gain du passif sont liées à une perte de bénéfice des assurés provoquée par la perte liée aux actifs ou le changement dans la valeur des actifs de crédit peut avoir un impact direct sur le taux d'actualisation utilisé pour évaluer le passif.

Il est modélisé aux travers des ESG en suivant les principes du modèle de Jarrow-Lando-Turnbull. Ce modèle sera présenté dans cette section afin de comprendre les mécanismes sous-jacent.

Présentation du modèle de Jarrow-Lando-Turnbull (JLT)

Sous les hypothèses du modèle présenté par les auteurs dans leur document de recherche « A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads », le prix d'une obligation ZC risqué peut être représenté par l'expression suivante :

$$v(t, T) = p(t, T)[\delta + (1 - \delta)Q_t(\tau > T)]$$

Avec :

$p(t, T)$ le prix d'un ZC sans risque, qui peut être obtenu avec n'importe quel modèle de taux comme (LMM+, Hull-White, Black Karasinsky...)

δ est une constante exogène qui représente la part du coupon qui sera récupéré en cas de default, elle est aussi appelée taux de recouvrement. Ce paramètre peut être estimé en utilisant des données historiques.

$Q_t(\tau > T)$ est une matrice de transition de Chaîne de Markov sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q} contenant les notations pour chacune des maturités.

Preuve :

Considérons $p(t, T)$ le prix d'une obligation ZC sans default au temps t et payant 1 euro à T . On suppose l'existence de taux forward de toutes les maturités et définis par la relation suivante :

$$f(t, T) \equiv -\ln\left(\frac{p(t, T+1)}{p(t, T)}\right)$$

Le taux sans risque sera noté $r(t)$ et défini par $r(t) \equiv f(t, t)$.

$B(t)$ est la rémunération d'un actif sans risque défini par :

$$B(t) = \exp\left(\sum_{i=0}^{t-1} r(i)\right)$$

Le prix de l'obligation ZC sans risque peut s'écrire selon les hypothèses précédentes :

$$p(t, T) = E^{\mathbb{Q}}\left(\frac{B(t)}{B(T)}\right)$$

Maintenant nous considérons une obligation risqué à l'instant t et qui paye un coupon en T . On notera une telle obligation $v(t, T)$. Il existe une probabilité que ce paiement ne soit pas effectué en T et on notera δ le taux de recouvrement constant en cas de défaut en τ avec $\delta < 1$. On pourra écrire le prix de cette obligation risqué :

$$v(t, T) = E^{\mathbb{Q}}_t \left(\frac{B(t)}{B(T)} (\delta \mathbb{I}_{\{\tau \leq T\}} + \mathbb{I}_{\{\tau > T\}}) \right)$$

Jarrow Lando and Turnbull considèrent que l'évènement où est défini le taux sans risque et l'évènement de default en τ sont indépendants sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q}_t . Cette hypothèse formulée par les auteurs nous permet de développer l'équation précédente :

$$v(t, T) = E^{\mathbb{Q}}_t \left(\frac{B(t)}{B(T)} \right) E^{\mathbb{Q}}_t \left((\delta \mathbb{I}_{\{\tau \leq T\}} + \mathbb{I}_{\{\tau > T\}}) \right)$$

$$12 \quad v(t, T) = p(t, T)(\delta + (1 - \delta)Q_t(\tau > T))$$

Comme nous pouvons l'observer dans l'équation précédente le challenge de l'estimation du prix de cette obligation risqué réside dans l'estimation de la distribution $Q_t(\tau > T)$. Nous allons donc utiliser une chaîne de Markov afin de représenter les différents états de cette obligation.

Modélisation du risque de crédit par une Chaîne de Markov (Cas discret)

Considérons un espace fini $E = \{1, \dots, K\}$ représentant les différents états d'une chaîne de Markov, 1 étant l'état avec la notation la plus élevée (ou encore la probabilité de default la plus faible) $K - 1$ l'état ayant la notation la plus faible (ou encore la probabilité de default la plus élevée) et K l'état de faillite qui est considéré comme étant un état absorbant.

La matrice de transition relative aux différents états pourra donc s'écrire comme une matrice de dimension $K \times K$:

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{K-1,1} & p_{K-1,2} & \dots & p_{K-1,K} \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Les $p_{i,j}$ représentent la probabilité de passer d'un état E_i à un état E_j et seront notés :

$$p_{i,j} = \mathbb{P}(X_{t+1} = E_j | X_t = E_i), \text{ avec } p_{i,j} \geq 0 \text{ et } \forall i, j \in \llbracket 1, K-1 \rrbracket \times \llbracket 1, K \rrbracket.$$

$$\text{Avec } \forall k \in \llbracket 1, K-1 \rrbracket, \sum_{j=1}^K p_{k,j} = 1 \text{ et } \forall j \in \llbracket 1, K \rrbracket, \sum_{k=1}^K p_{k,j} = 0.$$

La matrice \mathcal{P} représente la matrice de transition sous la probabilité historique \mathbb{P} . Les auteurs vont donc chercher à calculer cette matrice sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q} .

Modélisation sous la probabilité risque neutre

La probabilité de transition entre les états E_i et E_j avec $i, j \in [1, K]$ pour $i \neq j$ et les instant t et $t + 1$ sous la probabilité risque neutre s'écrit :

$$q_{i,j}(t, t + 1) = \pi_{i,j}(t)p_{i,j}$$

Avec :

$p_{i,j}$ la probabilité de transition sous la mesure historique (vue à la section précédente)

$q_{i,j}$ est la probabilité de transition sous la mesure risque neutre

$\pi_{i,j}(t)$ est la prime d'ajustement, supposé par les auteurs déterministe à chaque instant t

Les auteurs supposent que cette prime peut réduire à l'expression suivante :

$$\pi_{i,j}(t) = \pi_i(t)$$

Ce qui signifie son indépendance par rapport à j , autrement dit la prime dépend de l'état en t du processus $X_t(t)$ sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q} .

La matrice de transition relative aux différents états sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q} pourra donc s'écrire comme une matrice de dimension $K \times K$:

$$Q(t, t+1) = \begin{pmatrix} q_{11}(t, t+1) & q_{12}(t, t+1) & \cdots & q_{1K}(t, t+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{K-1,1}(t, t+1) & q_{K-2,2}(t, t+1) & \cdots & q_{K-1,K}(t, t+1) \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Ou encore nous remarquerons que $Q(t, t+1)$ peut s'écrire sous forme matricielle :

$$Q(t, t+1) - I_K = \Pi(t)[P - I_k]$$

Avec :

I_k la matrice identité de dimension $K \times K$

$$\Pi(t) = \text{diag}(\pi_1(t), \dots, \pi_{K-1}(t), 1)$$

On rappellera que Q est une matrice de transition dans un espace de Markov et pourra donc s'écrire à l'état n :

$$Q(0, n) = Q^n, \text{ qui n'est d'autre que le produit de la matrice } Q \text{ } n \text{ fois.}$$

Ces propriétés nous seront utiles lorsque nous voudrons expliciter les probabilités de defaults et de transition.

On cherche donc à exprimer $Q_t(\tau > T)$ dans l'équation 12. En utilisant la propriété des matrices de transition des chaînes de Markov pour calculer la probabilité de transition risque neutre entre deux dates on obtient :

$$Q_t(\tau > T | \mathcal{F}_t) = 1 - q_{i,K}(t, T)$$

Avec \mathcal{F}_t la filtration et représentant l'information disponible à t

Preuve :

On rappelle que $Q_t(\tau > T | \mathcal{F}_t)$ est la probabilité de default après T , avec $\tau = \inf\{t \geq T, X_t = E_K\}$.

Supposons en t que le processus X_t se trouve dans l'état E_i alors : $Q_t(\tau > T | X_t = E_i)$

De plus étant donné que l'état de défaut K est un état absorbant, on considère que le processus X_t n'a pas encore atteint cette état en T et par conséquent :

$$\begin{aligned} Q_t(\tau > T | X_t = E_i) &= Q_t(X_T \neq E_K | X_t = E_i) \\ Q_t(\tau > T | X_t = E_i) &= 1 - Q_t(X_T = E_K | X_t = E_i) \\ Q_t(\tau > T | X_t = E_i) &= 1 - q_{i,K}(t, T) \end{aligned}$$

Le résultat précédent est utilisé dans l'équation 12 afin d'obtenir une formule de calcul des ZC risqué i :

$$\begin{aligned} v_i(t, T) &= p(t, T)[\delta + (1 - \delta)(1 - q_{i,K}(t, T))] \\ v_i(t, T) &= p(t, T)[(1 - (1 - \delta)q_{i,K}(t, T))] \end{aligned}$$

Nous en déduisons, l'expression du taux forward i risqué :

$$\begin{aligned} f_i^R(t, T) &= -\ln\left(\frac{v_i(t, T+1)}{v_i(t, T)}\right) \\ f_i^R(t, T) &= -\ln\left(\frac{p(t, T+1)[(1 - (1 - \delta)q_{i,K}(t, T+1))\mathbb{I}_{\{\tau > T\}}]}{p(t, T)[(1 - (1 - \delta)q_{i,K}(t, T))\mathbb{I}_{\{\tau > T\}}]}\right) \\ f_i^R(t, T) &= -\ln\left(\frac{p(t, T+1)}{p(t, T)}\right) - \ln\left(\frac{(1 - (1 - \delta)q_{i,K}(t, T+1))\mathbb{I}_{\{\tau > T\}}}{(1 - (1 - \delta)q_{i,K}(t, T))\mathbb{I}_{\{\tau > T\}}}\right) \\ f_i^R(t, T) &= f(t, T) + \ln\left(\frac{(1 - (1 - \delta)q_{i,K}(t, T))}{(1 - (1 - \delta)q_{i,K}(t, T+1))}\right)\mathbb{I}_{\{\tau > T\}} \\ f_i^R(t, T) - f(t, T) &= \ln\left(\frac{(1 - (1 - \delta)q_{i,K}(t, T))}{(1 - (1 - \delta)q_{i,K}(t, T+1))}\right)\mathbb{I}_{\{\tau > T\}} \end{aligned}$$

Nous obtenons donc une formule qui nous permet de calculer le spread forward un an ayant un rating i en date t :

$$s_i = f_i^R(t, T) - f(t, T)$$

Il est aussi possible d'exprimer le spread de crédit en passant par les taux spot en utilisant la relation :

$$P(t, T) = \frac{1}{(1 + R(t, T))^{t-T}}$$

Où $R(t, T)$ est le taux sans risque modélisé dans l'ESG. Le spread pourra être obtenue en utilisant la formule suivante : $s_i = R_i^R(t, T) - R(t, T)$, avec $R_i^R(t, T)$ le taux d'un ZC risqué de rating i .

Modélisation par une Chaîne de Markov (Cas continue)

La présentation du modèle de Jarrow, Lando and Turnbull dans le cadre discret abordé dans le paragraphe précédent, a permis de présenter les concepts de cette méthode et d'avoir une meilleure compréhension du modèle. Cependant, le cas continue présente de nombreux avantages tels que la possibilité d'utiliser le calcul

stochastique, élément qui sera utile lors de la génération de scénario économique. On s'attardera donc dans cette partie à présenter le modèle dans le cas continue et la dynamique sous-jacente dans le générateur de scénario économique.

Les hypothèses présentées dans le cas discret restent valables dans le cas continue. On considère maintenant une chaîne de Markov continue et homogène dans le temps. Soit Λ_P un générateur de matrice qui est une transformation avantageuse de la matrice de transition P et qui peut être facilement utilisé pour générer les probabilités de transition à tout moment t à l'aide de la formule :

$$P(t, t + dt) = e^{\Lambda_P dt}$$

$$\text{Où } \Lambda_P = \begin{pmatrix} \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} & \cdots & \lambda_{1,K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda_{K-1,1} & \lambda_{K-1,2} & \cdots & \lambda_{K-1,K} \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Avec :

$\lambda_{i,j} \geq 0 \forall i \neq j$, représentent les probabilités de transition entre le rating i vers le rating j

$$\lambda_{i,i} = 1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^K \lambda_{i,j} \quad \forall i,$$

$\sum_{j \geq k}^K \lambda_{i,j} \leq \sum_{j \geq k}^K \lambda_{i+1,j} \quad \forall i, k \neq i + 1$, en effet pour un rating donné le rating suivant est moins risqué

Pour être clair, la probabilité d'une obligation ayant une notation i en t d'être dans un état j à $t = t + dt$ est donnée par la formule suivante :

$$P(t, t + dt) = e^{\Lambda_P dt}$$

Sa probabilité de default avant T s'écrira :

$$P(\tau \leq t + dt) = \lambda_{i,k}(t, t + dt)$$

On rappellera la définition de l'exponentielle d'une matrice. Soit A une matrice carré réelle de taille $K \times K$:

$A \in \mathbb{N}$, $A \in \mathcal{M}_{K,K}$, on définit :

$$e^A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!}$$

Ce qui implique :

$$P(t, t + dt) = e^{\Lambda_P dt} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\Lambda_P dt)^k}{k!}$$

Dans la plupart des cas la matrice de transition est fournie par l'entreprise qui se charge de la création les scénarios économiques. Dans notre cas, Moody's fournit cette matrice de transition, il est donc utile de savoir comment passer de la matrice de transition au générateur et peut être obtenue à l'aide du logarithme :

$$\Lambda_P = \frac{1}{dt} \ln(P(t, t + dt))$$

Avec :

$$\ln(P) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{(P - I_k)^k}{k!}$$

On rappelle aussi que le logarithme d'une matrice est définie si la matrice P vérifie $\|I - A\| < 1$, pour une norme $\|\cdot\|$ bien choisie.

De manière analogue au cas discret on introduit Λ_Q , un générateur de matrice risque neutre afin de modéliser les probabilités de transition dans le cadre risque neutre. Le générateur risque neutre est défini selon l'expression suivante :

$$\Lambda_Q = \pi_t \Lambda_P$$

Avec $\pi_t = \text{diag}(\pi_1, \dots, \pi_{K-1}, 1)$, les primes de risques $\pi_i, \forall i = 1, \dots, K$ qui correspondent aux primes de risques requises par les investisseurs par rapport au risque de default encouru.

On suppose comme exposé dans l'extension du modèle de JLT proposé par Ludovic Dubrana, qu'elles suivent le processus stochastique π_t de Cox Ingersoll Roll (CIR) et est régie par l'équation suivante :

$$\begin{cases} d\pi_t = a(b - \pi_t)dt + \sqrt{\pi_t} \sigma dW_t^Q \\ \pi_0 \geq 0 \end{cases}$$

Avec :

a est la vitesse de retour à la moyenne,

b est la moyenne long terme,

σ est la volatilité

W est un mouvement brownien

$2ab > \sigma^2$ est la condition de positivité

Generali a fait le choix de modéliser une prime de risque stochastique pour prendre en considération dans son modèle l'environnement économique qui se dégrade, la solvabilité des compagnies en est affectée et provoque une augmentation des spreads. Selon certaines analyses, cette situation aura tendance à revenir au niveau historique au bout d'un certain temps.

Avant de pouvoir expliciter les formules permettant de calculer les probabilités de défaut du modèle. Nous avons besoin du résultat proposé par *Angelo Arvanitis et Jon Gregory dans leur livre Credit, The Complete Guide to Pricing, Hedging and Risk Management*. En effet dans cet ouvrage (page 110), les auteurs supposent la matrice génératrice Λ est diagonalisable, on peut donc réécrire cette matrice sous probabilité historique comme étant :

$$\Lambda_P = PDP^{-1}$$

Avec $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_K)$, une matrice diagonale de valeurs propres d_i de Λ_P et P et P^{-1} les matrices de passage contenant les valeurs propres de Λ_P .

De manière analogue nous pouvons réécrire cette décomposition sous la probabilité risque neutre :

$$\Lambda_Q = P\tilde{D}(t)P^{-1}$$

Avec \tilde{D} une matrice diagonale stochastique et dépendante du temps de manière à considérer une modélisation stochastique du risque de crédit.

Les probabilités risques neutres sont obtenues en considérant les différentes trajectoires de \tilde{D} , ce qui revient à intégrer \tilde{D} sur t et $t + dt$, en addition les propriétés de l'exponentielle nous permet de obtenir la formule suivante :

$$13 \quad Q(t, t + dt) = e^{\Lambda_Q dt} = PE_{\mathbb{Q}}[e^{\int_t^{t+dt} \tilde{D}(s) ds}]P^{-1}$$

Maintenant nous pouvons expliciter les probabilités de défaut de l'équation 13 en utilisant les notations suivantes, $\sigma_{i,j}$ et $\tilde{\sigma}_{i,j}$ qui représentent respectivement les éléments i et j de la matrice P et P^{-1} .

En remarquant que : $Q(t, t + dt) - I_K = P[e^{Ddt} - I_K]P^{-1}$ nous aboutissons à l'expression suivante :

$$q_{i,K}(t, t + dt) = \sum_{j=1}^{K-1} \sigma_{i,j} \tilde{\sigma}_{j,K} E_{\mathbb{Q}} \left[e^{\int_t^{t+dt} \tilde{d}_j(s) ds} - 1 \right], 1 \leq i \leq K - 1$$

$$q_{i,K}(t, t + dt) = \sum_{j=1}^{K-1} \sigma_{i,j} \tilde{\sigma}_{j,K} E_{\mathbb{Q}} \left[e^{d_j \int_t^{t+dt} \pi(s) ds} - 1 \right], 1 \leq i \leq K - 1$$

Les autres états de la matrice de transition sont obtenus en utilisant la formule suivante :

$$q_{i,l}(t, t + dt) = \sum_{j=1}^{K-1} \sigma_{i,j} \tilde{\sigma}_{j,l} E_{\mathbb{Q}} \left[e^{d_j \int_t^{t+dt} \pi(s) ds} - 1 \right] + \sigma_{i,j} \tilde{\sigma}_{K,l}$$

Etant donné que π_t suit un processus stochastique de CIR, le prix d'une obligation risqué s'écrit selon la formule suivante :

$$P(t, T) = A(t, T) \times e^{-B(t,T)r(t)}$$

Ce qui revient à écrire dans notre contexte :

$$P(t, t + dt) = E_{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^{t+dt} \pi(s) ds} \right] = A(t, t + dt) \times e^{-B(t,t+dt)\pi(t)}$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} A(t, t + dt) = \left(\frac{2\gamma e^{\frac{(a+\gamma)}{2}dt}}{2\gamma + (a + \gamma)(e^{\gamma dt} - 1)} \right)^{\frac{2ab}{\sigma^2}} \\ B(t, t + dt) = \left(\frac{2(\gamma e^{\gamma dt} - 1)}{2\gamma + (a + \gamma)(e^{\gamma dt} - 1)} \right) \\ \gamma = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2} \end{array} \right.$$

Revenons à notre problème, qui est de trouver une solution pour la relation suivante :

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left[e^{d_j \int_t^{t+dt} \pi(s) ds} \right]$$

Pour cela on considère un processus $\tilde{\pi}(t) = -d_j \pi(t), \forall t \geq 0$,

$$\begin{aligned} d\tilde{\pi}(t) &= d(-d_j \pi(t)) = -d_j d\pi(t) \\ d\tilde{\pi}(t) &= -d_j(a(b - \pi_t)dt + \sqrt{\pi_t} \sigma dW_t^Q) \\ d\tilde{\pi}(t) &= -d_j a(b - \pi_t)dt - d_j \sqrt{\pi_t} \sigma dW_t^Q \\ d\tilde{\pi}(t) &= a(-d_j b - (-d_j \pi_t)) dt + \sigma \sqrt{-d_j} \sqrt{-d_j} \sqrt{\pi_t} dW_t^Q \\ d\tilde{\pi}(t) &= \tilde{a}(\tilde{b} - (\tilde{\pi}_t)) dt + \tilde{\sigma} \sqrt{\tilde{\pi}_t} dW_t^Q \end{aligned}$$

On remarque que le processus $\tilde{\pi}(t) = -d_j \pi(t), \forall t \geq 0$ est aussi un autre processus CIR mais cette fois avec les paramètres $(\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{\sigma})$, ou

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{a} = a \\ \tilde{b} = -d_j b \\ \tilde{\sigma} = \sigma \sqrt{-d_j} \end{array} \right.$$

La solution donc identique à celle démontrée précédemment mais avec ces nouveaux paramètres.

$$P(t, t + dt) = \tilde{A}(t, t + dt) \times e^{-\tilde{B}(t, t+dt)\tilde{\pi}(t)}$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{A}(t, t + dt) = \left(\frac{2\tilde{\gamma} e^{\frac{(\tilde{a}+\tilde{\gamma})}{2}dt}}{2\tilde{\gamma} + (\tilde{a} + \tilde{\gamma})(e^{\tilde{\gamma} dt} - 1)} \right)^{\frac{2\tilde{a}\tilde{b}}{\sigma^2}} \\ \tilde{B}(t, t + dt) = \left(\frac{2(\tilde{\gamma} e^{\tilde{\gamma} dt} - 1)}{2\tilde{\gamma} + (\tilde{a} + \tilde{\gamma})(e^{\tilde{\gamma} dt} - 1)} \right) \\ \tilde{\gamma} = \sqrt{\tilde{a}^2 + 2\tilde{\sigma}^2} \end{array} \right.$$

3.1.8.1. Calibration du risque de spread de crédit

Le risque de spread de crédit est défini comme étant un risque de perte de fonds propres liée à un changement de valeur des actifs et des passifs investis dans des obligations ou dettes. Cette perte de fonds propres peut aussi être liée à la faillite d'une contrepartie qui est généralement la partie émettrice de l'obligation ou de la dette. Il peut s'agir d'un État, d'une entreprise ou d'une institution. Dans ce cas de figure on parlera de défaut de contrepartie. La calibration présentée dans cette partie se focalisera sur le risque lié au spread.

Les points suivants sont à considérer lors de la modélisation du risque de spread de crédit :

1. Le risque de spread et le risque de migration seront modélisés conjointement lors de la modélisation de la valeur de marché des actifs. Le risque de défaut sera calculé séparément dans un sous module de défaut de crédit et ne sera pas traité dans ce mémoire
2. La classification des risques pour la calibration sera effectuée selon les catégories suivantes : Europe, reste du monde (Rest of The World), obligation d'entreprise financière, obligation d'entreprise non financière, obligation d'État et obligation sécurisée (covered bond)
3. Utilisation d'un modèle additif des changements de spread de crédit
4. Création d'une base de données utilisant les OAS (Option Adjusted Spread) mise à disposition par Merrill Lynch et la courbe SWAP des zéro coupon mise à disposition par Bloomberg
5. Construction d'un indice appelé GLI utilisant les poids des actifs en portefeuille du groupe Generali et de Generali Suisse. La calibration sera donc basée sur un indice Europe (EU) et un indice reste du monde (ROW)
6. La calibration sera effectuée sur des données mensuelles
7. Fitting de la distribution sur les données mensuelles
8. Annualisation des distributions
9. Sélection finale des distributions basée sur des critères statistiques

3.1.8.1.1. Données

Les données nécessaires à la calibration du risque de spread sont mises à disposition par Meryl Lynch et Bloomberg. Cependant des étapes supplémentaires sont requises avant d'effectuer la calibration. Elles sont présentées ci-dessous :

1. Transformation de la courbe des OAS observés sur marché par rapport aux obligations d'État en courbe ajustée par rapport aux taux SWAP
2. Calcul de l'indice GLI. Deux régions sont considérées dans la calibration on calculera un indice GLI-Europe et un indice GLI-Reste du monde, pour toutes les obligations d'entreprises financières et non financières
3. La calibration sera effectuée dans un premier temps sur les obligations d'entreprises financières et non financières. Dans un deuxième temps elle sera effectuée sur les obligations d'États et obligation sécurisées

Calibration du risque de spread de crédit

Le tableau ci-dessous référence les données utilisées afin de construire les indices GLI Europe et GLI ROW. Les spreads ont été regroupés par tranches basées sur un ajustement des OAS par rapport à la courbe SWAP des taux sans risques. L'Euro est utilisé pour la région Europe et le USD est utilisé pour le reste du monde (ROW). Les obligations ont aussi été regroupées par notation et tranche de maturité.

Rating	Term		First shock date	Last shock date	# of expected shocks		First shock date	Last shock date	# of expected shocks
AAA	1-3	ER11	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C1A1	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AAA	3-5	ER12	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C2A1	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AAA	5-7	ER13	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C3A1	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AAA	7-10	ER14	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C4A1	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AAA	10+	ER19	Jan - 97	Sep - 19	273.0				
AAA	10-15					C7A1	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AAA	15+					C8A1	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AA	1-3	ER21	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C1A2	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AA	3-5	ER22	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C2A2	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AA	5-7	ER23	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C3A2	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AA	7-10	ER24	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C4A2	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AA	10+	ER29	Jan - 97	Sep - 19	273.0				
AA	10-15					C7A2	Jan - 97	Sep - 19	273.0
AA	15+					C8A2	Jan - 97	Sep - 19	273.0
A	1-3	ER31	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C1A3	Jan - 97	Sep - 19	273.0
A	3-5	ER32	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C2A3	Jan - 97	Sep - 19	273.0
A	5-7	ER33	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C3A3	Jan - 97	Sep - 19	273.0
A	7-10	ER34	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C4A3	Jan - 97	Sep - 19	273.0
A	10+	ER39	Jan - 97	Sep - 19	273.0				
A	10-15					C7A3	Jan - 97	Sep - 19	273.0
A	15+					C8A3	Jan - 97	Sep - 19	273.0
BBB	1-3	ER41	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C1A4	Jan - 97	Sep - 19	273.0
BBB	3-5	ER42	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C2A4	Jan - 97	Sep - 19	273.0
BBB	5-7	ER43	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C3A4	Jan - 97	Sep - 19	273.0
BBB	7-10	ER44	Jan - 97	Sep - 19	273.0	C4A4	Jan - 97	Sep - 19	273.0
BBB	10+	ER49	Jan - 97	Sep - 19	273.0				
BBB	10-15					C7A4	Jan - 97	Sep - 19	273.0
BBB	15+					C8A4	Jan - 97	Sep - 19	273.0

Représentation du risque de spread

La calibration du risque de spread repose sur la modélisation des deux indices représentant les spreads de risque et pondérée avec le portefeuille d'actif obligataire de Generali dans les deux régions sélectionnées, Europe (EU) et reste du monde (ROW). Le paramètre recherché pour la modélisation est le spread de crédit qui représente la compensation requise par les investisseurs pour l'achat d'actif comprenant un risque plus élevé que l'actif sans risque de référence.

