

**Mémoire présenté le :**

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA  
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Justin KHER

Titre Provisionnement de la garantie plancher : sensibilité et estimation

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membre présents du jury de l'Institut  
des Actuaires*

signature

*Entreprise :*

Nom : CNP Assurances

Signature :

*Directeur de mémoire en entreprise :*

Nom : Alexis TOULLET

Signature :

*Invité :*

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise  
en ligne sur un site de diffusion de  
documents actuariels (après expiration  
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise

lu et approuvé  
ATOULLET

Signature du candidat



## Résumé

La baisse de rendement du marché obligataire associé à un environnement de taux bas a provoqué une croissance des montants investis sur les supports en unité de compte. La valeur de ces supports est volatile et présente un risque de perte en capital pour l'assuré bénéficiaire d'un contrat d'assurance vie multi-support. La garantie plancher est l'une des options de sécurisation de l'épargne qui s'attache à couvrir ce risque. Elle garantit le versement d'un capital minimal défini contractuellement lors de la réalisation d'un événement de sinistre spécifié au contrat (décès, vie à terme...).

La garantie plancher représente un engagement de l'assureur qui s'inscrit au passif de la compagnie par une provision technique spécifique. Le montant de provision est fortement impacté par les hypothèses actuarielles et financières retenues lors de son calcul. Il impacte le résultat ainsi que la solvabilité du groupe. Une compagnie d'assurance est alors conduite à se poser de nombreuses questions sur l'évolution des risques occasionnés par la garantie et les différents leviers de couverture existants.

Ce mémoire s'attache à l'étude sous solvabilité 2 d'un produit d'assurance vie multi-support comportant une garantie plancher en cas de décès, puis décès accidentel uniquement au-delà d'un certain âge de l'assuré. Deux méthodes, l'une par scénario déterministe et l'autre par le modèle de Black & Scholes seront utilisées pour calculer un montant de provision à une date donnée. Une analyse des écarts engendrés par la mise à jour des paramètres de marché sera complétée par étude des sensibilités de la provision aux différentes hypothèses de calcul. Enfin, nous verrons que les travaux de transposition des actifs réalisés lors du calcul du SCR marché permettent de corréler le montant provision garantie plancher à des indices financiers de change, d'action et de taux. Une méthode d'estimation de la provision peu coûteuse en hypothèses de calcul sera alors proposée.

**Mots-clés :** Garantie plancher décès, décès accidentel, table de mortalité, provisionnement, assurance vie, Black & Scholes

## Summary

The decline in bond market yields combined with a low interest rate environment has led to an increase in the amounts invested in unit-linked products. The value of these supports is volatile and presents a risk of capital loss for the insured beneficiary of a multi-support life insurance contract. The Guaranteed Minimum Death Benefit (GMDB) is one of the options for securing savings that covers this risk. It guarantees the payment of a contractually defined minimum capital sum in the event of a claim specified in the contract (death, term life, ...).

The GMDB represents a commitment on the part of the insurer which is recorded in the company's liabilities through a specific technical provision. The amount of the provision is strongly impacted by the actuarial and financial assumptions used in its calculation. It impacts the result as well as the solvency of the group (SCR action). An insurance company is then led to ask itself many questions about the evolution of the risks caused by the guarantee and the different existing coverage levers.

This paper focuses on the study under Solvency 2 of a multi-support life insurance product with a minimum guarantee in case of death, then accidental death only beyond a certain age of the insured. Two methods, one by deterministic scenario and the other by the Black & Scholes model will be used to calculate a provision amount at a given date. An analysis of the differences generated by the update of the market parameters will be completed by the sensitivity of the provision to the different calculation assumptions. Finally, we will see that the look-through of assets carried out during the calculation of the SCR market makes it possible to correlate the amount of the guaranteed minimum provision to financial indices of exchange, shares and rates. A method of estimating the provision that is not very costly in terms of calculation assumptions will then be proposed.

**Key words :** Guaranteed Minimum Death Benefit, Accidental death, life table, reserving, life insurance, Black & Scholes

## Remerciements

Je remercie l'équipe épargne et son responsable M. Mohamed Belkessa pour le regard critique qu'ils ont apportés tout au long des différentes présentations de l'avancement de ce mémoire.

Je tiens particulièrement à témoigner ma gratitude à M. Alexis Toullet pour ses précieux conseils ainsi que le temps qu'il m'a consacré tout au long de cette étude.

Je remercie enfin Mme. Anne Eyraud-Loisel du corps enseignant de l'ISFA pour avoir répondu à mes questions et pour sa bienveillance tout au long de mes études.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>6</b>
<b>1 L'assurance vie</b>	<b>9</b>
1.1 Le contrat	9
1.2 Les versements	9
1.3 Les supports proposés	10
1.3.1 Fonds euro et mécanisme de la participation aux bénéfices	10
1.3.2 Fonds « en unité de compte »	11
1.4 Les rachats	11
1.5 Les arbitrages	12
1.6 La provision mathématique	12
1.7 Le cadre réglementaire : Solvabilité II	13
1.7.1 Le risque de marché	14
1.7.2 Le risque de souscription vie	16
<b>2 La garantie plancher</b>	<b>19</b>
2.1 Les prestations proposées	19
2.2 Les critères d'éligibilité	21
2.3 Les risques	22
2.4 Tarification	25
2.5 Provisionnement	25
2.6 Couverture	26
2.7 Cadre de l'étude	27
<b>3 Méthode de calcul de la provision au titre de la garantie plancher</b>	<b>29</b>
3.1 La méthode déterministe	30
3.2 La méthode des puts	31
<b>4 Évaluation du prix des options dans le modèle de Black &amp; Scholes</b>	<b>35</b>
4.1 Les options	35
4.2 La volatilité	35
4.3 Hypothèses concernant le modèle	35
4.4 Hypothèses concernant le marché financier	36
4.5 La formule de Black & Scholes	37
4.6 Engagements liés à la garantie plancher	39
4.7 Cas multi-supports	39
4.8 Conclusion	40
<b>5 Programme de calcul de la provision</b>	<b>42</b>
5.1 Méthodologie et approche	42
5.2 Hypothèses	43
5.3 Calcul du capital plancher et valorisation de l'épargne par les événements de gestion	44
5.4 Synthèse	45

<b>6</b>	<b>Analyse exploratoire du portefeuille sur le produit étudié</b>	<b>48</b>
6.1	Qualité des données disponibles	48
6.2	Critères d'âge et répartition de l'encours	49
6.3	Taux d'UC	51
6.4	Les arbitrages	54
6.5	Etude de la sinistralité	54
6.6	Indicateur de rentabilité historique	57
6.7	Impact de la participation aux bénéficiaires sur les supports euro	58
6.7.1	Une couverture du capital plancher	58
6.7.2	Impact sur les capitaux sous risque	61
6.8	Synthèse	62
<b>7</b>	<b>Calcul de provision : cas central</b>	<b>65</b>
7.1	Variations des hypothèses dans le provisionnement	65
7.2	Retour sur les dates de naissance manquantes	66
7.3	Prise en compte des décès accidentels	68
7.3.1	Sinistralité de l'événement	68
7.3.2	Construction d'une table mixte	69
7.3.3	Impact du décès accidentel : résultats	71
7.4	Zoom sur les engagements	72
7.5	Résultats	74
7.6	Synthèse	77
<b>8</b>	<b>Intégration d'une loi de rachat</b>	<b>80</b>
8.1	Motivations	80
8.2	Modélisation des rachats	80
8.3	Résultats	81
8.4	Synthèse	82
<b>9</b>	<b>Provisionnement : sensibilités</b>	<b>84</b>
9.1	Le risque de marché	84
9.2	Risque de souscription vie	84
9.2.1	Choc de mortalité	85
9.2.2	Chocs de rachat	85
9.3	Résultats	86
9.4	Synthèse	90
<b>10</b>	<b>Méthode d'approximation de la provision garantie plancher</b>	<b>92</b>
10.1	Calcul du SCR marché	93
10.1.1	Impact des différents chocs de marché sur les compartiments euro et UC	93
10.1.2	Composition du SCR marché	93
10.2	Exposition des UC au risque de marché	95
10.2.1	Exposition aux actions	95
10.2.2	Exposition au change	95
10.2.3	Exposition au taux	96
10.3	Approximation de la provision garantie plancher	97
10.4	Backtesting	99
10.5	Synthèse	102
	<b>Conclusion</b>	<b>103</b>

## Introduction

Au 1<sup>er</sup> quadrimestre de l'année 2021, en assurance vie et épargne retraite, la collecte nette sur les fonds en unités de compte atteint, selon la fédération française de l'assurance (FFA), un niveau inégalé depuis 14 ans. L'appétit des assurés pour les supports d'investissement en unité de compte s'est accru ces dernières années avec une part de plus en plus importante dans les montants cotisés. Bien qu'ils présentent un risque de perte en capital, le succès des unités de compte s'explique par des évolutions économiques. En effet, les supports d'épargne sans risque proposent aujourd'hui des taux de revalorisation peu attractifs, qui ne nourrissent pas les ambitions de rendement attendues par les assurés. Par ailleurs, les assurés accordent beaucoup d'importance à la sécurisation du capital construit. Aussi, pour compenser le risque financier pris par l'assuré qui investit dans un support en unité de compte, les compagnies d'assurance, qui s'adaptent aux besoins du marché, ont proposé des garanties complémentaires à la constitution d'une épargne : les garanties plancher.

En effet, les garanties plancher offrent un capital minimal à l'assuré en cas de sinistre. Elles font supporter à l'assureur le risque d'une augmentation non prévue des sinistres à indemniser. Les pertes de l'assureur peuvent provenir d'une augmentation de la fréquence ou du coût de la sinistralité. La fréquence s'évalue par des tables réglementaires ou historiques tandis que le montant de la sinistralité est directement lié aux fluctuations de la valeur des actifs financiers qui constitue l'épargne détenue par les assurés. Une compagnie d'assurance doit maîtriser ces risques, adopter une tarification adéquate et répondre aux exigences réglementaires de provisionnement. Si cette garantie combine des risques actuariels et financiers, l'assureur doit rester vigilant et adopter une certaine prudence vis-à-vis du comportement de ses assurés.

La possibilité d'arbitrage sur les contrats multi-supports donne aux assurés une liberté et une flexibilité suffisante pour leur permettre une gestion des supports d'investissements selon leur propre appréciation du marché. Devenant un acteur de la constitution de son patrimoine, un assuré peut à tout moment choisir de diversifier son épargne, bouleversant ainsi le risque pris par l'assureur par rapport aux garanties de son contrat.

La garantie plancher fait supporter à l'assureur une part du risque concernant la volatilité de l'épargne. Ce risque est directement lié aux fluctuations des marchés. Bien qu'il pèse sur l'assureur, il reste difficilement prévisible. Pour cette raison, l'engagement de l'assureur vis-à-vis de ces garanties est régulièrement calculé. L'objectif est d'ajuster au mieux, tout au long de l'année, la quantité de risque assumée par une compagnie d'assurance. Cette quantité se matérialise dans les comptes de l'assureur par un montant de provision destiné à couvrir le risque lié à ces garanties.

Les provisions garantie plancher sont calculées selon un modèle de projection prospectif de l'épargne. Cependant, ce processus nécessite de nombreuses hypothèses. Celles-ci ne pouvant pas toujours être facilement mises à jour dans les délais de production, il est donc judicieux de proposer une méthode alternative pour estimer l'impact des évolutions du marché sur la provision.

Ce mémoire s'intéresse au provisionnement des garanties plancher sur les produits d'assurance vie de CNP assurances. Dans un premier volet théorique, après avoir introduit les différents éléments constitutifs de l'assurance vie, nous commencerons par expliciter les principaux types de contrat d'épargne individuelle proposés sur le marché de l'assurance vie. Nous préciserons les différentes opérations réalisables par un assuré suite à la conclusion de son contrat. Nous décrirons ensuite les différentes garanties de sécurisation de l'épargne auxquelles peut sous-

crir un assuré. Ces options d'assurance, appelées « garanties plancher », qu'elles soient facultatives ou obligatoires, permettent de bénéficier de prestations que nous détaillerons.

Après avoir proposé des méthodes de calcul pour les provisions réglementaires mesurant le risque associé à ces garanties, nous terminerons ce volet en évaluant les engagements pris par l'assureur et l'assuré résultant de la tarification de ces garanties. Dans une seconde partie, en prenant l'exemple d'un produit proposé par CNP Assurances, nous modéliserons le provisionnement face aux risques décès et décès accidentels. Enfin, nous montrerons comment l'étude de la composition des différents supports en unité de compte permet de réaliser une estimation de l'évolution du montant de provision en fonction des fluctuations du marché entre deux exercices comptables trimestriels.

Partie I  
L'assurance vie

# 1 L'assurance vie

L'assurance vie propose des produits d'épargne, gérés en capitalisation. Une compagnie d'assurance vie est soumise au code des assurances. Son rôle est de satisfaire deux grands besoins : épargne et prévoyance.

Par définition, l'assurance vie est un contrat par lequel en échange d'une prime, l'assureur s'engage à verser au souscripteur ou à un tiers par lui désigné une somme déterminée, capital ou rente, en cas de décès de la personne assurée ou de sa survie à un événement déterminé.

En d'autres termes, le contrat d'assurance vie est une convention par laquelle une partie, l'assureur, s'engage à délivrer dans le cadre réglementaire d'un contrat, une prestation en cas de réalisation d'un risque à une autre partie (l'assuré ou les bénéficiaires), moyennant le paiement d'une prime ou de cotisation en cas de réalisation d'un sinistre constituant un risque aléatoire prévu au contrat.

L'assuré est la personne exposée au risque : décès ou survie. Le souscripteur est le co-contractant. Il peut être le bénéficiaire contractuel ou nommer un tiers bénéficiaire.

## 1.1 Le contrat

Par une opération financière et technique réglementée, le contrat d'assurance vie garantit à l'assuré les conditions de constitution d'un capital.

Les différentes parties au contrat d'assurance sont : l'assureur, le souscripteur du contrat, l'assuré et le bénéficiaire.

- L'assureur est soumis au code des assurances et s'engage à verser une prestation à l'assuré en cas d'occurrence d'un risque aléatoire défini dans les conditions générales du contrat ;
- Le souscripteur est une personne physique ou morale qui signe la police et s'engage à payer des primes ;
- L'assuré ne peut être qu'une personne physique car c'est la personne sur la tête de laquelle repose le risque. Selon les situations souscripteur ou assuré peuvent être ou non la même personne ;
- Le bénéficiaire est désigné par un acte unilatéral du souscripteur. C'est la personne à laquelle l'assureur verse les prestations garanties dont le montant est fixé par le contrat.

L'assureur s'engage ainsi à servir une prestation en cas de réalisation du risque faisant l'objet du contrat. Le contrat d'assurance formalise le consensus sur le risque assuré, les prestations dues par l'assureur en cas de réalisation du risque, les conditions de garantie et le montant de la cotisation.

## 1.2 Les versements

Les versements peuvent être effectués de différentes manières :

- Une prime unique ;
- Des versements programmés ;
- Des versements libres (au gré du souscripteur).

En assurance vie, l'assureur n'a pas de recours pour exiger le versement des primes qui n'ont pas été payées. Le souscripteur peut à tout moment ne plus verser ses cotisations. L'assureur

est soumis à un second risque. En effet, un assuré peut à tout moment, par une opération de rachat, récupérer son épargne partiellement ou en totalité, en dépit des pénalités contractuelles applicables qui sont fixées selon le code des assurances et l'ancienneté du contrat d'épargne individuel.

### 1.3 Les supports proposés

Une compagnie d'assurance propose deux types de supports sur lesquels des versements peuvent être opérés. Ces supports permettent la construction d'une épargne flexible conformément à la gestion du risque et aux objectifs de rendement de chaque assuré.

- Les supports en euro assurent une revalorisation positive de l'épargne par un taux minimal garanti qui dépend principalement des obligations que l'assureur détient dans son portefeuille. En contrepartie d'un rendement plutôt faible, le risque pour l'assuré est limité. En effet, le risque de perte en capital est en théorie nul.
- Les supports en unité de compte proposent un rendement historique généralement plus élevé que les supports euro<sup>1</sup>. La performance de l'épargne est directement ajustée selon le cours des marchés financiers. La garantie porte sur le nombre de parts d'un actif financier. Le prix des parts d'unité de compte varie et l'assureur n'endosse pas d'engagement leur valeur. Sauf garanties supplémentaires, l'assuré porte seul le risque lié aux fluctuations de marché sur l'actif sous-jacent.

Les contrats multi-supports mêlent supports euro et unité de compte et permettent aux assurés de trouver un équilibre traduisant le meilleur compromis entre leur aversion au risque et la performance de leur épargne.

#### 1.3.1 Fonds euro et mécanisme de la participation aux bénéfices

Les contrats en euro offrent, à leur échéance, un capital fixe constitué des primes versées auxquelles s'ajoutent les intérêts techniques et la participation aux bénéfices. Cette valorisation est retranchée des rachats antérieurs et des frais de gestion.

La participation aux bénéfices accordée sur les supports en euro vient augmenter la valeur atteinte par le contrat et est définitivement acquise. Elle est, elle-même, revalorisée dans les mêmes conditions que les versements les années suivantes.

Les revalorisations sont issues d'un partage entre l'assuré et l'assureur sur des résultats qui sont dégagés par le placement de primes sur les marchés financiers, principalement sur des produits obligataires.

La réglementation définit pour le calcul de la participation aux bénéfices un niveau minimal concernant le partage de rémunération entre une compagnie d'assurance et ses assurés. Ce critère est fixé à l'échelle de l'entreprise d'assurance, ce qui signifie qu'il n'est pas à appliquer contrat par contrat ou fonds par fonds.

D'une part, l'article A331-3 du Code des Assurances prévoit une redistribution d'au moins 85% des produits financiers réalisés par l'assureur (hors résultat sur fonds propre). D'autre part,

---

1. Entre 2011 et 2020, le cabinet Facts & Figures évalue la performance annuelle moyenne des unités de compte à 3,23% et celle des fonds euros à 2,08%

une seconde limite prévoit que le résultat technique dégagé par la mortalité et la gestion ne doit pas excéder 10% de la rémunération de l'assureur.

Par ailleurs, des clauses contractuelles inhérentes au contrat peuvent prévoir un mécanisme de calcul ou d'affectation de la participation aux bénéfices.

Cependant un assureur est libre du pilotage de cette redistribution. Il dispose d'un délai de 8 ans pour restituer aux assurés les provisions accumulées dans un compte appelé « provision pour participation aux excédents »(PPE). Il peut ainsi lisser dans le temps la performance de ses fonds euro via la PPE.

### **1.3.2 Fonds « en unité de compte »**

Les contrats « en unités de compte » représentent une part d'actif sur des supports généralement gérés par l'assurance. L'assuré peut sélectionner les supports sur lesquels il souhaite effectuer ses versements et les arbitrer à tout moment en fonction de ses objectifs, de son profil d'investisseur et de la situation des marchés selon des règles variables inscrites aux conditions générales du contrat. La liste des supports admissible est détaillée aux articles L131-1 et R131-1 du Code des Assurances.

Bien qu'il existe des supports en unités de compte permanents, l'assurance peut ponctuellement proposer à ses assurés, selon les opportunités des marchés financiers, d'opter pour des supports temporaires. Au delà d'une échéance prédéfinie, les montants investis seront automatiquement arbitrés.

Les différents flux opérés sur les supports en unité de compte sont convertis en nombre de parts en fonction de la valeur liquidative des supports au moment de l'opération. L'incertitude sur la valeur des parts d'unité de compte repose sur les fluctuations financières du cours des supports. La valorisation de ces contrats dépend donc du comportement des marchés financiers. Au-delà du produit net d'assurance (PNA) qui dépend du niveau des encours, l'assureur ne supporte dès lors aucun risque financier.

Par rapport aux supports en euro, les contrats en unité de compte présentent un moindre risque pour la compagnie d'assurance. En effet, la revalorisation de l'épargne n'est pas sujette à un quelconque engagement de la part de l'assureur. En cas de krach boursier, les pertes liées à un contexte défavorable des marchés se limitent à une diminution du produit net d'assurance par l'intermédiaire d'une baisse des prélèvements sur encours.

Le montant des différents flux intervenant sur chaque support en unité de compte s'exprime selon un nombre de parts multiplié par une valeur de marché de l'unité de compte en date du flux considéré.

## **1.4 Les rachats**

Un assuré a la possibilité de racheter à tout moment partiellement ou totalement son contrat d'épargne. Définies dans le contrat, les conditions de rachat ainsi que la valeur de rachat lui sont connues dès sa souscription. Les assurés récupèrent, par l'opération de rachat, l'épargne constituée au titre de leur contrat, après application d'une éventuelle pénalité de rachat. Cette

pénalité doit être inscrite au contrat, elle est limitée par la réglementation à 5% du montant racheté et devient obligatoirement nulle après le 10ème anniversaire du contrat <sup>2</sup>.

La valeur de rachat d'un contrat correspond à l'épargne revalorisée nette des frais et prélèvements. Elle est donnée par l'équation ci-dessous.

$$\text{Valeur de rachat} = \text{Primes versées} + \text{Bénéfices} - (\text{Frais de l'assureur} + \text{Prélèvements sociaux})$$

Notons qu'un rachat total met fin au contrat.

## 1.5 Les arbitrages

Un assuré peut modifier la répartition de son épargne parmi les différents supports disponibles au contrat. Les arbitrages peuvent être limités ou encadrés par le contrat. Dans le cas d'un contrat multi-supports comprenant des fonds euro et des fonds UC, il est tout à fait possible de réaliser des arbitrages de l'UC vers l'euro et inversement. L'assuré dispose ainsi d'un levier, qu'il actionne selon son assentiment face à sa perception du risque financier.

La distribution de l'épargne sur les différents supports est alors réalisée par les assurés et est donc sensible aux variations du marché. Une compagnie d'assurance doit maîtriser l'impact d'une crise qui pourrait favoriser les arbitrages en provenance des supports les plus volatiles. Sur un contrat multi-supports, comprenant un fond euro, des arbitrages massifs en provenance des supports en unité de compte et à destination de supports non risqués entraîneraient une chute du taux d'UC dans le portefeuille. Le risque de l'assureur serait alors modifié.

## 1.6 La provision mathématique

Du fait de l'inversion du cycle de production en assurance, les provisions techniques et mathématiques correspondent à l'ensemble des réserves constituées par les entreprises d'assurance pour respecter leurs engagements.

Le calcul d'une provision est encadré par la réglementation et peut intégrer la mortalité, les intérêts financiers et les cotisations futures que le souscripteur s'est éventuellement engagé à verser en contrepartie des engagements de l'assureur. L'article R331-3 du Code des Assurances définit la provision mathématique comme la différence entre la valeur actuelle des engagements pris par l'assureur et celle des engagements pris par l'assuré.

D'un point de vue comptable, la provision mathématique est le montant qu'un assureur doit détenir dans ses comptes pour garantir la couverture des engagements pris vis-à-vis des souscripteurs ou des bénéficiaires d'un contrat. Cette provision est inscrite au passif du bilan de la compagnie d'assurance et représente une dette probable nette de l'assureur vis à vis de ses assurés.

Au cours d'un exercice comptable, la provision mathématique d'un contrat évolue selon les opérations réalisées par un assuré et la valorisation des capitaux constituant son épargne. Dans le cas d'un contrat d'épargne classique sans garantie supplémentaire, elle s'apparente à l'épargne effectivement acquise par l'assuré.

Sur les supports en euro, l'épargne acquise correspond à la somme des primes versées, nette des frais prélevés par l'assureur et des rachats partiels, et après revalorisation au titre des intérêts

---

2. voir les articles L132-21-1 et R132-5-3 du code des assurances

et plus-values dégagées par le placement des primes.

Sur chaque support en unité de compte d'un contrat, ce montant est égal au nombre de parts détenues par l'assuré multiplié par la valeur de marché de l'unité de compte considérée.

Le compartiment d'épargne euro est donc revalorisé par les intérêts crédités au taux minimum garanti et la participation au bénéfice. L'écart provoqué par la variation des valeurs liquidative sur les parts d'unité de compte entre deux exercices est désigné par l'ajustement ACAV<sup>3</sup>. Il permet de comptabiliser les plus ou moins-values potentielles sur les contrats.

$$ACAV = NbPartsUC_{Fin} * VL_{Fin} - NbPartsUC_{Début} * VL_{Début}$$

La provision d'un contrat respecte alors l'égalité suivante :

$$PM_{ouverture} + Primes - Prestations + IC + PB + AVAV - Frais = PM_{clôture}$$

Lors d'un rachat ou d'un sinistre, le montant versé par l'assurance est égal, sauf garantie supplémentaire, au montant de provision mathématique constituée à la date de l'événement.

## 1.7 Le cadre réglementaire : Solvabilité II

La directive Solvabilité II est une réforme réglementaire européenne du monde de l'assurance en application depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2016. Ses fondements reposent sur trois piliers dont les objectifs respectifs sont :

- définir des normes quantitatives de calcul des provisions techniques et des fonds propres ;
- fixer des normes qualitatives pour garantir le suivi des risques notamment par le rapport de solvabilité et l'ORSA<sup>4</sup>. Le régulateur peut notamment contrôler la qualité des données et les procédures d'estimation de la maîtrise des risques ;
- fournir une certaine transparence au public et donner aux autorités de contrôle les informations nécessaires à l'exercice de leur pouvoir de surveillance.

Le premier pilier définit deux niveaux réglementaires de fonds propre. Le MCR (*Minimum Capital Requirement*) et le SCR (*Solvency Capital Requirement*) sont les principaux outils des autorités de contrôle.

Le MCR correspond au niveau de fonds propres d'une compagnie d'assurance en deça duquel une autorité de contrôle intervient obligatoirement. Le MCR est calculé selon une formule linéaire du niveau de primes et de provisions, un seuil plancher dépendant de l'activité d'assurance et un calibrage du montant en proportion du SCR.

Le SCR correspond au capital cible nécessaire à un assureur pour absorber les pertes provoquées par un risque majeur imprévisible. Il s'agit plus précisément du niveau de capital nécessaire pour maintenir la probabilité de ruine à un an en dessous du seuil de 0.5%. Le SCR prend en compte tous les risques liés à l'activité d'une compagnie d'assurance.

Pour la suite, nous détaillons plus précisément les différents modules de risques intervenant de le cadre de notre étude : le risque de marché et le risque de souscription vie. L'impact sur le SCR de ces deux risques nécessite l'évaluation de chocs sur l'actif et le passif de la compagnie.

---

3. Assurances à Capital Variable

4. *Own Risk and Solvency Assessment*

### 1.7.1 Le risque de marché

L'article 105 (5)<sup>5</sup> de la Directive 2009/138/EC donne aux compagnies d'assurance un cadre au calcul du capital requis sur les risques de marché. Les instruments financiers ayant un impact sur le bilan de l'assureur, il s'agit des risques qui sont liés à leur niveau en terme de valeur de marché et à leur volatilité.

L'EIOPA<sup>6</sup> identifie 6 facteurs de risque auxquels les actifs d'une compagnie d'assurance peuvent être soumis. Cette classification permet de répartir le calcul du besoin en capital du module marché en six sous-modules.

Sous-module de risque	Principales classes d'actifs concernées	Choc à appliquer en formule standard
<b>Risque action</b>	Actions, Convertibles, OPCVM, Produits dérivés actions	Action type 1 : 39% Action type 2 : 49% Participations stratégiques : 22%
<b>Risque de taux</b>	Obligations, Convertibles, titres de créance négociables et prêts à taux fixe, Produits dérivés de taux et CDS.	Choc à la hausse et à la baisse sur tous les points de la courbe de taux sans risque.
<b>Risque de spread</b>	Obligations, Convertibles, Dérivés de crédit et titrisations.	Choc fonction de la durée et de la qualité de crédit de l'instrument
<b>Risque de change</b>	Tous les actifs détenus dans une devise étrangère	25%
<b>Risque immobilier</b>	Terrains, immeubles, investissements immobiliers pour usage propre et immobilier d'exploitation.	25%
<b>Risque de concentration</b>	Tout actif considéré dans les modules action, taux, spread et immobilier	Choc fonction de l'exposition à un émetteur et d'un seuil de concentration défini par la qualité de crédit de l'émetteur.

TABLE 1 – Classification des chocs de marché

La formule standard proposée par le régulateur fournit une méthodologie de calcul basée sur une agrégation des sous-modules de SCR marché. À chaque sous-module de risque de marché correspondent un ou plusieurs chocs qui sont appliqués à la fois aux actifs et aux passifs de la compagnie d'assurance. Notons qu'une compagnie d'assurance doit tenir compte de l'impact de ces chocs sur ses engagements.

5. voir annexe

6. European Insurance and Occupational Pensions Authority

Le sous-module risque action vise à quantifier l'impact d'une baisse soudaine des marchés actions sur la valeur du bilan de l'assureur. Pour chaque instrument appartenant, ou ayant un actif sous-jacent appartenant, à l'une des catégories ci-dessus, le SCR se calcule comme la perte induite par le choc instantané à la baisse selon la catégorie d'action.

Les actions type 1 et type 2 se distinguent précisément. Seules les actions cotées sur un marché réglementé ou échangées sur une plateforme multilatérale de négociation dans un pays membre de l'Union européenne ou de l'OCDE et certains fonds d'investissement à vocation sociale sont considérées comme type 1. Le choc à appliquer sur les actifs en formule standard est de 39%.

Le reste des investissements en action est classé en type 2 avec une charge de capital de 49%. Ce sont les actions listées hors OCDE, les actions non listées, les Hedge funds, les matières premières et autres instruments non classés dans un module du risque de marché.

L'EIOPA publie chaque mois le montant de l'ajustement symétrique pour le choc actions (dampener) en formule standard. Le dampener s'ajoute aux chocs réglementaires action. Le mécanisme de dampener a pour objectif de réduire l'impact sur les assureurs des effets pro-cycliques liés aux mouvements de marché action. L'objectif est de réduire le chargement en capital de l'assureur en cas de baisse brutale des actions. Il est calculé en fonction de la distance d'un indice action à sa moyenne mobile sur 3 ans.

L'article 172 du règlement délégué Solvabilité II définit cet ajustement systémique et encadre ses variations entre -10% et 10%.

$$dampener = \frac{1}{2} \left( \frac{CI - AI}{AI} - 8\% \right)$$

- CI représente le niveau courant de l'indice action composite
- AI représente la moyenne pondérée des niveaux quotidiens de l'indice du cours des actions au cours des 36 derniers mois.