Dans la littérature financière il existe plusieurs façons de considérer le risque de spread. La définition retenue par Generali est la suivante :

Option Adjusted spread (OAS) :

Considérons une obligation A avec une valeur de marché MV_A et des cash-flows CF_t pour chaque période $t = 1, \dots, T$ et scénario $i = 1, \dots, n$ alors :

$$MV_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{CF_1(i)}{(1 + y_{RF}(i, 1) + Z)^1} + \frac{CF_2(i)}{(1 + y_{RF}(i, 2) + Z)^2} + \dots + \frac{CF_T(i)}{(1 + y_{RF}(i, T) + Z)^T}$$

Ou $y_{RF}(i, t)$ représente le point sur la courbe des taux sans risque avec la maturité t dans le scénario i .

On définit l'OAS comme étant :

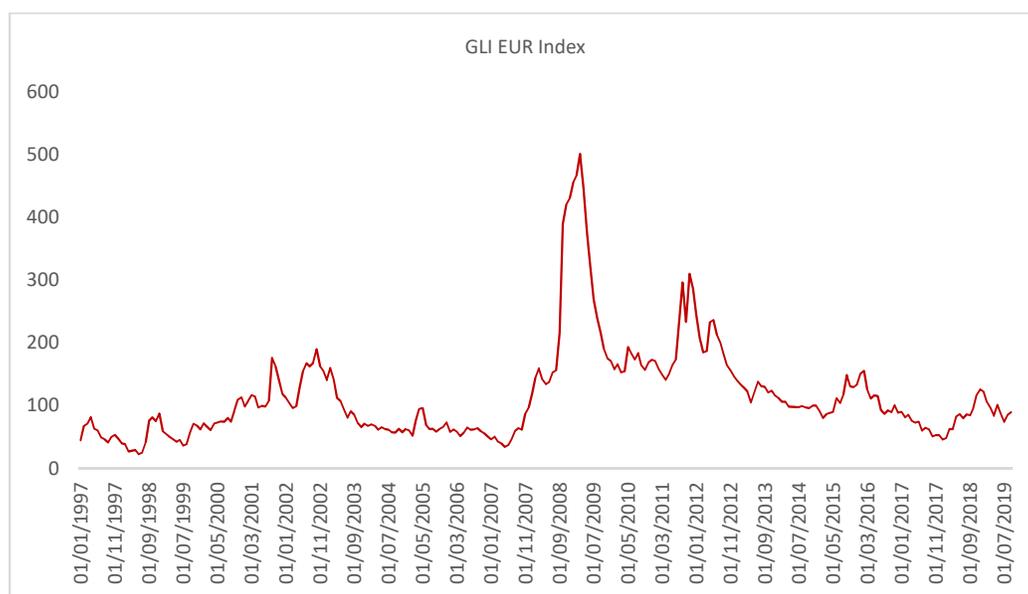
$$OAS = Z$$

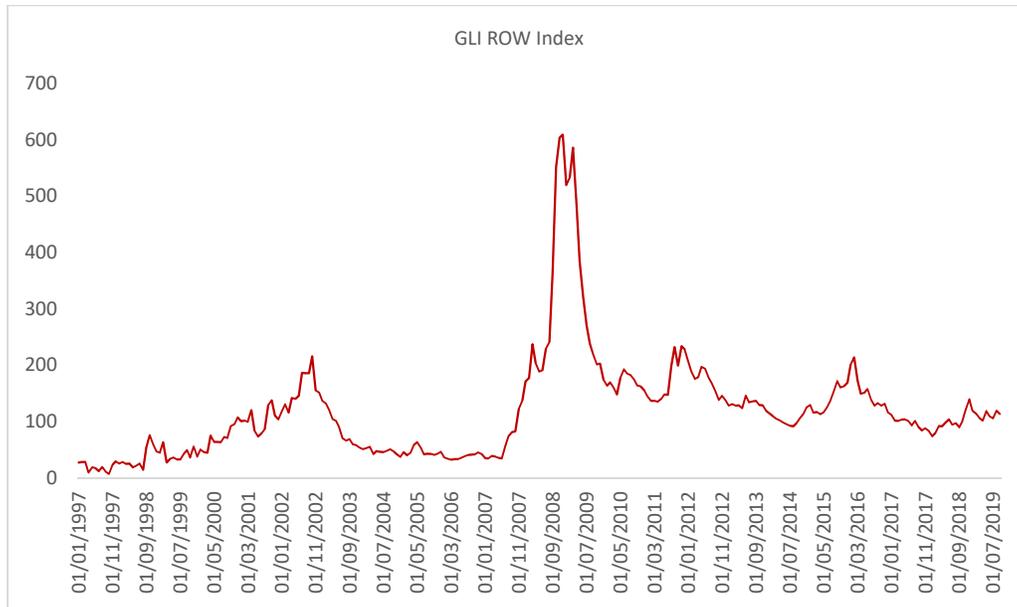
Les tableaux ci-dessous représente la composition des indices GLI-Europe et GLI-ROW avec les poids des différents actifs.

EUR weights	1-3	3-5	5-7	7-10	10+
AAA	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%
AA	1.1%	0.5%	0.5%	1.0%	1.8%
A	4.9%	2.6%	3.4%	5.9%	12.7%
BBB	12.2%	8.5%	10.6%	14.1%	19.6%

RoW weights	1-3	3-5	5-7	7-10	10-15	15+
AAA	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.3%
AA	1.1%	0.5%	0.5%	1.0%	1.0%	0.8%
A	4.9%	2.6%	3.4%	5.9%	5.7%	7.0%
BBB	12.2%	8.5%	10.6%	14.1%	9.0%	10.6%

Représentation de ces indices :

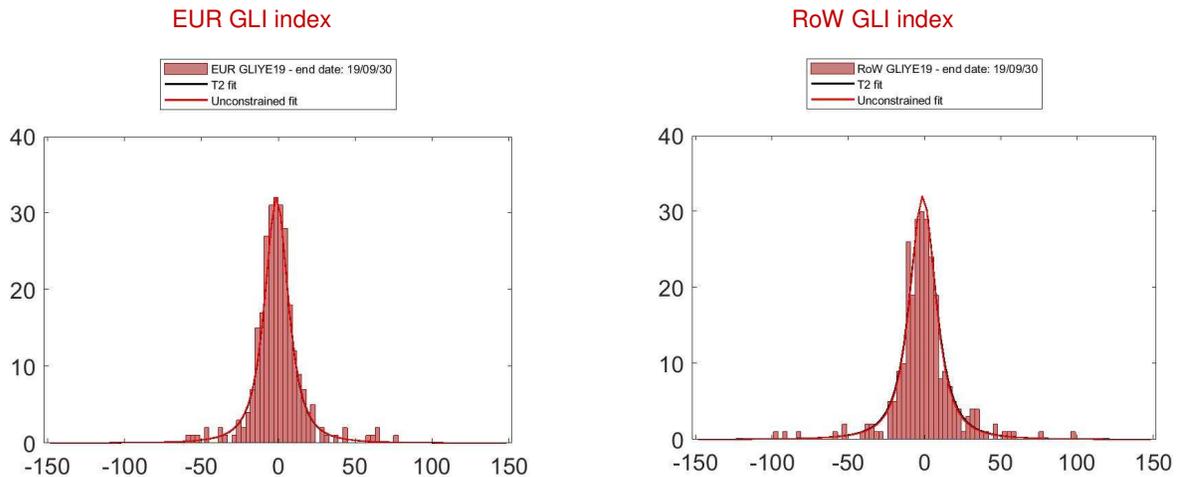




Ces indices représentent donc la variation des spreads en fonction du temps avec la prise en compte des poids des actifs présents dans le portefeuille de Generali.

Fitting de la distribution

La méthode du maximum de vraisemblance est utilisée afin de déterminer les paramètres des distributions testées. Ci-dessous les représentations de la distribution empiriques et de la distribution de student T2. Mise à part quelques réalisations en queue de distribution, cette distribution semble être la plus adéquate pour la modélisation des deux indices.



GLI EUR T-Distribution results

NdF	Location	Location_stdE	Scale	Scale_stdE	LogLikelihood
1	-1.21	1.21	6.55	1.01	-1121
2	-1.08	1.27	8.24	1.08	-1107
3	-1.00	1.34	9.29	1.13	-1109
4	-0.95	1.39	10.07	1.17	-1114

NdF	Location	Location_stdE	Scale	Scale_stdE	LogLikelihood
5	-0.90	1.43	10.68	1.21	-1119
10	-0.76	1.60	12.63	1.33	-1137
50	-0.29	1.97	16.33	1.52	-1171

GLI RoW T-Distribution results

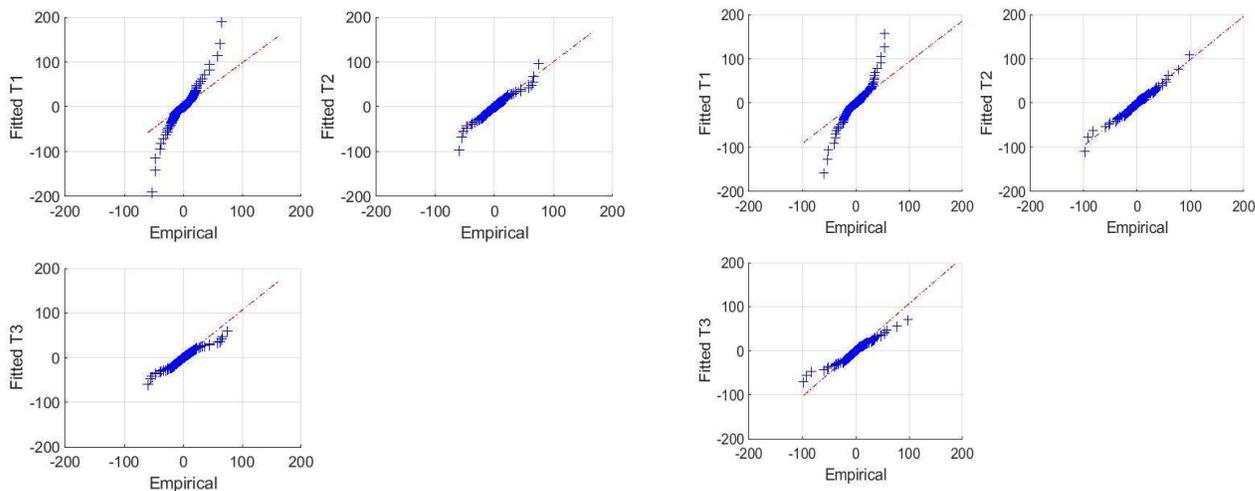
NdF	Location	Location_stdE	Scale	Scale_stdE	LogLikelihood
1	-1.23	1.30	7.28	1.15	-1164
2	-1.07	1.44	9.45	1.27	-1155
3	-0.90	1.54	10.86	1.36	-1160
4	-0.75	1.63	11.91	1.42	-1166
5	-0.63	1.70	12.74	1.47	-1171
10	-0.32	1.94	15.27	1.62	-1191
50	0.03	2.42	20.07	1.89	-1230

Afin de sélectionner la meilleure distribution, plusieurs ont été testées et les résultats sont présentés dans les tableaux ci-dessus. Les distributions avec les meilleurs résultats sont les distributions T2 et T3.

Le test quantile-quantile ou Q-Q plot

Cet outil graphique s'avère très utile pour comparer deux distributions de probabilités en représentant graphiquement les quantiles par rapport aux autres. Plus proche sont les réalisations de la diagonale plus les distributions sont similaires.

QQ plots YE19 Distribution empirique vs. T1, T2, T3 distributions.



EUR

ROW

L'analyse du Q-Q plot permet de retenir deux distributions de student T2 et T3.

Annualisation de la distribution

Les distributions mensuelles sont annualisées afin d'avoir des chocs annuels. La méthode utilisée est différente du risque action et du risque de taux. Cette fois des simulations de monté carlo seront utilisées afin d'obtenir les nouvelles distributions. Une fois converti en distribution annuelles, on remarquera que la meilleure distribution est la student T3.

GLI EURO Annualized distribution

NdF	Location	Location_stdE	Scale	Scale_stdE	LogLikelihood
1	0.04%	1.60%	5.21	0.01	-3 829 741
2	0.17%	1.68%	6.47	0.01	-3 755 233
3	0.21%	1.73%	7.20	0.01	-3 745 887
4	0.23%	1.77%	7.69	0.01	-3 749 182
5	0.25%	1.81%	8.05	0.01	-3 755 688
10	0.30%	1.92%	9.08	0.02	-3 788 627
50	0.34%	2.17%	10.88	0.02	-3 881 492

GLI RoW Annualized distribution

NdF	Location	Location_stdE	Scale	Scale_stdE	LogLikelihood
1	0.13%	1.65%	5.39	0.01	-3 864 364
2	0.23%	1.73%	6.70	0.01	-3 790 203
3	0.24%	1.79%	7.45	0.01	-3 781 030
4	0.26%	1.84%	7.96	0.01	-3 784 422
5	0.27%	1.87%	8.34	0.01	-3 790 987
10	0.30%	1.99%	9.41	0.02	-3 824 007
50	0.33%	2.25%	11.27	0.02	-3 916 546

Les résultats finaux sont disponibles dans le tableau ci-dessous :

Fitted annual T3 distribution parameters.

	Monthly_T2_vol	Annualization factor	EoM-1 compensation factor	Annualised_T3_vol
EUR	8.24	6.99	1.03	59.28
ROW	9.45	7.33	1.03	71.33

La conversion des distributions mensuelles en distribution annuelle a augmenté la volatilité de la nouvelle distribution tout en réduisant la queue de distribution. Une fois ces distributions obtenues, une régression linéaire sera effectuée afin de déterminer les chocs par notations et maturités. Les chocs seront aussi adaptés en utilisant des scalaires par rapport aux secteurs modélisés (financier et non financier).

Modélisation des obligations d'État et sécurisés (covered bond)

La calibration des obligations d'États utilise les résultats de la calibration des obligations d'entreprises. En effet les données disponibles sont limitées et il est préférable d'utiliser les résultats d'une calibration robuste avec un ajustement des chocs. De plus les résultats de la calibration des entreprises financières seront utilisés pour les spreads concernant les obligations du reste du monde. Les facteurs ci-dessous seront utilisé pour différencier les niveaux de stress par type d'obligation.

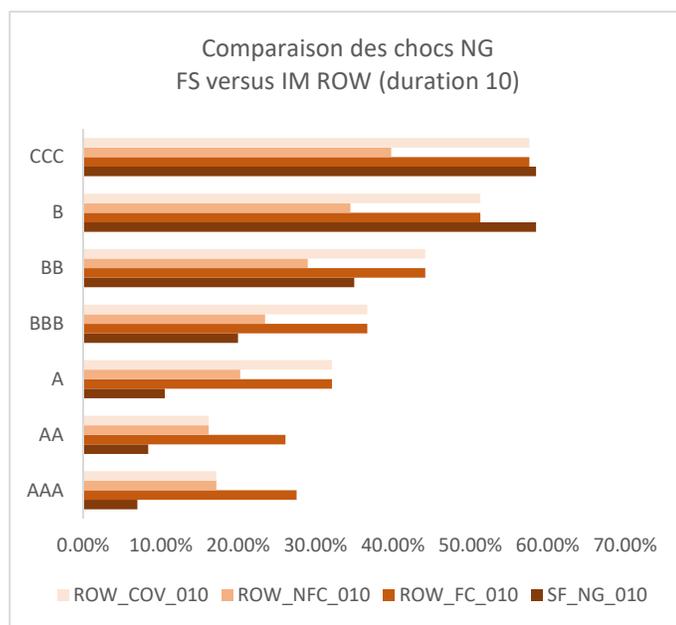
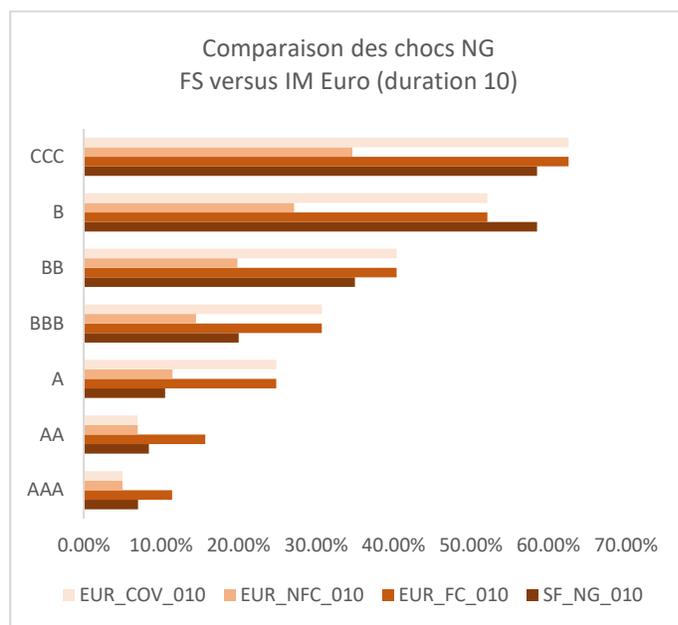
EUR et RoW facteur d'ajustement

scaling factor	EUR	RoW
FC	1.26	1.38
NFC	0.53	0.80
SOV	0.30	Same as EUR FC

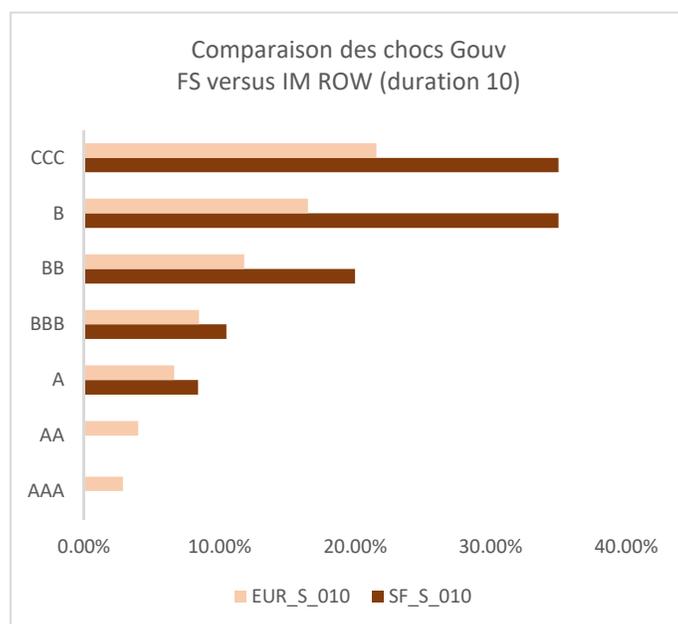
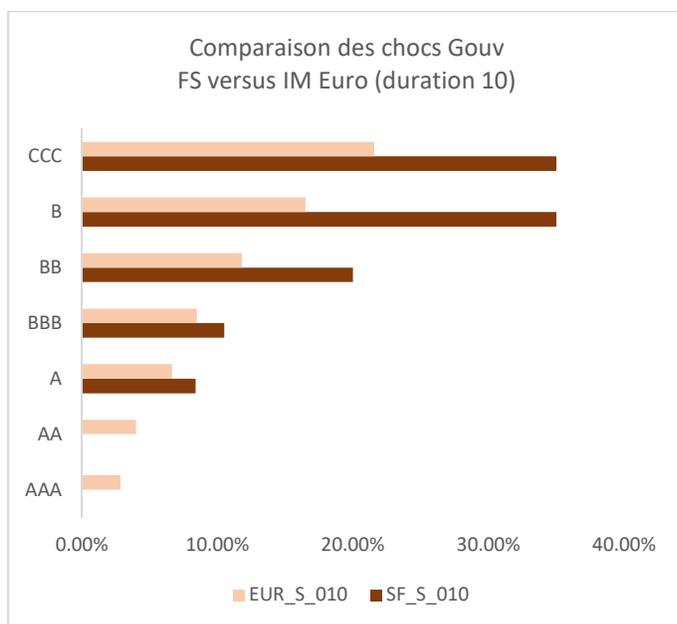
L'analyse de la volatilité des obligations sécurisées à montrer une certaine résilience pendant des périodes de grande volatilité des marchés pour les notations allant de AAA-AA. Il a donc été décidé de garder le même facteur ajustement que les obligations d'entreprise non financières (0.53). Pour le reste des notations les spreads retenus seront ceux des obligations financières d'entreprises. Ce choix sera retenu pour les deux régions.

3.1.8.1.2. Comparaison des chocs entre le modèle interne et la formule standard

La calibration du risque de spread présentée dans la section précédente a permis de définir les chocs (spread additif) du modèle interne pour les obligations investies dans la zone Euro et le reste du monde. Dans chacune de ces régions les chocs appliqués aux actifs seront segmentés en obligation financière d'entreprise (FC), obligation d'entreprise non financière (NFC), obligation sécurisée (covered) et obligation gouvernementale (sovereign). Afin de faciliter la comparaison avec les chocs de la formule standard, les chocs de spreads additifs du modèle interne ont été convertis en chocs relatifs en portefeuille. Afin de faciliter la comparaison, une durée de 10 ans sera retenue.



On observe que dans la majorité des cas les chocs des obligations du modèle interne, sont supérieurs aux chocs calibrés par la formule standard. Pour certaine notation (B and CCC) les chocs de la formule standard se retrouve supérieurs à ceux du modèle interne.



La première différence entre les chocs de la formule standard et le modèle interne concernant les obligations gouvernementales est l'absence de choc pour la formule standard pour les notations AAA et AA. Cependant les chocs pour les autres notations des obligations seront plus importants pour la formule standard. Plus la notation de l'obligation gouvernementale se dégrade plus l'écart entre les chocs de la formule standard par rapport au modèle interne augmentent.

3.1.8.1.3. SCR du risque de spread de crédit

Euro Mln	Choc	Exposition	Standalone SCR
Formule standard	Voir annexe	12 034	663
Modèle interne	Voir annexe	13 143	Spread de crédit :116 Défaut :108

Conversion rate : CHF/EURO : 1.0855

Expliquer la différence de capital entre le risque de spread de crédit du modèle interne et celui de la formule standard s'avère être un exercice difficile pour les raisons suivantes, le risque de spread est :

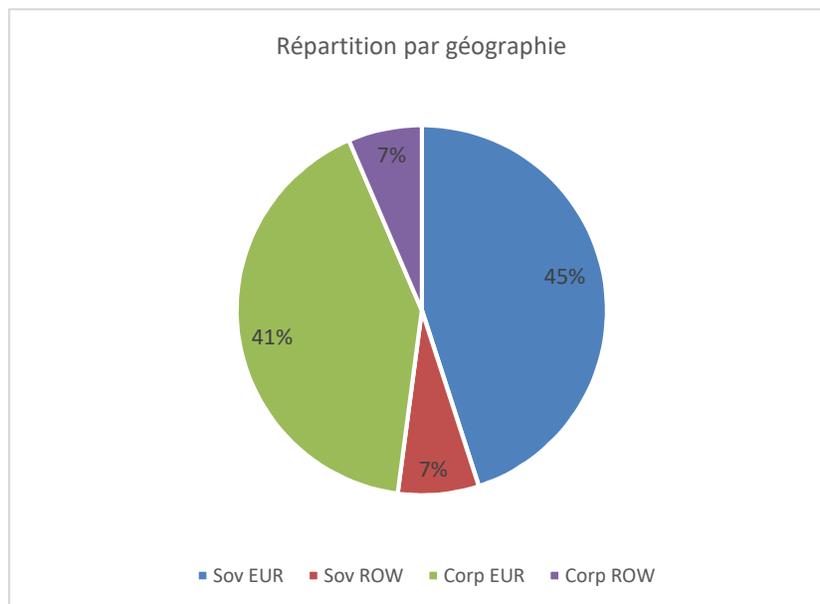
- Inclus dans le module des risques financier pour la formule standard. Contrairement au modèle interne ou il est inclus dans le module de risque crédit
- Regroupe le risque de spread et le risque de défaut pour le modèle interne
- Une segmentation moins fine des chocs appliqués aux obligations en formule standard

Le montant de capital requis par la formule standard est de loin plus important que celui requis par le modèle interne. La principale raison étant le bénéfice de diversification des facteurs de risque (Europe, reste du monde, entreprise FC, entreprise NFC, sécurisé et souverain) du modèle interne. La calibration du risque de spread en

utilisant les données de marchés a permis une optimisation des chocs appliqués au portefeuille d'actif de Generali.

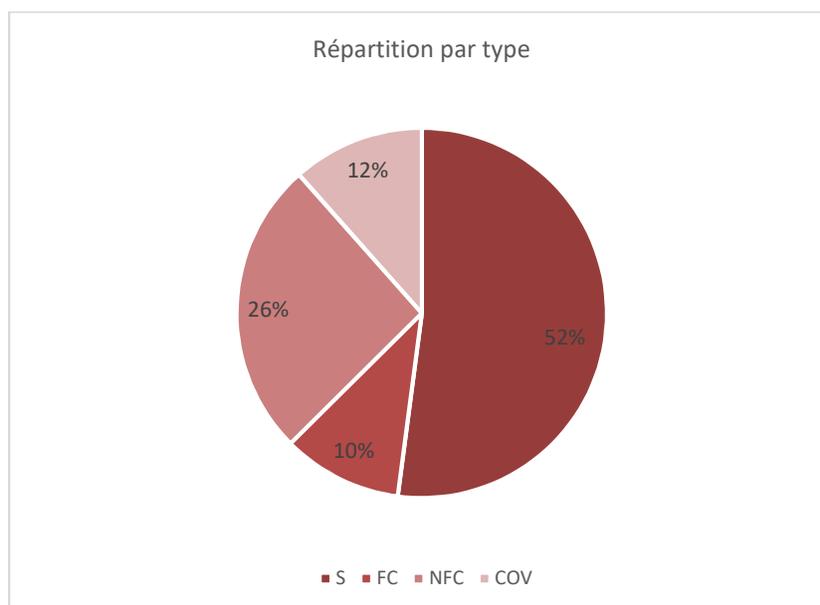
Analyse du portefeuille obligataire de Generali Suisse

Géographie



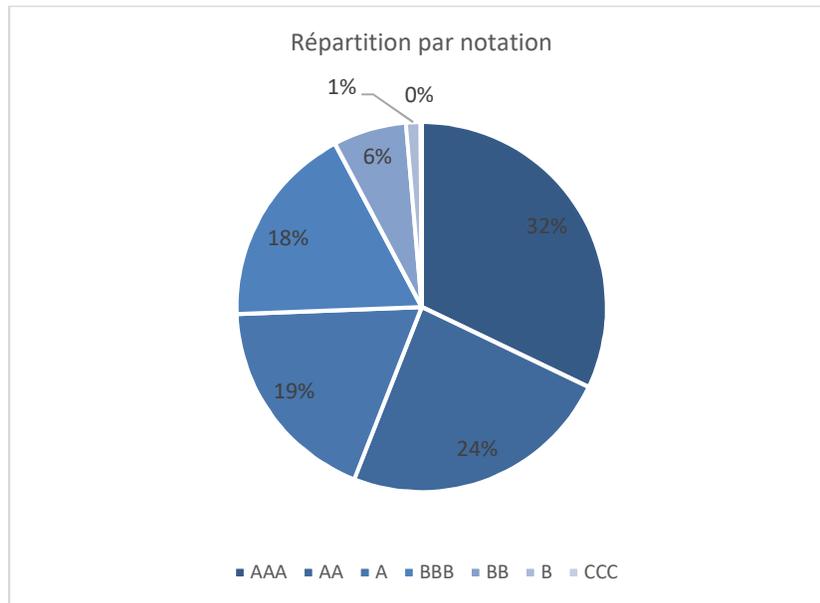
Il est clair que 86% des actifs obligataires sont investis en Europe, ce qui permet d'avoir des chocs moins importants que les obligations faisant partie de l'indice Reste du monde (ROW). La répartition entre obligation d'entreprise et souveraine sont assez proches.

Secteur



Les secteurs les plus représentatif du portefeuille de Generali Suisse sont les obligations d'État(S) et les obligations NFC (entreprise non financière). Ces deux catégories sont les obligations qui sont soumis à des chocs en modèle interne inférieurs aux chocs de la formule standard. Les chocs dépendent aussi de la notation de l'obligation.

Notation



Le portefeuille obligataire de Generali Suisse est composé d'obligation de qualité. 75% d'obligation ayant des notations entre AAA-A. Etant donné que la majorité des obligations d'État sont de la zone Euro les chocs sont faibles. De plus une grande majorité de ces obligations sont des obligations d'entreprises non financière avec des chocs en modèle interne plus faibles que ceux prescrits par la formule standard.

3.1.9. La diversification en modèle interne

Dans le cadre du MIP (modèle interne partiel) de Generali les dépendances entre les risques sont plus complexes que celui des réglementation présentées dans la partie 2. Deux niveaux de dépendances peuvent être distingués, le premier type est une dépendance entre risques, par exemple la corrélation entre le risque de mortalité et longévité dans le cas des risques de souscription ou entre le risque de taux et le risque action dans le cadre des risques financiers (qui dans notre cas sera prise en compte dans les scénarios économiques). Le deuxième type de dépendance est une dépendance entre les éléments constituant l'actif et le passif de la compagnie, l'interaction entre ces éléments est due au mécanisme de participation aux bénéficiaires et autres options à disposition des assurés (rachat, rachat partiel, ...)

Le principe mathématique permettant la modélisation de ces dépendances repose sur la théorie des copules. En effet, elle permet de décrire le comportement individuel de chaque risque et associe les lois marginales pour obtenir la loi jointe.

3.1.9.1. Théorie des copules

Une copule est une fonction de répartition multivariée C définie sur l'hypercube $[0; 1]^n$ et dont les lois marginales sont uniformes sur $[0; 1]$.

Un résultat fondamental de cette théorie est présenté ci-dessous, il s'agit du théorème de Sklar.

Théorème de Sklar

Soit $F_{(X_1, \dots, X_n)}$ une fonction de répartition de dimension n ayant des marginales F_{X_1}, \dots, F_{X_n} , alors il existe une copule C telle que :

$$F_{(X_1, \dots, X_n)}(x_1, \dots, x_n) = C(F_{X_1}(x_1), \dots, F_{X_n}(x_n))$$

Les copules nous permettent de créer des distributions multivariées ayant des lois marginales quelconques. Ce théorème souligne la séparation entre la notion de loi et de dépendance.

Le MIP de Generali modélise les dépendances à l'aide d'une copule gaussienne qui peut être définie comme suit :

$$C(u_1, \dots, u_n) = \varphi_{\Sigma}(\varphi^{-1}(u_1), \dots, \varphi^{-1}(u_n))$$

Où φ_{Σ} désigne la fonction multivariée d'une $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma)$ et u des uniformes empiriques.

3.1.9.2. Agrégation des risques en modèle interne

L'approche type formule standard, c'est-à-dire l'approche utilisée par les réglementations C-ROSS, RBC 2 et *Solvabilité II* (hors modèle interne et modèle interne partiel) permet de calculer le besoin en capital de l'entité en appliquant un choc instantané sur le bilan ou par l'utilisation de facteur de risque, calibrés à un certain niveau de confiance. L'approche modèle interne quant à elle permet de calculer le besoin en capital en utilisant des simulations et en utilisant les quantiles extrêmes des Fonds Propres.

Supposons la décomposition des périmètres de passifs suivantes :

$$FP(1) = \sum_{k \in P} FP^k(1)$$

Avec :

P un ensemble de périmètre de passif

$FP(1)$ correspond aux Fonds Propres consolidés

$FP^k(1)$ représente les Fonds Propres en $t = 1$ du périmètre passif k

En modèle interne, la variable $FP(1)$ est décomposé en Fonds Propres individuels $FP^k(1)$ ou encore vecteur de Fonds Propres marginaux qui seront agrégés par l'utilisation d'une méthodologie de type copule.

3.1.10. Résultat de la modélisation des risques en modèle interne par rapport à la formule standard

	SF CH	MI CH	Différence	%
Risque financier	1,260	900	-360	-29%
Risque de taux	61	591	530	862%
Risque de taux volatilité	0	148	148	
Risque action	473	444	-29	-6%
Risque action volatilité	0	9	9	
Risque immobilier	198	82	-117	-59%
Risque de spread	663	116	-546	-82%
Risque de concentration	0	2		
Risque de change	74	153	80	108%
Cross term	0	81	81	
Diversification	-209	-610	-401	191%
Risque de crédit	172	169	-3	-2%
Risque de contrepartie (CDL)	172	31	-141	-82%
Risque de spread	0	NA		
Credit default	0	99	99	
Cross term	0	1	1	
Diversification	0	-79	-79	
Risque de souscription	682	169	-513	-75%
Risque de mortalité	27	43	17	63%
Risque mortalité catastrophe	29	24	-4	-15%
Risque de longévité	39	54	15	38%
Risque de morbidité	187	69	-118	-63%
Risque médical et santé	0	0	0	
Risque de rachat	472	148	-324	-69%
Risque de frais	202	86	-117	-58%
Cross term	0	12	12	
Diversification	-273	-267	6	-2%
Cross term	0	1	1	
Somme des risques quantitatif	2,114	1,238	-876	-41%
Total Diversification	-469	-221	248	-53%
Sous total (Quantitative risk / BSCR)	1,646	1,019	-627	-38%
Risque operationnel	25	25		0%
LAC des impôts différés	-23	-20	3	-14%
TCR/ SCR	1,647	1,024	-623	-38%
Fonds propre	2,577	2,577		
Ratio de solvabilité	156%	252%	95%	

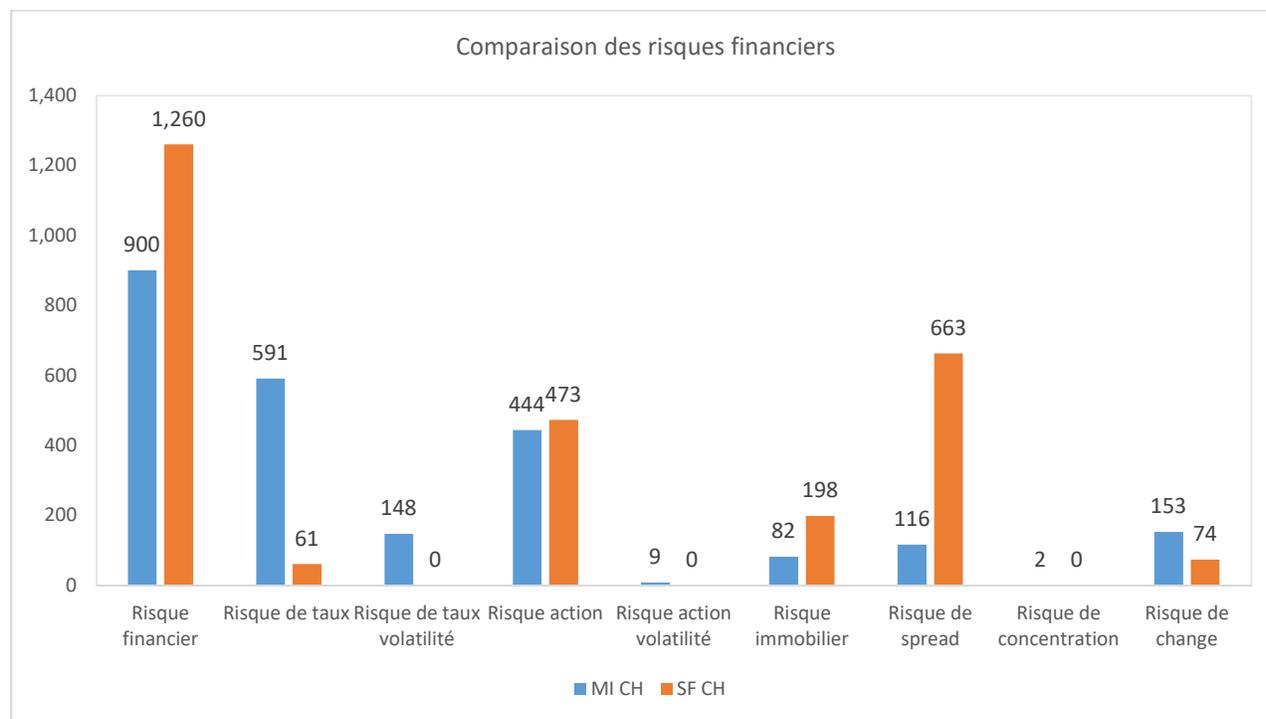
Tableau 5 Résultat du SCR modèle interne et formules standard de la Suisse

Le tableau ci-dessus représente la comparaison entre les résultats du modèle interne et la formule standard pour Generali Suisse. Il est fort de constater le bénéfice important de la mise en place d'un modèle interne. En effet le modèle interne permet une optimisation de 29% des risques financier et de 75% des risques de souscriptions.

La réduction globale est de 38% et représente une économie totale de 627 millions d’Euro. Les risques qui ont bénéficiés le plus de la modélisation en modèle interne sont : le risque de spread de crédit, le risque de taux et le risque de rachat.

Analyse du SCR et représentation graphique

Module des risques financiers

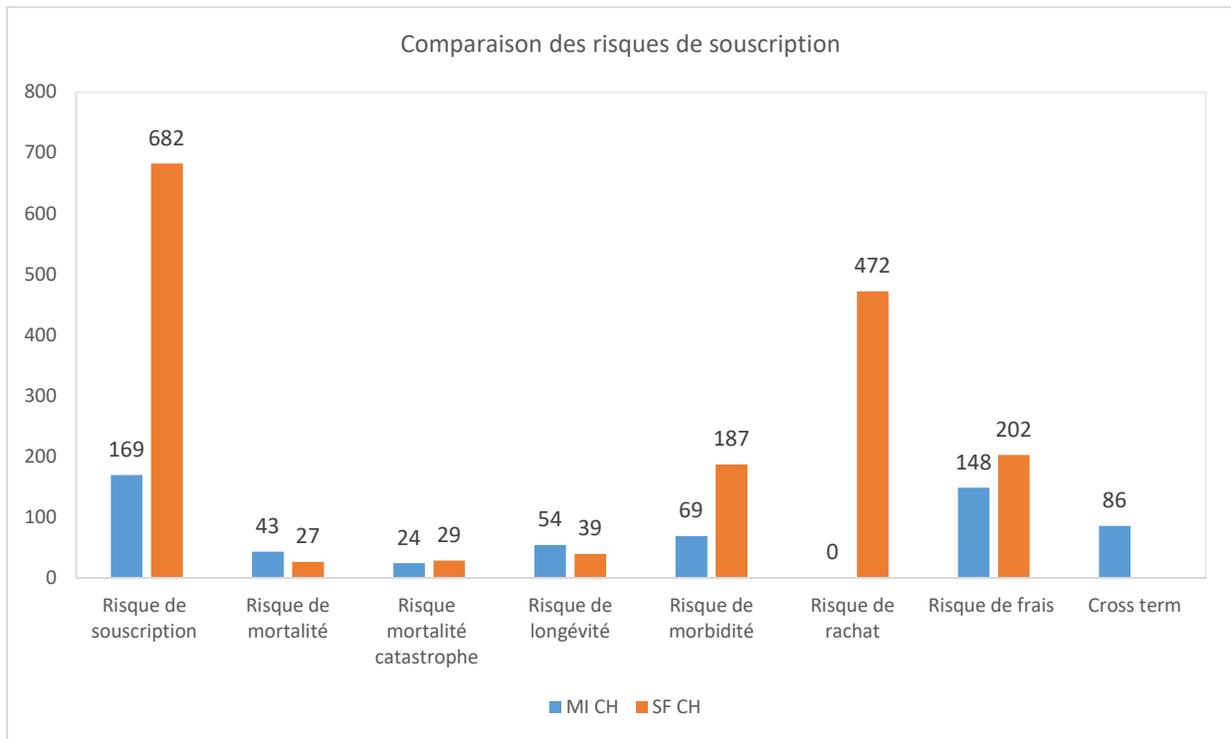


Les risques présentés dans le tableau ci-dessus sont après diversification intra module pour le total des risques financiers et en vision standalone pour les autres. Afin de faciliter la comparaison le risque de spread du modèle interne a été rajouté sur le graphique des risques financier. Il est clair que la modélisation du risque de spread en modèle interne permet une optimisation importante du besoin en capital. Ce risque est l’un des risques les plus important en terme de capital pour Generali Chine sous la formule standard. Une modélisation de ce risque en modèle interne apporterait donc plus de précision dans la mesure du risque mais aussi permettrait une optimisation du capital règlementaire. De plus sachant que le nombre d’obligation ayant reçu une notation de la part des agences internationales accréditées est limité, l’application du système de notation interne de Generali s’avère être nécessaire afin de permettre l’utilisation d’un modèle interne.

Le risque de taux est propre à l’environnement économique et au type de produit commercialisé. La courbe des taux est actuellement raisonnable en Chine et de devrait pas pénaliser Generali Chine. Il serait cependant nécessaire de mettre en place quelques scénario de stress de taux avec un modèle stochastique afin de pouvoir évaluer l’impact sur les garanties des produits et les actifs en portefeuille.

La diversification du modèle interne permet une réduction de 38% des risques financier en comparaison de la formule standard ou l'effet de diversification est de 14%. La matrice de corrélation du modèle interne a été définit par utilisation de donnée statistique propre à l'entreprise mais aussi de jugement d'expert. L'agrégation finale se faisant la méthode des copules présenté dans la section 3.1.9.

Module des risques de souscription



Les risques de souscriptions sont les risques intrinsèques à un contrat d'assurance. Cependant ils ne font pas parties des risques les plus onéreux en terme d'exigence de capital pour une compagnie d'assurance vie. En fonction de l'exposition de la compagnie aux risques biométriques et de l'historique de donnée disponible, il peut s'avérer intéressant de les modéliser en modèle interne. La modélisation apporterait plus de précision sur le profil de risque de la compagnie. Elle est surtout d'un grand intérêt lors du calcul des chocs à appliquer au passif de la compagnie. L'utilisation de donnée historique permet de calibrer des chocs sur mesure et dans la plupart des cas moins important que ceux de la formule standard. Dans le cas de la Suisse la modélisation des risques de souscription en modèle interne présente un avantage conséquent pour le risque de rachat, le risque de morbidité et le risque de frais.

L'effet de diversification est une fois de plus important dans le modèle interne, en effet les risques de souscriptions se retrouvent réduit de 61% en comparaison à la formule standard ou le bénéfice de diversification est de 29%. Le risque de rachat est le plus important et celui qui se diversifie le moins. Le choc de la formule standard est beaucoup plus élevé dans le cas d'un rachat à la baisse (50%). La calibration des risques pour le modèle interne permet d'avoir un choc de 16% à la baisse.

Le SCR requis par le module de crédit est très proche en modèle interne par rapport à la formule standard.

Comparaison des SCR modèle interne et formule standard



L'utilisation du modèle interne de Generali Suisse a permis de montrer l'intérêt pour une entreprise de développer son propre modèle d'estimation des risques. La différence de SCR entre le modèle interne et la formule standard est de 38% et représente une économie de 627 millions d'Euro. Cependant afin de mettre en œuvre un modèle interne, une mise à disposition des données historiques de la compagnie est nécessaire afin de calibrer des chocs et un accès au modèle de passif de la compagnie d'assurance est primordial pour évaluer l'impact des différents scénarios de stress.

Dans les circonstances actuelles, il n'est pas possible de quantifier la différence de capital pour la Chine entre un modèle interne partiel et la formule standard.

Conclusion

Les primes d'assurance vie ont connues une forte croissance en 2018 dans les marchés émergents et ce particulièrement en Asie. Cette croissance sera d'autant plus renforcée dans le futur et la Chine deviendra en 2030-2035 le marché le plus important en terme d'assurance selon les projections de Swiss RE.

La comparaison des différentes réglementations a permis de mettre en évidence l'écart de capital à immobiliser entre la réglementation Européenne *Solvabilité II* et les réglementation locale en Asie. En effet après avoir calculé le besoin en capital sous C-ROSS et RBC 2, le capital réglementaire propre à *Solvabilité II* est supérieur à des réglementations tel que RBC 2 en Thaïlande et C-ROSS en Chine. Cet écart est plus important pour les risques financiers. En effet, les actifs dans lesquels investissent les assureurs en Asie se retrouvent pénalisés par les charges de risque importantes exigées par *Solvabilité II*. De plus, les stress appliqués au portefeuille d'actif sont plus sévères sous la réglementation Européenne. Un assureur Européen se retrouve donc fortement pénalisé lors de l'utilisation de *Solvabilité II* en Asie.

La diversification joue un rôle important dans l'estimation du besoin en capital. L'utilisation de la matrice d'agrégation de *Solvabilité II* afin d'agrèger le capital requis pour chacun des risques calculés sous la réglementation C-ROSS a permis de réduire l'écart initial de 75% à 35% par rapport à la réglementation Européenne.

L'exemple du modèle interne de la Suisse a permis dans un premier temps de comprendre le fonctionnement global du modèle interne de Generali, d'identifier les données nécessaires afin d'effectuer la calibration des risques les plus importants et de quantifier la différence de SCR entre le montant requis par la formule standard et le modèle interne. Le SCR requis par le modèle interne représente une diminution de 38% par rapport à la formule standard. Cependant la mise en place d'un modèle interne nécessite une collaboration étroite entre la filiale et son Groupe afin de permettre la calibration des chocs des différents risques. De plus dans le cas de Generali Chine, l'application du système interne de notation des obligations s'avère nécessaire. Cela est dû à l'absence de notation internationale pour une grande partie des actifs obligataires de Generali Chine. Elle devra aussi accepter de faire évoluer son modèle et être capable de faire intervenir des scénarios stochastiques afin d'évaluer le coût des options et garantie des produits d'assurance commercialisés.

Depuis ces dernières années nous avons constaté une évolution des réglementations en Asie. La Chine adoptera C-ROSS 2 en 2021 qui se rapprochera de *Solvabilité II* avec l'ajout du risque de concentration et une meilleure transparisation des fonds, la Thaïlande a déjà adopté une première version de RBC 2 et appliquera de manière progressives des chocs avec un quantile supérieur. RBC 2 reste simple par rapport aux stresses et techniques de calcul du capital de C-ROSS et *Solvabilité II*. Par exemple, Hong Kong adoptera en 2024 une prochaine réglementation (RBC) qui a été fortement inspiré par *Solvabilité II*.

L'utilisation de réglementation avancée tel que *Solvabilité II* par les grands groupe d'assurance permettra de mieux anticiper l'augmentation de capital lié au changement méthodologique des réglementations locales. Ces groupes pourront mieux appréhender la réduction de la profitabilité et favoriser la création de produits dits « capital light ».

La dernière partie a mis en avant le développement d'un modèle interne pour quantifier le besoin de capital pour Generali Chine. Cette méthode sur mesure à l'avantage de prendre en considération le profil de risque de la compagnie d'assurance et d'utiliser les dernières avancées en terme de technique de calcul afin de quantifier le risque. Cependant, cela nécessite une totale coopération et transparence de la filiale Chinoise en terme de données.

Annexes 0 : Présentation des marchés en Asie

Marché avancé

Le Japon

En 2018, le total des primes d'assurance vie perçue au Japon s'élève à USD 330 Milliards (12% des primes mondiale vie selon Swiss RE Institute). Le Japon est le troisième pays le plus important au monde et le second pays en Asie après la Chine en termes de primes d'assurance vie souscrites.

Le taux de pénétration (déterminé à l'aide du rapport du montant des primes vie 2018 sur le produit intérieur brut du pays en 2018) de l'assurance vie au Japon est proche des 7%, ce qui place le Japon au rang de onzième mondiale et troisième en Asie.

Avec un montant de primes aussi important et une forte pénétration dans le secteur de l'assurance vie, le Japon a vu la croissance de ses primes augmenter de 3.6% (après retraitement de l'inflation) par rapport à l'année 2017. Ce pays dont la durée de vie de la population s'allonge et l'où l'on observe une baisse de la natalité expérimente une baisse des affaires nouvelles, principalement liées à un environnement financier qui se dégrade.

Contrairement au marché de l'assurance vie chinoise, qui se développe rapidement et est devenu un leader en innovation digital, le marché japonais est déjà développé et même saturé. De plus, le potentiel de croissance limité de ce marché est amplifié par deux phénomènes, un faible taux de natalité et une population vieillissante. L'assurance vie est le placement dominant pour préparer sa retraite au Japon. En effet l'État ne remplace que 35% des revenus, ce taux reste faible comparé aux autres systèmes de retraite des pays développés. La gestion d'actif au Japon est peu développée, ce qui renforce la place de l'assurance vie comme outil d'épargne permettant aux japonais de préparer leur retraite.

Tout comme les marchés d'Europe de l'Ouest, le faible niveau des taux d'intérêt limite les opportunités de croissance du marché Japonais.

L'environnement des taux d'intérêt bas a affecté particulièrement la rentabilité des produits d'épargne prime unique (*single premium*), qui sont connus comme étant les produits phares des compagnies d'assurance vie.

Avant cet environnement de taux ultra bas, les assureurs Japonais profitaient du spread entre les taux garantis et les taux long des obligations émises par le gouvernement. Cependant, après une baisse importante des taux des obligations gouvernementales (cf. Figure 12 Taux d'intérêt des obligations au Japon), les assureurs ont dû stopper de garantir un taux minimum aux assurés, ce qui a conduit à l'arrêt des ventes de ce type de produit.

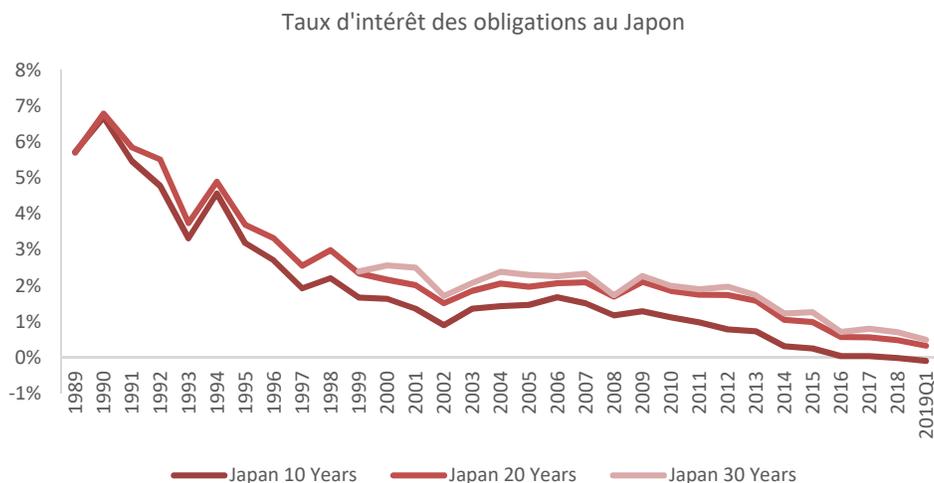


Figure 12 Taux d'intérêt des obligations au Japon (source : Bloomberg)

Au premier trimestre 2019, le taux de l'obligation d'État 10 ans est passé en dessous de 0%.

Avec les perspectives de croissance limitées, les assureurs japonais n'ont pas d'autres choix que de se lancer à la recherche d'opportunité dans les marchés internationaux à forte croissance. Certains assureurs Japonais ont déjà commencé à implémenter cette stratégie par l'utilisation de partenariat (*joint-ventures*) ou de fusion acquisition.

Evolution du marché de l'assurance vie au Japon

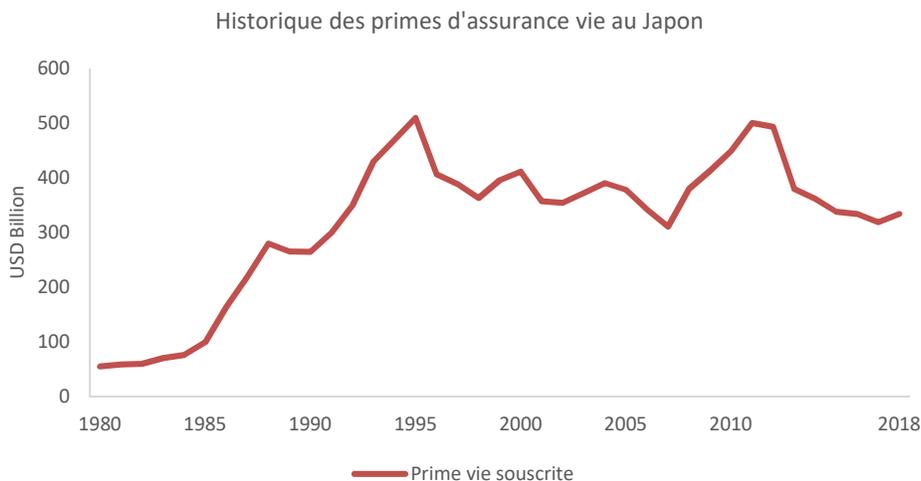


Figure 13 Historique des primes vie souscrites au Japon (source : SWISS RE)

Depuis l'année 2011, les primes d'assurance vie au Japon étaient en forte décollecte. En 2018, la croissance des primes repasse dans le positif à 8% (3.6% après retraitement de l'inflation) en comparaison de l'année 2017. La décollecte la plus importante a été observée en 2013 (-23%), elle est attribuée à la baisse des taux d'intérêt qui pour la première fois passait en dessous des 1% en 2012 et perdure jusqu'à nos jours.