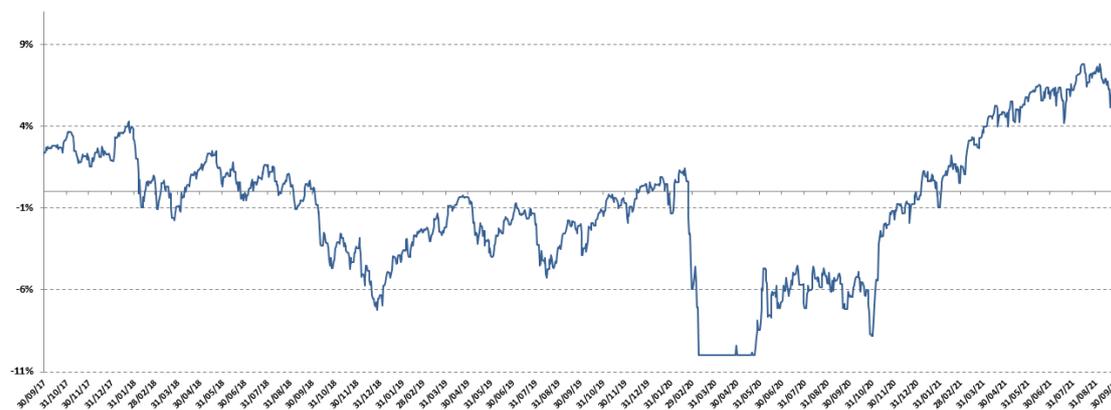


FIGURE 1 – Evolution de l'ajustement symétrique (dampener) au cours des 5 dernières années

A partir du résultat de ces chocs appliqués aux actifs financiers, nous pouvons exprimer le SCR marché à travers la formule standard faisant intervenir les différents sous-modules de risques

composant le SCR marché.

$$SCR_{marche} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * SCR_i * SCR_j}$$

$SCR_i$  et  $SCR_j$  sont les sous-modules de risque de marché et  $Corr_{i,j}$  le coefficient de corrélation associé à chaque paire de sous-module.

Les sous modules correspondent aux risques sur les taux d'intérêt, les actions, les actifs immobiliers, les marges de crédit (« *spread* ») et aux risques de concentration.

Le coefficient de corrélation permet d'introduire l'importance d'une diversification pour se couvrir des risques de marché. La matrice ci-dessous donne les corrélations entre chaque sous-module de risque de marché.

	Taux d'intérêt	Action	Immobilier	Spread	Change	Concentration
Taux d'intérêt	100%	*	*	*	25%	0%
Action	*	100%	75%	75%	25%	0%
Immobilier	*	75%	100%	50%	25%	0%
Spread	*	75%	50%	100%	25%	0%
Change	25%	25%	25%	25%	100%	0%
Concentration	0%	0%	0%	0%	0%	100%

(\*) 50% si le risque de taux est à la baisse 0 sinon.

TABLE 2 – Matrice de corrélation : SCR marché

Dans la valorisation d'un support en unité de compte, plusieurs sous-modules de risque de marché interviennent selon la composition de l'unité de compte.

### 1.7.2 Le risque de souscription vie

Le risque de souscription vie regroupe l'ensemble des risque pris par un assureur lors de la distribution de contrat auprès de personnes physiques. En effet, la réglementation impose une exigence de capital requis pour faire face aux risques provenant d'une mauvaise évaluation des engagements relatifs à chaque contrat. L'enjeu est de recalculer l'actif et le passif en modifiant les lois de sinistralité. Dans la suite, nous mesurerons notamment le risque d'augmentation des provisions techniques face à une variation des taux sur les lois.

Le SCR de souscription vie correspond dans la formule standard aux montants agrégés des SCR des sous-modules qui segmentent le risque. Ces sous-modules correspondent aux risques de mortalité, de longévité, de morbidité, de rachat, de frais et de catastrophe. La matrice de corrélation est fournie par l'EIOPA.

	Mortalité	Longévité	Rachat	Frais	CAT
Mortalité	100%	-25%	0%	25%	25%
Longévité	-25%	100%	25%	25%	0%
Rachats	0%	25%	100%	50%	25%
Frais	25%	25%	50%	100%	25%
CAT	25%	0%	25%	25%	100%

TABLE 3 – Matrice de corrélation : SCR souscription vie

# Partie II

## La garantie plancher

## 2 La garantie plancher

Pendant la crise du COVID-19, l'indice du CAC 40 a connu une chute brutale après avoir atteint son plus haut niveau depuis la crise des subprimes en 2007. Faisant écho aux baisses successives d'environ 60% du CAC 40 en 2001, puis en 2008, ces crises périodiques rappellent aux investisseurs les risques liés aux investissements sur des contrats en unité de compte.

Pour redonner de l'attractivité aux contrats en unité de compte face aux fluctuations des marchés financiers et au manque de sécurité ressenti par les assurés, les compagnies d'assurance proposent des options supplémentaires pour garantir la constitution d'un capital exprimé en euro lors de l'occurrence d'un sinistre.

Après nous être intéressés aux prestations proposées, nous détaillerons les différents critères existants pour déterminer l'éligibilité d'un assuré à une garantie plancher. Un troisième paragraphe explicitera les risques auxquels s'expose un assureur à travers ce type de produit. Les aspects de tarifications et de provisionnement seront abordés dans les sections suivantes. Enfin, nous verrons dans une dernière section comment envisager une couverture des garanties plancher.

### 2.1 Les prestations proposées

Les garanties plancher fonctionnent toutes sur un schéma similaire. Le risque de marché est partagé entre l'assureur et le souscripteur. Sous certaines conditions, lors d'un événement de sinistre prévu aux conditions générales du contrat, il sera versé à l'assuré ou aux bénéficiaires du contrat une prestation minimum définie contractuellement.

En cas de sinistre, l'assureur détermine le montant maximum entre la valeur de rachat de l'ensemble des supports concernés par la garantie et un capital plancher.

Le capital plancher est un élément défini dans les conditions générales d'un contrat comportant une garantie plancher. Nous donnons pour exemple la formulation suivante :

*« Le capital plancher est égal au cumul des cotisations (\*) nettes de frais sur cotisations versées sur les supports concernés depuis la date de conclusion de l'adhésion augmenté des arbitrages en entrée vers les supports concernés diminué des rachats partiels brut de fiscalité sur ces mêmes supports, des prélèvements sociaux liés à l'inscription en compte sur le support en euros et des arbitrages en sortie des supports concernés.*

*(\*) Le montant net réinvesti à l'échéance d'un support temporaire sur un support bénéficiant de la garantie plancher est considéré comme une cotisation. »*

Le capital minimal garantie sur les supports éligibles correspond aux montants investis par l'assuré diminué des rachats.

Notons que le montant brut de chaque rachat partiel effectué sur les supports concernés diminue le capital plancher proportionnellement à la valeur de rachat de ces supports à la date de valorisation du rachat.

En d'autres termes, quelles que soient les fluctuations de l'épargne et la valeur des unités de compte, la compagnie assure le versement d'un capital fixé contractuellement. Notons que des clauses contractuelles peuvent fixer un plafond à ces garanties. Dans cette hypothèse, le complément versé par l'assureur en cas de sinistre est limité à un seuil qui ne doit pas être excédé.

Les conditions générales d'un contrat d'épargne spécifient ainsi les événements de sinistre :

— **Le décès**

L'objectif est de protéger les ayants-droits en cas de décès de l'assuré face à une chute de la valeur des supports en unité de compte. L'événement déclencheur peut être spécifié comme étant un décès toute cause confondue, ou simplement de cause accidentelle. La preuve de l'accident incombera alors au bénéficiaire de la garantie.

Cet événement est l'objet des garanties proposées sur les produits étudiés dans le cadre de ce mémoire.

— **La vie à terme**

L'événement assuré est la survie au terme d'un contrat, où au-delà d'une durée prédéfinie. Les principes est de garantir à l'assuré, s'il est encore en vie, un capital ou une rente minimum.

Les contrats en cas de vie sont le plus souvent souscrits à des fins de complément de retraite.

— **Les coups durs ou aléas de la vie**

Les événements retenus sont des imprévus qui surviennent au cours de la vie d'un assuré. Ils sont divers et occasionnent une perte de revenu ou un besoin immédiat en capital.

Nous pouvons citer en exemple la perte totale et irréversible d'autonomie, une affection atteignant l'assuré (dont une liste exhaustive serait spécifiée dans les conditions générales du contrat), le chômage en fin de droits, la création d'une entreprise commerciale suite à un licenciement économique, la liquidation judiciaire d'entreprise ou encore le rachat par l'assuré de parts d'une entreprise dont il est associé suite au décès d'un autre associé.

Lorsqu'elles sont accordées, il convient d'identifier clairement tous les éléments descriptifs de la garantie inscrits dans les conditions générales d'un contrat d'épargne pour évaluer et appréhender les risques sur un portefeuille d'assurés. L'objectif est de déterminer les provisions réglementaires à constituer face aux conditions spécifiques d'un contrat d'épargne.

D'un point de vue financier, l'engagement de l'assureur au titre de cette garantie est représenté par une option de vente que le bénéficiaire possède vis-à-vis de la compagnie d'assurance. Le risque est déterminé sur chaque contrat par une évaluation du prix des actifs financiers grâce à des méthodes issues de la théorie des options.

## 2.2 Les critères d'éligibilité

D'une part, des critères de sélection permettent de repérer les contrats et le montant des versements garantis. Ces critères incluent l'âge de l'assuré, la répartition de ses versements entre les supports non risqués et les unités de compte et la nature des supports d'investissement sur lesquels sont investies les primes. D'autre part, les garanties plancher ne sont pas toujours obligatoires. Les assurés souscrivent alors librement aux options facultatives de garantie plancher. Isoler les assurés éligibles aux différentes garanties plancher et les montants associés couverts est une étape déterminante pour évaluer le coût de la garantie. La CNP propose plusieurs produits d'épargne avec une garantie plancher. Les conditions d'éligibilité à la garantie étant différentes, il est nécessaire d'établir une cartographie des produits pour identifier clairement les contrats à risque et leur exposition dans le temps.

Le critère d'âge est bien souvent discriminant. Concernant les garanties décès, la probabilité de sinistre croît avec les taux de mortalité qui dépendent fortement de l'âge de l'assuré. Les garanties plancher peuvent ainsi fixer un âge maximal d'éligibilité. Une cartographie des produits à garantie plancher décès a montré que ce critère est généralement fixé autour de 75 ans, seuil à partir duquel la mortalité commence à s'intensifier.

Une compagnie d'assurance peut imposer à chaque contrat pour l'éligibilité un taux minimal de versement sur les supports non risqués. Inversement, des opérations commerciales ponctuelles d'incitation à l'investissement sur les supports en unité de compte ont auparavant fixé, sur une fenêtre de temps limitée, un taux d'unité de compte minimal à atteindre pour l'éligibilité d'un contrat à la garantie plancher.

Selon les opportunités économiques, un assureur peut ponctuellement proposer aux assurés des versements sur des supports dits « temporaires ». A échéance, les versements peuvent être arbitrés sur des supports « permanents ». Les supports temporaires ne sont généralement pas éligibles aux garanties plancher. Dès lors, un contrat dispose simultanément de supports éligibles et non éligibles aux garanties diverses. Cela signifie que tous les versements ne sont pas couverts par la ou les garantie(s).

Enfin, un assuré peut souscrire, selon son profil de risque, différentes options de sécurisation de son épargne en contrepartie d'une prime versée au titre de la garantie.

Un exemple concerne les contrats comprenant plus de deux adhérents. Une compagnie d'assurance peut proposer, aux assurés respectant cette condition en plus des autres critères d'éligibilité, deux garanties plancher distinctes. En effet, la garantie peut s'appliquer dès le premier décès (ce qui dénoue le contrat) ou bien uniquement pour le décès du dernier co-adhérent survivant qui dénoue le contrat. Notons que puisque ces deux options n'offrent pas le même niveau de garantie, elles seront tarifées et provisionnées différemment.

Dans l'hypothèse d'une garantie au premier décès, les assurés associés à un contrat seront considérés indépendamment pour provisionner la garantie puisqu'ils constituent chacun un sinistre potentiel pour l'assureur, peu importe l'ordre des décès. Inversement, pour une garantie au dernier décès, les assurés doivent tous décéder avant expiration de la garantie. En supposant que le décès de chaque co-adhérent constitue un événement indépendant, nous faisons l'hypothèse que seul l'assuré le plus âgé représente un risque pour l'assureur.

Nous verrons dans les parties suivantes que le provisionnement est réalisé à partir d'une projection des sinistres (donc des décès) sur la période de garantie. Les taux de décès étant croissant avec l'âge, considérer l'assuré le plus âgé constitue dès lors une majoration de la fré-

quence du sinistre. Intuitivement, si l'on considère que plusieurs assurés d'un même contrat sont en vie et éligibles à une garantie décès, il apparaît que le taux de décès de l'individu le plus âgé est plus élevé que celui des autres assurés. Un sinistre garantie plancher étant conditionnel au décès de tous les assurés d'un contrat, si l'on émet l'hypothèse que chaque décès est un événement indépendant, la probabilité de sinistre est inférieure à celle du décès de l'assuré le plus âgé.

D'un point de vue actuariel, nous pouvons considérer deux individus d'âge initial  $x$  et  $y$ , avec  $x < y$

Soit

- $T_{\overline{xy}} = \max(T_x, T_y)$  la durée de vie résiduelle du groupe ;
- ${}_tq_{\overline{xy}}$  est la probabilité que les deux individus soient décédés à l'année de projection  $t$ .

Pour toute année de projection  $t$  où les deux assurés sont éligibles à la garantie

$${}_tq_{\overline{xy}} = P_{xy}(T_{\overline{xy}} \leq t) = P_{xy}(T_x \leq t \cap T_y \leq t)$$

$${}_tq_{\overline{xy}} = {}_tq_x \cdot {}_tq_y < {}_tq_y$$

Par indépendance et croissance des taux de décès

Ainsi, considérer l'assuré le plus âgé d'un contrat au dernier décès revient bien à majorer la fréquence d'un sinistre.

Par ailleurs, si les différentes garanties plancher sont parfois facultatives, elles peuvent également proposer une modalité permettant de prolonger, moyennant une cotisation supplémentaire, la durée d'éligibilité au-delà du critère d'âge contractuel.

Ainsi, les garanties sont personnalisables, si bien qu'en considérant deux assurés au profil de risque différent, le versement sur un même support d'épargne peut ou non être garanti à chaque risque. A des fins de provisionnement, une étape préliminaire d'identification des contrats, des supports et des sommes garanties sur chaque produit est alors nécessaire. Une mauvaise évaluation pourrait causer une erreur conséquente sur le montant de provision à constituer.

## 2.3 Les risques

Sur un contrat d'épargne en euro, les capitaux sont généralement investis sur des actifs peu volatiles. Par conséquent le risque financier, qui ne pèse que sur l'assureur, est relativement stable.

Sur les supports en unité de compte, le risque financier est en théorie supporté par l'assuré. Cependant, lorsqu'une garantie plancher est accordée, le risque financier qui porte sur la valeur des unités de compte n'est pas totalement laissé à l'assuré. En effet, puisqu'une garantie plancher correspond à un capital minimal que l'assureur verse en cas de sinistre, le risque financier est partagé.

La garantie intervient plus précisément lorsque la valeur de rachat de l'épargne est inférieure au capital plancher en date d'un événement de sinistre inscrit aux conditions générales du contrat. Cela signifie que le sinistre n'est indemnisé que s'il survient sur une période où les marchés ont été défavorables à l'assuré, ce qui signifie qu'il n'a pas pu dégager de plus-value de son épargne.

Pour l'assureur, le coût d'un sinistre est représenté par le capital sous risque. Il s'agit de la différence si elle est positive entre le capital plancher et la valeur de rachat de l'épargne acquise.

Le capital sous risque correspond précisément au montant supplémentaire qui sera versé par l'assureur en cas de sinistre. Déterminer l'évolution du capital sous risque au cours du temps est un enjeu crucial pour l'assureur, à des fins de gestion du risque et de provisionnement.

Donnons en exemple un contrat sur un produit d'épargne multi-supports. L'épargne est répartie entre une unité de compte, dont la valeur de marché est très volatile, et un support sans risque. Nous observons la valorisation de l'épargne sur une période de 10 années.

Le contrat se caractérise par un versement initial de 140€, distribué au 2/3 sur le support en unité de compte et 1/3 sur le support euro non risqué. A la fin de la deuxième année 10€ de prime sont versées selon cette même répartition. Un rachat partiel de 60€ est opéré en début de huitième année proportionnellement aux valeurs de rachat sur chaque support.



FIGURE 2 – Illustration du capital sous risque

Nous observons deux épisodes de crises en consultant l'historique du cours de l'unité de compte.

Une première baisse du cours entre les années 3 et 5 se traduit par un capital sous risque positif. Le contrat représente alors un risque pour l'assureur. En cas de sinistre immédiat, celui-ci devrait s'acquitter du versement d'un capital au titre de la garantie plancher.



FIGURE 3 – Valeur de marché d'une unité de compte

La valeur de marché de l'unité de compte baisse une seconde fois entre les années 9 et 10, mais la valeur de l'épargne reste suffisante et n'impacte pas le capital sous risque qui reste nul.

Ce phénomène s'explique par une diminution du poids du support risqué dans la valeur de

l'épargne.

A chaque exercice, le coût du risque pour l'assureur est une pondération des capitaux sous risque et des probabilités de sinistre. L'assureur projette la sinistralité à partir de tables réglementaires ou de tables d'expérience.

Bien qu'un assureur ne soit jamais à l'abri d'une mauvaise estimation ou d'une évolution de la sinistralité, il est possible de projeter le nombre futur de sinistres avec une marge d'erreur acceptable. En effet, si les tables sont construites à partir de statistiques fiables, et que le portefeuille d'assurés est suffisamment grand, la loi des grands nombres s'applique et le risque de sinistralité est maîtrisé.

Par ailleurs, selon la politique de tarification adoptée sur un produit, l'assureur est confronté à un double risque lors d'une chute des marchés financiers. Une baisse de l'encours épargne en unité de compte provoque non seulement une augmentation du montant de capitaux sous risque mais également une diminution des chargements sur encours.

Enfin, le risque systématique, qui se définit par une dégradation du marché dans sa globalité, est très important puisque les fluctuations boursières vont se répercuter sur tous les contrats. Les risques systématiques sont potentiellement plus dangereux que les risques mutualisables car leurs impacts se cumulent sur tous les contrats, ce qui peut mettre à mal les engagements de l'assureur.

Lié à la mortalité et aux fluctuations financières des actifs, le risque associé à la garantie plancher est à la fois actuariel et financier. Les tables de mortalité et la projection des cours boursiers sont alors des outils nécessaires à l'évaluation de ce risque.

Nous avons vu que le risque de sinistralité est maîtrisable tandis que l'évolution des marchés financiers est plus difficilement prévisible. Le risque d'erreur sur les aspects actuariels est faible par rapport aux erreurs liés aux modélisations des marchés.

## 2.4 Tarification

Les prélèvements au titre de la garantie plancher font l'objet de plusieurs modes de tarification. Il en existe différents types : la tarification « *a posteriori* » et la tarification « *a priori* ». Ces deux tarifications avec une assiette de prélèvement différente impliquent des risques différents pour l'assureur.

- Dans le cadre de la tarification « *a posteriori* » la garantie est souscrite pour une période mensuelle ou annuelle à tacite reconduction. Cette garantie est facturée au client via l'application d'un taux qui dépend de l'âge et est appliqué au capital sous risque (généralement chaque mois). L'assureur prélève ainsi périodiquement une somme suffisante pour se couvrir du risque à date. Par conséquent, en cas de baisse des marchés, le risque augmente certes mais les montants prélevés augmentent du fait de l'augmentation du capital sous risque.

Il existe un risque résiduel dans le cas d'une baisse des marchés brutale, accompagnée simultanément d'une forte hausse des taux de décès. Un suivi des capitaux sous risque combiné à une augmentation de la fréquence des prélèvements permet une meilleure évaluation du risque pour l'assureur, qui est de ce fait limité.

- La tarification « *a priori* » est une tarification forfaitaire. Le tarif est déterminé à la construction du produit, l'organisme assureur est transparent sur le coût associé à la garantie. Le coût est non révisable et fixe quel que soit l'âge des assurés, quelle que soit l'évolution future des marchés. Lorsque l'assureur tarifie *a priori*, il prélève périodiquement une proportion fixe sur la provision mathématique sur les supports éligible. La provision mathématique correspond à la valorisation de l'épargne disponible sur les supports éligibles à la date du prélèvement. La provision mathématique se distingue selon les deux types de support d'un contrat d'assurance vie. Sur un support en euro, il s'agit de la somme de l'épargne investie, des intérêts crédités et de la participation aux bénéfices distribuée. La valorisation des différentes unités de compte à date de prélèvement s'ajoute à ce montant pour donner la provision mathématique des supports du contrat.

Les décisions prises à la construction du produit pour tarifier la garantie sont donc à l'origine de la constitution d'une provision.

## 2.5 Provisionnement

L'article R.331-1 du Code des Assurances, de portée très générale, impose un provisionnement suffisant pour le règlement des engagements pris par toute activité d'assurance. Les provisions doivent être prudentes et doivent permettre d'absorber les risques actuariels et financiers qui pourraient peser sur la garantie.

La tarification « *a priori* » fait courir à l'assureur un risque d'insuffisance de prélèvements lorsque la valeur des unités de compte diminue et que les prestations au titre des sinistres garantie plancher augmentent. Pour les produits tarifés « *a posteriori* », ce risque est moindre et la provision souvent négligée.

La calcul de la provision doit intégrer les conditions de marché et les probabilités de sinistre sur toute la durée de la garantie. L'ACPR impose un calcul de provision contrat par contrat. Aucun mécanisme ne permet de regroupement de contrat ou de compensation de la provision

entre les assurés.

Un effondrement des marchés financiers ferait passer de nombreux contrats en moins-value, ce qui provoquerait une forte augmentation de la provision. Nous pouvons rappeler les événements de 2008, qui ont entraîné chez certains assureurs des hausses de provisionnement liées à la garantie plancher de plus de 500%.<sup>7</sup>

La provision se calcule par la différence entre les valeurs actuelles probables des engagements assureur et assuré. Plusieurs méthodes sont utilisées pour projeter les engagements de l'assureur. Dans le cadre d'une approche prudente, le calcul le moins favorable de provision sera retenu.

Le provisionnement de la garantie plancher impacte le résultat ainsi que la solvabilité du groupe. D'une part la marge technique est principalement composée des gains et pertes sur les variations de provision. D'autre part, conformément à la directive réglementaire Solvabilité 2, une compagnie d'assurance doit détenir un montant de fonds propres suffisant pour couvrir l'ensemble de ses engagements. Le choc des provisions participe au calcul du *Solvency Capital Requirement*.

## 2.6 Couverture

Il existe deux leviers de protection du risque dans le cadre de la tarification « *a priori* ». Ces différentes couvertures permettent de maîtriser les prestations versées au titre des garanties plancher.

D'une part, la réassurance permet à une compagnie d'assurance de se couvrir totalement ou partiellement contre ces risques. Il existe des traités de réassurance en quote-part partageant risque et prime de risque.

D'autre part, nous verrons dans la suite de ce mémoire qu'il est possible d'écrire l'engagement de l'assureur par rapport à la garantie plancher comme une série d'options de vente. Le montant de provision correspond alors en théorie au capital nécessaire pour mettre en place la couverture financière qui réplique l'option vendue. Cette écriture permet assez naturellement d'associer une couverture financière à la garantie dont l'objectif est de payer les prestations futures probables.

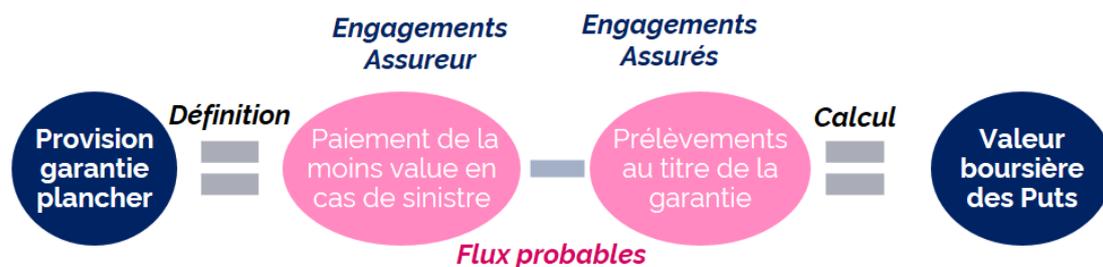


FIGURE 4 – Couverture financière théorique

Dans l'hypothèse où les décès sont parfaitement mutualisés et où le marché permet de constituer une couverture parfaite, il est en théorie possible de couvrir parfaitement ces options de

7. source : dossier technique épargne, Optimind

vente. Néanmoins, étant donnée la durée des options considérées, il n'est pas possible de parfaitement couvrir le risque. En effet il n'existe pas de marché pour couvrir des flux à 50 ans. L'achat des puts est alors lissé dans le temps.

Bien qu'une couverture financière comprenant l'achat d'option de vente génère des coûts supplémentaires pour l'assureur qui sont généralement supérieurs aux coûts des sinistres, elle reste néanmoins très intéressante dans un objectif de :

- réduction de la volatilité du coût des prestations futurs ;
- diminution du montant de fonds propre à immobiliser à travers l'absorption de la variation de provision lors du choc action Solvabilité 2.

En effet, la directive Solvabilité 2 conduit les assureurs à avoir une vision de la rentabilité qui n'est plus seulement aujourd'hui observée par rapport au chiffre d'affaire mais aussi par rapport au capital requis à immobiliser (SCR).

Pour couvrir ses engagements, une compagnie d'assurance à travers son service de gestion actif-passif, peut donc calibrer un programme comprenant l'achat annuel de puts européens de maturité 1 à 10 ans dans l'objectif de compléter la valeur des provisions lors d'un choc à la baisse des marchés. En pratique, les supports en unité de compte sont associés selon leur composition à un indice donné. Cet indice est alors utilisé comme sous-jacent pour constituer une couverture adaptée en proportion des risques assurés et identifiés au passif (aléa, décès ou vie).

## 2.7 Cadre de l'étude

Le produit étudié dans la suite de ce mémoire comporte, sur les supports d'épargne permanents, une garantie plancher en cas de :

- décès toute cause confondue ;
- décès accidentel uniquement au-delà d'un certain âge.

La tarification est « *a priori* » et nécessite un provisionnement. Par ailleurs, un traité de réassurance couvre une part des contrats selon leur date souscription.

Ces éléments auront un impact important dans le montant de provision déterminé. Une première étape sera nécessaire pour identifier la valeur des différentes hypothèses associées à chaque contrat à la date d'origine du calcul. Une projection des capitaux dus par l'assureur en cas de sinistre permettra alors de fournir un provisionnement adéquat.

Partie III  
Garantie plancher : méthode de calcul de  
provision

### 3 Méthode de calcul de la provision au titre de la garantie plancher

Aucune règle n'est établie par le Code des assurances pour provisionner les garanties plancher, néanmoins l'ACPR a émis des recommandations.

Le calcul doit être réalisé sous des hypothèses prudentes, contrat par contrat et garantie par garantie. En d'autres termes, aucun phénomène de mutualisation, que ce soit entre les assurés ou les différentes garanties, ne doit apparaître dans le calcul de cette provision.

Une seconde recommandation consiste à valider le calcul par un faisceau de méthodes. Nous allons retenir dans la suite sur chaque contrat, le maximum entre la provision calculée sous des hypothèses déterministes, et le calcul sous une méthode stochastique. En plus d'introduire une certaine prudence, la comparaison de résultats issus de deux méthodes permet de capter des éléments de risque différents. Les méthodes stochastiques s'appuient sur les indicateurs de volatilité historique des supports en unités de compte. Ainsi, une variation brève et soudaine du cours d'un support sur la période observée entraîne une hausse sur la provision.

Notons  $CP$  et  $VR$  respectivement le montant du capital garanti et la valeur de rachat de l'épargne acquise sur les supports éligibles.

Le versement de l'assureur pour le règlement d'un sinistre faisant intervenir une garantie plancher est donné par la formule suivante :

$$Versement = \max(CP_i, VR_i) = VR_i + \underbrace{(CP_i - VR_i)^+}_{CSR}$$

Pour rappel, le capital sous risque est par définition la différence, si celle-ci est positive, entre le capital garanti et la valeur de rachat de l'épargne acquise sur les supports éligibles à la garantie plancher. Dans la pratique, des clause contractuelles peuvent limiter le capital sous risque à un seuil. Le capital sous risque, noté ici  $CSR$  correspond exactement au montant supplémentaire versé par l'assureur au titre de la garantie plancher.

La formule prospective de calcul des provisions techniques s'appuie sur la différence entre la projections des engagements futurs de l'assureur et de l'assuré.

A chaque contrat  $i$ , nous pouvons associer à date de calcul la provision suivante :

$$\begin{aligned} PGP^i &= \max(\text{Valeur actuelle des prestations futures} - \text{Valeur actuelle des primes future}, 0) \\ &= \max\left(\sum_{n=1}^N (\text{Engagement}_{\text{assureur}^i}^n - \text{Engagement}_{\text{assuré}^i}^n), 0\right) \end{aligned}$$

Pour provisionner une garantie décès, la provision mathématique et le capital sous risque associé seront projetés en fonction de l'évolution du marché.

Le capital sous risque représente exactement le montant supplémentaire qui serait versé par l'assureur pour le règlement d'un sinistre faisant intervenir une garantie plancher. L'engagement de l'assureur est alors obtenu en projetant les capitaux sous risque pondéré par la probabilité de

sinistre.

L'engagement de l'assuré pour la garantie est obtenu en pondérant le montant des primes payées, c'est à dire une proportion de la provision mathématique, par la probabilité de versement des primes.

La provision garantie plancher associée à un contrat d'épargne s'exprime alors par la formule suivante

$$PGP^i = \max\left(\underbrace{\sum_{k=1}^{d_x} CSR_k \cdot (1+r)^{-k} p_x \cdot q_{x+k+1}}_{\text{engagement assureur}} - \gamma \cdot \underbrace{\sum_{k=1}^{w_x} PM_k \cdot (1+r)^{-k} p_x; 0}_{\text{engagement assuré}}\right)$$

- $k$  est le pas de projection
- $x$  l'âge de l'assuré à la date de calcul
- $r$  le taux d'actualisation sans risque
- $\gamma$  est le taux de chargement sur encours prélevé au titre de la garantie plancher
- $d_x$  est la durée de simulation pour l'individu d'âge  $x$
- $w_x$  est le maximum entre la durée résiduelle de la garantie pour un individu d'âge  $x$  et la durée de simulation.
- $CSR_k$  est le capital sous risque à la date  $k$

En pratique, aucun cadre théorique n'est spécifiquement imposé aux assureurs pour l'évaluation de la provision garantie plancher. Les sociétés d'assurance ont donc recours à différentes méthodes d'évaluation.

### 3.1 La méthode déterministe

La méthode par un scénario déterministe est intuitive à implémenter et appréhender et consiste à choisir des hypothèses concernant l'évolution de l'épargne. La provision résulte des engagements évalués selon un scénario déterministe et arbitrairement choisi.

L'hypothèse déterministe généralement retenue est le scénario proposé par la FFSA <sup>8</sup>. Il s'agit d'une baisse annuelle de 15% de la volatilité de l'encours des supports en unité de compte suivi d'une stabilisation lorsque la baisse a atteint 50% de la volatilité.