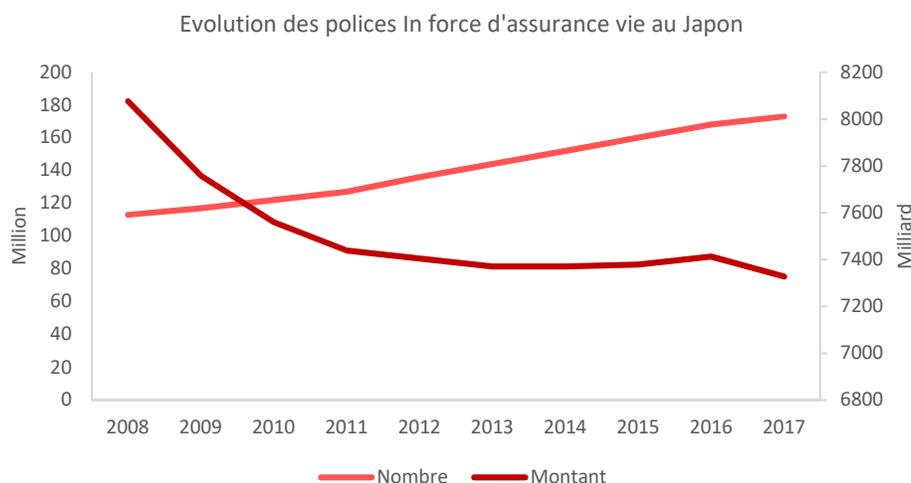


Figure 14 Evolution des polices In Force d'assurance vie au Japon (Source: Life Insurance Association Japan)

Le nombre de police d'assurance vie en vigueur au Japon est en constante augmentation depuis 10 ans, on compte 173 millions de contrats en vigueur en 2017.

En 2017, le montant total en cas de décès pour des polices d'assurance individuelle représente USD 7 327 Milliard. La baisse continue de ce montant est la conséquence de la baisse démographique de la population et du besoin de la couverture décès qui s'ajuste à la diminution des membres des familles japonaises.

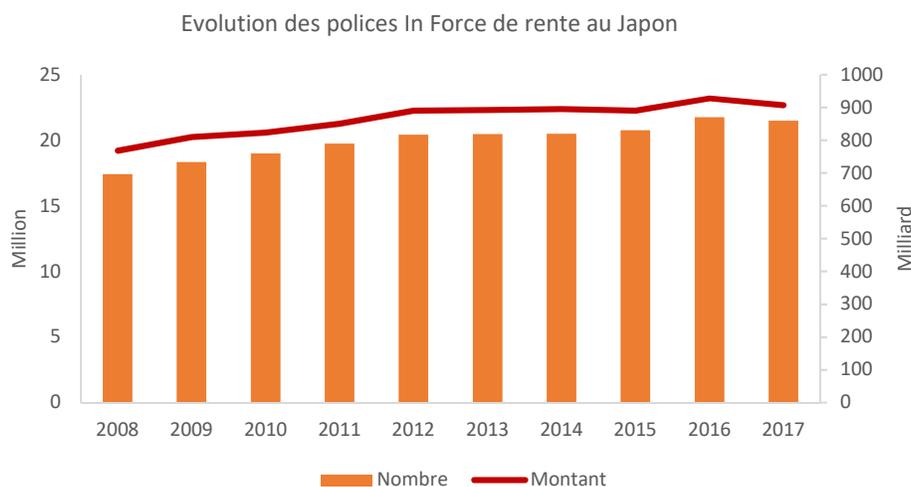


Figure 15 Evolution des polices In Force de rente au Japon (Source: Life Insurance Association Japan)

Le nombre et le montant des polices d'assurance vie pour les produits de rentes ont eu une croissance relativement stable depuis ces 10 dernières années. Cette demande pour les produits de rente est en partie due à une augmentation du besoin de financement après la retraite.

Prévisions et perspective futures

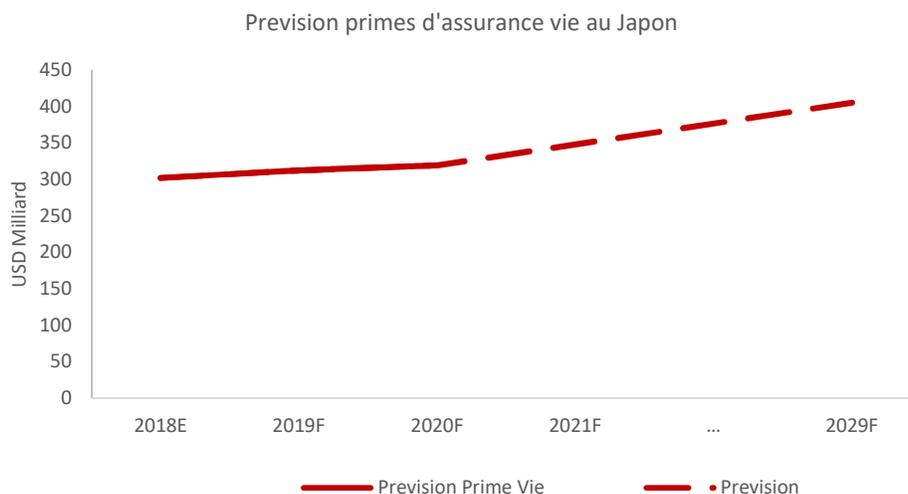


Figure 16 Prévision Primes assurance vie au Japon (source : Swiss Re)

Les prévisions de croissance des primes d'assurances vie au Japon sont optimistes et soutenue par une croissance du produit intérieur brut. En effet cette croissance sera majoritairement issue de la demande en produit d'assurance dans le domaine médical et d'assurance santé. Les assureurs Japonais vont aussi investir sur l'innovation en proposant des produits d'assurance santé utilisant les nouvelles technologies appelées «*health and wellness benefits*». Certains assureurs vont aussi se diversifier en ciblant la dépendance et les produits liés à l'incapacité.

En conclusion, le marché de l'assurance vie au Japon est un marché avancé et complexe avec peu d'intérêt pour un nouvel assureur. De plus, le faible niveau des taux d'intérêts renforce la difficulté de proposer des produits d'épargne attrayants. Le marché de la prévoyance et de la retraite restent dynamique avec une demande provenant de la société japonaise. Cependant le challenge démographique et la faible natalité ne sont pas favorables à une économie florissante.

Singapour

Singapour est une petite Cité État de moins de 6 millions d'habitants qui possède l'un des marchés d'assurance vie les plus avancé et dynamique d'Asie. En 2018, Singapour se classe douzième mondial en termes de taux de pénétration de produit d'assurance vie (6%). Le montant des primes collectée par les assureurs en 2018 s'élève à USD 22 Milliards impliquant une croissance raisonnable de 4.9% (2% après retraitement de l'inflation) en comparaisons avec l'année 2017. Le ralentissement observé en 2018 est principalement lié à la réduction de la collecte de prime du CPF (*Central Provident Fund*) en raison d'un changement dans la rémunération des agents. Singapour est vu comme un environnement sans risque (absence de corruption, transparence des organisations) pour les non-expatriés et expatriés, cette population « affluent » recherche la sécurité pour leurs investissements. Par conséquent beaucoup de compagnie internationale se sont établies à Singapour.

Le marché de l'assurance vie à Singapour est dominé par des produits d'assurance à prime régulière (*endowment*) et des produits d'assurance vie entières (*whole life*). Ces types de produits représentaient 45% des primes du marché vie en 2016. Le succès est principalement dû à la culture d'épargne existant à Singapour qui apprécie aussi le besoin de s'occuper des dépendants avec des couvertures prévoyances.

La présence de cette forte population aisée à Singapour justifie aussi le besoin pour des produits liés à la succession et des produits à prime unique tels que vie universelle (*universal life*) et de fonds de pension tel que le CPF. Ce dernier correspond au produit d'épargne retraite sponsorisé par l'Etat.

Une autre catégorie de produit qui compte pour 22% des primes du marché de l'assurance vie sont les produits en unité de comptes (*unit linked*). En effet ce produit correspond aux investisseurs qui sont prêts à assumer un niveau de risque plus élevé afin de bénéficier d'un retour sur investissement plus important. De plus ce produit est apprécié par les assureurs par sa faible demande en capital requis par le régime local (*Risk Based Capital* ou RBC).

Le marché des assurances de Groupe est limité et représente 1% des primes d'assurance. Le marché des avantages aux employés (*Employees Benefit*) est très avancé, compétitif et possède un fort taux de pénétration.

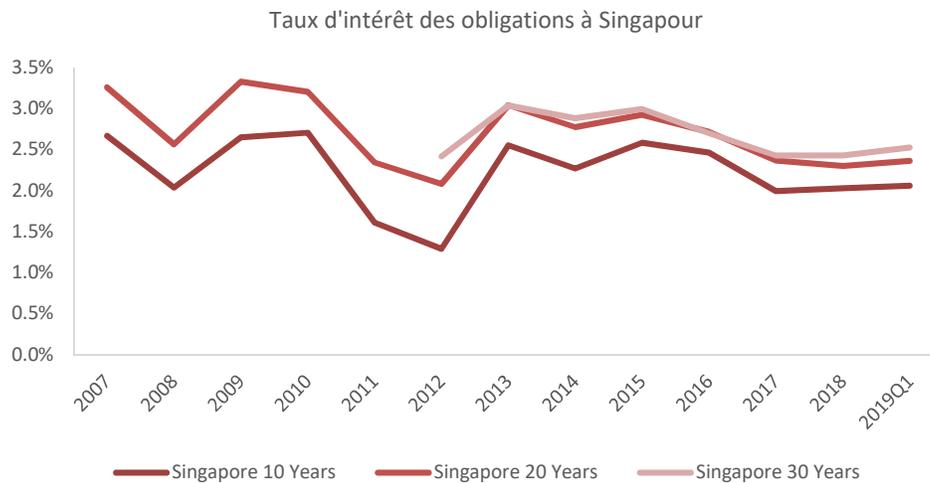


Figure 17 Taux d'intérêt des obligations à Singapour (source : Bloomberg)

Les taux des obligations d'Etat permettent encore aux assureurs de proposer des produits à des taux attractifs.

Evolution du marché de l'assurance vie à Singapour

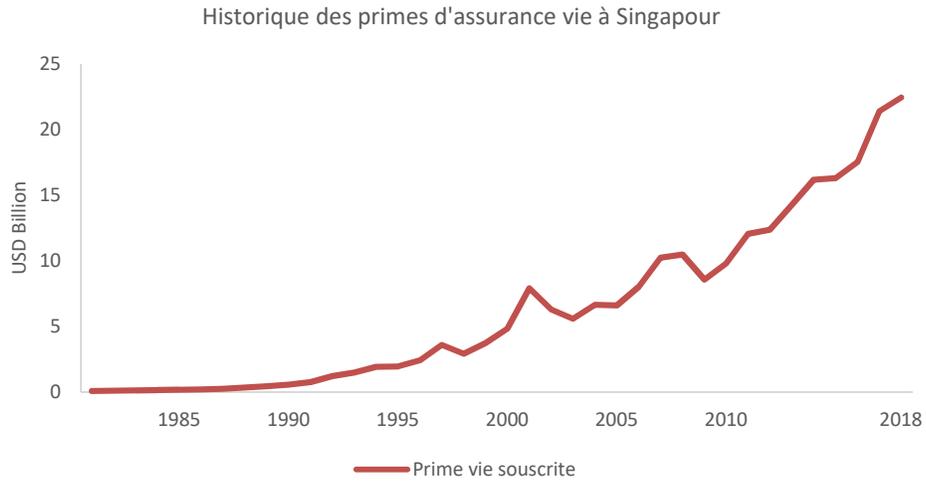


Figure 18 Historique des primes vies à Singapour (source : Swiss Re)

La croissance moyenne du marché d'assurance vie (CAGR) est de 16% entre 1980 et 2018, cette forte croissance est soutenue par un environnement économique favorable, la stabilité du régime et aussi le faible niveau de corruption.

Prévision et perspective future

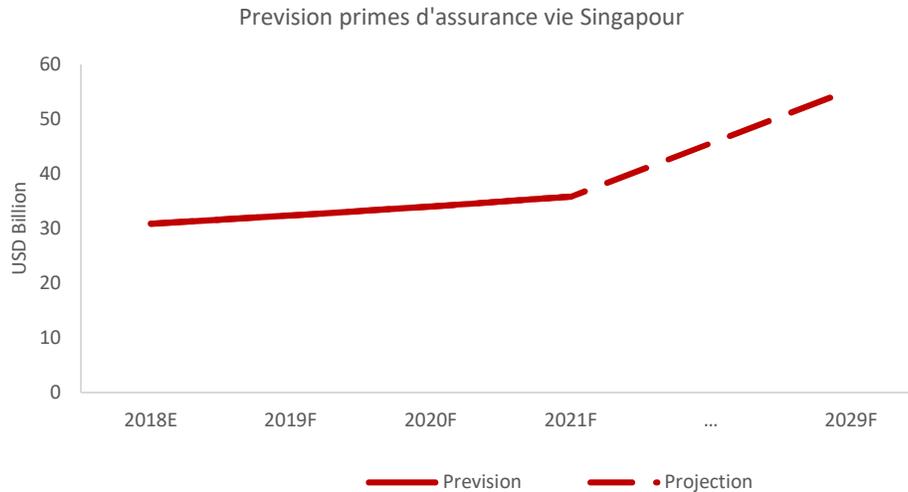


Figure 19 Prévision des primes d'assurance vie à Singapour (source : Swiss Re)

Les prévisions des primes d'assurances sont optimistes en raison de belle perspective économique futur et de l'augmentation des revenus.

Cependant le marché est dominé par une dizaine d'assureurs locaux et étranger. De plus l'histoire de Singapour en tant qu'ancienne colonie britannique rend plus difficile l'accès au marché pour des assureurs Européen qui souhaitant s'y implanter.

Taiwan

Taiwan est un petit Etat insulaire de 24 millions d'habitants à 180 kilomètres de la Chine. Le marché de l'assurance est réputé pour être l'un des plus avancé de l'Asie avec un taux de pénétration de près de 17% (premier mondial en 2018). Avec un montant de 98 milliards de dollars de primes d'assurance vie collectées en 2017 et passant la barre des 100 milliard en 2018, Taiwan se classe troisième en Asie, gagnant une place au classement devant la Corée du Sud. La croissance de de la collecte des primes d'assurance vie est de 3.5% (1.2% après retraitement de l'inflation) en comparaison avec l'année 2017.

Le marché de l'assurance Vie à Taiwan est très avancé avec une moyenne de deux polices d'assurances par habitants (incluant tous les âges). Le marché des primes uniques y est bien développé (65% des primes reçues en 2018 proviennent de produit d'assurance à primes uniques). 80% du marché est dominé par des produits d'assurance vie traditionnel (*endowment and insurance against death*).

Les produit de retraite à Taiwan sont rares, en effet le gouvernement met à disposition de la population un dispositif de sécurité sociale et un fonds de retraite obligatoire. De plus il n'y a pas d'incitation à l'investissement dans les produits retraite de la part de l'Etat.

L'Etat Taiwanais s'occupe aussi de la santé de ses citoyens en proposant des remboursements pris en charge par le « *National Health Insurance Administration* », il s'agit d'un système à adhésion obligatoire.

Les produits santé représentent un peu moins de 11% des primes totales d'assurance vie, ces produits se limites à des produits concernant la prise en charge de maladie grave, de bénéficier d'une meilleure chambre à l'hôpital et la prise en charge de certains coûts additionnels.

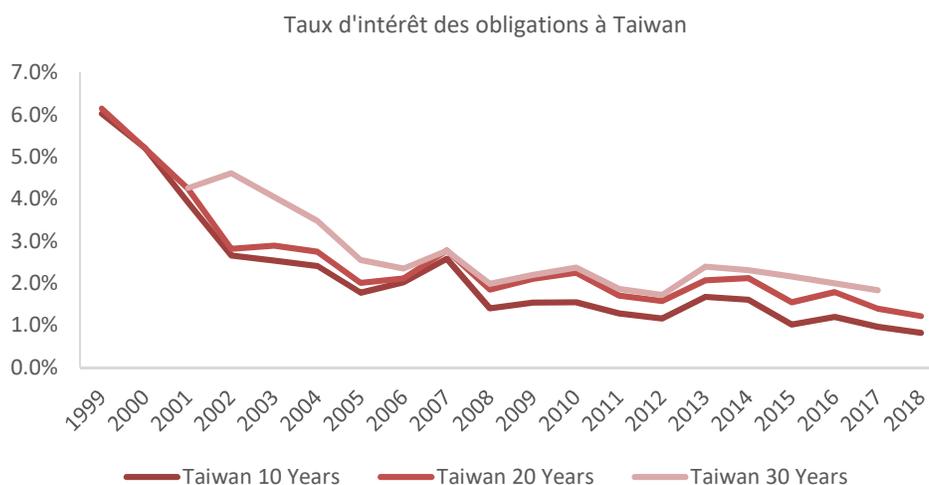


Figure 20 Taux d'intérêt des obligations à Taiwan (source: Bloomberg)

Il est possible de trouver sur le marché financier long terme de Taiwan des obligations gouvernementale de 10 ans, 20 ans et 30 ans. Les coupons distribués par ces obligations ne cessent de décroître et de plus le montant des émissions de l'État Taiwanais ne parvient pas à subvenir au besoin des assureurs vie en place. Pas d'information disponible concernant les taux des obligations gouvernementales en 2003, 2016, 2018 et premier trimestre 2019.

Afin de palier à leur besoin les assureurs Taiwanais investissent dans des obligations du gouvernement local (émission d’obligation par des collectivités), des obligations d’entreprises qui délivrent un coupon généralement supérieur et dans des instruments de dette (*Debt Securities* et des prêts aux assurés).

Evolution du marché de l’assurance vie Taiwan

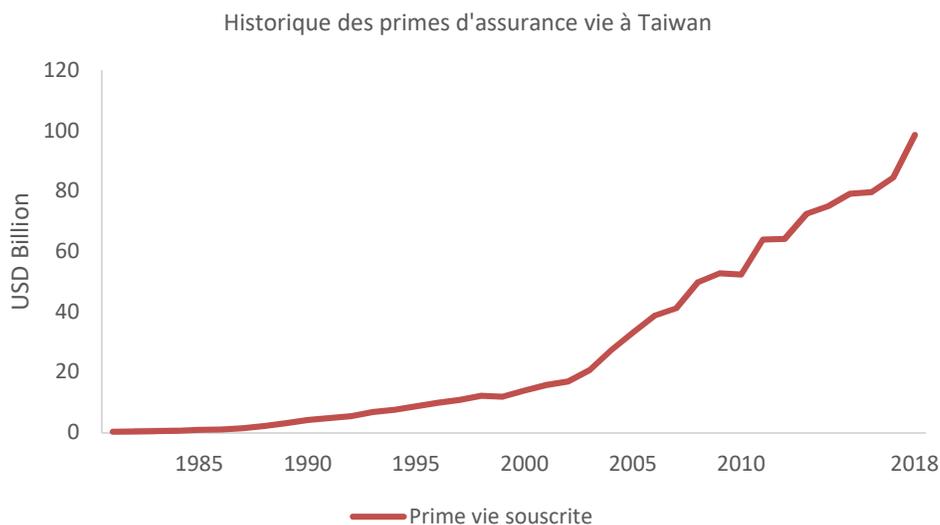


Figure 21 Historique des primes d’assurance vie à Taiwan (source : Swiss RE)

Le marché de l’assurance vie à Taiwan est en croissance constante depuis 1980, le taux de croissance moyen (CAGR) est de 16%. Cependant certaines compagnies d’assurance vie à Taiwan ont expérimenté des problèmes de solvabilités et de profitabilités. Depuis 2019, trois compagnies d’assurances ont été insolvables et ont nécessité l’intervention du fonds de garantie d’assurance Taiwanais (TGIF), les actifs et passifs de ces assureurs ont été transférés à d’autres acteurs sur le marché.

La baisse de la profitabilité du business de l’assurance vie à Taiwan est la principale raison du départ de ce marché des assureurs étrangers. Aviva se retire de sa Joint-venture et Allianz vend son portefeuille de produit d’assurance vie traditionnel. La raison qui expliquerait le départ de ses acteurs serait le capital requis par *Solvabilité II* pour maintenir le business. En effet les assureurs Européens sont plus dans une stratégie de vente des produits en unité de compte qui demande moins en capital mais moins attractif pour les Taiwanais.

Prévision et perspective future

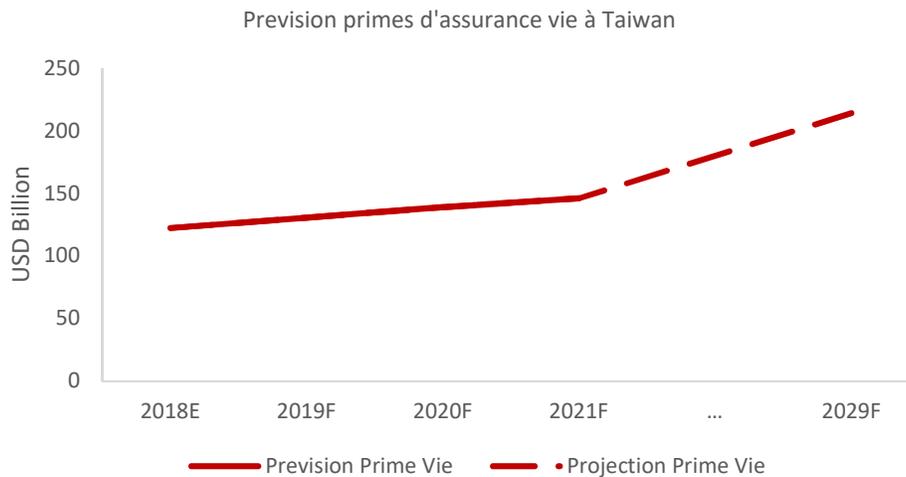


Figure 22 Prevision des primes d'assurance vie à Taiwan (source : SWISS RE)

L'assurance vie à Taiwan doit faire face à différents types de challenges comme énoncés précédemment. Cependant les perspectives de croissance sont très positives. En effet Taiwan a prévu un plan financier dont l'objectif est dans le domaine de l'assurance, d'augmenter le taux de pénétration de l'assurance vie et non vie (produit offshore, cyber assurance), promouvoir l'innovation dans les secteurs clés, encourager les InsurTech et renforcer la régulation. Le secteur de la santé est vu comme un secteur à forte croissance, ces produits sont actuellement très profitables et confortent les assureurs dans le développement de produit santé afin de répondre à un besoin grandissant de la population. Le vieillissement de la population encourage le gouvernement à promouvoir des actions afin de solliciter l'aide des assureurs dans le développement de produit comme des produits de rentes de groupe (*group annuity product*) et de prise en charge de la santé long terme.

Corée du Sud

La Corée du Sud est la quatrième puissance économique d'Asie, elle possède une population de 51 millions d'habitants et un taux de pénétration de l'assurance vie de 6% en 2018. Elle se classe donc cinquième en Asie. Le marché de l'assurance vie en Corée du Sud expérimente depuis quelques années, une baisse de la collecte des primes s'établissant à 98 Milliard de dollars en 2018, ce qui représente une baisse 6% après ajustement de l'inflation par rapport à l'année 2017.

La population Coréenne est principalement averse au risque et préfère investir dans des produits proposant des taux garantis, ce qui explique le faible volume des assurances vie en unités de comptes.

Le faible niveau des taux d'intérêt rend difficile le maintien des garanties des produits souscrits par le passé aux assurés. De plus le vieillissement de la population est l'un des plus rapides d'Asie. La loi en Corée exige que les entreprises mettent à disposition de leurs employées un system de retraite.

Les dépenses de santé en Corée du Sud sont prisent en charge par l'État à hauteur de 70% et 20% pour le dentaire. L'assurance complementaire la plus souscrite est l'assurance cancer qui peut prendre differente forme de paiement.

En globalité le marché de l'assurance vie est dominé par les produits *endowment* (41%) les produits de capitaux décès (42%), le reste est attribué au produit retraite. Les assurances de groupe sont très peu souscrites en Corée du Sud.

La baisse des taux pousse les assureurs à commercialiser plus de produits de prévoyance au détriment des produits d'épargne à taux garantis.

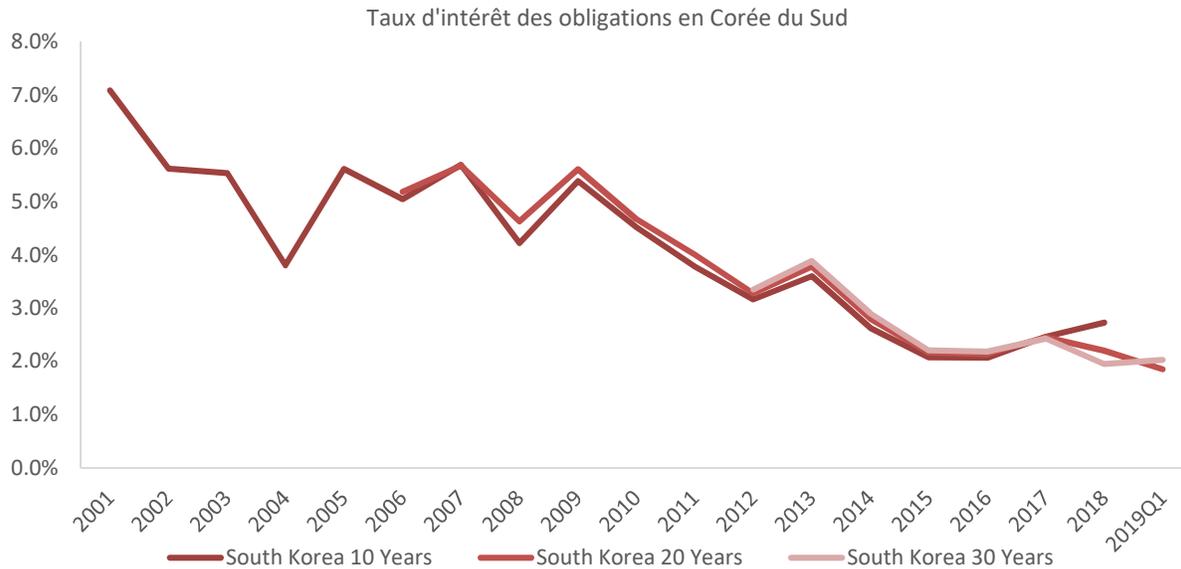


Figure 23 Taux d'intérêt des obligations en Corée du Sud (source : Bloomberg)

Il est possible de trouver des obligations de différentes maturités sur le marché Coréen. Il est plus fréquent de trouver des émissions des obligations de maturité entre 10 et 20 ans. Des banques ont depuis 2010 émis des obligations de 30 à 50 ans et même des obligations perpétuelles, ces émissions restent faibles et n'affectent pas la durée des actifs des assureurs. Cependant le gouvernement Coréen encourage la proposition de produits de retraite de la part des assureurs et augmentera de même le besoin en obligation de maturité longue.

Le niveau des taux d'intérêt des obligations d'État représenté ci-dessus ne cessent de diminuer depuis les années 2000. À l'exception de l'année 2017 où la banque Centrale de Corée a initié une remontée des taux.

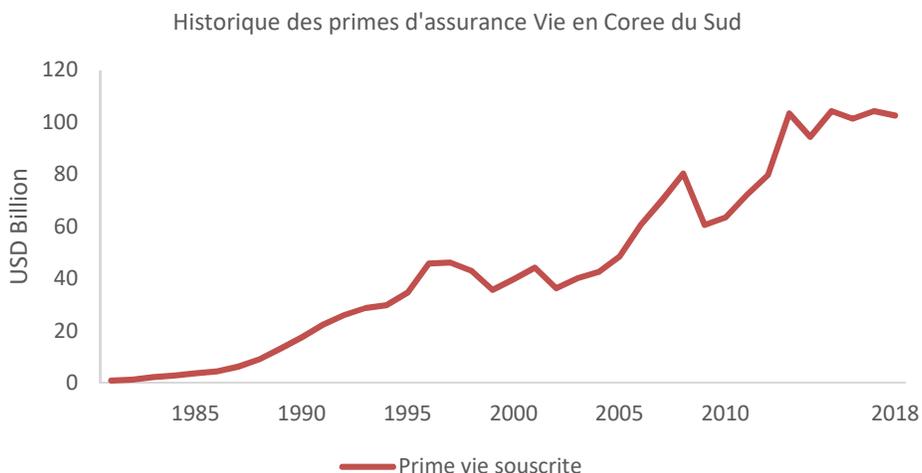


Figure 24 Historique des primes d'assurance Vie en Corée du Sud (source : SWISS RE)

Les primes d'assurance en Corée sont en croissance depuis les années 80. Des baisses de la collecte sont observées, ces baisses sont corrélées à la situation des marchés financiers. La plus grosse baisse (-25%) est observée en 2008 et est liée à la crise des marchés financiers initiée par les subprimes aux États-Unis.

Prévision et perspective future

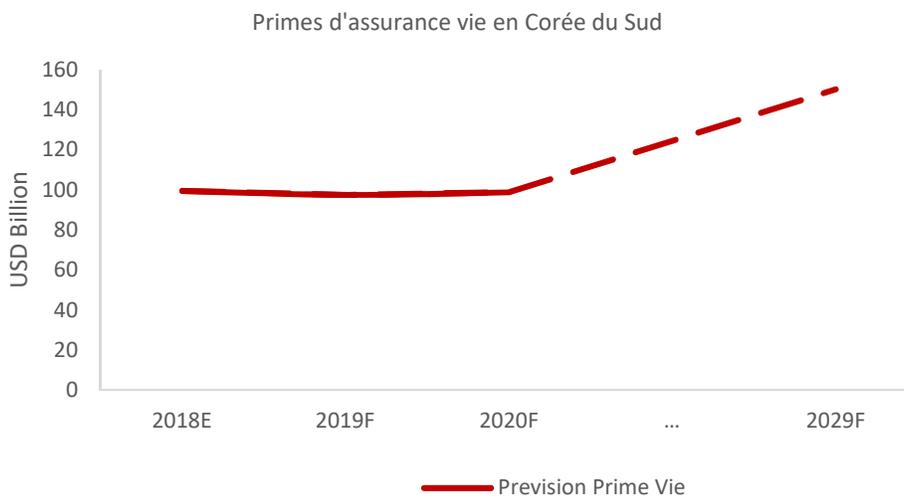


Figure 25 Primes d'assurance vie en Corée du Sud (source SWISS RE)

L'environnement de taux bas, l'aversion aux risques en Corée impactent directement le marché de l'assurance vie et suggèrent fortement une baisse future des produits épargnes. Cette baisse sera aussi renforcée par la nouvelle norme IFRS 17 qui pénalisera d'autant plus les assureurs vie en augmentant le besoin en capital lié aux produits d'épargne. Une croissance globale des primes est tout de même envisagée liée aux produits prévoyances et santé poussés par les compagnies d'assurance. Les produits retraites soutenus par l'État contribueront aussi à cette croissance.

Australie

L'Australie est un continent avec une grande superficie et une population de 25 millions d'habitants, sa superficie est équivalente à 14 fois celle de la France et le total des primes d'assurance vie en 2018 est de USD 30 milliards. Le marché de l'assurance vie en Australie est en décollecte pour la quatrième année consécutive à -5.8% (après ajustement de l'inflation) par rapport à 2017. Cette baisse continue du business s'explique par un environnement de taux bas, un renforcement de la réglementation, une pression concurrentielle élevée, un changement de comportement des assurés et des produits complexes. De plus l'économie Australienne doit faire face à de nombreuses difficultés, le résultat est une stagnation de son PIB, un endettement des ménages élevé et des prix de l'immobilier en baisses.

Une forte activité de fusion et acquisition est observée sur le marché assurantiel. Les assureurs internationaux et plus particulièrement les assureurs japonais rachètent le portefeuille des assureurs domestiques.

Le marché de l'assurance vie est divisé en deux marchés, le marché de l'assurance individuelle et le marché de l'assurance de groupe. Le marché de l'assurance individuelle est un marché dominé par les produits prévoyance. Le marché est composé de produits vie entière (*whole life*), primes régulières (*endowment*) et unité de comptes (*unit linked*). En Australie, les produits précédemment cités ont une composante prévoyance importante. Le second marché est le marché de l'assurance vie de groupe qui est beaucoup moins important que le marché individuel. Il propose des produits temporaire décès (*term life*) et des produits incapacité invalidité (*income protection*).

Le système de retraite en Australie est l'un des meilleurs au monde, bien que le taux de remplacement des revenus soit aux alentours de 43%, le montant moyen des fonds de pensions privés en Australie est assez élevé par rapport aux autres pays du monde. Le capital moyen accumulé d'un homme est estimé à USD 201 241 et de USD 116 748 pour une femme. Ce montant de pension n'est cependant pas suffisant pour permettre aux retraités de vivre confortablement en Australie, des revenus complémentaires sont parfois nécessaires.

Le gouvernement Australien propose aussi une couverture santé universelle, cette couverture est gratuite ou subventionnée. Les soins médicaux pour les employés et les accidents du travail sont pris en compte par l'État et au niveau territorial et financés par des cotisations obligatoires des assureurs. Le secteur privé de la santé a un niveau de réglementation élevé et contribue à 25% dans le financement des dépenses de santé. Les assurances santé privées couvrent certains manques de la couverture santé universelle mais aussi aide à réduire les listes d'attente d'accès aux soins. L'État encourage le développement des assurances santé privées afin de répartir la contribution entre public et privé.

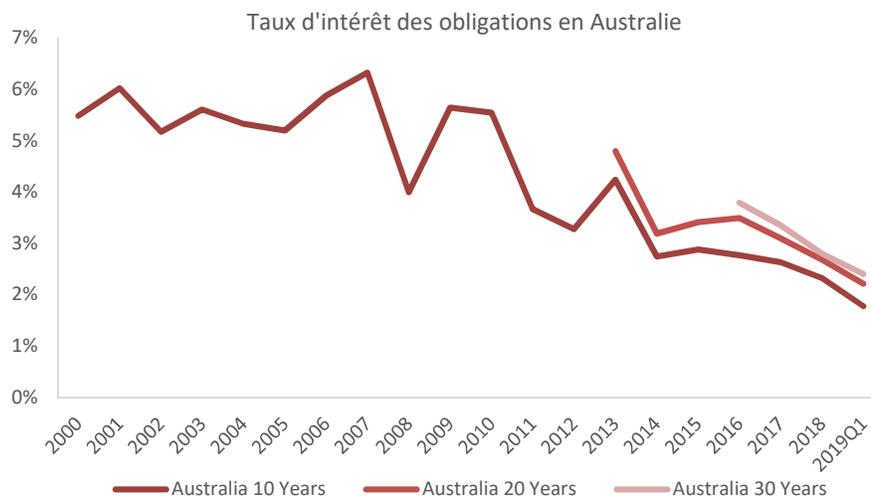


Figure 26 Taux d'intérêt des obligations en Australie (source :Bloomberg)

La baisse des taux des obligations d'État depuis l'année 2016 rend plus difficile la commercialisation des produits d'épargne à des taux attractifs pour les assurés. Toutefois, les produits avec des garanties ne sont pas très répandus en Australie et environ 80% des polices d'assurance sont souscrites sur la base d'un renouvellement annuel. Les émissions des obligations longues du gouvernement sont plutôt rares et obligent les assureurs et les autres organismes avec un risque de longévité à utiliser un mixte d'obligation et d'investissement dans les infrastructures.

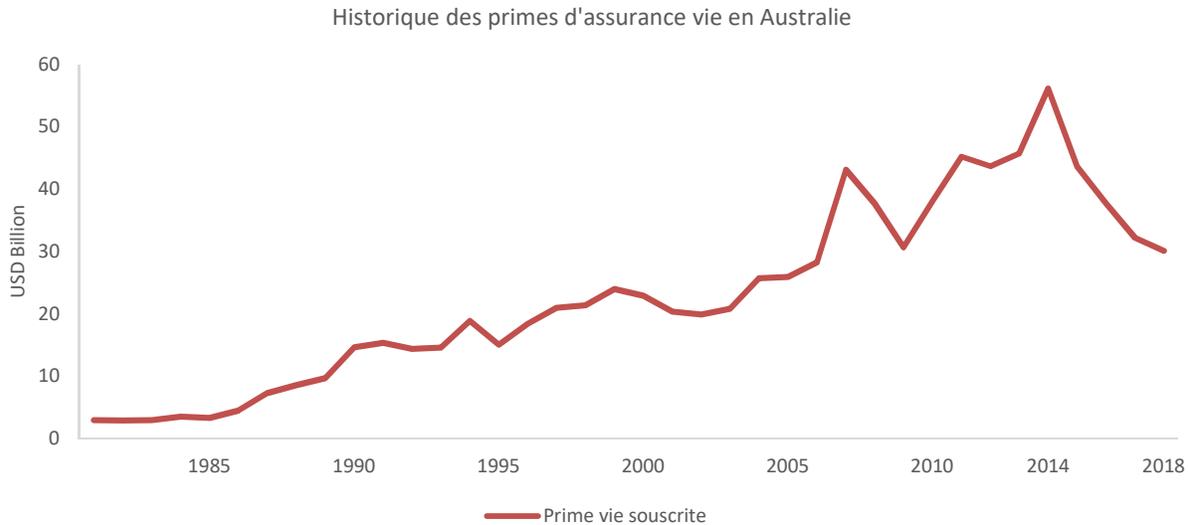


Figure 27 Primes assurance vie en Australie (source: SWISS RE)

L'environnement de taux bas, la complexité des produits d'assurance et le changement dans la consommation des produits d'assurance représentent un contexte difficile pour le business de l'assurance vie. Depuis 2014 la collecte des primes d'assurance vie est en baisse et le taux moyen annuel de croissance est de -12%.

Prévision et perspective future

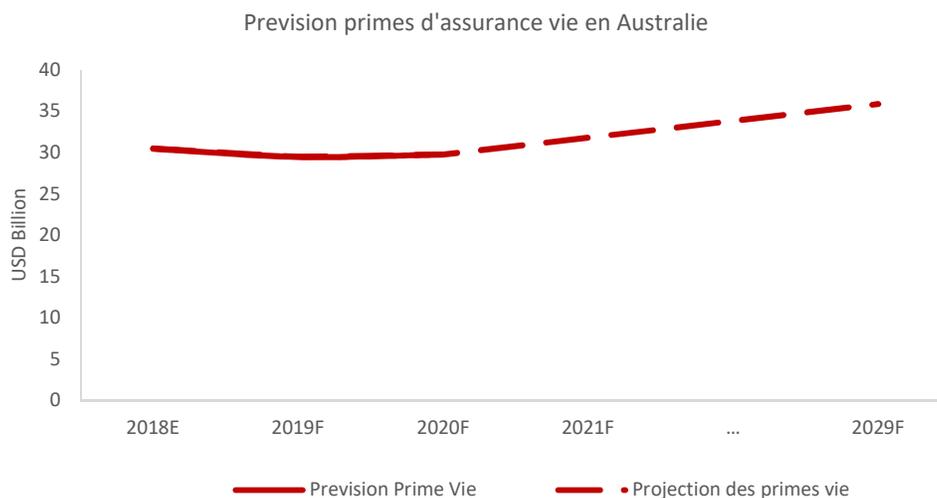


Figure 28 Prévision primes d'assurance vie en Australie (source : SWISS RE)

Les perspectives de croissance futures des primes d'assurance vie seront assez faibles. L'industrie a souffert de condition économique difficile et aussi d'un manque de confiance de la part de la population envers la capacité des compagnies d'assurance de répondre à leur besoin financier. Près de 40% de la population Australienne aura plus de 40 ans en 2050 avec 20% d'entre eux qui auront plus de 60 ans. Le besoin en termes de produit d'assurance aura tendance à évoluer plus sur des produits individuel prévoyance tel que des produits incapacités invalidités et des produits retraite (sortie en capital ou en rente). L'assurance de groupe a aussi de bonne perspective de croissance et sera soutenue par le gouvernement. De plus la situation géographique de l'Australie lui permet de profiter de la dynamique des marchés émergents asiatiques. Selon la Banque Asiatique de Développement (ADB), 52% du PIB mondiale sera en Asie en 2050. Cette opportunité est aussi une menace car les compagnies d'assurance au Japon et en Chine ont déjà commencé pour des raisons de diversification des risques à acheter les portefeuilles vie des assureurs Australien.

Marché Emergent

L'Inde

La population indienne est la plus importante au monde après la population Chinoise. En 2019, elle a été estimée à 1,34 milliards et les projections indiquent qu'elle dépassera la population Chinoise en 2050. L'Inde fait partie du classement des économies mondiales les plus importantes, elle est classée par la Banque Mondiale dans la liste des pays à faible revenu et à revenu intermédiaire (*low middle income country*). L'Inde aspire à l'amélioration du niveau de vie de sa population et compte sur la croissance de son PIB pour changer de catégorie.

Le marché de l'assurance vie est sous la supervision de The Insurance Regulatory and Development of India (IRDAI) et le montant des primes souscrite s'établie à USD 73.7 Milliards en 2018 et représente une augmentation de la collecte des primes de 7.7% par rapport à 2017 après retraitement de l'inflation.

L'accès au marché de l'assurance vie en Inde ne peut se faire que par l'intermédiaire de Joint-Venture et la participation des assureurs étranger est limité à 49%.

Le marché de l'assurance vie en Inde est un marché non mature et qui se trouve au début de son développement. Le taux de pénétration reste faible à 2.7% du PIB en 2018, dans un pays où le niveau de connaissance et de compréhension des produits d'assurance vie sont limités.

Il y a 20 ans le marché de l'assurance vie en Inde était dominé par une compagnie, The Life Insurance Corporation of India ou LIC. En 2001 on assiste à la libéralisation du marché cependant la part de marché de LIC est près de 72% en 2017. Lentement les assureurs étrangers par leur partenariat avec des distributeur locaux (banque locale et bancassurance) ont récupéré des parts de marché.

En comparaison aux autres pays d'Asie, l'assurance de Groupe est plus répandue en Inde avec une part de marché de 28% des primes assurance souscrites en 2018. En effet, les avantages sociaux des compagnies en Inde représentent une part importante de la rémunération des employés. Les employeurs sont à la recherche de main d'œuvre qualifier et la compétition implique une forte proposition de la part de ces derniers. Le marché de l'assurance vie individuelle (restent le plus important et dominé par les produits *endowment* traditionnel (*Non unit linked*). Depuis quelques années on assiste à une diminution des ventes des produits *unit linked* (ULIP) en Inde, affectée aussi par des changements de réglementation (2010 et 2013) qui ont rendu les ULIP moins profitables pour les compagnies d'assurance.

Les produits de rentes (*pension et annuities*) représentent une faible proportion des produits d'assurance. La population indienne dont la moyenne d'âges est de 28 ans croit plus à sa capacité à gérer son épargne plutôt que d'investir dans des produits de retraite. Les produits de rente de groupe sont plus représentés.

Les produits d'assurance santé restent une opportunité à développer dans un environnement où l'on observe un besoin en termes de protection. Ce besoin est d'autant plus renforcé par le soutien du gouvernement dans l'éducation de la population.

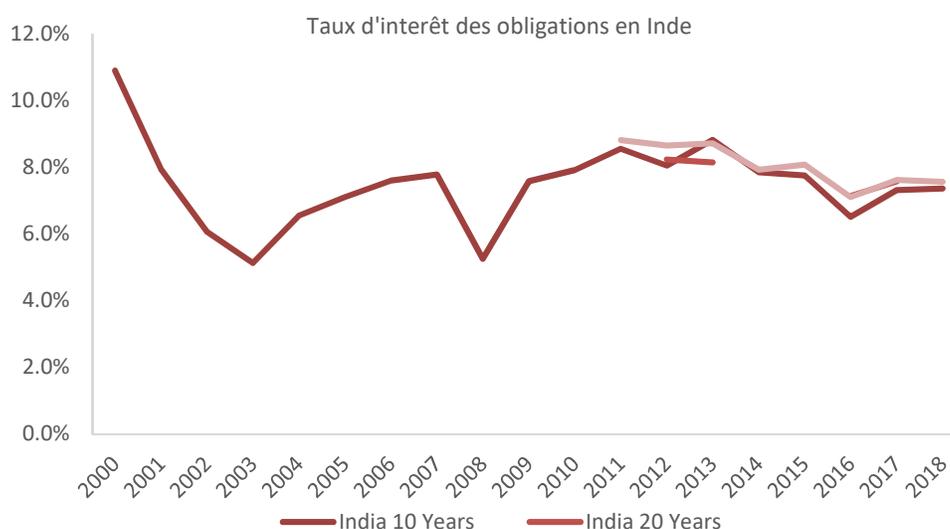


Figure 29 Taux d'intérêt des obligation en Inde (source: Bloomberg)

Les taux d'intérêt des obligations indiennes restent relativement élevés en Asie. Ce qui permet aux assureurs de proposer des produits d'assurance vie à des prix intéressants pour les assurés mais aussi de bénéficier de taux

intéressant pour leur portefeuille d'investissement. Depuis l'an 2000 le portefeuille d'investissement des compagnies d'assurance en Inde sont règlementés et doivent investir un minimum de 50% dans des obligations d'État Indienne.

Evolution du marché vie en Inde

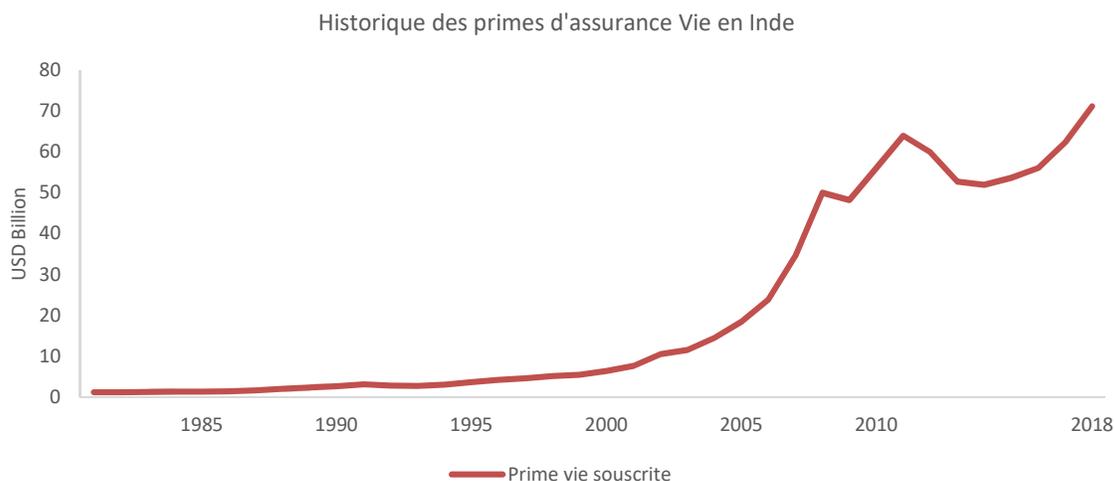


Figure 30 Primes assurance vie en Inde (source : SWISS RE)

De 1980 à 2000 on observe une croissance constante des primes d'assurance vie avec une croissance moyenne de 9%. En 2001 le marché de l'assurance vie c'est ouvert aux compagnies privées et l'arrivée de compagnie étrangère par l'intermédiaire de joint-venture. Cette ouverture a permis de booster les primes d'assurance et d'observer une croissance moyenne de 20% entre les années 2001 et 2010. Au cours de l'années 2010 le régulateur Indien (IRDAI) a fait passer plusieurs réformes concernant les produits en unités de compte et les produits non unité de compte, ces reforme ont eu un impact sur la vente des produits d'assurance. Les compagnies d'assurance ont dû réadapter leurs produits afin de les rendre plus profitables.

Prévision et croissance future

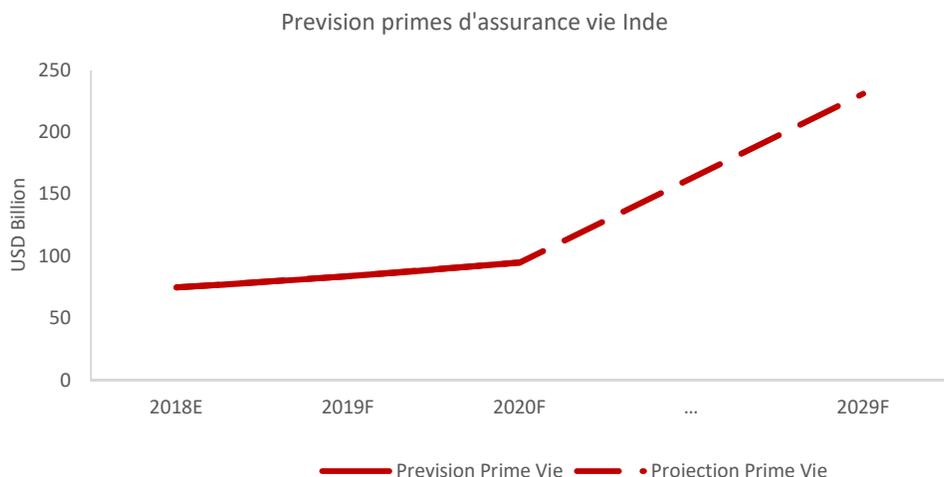


Figure 31 Prévission primes d'assurance vie en Inde (source :SWISS RE)

Le marché de l'assurance vie est très dynamique en Inde avec une population importante et qui est sera amenée à dépasser la population Chinoise selon les prévisions démographiques. Les primes d'assurance vie ont connu un niveau de croissance élevé depuis les 10 dernières années (20%).

Cette croissance sera soutenue par la volonté du gouvernement de favoriser le développement de la classe moyenne et de passer de pays émergent à pays développé. Les nouveaux canaux de distribution tels que la bancassurance et internet vont permettre de réduire les coûts mais aussi d'être en contact avec plus de client. L'ouverture du marché de l'assurance aux compagnies privés a aussi permis un développement plus rapide et les parts de marche des assureurs étrangers continuent d'augmenter. Ces dernières n'hésitent pas à proposer des produits innovants en profitant des différentes évolutions technologiques initiées par le gouvernement (démonétisation et la carte d'identification biométrique).

L'Inde est aussi le troisième pays le plus important (après les États Unis et la Chine) par rapport au startup. En effet, les investissements dans les startups ont attiré depuis ces 3 dernières années USD 20 milliard.

En 2025, 100 000 startups sont attendus en Inde avec une prévision de création d'emploi de 3.25 millions de personne pour une valeur de USD 500 milliard.

Toutes ces jeunes entreprises auront des besoins spécifiques en termes de produits d'assurance et représentent un fort potentiel business pour les compagnies d'assurance.

L'Indonésie

Le PIB de l'Indonésie a connu une croissance moyenne de 4% durant les 10 dernières années. Ce qui la place dans la catégorie des pays avec une croissance rapide et soutenue. La population Indonésienne estimée à 264 millions en 2018, elle est la troisième plus importante en Asie après la population Chinoise et Indienne. Le montant des primes d'assurance vie souscrit en 2018 est de USD 15,2 milliards, ce qui correspond à une augmentation de 0.7% après retraitement de l'inflation. Un ralentissement de la croissance des primes et même une décollecte en monnaie locale sont observés en 2018.

Avec une croissance soutenue du PIB, une population importante et sa jeune démographie, l'Indonésie est un marché très attractif pour l'assurance vie, bien qu'elle ne soit toujours qu'au stade émergent.

Les prévisions de croissance de la classe moyenne sont très optimistes, selon Mc Kinsey la classe moyenne en Indonésie triplera d'ici 2030 avec pour principale bénéficiaire les services financiers.