Jusqu'à stabilisation, cette hypothèse conduit à définir récursivement l'évolution de l'épargne acquise en fonction de la volatilité moyenne des supports éligibles.

$$EA_{i+1} = EA_i * (1 - 15\% * \text{Volatilité}_{\text{moyenne}})$$

Pour l'hypothèse de volatilité, nous retenons les données historiques, sans qu'elles soient inférieures à 20% pour les actions ou 10% pour la part obligataire.

Un scénario supposant la stabilité des cours reviendrait au calcul d'engagements en cas de décès avec les capitaux sous risque constatés l'année de calcul et projetés sur toute la période

8. Fédération française des sociétés d'assurances

de garantie. Si l'on considère un contrat en unité de compte, ces capitaux sont constants s'il n'y a aucun prélèvement sur la provision, croissants dans le cas plus fréquent où le contrat prévoit un prélèvement annuel. Dans le cas d'un actif investi sur le fonds euro, les capitaux sous risque seraient décroissants dans l'hypothèse d'application d'un taux de revalorisation.

Le calcul est imprudent si les capitaux sous risque sont nuls ou faibles : il néglige le risque de baisse ultérieure de l'unité de compte. L'hypothèse d'un scénario trop stable reviendrait à sous-estimer la prime.

L'ACPR et le cahier des charges de l'institut des actuaires répondent à cette problématique et émettent les recommandations suivantes :

- Taux de revalorisation pour les fonds en euro égal au TME (Taux moyen d'emprunt d'État) : le taux technique est égal à 60% du TME,
- Volatilité des actifs financiers égale à  $\frac{10\%*PM_{\text{€}}+20\%*PM_{\text{UC}}}{PM_{\text{€}}+PM_{\text{UC}}}$
- Baisse annuelle de la PM UC égale à 15% de la volatilité des supports UC suivi d'une stabilisation lorsque la baisse atteint plus de 50% de la volatilité.

Ainsi, conformément aux diverses préconisations, le scénario choisi inclut généralement une forte baisse initiale de l'épargne qui peut être suivie d'une stabilité des cours, ou d'une remontée progressive incluant un taux de redémarrage.

Le provisionnement des garanties liées aux UC se prête finalement assez mal à une approche déterministe. Le cours du sous-jacent étant aléatoire et instable, il s'avère délicat d'ajuster un scénario pertinent concernant la variation des UC. Les hypothèses de « scénario pessimiste » qui sont préconisées permettent en théorie une approche prudente, mais les tarifs obtenus risquent d'aboutir à des chargements commercialement inacceptables. Trouver le meilleur scénario s'avère très compliqué et difficilement justifiable.

La méthode déterministe ne peut finalement venir qu'en complément d'une autre méthode.

Une méthode plus subtile serait de pondérer un ensemble de scénarios assez proches de la réalité des marchés financiers et représentant tous les états de la nature. Cependant, même si l'on arrivait à trouver un ensemble de scénarios pertinents, le problème de la meilleure pondération se poserait. Nous nous rendons compte alors que l'utilisation exclusive de cette méthode pose un problème pratique et théorique, lié au choix des scénarios, qui doivent être raisonnablement prudents et fixés en fonction des unités de compte. La meilleure façon de rendre compte de façon satisfaisante de l'optionalité de la garantie est alors de combiner les techniques traditionnelles de l'actuariat et des techniques plus proches de la finance pure. Cette démarche, consiste finalement à adopter une optique de tarification et provisionnement stochastique.

## 3.2 La méthode des puts

La méthode des puts est basée sur une valorisation financière où l'engagement de l'assureur est une série d'options de vente pondérée.

Une option de vente représente pour son acheteur le droit et non l'obligation de vendre un actif sous-jacent à un prix stipulé à l'avance (son prix d'exercice), à une date définie à l'avance (la date d'échéance du contrat d'option). Notons que plusieurs approches existent pour déterminer

le prix des options de vente.

Le montant de provision, calculé par la différence de l'engagement assureur et assuré, correspond en théorie au capital nécessaire pour mettre en place la couverture financière répliquant le risque assureur. Nous pouvons ainsi considérer que l'assureur accorde à l'assuré une option de vente (put).

La valeur de rachat de l'épargne acquise est alors le sous-jacent de l'option et le capital plancher son prix d'exercice. Soit  $S$  la valeur du sous-jacent à maturité et  $K$  son prix d'exercice (ou strike) de l'option Nous pouvons écrire le payoff de l'option de vente selon la formule suivante :

$$P = \text{Max}(0; K - S)$$

Dans la suite de ce mémoire, la valorisation de l'option se fera par le modèle Black & Scholes.

La suite de l'étude conduira à retenir sur chaque contrat la provision maximale entre la méthode d'un scénario déterministe et la méthode des puts.

## PARTIE IV

# Evaluation du prix des options dans le modèle de Black & Scholes

## 4 Évaluation du prix des options dans le modèle de Black & Scholes

Le modèle de Black & Scholes est un modèle mathématique permettant de simuler la dynamique d'un marché financier et d'estimer le prix des instruments dérivés. L'idée clé du modèle réside dans le fait qu'il est possible d'éliminer le risque porté par les options à travers une stratégie d'arbitrages sur l'actif sous-jacent. Le prix d'une option est alors unique, quel que soit le risque lié à l'actif et son rendement attendu.

Dans le modèle de Black & Scholes, le cours d'un actif financier suit un processus de diffusion continu au cours du temps. Bien que les hypothèses du modèle ne reflètent pas la réalité du marché, puisqu'il est par exemple possible d'observer des sauts que l'on peut considérer comme des discontinuités dans l'évolution du prix d'un actif, il est le modèle de référence pour estimer et associer une couverture aux options européennes.

### 4.1 Les options

Une option est un produit financier donnant à son acquéreur le droit d'acheter ou de vendre à une date donnée un actif sous-jacent, selon des conditions déterminées lors de la conclusion du contrat.

Une option se caractérise par :

- le **sous-jacent** : il s'agit de l'actif pouvant être acheté ou vendu par le détenteur de l'option ;
- la **maturité** : date à laquelle le contrat d'option expire ;
- les **dates d'exercice possibles** : il peut s'agir d'une date unique (option européenne) ou d'une période limitée ou illimitée dans le temps ;
- le **prix d'exercice ou strike** : prix d'achat ou de vente du sous-jacent, défini à l'achat de l'option. Ce prix de vente peut être un montant fixe, ou au contraire varier au cours du temps ;
- la **prime** : prix de l'option résultant de la confrontation des ordres d'achat et de vente présents sur le marché.

### 4.2 La volatilité

La plupart des techniques de valorisation d'options s'appuient largement sur la notion de volatilité. Il s'agit d'une mesure de l'instabilité du cours d'un actif financier. La volatilité du cours d'une action ou d'un quelconque actif financier permet de mesurer le niveau d'incertitude sur l'évolution future de son cours. Plus la volatilité augmente, plus les probabilités pour que le cours augmente ou baisse fortement sont grandes. La volatilité peut être mesurée de façon historique, sur une durée plus ou moins longue selon le degré de prudence ou les anticipations de l'investisseur.

### 4.3 Hypothèses concernant le modèle

Le prix de l'actif sous-jacent suit un modèle de mouvement brownien géométrique avec un taux de rendement moyen  $\mu$  et une volatilité  $\sigma$  stable dans le temps. Par ailleurs, il n'y a pas de paiement de dividendes durant toute la vie de l'option. Enfin, il existe un taux sans risque  $r$ , qui est constant dans le temps et se comporte donc comme un taux d'intérêt.

## 4.4 Hypothèses concernant le marché financier

Le marché comporte trois actifs financiers. Un actif risqué, un actif sans risque et un actif dérivé (une option).

Le modèle de Black & Scholes se situe dans le cadre d'une absence d'opportunité d'arbitrage. L'absence d'opportunité d'arbitrage signifie que deux actifs engendrant les mêmes flux ont le même prix. En d'autres termes, il est impossible de construire un portefeuille générant un profit certain pour un coût négatif ou nul. Si une telle opportunité existait sur le marché, les agents ayant une fonction d'utilité croissante seraient demandeurs d'une quantité infinie de ce portefeuille. L'absence d'opportunité d'arbitrage repose sur l'unicité des prix que reflète un marché à l'équilibre en concurrence pure et parfaite. La condition d'absence d'opportunité d'arbitrage équivaut à l'existence d'une ou plusieurs mesures martingales, sous lesquelles les prix des actifs actualisés sont des martingales.

L'hypothèse d'un marché complet se traduit par le fait qu'il existe une stratégie permettant de dupliquer chaque actif. Il est donc possible de construire un portefeuille autofinancé qui génère à l'échéance le même flux que l'actif répliqué. L'hypothèse d'un marché complet assure notamment l'unicité de la mesure martingale qui est alors appelée probabilité risque neutre. L'espérance d'une martingale étant constante, l'espérance des prix actualisés est constante sous la probabilité risque neutre.

L'hypothèse d'un marché parfait signifie qu'aucun investisseur ne domine le marché et que les titres sont infiniment divisibles. Par ailleurs, les investisseurs sont rationnels et ont accès aux mêmes informations concernant les titres.

Il est possible d'acheter ou de vendre à tout instant sur le marché n'importe quelle quantité d'actions, y compris à découvert. En effet, le prêt ou l'emprunt au taux sans risque est possible pour n'importe quel montant. Par ailleurs, l'achat ou la vente de titre ou d'instruments dérivés est dépourvu de coûts de transaction.

Enfin, l'espérance de rendement des différents actifs étant constante dans l'univers risque neutre, l'ensemble des disparités de situations entre les différents actifs se mesure uniquement à travers la volatilité de l'actif considéré. Il est supposé que le rendement entre deux instants est mesuré par la différence des logarithmes des cours et suit une loi gaussienne. Ainsi la valeur des actifs risqués est toujours positive.

Nous pouvons décrire la dynamique de l'actif sous-jacent d'une option dans le modèle de Black & Scholes.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma W_t$$

- $\mu$  et  $\sigma$  représentent respectivement le rendement attendu et la volatilité des rendements du support.
- $(W_t)_{t \geq 0}$  est un mouvement brownien géométrique.

La solution de cette équation est donnée par un processus de prix log-normal.

$$S_t = \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right)$$

## 4.5 La formule de Black & Scholes

Dans l'univers risque neutre, le prix d'une option de vente européenne à la date  $t$  est égal à la valeur actualisée de l'espérance du *pay-off* de l'option sous la probabilité risque neutre.

$$P(t, K, S_t) = E^q(e^{rt}(K - S_t)^+)$$

—  $r$  est le taux d'intérêt sans risque.

Le modèle de Black & Scholes permet de valoriser les options par arbitrage. Le prix  $P$  d'une option européenne sur un actif de cours  $S$  et de volatilité  $\sigma$  est alors régi par l'équation différentielle partielle de Black & Scholes.

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} + rS \frac{\partial P}{\partial S} - rP = 0$$

L'expression de Black & Scholes pour l'évaluation du prix des options fixe deux paramètres. En effet, le taux d'intérêt sans risque et la volatilité de l'actif sous-jacent sont considérés comme constants au cours du temps. L'utilisation d'hypothèses stables au cours du temps se justifie dans le cadre de la garantie plancher par la fréquence élevée d'évaluation du montant provisionné. Par construction du modèle d'évaluation des options, la provision est alors sensible aux évolutions de ces paramètres entre deux dates d'évaluation.

Pour rappel

- $S_0$  la valeur initiale observée de l'actif sous-jacent
- $T$  le temps qu'il reste à l'option avant son échéance (en année)
- $K$  le prix d'exercice fixé par l'option
- $r$  le taux d'intérêt sans risque

Black et Scholes ont montré que la forme fonctionnelle de la solution analytique de l'équation de Black-Scholes pour une option de vente européenne est

$$P(S_0, K, r, T, \sigma) = S_0 \mathcal{N}(d_1) - K e^{-rT} \mathcal{N}(d_2)$$

avec

- $\mathcal{N}$  la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite, c'est à dire  $\mathcal{N}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2} du$
- $d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} [\ln(\frac{S_0}{K}) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T]$
- $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

Nous observons à travers cette formule fermée que le prix de l'option ne dépend pas du rendement de l'actif sous-jacent mais du taux sans risque. C'est une conséquence directe des hypothèses du modèle de Black-Scholes qui considère que tous les actifs ont un rendement sans risque et qu'il est possible de couvrir parfaitement le risque d'une option par une position sur les actifs. La couverture des variations aléatoires du cours d'une option repose ainsi sur la formation d'un portefeuille composé d'actions et d'options sur ces actions à ajuster en temps continu pour répliquer le rendement de l'actif sans risque. En pratique, les hypothèses du modèle ne sont pas respectées parce qu'elles excluent les coûts de transaction, taxes, contraintes réglementaires ou tout élément qui pourrait empêcher ou retarder les réajustements continuels du portefeuille de couverture. Les ajustements sont ainsi opérés en temps discrétionnaire et la couverture du risque

est alors imparfaite.

En revanche, l'hypothèse du modèle qui implique que le paramètre fondamental caractérisant une option est la volatilité de l'actif sous-jacent  $\sigma$  se vérifie sur le marché puisque le prix des options est souvent coté avec leur volatilité.

Enfin, remarquons qu'à partir du prix d'un put, nous pouvons déduire une volatilité implicite qui ne correspond généralement pas à la volatilité historique, c'est une grande question financière depuis des années. Dans la pratique, le calcul de la volatilité implicite est effectué, à sous-jacent donné, pour plusieurs valeurs de prix d'exercice et de maturité. Au final, au lieu de n'avoir qu'une seule valeur, nous obtenons une surface de volatilité implicite. Les surfaces de volatilité sur le marché varient dans le temps et sont loin d'être plates, démontrant que les hypothèses du modèle de Black-Scholes ne sont pas toujours correctes. Néanmoins, dans le cadre du provisionnement de la garantie plancher, le prix des options de vente ne peut être déterminé par la loi de l'offre et la demande régnant sur les marchés. En effet, les options avec une longue maturité ne sont pas observables sur le marché pour les actifs associés aux différents supports en unités de compte. Nous utiliserons ainsi la volatilité historique, plus adaptée aux projections utilisées dans le calcul de la provision garantie plancher du fait des amplitudes en terme de prix d'exercice et de maturité.

Dans la pratique, il serait trop arbitraire et difficilement justifiable d'associer un rendement différent à chaque unité de compte, nous retenons alors le taux sans risque comme rendement pour actif risqué. Par ailleurs, chaque unité de compte possède une volatilité historique sur 36 mois qui lui est propre, nous affectons ainsi pour volatilité caractéristique d'un contrat d'épargne, la moyenne pondérée par l'encours des volatilités de chaque support.

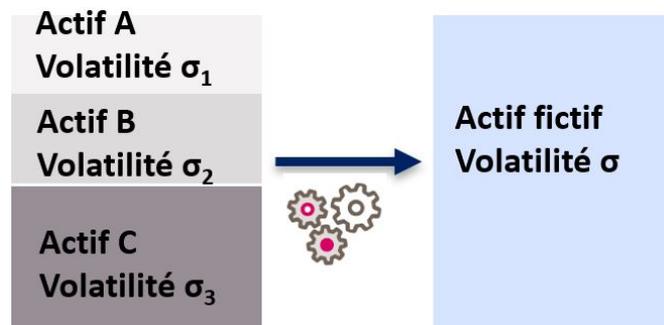


FIGURE 5 – Calcul d'une volatilité unique à chaque contrat

La volatilité moyenne d'un contrat d'épargne selon la distribution de son encours est donnée par la formule suivante :

$$\sigma = \sum \sigma_i \cdot V_i$$

avec

- $\sigma_i$  volatilité du support i
- $V_i$  valorisation de l'encours sur le support i

## 4.6 Engagements liés à la garantie plancher

Dans cette partie, l'actif du contrat n'est constitué que d'un seul support dont le cours ( $S_t$  à la date  $t$ ) est correctement décrit par un mouvement brownien géométrique.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma W_t$$

Dans le cas d'une garantie plancher, l'engagement de l'assureur est la valeur actuelle probable pondérée avec la probabilité de décès entre deux dates successives.

En utilisant le modèle d'évaluation des options de Black & Scholes sous la probabilité risque neutre, il est possible de déterminer le coût de la garantie plancher pour l'assureur. Nous notons la valeur actuelle probable de son engagement

$$\begin{aligned} VAP_{assureur} &= E^{P^a * Q^F} [e^{-rT_x} [K - S_{T_x}]^+ 1_{T_x \leq T}] \\ &= \sum_{t=1}^T \frac{l_{x+t-1}}{l_x} q_{x+t-1} E^{Q^F} [e^{-rt} [K - S_t]^+] \\ &= \sum_{t=1}^T \frac{l_{x+t-1}}{l_x} q_{x+t-1} Put_i(t, K, S_t, r, \sigma) \\ &= \sum_{t=1}^T \frac{l_{x+t-1}}{l_x} q_{x+t-1} [K e^{-rt} N(d_2(t)) - S_0 N(-d_1(t))] \end{aligned}$$

- $x$  l'âge de l'assuré
- $T$  la durée de la garantie
- $K$  le capital minimum garanti par le contrat
- $S_t$  la provision mathématique à la date  $t$  et  $S_0$  sa valeur initiale
- $\sigma$  la volatilité du support
- $r$  le taux d'actualisation
- $N$  la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

En appliquant à l'assuré un prélèvement annuel au taux  $\alpha$  sur l'encours des placements, nous obtenons la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assuré

$$VAP_{assuré} = \sum_{i=1}^T \frac{l_{x+i-1}}{l_x} \alpha e^{-r(i-1)} S_{t-1} (1-r)^{t-1}$$

Le taux d'équilibre est le taux pour lequel la valeur actuelle probable de l'assureur est égale à celle de l'assuré. Ce taux est utile pour déterminer le taux de chargement à appliquer lors de la tarification de la garantie.

## 4.7 Cas multi-supports

Pour un produit multi-supports, l'épargne est répartie sur plusieurs fonds, qu'ils soient en euro ou en unité de compte. Par conséquent, chaque support est associé à un sous-jacent avec une volatilité qui lui est propre.

Bien qu'un assuré puisse posséder plusieurs actifs risqués, il n'existe pas de formule explicite pour une combinaison de lois log-normales. Gentle<sup>9</sup> propose une approximation pour calculer une option sur plusieurs sous-jacents. Cependant, les nombreux paramètres de corrélation qu'elle nécessite ne sont pas ici calculables dans la pratique. Nous faisons donc, dans ce mémoire, l'approximation d'une unique loi log-normale qui caractérise l'évolution d'un contrat donné. La dynamique de l'épargne constituée suit alors une loi log-normale de volatilité égale à la volatilité moyenne pondérée par l'encours des supports de ce contrat. L'approche ne tient alors pas compte des corrélations existantes entre chaque support en unité de compte.

## 4.8 Conclusion

Dans le contexte de la garantie plancher, le modèle de Black & Scholes permet d'évaluer le prix d'une option de vente accordée à un assuré à travers un taux sans risque et la volatilité de son épargne. Ainsi, un nombre limité de paramètres de calcul supposé constant intervient à chaque pas de projection simulant la garantie. Nous avons considéré un taux sans risque égal au TME<sup>10</sup> qui est l'indice de référence permettant de déterminer les taux techniques maxima utilisables pour les opérations d'assurance vie. La volatilité retenue s'appuie quant à elle sur l'historique des cours pendant les trois dernières années, période suffisante pour témoigner des fluctuations sur le marché des unités de compte tout en limitant les variations trop brutales de provision. La provision calculée par la valorisation selon la formule de Black & Scholes sera donc sensible aux variations de volatilité, le prix des options étant croissant en fonction de la volatilité.

Si le modèle de Black & Scholes fournit une formule fermée du prix des options de vente, son raisonnement fondé sur l'absence d'opportunité d'arbitrage est conditionné à des ajustements permanent sur les actifs, dont on sait qu'ils sont matériellement impossibles. Le modèle théorique est également limité à nos propres estimations des taux d'intérêt sans risque et de la volatilité. Bien que les hypothèses autour du marché soient largement critiquables, le modèle de Black & Scholes reste d'une relative robustesse pour sa facilité d'implémentation et la dimension risque neutre dans laquelle il s'inscrit. Pour cette raison, et bien qu'il existe de nombreux modèles pour pricer une option, le modèle de Black & Scholes reste l'un des plus utilisés en finance et en actuariat.

---

9. Gentle propose d'approximer la moyenne arithmétique pondérée des sous-jacents par la moyenne géométrique. La dynamique de la moyenne géométrique étant gaussienne, on se ramène à un calcul de type Black et Scholes.

Voir GENTLE D. [1993] « Basket weaving », Risk, vol. 6, n°6, 51-52.

10. Taux de rendement sur le marché secondaire des emprunts d'État à taux fixe supérieurs à 7 ans

PARTIE V  
Programme de calcul de la provision

## 5 Programme de calcul de la provision

Etant donné la quantité conséquente de données nécessaire, les différents inputs d'extraction et les nombreux calculs à réaliser à la maille contrat, le développement d'un outil de calcul de la provision s'avère nécessaire.

De nombreux produits commerciaux sont gérés par la CNP et impliquent la constitution d'une provision garantie plancher. Compte tenu de ce volume important, l'outil développé doit être flexible, simple d'utilisation, avec une sinistralité projetée et une provision qui soit conforme aux conditions contractuelles d'exercice de la garantie.

### 5.1 Méthodologie et approche

Il existe des produits où le capital plancher diffère du cumul des versements sur les supports éligibles depuis la date de souscription du contrat : c'est le cas par exemple lorsqu'une garantie plancher n'est proposée que sur les versements effectués sur une période du temps limitée. Le capital plancher est alors soumis à de nouvelles règles de calcul et évolue selon les opérations de l'assuré et les conditions contractuelles du contrat, en proportion du montant d'épargne sous garantie. Tout versement d'arbitrage ou de rachat partiel diminue alors le capital plancher en proportion de l'épargne garantie sur le support. L'enjeu du nouvel outil est de gérer le calcul du capital plancher sur ces produits, en compartimentant l'épargne garantie et non garantie sur chaque support.

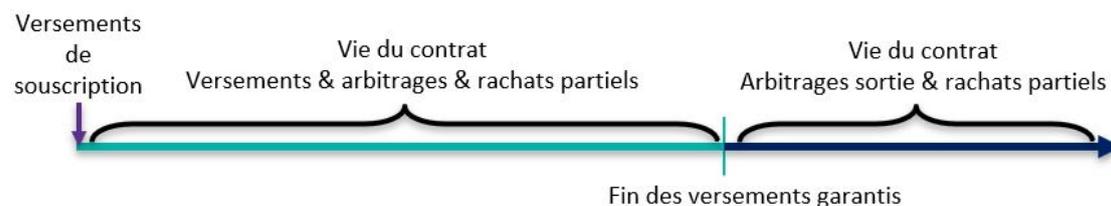


FIGURE 6 – Flux valorisant le capital plancher d'un contrat d'épargne

D'un point de vue plus formel

$$\text{Capital plancher} = \overbrace{\sum \text{Versements} + \sum \text{arbitrages}_{\text{entrée}} - \sum \text{arbitrages}_{\text{sortie}} - \sum \text{rachat partiel}}^{\text{avant la date seuil}} - \overbrace{(\sum \text{arbitrages}_{\text{sortie}} + \sum \text{rachat partiel}) * \text{part des versements garantis}}^{\text{après la date seuil}}$$

Le programme construit devant s'étendre au mieux à tous les produits d'épargne, notre approche s'appuie sur un travail à partir de l'historique de tous les flux intervenus sur chaque contrat depuis leur date de souscription.

La situation financière permet de suivre le déroulé des provisions mathématiques épargne au cours d'un exercice comptable. Elle fournit ainsi sur chaque contrat la répartition de l'épargne à l'ouverture, les flux opérés pendant la période et la distribution de l'épargne à la clôture de l'exercice. La provision mathématique à date est directement exprimée en montant et en nombre de parts par support en unité de compte. Elle permet d'exprimer directement la valeur de rachat d'un contrat. Néanmoins, elle ne suffit pas à déterminer, notamment pour les produits mentionnés au paragraphe précédent, le capital plancher associé à chaque contrat. Il faut pour cela réaliser un calcul suffisamment fin pour suivre chronologiquement les versements et déterminer sur chaque support la proportion d'épargne garantie et non garantie.

Les flux opérés sur un contrat modifient la structure et la valorisation de l'épargne. Dès la souscription d'un contrat, chaque mouvement est enregistré et associé à un code d'événement de gestion qui correspond très précisément à la nature de l'opération (prime, rachat, arbitrage suite à l'échéance d'un support temporaire en unité de compte, chargements sur encours, chargement au titre de la garantie plancher etc). Le niveau de détail de la méthode utilisée auparavant pour le calcul du capital plancher n'était pas suffisamment fin dans le choix des événements retenus et divergeait sur certains contrats par rapport aux événements de gestion paramétrés dans le nouvel outil <sup>11</sup>.

La différence entre la valeur de rachat d'un contrat et son capital plancher est une valeur de référence qui représente le niveau de risque financier supporté par l'assureur. Dès lors, nous privilégions le calcul du capital plancher au travers des événements de gestion qui sont une source d'information fiable, à jour et facilement auditable.

Par ailleurs, les garanties plancher décès sont parfois segmentées selon deux tranches d'âge. Du fait de la croissance des taux de décès avec l'âge et afin de limiter les sinistres, l'assureur peut restreindre l'événement de sinistre des « décès toute cause » au « décès accidentels » à partir d'un certain âge. Le nouvel outil développé doit ainsi prendre en compte une évolution de l'événement de sinistre selon l'âge des assurés avec des tables de sinistralité différentes.

Le calcul de provision est finalement réalisé à la maille contrat à partir du prix d'une option de vente pondéré prenant en paramètre l'épargne acquise, le capital plancher, les chargements au titre de la garantie plancher, la volatilité moyenne des supports éligibles associés au contrat.

## 5.2 Hypothèses

Concernant le produit étudié, un traité de réassurance quote-part à 100% de la prime de risque s'applique aux contrats dont la date de souscription est inférieure à la date de résiliation de la police. La police de réassurance ayant été résiliée, nous excluons donc, dans le calcul de la provision, les contrats dont la date de souscription est antérieure à la date de résiliation. Ainsi la provision pour garantie plancher ne concerne qu'un périmètre d'environ 2/3 des contrats.

Parmi l'ensemble des données dont nous disposons, nous retenons pour le calcul de la provision :

---

11. des écarts ont notamment été observés avec des événements d'annulation sur des sorties de supports temporaires

- Les informations disponibles sur les assurés (âge) et les contrats (date de souscription) permettent d'établir l'éligibilité ou non d'un contrat à une garantie plancher en cas de décès.
- La base des événements de gestion donne le montant des primes et des prestations versées depuis la date de souscription du contrat. Elle dresse pour chaque contrat un historique de tous les flux opérés avec leur date de survenance.
- Une table des paramètres réalisée à partir d'informations consultables dans les conditions générales d'un contrat fournit les taux de chargement à appliquer aux assurés selon le support d'investissement et les options de sécurisation auxquels un assuré peut souscrire.
- Une table de mortalité et une table de décès accidentels sont utilisées. Elles n'introduisent pas de distinction homme/femme. Les assurés sont éligibles à la garantie plancher selon deux critères d'âge. L'événement de sinistre passe du décès au décès accidentel au-delà d'un âge seuil.

Un code ISIN permet d'identifier chaque instrument financier associé à un support en unité de compte. Ce code représente pour l'assuré, l'unité de compte coté en bourse sur lequel il a investi. Une unité de compte correspond à un unique code ISIN.

- Nous disposons d'une base de données permettant l'extraction des valeurs liquidatives de chaque code ISIN. Dans le cas où la valeur liquidative d'un support serait absente de l'extraction, la valeur retenue serait la moyenne des valeurs liquidatives recalculées à partir de la provision mathématique et du nombre de parts retenues dans la Situation Financière à date d'extraction.
- La volatilité de chaque support en unité de compte, lorsqu'elle est disponible, est mesurée sur 36 mois. Lorsque la volatilité d'un ISIN est manquant ou indisponible, par exemple s'il s'agit d'un nouveau produit financier, elle est fixée au seuil de volatilité préconisé par l'ACPR (20%).
- La valeur de rachat de l'épargne sur les supports en euro prend en compte une revalorisation des versements nets de prélèvements et de rachats. Ce montant correspond à la provision mathématique à date de calcul. Sur chaque support en unité de compte le nombre de parts acquises par l'assuré est multiplié par la valeur liquidative associée. Aux différents versements, sont ajoutés les ajustements ACAV (Assurance à Capital Variable) et retirés les prélèvements.

### **5.3 Calcul du capital plancher et valorisation de l'épargne par les événements de gestion**

Les événements de gestion sont nécessaires au calcul du capital plancher. Le capital plancher est directement calculé à partir du montant des flux versés nets de frais de gestion et exprimés en euro.

Concernant la valeur de rachat de l'épargne, les événements de gestion permettent le calcul d'un montant exprimé en euro et d'un nombre de parts par support risqué.

Sur le compartiment en euro d'un contrat multi-supports, les événements de versements et arbitrages entrants sont revalorisés de la participation aux bénéfiques et diminués des événements de rachat, d'arbitrage sortant et des frais de gestion. La provision mathématique est directement calculée à partir de ces flux.

L'épargne acquise sur les supports en unité de compte est quant à elle exprimée en nombre de parts. La table des valeurs liquidatives des supports en unité de compte permet alors de valoriser sur chaque support le nombre de parts acquises par l'assuré à date de calcul, et d'exprimer la valeur de l'épargne. Notons qu'en cas de valeur liquidative manquante sur un support, le programme récupère directement la valeur liquidative utilisée à partir de la valorisation inscrite sur la situation financière à date de calcul.

Finalement, la valeur de rachat de l'épargne acquise sur un contrat multi-supports est la somme de l'épargne revalorisée en euro et du nombre de parts acquises sur les supports en unité de compte valorisé à date de calcul. Au cours de la projection, nous ne considérons pas de revalorisation de la provision mathématique ou d'évolution concernant le capital plancher.

## 5.4 Synthèse

Résumons schématiquement les étapes du calcul de la provision.