Le rôle de régulateur de l'assurance est assumé par the Financial Services Authority (Otoritas Jasa Keuangan or OJK). Les actionnaires Indonésiens doivent détenir au minimum 20% du capital de n'importe quelle joint-venture d'une compagnie d'assurance. Cela signifie que les actionnaires étrangers ne peuvent détenir que 80% de participation maximum dans ces joint-venture.

Le marché de l'assurance vie est dominé par les primes régulières de produit d'épargne vendu à travers les réseaux d'agent et de bancassurance. Les deux types de produits d'assurance vie les plus vendus sont des produits *endowment* traditionnel et *unit linked*. Ces deux catégories représentent respectivement 31% et 52% des primes total vie en 2017.

Ce fort attrait pour les produits en unité de compte des assurés en Indonésie vient de la baisse d'attractivité des garanties et bonus provenant des produits à primes régulières (*endowment*). En effet depuis 2015 les taux d'intérêt en Indonésie expérimentent une baisse et impacte les garanties offertes par les assureurs. Les produits en unité de compte quant à eux proposent des performances attractives et possèdent une couverture prévoyance qu'il est possible de souscrire de manière optionnelle.

L'assurance de groupe est un marché en croissance avec des produits incluant des garanties prévoyance couvrant l'incapacité permanente (TPD), les accidents de la vie (PA) et aussi les soins médicaux.

Les produits sharia (aussi connu sous le nom de Takaful) sont des produits d'assurance vie de niche qui sont considérées comme ayant un fort potentiel dans un pays où la majorité de la population (87%) est musulmane selon le rapport de Février de Swiss Re).

Le marché des rentes reste limité et sous développé, on observe deux systèmes de retraite à prestation définie dont un est à destination des employés et un autre qui inclut les indépendants.

L'assurance santé a subi une récente transformation en 2014 et le gouvernement a mis en place une couverture universelle, elle concernerait près de 195 millions d'Indonésien. En Indonésie, les compagnies d'assurance vie et non vie peuvent commercialiser des produits d'assurance santé. Le marché est actuellement très compétitif et les marges se réduisent.

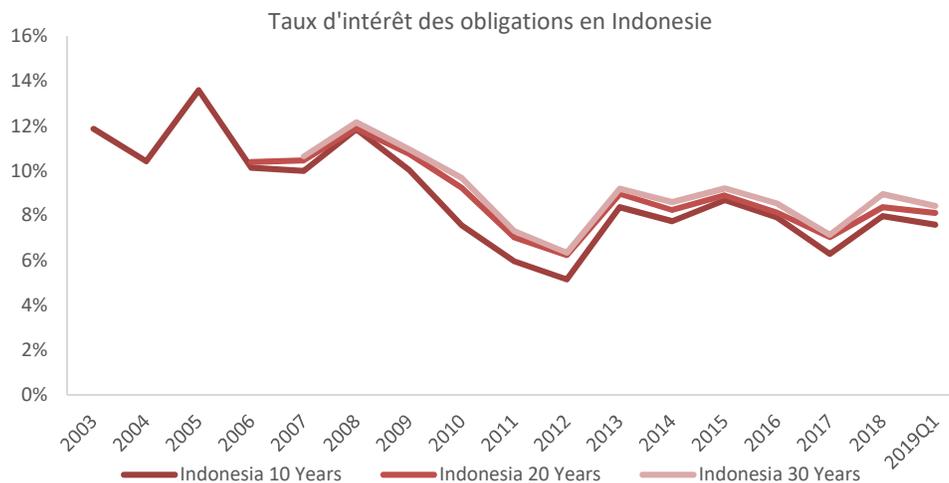


Figure 32 Taux d'intérêt des obligations en Indonésie (source :Bloomberg)

Bien que l'Indonésie expérimente une baisse des taux d'intérêt depuis les années 2000, le niveau actuel des taux reste assez haut avec l'obligation de maturité 10 ans qui rapporte du 7.6% au premier trimestre 2019. De 2008 à 2017, la part des investissements des compagnies d'assurance vie se sont réduits dans les obligations d'État de 48% à 29%, pendant la même période les investissements dans les actions sont passés de 13% à 30%.

Evolution des primes d'assurance vie



Figure 33 Historique des primes d'assurance vie en Indonésie (source :SWISS RE)

On observe une croissance soutenue des primes d'assurance vie. Le marché est dominé par les produits d'épargne et plus particulièrement par les produits en unité de compte depuis les années 2008.

Prévision et croissance future

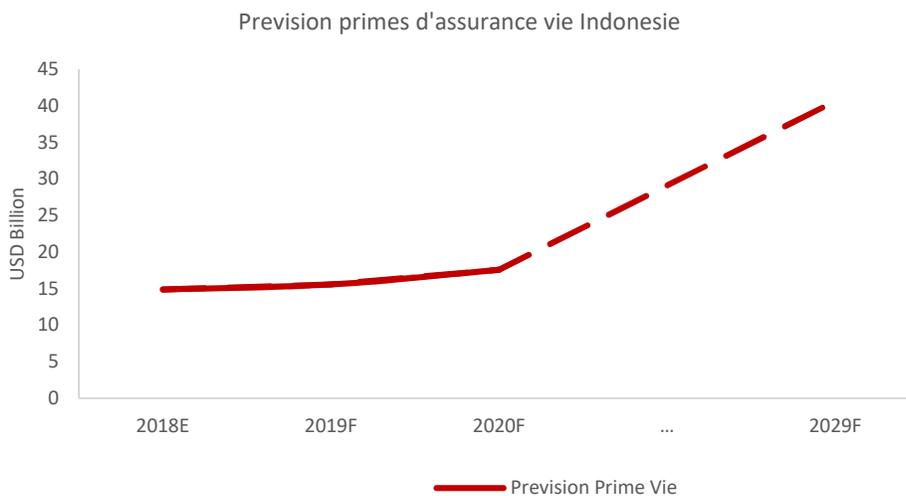


Figure 34 Prévision primes d'assurance vie Indonésie (source :SWISS RE)

Les prévisions de croissance du marché de l'assurance en Indonésie seront soutenues par une croissance du produit intérieur brut. De plus l'augmentation de la classe moyenne renforcera la consommation de produit financier et par conséquent la souscription de produit d'assurance.

Prime d'assurance vie sharia

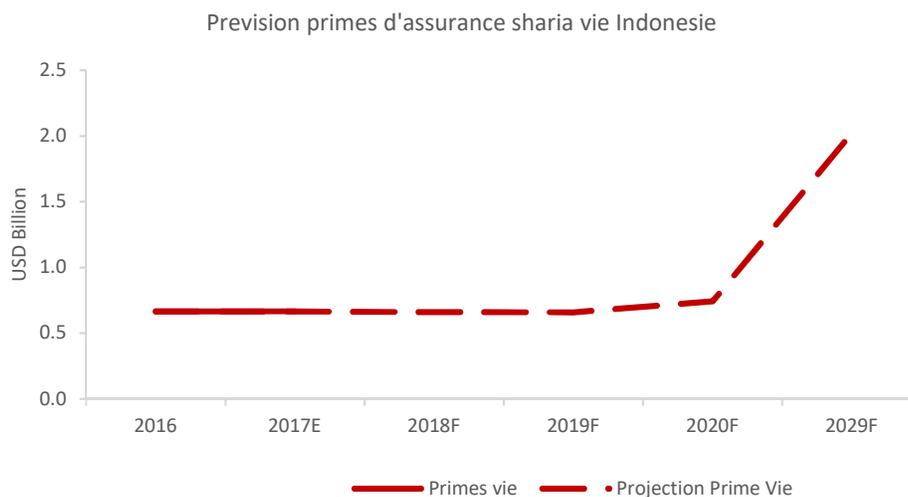


Figure 35 Prévision primes d'assurance sharia vie en Indonésie (source :SWISS RE)

L'assurance islamique a pour origine, la religion et de l'éthique musulmanes ainsi que du droit islamique et les modèles juridiques auquel recourent ses praticiens en vue de permettre le financement des risques auxquels sont exposés les membres de la communauté sont directement inspirés de contrats correspondant aux impératifs de la Loi (charia) tout en obéissant aux principes éthiques prônés par le Prophète.

Une forte croissance des primes du business Sharia vie est attendu en Indonésie. Cette croissance sera soutenue par une demande en protection et épargne de la communauté musulmane mais aussi par un soutien du gouvernement indonésien.

Le Vietnam

Le Vietnam est l'un des pays d'Asie avec la croissance économique la plus rapide. Le produit intérieur brut devrait croître avec un taux moyen de 9% sur les 15 prochaines années. La population actuelle s'établit à 96 millions d'habitants et atteindra les 103 millions en 2030 selon les prévisions démographiques. La classe moyenne et aisée atteindra les 50% en 2030.

Le montant actuelle des primes d'assurance est de USD 4 milliards, le taux de croissance moyen sur les 10 dernières années est de 18% et le taux de pénétration de l'assurance vie est l'un des plus faible de la région à 1.58%. La part de la bancassurance dans le business de l'assurance vie est en forte augmentation avec une croissance de 118% en 2018 par rapport à l'année précédente.

En 2017, les produits primes régulières (*endowment*) représentent 45% des primes d'assurance vie, les produits en unités de compte sont les deuxièmes plus répandus au Vietnam et représentent 43.5% des primes vie. Les

produits *universal life* connaissent une croissance rapide et sont favorisés par les assureurs du fait de leur faible sensibilité au changement des taux d'intérêt.

25% de la population des travailleurs Vietnamien bénéficient de la retraite de l'État. Le gouvernement est décidé à prendre des mesures pour combattre la pauvreté et améliorer la couverture retraite. Une loi a été récemment mise en place et vise à interdire la pratique de marché de récupérer en avance les sommes investies pour la retraite sous forme de paiement unique (après application d'une pénalité).

Le marché de l'assurance santé est en plein développement et reste dominé par les assurances de groupe.

Les employés ont compris l'avantage d'avoir une couverture santé proposée par les entreprises.

Le gouvernement Vietnamien a pour ambition d'étendre la couverture santé universelle mais aussi de sponsorisé les couvertures d'assurance santé privées.



Figure 36 Taux d'intérêt des obligation au Vietnam (source :Bloomberg)

Les compagnies d'assurance vie au Vietnam se retrouvent avec un univers d'investissement limité. En effet il correspond à, des obligations d'état, des obligations d'entreprises, des dépôts à terme, de l'immobilier et des actions.

Le nombre d'émission d'obligations d'État est limité, le gouvernement Vietnamien émet des bonds de maturité de 1, 2, 3, 5, 10, 15 et 20 ans, la majorité sont achetées par les banques et les entreprises. Cependant les obligations de maturité supérieures à 10 ans, ne sont pas émises en quantité suffisante afin de faire face à la demande du marché. Il n'existe pas de second marché pour les obligations de longues maturités. Les assureurs se voit donc obligés d'investir dans des dépôts à termes qui délivrent des taux d'intérêt plus ou moins élevé. Le marché des obligations d'entreprises reste domestique dans le sens ou seule une minorité des émissions d'entreprises bénéficie d'une notation des agences de notation internationale (Standard and Poor's, Moody's, Fitch). Il n'existe pas d'agence de notation locale, les obligations émises par les entreprises (ainsi que des municipalités) se retrouvent sans notation et ne peuvent être souscrites par les compagnies d'assurance sous peine de ne pas respecter les politiques d'investissement de leur groupe et d'attirer une charge de risque élevé. Le marché boursier reste moins attractif au Vietnam du fait de sa petite taille et qu'il reste majoritairement dominé par des investisseurs locaux. Le fort rendement des obligations d'État et des dépôts à termes rendent moins attractif l'investissement dans les marchés actions.

Evolution des primes vie



Figure 37 Historique des primes d'assurance vie au Vietnam (source :SWISS RE)

Les primes d'assurance vie au Vietnam restent faibles (USD 4 milliards) par rapport à d'autres pays d'Asie. Cependant nous assistons depuis les dix dernières années à une accélération de la croissance de ces primes. En 2018, le Vietnam possède une croissance moyenne des primes la plus rapide de ses 10 dernières années s'établissant à 18%.

Evolution des primes futures

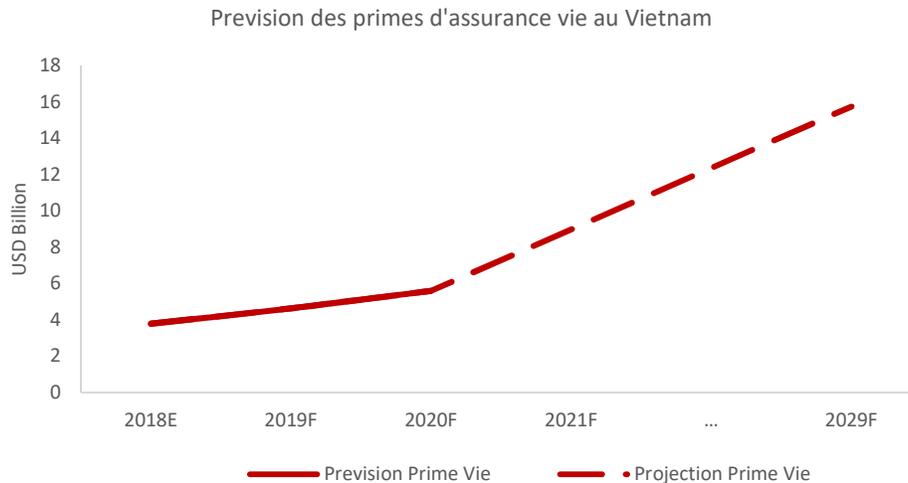


Figure 38 Prévision des primes d'assurance vie au Vietnam (source : SWISS RE)

Les perspectives de croissance des primes d'assurance sont très optimistes au Vietnam. Cette croissance future sera soutenue par la croissance du PIB, qui selon Swiss RE va croître de 5.7% en moyenne de 2019 à 2029. L'assurance vie bénéficiera de cette richesse et sera poussée par le développement de la bancassurance. La classe moyenne et aisée atteindra une taille conséquente (50% en 2030) ce qui permettra de mettre à disposition des produits financiers afin de répondre au besoin de la population. Les produits prévoyance, santé et retraite en bénéficieront le plus. Dans un pays où le gouvernement compte de plus en plus sur les assureurs afin de prendre en charge les besoins santé et retraite de la population.

Malaisie

La Malaisie fait partie des pays d'Asie du Sud Est avec un PIB important estimé en 2018 à USD 349 milliards et avec une perspective de croissance stable. La croissance du PIB en 2018 est de 4,7%, en baisse par rapport à 2017 où elle était de 5,9%. Cependant ce ralentissement n'était que temporaire et n'impactera pas sur le potentiel de l'économie Malaisienne sur le long terme.

Le montant total des primes d'assurance vie s'est établi à USD 11,6 milliards en 2018, ce montant est en augmentation de 6,2% par rapport à 2017 après retraitement de l'inflation.

Le marché de l'assurance vie est dominé par les produits individuels à primes régulières, favorisant l'accumulation de richesse pour une classe moyenne qui se développe. Les produits les plus communs sur le marché sont *whole life traditionnels*, *endowment* et *unit linked*. Ces trois produits représentent à eux seuls 75% du marché de l'assurance vie en Malaisie. Les produits *unit linked* représentaient 43% du marché en 2017, leurs ventes ont été favorisées par la baisse des taux et le faible besoin en capital requis par la réglementation en vigueur (RBC).

La Malaisie a été classée par les Nations Unies comme étant un pays qui devra faire face à un vieillissement de sa population. Il y a donc un besoin urgent de développement des produits retraites sur le plan privé et public afin de couvrir ceux qui n'ont pas encore droit à une retraite et améliorer la couverture de ceux qui sont déjà couverts. Un fonds de pension obligatoire a été mis en place pour les employés, il s'agit du EPF (*Employees Provident Fund*), alimenté par les employés et les employeurs. Le gouvernement Malaisien a aussi introduit des produits de retraite complémentaires afin de favoriser les versements supplémentaires de la part des employés prenant la forme d'un versement complémentaire pilier 2 et pilier 3, ce dernier est aussi appelé *Private Retirement Scheme* (PRS).

Le secteur de la santé repose sur une combinaison hybride entre public et privé. L'accès aux soins du secteur public peut nécessiter une longue attente, ce qui profite au secteur privé. En 2015, 48% des dépenses de santé ont été effectuées dans le secteur privé, 16% de ces dépenses ont été financées par des assurances médicales privées. Le marché de l'assurance médicale privée est soutenu par le gouvernement, en 1997 les compagnies d'assurance vie ont été autorisées à commercialiser des couvertures santé et aussi des options d'assurance santé qui peuvent être attachées aux produits d'assurance vie. Bien qu'il soit difficile de trouver des chiffres officiels on estime entre 70% et 75% la part de marché des primes santé attribuées à l'assurance individuelle par rapport aux primes collectives. Le marché des petites et moyennes entreprises représente une opportunité de croissance, cependant les compagnies ont encore du mal à dégager des profits rapportés à des ratios de sinistres sur primes assez élevés. Similaire à l'Indonésie, des produits compatibles avec le principe Sharia (assurance Islamique) sont disponibles sur le marché de l'assurance Malaisien. Plusieurs variantes de ces produits existent tels que des produits vie, médicaux, automobiles et autres types. Le principe de l'assurance Islamique repose sur le partage des risques entre l'assureur et l'assuré à travers un fonds de coopération mutuel. Ce fonds (Tabaru) a pour objectif de proposer une aide financière aux assurés qui ont choisi d'adhérer au concept de l'assurance sharia. Les produits Takeful ont eu une forte croissance de 9% en 2018 en comparaison au marché traditionnel qui était de 5%.

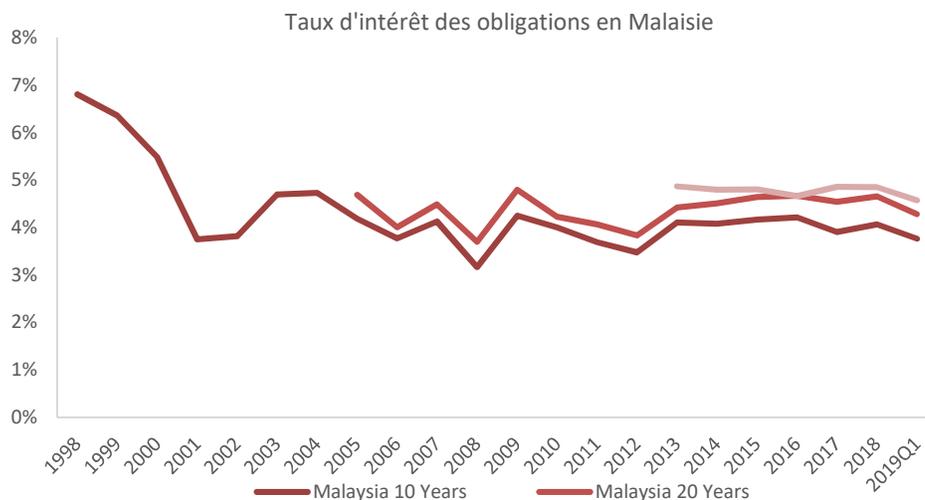


Figure 39 Taux d'intérêt des obligations en Malaisie (source :Bloomberg)

Les assureurs vie Malaisien restent prudent dans leur choix d'investissement des actifs financiers. Ils investissent dans des actifs tel que des obligations du Gouvernement Malaisien, des obligations d'entreprises. En 2018, ces investissements représentaient 75% du total des actifs investis. Les produits Takaful sont eux aussi investis dans des actifs similaires aux produits d'assurances conventionnels avec une compatibilité des investissements Sharia.

Evolution des primes d'assurance vie

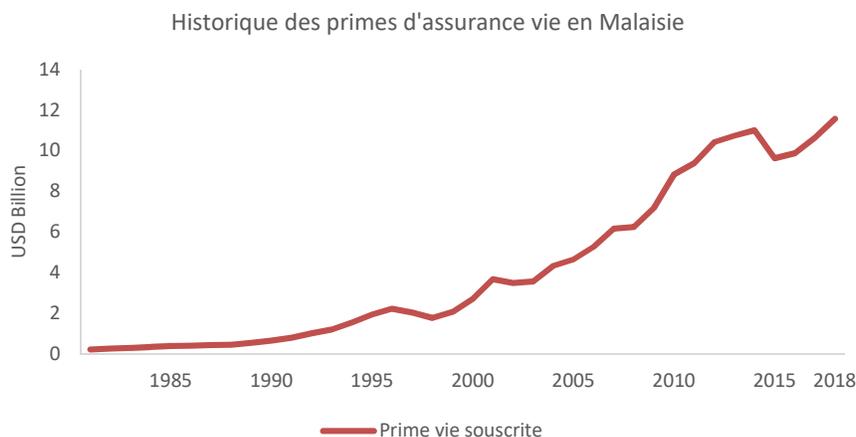


Figure 40 Historique des primes d'assurance vie en Malaisie (source : SWISS RE)

Les primes d'assurance vie (inclus l'assurance Takaful) n'ont cessés de croître depuis les années 80. La plus grosse baisse a eu lieu en 2015 et a été le résultat d'une année de croissance économique faible qui a impacté les services financiers. Depuis 4 ans la croissance est revenue, renforcée aussi après les élections de 2018 ou l'opposition a pris le pouvoir après les scandales de corruption impliquant le parti précédemment au pouvoir depuis plus de 60 ans.

Evolution des primes futures vie

Le marché de l'assurance conventionnel.

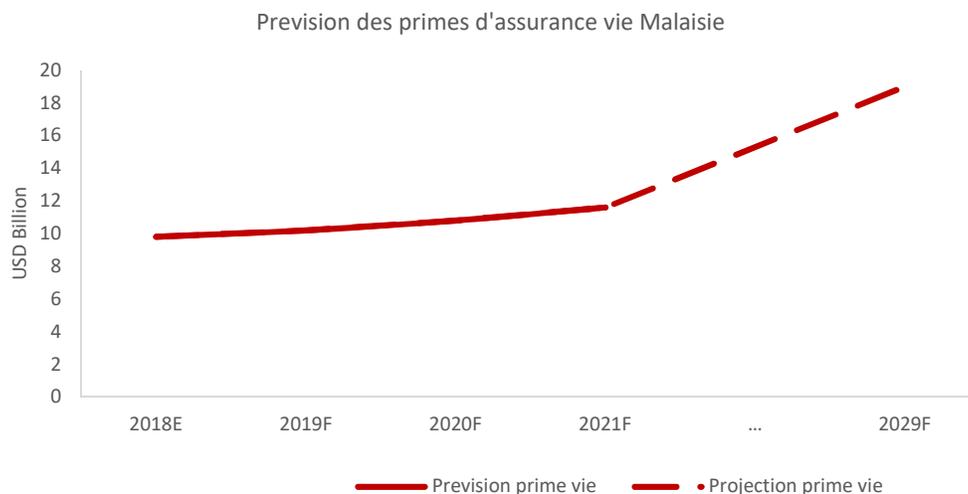


Figure 41 Prévision des primes d'assurance Malaisie (source :SWISS RE)

Les perspectives d'évolution future des primes d'assurance vie sont positives. Une croissance annuelle moyenne de 5% à 6% est prévue jusqu'à 2029 soutenue par la croissance des revenus des consommateurs et de la classe moyenne émergente.

Marché assurance Takaful

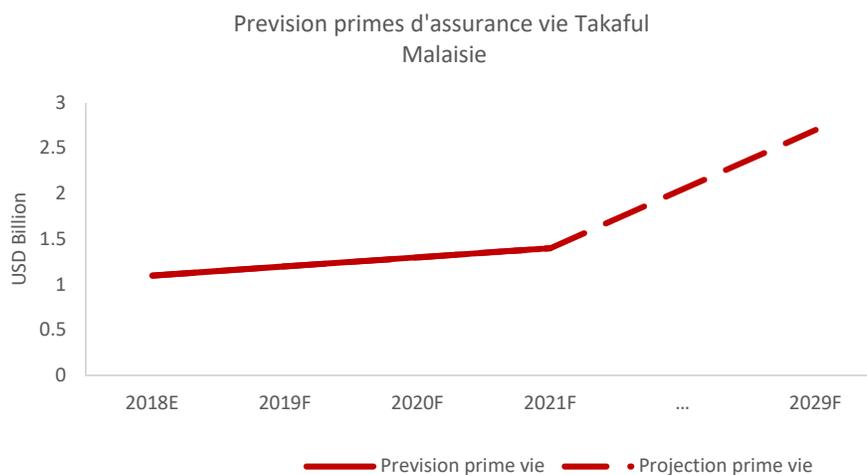


Figure 42 Prévision des primes d'assurance vie takaful Malaisie (source : SWISS RE)

La Malaisie possède le marché mondial le plus important d'assurance vie Islamique, la croissance passée à souvent surperformer la croissance du marché conventionnel. Bien que le montant des primes reste plus faible que le marché conventionnel. L'assurance Takaful a de belle perspective de croissance future. En effet le gouvernement malaisien a pour but d'augmenter le taux de pénétration de l'assurance Takaful et d'améliorer la protection des assurés par la mise en place d'un Takaful Framework.

Philippines

Avec une population estimée à 107 millions d'habitants en 2018, les Philippines sont le deuxième pays d'Asie du Sud Est le plus peuplé après l'Indonésie. La population est jeune avec une moyenne d'âge de 25 ans et dont 50% est en âge de travailler. On observe aussi une augmentation de la durée de vie.

La croissance du produit intérieur brut a été élevée durant les 5 dernières années avec un taux de croissance annuel moyen de 6.4% (2013-2018) avec des prévisions de croissance de 6.1% dans les 5 prochaines années. Le montant total des primes d'assurance vie en 2018 a été de USD 6 milliards, ce qui représente une augmentation de 6.7% en comparaison avec l'année 2017. Le taux de pénétration de l'assurance vie est de 1.26%, il est un des plus faible d'Asie et s'explique par plusieurs raisons tels que la pauvreté, la difficulté à identifier les individus, la dominance des banques sur le marché et aussi la difficulté physique de distribuer les produits d'assurance dans un pays divisé en plus de 7 000 îles.

Le marché de l'assurance vie aux Philippines reste en développement avec plus de 75% des primes en 2018 provenant de produit en unités de comptes. Une grosse partie des primes sont des primes uniques. Un régime de retraite existe aux Philippines, cependant mise à part le system de la sécurité sociale, il n'existe pas de vrai marché de retraite privé. Les Philippines possèdent un système de santé qui couvrent 91% de la population. Le pourcentage des primes reste faible (7%) et proviennent majoritairement de l'assurance de groupe.

Un nouveau system de règlementation Risk Based Capital (RBC) a été mise en place en 2017 afin de renforcer le système précédent.

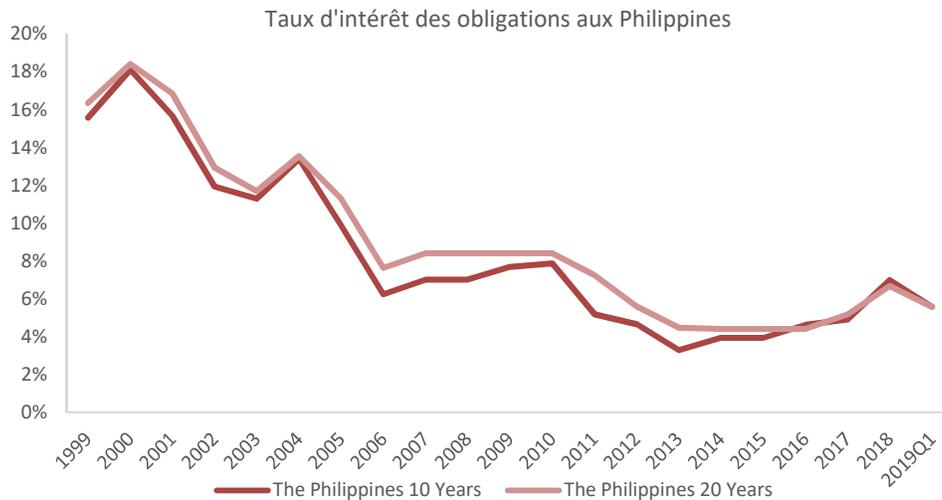


Figure 43 Taux d'intérêt des obligations aux Philippines (source : Bloomberg)

Les produits à taux fixes tels que, les obligations émises par le gouvernement et les entreprises, les prêts, les dépôts à termes et à vues de banque, représentaient en 2015 82% des investissements des assureurs aux Philippines. Depuis une dizaine d'années on observe une diminution des taux d'intérêts des obligations d'État. Cette baisse n'a pas encore eu d'effet sur le bilan des entreprises d'assurance du fait de la réglementation qui considère la valeur des actifs en valeur comptable. Une évolution future de la réglementation prévoit la comptabilisation des actifs en valeurs de marché.

Evolution des primes d'assurance vie

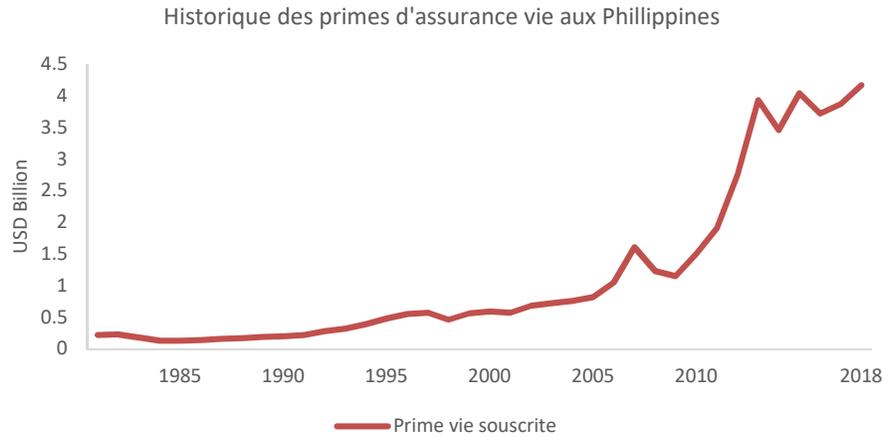


Figure 44 Historique des primes d'assurance vie aux Philippines (source :SWISS RE)

La croissance des primes d'assurance vie a connu une accélération depuis l'année 2008, le taux de croissance annuel moyen sur les 10 dernières années a été de 12%. Plusieurs facteurs tel que, un taux de pénétration faible de l'assurance (1.26%), la croissance de la classe moyenne et des revenus moyens.

Evolution des primes futures vie

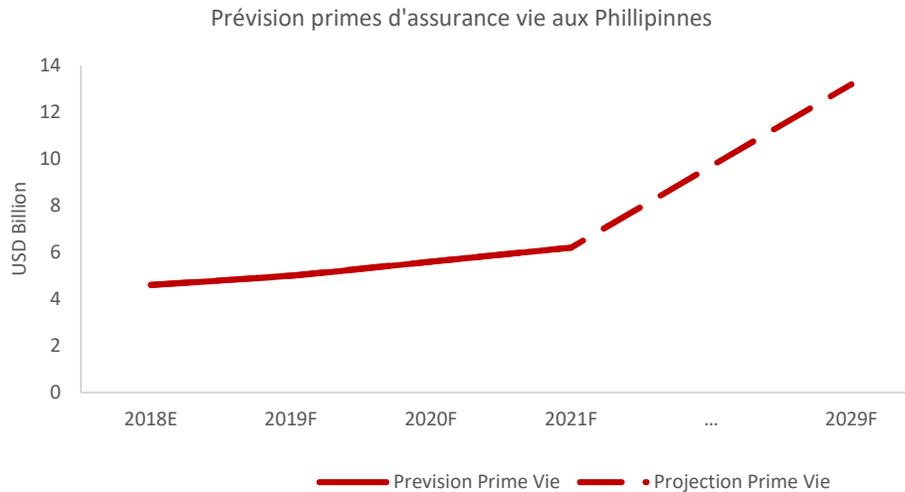


Figure 45 Prévision des primes d'assurance vie aux Philippines (source : SWISS RE)

Les perspectives de croissance des primes d'assurance vie aux Philippines sont très favorables. Selon les prévisions, l'économie devrait croître de 5.5% par année entre 2019 et 2029. Cette croissance est renforcée par une augmentation de la population active qui contribuera à accroître la consommation.

De plus, la volonté du gouvernement de soutenir la construction d'infrastructure et d'augmenter les investissements dans les quartiers les moins développés devrait accélérer l'accumulation de la richesse et représente une opportunité de développement rural. Tout cela contribuera la croissance du produit intérieur brut.

Afin d'atteindre cette croissance et ce niveau de développement, le gouvernement devra veiller à améliorer l'environnement économique afin de favoriser les transactions commerciales, investir dans la recherche et le développement et optimiser les processus administratifs.

Annexes 1 : Règlements locaux et Solvabilité II

TVOG factor

Guaranteed Interest Rate \ Remaining Period (Years)	(0,5]	(5,10]	(15,20]	(20,+∞)
(0, 2%]	1.00%	1.50%	2.50%	3.00%
(2%, 2.5%]	1.50%	2.00%	3.00%	3.50%
(2.5%, 3%]	2.00%	3.00%	4.00%	4.50%
(3%, 3.5%]	2.50%	4.00%	6.00%	7.00%
(3.5%, +∞)	3.00%	5.50%	8.50%	10.00%

Tableau 6 TVOG factor

$$\text{Adjusted residual duration} = \frac{PV_1 - PV_2}{PV_0} \times \frac{1}{0.02\%}$$

Risk Margin

Assumptions	Prescribed Scenarios
Mortality rate	105% or 95% based on testing results
Morbidity, medical and health loss ratio	110% or 90% based on testing results
Lapse rate	110% or 90% based on testing results
Maintenance expense	110%

Tableau 7 C-ROSS Risk Margin

Section 1 : Facteur de risque pour les risques de marché

Facteur de risque action

➤ Action cotées

$$RF_0 = \begin{cases} 0.31, & \text{Indices de Shanghai et Shenzhen} \\ 0.41, & \text{petites et moyennes capitalisation} \\ 0.48, & \text{ChiNEXT} \end{cases}$$

k_1 est déterminé par le changement du prix de l'action en comparaison avec son prix d'achat

$$k_1 = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ -x^2, & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

Avec $x = (\text{valeur admise} - \text{valeur d'achat}) / \text{valeur d'achat}$

k_2 est déterminé en fonction de son appartenance à l'indice CSI (China Securities Index) 300 :

$$k_2 = \begin{cases} -0.05, & \text{oui} \\ 0, & \text{non} \end{cases}$$

- Action non coté

$RF_0 = 0.28$.

- Fonds d'investissement

Ce types d'investissement inclus des fonds d'actions, des fonds d'obligations et fonds monétaires.

Pour les fonds d'obligations $RF_0 = 0.06$ avec k_1 défini en fonction de la priorité de remboursement:

$$k_2 = \begin{cases} -0.2, & \text{high priority} \\ 0.2, & \text{low priority} \end{cases}$$

- Fonds d'action

Pour les fonds d'actions $RF_0 = 0.25$ avec k_1 défini en fonction de l'importance :

$$k_2 = \begin{cases} 0.1, & \text{high priority} \\ 0.45, & \text{low priority} \end{cases}$$

- Fonds hybride et monétaire

Pour les fonds hybrides et monétaires les facteur sont respectivement, $RF_0 = 0.2$ et $RF_0 = 0.01$

- Obligation convertible

Pour les obligations convertibles le facteur de risque est $RF_0 = 0.18$

- Plan d'investissement en action

Le risque facteur est fixé à $RF_0 = 0.12$

Facteur de risque immobilier

Si la valeur de l'actif est en dessous du coût historique alors $RF_0 = 0.08$

Si la valeur de l'actif est en dessous de la valeur de marché alors $RF_0 = 0.12$ et k_1 , k_2 et k_3 sont définis en fonction du mouvement de sa valeur :

$$k_1 = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ -x^2, & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

Avec $x = (\text{valeur admise} - \text{valeur d'achat}) / \text{valeur d'achat}$

k_2 est défini en fonction de la proportion des investissements immobiliser sur le total des actifs considérés de la compagnie.

$$k_2 = \begin{cases} 0.2, & r \geq 10\% \\ 0.1, & 5 \leq r < 10\% \\ 0.05, & 0 \leq r < 5\% \end{cases}$$

r est la proportion d'immobilier total de la compagnie par rapport au total des actifs considérés comme étant admissible.

k_3 est défini en fonction de la localisation du bien immobilier :

$$k_3 = \begin{cases} 0.03, & \text{municipalité, capital de province, grandes villes} \\ 0.05, & \text{autres} \\ 0.06, & \text{en dehors de la Chine} \end{cases}$$

Items	Solvency II	C-ROSS	RBC			
Equity/Property Risk	Methodology					
	Market Exposure x Risk Charge	Market Exposure x Risk Charge x (1+Specific Factor)	Market Exposure x Risk Charge			
	Risk Factor (only include the assets holding by GCL and GTL)					
	<u>Assets</u>	<u>Risk Factor</u>	<u>Assets</u>	<u>Risk Factor</u>		
	Type 1 Equity (EEA or OECD)	39%+SA	Common stock	31%~48% (mostly in 31%)	Domestic listed	25%
			Unlisted stock	28%	Domestic unlisted	50%
			Bond fund	6%	Foreign listed	25%~35%
			Equity Fund	25%	Foreign unlisted	50%
			Mixed fund	20%	Others	8%~50%
			MM fund	1%		
Asset management product			6%~40% (mostly in 6%)			
Type 2 Equity (other than EEA or OECD)	49%+SA	Unlisted stock plan	31%	Others	8%~50%	
		Offshore fixed income asset	7.62%~21.39% (mostly in 7.61%)			
		Offshore equity asset	30%~45% (mostly in 30%)			
Strategic participations	22%	Strategic participations	10%~15%			
Property	25%	Real Estate	8%	Real Estate	Own use: 9.5% Others: 19%	

Tableau 8 Facteur de risques financier partie 1

Facteur de risque de change

$RF_0 = 0.035$ avec :

$$k_1 = \begin{cases} 0, & \text{USD et autres devises indexées sur le dollar américain} \\ 0.05, & \text{EUR et GBP} \\ 0.12, & \text{autres} \end{cases}$$

Items	Solvency II	C-ROSS	RBC 2			
Concentration Risk	Methodology					
	Excess Exposure x Risk Charge Excess Exposure = Exposure - Threshold	N/A	75% * Market/Credit Required Capital if exposure exceeds threshold			
	Risk Factors					
	<u>Rating</u>	<u>Threshold</u>	<u>Risk Factor</u>	Total Company Assets	Threshold (progressive %)	
	AAA:	3.0%	12.0%	N/A	<= 10 Bn	8%
	AA:	3.0%	12.0%		10 to 50 Bn	5%
	A:	3.0%	21.0%		50 to 100 Bn	4%
BBB:	1.5%	27.0%	<100 Bn		3%	
BB or below:	1.5%	73.0%				
Currency Risk	Methodology					
	Change in Basic Own Fund under adverse FX shock scenario. Considers asset and liabilities movement together	Net Exposure x Risk Factor x (1+Specific Factor)	Net Exposure x Risk Factor			
	Risk Factors					
	25%	3.5%, with specific adjustment in below 0% for USD and USD pegged 5% for EUR and GBP 12% for other currencies	14%			
Intangible Asset Risk	Market Exposure x Risk Factor (RF=80%)	N/A				

Tableau 9 Facteur de risques financier partie 2

Facteur de risque du risque de contrepartie

Les risques facteurs des différents produits financiers proposés par les contreparties sont présentés dans le tableau ci-dessous. Il ne s'agit pas d'une liste exhaustive mais basée sur les produits financiers faisant partie du portefeuille des filiales de Generali.

Items	Solvency II	C-ROSS	RBC 2							
Counterparty Default Risk	Methodology									
	Type 1, multiplier on Standard Deviation of LGD distribution Type 2, Exposure x Risk Factor	Exposure x Risk Factor x (1+Specific Factor)	Exposure x Risk Factor							
	Risk Factor (only include the assets holding by GCL)		Risk Factor (only include the assets holding by GTL)							
	<u>Type 1</u> (effectively 6% of total exposure)	<u>Assets</u>	<u>Risk Factor</u>	<u>Asset</u>	<u>Risk Factor</u>					
	<u>Probability of Default</u>	Cash and liquidity	0%~5%	Cash and liquidity	0%~5%					
	AA A	AA	A	BB B	BB	B	Deposit	0%~50% (mostly in 0%~3%)	Deposit	1%~50%
	0.002 %	0.01%	0.05%	0.24%	1.2%	4.2%	Financial debt	0%~20% (mostly in 0%~5%)	Financial debt	Reclassified to spread risk
	<u>Loss given default</u>		Corporate bond	1.5%~13.5% by rating (mostly in 1.5%~3.6%)	Corporate bond	Reclassified to spread risk				
	50%~100%		Asset management product	2%~14% (mostly in 14%)	Asset management product	8%~45%				
	<u>Multiplier</u>		Infrastructure debt plan	1%~13% (mostly in 1%)	Infrastructure debt plan	10%~50%				
	3 to 5		Reinsurer	5%~86.7% (mostly in 5%)	Reinsurer	0.8% ~ 80% (mostly around 4%)				
	<u>Type 2</u> (effectively 15% of total exposure)		Receivable premium	0%~100% (mostly in 0%)	Receivable premium	0%~100%				
	90% for receivables more than 3 month		Receivables	0%~3% (mostly in 3%)	Receivables	0%~3%				
15% for other type 2 assets		Policy loan	0%	Policy loan	0%					

Tableau 10 Facteur de risques financier partie 3

Facteur de risque des actif investis en dehors de la Chine

- Produit financier à revenu à taux fixe

$$RF_0 = \begin{cases} 0.762, & \text{marchés développés} \\ 0.2139, & \text{marchés émergent} \end{cases}$$

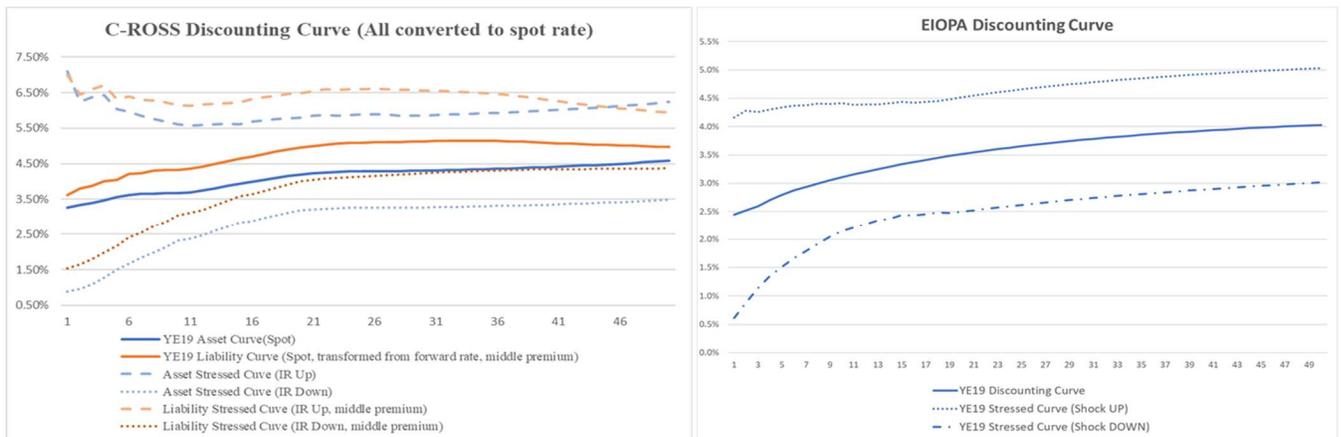
- Action

$$RF_0 = \begin{cases} 0.3, & \text{marchés développés} \\ 0.45, & \text{marchés émergent} \end{cases}$$

Risque de taux

Items	Solvency II (Asset & Liability)					CROSS (Asset)						
Interest Rate Risk	Methodology											
	Change in BOF under adverse interest rate shock scenario Considers asset and liabilities movement together											
	Underlying Yield Curve (Prior to any adjustment)											
	CNY Swap Curve (ticker 'CCSWO CMPT Currency')					China Government Bond Curve for asset 750 working days' moving average of China Government Bond Curve for liability						
	Interest Rate Shock (As of YE19)											
		Base	Up		Down		Base	Up		Down		
	1	2.45%	4.16%	70%	0.61%	-75%	1	3.26%	7.10%	118%	0.88%	-73%
	2	2.52%	4.28%	70%	0.88%	-65%	2	3.34%	6.24%	87%	0.97%	-71%
	3	2.60%	4.26%	64%	1.14%	-56%	3	3.39%	6.38%	88%	1.09%	-68%
	4	2.71%	4.31%	59%	1.36%	-50%	4	3.47%	6.42%	85%	1.28%	-63%
5	2.80%	4.34%	55%	1.51%	-46%	5	3.55%	6.04%	70%	1.49%	-58%	
6	2.87%	4.37%	52%	1.67%	-42%	6	3.62%	5.97%	65%	1.66%	-54%	
7	2.94%	4.38%	49%	1.79%	-39%	7	3.66%	5.85%	60%	1.83%	-50%	
8	3.00%	4.41%	47%	1.92%	-36%	8	3.66%	5.75%	57%	1.98%	-46%	
9	3.06%	4.40%	44%	2.05%	-33%	9	3.67%	5.68%	55%	2.13%	-42%	
10	3.11%	4.41%	42%	2.14%	-31%	10	3.67%	5.61%	53%	2.31%	-37%	
15	3.34%	4.44%	33%	2.44%	-27%	15	3.94%	5.60%	42%	2.84%	-28%	
20	3.52%	4.52%	28%	2.50%	-29%	20	4.20%	5.80%	38%	3.19%	-24%	
25	3.66%	4.66%	27%	2.62%	-28%	25	4.29%	5.88%	37%	3.26%	-24%	
30	3.77%	4.77%	27%	2.72%	-28%	30	4.30%	5.85%	36%	3.27%	-24%	

Tableau 11 Risque de taux C-ROSS versus Solvabilité II



Section 2 : Facteur de risque pour le risque de crédit

Items	Solvency II	C-ROSS	RBC 2
Methodology			
Market Exposure x Risk Factor		Market Exposure x Risk Factor x (1+Specific Factor)	
Risk Factors			
Using the risk factors in below	<u>Policy financial bonds:</u> 0<D≤5 D×(-0.0012×D+0.012) 0%~3.0% D>5 D×0.006 3.0%+		Using the risk factors in below
Rating Based on International Rating	Rating Based on Local Rating		
<u>AAA:</u> 0<D≤5 D×0.09 0%~4.5% D>5 0.045+0.005×(D-5) 4.5%+	<u>AAA:</u> 0<D≤5 D×(-0.0015×D+0.0175) 0%~5.0% D>5 D×0.010 5.0%+	<u>AAA:</u> 0<D≤0.5: 0.32% 0.5<D≤1: 0.65% 1<D≤5: 1.93% D< 5: 3.73%	
<u>AA:</u> 0<D≤5 D×0.11 0%~5.5% 5<D≤10 0.055+0.006×(D-5) 5.5%~8.4% D>10 0.084+0.005×(D-10) 8.4%+	<u>AA:</u> 0<D≤5 D×(-0.0013×D+0.0195) 0%~6.5% D>5 D×0.013 6.5%+	<u>AA:</u> 0<D≤0.5: 0.35% 0.5<D≤1: 0.71% 1<D≤5: 1.96% D< 5: 4.03%	
<u>A:</u> 0<D≤5 D×0.14 0%~7.0% 5<D≤10 0.070+0.007×(D-5) 7.0%~10.5% D>10 0.105+0.005×(D-10) 10.5%+	<u>A:</u> 0<D≤5 D×(-0.0017×D+0.0285) 0%~10.0% D>5 D×0.020 10.0%+	<u>A:</u> 0<D≤0.5: 0.38% 0.5<D≤1: 0.77% 1<D≤5: 2.74% D< 5: 5.46%	
<u>BBB:</u> 0<D≤5 D×0.25 0%~12.5% 5<D≤10 0.125+0.015×(D-5) 12.5%~20% D>10 0.200+0.010×(D-10) 20%+	<u>BBB:</u> 0<D≤5 D×(-0.0016×D+0.0304) 0%~11.2% D>5 D×0.0224 11.2%+	<u>BBB:</u> 0<D≤0.5: 0.42% 0.5<D≤1: 0.83% 1<D≤5: 3.38% D< 5: 7.31%	

Tableau 12 Facteur de risque de crédit

Section 3 : Facteur de risque pour les risques de souscription

Items	Solvency II	C-ROSS	RBC 2
Methodology			
SCR = MAX (BEL adverse – BEL base , 0)			
Shock Factors			
Mortality	15% increase in mortality rate	10%~20% (depend on no. of policies) increase in mortality rate	18% increase in mortality rate
Longevity	20% decrease in mortality rate	0%~30% (depend on policy year) decrease in mortality rate	18% decrease in mortality rate
Disability/Morbidity	35% increase in morbidity rate in Y1 25% increase in morbidity rate after Y1 20% decrease for recovery rates	20% increase in morbidity rate	18% increase in morbidity rate and 18% decrease in recovery Short Term liability -/+47%
Lapse	Maximum of lapse up, lapse down and mass lapse Lapse up: 50% increase in lapse rate Lapse down: 50% decrease in lapse rate Mass lapse: 40% lapse rate in Y1	Maximum of lapse up, lapse down and mass lapse Lapse up: 30%~40% (depend on no of policies) increase in lapse rate Lapse down: 30%~40% (depend on no of policies) decrease in lapse rate Mass lapse: 150% increase in lapse rate in Y1, with maximum lapse rate of 100% and annual lapse rate of no less than 25%	+25% -25%
Expenses	10% increase in expense 1% increase in inflation	10% increase in expense	5%
Revision	3% increase in annual amount payable	N/A	N/A
CAT	Mortality rate increase 0.0015 in Y1	Mortality rate increase 0.0018 in Y1	N/A

Tableau 13 Facteur de risque de souscriptions

Section 4 : Matrice de corrélation CROSS

Risque financier

	Interest rate risk	Equity risk	Real Estate risk	Overseas Asset FI risk	Overseas Asset Equity risk	Currency risk
Interest rate risk	1	-0.14	-0.18	0	-0.16	0.07
Equity risk	-0.14	1	0.22	0.06	0.5	0.04
Real Estate risk	-0.18	0.22	1	0.18	0.19	-0.14
Overseas Asset FI risk	0	0.06	0.18	1	0.04	-0.01
Overseas Asset Equity risk	-0.16	0.5	0.19	0.04	1	-0.19
Currency risk	0.07	0.04	-0.14	-0.01	-0.19	1

Tableau 14 CROSS: Matrice de corrélation des risques financiers

Risque d'incidence

	Mortality risk	Mortality Cat risk	Longevity risk	Morbidity risk	Medical and health risk	Other incidence rate
Mortality risk	1	0.25	-0.25	0.25	0.25	0.25
Mortality Cat risk	0.25	1	0	0.25	0.25	0.25
Longevity risk	-0.25	0	1	0	0	0
Morbidity risk	0.25	0.25	0	1	0.25	0.25
Medical and health risk	0.25	0.25	0	0.25	1	0.25
Other incidence rate	0.25	0.25	0	0.25	0.25	1

Tableau 15 CROSS: Matrice de corrélation des risques d'incidences

Risque de souscription

	Incidence rate risk	Lapse risk	Expense risk
Incidence rate risk	1	0.25	0.4
Lapse risk	0	1	0.5
Expense risk	0.4	0.5	1

Tableau 16 CROSS: Matrice de corrélation des risques de souscriptions

Matrice agrégation des risques quantitatifs (inter module)

	Life Insurance risk	Non Life insurance risk	Market risk	Credit risk
Life insurance risk	1	0.18	0.5	0.15
Non Life Insurance risk	0.18	1	0.5	0.2
Market risk	0.5	0.5	1	0.25
Credit risk	0.15	0.2	0.25	1

Tableau 17 CROSS: Matrice d'agrégation des risques quantitatifs

Section 5 : Matrice d'agrégation RBC 2

Corrélation entre les actifs, les risques de souscriptions et le risque opérationnel.