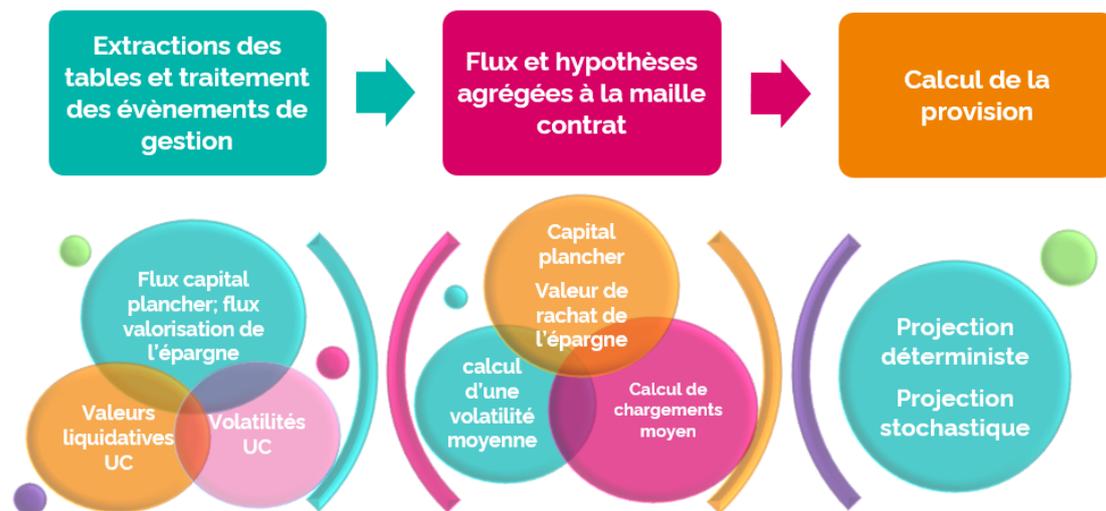


FIGURE 7 – Architecture du programme de calcul

Le programme développé pour le calcul de la provision garantie plancher prend en entrée de nombreuses tables. Il existe une clé, dont nous contrôlerons l'unicité, permettant de regrouper par des jointures à la maille contrat : les informations sur l'assuré, les informations sur chaque contrat, les informations sur la valeur de l'épargne et les informations sur le capital plancher.

Une première étape permet d'identifier, à date de calcul les flux liés d'une part, à la constitution du capital plancher et d'autre part à la valeur de rachat de l'épargne. Notons que si les flux propres au capital plancher sont exprimés dans un montant en euro, la composition de l'épargne à date s'exprime en fonction d'un montant en euro auquel s'ajoute des parts sur chacun des supports risqués. La table des valeurs liquidatives permet ensuite la valorisation des unités de

compte à la date de calcul de la provision.

Chaque contrat est finalement associé à l'âge d'un assuré, un capital plancher, une valeur de rachat, une volatilité et un taux de chargement.

## PARTIE VI

### VI- Analyse exploratoire du portefeuille sur le produit étudié

## 6 Analyse exploratoire du portefeuille sur le produit étudié

Le produit multi-support étudié comporte une garantie plancher assurant au(x) bénéficiaire(s) de l'adhésion de recevoir, en cas de décès de l'assuré, une prestation minimum définie contractuellement. Cette garantie s'applique aux versements ou arbitrages entrants opérés par l'assuré sur les supports permanents en euro et en unité de compte. Les supports temporaires sont exclus de la garantie.

Les frais prélevés au titre de la garantie plancher sont prélevés « *a priori* » et ne dépendent que du support sur lequel l'assuré effectue ses versements. Pour mieux comprendre la sensibilité de nos données par rapport aux différentes hypothèses retenues, les paragraphes qui suivent décrivent la base de données relative au produit considéré.

### 6.1 Qualité des données disponibles

L'article 84 de la directive cadre de l'union Européenne en 2009 prescrit le traitement des données<sup>12</sup>. Nous montrons dans ce paragraphe que l'adéquation des données est conforme à la méthode de calcul utilisée pour la provision.

Nos données sur le produit étudié proviennent des extractions suivantes :

- une base qui à chaque assuré associe un identifiant, une date de naissance, et un numéro de contrat ;
- une base des contrats qui comporte, le numéro du contrat, l'identifiant de chaque assuré, la date de souscription, la situation du contrat (sorti ou non) et, en cas de sortie, l'éventuel motif de sortie (rachat total, décès ou renonciation). Notons qu'en cas de co-adhésion comportant plusieurs assurés, les lignes apparaissent deux fois ;
- une table de paramètres intégrant la tarification selon la modalité de gestion de l'épargne choisie par l'assuré (libre ou sous mandat).
- une base contenant l'historique des événements de gestion opérés sur chaque contrat ;
- la table des volatilités historiques de chaque code ISIN ;
- la table des valeurs liquidatives des unités de compte.

Nous vérifions l'exhaustivité des valeurs inscrites pour les variables nécessaires à nos jointures et faisons un repérage des anomalies.

Nous constatons des observations strictement identiques sur 7,61% des lignes de la table assurée. Nous supprimons les doublons en regroupant ces lignes. Nous repérons un assuré pour lequel deux dates de naissance différentes sont enregistrées. Après vérification, l'une des deux lignes concerne une date de naissance manquante, cette ligne est donc supprimée. Par ailleurs, pour 0,02% des assurés la date de naissance n'apparaît pas. Par défaut, nous fixons l'âge de ces assurés à 25 ans, de sorte qu'un sinistre puisse intervenir sur l'intégralité de la période de projection.<sup>13</sup>

La base des contrats ne présente aucune anomalie. Nous vérifions que les âge et dates de souscription sont cohérents, que les dates de sortie (par rachat, décès ou renonciation) sont supérieures aux dates de souscription et qu'il n'existe pas de contrat « non sorti » qui présente une

12. l'article relatif aux provisions techniques est cité en annexe

13. la justification complète est donnée dans la partie suivante. Il s'agit d'une mesure de sensibilité de la provision à l'âge des assurés.

date d'effet de code sortie.

Par ailleurs, l'intégralité des contrats présente un type de gestion qui détermine entièrement le taux de prélèvements lié à la garantie.

Enfin, 6.3 % des ISIN n'apparaissent ni dans l'extraction des valeurs liquidatives à date de calcul ni dans la table des volatilités. Nous récupérons les valeurs liquidatives dans la situation financière en divisant l'épargne valorisée sur ces ISIN par le nombre de parts. La situation financière vient ainsi compléter l'extraction des valeurs liquidatives pour les codes ISIN manquant. Pour justifier de cette approche, nous vérifions les écarts relatifs entre les valeurs liquidatives recalculées par la situation financière et les valeurs liquidatives renseignées dans l'extraction. Ces écarts sont de l'ordre de grandeur de  $10^{-9}$ . Les situations financières sont bien calibrées sur les valeurs d'extraction. Concernant les volatilités, nous fixons toutes les valeurs manquantes à 20%.

Nous avons ainsi pu vérifier l'exhaustivité des données dont nous disposerons après jointure de toutes les tables.

## 6.2 Critères d'âge et répartition de l'encours

La garantie couvre le décès toutes causes avant le 76ème anniversaire de l'assuré qui dénoue l'adhésion. Au-delà du 76ème anniversaire et jusqu'au 86ème anniversaire de l'assuré qui dénoue l'adhésion, la garantie ne couvre que le décès accidentel.

La garantie cesse automatiquement au 86ème anniversaire de l'assuré. Est considéré comme décès accidentel : toute atteinte corporelle non intentionnelle de la part de l'assuré et provenant exclusivement et directement de l'action soudaine et imprévisible d'une cause extérieure. Notons que la preuve de l'accident incombe au bénéficiaire de la garantie.

Il est possible d'ouvrir un même contrat pour plusieurs assurés, on parle alors de co-adhésion. Dans cette situation, seul l'assuré qui, par son décès, dénoue le contrat est éligible à la garantie. Par conséquent, lorsque plusieurs assurés sur un même contrat respectent le critère d'âge lié à une garantie, nous ne conservons, pour le calcul de la provision, que l'âge de l'assuré le plus jeune.

Parmi les contrats souscrits et non sortis au 31 décembre 2020, le produit comporte 72% de contrats non réassurés. Parmi les contrats non réassurés, 78% sont éligibles à la garantie plancher décès toute cause et 15% se situent dans la tranche d'âge de l'assuré pour laquelle la garantie ne s'applique qu'aux décès accidentels.

Nous pouvons mettre en relation la pyramide des âges, que l'on retient sur chaque contrat pour le calcul de la provision, avec les encours d'épargne. La figure qui suit donne la distribution de l'encours en fonction des âges.

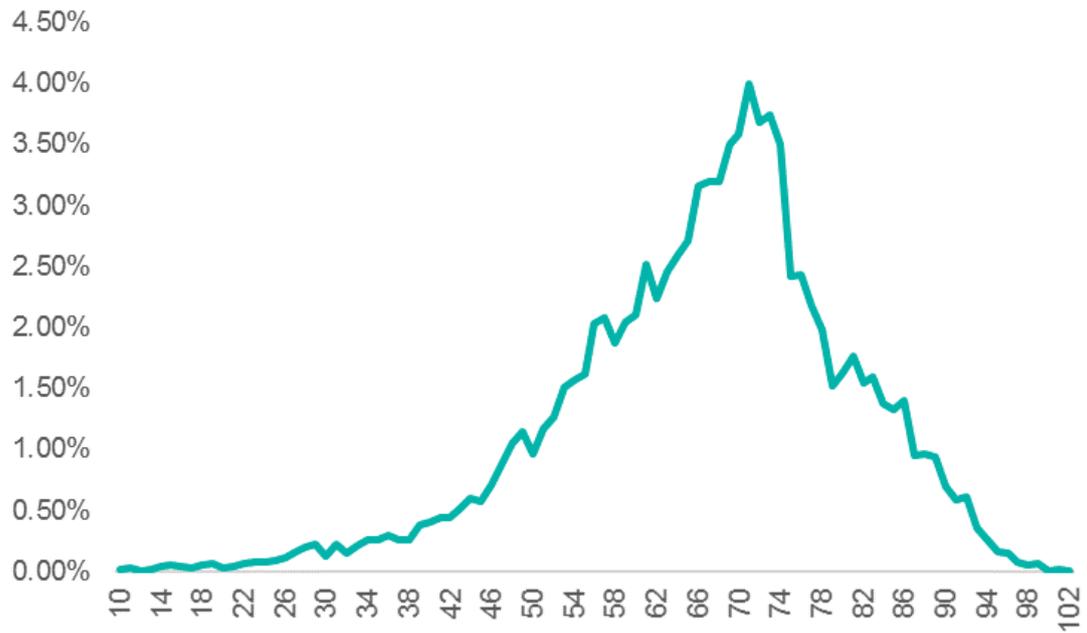


FIGURE 8 – Distribution de l'encours détenu par âge

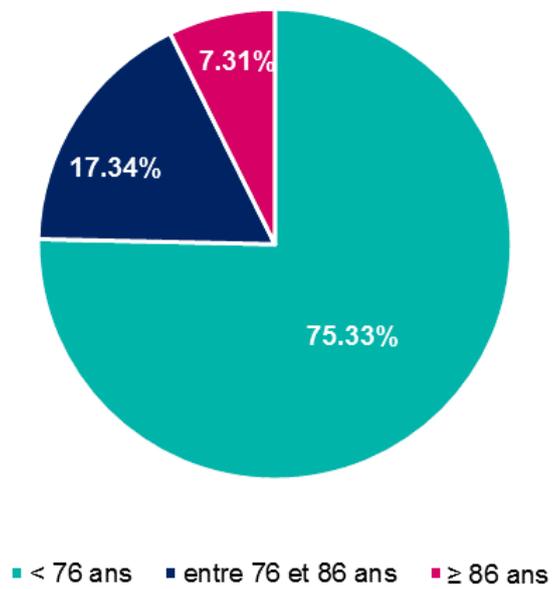


FIGURE 9 – Répartition de l'encours par tranche d'âge

Les âges retenus sont inégalement répartis et les encours d'épargne détenue augmentent en proportion de l'effectif à chaque âge. Nous constatons une proportion élevée des âges situés dans une période qui précède de peu le passage d'une garantie plancher d'un événement de sinistre « décès » à un événement « décès accidentel ». Le sommet de la pyramide des âges est notamment situé dans la période de garantie plancher décès sur laquelle les taux de mortalité sont les plus élevés. La tranche d'âge majoritaire sur le portefeuille est a priori la tranche d'âge qui devrait être la plus sinistrée.

Notons enfin que les plus de 86 ans ne représentent aucun risque pour l'assureur en terme de garantie plancher. Ils ne représentent que 5.73% des assurés alors qu'ils possèdent 7.31% de l'encours épargne du produit.

### 6.3 Taux d'UC

Sur les produits multi-support, la proportion d'épargne investie sur les supports en unité de compte par rapport à l'encours total de l'épargne est communément appelé le taux d'UC.

Pour rappel, le niveau de garantie ne dépend que de l'âge de l'assuré de référence sur le contrat. En dessous de 76 ans l'événement de sinistre est le décès. De 76 à 86 ans, seul le décès accidentel est considéré. Au-delà de 86 ans, les assurés ne bénéficient plus de la garantie plancher.

Nous pouvons ainsi calculer le taux d'UC sur les trois groupes.

	Eligible GPL décès	Eligible GPL décès accidentel uniquement	Non éligible
Taux d'UC	15.14%	15.36%	9.85%

TABLE 4 – Taux d'UC calculé selon le niveau de garantie plancher associé au contrat

Les contrats éligibles à une garantie plancher décès ou décès accidentel affichent des taux d'UC en moyenne plus élevés que les contrats non-éligibles. A priori une corrélation existe entre l'éligibilité à une garantie plancher et le taux d'UC d'un contrat. Nous ne pouvons néanmoins pas en déduire le lien de causalité, d'autres facteurs peuvent expliquer des taux d'UC plus faibles sur les contrats non éligibles à la garantie plancher.

Sur le produit étudié, le critère d'éligibilité à une garantie ne dépend que de l'âge, nous en déduisons que les individus âgées ont moins recours aux supports en unité de compte. En effet, dans la constitution d'une épargne, le profil de risque évolue avec l'âge. L'exposition sur les marchés financiers est alors réduite avec une sécurisation des encours sur les fonds en euro.

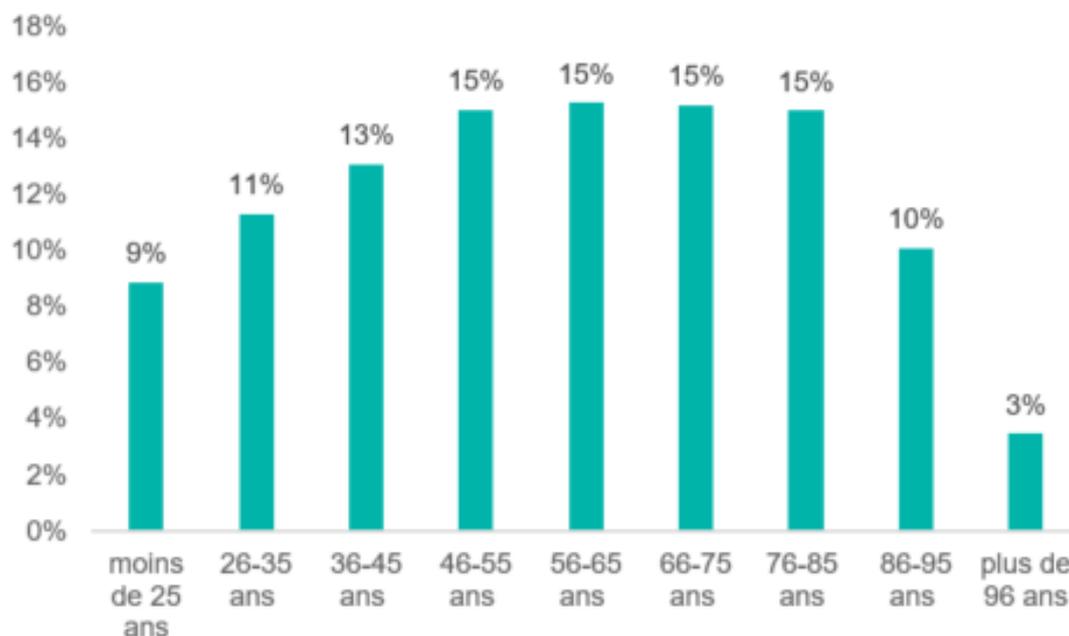


FIGURE 10 – Distribution des taux d'UC par tranche d'âge

L'étude plus fine des taux d'UC selon l'âge des assurés permet de préciser ces observations. Alors que le taux d'UC moyen est plutôt stable avant 86 ans, une diminution est clairement prononcée dès la 86<sup>ème</sup> année. La propension aux investissements sur des supports en unité de compte diminue, et, la composition de l'épargne au delà de cet âge apparaît donc comme moins diversifiée. Par ailleurs, la distribution des taux d'UC en dessous de 30 ans ne permet pas véritablement d'établir de catégories. Nous pouvons toutefois remarquer une irrégularité dans les taux d'UC, qui sont nettement plus faibles en deça de 32 ans. Ceci pourrait suggérer une appétence moindre pour les unités de compte sur notre portefeuille d'assuré. Néanmoins, l'effectif ne permet pas d'établir de franches conclusions.

Intéressons-nous désormais aux comportements des assurés ces dernières années vis-à-vis des supports UC.

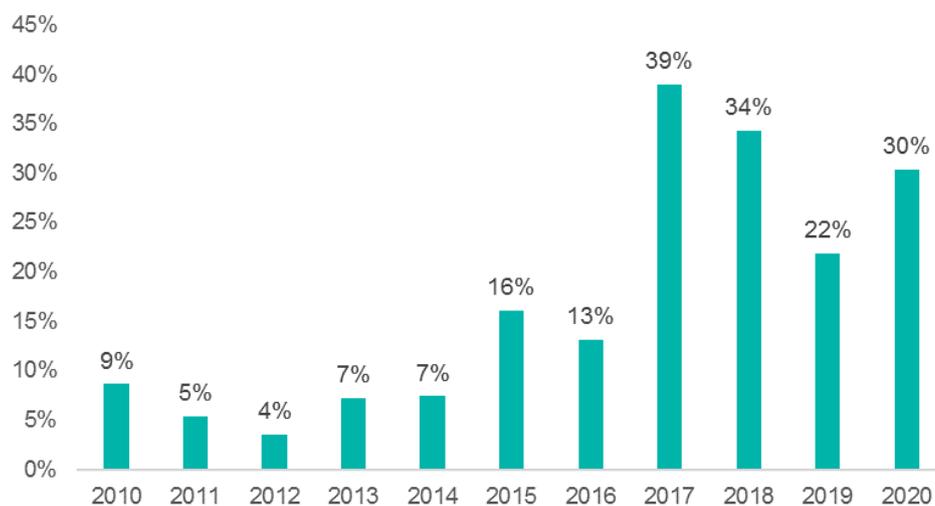


FIGURE 11 – Historique des taux d'UC sur les primes libres versées depuis 2010

L'évolution des primes libres versées reflète largement l'intérêt des supports UC. Cette croissance de l'investissement risqué contribue à accorder les objectifs de rendement des assurés avec la volonté des compagnies d'assurance vie à promouvoir une épargne diversifiée.

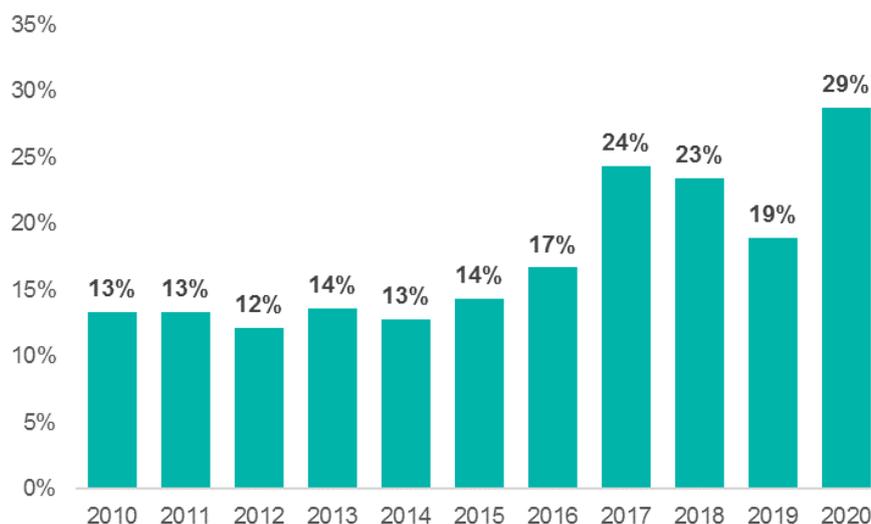


FIGURE 12 – Distribution des taux d'UC par année de souscription du contrat

Si l'on regroupe les contrats d'épargne par année de souscription, nous pouvons observer, une disparité entre les contrats anciens (souscrits avant 2016) et les contrats plus récents sur lesquels les taux d'UC sont plus élevés.

## 6.4 Les arbitrages

Nous cherchons dans ce paragraphe à mesurer l'impact des flux d'arbitrages opérés par les assurés. Si l'on n'observe que les flux d'arbitrages entrants sur les contrats éligibles, plus de 2/3 sont à destination des supports en unité de compte. Notons cependant que cette observation ne donne pas d'information sur la provenance des arbitrages. En effet, la majorité des arbitrages concerne des flux entre les différentes unités de compte. Nous observons donc les taux d'UC des arbitrages en entrée et en sortie.

Dans un premier temps, nous observons les montants arbitrés les trois dernières années en réalisant une partition des assurés selon 3 catégories d'âge que sont les moins de 76 ans, les moins de 86 ans et les plus de 86 ans. Nous observons les taux d'UC des montants arbitrés en entrée et en sortie des arbitrages pour chacune de ces trois catégories.

Pour l'année 2018, les arbitrages sont en faveur de l'UC sur les deux tranches d'âge éligibles à la garantie. Cela signifie que le taux d'UC des montants arbitrés en entrée est supérieur au taux d'UC des arbitrages sortants. Les assurés non éligibles à la garantie ont un taux d'UC similaire en entrée et en sortie. Cependant, concernant les années 2019 et 2020, les montants arbitrés en sortie sur l'UC sont supérieurs aux montants arbitrés sur l'euro pour toutes les tranches d'âge. Notons néanmoins que la différence entre le taux d'UC en entrée et le taux d'UC en sortie est nettement plus importante pour les assurés de plus de 86 ans que pour les deux autres catégories.

Nous observons une similitude dans la structure des arbitrages entre les 2 premières catégories d'âge avec une différence du taux d'UC en entrée et en sortie du même ordre de grandeur. Ce n'est pas le cas pour les assurés non éligibles à la garantie.

## 6.5 Etude de la sinistralité

Pour mieux comprendre les risques auxquels la compagnie d'assurance s'est confrontée lorsqu'elle a commercialisé une garantie plancher décès sur le produit que nous étudions, nous avons analysé la base sinistrée.

Lorsqu'un contrat bénéficiaire de la garantie plancher est sinistré par un décès, la compagnie d'assurance calcule la valeur de rachat de l'épargne et détermine si nécessaire le montant du sinistre à indemniser.

Depuis la création du produit, 8% des contrats souscrits ont subi un événement de sinistre garantie plancher décès. Parmi ces contrats sinistrés, seuls 1,2% ont nécessité une indemnisation de la part de l'assureur.

Puisque l'événement de sinistre diffère au-delà du 76ème anniversaire de l'assuré (il ne concerne alors que le décès accidentel), et que la mortalité augmente avec l'âge, nous pouvons regrouper les assurés par tranche d'âge. Avec une segmentation comportant 5 classes d'âge, nous pouvons ensuite observer le nombre de sinistres indemnisés au cours des 12 dernières années.

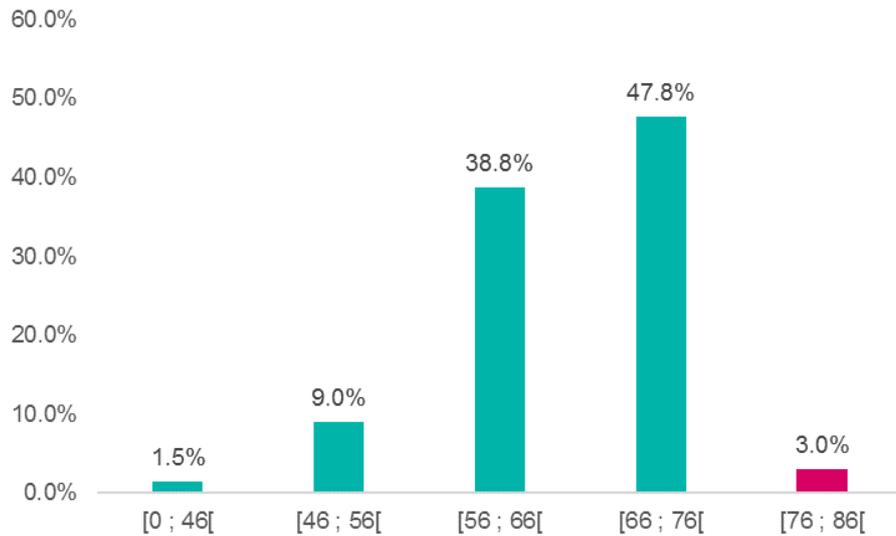


FIGURE 13 – Répartition des sinistres garantie plancher par catégorie d'âge

Nous confirmons ainsi une prépondérance des sinistres décès à indemniser pour les assurés dont l'âge est compris entre 66 et 76 ans, c'est la tranche d'âge la plus sinistrée. Ce n'est pas surprenant au regard de la distribution de l'âge des assurés et de la croissance des taux de mortalité. Nous remarquons par ailleurs que les décès accidentels n'ont entraîné que très peu d'indemnisation au cours des 12 dernières années.

Un second regard portant sur la sinistralité consiste à observer, depuis la création du produit, la part des sinistres pour laquelle l'assureur a versé une indemnisation.

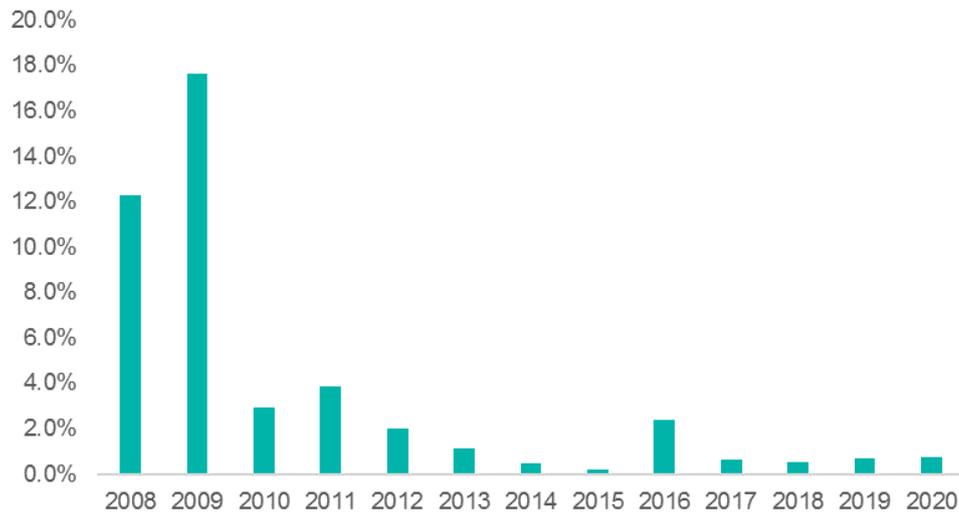


FIGURE 14 – Proportion de sinistres garantie plancher décès indemnifiés

Nous remarquons au cours des années une irrégularité dans le montant des prestations versées par l'assureur concernant les sinistres à garantie plancher décès. Nous observons une large part de contrats indemnisés entre 2008 et 2009, suivi d'une première hausse en 2011 et un pic en 2016.

Ces variations peuvent s'expliquer par deux facteurs :

- une augmentation de la mortalité ;
- une diminution de la valeur de marché des unités de compte.

Ne disposant pas d'élément significatif à apporter sur l'évolution des décès, nous cherchons à expliquer ces phénomènes par l'évolution des marchés financiers. Dès lors, si nous considérons que l'évolution de la valeur de marché des unités de compte est correctement représentée par un indicateur des cours boursiers, nous pouvons mettre en parallèle la part de sinistres indemnisés entre 2008 et 2020 avec l'évolution de l'indice du CAC 40.



FIGURE 15 – Cotation du CAC 40 entre 2007 et 2020

Pour les contrats souscrits avant 2008, les importants montants de sinistres garantie plancher survenus en 2008 et 2009 sont largement imputables à la chute des marchés financiers découlant de la crise des subprimes. Une forte chute de l'indice du CAC 40 (1) a entraîné une diminution de la valeur liquidative des unités de compte sur cette période.

A la fin du premier trimestre de 2009, bien que les marchés ne retrouvent pas de niveaux aussi hauts qu'avant la crise, le marché repart à la hausse. Les contrats d'épargne souscrits durant cette période se trouvent alors moins fréquemment en situation de moins-value.

Fin 2011, les marchés sont une nouvelle fois impactés par une chute qui perdurera jusqu'en 2012 (2). L'année boursière, qui avait pourtant bien commencé, a en effet été secouée par une succession d'évènements géopolitique (printemps arabe) et économique (crise des dettes souveraines de la zone euro).

En août 2015, suite à des mauvaises perspectives de croissance mondiale (dévaluation chinoise du yuan), la Bourse de Paris perd 8,45% en un mois et enregistre sa pire performance depuis août 2011 (3). Le ralentissement économique continue et s'accroît, le FMI abaisse ses prévisions de croissance en début d'année 2016. Finalement une accélération de la croissance de la zone euro fin 2016 vient envoyer de meilleurs signaux aux investisseurs et le marché repart à la hausse.

La crise mondiale de l'épidémie de coronavirus a entraîné une très forte chute de l'indice boursier en début d'année 2020 (4). Cependant cette chute n'a été que brève et l'indice du CAC 40 a très rapidement atteint des records de valeur. La crise sanitaire n'a finalement eu que très peu d'impact sur les versements liés à la garantie plancher en cas de décès. D'une part, nous n'observons pas d'augmentation de la mortalité sur la tranche d'âge des assurés éligibles à la garantie. D'autre part, les variations boursières à la baisse, du fait de leur caractère éphémère, n'ont pas entraîné de moins-value suffisamment durable sur les contrats pour causer un accroissement du coût des sinistres garantie plancher.

Ces observations nous conduisent ainsi à mettre en parallèle les baisses durables du CAC 40 et le montant des sinistres garantie plancher. Nous pouvons d'ores et déjà considérer l'indice du CAC 40 comme un premier proxy relativement robuste du cours des fonds en unité de compte. Nous reviendrons sur ces éléments dans la sixième partie de ce mémoire.

## 6.6 Indicateur de rentabilité historique

La rentabilité d'une garantie plancher ne peut être mesurée que de façon prospective. En effet, la sinistralité passée ne présage en rien de la sinistralité future. Pour autant, nous pouvons mesurer sur les douze années d'observation, le rapport entre le montant total de sinistres indemnisés par l'assureur et le montant de frais cotisés par les assurés. L'idée consiste à vérifier si les frais prélevés ont suffi à couvrir les sinistres des années passées.

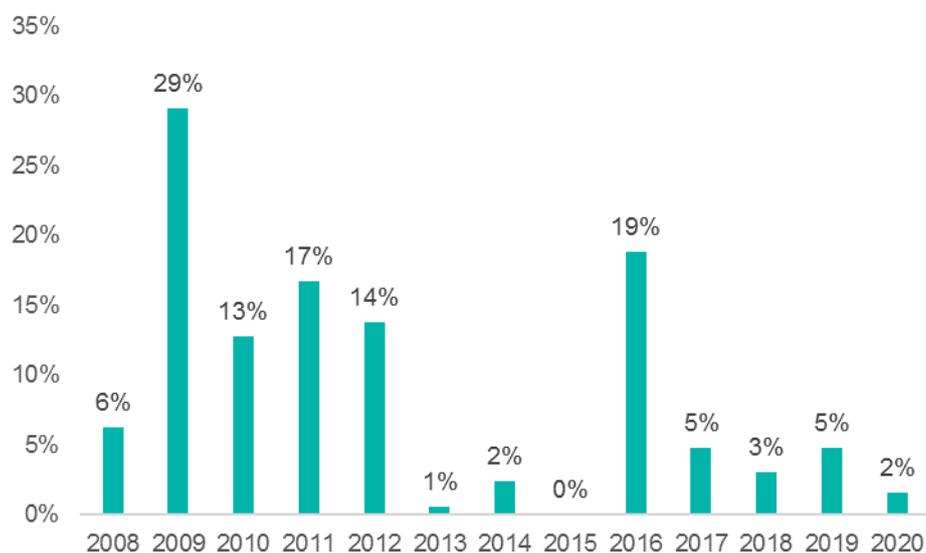


FIGURE 16 – Sinistre indemnisés / primes garantie plancher versées

Nous constatons que dans les années passées, les sinistres garantie plancher décès ont toujours été inférieurs aux montants de cotisation prélevés, y compris dans les années de faiblesse du marché (crises de 2009, 2012 et 2016).

## 6.7 Impact de la participation aux bénéficies sur les supports euro

Il existe une couverture inhérente aux contrats multi-support. En effet, dès lors qu'une proportion de l'épargne est investie sur des fonds euro, la participation aux bénéfices permet de réduire le risque porté par l'assureur.

### 6.7.1 Une couverture du capital plancher

Dans un premier exemple introductif et purement théorique, considérons un contrat d'épargne constitué à l'instant initial de :

- 200 € sur des supports en euro ;
- 100 parts d'un fond UC d'une valeur liquidative de 1 €.

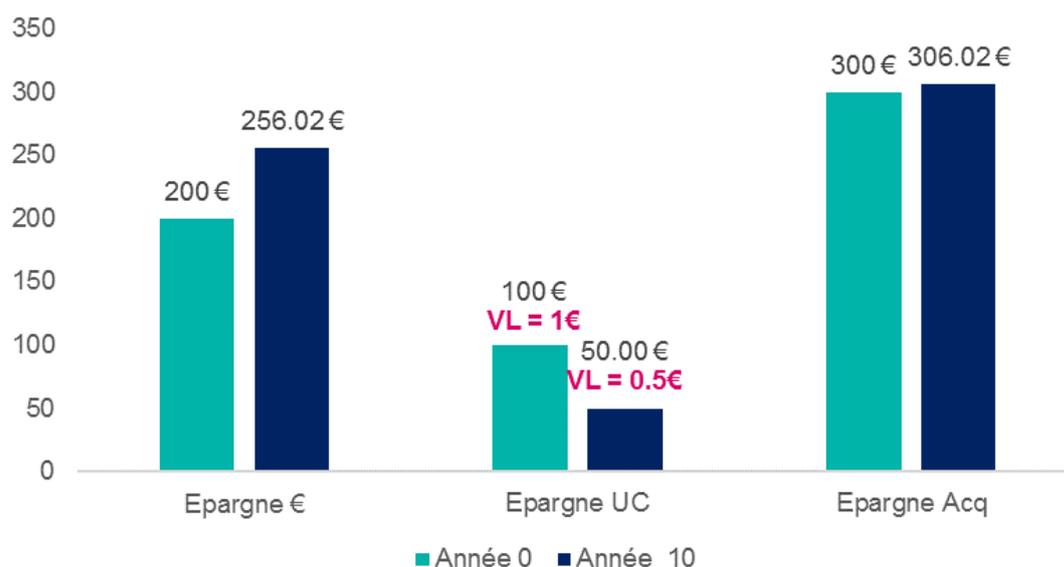


FIGURE 17 – Projection simplifiée d'un contrat multi-support

Après 10 années de projection, sous la seule hypothèse d'une revalorisation de l'épargne euro à 2.5% par an, la perte d'épargne sur les supports UC est entièrement contrebalancée par la participation aux bénéfices (PB) versée sur les supports euro. Ainsi, l'épargne acquise reste favorable à l'assuré malgré la chute de la valeur liquidative de l'UC considérée.

Considérons désormais dans un second exemple, plus réaliste, un contrat souscrit en 2010 qui comporte 13% d'épargne investie sur des actifs risqués. Il n'y a ni rachat, ni arbitrage. La

dynamique de l'unité de compte suit parfaitement l'indice du CAC 40 et le taux de revalorisation du support euro est paramétré conformément au taux historique du produit étudié. L'évolution de l'épargne est représentée au 31/12 de chaque année.



FIGURE 18 – Evolution de la valeur de rachat de l'épargne au 31/12 de chaque année

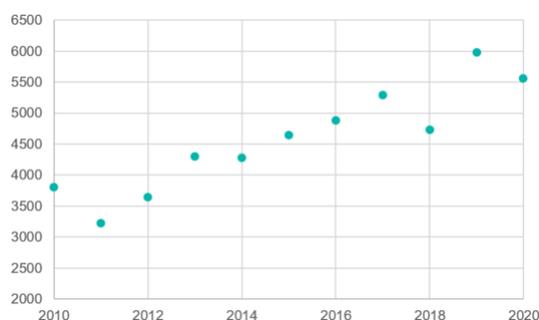


FIGURE 19 – Evolution de l'indice du CAC40 au 31/12

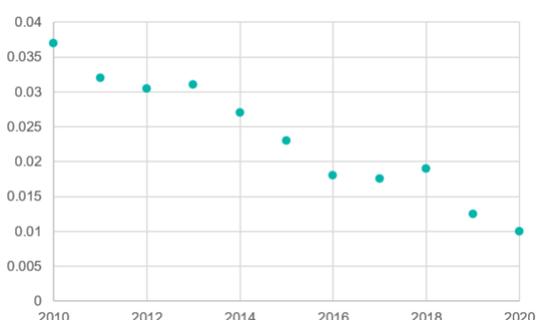


FIGURE 20 – Evolution des taux de revalorisation

Fin 2011 et 2012, la revalorisation du support sans risque permet d'ores et déjà une compensation de la perte subie sur l'unité de compte. Néanmoins, nous pouvons observer une diminution de la revalorisation sur le support euro au cours des dernières années. Notons par ailleurs que les taux de revalorisation récents n'auraient pas permis d'absorber la perte liée à la baisse sur la valeur liquidative de l'unité de compte rencontrée dès la première année d'exercice du contrat en 2011. Les forts taux de PB au début des années 2010 permettent de rapidement couvrir le risque sur les contrat à date de souscription ancienne.

En l'absence de nouveaux versements, c'est à partir de 2016 que la PB a finalement couvert intégralement les risques liés aux fluctuations de l'unité de compte.

La pertinence du support non risqué dans la couverture du risque sur le portefeuille assuré peut notamment s'observer par la proportion de contrat dont la provision mathématique sur le support euro suffit à couvrir le capital plancher de la garantie.

Dans la pratique, le support en euro permet également de mettre en oeuvre une stratégie de sécurisation des plus-values lorsqu'une volatilité du marché est pressentie. Des arbitrages à destination des fonds en euro contribuent alors à se couvrir contre une hausse du risque porté par la garantie. Ces arbitrages peuvent être à l'initiative de l'assuré ou s'inscrire dans le cadre d'une gestion déléguée à l'organisme assureur (gestion sous mandat).

Observons enfin la part du capital plancher recouverte par les montants de participation aux bénéfices selon la date de souscription des contrats.

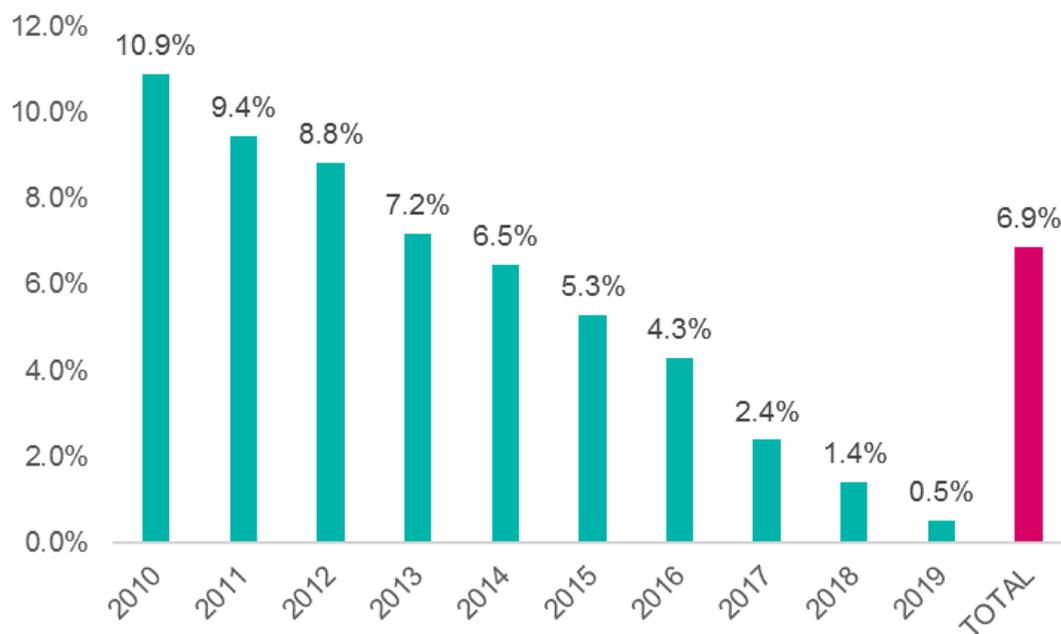


FIGURE 21 – Part du capital plancher recouverte par la PB en fonction de l'ancienneté des contrats

La participation aux bénéfices sur les supports en euro couvre peu à peu le risque lié à la garantie plancher. La couverture offerte par la PB sur un contrat d'épargne est d'autant plus grande que les taux de PB sont élevés et que le taux d'UC du contrat est faible. Une date de souscription ancienne et une proportion initiale d'épargne non risquée élevée tend à réduire le capital sous risque.

### 6.7.2 Impact sur les capitaux sous risque

Sur un contrat éligible à une garantie plancher, le capital sous risque est égal à la différence, si celle-ci est positive, entre le montant garanti que l'on appelle capital plancher et la provision mathématique du contrat. Concrètement, il s'agit du montant que devrait supporter un assureur au titre du contrat lors de la survenance immédiate d'un sinistre.

D'autre part, le capital sous risque d'un contrat associé à un individu de plus de 86 ans est nul puisque l'assuré n'est plus éligible à la garantie plancher.

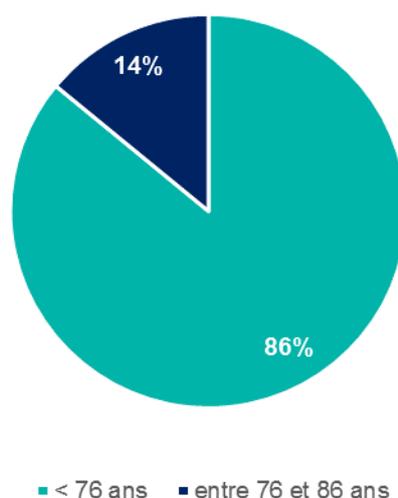


FIGURE 22 – Répartition des capitaux sous risque par modalité de garantie plancher au 31/12/2020

Le montant de capitaux sous risque pourrait connaître une forte augmentation dans l'hypothèse d'une chute des fonds UC, ce qui se traduirait directement par une plus large importance des sinistres et du montant de provision associé à la garantie.

Il apparaît que le montant agrégé de capitaux sous risque varie fortement selon l'année de souscription des contrats. En effet, l'évolution du cours des unités de compte suit l'instabilité des marchés financiers.

Ainsi, si le niveau des marchés est élevé lors de la souscription d'un contrat, les valeurs liquidatives des unités de compte le sont également ce qui implique, à une date future, un capital plancher important au regard de la valorisation de l'épargne. A l'exception d'un montant suffisant d'épargne investie sur des supports non risqués pour compenser la perte, le capital sous risque associé au contrat sera positif. Le capital sous risque est donc corrélé aux cycles haussiers et baissiers dans le prix d'achat des unités de compte.

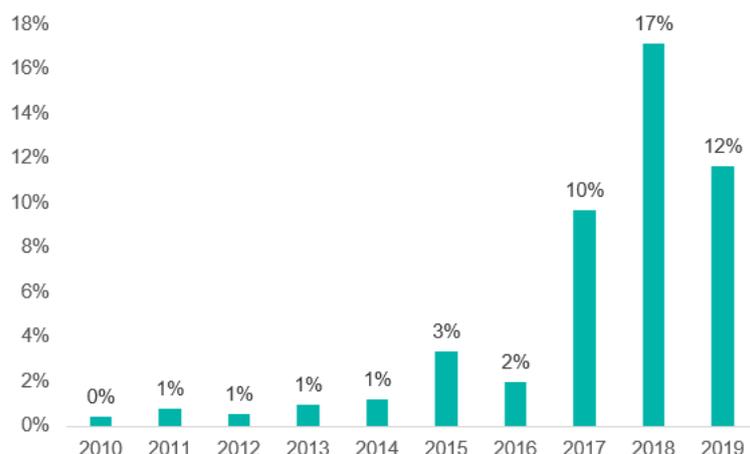


FIGURE 23 – Part des contrats avec un capital sous risque positif au 31/12/2020 selon leur année de souscription

La proportion de contrats avec un capital sous risque non nul varie selon l'année de souscription. Le support en euro atténue les variations provoqués par le marché. Il est possible d'évaluer son importance sur le capital sous risque en faisant abstraction des revalorisations nettes de frais dont ont bénéficiés les assurés sur ce support. L'absence de ces revalorisations induit un accroissement majeur des capitaux sous risque. Une corrélation apparaît alors entre les capitaux sous risque et la moyenne annuelle de l'indice du CAC40 sur l'année de souscription.

Par exemple, en 2015 et 2017 le niveau global des marchés est haut. Ce niveau, comparable à celui constaté lors de la date d'évaluation de l'épargne en octobre 2020, justifie des capitaux sous risque plus élevés pour les contrats souscrits en 2015 et 2017.

## 6.8 Synthèse

L'étude approfondie du portefeuille d'assurés permet d'obtenir de premiers éléments pour quantifier les risques associés à la garantie plancher sur le produit.

En l'absence de nouvelles souscriptions, la répartition des âges dans le portefeuille étudié laisse paraître une exposition importante de l'assureur à une sinistralité décès dans la décennie à venir.

L'étude des arbitrages et versements libres au cours des dernières années présage d'une hausse des taux d'UC, ce qui devrait faire tendre l'épargne vers plus de volatilité. En effet, contrairement aux unités de compte dont la valeur dépend des marchés financiers, la volatilité des supports en euro est supposée nulle. Les supports euro sont sans risque pour l'assuré et toute l'épargne y est en théorie garantie. Conformément aux recommandations de la Fédération Française d'Assurance (FFA), les modèles de provision garantie plancher sont très sensibles à la volatilité des supports. Un risque pèse alors sur l'assureur dès lors que l'épargne devient plus volatile. La provision garantie plancher décès est ainsi impactée par une variation des taux d'UC. Nous pouvons donc nous attendre, en l'absence d'évolution concernant les autres hypothèses et sur la simple base de

ces tendances, à une augmentation de la provision dans les années à venir.

Par ailleurs, il apparaît que les supports en euro et la participation aux bénéfices fournissent à l'assureur un outil de couverture sur le produit pour limiter le montant du capital sous risque. En effet, un contrat multi-support inclut par construction, un levier de protection face au risque de sinistre garantie plancher.

Les projections réalisées pour déterminer la provision garantie plancher dans le cadre de la méthode du put moyen pondéré (détaillée au paragraphe 4.2 de ce mémoire) s'appuient sur une distribution figée de l'épargne. En effet, nous ne considérons aucune loi de rachat ou d'arbitrage au cours de ces projections. De ce fait, considérer un taux de revalorisation sur l'épargne euro conduirait à une baisse du capital sous risque. Cette baisse ne reflèterait pas véritablement le risque de l'assureur puisque des arbitrages, notamment dans une période de basculement des capitaux épargne euro vers les supports en unité de compte, pourraient contrebalancer ou limiter l'impact de ce phénomène. Avec un taux moyen d'UC sur l'épargne fixé à 15% et 2/3 des arbitrages à destination des supports UC, il ne serait pas prudent de considérer un taux de revalorisation sur l'épargne euro. C'est précisément pour cette raison que nous ne capitaliserons pas, dans la méthode du put moyen pondéré, l'épargne acquise sur les supports en euro.

Enfin, nous remarquons par l'étude de la sinistralité historique, la faible proportion de sinistres liés à un décès accidentel durant la seconde période de la garantie plancher. Par ailleurs, les montants de sinistres au cours du temps nous permettent d'établir une corrélation entre la cotation du CAC 40 et la valeur de marché des unités de compte. En effet, nous observons d'importants montants d'indemnisation sur les périodes de baisse de l'indice. Enfin, les douze années d'observation de la garantie permettent d'observer une collecte de primes supérieure à celle des sinistres. Les primes versées ont ainsi toujours suffi pour indemniser les sinistres survenus au cours de l'année.

PARTIE VII  
Calcul de provision

## 7 Calcul de provision : cas central

Il est important pour la direction technique d'une compagnie d'assurance de suivre les évolutions de provision à chaque arrêté comptable au regard de l'évolution des marchés et de la composition du portefeuille. Ainsi, pour un calcul de provision sur un portefeuille à une date donnée, nous analysons les écarts que provoquent la mise à jour des encours et des hypothèses spécifiques aux unités de compte.

Nous cherchons dans cette partie à déterminer le montant de provision garantie plancher à la clôture des comptes au 31/12/2020. Nous considérons des flux sur les contrats d'épargne arrêtés au 31 octobre 2020. Au fur et à mesure de la disponibilité des données entre le mois d'octobre et le mois de janvier, le montant de provision est ajusté par la mise à jour des volatilités et des valeurs de marché des unités de compte. Nous mesurons l'impact de ces évolutions.

Pour rappel, un montant de provision est calculé indépendamment sur chaque contrat. Ainsi, la provision garantie plancher associée au portefeuille d'assuré ne correspond pas à la différence entre l'engagement global de l'assureur et l'engagement des assurés (notons que si c'était le cas la provision serait nulle dans une majorité des cas).

### 7.1 Variations des hypothèses dans le provisionnement

Une absence d'analyse et de suivi de la provision au cours de l'année ne permettrait pas de transcrire la variation des risques que présentent les garanties plancher. Il est alors important de veiller à l'évolution de chaque hypothèse de calcul afin de pouvoir évaluer l'impact des variations sur le montant provisionné.

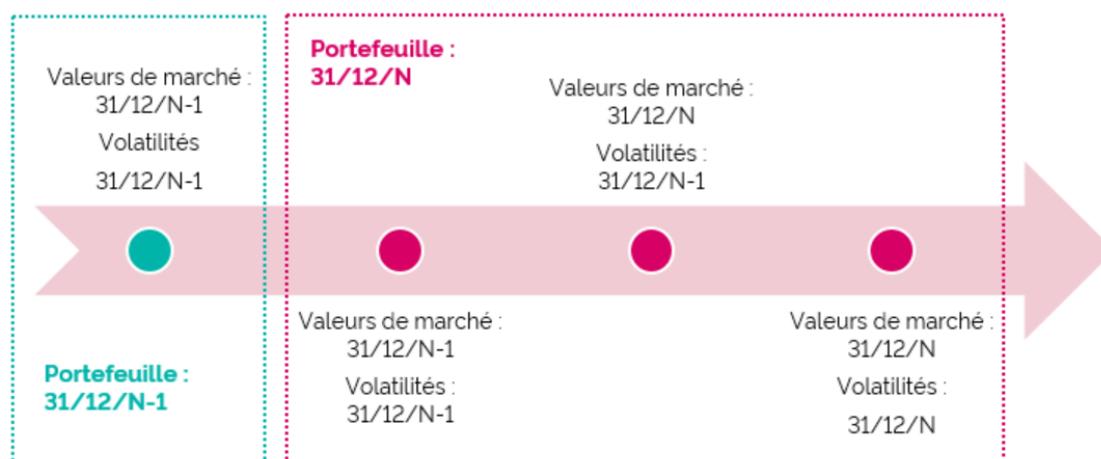


FIGURE 24 – Chronologie de la mise à jour des hypothèses sur les produits garantie plancher

La provision est dans un premier temps évaluée avec la mise à jour des hypothèses de marché au 31 décembre de l'année N sur le portefeuille constitué à l'exercice comptable de l'année N-1. A partir des encours au 31 décembre 2020, les montants de provision sont calculés dans les

hypothèses présentées par le graphique ci-dessus.

Les montants de provision sont calculés par les modèles déterministe et stochastique et les résultats sont comparés. Nous retenons finalement, sur chaque contrat, la provision maximale en sortie des deux modèles. La CNP ne dispose pas de modèle de calcul stochastique intégrant des interactions entre l'actif et le passif pour calculer la provision garantie plancher. Il n'est donc pas réaliste de comparer les résultats obtenus avec des projections de cash-flows.

## 7.2 Retour sur les dates de naissance manquantes

Pour rappel, l'extraction de la base de données n'indique aucune date de naissance pour 0,02% des contrats. Nous cherchons à compléter ces données manquantes en affectant judicieusement à ces contrats une date de naissance qui soit prudente au regard du montant de provision calculé. Il s'agit de déterminer l'âge pour lequel la provision calculée est maximale.

Nous mesurons ainsi la sensibilité de la provision par rapport à l'âge des assurés dans le modèle de Black & Scholes. Ainsi, un calcul est réalisé en considérant que tous les assurés du portefeuille ont le même âge à date de calcul. Nous faisons par la suite varier cette hypothèse.

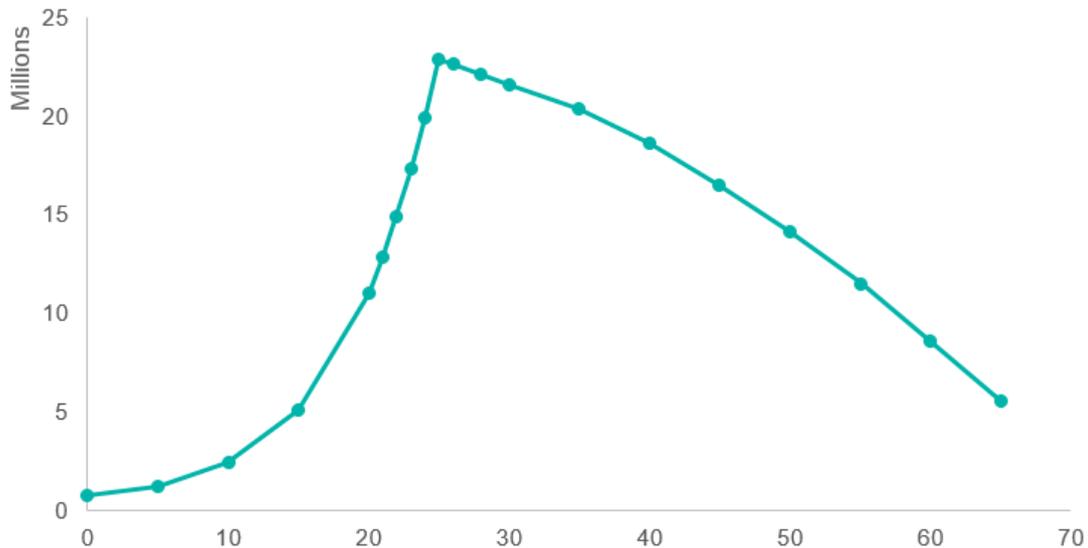


FIGURE 25 – Sensibilité de la provision à l'âge des assurés

Nous rappelons que la provision est calculée par la différence sur chaque contrat des valeurs actuelles probables assureur et assuré sur une projection de 50 années. Le seuil fixé à 50 années est alors déterminant dans le problème d'optimisation maximisant le montant provisionné.

La provision garantie plancher est sensible à l'âge des assurés et nous identifions deux phénomènes sur le graphique :

— **une provision maximale à 25 ans ;**

La provision croît avec l'âge jusqu'à 25 ans. Pour un assuré de 25 ans, l'engagement de l'assureur est projeté jusqu'à son 76ème anniversaire. Sur toute la durée de projection, l'assuré est éligible à la garantie plancher en cas de décès toute cause.

— **une première tendance baissière intervient jusqu'à 36 ans ;**

L'engagement de l'assureur est projeté au delà du 76ème anniversaire de l'assuré. Sur la période de projection, l'assuré est d'abord éligible à la garantie décès toute cause jusqu'à ses 76 ans, puis à la garantie en cas de décès accidentel uniquement.

— **une seconde chute après 36 ans ;**

La pente décroissante s'accroît lorsque l'âge fixé pour les assurés dépasse les 36 ans. Les dernières années de projections se situent alors au-delà du 87ème anniversaire de l'assuré ce qui correspond à un engagement nul de l'assureur.

Jusqu'au 76ème anniversaire d'un assuré donné, la probabilité de sinistre est croissante en fonction de son âge puisque les taux de décès sont croissants. Les taux de décès accidentels étant largement plus faibles que les taux de décès toute cause, l'engagement assureur projeté diminue fortement entre le 75ème et 76ème anniversaire de l'assuré.

La provision est maximale lorsque la projection est effectuée sur les âges les plus sinistrés. Puisque les taux de décès accidentels entre 76 et 86 ans sont plus grands que les taux de décès de la table réglementaire entre 25 et 35 ans, nous pourrions nous attendre à une provision maximale à 35 ans. Cependant, la condition de survie jusqu'à la période de garantie décès accidentelle pour un assuré de 35 ans vient diminuer l'engagement de l'assureur pour ces années de projection.

En résumé, la probabilité d'un décès accidentel à 76 ans est supérieure à la probabilité de décès à 25 ans. Il apparaît néanmoins que la probabilité de survie jusqu'à 76 avant décès accidentel pour un assuré de 35 ans est inférieure à la probabilité de décès à 76 ans pour un individu de 25 ans. Nous pouvons formaliser mathématiquement cette observations par l'inéquation suivante :

$${}_{50}p_{25} \cdot q_{75}^{\text{décès}} > {}_{50}p_{26} \cdot q_{76}^{\text{décès accidentel}}$$

A la lumière de cette étude et en respect de la recommandation d'un calcul prudent, la valeur 25 est affectée aux âges manquants.

### 7.3 Prise en compte des décès accidentels

Les hypothèses pour calculer l'engagement pris par l'assureur varient au cours de la projection selon la tranche d'âge à laquelle appartient un assuré. En effet, le risque ne porte que sur les décès accidentels entre le 76ème et 86ème anniversaire de l'assuré. Au-delà de son 86ème anniversaire, un assuré n'est plus éligible à une quelconque garantie. Le risque pour l'assureur devient nul.

Les décès accidentels ne représentent qu'une fraction des décès c'est pourquoi il est important de fournir une majoration de la part des décès accidentels afin de ne pas surestimer les sinistres projetés et donc le montant de provision. Nous disposons d'une table d'expérience des décès accidentels construite sur les sinistres observés par CNP Assurances.

#### 7.3.1 Sinistralité de l'événement

Le calcul de l'engagement assureur fait donc appel selon l'âge de l'assuré à date de projection :

- aux taux de décès toute cause confondue jusqu'à 76 ans.
- aux taux de décès accidentel entre 76 et 85 ans.

Le paragraphe 5 de la section précédente met en lumière une faible proportion de sinistres indemnisés liés aux décès accidentels. Pour justifier ces observations, nous cherchons à déterminer la proportion des décès de cause accidentelle pour les âges situés entre 76 et 85 ans. Le calcul sur chacune des deux tables des taux de décès et des taux de décès accidentels permet de mesurer ce ratio. Une table de décès accidentel construite par CNP Assurances fournit les taux de décès dans l'année.

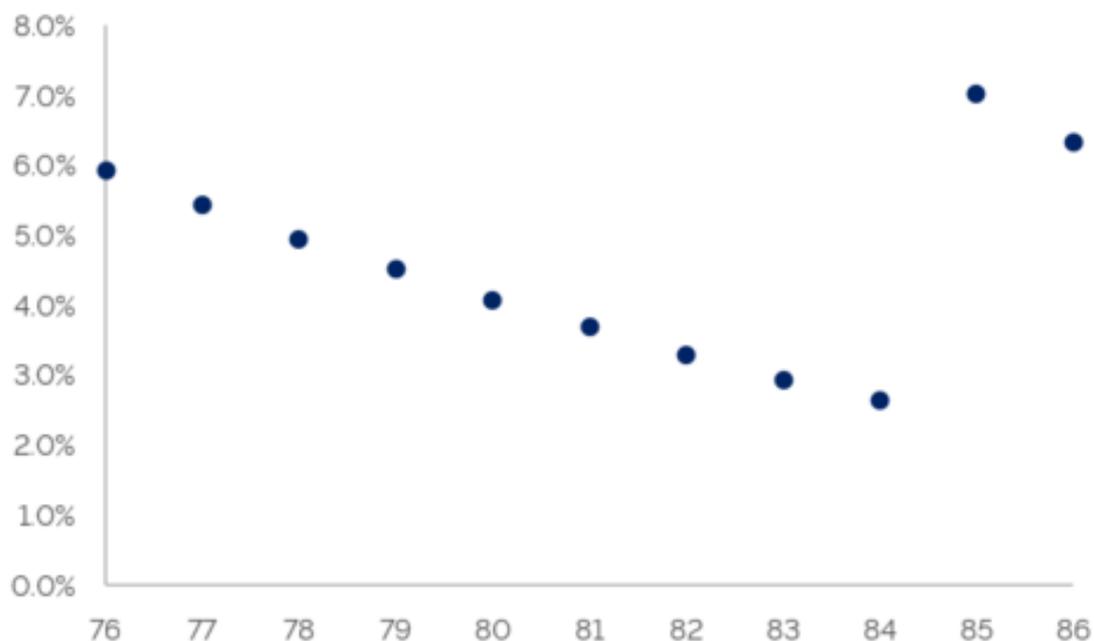


FIGURE 26 – Part de décès accidentels selon la table d'expérience et la table réglementaire

De 76 à 85 ans, les décès accidentels ne représentent, d'après la table d'expérience utilisée, que moins d'un dixième des décès (par rapport à la table TH-00-02). Il serait disproportionné de conserver la table de décès toute cause TH-00-02 pour mesurer l'engagement de l'assureur sur cette période et le surcoût de provisionnement serait important.