	Asset risk	Insurance risk	Operational risk
Asset risk	1	0.25	0.25
Insurance risk	0.25	1	0.25
Operational risk	0.25	0.25	1

Tableau 18 RBC 2: Matrice d'agrégation

Section 6 : Matrice de corrélation Solvabilité II

Risque financier

Choc des taux d'intérêt à la hausse

	Interest rate risk	Equity Risk	Property risk	Spread risk	Currency risk	Concentration risk
Interest rate risk	1	0	0	0	0.25	0
Equity risk	0	1	0.22	0.75	0.25	0
Property risk	0	0.22	1	0.5	0.25	0
Spread Risk	0	0.06	0.18	1	0.25	0
Currency risk	0.25	0.25	0.25	0.25	1	0
Concentration risk	0	0	0	0	0	1

Tableau 19 S2: Matrice de corrélation des risques financiers (hausse des taux)

Choc des taux d'intérêt à la baisse

	Interest rate risk	Equity Risk	Property risk	Spread risk	Currency risk	Concentration risk
Interest rate risk	1	0.5	0.5	0.5	0.25	0
Equity risk	0.5	1	0.22	0.75	0.25	0
Property risk	0.5	0.22	1	0.5	0.25	0
Spread Risk	0.5	0.06	0.18	1	0.25	0
Currency risk	0.25	0.25	0.25	0.25	1	0
Concentration risk	0	0	0	0	0	1

Tableau 20 S2: Matrice de corrélation risque financier (baisse des taux)

Risque de souscription vie

	Mortality rate risk	Longevity Risk	Disability risk	Lapse risk	Expense risk	Revision risk	Mortality Cat risk
Mortality risk	1	-0.25	0.25	0	0.25	0	0.25
Longevity risk	-0.25	1	0	0.25	0.25	0.25	0
Disability risk	0.25	0	1	0	0.5	0	0.25
Lapse Risk	0	0.25	0	1	0.5	0	0.25
Expense risk	0.25	0.25	0.5	0.25	1	0.5	0.25
Revision Risk	0	0.25	0	0	0.5	1	0
Mortality Cat risk	0.25	0	0.25	0.25	0.25	0	1

Tableau 21 S2: Matrice de corrélation des risques de souscription

Matrice agrégation BSCR

	Market	Credit	Life	Health	Non-life
Market	1	0.25	0.25	0.25	0.25
Credit	0.25	1	0.25	0.25	0.5
Life	0.25	0.25	1	0.5	0
Health	0.25	0.25	0.25	1	0
Non-Life	0.25	0.5	0	0	1

Tableau 22 S2: Matrice d'agrégation BSCR

Annexes 2 : Résultats des réglementations locales

C-ROSS

Les calculs réalisés sous les hypothèses de C-ROSS sont à la charge de Generali Chine au 31/12/2019. Le détail des calculs n'est pas disponible et il est très difficile d'obtenir des informations complémentaires étant donné que Generali est actionnaires minoritaire à 49%.

Minimum Solvency Capital (€ Mln)	C-ROSS 2019	%
Risques financier	745	57%
Risque de taux	662	
Risque action	421	
Risque immobilier	1	
Risque des actifs (produit de taux) investis à l'étranger	26	
Risque des actifs (action) investis à l'étranger	52	
Risque de change	17	
Diversification	-434	
Risque de crédit	249	19%
Risque de souscription vie	264	20%
Risque d'incidence	144	
Risque de mortalité	33	
Risque mortalité catastrophe	24	
Risque de longévité	30	
Risque de morbidité	118	
Risque médical et santé	2	
Autres risques incidences	8	
Diversification incidence	-71	
Risque de rachat	162	
Risque de frais	66	
Diversification risque de souscription	-108	
Risque santé modélisation Non Vie	43	3%
Somme des risques quantitatifs	1,301	100%
Diversification des risques quantitatifs	-286	
Absorption par les passifs	-175	
Minimum Capital for Quantitative Risks	840	
Minimum capital du risque de control	14	
Solvency minimum capital	854	
Fonds propre	1,509	
Ratio de solvabilité	177%	

Tableau 23 Résultat C-ROSS 2019
Taux de change : 1€ = 7.819 RMB

Nous avons une allocation des risques attribués à 57% (avant diversification entre les modules de risques) aux risques de marchés, les risques de souscriptions et de crédit représentent 20% chacun. Cette allocation majoritaire pour les risques financiers est typique de l'allocation des risques d'une compagnie d'assurance vie. Les fonds propres ont été fournis par Generali Chine sans détail concernant leur calcul.

RBC 2

Les résultats du besoin en capital sous RBC 2 sont présentés dans le tableau ci-dessous. Le périmètre de calcul du besoin en capital sous RBC 2 est la filiale vie de Generali en Thaïlande au 31/12/2019.

Minimum Solvency Capital (€ Mln)	RBC 2 2019	%
Risques financiers	9	53%
Risque de taux	2	
Risque action	7	
Risque immobilier	0	
Risque de spread	NA	
Risque de change	NA	
Diversification	0	
Risque de crédit	1	3%
Risque de souscription vie	7	44%
Risque santé modélisation Non Vie	0	0%
Somme des risques quantitatifs	16	100%
Diversification des risques quantitatifs	-1	
Sous total risques quantitatifs avec diversification	15	
Risque opérationnel	2	
TCR	18	
Fonds propres	47	
Ratio de solvabilité	267%	

Tableau 24 Résultat RBC 2 2019
Taux de change : 1€ = 33.389 THB

Sous RBC 2 les risques financiers et les risques de souscriptions sont répartis de manière équitables, avec une allocation légèrement supérieure aux risques financiers. Le risque de crédit est basé sur l'utilisation de chocs prédéfinis et représente uniquement le risque de défaut. Les chocs appliqués aux risques de de souscription ont été calibré à un niveau de confiance de 95%, cela explique l'absence de matrice de corrélation entre ces risques.

Annexe 3: Elément de théorie financière et du modèle interne

Loi des grands nombres

Les méthodes de Monte Carlo sont basées sur les résultats de la Loi Forte des grands nombres qui permet de calculer numériquement les espérances.

Théorème (Loi Forte des grands nombres)

Soit $(X_n)_n$ une suite de variable aléatoire i.i.d de même loi X . SI $E(X) < \infty$, alors :

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n X_i \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} E(X) \text{ p. s.}$$

Soit X une variable aléatoire et f une fonction mesurable telle que $E(|f(X)|^2) < \infty$. On cherche à calculer $E(f(X))$ par une méthode de Monté Carlo.

On Simule un n-échantillon (X_1, \dots, X_n) selon la loi de X , puis on calcule

$$S_n = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n f(X_i), \quad V_n^2 = \frac{n}{n-1} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n f(X_i)^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n f(X_i) \right)^2 \right)$$

En utilisant La loi forte des grands nombres, S_n converge p.s vers $E(f(X))$ et

$$\sqrt{n} \frac{S_n - E(f(X))}{V_n} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \mathcal{N}(0,1)$$

Les numéraires

Un numéraire est un portefeuille admissible et autofinancé dont la valeur à chaque instant est positive p.s.

Soit N un numéraire particulier quelconque et \mathbb{N} l'ensemble des numéraires. Les deux conditions requises d'un numéraire sont :

-Il doit pouvoir être effectivement construit à l'aide d'une stratégie d'absence d'arbitrage combinant les actifs primitifs et en aucun cas un processus stochastique quelconque. Plus une condition d'autofinancement qui assure qu'il ne s'agisse pas d'un portefeuille qui perd de la valeur du fait d'une distribution de dividendes ou de coupons.

-La valeur $N(t)$ d'un numéraire doit être constamment positive, ce qui assure notamment que la valeur $\frac{X(t)}{N(t)}$ de tout portefeuille ou titre autofinancé, libellée en numéraire N , est bien définie.

Exemples de numéraire

-L'actif sans risque de valeur $S_0(t) = e^{\int_0^t r(u) du}$ avec $S_0(0)=1$

-Un titre zéro-coupon donnant 1 € à son échéance θ et de prix $B_\theta(t)$ est un numéraire entre 0 et θ .

Le théorème de Radon-Nikodym

Avant de présenter le théorème de Radon-Nikodym, on rappela la définition de la dérivé.

Considérons deux mesures de probabilités P' et P . On dit que ces deux mesures sont équivalentes (on notera $P' \sim P$) si les événements de probabilité nulle sont les mêmes sous les deux mesures ; plus formellement : $P' \sim P$ si et seulement si, $\forall A \in \mathbb{F}_T: P'(A) = 0 \Leftrightarrow P(A) = 0$ avec \mathbb{F}_T un espace mesurable.

Dans la suite $E^{P'}$ et E^P désigne respectivement les espérances sous P' et sous P . Alors nous avons la proposition suivante :

(i) $P' \sim P$, il existe une variable aléatoire ξ qui est \mathbb{F}_T mesurable avec $E^P[\xi] = 1$ et $\xi > 0$ p.s. telle que

$$\forall A \in \mathbb{F}_T: P'(A) = \int_A \int \xi(w) dP(w)$$

ξ est appelé la dérivée de Radon-Nikodym de P' par rapport à P et on posera :

$$\xi = \frac{dP'}{dP}$$

(ii) si $\xi = \frac{dP'}{dP}$, pour toute variable \mathbb{F}_T mesurable X dont l'espérance est définie, l'on a :

$$E^{P'}(X) = E^P(\xi X)$$

Le théorème de Girsanov

Définition

On considère \underline{W} le brownien standard m -dimensionnel sous la probabilité historique P , la filtration $\{\mathbb{F}_t\}_{t \in [0, T]}$ engendré par \underline{W} et le processus $\{\underline{\gamma}_t\}_{t \in [0, T]}$ tel que $E \left\{ \exp \frac{1}{2} \int_0^t \|\underline{\gamma}_s\|^2 ds \right\}$ soit définie (cette condition est connue sous le nom de condition « condition de Novikov »).

On posera :

$$\xi(t) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^t \|\underline{\gamma}_s\|^2 ds - \int_0^t \underline{\gamma}'(s) d\underline{W} \right]$$

On retiendra que $\xi(t)$ est une martingale sous P ce qui implique :

$E^P[\xi(T)] = \xi(0) = 1$, par ailleurs $\xi(T) > 0$ et \mathbb{F}_t -mesurable. Les conditions sont donc requises pour justifier l'existence de la dérivé de Radon-Nikodym et on pourra ainsi définir une nouvelle probabilité $P' \sim P$ par :

$$\frac{dP'}{dP} = \xi(T) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^T \|\underline{\gamma}(t)\|^2 dt - \int_0^T \underline{\gamma}'(t) d\underline{W} \right]$$

De plus en choisissant un instant t quelconque comme origine du temps, on observe que les deux probabilités P et P' sont liées par la dérivée de Radon-Nikodym :

$$\frac{dP'_t}{dP_t} = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_t^T \|\underline{\gamma}(t)\|^2 dt - \int_t^T \underline{\gamma}'(t) d\underline{W} \right] = \frac{\xi(T)}{\xi(t)}$$

Un résultat qui nous sera utile par la suite est que si nous avons $M(t)$ une martingale sous P' alors $\xi(t)M(t)$ est aussi une martingale sous P et réciproquement ; en effet si $M(t)$ est une P' martingale :

$$M(t) = E^{P'_t}[M(T)] = E^{P'_t} \left[\frac{\xi(T)}{\xi(t)} M(T) \right] = \frac{1}{\xi(t)} E^{P_t}[\xi(T)M(T)], \text{ donc :}$$

$\xi(t)M(t) = E^{P_t}[\xi(T)M(T)]$ ce qui montre que $\xi(t)M(t)$ est une P -martingale. La réciproque résulte du caractère symétrique du changement de probabilité de P en P' .

Le théorème

Avec les définitions et notations et sous les conditions précédemment introduites :

$\widehat{W}(t) = \underline{W}(t) + \int_0^t \underline{\gamma}(s) ds$ est un brownien m -dimensionnel sous la probabilité P' .

Preuve :

Nous avons vu précédemment que $\xi(t) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^t \|\underline{\gamma}(s)\|^2 ds - \int_0^t \underline{\gamma}'(s) d\underline{W} \right]$ est une P -martingale pour tout processus vectoriel $\underline{\gamma}_t$ satisfaisant la condition de Novikov.

Pour affirmer que $\widehat{W}(t)$ est un brownien standard sous P' , il suffit de vérifier que $\hat{\xi}(t) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^t \|\underline{\lambda}(s)\|^2 ds - \int_0^t \underline{\lambda}'(s) d\underline{W} \right]$ est une P' -martingale.

Ce qui est le cas si $\xi(t)\hat{\xi}(t)$ est une P -martingale (voir résultat précédent).

Or en remplaçant $\xi(t)$ et $\hat{\xi}(t)$ par leur valeur et $\widehat{W}(t)$ par $\underline{W}(t) + \int_0^t \underline{\gamma}(s) ds$, nous avons :

$$\xi(t)\hat{\xi}(t) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^t \left(\|\underline{\gamma}(s)\|^2 + \|\underline{\lambda}(s)\|^2 + 2\underline{\gamma}(s)\underline{\lambda}(s) \right) ds - \int_0^t (\underline{\gamma}'(s) + \underline{\lambda}'(s)) d\underline{W} \right]$$

En posant $\underline{v}(t) = \underline{\gamma}(t) + \underline{\lambda}(s)$, on obtient :

$$\xi(t)\hat{\xi}(t) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^t \|\underline{v}(s)\|^2 ds - \int_0^t \underline{v}'(s) d\underline{W} \right], \text{ est bien une } P\text{-martingale.}$$

Lemme d'Itô

Soit un processus X_t , un processus stochastique de la forme :

$$X_t = X_0 + \int_0^t \mu_s ds + \int_0^t \sigma_s dW_s$$

Autrement formulé, on a :

$$dX_t = \mu_t dt + \sigma_t dW_t$$

Avec :

μ_t : Rendement moyen ou drift

σ_t : Ecart type représentant la volatilité

W_t : Un mouvement brownien

Si $f(X_t, t)$ est une fonction de classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+, \mathbb{R})$, alors la formule d'Itô s'écrit :

$$d(f(X_t, t)) = \frac{\partial f}{\partial t}(X_t, t) dt + \frac{\partial f}{\partial x}(X_t, t) dX_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(X_t, t) \sigma^2 dt$$

Annexe 4 : Calibration des risques financiers

Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov est un test non paramétrique utilisé pour vérifier si un échantillon suit une loi donnée connue par sa fonction de répartition continue.

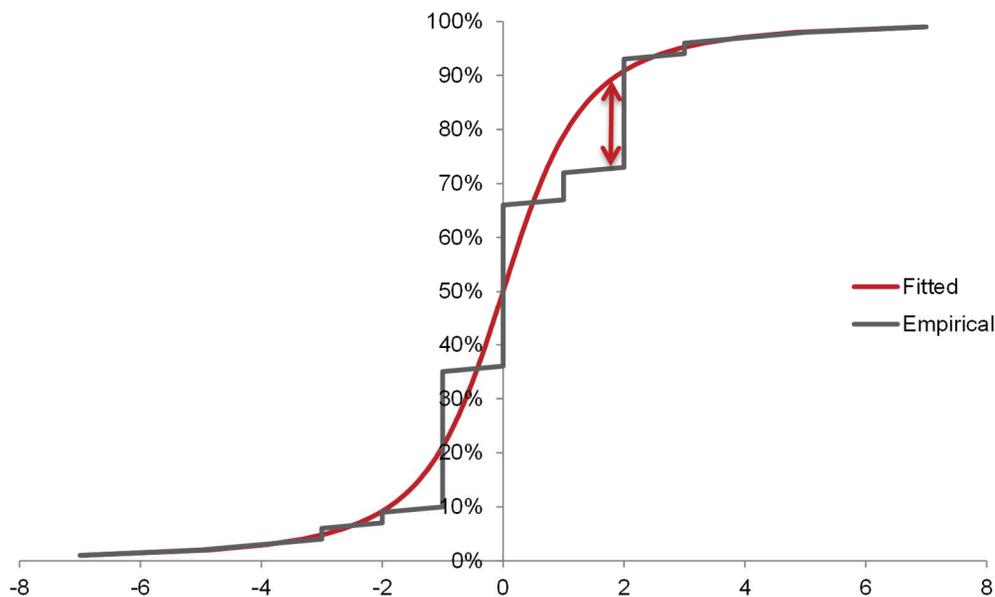
$$D = \text{Maximum}|F_o(X) - F_r(X)|$$

$F_o(X)$: La fonction empirique observée de l'échantillon

$F_r(X)$: La fonction théorique

D est la valeur critique correspondant à la table de K-S.

Le test est accepté si la valeur calculé est inférieure à la valeur critique. Dans le cas contraire l'hypothèse est rejeté.



Annualisation des données

La méthode d'annualisation des données consiste à exprimer une variance de rendement d'annuel logarithmique d'un indice (ou composante principale dans le cas de la modélisation des taux) donné comme la somme des 12 variations mensuelles de cet indice. Selon cette hypothèse on pourra montrer que pour une distribution normale et une t-distribution avec un nombre fini de degré de liberté, la distribution annuelle des variations logarithmique est égale à la distribution mensuelle avec la moyenne $\mu_{\text{Annual}} = 12\mu_{\text{monthly}}$ et la variance $\sigma_{\text{annual}}^2 = \sigma_{\text{monthly}}^2 \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} \text{Corr}(X_i, X_j)$

X_i représente le changement mensuel logarithmique entre i et j

La distribution de chaque facteur de risque pourra s'écrire comme étant :

$$\mathbf{X}^{Annual} = (\mathbf{X}^{Monthly} - \mu^{Monthly}) * AnnualisationFactor + 12\mu^{Monthly}$$

Avec

$$AnnualisationFactor = \sqrt{\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} corr(X_i^{Monthly}, X_j^{Monthly})}$$

Si les données mensuelles sont indépendantes les unes par rapport aux autres alors on retombe sur la propriété de la racine du temps. Le facteur d'annualisation sera donc égal à $\sqrt{12}$.

Justification

Considérons X_1, \dots, X_{12} des variables aléatoires, ayant la même distribution de moyenne μ et de variance σ^2 .

On cherchera à démontrer que $\sum_{i=1}^{12} X_i$ à une moyenne égale à 12μ , une variance égale à

$$\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} corr(X_i, X_j) \sigma^2, \text{ et la même distribution que } (\mathbf{X}_1 - \mu) \sqrt{\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} corr(X_i, X_j)} + 12\mu.$$

Loi normale multidimensionnelle

Soit N^d une loi normale multidimensionnelle de dimension d avec une moyenne $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_d) \in \mathbf{R}^{1 \times d}$ une matrice de variance covariance $\Sigma \in \mathbf{R}^{d \times d}$, elle aura les propriétés suivantes:

Une transformation linéaire de vecteur aléatoires suivant une loi multidimensionnelle est aussi une loi normale multidimensionnelle c'est-à-dire si on considère un vecteur aléatoire $(X_1, \dots, X_d) \sim N^d(\mu, \Sigma)$ et une matrice non singulière $A \in \mathbf{R}^{d \times d}$, alors $A * X \sim N^d(A\mu, A \Sigma A^t)$

Les distributions marginales de la loi normale multidimensionnelle sont univariées et suivent une loi normale avec comme moyenne la moyenne correspondant au vecteur μ et comme variance celle correspondant à la matrice de variance covariance Σ .

Les deux propriétés ci-dessus implique que toute somme $\sum_{i=1}^{12} X_i$ est normalement distribué avec $\mu = \sum_{i=1}^{12} \mu_i$ et variance $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} Cov(X_i, X_j)$, si X_1, \dots, X_n sont les composantes d'un vecteur suivant une loi normale multidimensionnelle.

En suivant un raisonnement analogue à celui de la loi normale, on obtient un résultat similaire pour les distributions de student avec un degré de liberté supérieur à 3.

Maximum de vraisemblance

La méthode du maximum de vraisemblance est une méthode utilisée pour estimer les paramètres d'un modèle statistique.

Considérons un échantillon x_1, x_2, \dots, x_n qui sont des observations indépendantes et identiquement distribuées, provenant d'une distribution ayant une fonction de densité de probabilité inconnue $f_0(\cdot)$. La fonction f_0 appartient à une famille de fonction $\{f(\cdot | \theta), \theta \in \Theta\}$ ou θ est le vecteur de paramètre de la famille, on peut donc

écrire $f_0 = f(\cdot | \theta_0)$. La valeur θ_0 est inconnue et il s'agit de la vraie valeur du paramètre. On espère trouver un estimateur $\hat{\theta}$ de θ_0 qui maximise la vraisemblance de l'échantillon observé x_1, x_2, \dots, x_n .

Autrement dit si nous considérons le même échantillon x_1, x_2, \dots, x_n alors la fonction de densité de probabilité jointe s'écrit:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = f(x_1 | \theta) \cdot f(x_2 | \theta) \cdot \dots \cdot f(x_n | \theta)$$

La fonction de vraisemblance associée est donc:

$$\mathcal{L}(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta)$$

Donc si un maximum existe alors le maximum de vraisemblance θ_0 peut être définie selon l'expression suivante:

$$\hat{\theta}_{MLE} \subseteq \left\{ \underset{\theta \in \Theta}{\operatorname{argmax}} \hat{\ell}(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) \right\}$$

Risque action

Liste des facteurs de risque retenue pour la calibration.

Risk Factor	Index	# of observations	Start date	End date	RIC
EQ BRIC	MSCI BRIC	298	12/30/1994	9/30/2019	MSBRICL(RI)
EQ Ind	MSCI EMU Industrials	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUIDL(RI)
EQ Fin	MSCI EMU Financials	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUFNL(RI)
EQ ConDisc	MSCI EMU Cons. Discr.	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUCDL(RI)
EQ NA	MSCI North America	598	12/31/1969	9/30/2019	MSNAMRL(RI)
EQ CHF	MSCI Switzerland	598	12/31/1969	9/30/2019	MSSWITL(RI)
EQ Mat	MSCI EMU Materials	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUM1L(RI)
EQ UK	MSCI UK	598	12/31/1969	9/30/2019	MSUTDKL(RI)
EQ Util	MSCI EMU Utilities	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUU1L(RI)
EQ ConStap	MSCI EMU Cons. Staples	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUCSL(RI)
EQ IT	MSCI EMU IT	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUITL(RI)
EQ Health	MSCI EMU Healthcare	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUHCL(RI)
EQ Energy	MSCI EMU Energy	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUE1L(RI)
EQ Tel	MSCI EMU T/CM SVS	298	12/30/1994	9/30/2019	M1MUT1L(RI)
EQ Jpn	MSCI Japan		12/31/1969	9/30/2019	MSJPANL(RI)
EQ EMU	MSCI EMU	382	12/31/1987	9/30/2019	MSEMUIL(RI)
EQ PLN	MSCI Poland	274	12/31/1996	9/30/2019	MSPLNDL(RI)
EQ CZK	MSCI Czech Republic	298	12/30/1994	9/30/2019	MSCZCHL(RI)
EQ HUF	MSCI Hungary	298	12/30/1994	9/30/2019	MSHUNGL(RI)
EQ Bulgaria	MSCI Bulgaria	173	5/31/2005	9/30/2019	MSBLGNL(RI)
EQ Russia	MSCI Russia	239	11/30/1999	9/30/2019	MSRUSSL(RI)
EQ Slovakia	Slovakia BMI	273	1/31/1997	9/30/2019	IFFMSOL(RI)
EQ VolControl	EURSTOXX Risk Control 15	245	12/30/1994	9/30/2019	RC15IVTR(RI)

Table 1 Liste des indices du risque action

BIBLIOGRAPHIE ET SOURCES

http://media.swissre.com/documents/sigma3_2017_fr.pdf (Le marché de l'assurance mondial, document consulté en 2020)

<http://www.sigma-explorer.com/index.html> (Information sur l'historique et l'inflation des primes d'assurance, site consulté en Janvier 2020)

Rapports Swiss Re de Février 2019 (Information sur les différents pays du monde, document consulté en Janvier 2020)

<https://www.willistowerswatson.com/-/media/WTW/PDF/Insights/2018/02/asia-insurance-market-report-2018.pdf> (Le marché mondial de l'assurance, document consulté en Janvier 2020)

<https://www.scmp.com/business/article/2189033/china-will-become-worlds-biggest-insurance-market-mid-2030s-speeding-past> (Chine Perspective de l'assurance vie, site consulté en 2020)

https://eiopa.europa.eu/Publications/QIS/EIOPA-BoS-15-070v2-Technical_specifications_QA_IORPs.pdf (Information technique sur le calcul du SCR, information consulté en 2020)

(EIOPA, EIOPA-BoS-15/070v2 11 May 2015): « Technical Specifications Quantitative Assessment of Further Work on Solvency of IORPs »

(Sylvestre Frezal, 2017): « Une réforme pavé de bonne intentions : Retour d'expérience sur Solvabilité 2 et proposition pour Solvabilité 3 »

<http://sg.milliman.com/uploadedFiles/insight/2015/analysis-china-c-ross.pdf> (Analyse Milliman de la règlementation C-ROSS, document consulté en 2020)

(Frédéric Planchet, Mai 2013): « Solvabilité 2, une introduction »

<https://www.actuaries.org.uk/system/files/documents/pdf/c3-bonny-fu-english.pdf> (Analyse de la règlementation C-ROSS, document consulté en 2020)

(Institut des Actuaire, Novembre 2018): Document d'orientation, « Les Générateur de Scénario Economique »

(Patrick Vounzi, 2019) : « Calcul de la Probability Distribution Forecast du Best Estimate via l'approche LSMC à partir d'un modèle dit de « flexing »

(Sophie Decupère, 2018) : « Agrégation des risques et allocation de capital sous Solvabilité II »

(Stéphane Loisel, Novembre 2001): « Contributions to quantitative risk management in insurance »

(Longstaff, F.A., Schwartz, E.S. 2001): «Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach, Review of Financial Studies14»

(Artzner, Delbaen, Eber and Heath, July 1998): « Coherent Measures of Risk»

(D. Bauer, D Bergman and R. Kiesel, 2010): « *The risk-neutral valuation of life insurance contract* »

Abbreviation

APE : Annual premium equivalent

LOB : Line of business

SCR : Secure capital requirement

BEL : Best estimate of Liability

SII : Solvabilité II

C-ROSS : China Risk oriented Solvency System

RBC : Risk Based Capital

LSMC : Least Square Monte Carlo

SdS : Simulation dans les Simulations

UW : Underwriting ou souscription

SVA : Stochastic Volatility Adjuster (ajustement stochastique de la volatilité)

BIC : Critère d'Information Bayésien

AIC : Critère d'Information Akaike

ESG(GSE) : Economic Scenario Generator (Générateur de Scénario Economique)

LMM : Libor Market Model

LMM+ : Libor Market Model avec un facteur de déplacement