Une première approche faisant appel à la table réglementaire uniquement serait d'appliquer sur les engagements assureur projeté au delà du 76<sup>ème</sup> anniversaire de chaque assuré un coefficient d'abattement, fixé par exemple à 10%, dans le but de majorer la probabilité de sinistre. L'étude de la proportion de décès accidentel sur la tranche d'âge concernée préconise néanmoins l'utilisation de deux tables. En effet, les variations observés entre les taux de décès et de décès accidentels sont différentes et conduisent à la construction d'une table mixte pour refléter au mieux l'impact des décès accidentels.<sup>14</sup>

Par ailleurs, l'étude de la base sinistrée dans le paragraphe précédent suggère une très faible proportion de sinistres liés à un décès accidentel. Cela pourrait nous conduire à penser que la table utilisée pour les décès accidentels est trop prudente. Cependant nous pourrions tout à fait imaginer un nombre important de décès accidentels survenus et non déclarés. En effet, étant donné la faible proportion de contrats en situation de moins-value et le fait que la preuve du décès accidentel incombe au bénéficiaire de la garantie, il pourrait exister un phénomène de « sinistralité masqué » lorsque l'on observe les déclarations de sinistre.

Pour mesurer la fréquence du décès accidentel, nous utiliserons donc la table d'expérience puisqu'elle est prudente et cohérente par rapport aux observations des années précédentes sur les sinistres imputables à des décès accidentels. En effet, les décès accidentels observés ne représentent que 3%<sup>15</sup> des sinistres alors que la projection construite avec la table accidentelle sur la période concernée entraîne une hausse de 15% de la provision<sup>16</sup>. Même en tenant compte de la pyramide des âges sur le portefeuille d'assurés, il semble que la table soit déjà plutôt prudente au regard de la sinistralité du produit.

### 7.3.2 Construction d'une table mixte

Les tables de mortalité suivent le destin d'une population initialement composée de 100 000 individus, les  $l_x$  représentent la fonction de survie à l'âge  $x$  face à l'évènement de sinistre. Le programme construit pour le calcul de la provision prend en *input* une table composée de  $d_x$  (nombre de sinistre par âge) et de  $l_x$ . Pour simuler la sinistralité induite par le contrat sur l'ensemble de la distribution des âges projetés, une table mixte est construite à partir de la table de décès toute cause TH-00-02 et des données d'expérience du décès accidentel.

Dans le cadre de la garantie plancher, le versement d'une prestation par l'assureur pour une année de projection comprise entre le 76<sup>ème</sup> et le 86<sup>ème</sup> anniversaire d'un assuré est associé à un décès accidentel survenant au cours de l'année conditionnellement à la survie de l'assuré jusqu'à cette date. La probabilité de cet évènement fait appel à deux tables. Pour obtenir la probabilité de décès accidentel l'année  $n$  d'un assuré d'âge  $x$ , il faut utiliser la table TH00-02 pour la survie jusqu'à l'année  $N-1$  et appliquer le taux de décès accidentel pour l'année  $n$ . La table de décès accidentel fournit les taux de décès dans l'année. Les chargements prélevés à l'assuré au titre de

14. Cette remarque amène à s'interroger sur la forme en escalier de la table du décès accidentel qui est difficilement justifiable et semble suggérer un manque de donnée à certains âge.

15. Voir Figure 13

16. Voir les projections de la figure 28 dans le paragraphe suivant

la garantie plancher n'étant versés qu'en cas de survie de l'assuré, le calcul de l'engagement de l'assuré ne fait appel qu'à une unique table, la table de décès toute cause. Au-delà de 76 ans, le nombre de décès à chaque âge  $d_x$  est donc calculé à partir des taux de décès accidentels observés que l'on normalise au nombre de survivants à l'année de projection.

Pout tout  $x > 75$

$$d_x^{mixte} = \frac{l_{x-1} d_x^{accidentel}}{l_{x-1}^{accidentel}}$$

A partir des  $d_x$ , il est possible d'observer la sinistralité qui serait provoquée par la combinaison des décès toute cause jusqu'à 76 ans et des décès accidentels uniquement au delà.

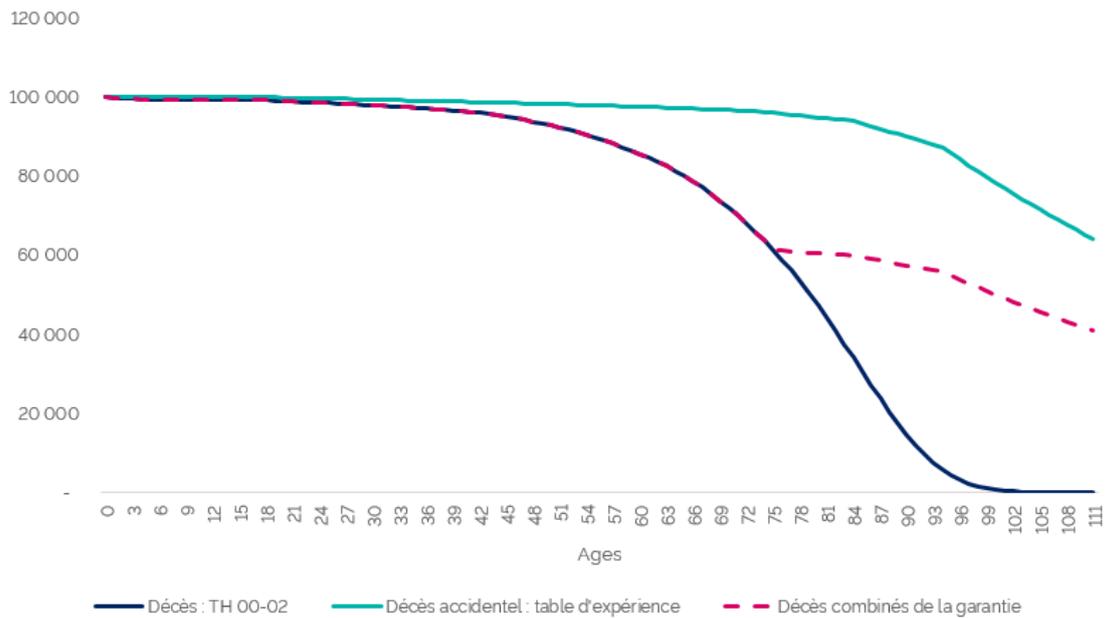


FIGURE 27 – Evolution de la population survivante selon les différentes tables

Si toutes les tables sont décroissantes, remarquons néanmoins que les tables mixtes et décès accidentels ne convergent pas vers 0. En effet, contrairement au décès toute cause, le décès accidentel n'est pas un événement inéluctable. Ainsi, la survie des assurés à date de projection ne peut être calculée qu'avec les  $l_x$  de la table TH-00-02.

### 7.3.3 Impact du décès accidentel : résultats

Toutes choses égales par ailleurs, le graphique ci-dessous mesure l'impact du critère retenu pour la modélisation des décès accidentels sur le montant de provision calculé.

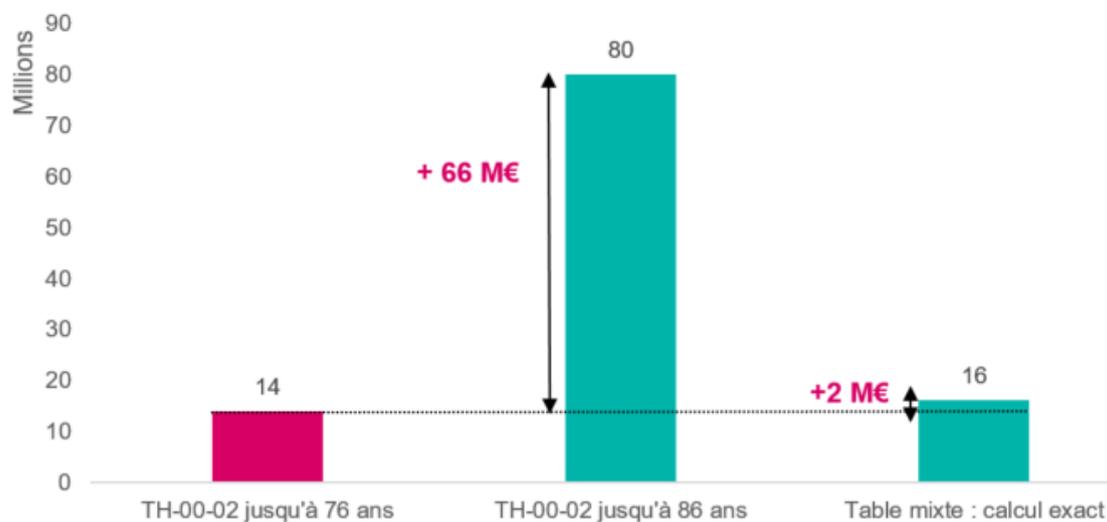


FIGURE 28 – Calcul de la provision garantie plancher selon les tables de décès utilisées

Du fait de leur fréquence faible, les décès accidentel ne représentent que 15% de la provision. Une mauvaise appréciation des décès accidentels pourrait entraîner un coût de provisionnement important pour l'assureur. L'analyse<sup>17</sup> des indemnisations liées à une garantie plancher conforte l'utilisation de la table construite, qui se veut prudente en maximisant les probabilités d'un sinistre. Dans la suite de ce mémoire, la table mixte construite dans ce paragraphe mesure les décès toute cause jusqu'à 76 ans et accidentels entre 76 et 86 ans.

---

17. Figure 13

## 7.4 Zoom sur les engagements

Le programme de provisionnement fournit les valeurs actuelles probables de l'engagement assureur et assuré. Il est ainsi possible de mesurer l'engagement de l'assureur et de l'assuré à un horizon donné sur chacune des 50 années de projection. Pour justifier la cohérence du provisionnement, nous observons ces engagements sur un contrat type.

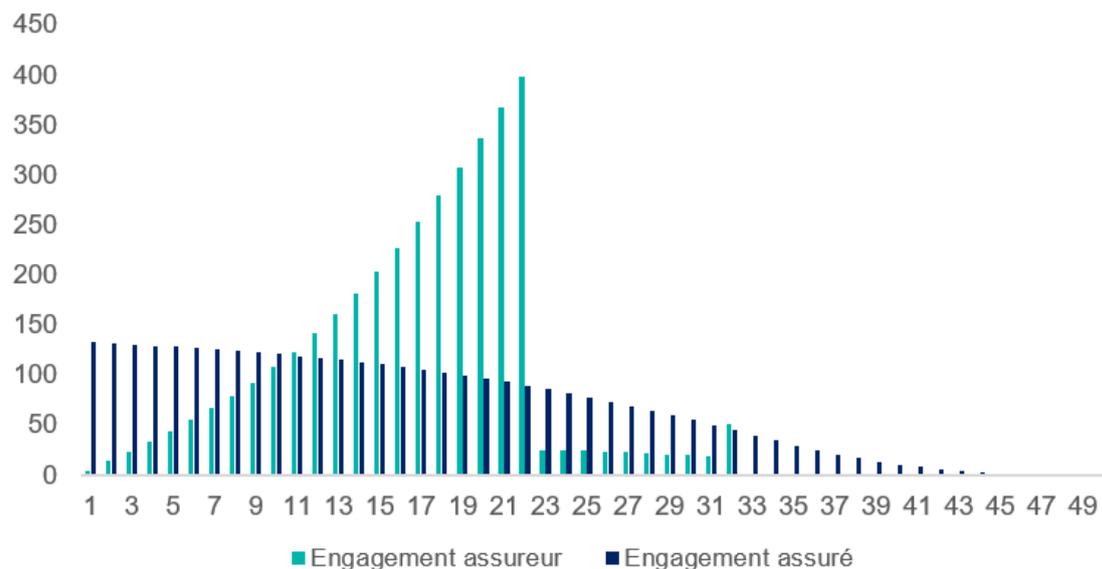


FIGURE 29 – Evolution du montant d'engagement assureur et assuré pour un contrat donné sur les 50 années de projection

La figure ci-dessus présente l'évolution des engagements respectifs pour un assuré âgé de 53 ans à date de calcul.

Jusqu'à la 23<sup>ème</sup> année de projection qui caractérise son 76<sup>ème</sup> anniversaire, l'engagement de l'assureur est croissant du fait de l'augmentation des taux de décès. Au cours des 10 années de projection suivantes, l'engagement de l'assureur est drastiquement diminué en raison d'une baisse de la fréquence de l'événement de sinistre. En effet, le décès accidentel ne représente en première approximation que moins d'un dixième des décès. L'engagement de l'assureur cesse à partir du 86<sup>ème</sup> anniversaire de l'assuré. L'engagement de l'assuré est quant à lui décroissant, jusqu'à devenir nul au delà du 110<sup>ème</sup> anniversaire projeté de l'assuré.

Pour une vision plus globale du portefeuille assuré, il est possible d'agrèger la valeur des engagements assureur et assuré sur l'ensemble des contrats.

L'engagement d'un assuré, quel que soit son âge, est strictement décroissant en fonction de l'année de projection. Les frais ont donc une probabilité de plus en plus faible d'être prélevés avec le vieillissement du portefeuille assuré.

L'engagement prospectif de l'assureur étendu à l'ensemble des contrats est à mettre en relation avec la répartition des âges sur le portefeuille. La répartition de l'encours n'est pas uniforme selon l'âge puisqu'une large part de l'encours se concentre sur les assurés de 66 à 74 ans. La projection de l'engagement assureur est directement impactée par cette distribution. En effet, lors des premières années de projection, ces assurés évoluent dans des âges plus sinistrés du fait de la croissance des taux de décès. Les sinistres ont alors une probabilité plus grande de se produire. Une fois l'âge seuil dépassé, les assurés ne sont plus couverts par la garantie. La masse d'encours qu'ils détiennent est donc exclue du périmètre provisionné ce qui provoque une diminution du montant des prestations probables.

## 7.5 Résultats

Une hausse de provision entre 2019 et 2020 est à imputer aux évolutions du marché. Ce paragraphe porte sur l'analyse des écarts du provisionnement résultant de la mise à jour des valeurs liquidatives et de la volatilité des unités de compte sur le portefeuille au 31/10/2020. Sur le graphique ci-dessus VL et Vol représentent respectivement les valeurs liquidative et les volatilités associés à chaque unité de compte.

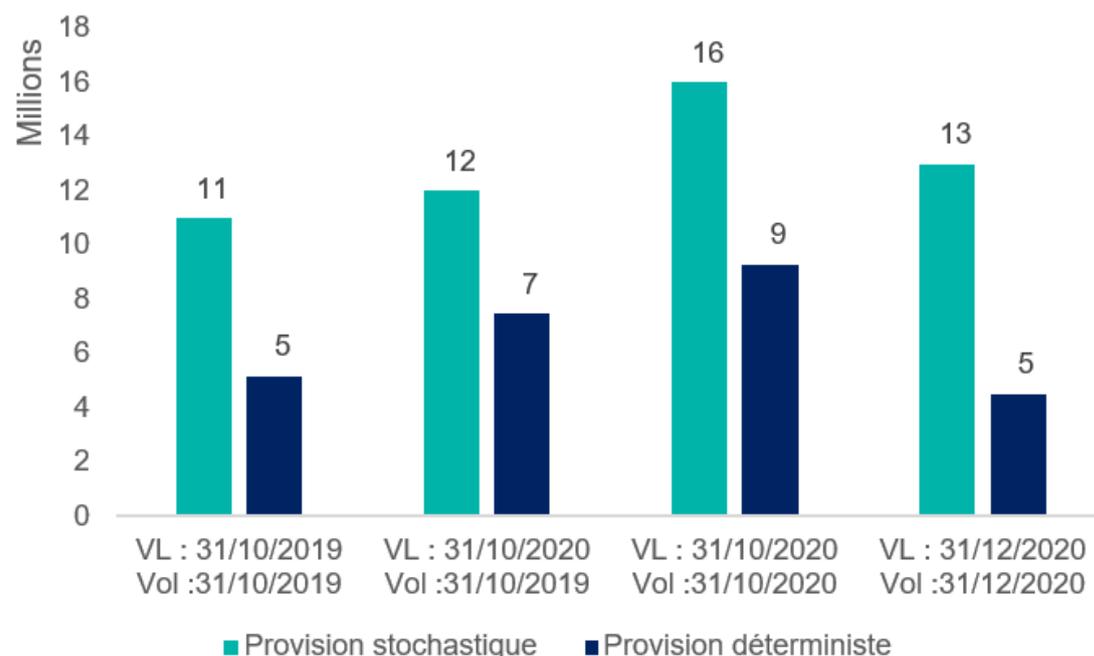


FIGURE 30 – Montant de provision calculé par chacune des deux méthodes

Le scénario déterministe projette une baisse de l'encours en fonction de la volatilité. La méthode stochastique prend en input une volatilité sur chaque contrat en fonction la répartition de l'encours entre le support sans risque et les différentes unités de compte. A l'inverse, le scénario déterministe ne considère ici qu'une unique volatilité, dont la valeur est identique sur chaque contrat. La volatilité retenue est fonction du taux d'UC moyen sur le portefeuille des contrats éligibles à la garantie. Ce scénario présente l'avantage de tenir compte de potentiels arbitrages vers les unités de compte.

L'idée sous-jacente consiste à quantifier l'impact d'une baisse du marché UC après arbitrage sur chaque contrat jusqu'à atteindre le taux d'UC moyen du portefeuille. Le risque ciblé par ce scénario provient des contrats en situation de plus-value faible et pour lequel le taux d'UC est bas.

Nous retenons ce scénario comme élément de calcul de la provision centrale. La variation du montant en sortie du calcul est cohérente par rapport aux évolutions du marché en dépit de montants nettements inférieurs à ceux du modèle stochastique. L'analyse des montant de provision obtenus sur chaque contrat illustre un faible impact du scénario déterministe. Au global,

l'augmentation relative à cet ajustement de prudence est de moins de 7% de la provision.

Les contrats où la provision déterministe dépasse la provision stochastique n'ont pas ou peu de plus-value pour une volatilité importante. La proportion de ces contrats reste pour l'instant faible, du fait de la performance des unités de compte et d'un taux d'UC relativement bas. La formule des *puts* moyens pondérés fournit une projection plus conforme au marché des engagements prospectifs de l'assureur.

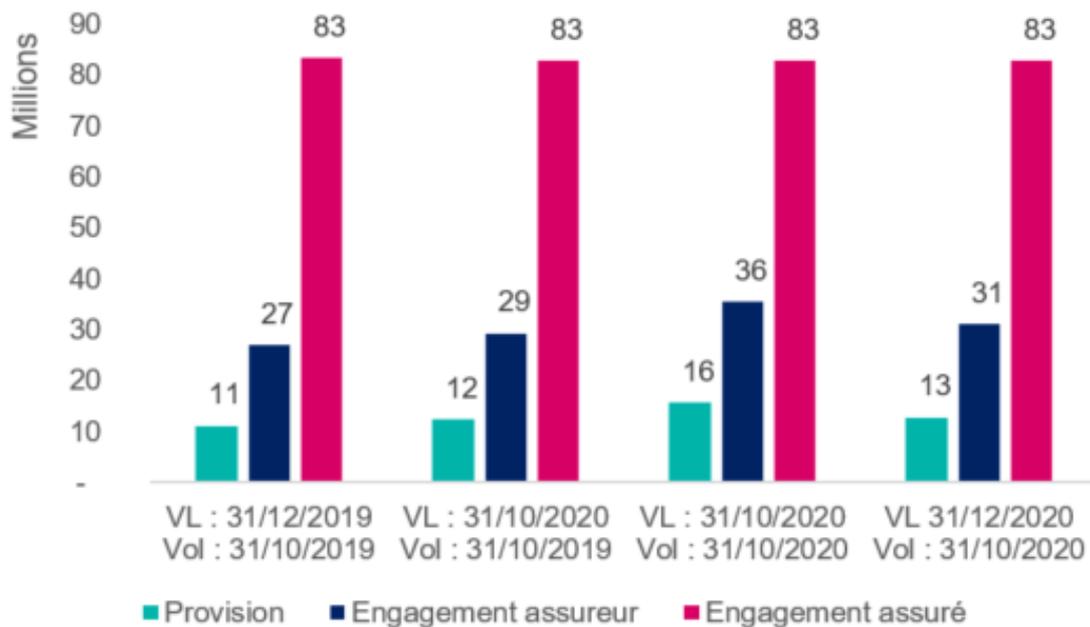


FIGURE 31 – Résultats de la méthode du put

Le graphique ci-dessous présente l'impact de chaque mise à jour d'hypothèse pour le calcul de la provision au 31 octobre 2020.

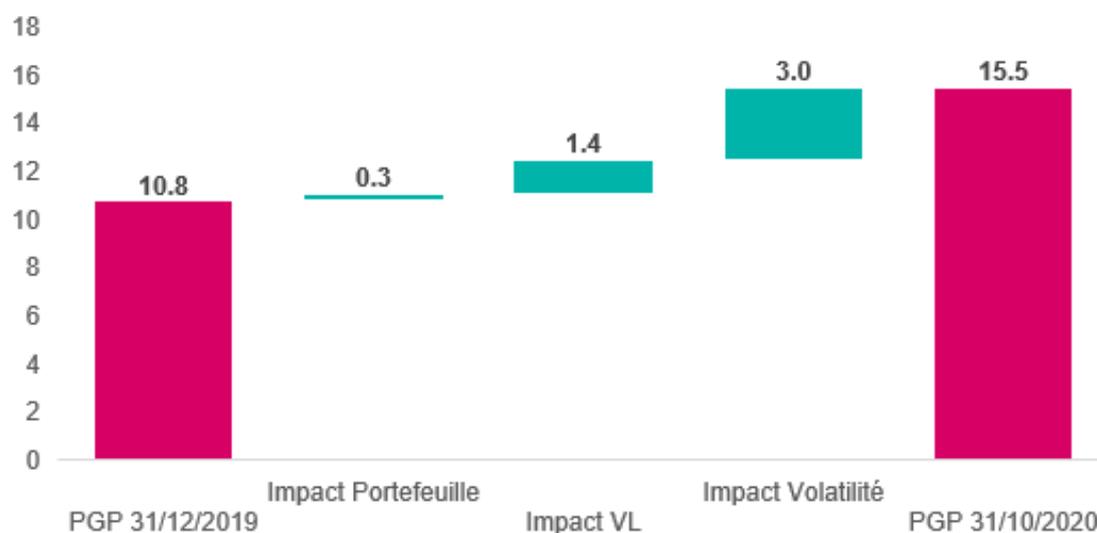


FIGURE 32 – Analyse des écarts du montant de provision au 31/10/2020

Notons que l'application des hypothèses de volatilité et valeurs de marché au 31/10/2020 provoquent à elles seules une hausse de 40 % de la provision.

Nous avons vu lors des parties précédentes<sup>18</sup> de ce mémoire une certaine corrélation des supports en unité de compte avec l'indice du CAC 40. Nous pouvons nous attendre à pouvoir expliquer les variations de provision constatées lors de la mise à jour de ces hypothèses par les évolutions de marché entre 2019 et 2020.

Nous relevons donc la valeur de l'indice du CAC 40 aux dates d'extractions de nos hypothèses.

Facteur de risque	31/10/2019	31/10/2020	31/12/2020
CAC 40	5729,86	4691,14	5551,41

TABLE 5 – Indice du CAC 40

Observons par ailleurs la volatilité historique de l'indice sur 6 ans.

18. voir paragraphe 6.5, 6.6, 7.1 et 7.2



FIGURE 33 – Historique de la volatilité de l'indice du CAC 40

Entre les mois d'octobre 2019 et 2020, nous relevons une baisse de l'indice et une forte hausse de la volatilité du CAC 40. La volatilité des unités de compte est calculée selon la variation historique du cours de leur sous-jacent sur 3 ans. Cette hypothèse est donc très sensible aux phénomènes épisodiques de crise dans le contexte d'une volatilité plutôt stable, à l'image de celle du CAC 40.

Nous observons que la provision est davantage impactée par la mise à jour de la volatilité des unités de compte que par la mise à jour des valeurs liquidatives. En effet, le calcul du prix d'une option de vente par la formule de Black and Scholes varie fortement selon la volatilité.

## 7.6 Synthèse

La méthode stochastique nous donne un montant de provision cohérent avec les marchés financiers. Elle permet notamment de constituer une couverture par l'achat d'instruments financiers. Nous constatons un faible impact du modèle déterministe lié au fait que peu de contrats présentent une situation de moins value latente. La méthode déterministe a un caractère plus statique puisqu'elle évalue le coût « au pire » de la provision. Nous l'utilisons comme un ajustement de prudence de la provision stochastique.

Nous constatons à travers ces études, qu'à portefeuille identiquement constitué, le montant de provision dépend fortement des hypothèses de valeur de marché et de volatilité des supports en unités de comptes qui sont retenues.

Nous relevons ici l'importance d'un contrôle sur les données relatives aux hypothèses de marché notamment vis-à-vis de leur exhaustivité et leur qualité.

Par ailleurs, une analyse pas à pas des évolutions de provision lors des mises à jour de chaque hypothèse relative aux supports en unités de compte permet de quantifier précisément l'impact

provoqué par l'évolution de chacun des paramètres. Ces évolutions sont corrélés aux variations sur l'indice du CAC 40.

PARTIE VIII  
Intégration d'une loi de rachat

## 8 Intégration d'une loi de rachat

### 8.1 Motivations

Jusqu'à présent, seules les sorties par décès étaient modélisées. Cependant, puisque l'assuré dispose d'un droit de rachat, cette section intègre les sorties par rachat au calcul de la provision. Par ailleurs, le SCR de souscription vie évalue l'impact de chocs réglementaires de rachat sur les provision *best estimate* inscrites au passif de la compagnie.

Ainsi, bien qu'une loi de rachat ne soit pas nécessaire au provisionnement de la garantie, nous décidons d'en incorporer une pour réaliser des sensibilités.

### 8.2 Modélisation des rachats

La modélisation des rachats est compliquée à appréhender puisqu'elle prend en compte la conjoncture économique, le comportement de l'assureur et de l'assuré ainsi que les taux distribués sur le marché de l'assurance vie.

La loi est dite globale lorsqu'elle ne distingue pas les rachats conjoncturels, qui dépendent de la conjoncture économique et du rendement de l'épargne, des rachats structurels, qui dépendent des caractéristiques des contrats et du besoin en liquidité des assurés. Cette loi correspond à un *best estimate* dans le cadre de la modélisation du passif de la compagnie sous Solvabilité II.

Nous modélisons uniquement les rachats totaux. La loi de rachat est estimée à partir de données historiques avec l'estimateur de Kaplan-Meier<sup>19</sup>. Notons que les rachats partiels n'impactent pas le montant provisionné puisqu'ils diminuent le capital plancher en proportion du montant racheté. Nous ne les modélisons pas dans le cadre de cette étude.

Il existe des modèles permettant d'estimer le taux de rachat d'un contrat d'épargne en fonction de son ancienneté. Nous utilisons comme loi de rachat, les taux calibrés sur notre produit en fonction de l'ancienneté des contrats. Cette loi structurelle correspond à la loi utilisée dans le cadre des calculs Solvabilité II.

Du point de vue de la modélisation, chaque contrat  $i$  est associé pour une année de projection  $k$  à :

- un nombre aléatoire  $X_k^i$  généré sur l'intervalle  $[0 : 1]$
- un taux de rachat  $\tau_k^i$  qui dépend de l'ancienneté du contrat à l'année projetée

Un contrat est considéré comme racheté l'année  $k$  si le nombre généré aléatoirement est inférieur au taux de rachat. L'engagement assureur et l'engagement assuré ne sont alors calculés que jusqu'à la date du rachat.

Soit  $PGP_k^i$  la provision garantie plancher calculée par la différence de l'engagement assureur et assuré au terme de  $k$  années de projection pour un contrat  $i$ . L'intégration d'une loi de rachat à la projection sur 50 années des engagements assureur et assuré s'écrit par la formule suivante :

$$PGP_{rachat}^i = \begin{cases} PGP_{k-1}^i & \text{si } \exists k \in [1, \dots, 50] \text{ t.q. } \{X_k^i \leq \tau_k^i\} \cap \bigcap_{j=1}^{k-1} \{X_j^i > \tau_j^i\} \\ PGP_{50}^i & \text{sinon.} \end{cases}$$

---

19. L'approche par l'estimateur de Kaplan-Meier est détaillée dans le mémoire en référence de R. GOUNE (2016)

Etant donné que la méthode introduit de l'aléa sur les contrats rachetés, nous effectuons la moyenne des provisions calculées sur 100 simulations.

### 8.3 Résultats

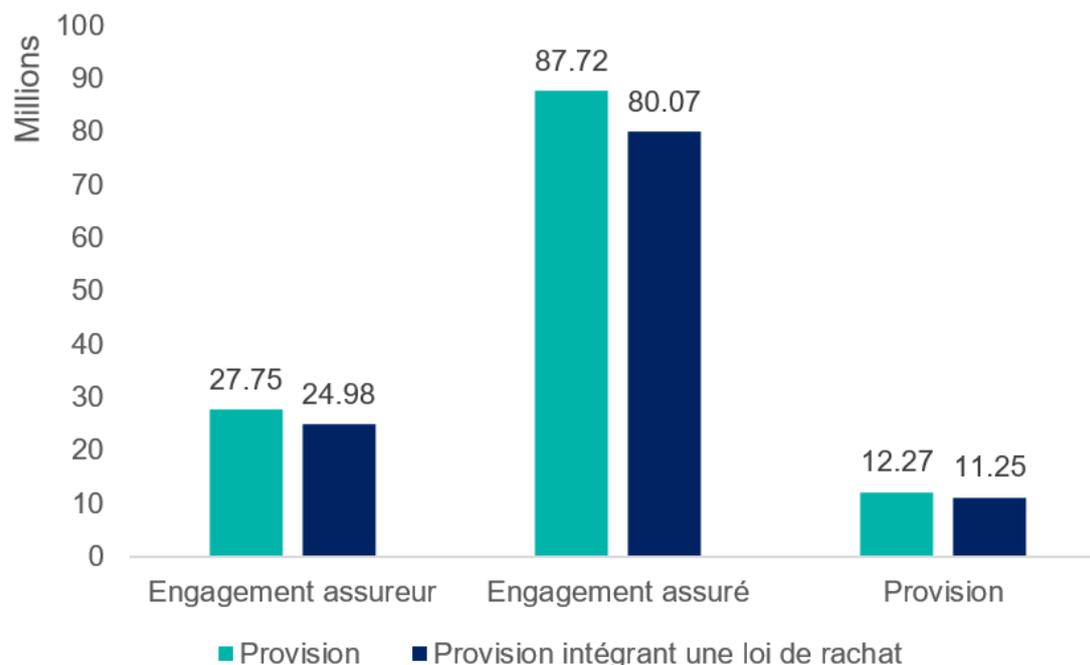


FIGURE 34 – Impact de l'ajout d'une loi de rachat sur la projection au 31 décembre 2020

Au terme de la projection 18% des contrats ont été rachetés. Il paraît logique de constater une diminution de l'engagement assuré puisque les contrats rachetés ne paient plus les cotisations liées à la garantie. Par ailleurs, un contrat ne représentant plus de risque pour l'assureur après l'année de son rachat, il est également cohérent de voir l'engagement de l'assureur diminuer.

La provision calculée au-delà de la date de rachat d'un contrat ne vient plus se cumuler à la provision totale. En réduisant l'intervalle de projection d'un contrat, la provision garantie plancher est potentiellement réduite.

Les taux de rachats sont supérieurs aux taux de décès. Cela signifie que la proportion de contrats rachetés va être supérieure à la proportion de contrats subissant un sinistre. Notons qu'au vu de la faible proportion de contrat à provision strictement positive, si on ramène la provision en proportion du nombre de contrats non rachetés au terme de la projection, celle-ci augmente.

## 8.4 Synthèse

L'engagement de la compagnie d'assurance diminue après application d'une loi de rachat. Par mesure de prudence et puisque le portefeuille n'est pas en *run-off*, ce qui signifie que de nouveaux contrats peuvent être souscrits, nous ne retenons pas cette modélisation pour le calcul de la provision. En revanche, celle-ci reste pertinente pour réaliser des sensibilités du passif aux rachats. En effet, il devient possible de mesurer, une fois la loi intégrée à la projection, l'impact des chocs réglementaires de rachats. Nous donnerons les modalités de ces chocs dans la partie suivante.

Noton enfin que bien que cela eût pu s'avérer délicat à calibrer et implémenter, nous aurions pu essayer d'affiner la modélisation en impliquant une loi d'arbitrage. Néanmoins, il n'existe pas de choc réglementaire impliquant un choc d'arbitrage.

PARTIE IX  
Provisionnement : sensibilités

## 9 Provisionnement : sensibilités

Le calcul du passif en valeur de marché se fait par une évaluation des provisions en best estimate. La provision garantie plancher en tant que provisions techniques intervient donc au passif de la compagnie d'assurance. Le best estimate est une moyenne pondérée de tous flux futurs en fonction de leur probabilité de survenance. La valeur de marché des provisions est alors la somme d'un montant évalué en best estimate et d'une marge pour risque « Risk Margin ».

Pour rappel, le SCR prend en compte tous les risques à l'actif et au passif liés à l'activité d'une compagnie d'assurance. Nous avons vu dans la section 1.7, que l'impact sur le SCR de chaque risque se mesure sur les provisions par l'évaluation d'un choc spécifique.

Les chocs et sensibilités sont alors nécessaires pour mesurer l'adéquation du passif, d'une part au marché et, d'autre part à la fréquence de la sinistralité. S'agissant des garanties plancher associées aux contrats multi-supports, la provision sera recalculée dans chaque scénario choqué.

Si l'analyse des écarts au cours de l'année porte sur l'évolution la plus réaliste des hypothèses de calcul, nous cherchons désormais dans cette partie à évaluer l'impact sur la provision de divers chocs réglementaires réalisés dans le cadre des modules marché et souscription vie.

### 9.1 Le risque de marché

Des sous-modules de risque du SCR marché<sup>20</sup> impactant la sinistralité garantie plancher en cas de décès, nous retenons les risque action et taux. Par souci de simplicité, les chocs associés à ces modules seront assimilés sur le passif à une variation de la valeurs liquidatives des unités de compte de 10% à la hausse comme à la baisse.

Par ailleurs, un choc complémentaire sur la volatilité est effectué.

### 9.2 Risque de souscription vie

Nous avons vu dans la partie 1.6 que la réglementation impose une exigence de capital requis pour faire face aux risques d'une mauvaise évaluation des taux de décès et d'une mauvaise anticipation des taux de sortie par rachat.

Pour le calcul du SCR de souscription vie par la formule standard de l'exigence de capital, nous nous intéressons aux modules mortalité, rachat et catastrophe.

---

20. voir partie 1.6

### 9.2.1 Choc de mortalité

Dans le cadre de la formule standard, le risque de mortalité se traduit par une hausse permanente de la mortalité de 15% par rapport aux tables utilisées pour le calcul de la provision. Ce sont donc les  $q_x$ <sup>21</sup> de la table de mortalité qui augmentent de 15%. Ce choc est appliqué à chaque année de projection et rend compte que davantage d'assurés décèdent avant l'échéance de la garantie. Le seuil est fixé par la directive 2009/138/CE Solvabilité II<sup>22</sup> pour calculer l'exigence de capital requis.

Par ailleurs, le risque de catastrophe en vie<sup>23</sup> se mesure également par un choc sur la table de mortalité. Celui-ci consiste en une hausse soudaine la première année de projection de 0,15 point de pourcentage des taux de mortalité<sup>24</sup>.

Intuitivement le choc de mortalité provoque une hausse des décès à tout âge, ce qui entraîne une hausse du nombre de sinistres à indemniser sur la période de projection. La provision garantie plancher en cas de décès est donc particulièrement sensible au choc réalisé.

Notons par ailleurs que la longévité n'est pas un risque auquel est confronté l'assureur pour la garantie plancher en cas de décès. En effet, en plus de contribuer à une baisse des sinistres, la survie des assurés entraînerait une hausse des prélèvements. Il n'est donc pas nécessaire d'étudier l'impact de ce choc.

### 9.2.2 Chocs de rachat

La mise en œuvre du calcul du SCR rachat fait intervenir trois scénarios distincts :

- Un scénario correspondant à une hausse permanente relative de 50% des taux de rachat : cette hausse est appliquée aux taux de rachats structurels totaux et aux taux de rachats partiels ;
- Un scénario correspondant à une baisse permanente relative de 50% des taux de rachat : les comportements impactés par ce scénario de stress sont les mêmes que dans le cas du scénario de hausse permanente relative de 50% ;
- Un choc ponctuel de 40% de rachats massifs (absolu) : il convient de noter que ce scénario est traduit dans les modèles de projection comme un taux de rachat total de 40% venant s'ajouter en première année de projection au taux de rachat total utilisé pour les calculs de Best Estimate.

---

21. Probabilité de décès pendant l'année pour un individu d'âge  $x$

22. Article 137 de la directive 2009/138/C

23. Article 143 de la directive 2009/138/CE

24. Un point de pourcentage est une unité utilisée pour désigner la différence arithmétique entre deux pourcentages.

### 9.3 Résultats

Nous avons mesuré les sensibilités de la provision par rapport aux différentes hypothèses sur le modèle stochastique. Toutes les provisions sont calculées sur des portefeuilles arrêtés au 31/12/2020 avec des hypothèses de marché calibrées au 31/10/2020.

Concernant les hypothèses de marché, la volatilité est choquée à la hausse et à la baisse et il en est de même pour les valeurs liquidatives.

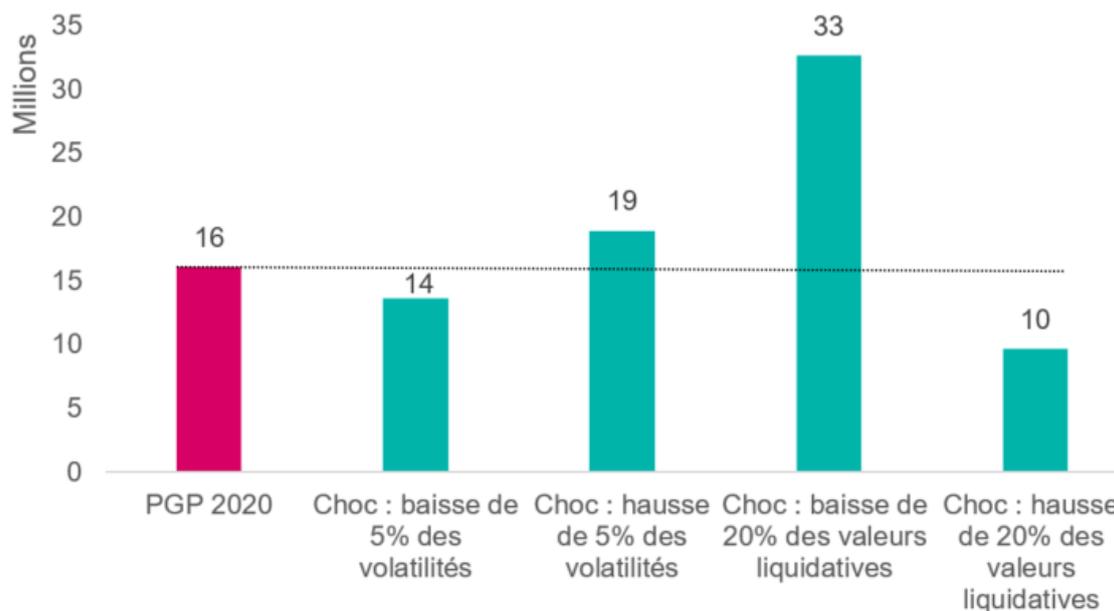


FIGURE 35 – Sensibilités de la provision aux paramètres de marché

Il apparaît que seuls les chocs à la hausse pour la volatilité et à la baisse pour les valeurs liquidatives provoquent une hausse de la provision.

### Impact volatilité

L'engagement de l'assuré reste constant pour tous les chocs liés à la volatilité puisqu'il n'est calculé qu'en fonction du montant de l'épargne initiale sur lequel porte la garantie et des probabilités de survie de l'assuré.

En revanche, à chaque pas de projection l'engagement de l'assureur est impacté à la hausse. En effet, dans le modèle de Black & Scholes le prix d'une option de vente augmente en fonction de la volatilité<sup>25</sup>. Du point de vue de la provision, celle-ci est croissante en fonction de la volatilité. Le choc à la hausse augmente davantage la provision que le choc à la baisse ne la diminue.

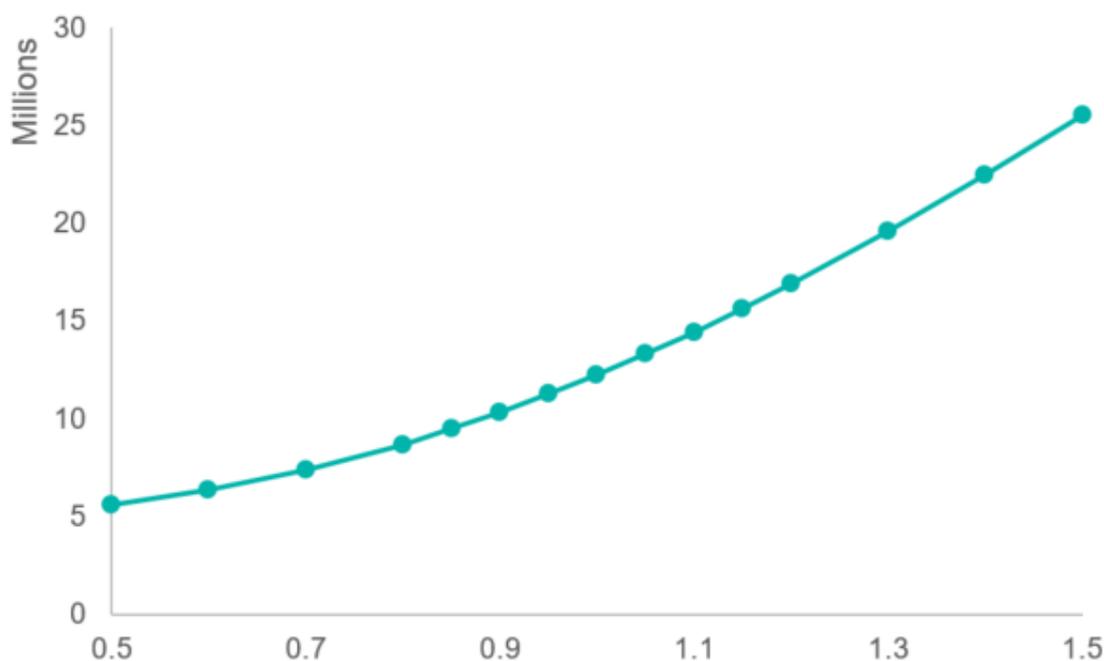


FIGURE 36 – Sensibilités de la provision selon l'amplitude du choc de volatilité

### Impact des valeurs liquidatives

Le montant des sinistres augmente lorsque les valeurs des unités de compte diminuent. Sur les supports en unités de compte, les valeurs liquidatives sont liées à la valeur de rachat de l'épargne. Ainsi, l'engagement assureur et l'engagement assuré sont impactés par un changement de ces valeurs. Ce choc traduit directement un choc de marché. Dans le cas d'un produit qui contient une garantie plancher tarifée a priori, une crise économique est conjointement défavorable à l'assuré et à l'assureur.

Ainsi une baisse de 20% des valeurs liquidatives entraîne une forte hausse de la provision. L'impact du choc sur le montant de provision n'est pas symétrique.

---

25. voir paragraphe 4.6

## Impact décès

Concernant les chocs de mortalité, il a été décidé que la hausse englobe la table de décès réglementaire et la table de décès accidentels. Pour rappel, le choc catastrophe consiste en l'application d'une hypothèse de hausse soudaine de 0,15 point de pourcentage des taux de mortalité en première année

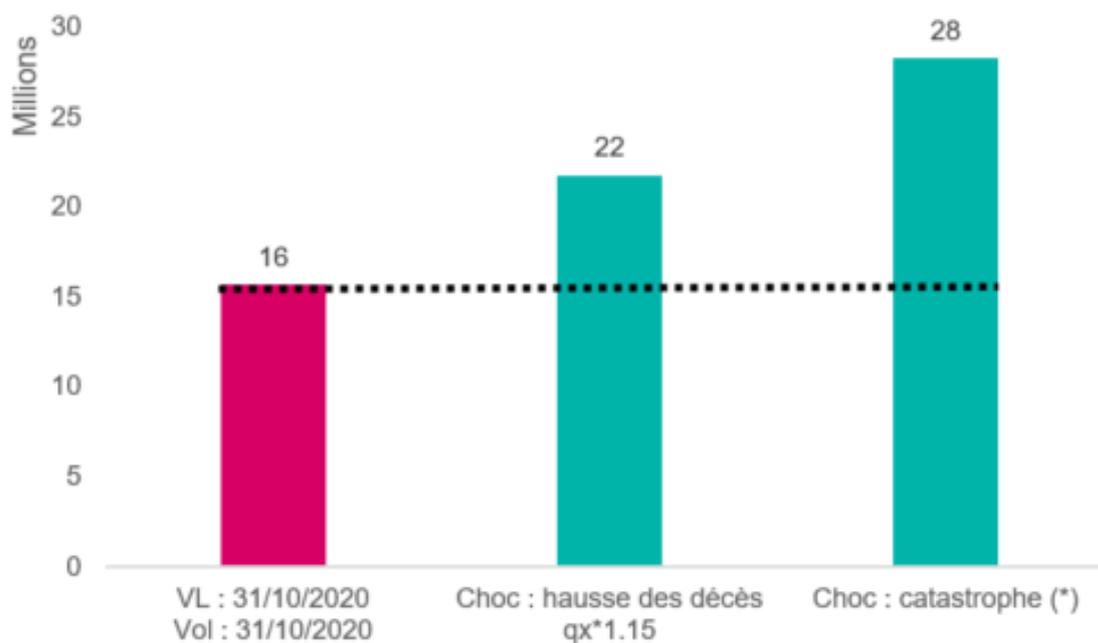


FIGURE 37 – Chocs de mortalité

Le choc de mortalité impacte l'engagement de l'assureur et l'engagement de l'assuré proportionnellement à l'amplitude du choc. La conséquence d'une mauvaise estimation des taux de décès serait double pour l'assureur puisqu'une augmentation des taux de décès entraîne une baisse des taux de survie. La provision est donc fortement impactée par une variation des décès.

Lors du choc catastrophe, l'engagement de l'assureur est pratiquement multiplié par 7 en première année de projection.

## Impact rachat

L'ajout d'une loi de rachat permet d'évaluer la sensibilité de la provision face à une hausse ou une baisse de la proportion de contrats rachetés. Notons que le scénario d'un choc de rachat massif se définit par l'hypothèse d'une hausse soudaine de 0,40 point de pourcentage des taux de rachat en première année de projection.

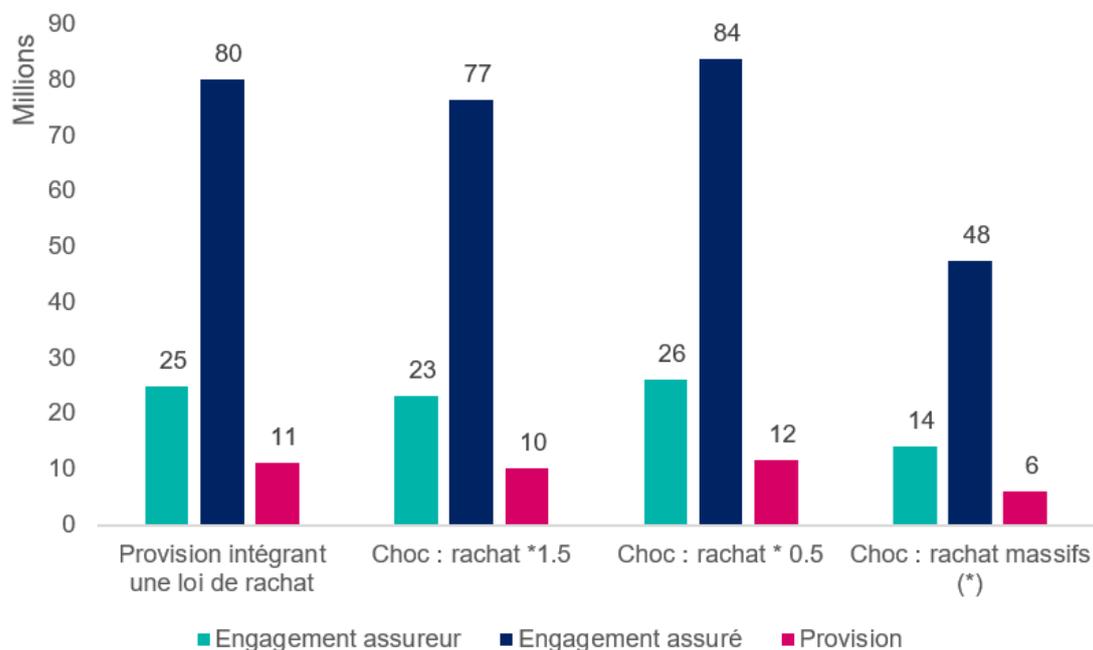


FIGURE 38 – Chocs de rachats

Seule la diminution des rachats entraîne une hausse de la provision garantie plancher. Ceci provient du fait qu'un contrat racheté ne représente plus de risque lié à la garantie pour l'assureur. Par ailleurs, remarquons que la valeur de rachat d'un contrat sera toujours inférieur au montant à la provision associée (provision mathématique et provision garantie plancher combinés). Les chocs sur le passif induisant une hausse des rachat n'auront pas d'impact sur le SCR puisqu'ils viendront diminuer les montants de provision.

## 9.4 Synthèse

Nous avons étudié l'impact des différents chocs de provision qu'il est possible de réaliser dans la « méthode du put moyen pondéré » tant sur les hypothèses actuarielles que financières. La provision est très sensible à la variations des hypothèses de calcul retenues. Les hypothèses sont donc à paramétrer avec prudence puisqu'une faible variation peut entraîner un impact important sur le montant de provision.

Du point de vue des hypothèses financières, le montant de provision s'accroît davantage par une diminution des valeurs liquidatives que par une augmentation des volatilités. Remarquons néanmoins que dans la pratique une variation soudaine des valeurs liquidatives entraîne une hausse des volatilités. Dans l'hypothèse d'une hausse soudaine du marché, les effets de volatilité et de valeurs liquidative se combinent sur la provision et sont de sens opposés. Le montant de provision diminue puisque l'impact du marché compense celui de volatilité. A l'inverse, lors d'un crash boursier les deux effets se cumulent et chacun contribue à élever le montant de provision.

Par ailleurs, la provision est largement impactée par les chocs à la hausse des taux de décès. Le choc catastrophe en vie, qui se traduit par une sur-mortalité dans la première année de projection entraîne une hausse de provision supérieure au choc de mortalité réglementaire. De surcroît, l'assureur court un risque lié à la diminution des rachats.

Historiquement, les assureurs ont davantage été confrontés aux situations de crise comportant de fortes variations de marché qu'à un contexte d'augmentation des décès. Il est particulièrement intéressant de comparer la surmortalité dégagée par la pandémie mondiale de coronavirus à l'amplitude du choc réglementaire catastrophe. Les statistiques sur les données d'état civiles transmises par les mairies à l'INSEE permettent d'évaluer cette sur-mortalité à 9%<sup>26</sup> sur l'année 2020 en France. Remarquons par ailleurs que la sur-mortalité imputée au virus n'a pas été homogène dans la population française. Des études ont notamment montré une sur-représentation des individus âgées de plus de 65 ans.

---

26. Insee Première, n° 1847, Mars 2021

PARTIE X  
Approximation de la provision garantie  
plancher

## 10 Méthode d'approximation de la provision garantie plancher

Le calcul de la provision pour garantie plancher mobilise des ressources de production importantes. La provision se calcule sur le portefeuille des encours éligibles à la garantie après avoir déterminé la valeur liquidative des unités de compte et leur volatilité associée.

Lorsqu'un calcul complet de la provision est réalisé, la composition du portefeuille, les valeurs liquidatives, les volatilités, et le taux technique sont mis à jour. Lorsque les marchés varient fortement, il est nécessaire de relancer un calcul en mettant à jour les valeurs liquidatives. En effet, celles-ci suffisent à correctement retranscrire l'évolution des marchés sur la provision. La modification du portefeuille et des volatilités ne sont pas forcément des éléments déterminants.

Compte tenu des délais de production, il est parfois impossible de réaliser un calcul exact pour cette provision. C'est dans cette optique que nous cherchons à déterminer une approximation de la provision qui intègre l'impact des variations de marché dans son calcul.

Lors du calcul de la provision garantie plancher, sous les hypothèses de marché mises à jour, les valeurs liquidatives des supports en unité de compte sont choquées à la hausse par une augmentation de 5% des valeurs liquidatives et à la baisse par une diminution de 20% des valeurs liquidatives.

L'amplitude des chocs utilisés peut sembler arbitraire ce n'est pourtant pas le cas. Nous avons montré dans la partie précédente que si le montant de provision est effectivement sensible aux variations de marché des unités de compte, l'impact n'est pas symétrique selon le sens du choc. En effet, la garantie plancher est un risque systémique pour l'assureur et une baisse des marchés amène de nombreux contrats dans une situation financière de moins-value. La provision augmente en conséquence et il apparaît alors qu'elle n'est pas linéaire selon l'amplitude du choc à la baisse. En effet, le montant de provision s'accroît davantage au fur et à mesure de la baisse du marché des unités de compte. En d'autres termes, plus la baisse du marché des unités de compte est importante, plus l'augmentation de la provision s'accroît.

Un model-point d'actif donne les différents chocs de marché et leurs impacts relatifs à appliquer à chaque ligne du model-point compte tenu de la composition de l'ISIN considéré. Ces chocs de marché sont initialement calculés dans le cadre de la constitution du SCR marché.

La méthode d'approximation de la provision garantie plancher proposée s'appuie sur :

- les sensibilités à la variation de la valeur des UC qui sont réalisées lors du calcul exact de la provision ;
- l'exposition des produits UC aux différents risques de marché : action, change, taux.

L'utilisation de sensibilités sur la valeur des supports en unité de compte permet la prise en compte de l'exposition garantie plancher d'un produit commercial aux variations des paramètres de marché. En effet, les produits garantie plancher ne sont pas exposés de la même façon au risque financier. Les sensibilités rendent compte de la distribution des capitaux sous risque. Un produit nouvellement commercialisé est par exemple davantage exposé à une baisse du marché qui mettrait l'ensemble des contrats en situation de moins-value.

## 10.1 Calcul du SCR marché

Le SCR marché a pour objectif de mesurer le capital nécessaire à l'organisme soumis à Solvabilité II pour faire face au risque de marché lié à ses actifs. Ce risque de marché résulte de la variation des prix de marché des instruments financiers.

La formule standard proposée par le régulateur fournit une méthodologie de calcul basée sur une agrégation des différents sous-modules de risque du SCR marché. Pour rappel, une cartographie des risques de marché est donnée par la table 1<sup>27</sup> dans le paragraphe introduisant le ratio de solvabilité. Ce tableau indique le niveau des chocs à appliquer en formule standard sur les principales classes d'actifs financiers pour le calcul du SCR marché.

Le module action vise à quantifier l'impact d'une baisse soudaine des marchés actions sur la valeur du bilan de l'assureur. Pour chaque instrument appartenant, ou ayant un actif sous-jacent appartenant, à l'une des catégories ci-dessus, le SCR se calcule comme la perte induite par le choc instantané à la baisse applicable à la catégorie tel que décrite dans le paragraphe ci-dessous.

Les actions type 1 et type 2 se distinguent précisément. Seuls les actions cotées sur un marché réglementé ou échangées sur une plateforme multilatérale de négociation dans un pays membre de l'Union européenne ou de l'OCDE et certains fonds d'investissement à vocation sociale sont considérée comme type 1. Le choc à appliquer sur les encours en formule standard est de 39%.

Le reste des investissements en action est classé en type 2 avec une charge de capital de 49%. Ce sont les actions listées hors OCDE, les actions non listées, les Hedge funds, les matières premières et autres instruments non classés dans un module du risque de marché.

Le mécanisme de dampener permet de réduire l'impact sur les assureurs des effets pro-cycliques liés aux mouvements de marché action. L'objectif est notamment de réduire le chargement en capital de l'assureur en cas de baisse brutale des actions. Il est calculé en fonction de la distance d'un indice action à sa moyenne mobile 3 ans. Cet ajustement systémique varie entre -10% et 10% et vient s'ajouter au choc réglementaire.

### 10.1.1 Impact des différents chocs de marché sur les compartiments euro et UC

Les chocs concernant les modules de taux et de spread ont principalement un impact sur l'épargne en euro. Inversement les risques actions et immobilier ne concernent que les unités de compte.

La composition du SCR marché peut donc être largement impactée par les arbitrages euro-UC.

### 10.1.2 Composition du SCR marché

Le calcul du SCR Marché repose sur un nombre significatif de données relatives à chaque ligne d'actifs. Pour une évaluation rigoureuse de la charge en capital appréciée pour chaque sous module de risque, ces données se doivent d'être exhaustives et fiables.

---

27. page 14

La décomposition du SCR de marché aux différents arrêts annuels met en évidence une exposition importante aux risques action, taux et change. Le risque lié à l'immobilier et aux spread est faible, nous les négligerons dans notre approche. Trouver des indicateurs pour mesurer l'impact des variations de l'immobilier et des spread serait nécessaire dans l'hypothèse d'une exposition au risque qui s'accroît sur le portefeuille d'actif et de variations significatives des marchés spread et immobilier entre deux périodes d'évaluation de la provision.

La décomposition du SCR de marché aux arrêts annuels de 2019 et 2020 est donnée ci-dessous :

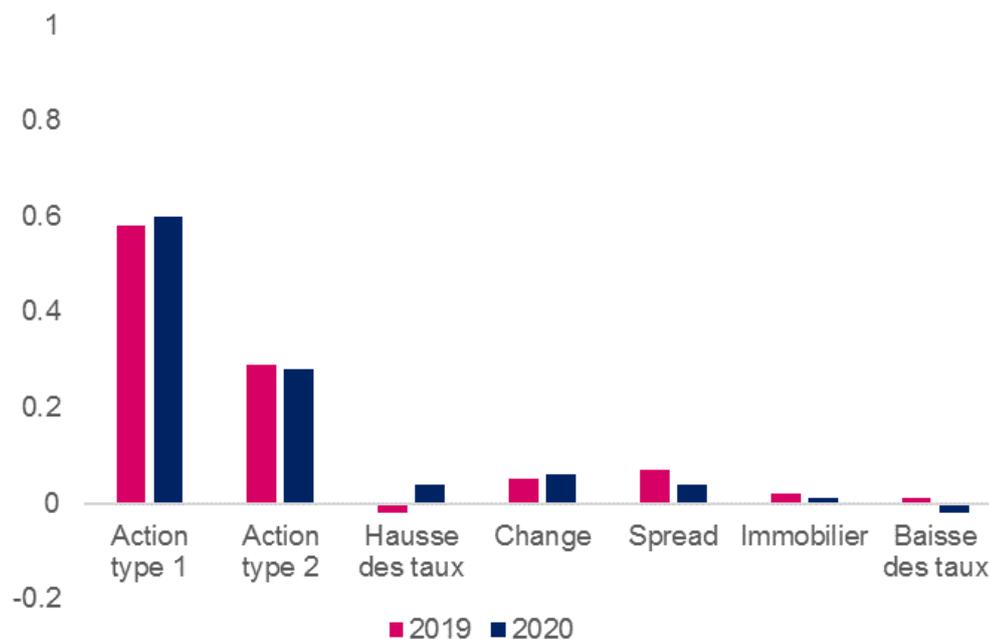


FIGURE 39 – Méthodologie d'approximation

Ainsi des différents risques de marché qui composent le SCR nous en retenons 3 pour l'estimation de la provision :

- les risques action type 1 et 2 ;
- le risque de change ;
- le risque de taux.

## 10.2 Exposition des UC au risque de marché

A une date d'arrêté donnée, un model-point fournit le niveau relatif des différents chocs de marché à appliquer à chaque ligne d'actif compte tenu de sa composition. Pour chaque ligne du model-point d'actif, les chocs réglementaires sont donc calibrés en proportion du montant sous risque.

Pour un actif donné, le montant exposé à chaque sous-module de risque de marché se déduit par la formule suivante :

$$\text{Montant exposé}_{\text{ss-module de risque}} = \frac{\text{Amplitude}_{\text{choc}}}{\text{Coef réglementaire}_{\text{choc}} * \text{Valeur boursière de l'actif}}$$

En agrégeant les montants, nous avons reconstitué le poids des sous-modules de risque sur la valeur d'un support en unités de compte.

Le calcul de la provision est réalisé pour chaque produit commercial. A partir de la liste des supports éligibles à la garantie plancher et des encours à la date d'inventaire, nous pouvons déduire l'exposition du produit commercial aux facteurs de risque considérés.

### 10.2.1 Exposition aux actions

#### Action type 1

Les actions type 1 représentent une grande partie de l'exposition des encours garantie plancher de CNP assurances. Ce sont des actions européennes, cotées en bourse. Dans le calcul du SCR de marché sur le risque action, le choc appliqué est de 39% plus ou moins le dampener.

#### Action type 2

Au 31/12/2020, les actions type 2 représentent 8% de l'exposition des encours garantie plancher de CNP assurances. Nous constatons donc une exposition relativement faible. Par ailleurs, compte tenu de la diversité des supports, il serait plus délicat de trouver une corrélation entre la valeur des actions type 2 et un indice donné. Notons toutefois que dans le calcul du SCR de marché sur le risque action, le choc appliqué est de 49% plus ou moins le dampener.

Etant donné que plus de 90% des encours en unités de compte sont émises en France, nous pouvons supposer dans la suite que la valeur de ces actions est indexée au CAC 40.

### 10.2.2 Exposition au change

Dans le calcul du SCR de marché sur le risque de change, le choc appliqué est de 25%. Le dollar et l'euro étant les deux devises principales, nous retenons la parité entre ces deux devises comme facteur de risque. Par ailleurs, une augmentation du prix d'un euro en dollar conduirait à une hausse des valeurs de marché et donc à une baisse de la provision.

### 10.2.3 Exposition au taux

Le besoin en capital du risque de taux est égal à la perte maximum générée par une hausse ou une baisse de la courbe de taux selon les scénarios EIOPA. Pour chaque support, la courbe de taux est choquée à la hausse ou à la baisse. Notons que les taux négatifs ne sont pas choqués sous Solvabilité 2.

Le choc de taux d'intérêt impacte particulièrement la valeur des obligations. Le choc appliqué dépend de la maturité de chaque produit financier.

Maturité en année	Choc à la hausse	Choc à la baisse
1 ou moins	70%	-75%
2	70%	-65%
3	64%	-56%
4	59%	-50%
5	55%	-46%
6	52%	-42%
7	49%	-39%
8	47%	-36%
9	44%	-33%
10	42%	-31%
11	39%	-30%
12	37%	-29%
13	35%	-28%
14	34%	-28%
15	33%	-27%
16	31%	-28%
17	30%	-28%
18	29%	-28%
19	27%	-29%
20	26%	-29%
90 ou plus	20%	-20%

TABLE 6 – Choc réglementaire à appliquer selon la maturité du produit financier

Pour reconstituer l'amplitude du choc :

- Nous récupérons la duration associée à chaque ISIN présente sur le model-point ;
- le choc de taux absolu est calculé par interpolation linéaire à partir de la duration exacte et des chocs de taux définis par la réglementation pour chaque maturité entière.

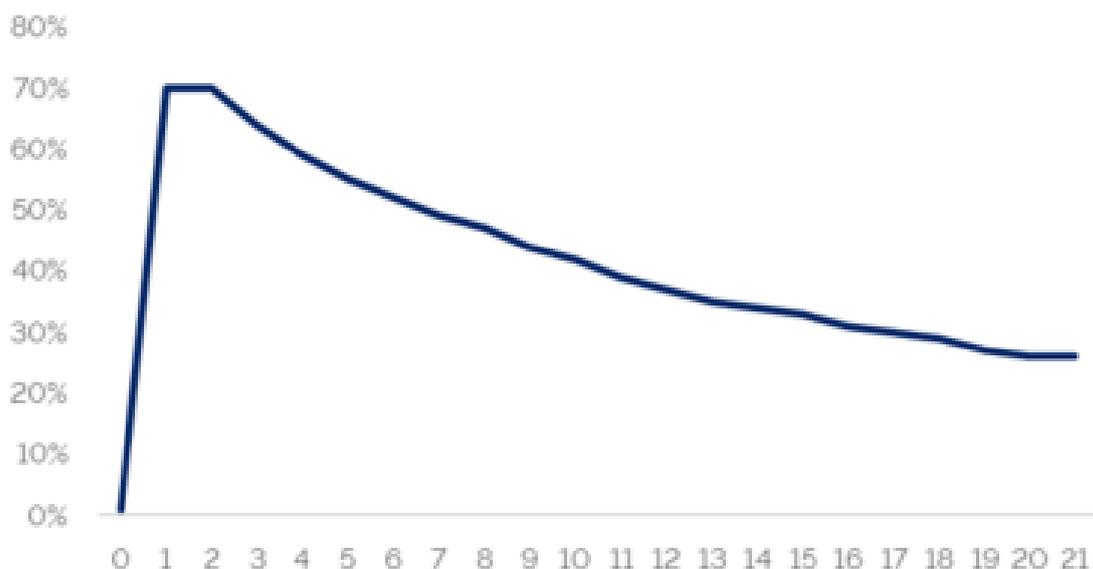


FIGURE 40 – Hausse des taux : interpolation linéaire du choc en fonction de la duration

### 10.3 Approximation de la provision garantie plancher

Nous réalisons une approximation de la provision garantie plancher en D2 à partir de la provision et des deux sensibilités sur les valeurs liquidatives calculés en D1. L'idée consiste à exprimer l'impact de chaque évolution de marché indépendamment (action, taux et change) en fonction de l'impact d'une sensibilité réalisé à une première date de référence sur les valeurs liquidatives des unités de compte. La variation de provision est alors proratisée pour chaque critère selon la variation du risque de marché considéré entre deux dates et selon l'exposition des unités de compte à ce risque.

Le montant de provision évoluant de façon exponentielle selon la baisse des marchés, choisir un choc à la baisse de 20%, permet d'être prudent sur la proratisation du choc et de ne pas sous-estimer la conséquence d'une baisse importante des marchés. De plus, par expérience des exercices précédents, les variations n'ont pas dépassé le seuil de 20%<sup>28</sup>. Lors d'un choc à la hausse, le montant de provision évolue plus linéairement et l'enjeu lié à la proratisation du choc est moindre. L'amplitude est donc fixée à +5% ce qui correspond davantage à des anticipations auxquelles l'assureur peut s'attendre sur les marchés.

Nous considérons que le marché financier est correctement représenté par trois indicateurs financiers de référence dont nous constatons les valeur en D1 et D2. Ces indices sont le CAC 40 ; la parité euro/dollar et le TEC10.

28. Si d'aventure nous observions une variation « extrême », les hypothèses nécessaire au calcul de la provision seraient alors mises à jour

En considérant le sens des variations de ces paramètres, la provision est donnée par la formule suivante

$$GPL_{D2} = GPL_{D1} + \frac{\Delta_{CAC} * Exposition_{CAC40} * Impact_{SensiVL}^1}{Amplitude_{SensiVL}^1} + \frac{\Delta_{Change} * Exposition_{Change} * Impact_{SensiVL}^2}{Amplitude_{SensiVL}^2} + \frac{\Delta_{Taux} * Exposition_{Taux} * Impact_{SensiVL}^3}{Amplitude_{SensiVL}^3}$$

- $GPL_{D1}$  : provision GPL à la date D1 ;
- $\Delta_{CAC}$ ,  $\Delta_{Change}$ ,  $\Delta_{Taux}$  : variation du CAC40, du taux de change et du TEC10 entre D1 et D2 ;
- $Exposition_{CAC}$ ,  $Exposition_{Change}$ ,  $Exposition_{taux}$  : exposition en D2 aux actions de type 1 et 2, au taux de change, et à la hausse des taux ;
- $Amplitude_{SensiVL}$  : amplitude du choc sur les VL. L'amplitude à la hausse (respectivement à la baisse) vaut 5% (resp. -20%) ;
- $Impact_{SensiVL}$  : variation de la provision lors des sensibilités réalisées en D1

Nous pouvons résumer la méthodologie de l'approximation de la provision par le schéma suivant.

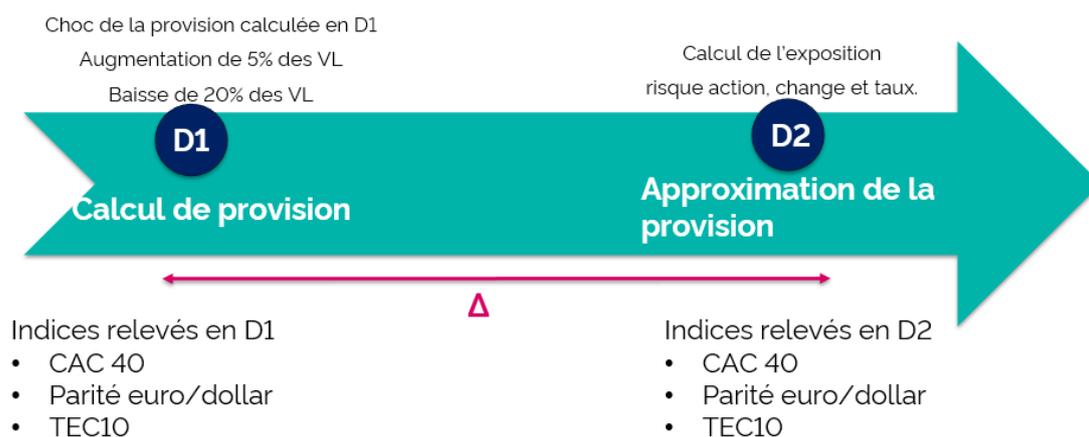


FIGURE 41 – Méthodologie d'approximation

Le calcul se déroule en quatre étapes distinctes que nous détaillons ci-dessous.

— **Calcul des provisions en D1**

Lors d'un premier calcul de la provision, sous les hypothèses de marché mises à jour, les valeurs liquidatives des supports UC sont choquées à la hausse par une augmentation de 5% des VL et à la baisse par une diminution de 20% des VL.

— **Model-point d’actif en D2**

L’exposition des supports éligibles à la garantie plancher est calculée pour les risques actions, change et taux à l’aide du model-point d’actif. Le model point d’actif retenu est celui dont la date est la plus proche de D2, la date l’estimation de la provision.

— **Situation financière anticipée en D2**

La situation financière (SF) permet d’associer à chaque produit commercial l’exposition UC correspondante.

— **Provision D2**

Pour réaliser l’estimation de la provision nous utilisons les sensibilités sur les valeurs liquidatives en D1 et exprimons la variation de nos hypothèses en terme d’impact sur les valeurs liquidatives. Nous calculons la variation relative de l’indice du CAC40 et du taux de change entre la D1 et la D2. Le sens de la sensibilité sur les VL retenu pour l’estimation de la provision doit coïncider avec le sens de variation du paramètre considéré (niveau du CAC40, du TEC10 et des taux de change). Ainsi dans le cas d’une variation positive, nous utilisons le choc à la hausse sur les VL. Inversement, pour une variation négative, nous utilisons le choc à la baisse des VL.

Notons que dans le cas d’une variation favorable du CAC40 et d’une variation défavorable du change, la sensibilité à la hausse est utilisée pour la partie de l’estimation concernant la variation du CAC40 et la sensibilité à la baisse est utilisée sur la partie concernant le change.

## 10.4 Backtesting

Pour justifier de la qualité de notre approche, nous avons backtesté notre méthode d’estimation à plusieurs dates de calcul de la provision. Nous présentons ci-dessous une estimation de la provision au 30 juin 2020 à partir d’un calcul de provision réalisé au 30 avril 2020.

Au 31/04/2020, la provision valait 16.3 M€ :

- La hausse des valeurs liquidatives de 5% conduisait à une baisse de la provision de 2 M€.
- La baisse des valeurs liquidatives de 20% conduisait à une hausse de la provision de 11 M€.

Les tableaux ci-dessous présentent la variation du niveau des indices retenus entre les deux dates et les expositions calculées à chaque facteur de risque. La provision est alors estimée au 30/06/2020.

Indice	30/04/2020	30/06/2020	Variation
CAC 40	4393	4920	12%
Parité euro/dollar	1.09	1.12	3%
TEC 10	-0.11%	-0.12%	13%

TABLE 7 – Evolution des indices de marché retenus

Exposition	30/06/2020
Action type 1	35%
Action type 2	17%
Change	17%
TEC 10	2%

TABLE 8 – Exposition aux facteurs de risque

Le graphique ci-dessous détaille le calcul de la provision et compare le résultat avec la provision calculée de manière exacte :

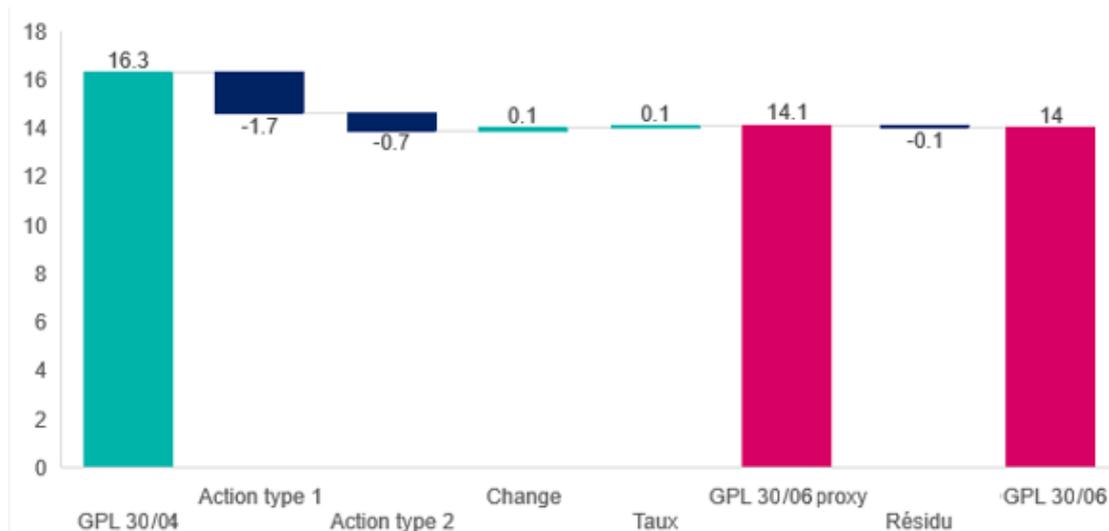


FIGURE 42 – Backtesting 30/06/2020 à partir du 30/04/2020

L'impact des variations de marché est clairement identifié par l'intermédiaire des composantes action, change et taux. Cette décomposition permet ainsi d'analyser et justifier les variations constatées sur la provision.

- **L'augmentation du CAC40 est de 12%**  
La valeur des actions augmente ce qui contribue directement à une valorisation plus importante des supports d'épargne en unités de compte.  
La hausse du prix des actions permet donc une diminution du montant provisionné.
- **L'augmentation de l'euro par rapport au dollar est de 3%**  
L'euro se renforce par rapport au dollar. La valeur des actifs détenus en devise étrangère diminue compte tenu d'une évolution défavorable des taux de change sur la période.  
La conséquence est une baisse de la valeur de l'épargne et donc une hausse de la provision.
- **La baisse des taux emprunt état à horizon 10ans est de 13%**  
A première vue, le résultat donné par l'estimateur peut sembler contre-intuitif. En effet, une baisse des taux longs devrait se traduire par une hausse de la valeur de marché des titres obligataires émis par l'Etat et par conséquent de la VL des UC qui en contiennent de

façon significative. Nous devrions alors, en théorie, constater une diminution de la provision. Les variations observées sur les actifs ne représentent donc pas la variation attendue sur la valeur des obligations.

Notre estimation de l'impact taux s'appuie sur le résultat d'un choc qui est réalisé sur les différents actifs dans le cadre du calcul du SCR marché. Le produit étudié étant commissionné, nous identifions ici, dans le calcul du SCR marché, un effet de modèle lié à l'évolution du modèle interne à la CNP entre 2019 et 2020. Ce nouveau modèle intègre la mutualisation des commissions entre les supports en euro et les unités de compte.

L'ensemble des back-testing pour le modèle d'estimation a été réalisé dans le contexte d'une baisse légère et ininterrompue des taux. Nous n'avons pas pu réaliser de back-testing sur une période de forte hausse des taux<sup>29</sup>.

---

29. Les back-testing sur d'autres périodes d'évaluation sont néanmoins disponibles en annexe.

## 10.5 Synthèse

La garantie plancher est un engagement dont l'assureur souhaite estimer le montant à n'importe quelle date. Cette demande a conduit au développement d'un outil de calcul qui ajuste le montant de provision aux fluctuations du marché en terme de valorisation des actions, de taux et de change. Les indices retenus pour calibrer ces trois hypothèses sont respectivement le CAC40, le TEC10 et le change euro/dollar. Notons toutefois que la méthode reste applicable pour tout indice reflétant correctement les risques de marché du portefeuille d'actif. L'étude du poids et de la composition de chaque support en unité de compte dans l'encours éligible à la garantie permet d'associer un coefficient de corrélation aux différents indices retenus.

La méthode d'estimation proposée dans cette section permet d'obtenir rapidement une vision de l'évolution du montant de provision. Un back-testing a montré une certaine robustesse de la méthode. Jugée satisfaisante, celle-ci reflète correctement l'impact des variations de marché.

Le montant de provision étant fortement relié à la santé des marchés, ce calcul s'inscrit dans une démarche dont l'objectif consiste, pour l'assureur, à affiner le suivi du risque financier. L'idée est d'établir un signal d'alerte qui permette de réagir en conséquence face à une potentielle hausse des capitaux sous risque généré par une baisse du marché.

## Conclusion

Les unités de compte font peser un risque de perte en capital aux assurés ayant souscrit un contrat d'assurance vie multi-support. La valeur de rachat d'un contrat d'épargne varie plus ou moins avec la volatilité du marché, selon la répartition de l'encours entre les différents supports. La garantie plancher s'inscrit dans une démarche de sécurisation de l'épargne en garantissant un capital minimal en cas de sinistre survenant à l'assuré. Le risque de marché pesant initialement sur l'assuré est en partie partagé par l'assureur. La dimension assurancielle qui est incorporée aux activités de rendement financier confronte alors l'assureur à un risque d'augmentation des montants investis sur les supports en unité de compte.

La gestion du risque en assurance se fonde principalement sur la diversification et la mutualisation. A partir de l'historique des données d'un produit, les techniques actuarielles permettent de prédire le nombre de sinistres d'une garantie plancher en cas de décès. En effet, le risque de mortalité est ordinaire pour une compagnie d'assurance qui est habituée à le neutraliser. Les études techniques réalisées dans ce mémoire mesurent ce risque par l'utilisation d'une table d'expérience pour les décès accidentels et d'une table de mortalité réglementaire pour les décès toutes causes. L'incertitude qui pourrait provenir d'une mauvaise estimation des taux de mortalité est faible. La pandémie de COVID-19 est une illustration récente d'un phénomène impactant la mortalité. Cette crise mondiale n'a toutefois eu qu'une conséquence limitée sur la valeur des taux de mortalité, bien en deçà du niveau des chocs réglementaires. De plus, seuls les individus âgés, généralement exclus du périmètre d'éligibilité des garanties plancher décès, ont été touchés par un phénomène de sur-mortalité.

Le risque financier se traduit directement sur le montant des sinistres et apparait comme prépondérant sur le montant de prestations futures versées au titre de la garantie plancher. Lorsque les indices boursiers s'effondrent, beaucoup de polices sont affectées au même instant. La garantie plancher confronte ainsi les assureurs à un risque systémique et non diversifiable. Il est alors indispensable d'utiliser des techniques financières pour prévoir le coût de la sinistralité future.

Pour un assureur qui propose la garantie, la provision peut être perçue comme une mesure prudente et prospective des coûts à long terme. Une méthodologie de projection est alors nécessaire pour comprendre les enjeux de ces garanties et mettre en œuvre des stratégies de couverture. Les engagements sont projetés selon un scénario financier, qu'il soit calibré selon les hypothèses d'une évolution déterministe des encours ou stochastique. L'évaluation d'un scénario considéré comme vraisemblable reste subjective. Dans le contexte d'un marché perturbé par une crise sanitaire imposant confinement et ralentissement économique, notre analyse dévoile l'impact de la variation de chaque paramètre de calcul sur la provision garantie plancher.

La directive Solvabilité 2 définit le capital de solvabilité requis (SCR). Son montant dépend notamment de l'impact de différents chocs réglementaires sur l'actif et le passif d'une compagnie d'assurance. Les provisions étant inscrites au passif, la garantie plancher représente pour la compagnie d'assurance non seulement un coût en terme de sinistralité mais également en terme de capital.

La distribution des encours à date de calcul étant considérée comme figée, les modélisations utilisées pour le provisionnement n'incluent pas de loi de rachat. Considérer l'ensemble des risques liés à la garantie nous a conduit à ajouter l'option de rachat pour incorporer une dimension sur laquelle il est possible de réaliser des sensibilités à la hausse comme à la baisse. Par ailleurs, le

module de souscription vie du SCR exploite les résultats de chocs de rachat. Nous observons néanmoins que seule une baisse des rachats entraîne une hausse du montant provisionné. En effet, un contrat racheté ne représente plus de risque du point de vue de la garantie plancher.

Il apparaît alors très clairement que l'essentiel du capital de solvabilité requis pour la garantie plancher provient du choc action. La couverture adéquate est donc financière et son objectif est essentiellement d'absorber l'impact de ce choc.

La hausse des investissements et des montants arbitrés sur les supports en unité de compte font de l'appréciation du risque lié aux garanties plancher un enjeu pour les assureurs. Une offre diversifiée de supports permet en théorie de réduire ce risque puisque la baisse de la valeur d'un support pourrait être compensée par les bénéfices dégagés sur les autres supports. Cependant, la diversification possède des limites. Ce mémoire montre à travers l'étude des crises économiques passées que tous les supports en unité de compte sont fortement corrélés entre eux. Ils dépendent en effet du même marché et des mêmes conditions de taux.

Face à des fluctuations financières parfois difficilement prévisibles, un assureur doit suivre au plus près le risque de marché. Cependant, les données nécessaires à l'application de la formule de Black & Scholes, que nous utilisons pour le calcul de provisions, ne sont pas toujours disponibles. Pour répondre à cette problématique, nous avons construit une méthode d'estimation de la provision qui s'appuie sur une évaluation de la corrélation entre les supports en unité de compte et les indices généraux du marché. Notre approche, qui prend en compte les expositions des unités de compte à chaque sous module de risque de marché, a été justifiée par un back-testing.

L'enjeu de ce mémoire résidait davantage dans la corrélation à l'indice du CAC40 et l'interprétation des variations de provision que dans une comparaison des méthodes de calcul. Cependant, nous aurions pu utiliser d'autres méthodes pour simuler la trajectoire des unités de compte, notamment par Monte-Carlo avec un grand nombre de simulations. Cette dernière solution est toutefois plus coûteuse en temps de calcul.

## Glossaire

**ACAV** : l'Assurances à Capital Variable permet de comptabiliser les plus ou moins-values potentielles sur les contrats.

**ACPR** : l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution est le régulateur chargée de la surveillance de l'activité des banques et des assurances en France.

**CSR** : le Capital Sous Risque correspond au montant supplémentaire versé par l'assureur au titre de l'activation d'une garantie plancher.

**EIOPA** : l'*European Insurance and Occupational Pensions Authority* regroupe, pour le domaine des assurances, l'ensemble des autorités de contrôle des États participants dans le cadre de la directive Solvabilité II.

**ISIN** : l'*International Securities Identification Numbers* permet l'identification des différents actifs financiers associé aux supports en unité de compte.

**ORSA** : l'*Own Risk and Solvency Assessment* constitue un outil d'analyse décisionnelle et stratégique visant à évaluer, de manière continue et prospective, le besoin global de solvabilité lié au profil de risque spécifique à un organisme assureur concerné par l'application de la norme Solvabilité II.

**TEC10** : le Taux de l'Echéance Constante à 10 ans correspondant au taux de rendement actuariel d'une obligation du Trésor fictive dont la durée serait de 10 ans.

**TME** : le Taux moyen d'emprunt d'État est l'indice de référence permettant de déterminer les taux techniques maxima utilisables pour les opérations d'assurance vie.

## Liste des abréviations

**IC** : Intérêts Crédités au titre des taux minimums garanti sur un contrat d'épargne en euro

**PB** : Participation aux Bénéfices versée dans l'année sur le fonds euro

**PGP** : Provision Garantie Plancher

**PM** : Provision Mathématique

**PNA** : Produit Net d'Assurance

**PPE** : Provision pour Participation aux Excédents

**SCR** : *Solvency Capital Requirement* ou capital de solvabilité requis

**UC** : Unité de Compte

**VAP** : Valeur Actuelle Probable

**VL** : Valeur Liquidative d'un support en unité de compte

**Vol** : Volatilité d'un support en unité de compte

## Table des figures

1	Evolution de l'ajustement symétrique (dampener) au cours des 5 dernières années	15
2	Illustration du capital sous risque	23
3	Valeur de marché d'une unité de compte	23
4	Couverture financière théorique	26
5	Calcul d'une volatilité unique à chaque contrat	38
6	Flux valorisant le capital plancher d'un contrat d'épargne	42
7	Architecture du programme de calcul	45
8	Distribution de l'encours détenu par âge	50
9	Répartition de l'encours par tranche d'âge	50
10	Distribution des taux d'UC par tranche d'âge	52
11	Historique des taux d'UC sur les primes libres versées depuis 2010	53
12	Distribution des taux d'UC par année de souscription du contrat	53
13	Répartition des sinistres garantie plancher par catégorie d'âge	55
14	Proportion de sinistres garantie plancher décès indemnisés	55
15	Cotation du CAC 40 entre 2007 et 2020	56
16	Sinistre indemnisés / primes garantie plancher versées	57
17	Projection simplifiée d'un contrat multi-support	58
18	Evolution de la valeur de rachat de l'épargne au 31/12 de chaque année	59
19	Evolution de l'indice du CAC40 au 31/12	59
20	Evolution des taux de revalorisation	59
21	Part du capital plancher recouverte par la PB en fonction de l'ancienneté des contrats	60
22	Répartition des capitaux sous risque par modalité de garantie plancher au 31/12/2020	61
23	Part des contrats avec un capital sous risque positif au 31/12/2020 selon leur année de souscription	62
24	Chronologie de la mise à jour des hypothèses sur les produits garantie plancher	65
25	Sensibilité de la provision à l'âge des assurés	66
26	Part de décès accidentels selon la table d'expérience et la table réglementaire	68
27	Evolution de la population survivante selon les différentes tables	70
28	Calcul de la provision garantie plancher selon les tables de décès utilisées	71
29	Evolution du montant d'engagement assureur et assuré pour un contrat donné sur les 50 années de projection	72
30	Montant de provision calculé par chacune des deux méthodes	74
31	Résultats de la méthode du put	75
32	Analyse des écarts du montant de provision au 31/10/2020	76
33	Historique de la volatilité de l'indice du CAC 40	77
34	Impact de l'ajout d'une loi de rachat sur la projection au 31 décembre 2020	81
35	Sensibilités de la provision aux paramètres de marché	86
36	Sensibilités de la provision selon l'amplitude du choc de volatilité	87
37	Chocs de mortalité	88
38	Chocs de rachats	89
39	Méthodologie d'approximation	94
40	Hausse des taux : interpolation linéaire du choc en fonction de la durée	97
41	Méthodologie d'approximation	98
42	Backtesting 30/06/2020 à partir du 30/04/2020	100
43	Backtesting 31/12/2020 à partir du 31/10/2020	112

44	Backtesting 31/12/2018 à partir du 31/10/2018 . . . . .	114
----	---	-----

## Liste des tableaux

1	Classification des chocs de marché . . . . .	14
2	Matrice de corrélation : SCR marché . . . . .	16
3	Matrice de corrélation : SCR souscription vie . . . . .	17
4	Taux d'UC calculé selon le niveau de garantie plancher associé au contrat . . . . .	51
5	Indice du CAC 40 . . . . .	76
6	Choc réglementaire à appliquer selon la maturité du produit financier . . . . .	96
7	Evolution des indices de marché retenus . . . . .	99
8	Exposition aux facteurs de risque . . . . .	100
9	Evolution des indices de marché retenus . . . . .	111
10	Exposition aux facteurs de risque . . . . .	111
11	Evolution des indices de marché retenus . . . . .	113
12	Exposition aux facteurs de risque . . . . .	113

## Références

- [1] LEGIFRANCE (2021) *Code des Assurances*
- [2] COMMISSION EUROPEENE (2009) : *Directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice. (Solvabilité 2)*
- [3] CCA (Août 2003) *Rapport sur les contrats en unité de compte à garantie plancher*
- [4] C.IZART (2017) *Le fonctionnement du contrat d'assurance vie*, CEA 1ère année
- [5] Sylvie LE MINEZ, Valérie ROUX (Insee)(2021) *2020 : une hausse des décès inédite depuis 70 ans*, INSEE
- [6] ACPR (2015) *Notice « Solvabilité II » : Provisions techniques*
- [7] M. CORRE (2005) *Description de la garantie plancher et méthodes de calcul du provisionnement de la garantie plancher en cas de vie*, mémoire d'actuariat
- [8] T. MOUDIKI, X. MILHAUD (2008) *Evaluation et couverture de garanties plancher sur des contrats en unité de compte*
- [9] I. DOULLAYE OUSSEINI (2016) *Etude sous Solvabilité 2 d'un contrat d'assurance-vie en unités de compte avec garantie plancher en cas de décès et en cas de vie.*, mémoire d'actuariat
- [10] M. COTTIN (2014) *provisionnement de la garantie plancher : alternative et modélisation.*, mémoire d'actuariat
- [11] A.EYRAUD-LOISEL (2019) *Note de cours : théorie des options* , ISFA
- [12] F.PLANCHET P. THEROND (20XX) *Garanties plancher sur les contrats en unité de compte : approche par simulation* , ISFA
- [13] F.PLANCHET (2021) *Les garanties « plancher » sur les contrats en unités de compte (GMDB)* , note de cours ISFA
- [14] F.BLACK, M.SCHOLES (1973) *The pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy
- [15] R. GOUNE (2016) *Calibrage de loi de rachat structurel sur un portefeuille d'épargne : méthode d'apprentissage et approche actuarielle*, mémoire d'actuariat
- [16] LES ECHOS (sept. 2015) *Aout 2015 a été le pire mois boursier depuis quatre ans* , site internet
- [17] Cours CEA (2017) *Calcul des provisions techniques vie*, Certificat d'Expertise Actuarielle.
- [18] TRADINGVIEW (2021) *Cours du CAC 40*,

# Annexes

## Annexe 1

### *Article 84*

#### **Caractère approprié du niveau des provisions techniques**

Sur demande des autorités de contrôle, les entreprises d'assurance et de réassurance démontrent le caractère approprié du niveau de leurs provisions techniques, ainsi que l'applicabilité et la pertinence des méthodes qu'elles appliquent et l'adéquation des données statistiques sous-jacentes qu'elles utilisent.

## Annexe 2

### *Article 105*

#### **Calcul du capital de solvabilité requis de base**

5. Le module « risque de marché » reflète le risque lié au niveau ou à la volatilité de la valeur de marché des instruments financiers ayant un impact sur la valeur des actifs et des passifs de l'entreprise concernée. Il reflète de manière adéquate toute inadéquation structurelle entre les actifs et les passifs, en particulier au regard de leur duration.

Il est calculé, conformément au point 4 de l'annexe IV, comme résultant de la combinaison des exigences de capital applicables aux sous-modules suivants au moins :

- a) la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant la courbe des taux d'intérêt ou la volatilité des taux d'intérêt (risque de taux d'intérêt) ;
- b) la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité de la valeur de marché des actions (risque sur actions) ;
- c) la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité de la valeur de marché des actifs immobiliers (risque sur actifs immobiliers) ;
- d) la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité des marges (« spreads ») de crédit par rapport à la courbe des taux d'intérêt sans risque (risque lié à la marge) ;
- e) la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité des taux de change (risque de change) ;
- f) les risques supplémentaires supportés par l'entreprise d'assurance ou de réassurance du fait soit d'un manque de diversification de son portefeuille d'actifs, soit d'une exposition importante au risque de défaut d'un seul émetteur de valeurs mobilières ou d'un groupe d'émetteurs liés (concentrations du risque de marché).

## Annexe 3

### Estimation au 31 décembre 2020

Au 31/10/2020, la provision valait 14.9 M€ :

- La hausse des valeurs liquidatives de 5% conduisait à une baisse de la provision de 1.1 M€.
- La baisse des valeurs liquidatives de 20% conduisait à une hausse de la provision de 6.5 M€.

Les tableaux ci-dessous présentent la variation du niveau des indices retenus entre les deux dates et les expositions calculées à chaque facteur de risque. La provision est alors estimée au 31/10/2020.

Indice	30/10/2020	30/12/2020	Variation
CAC 40	4800	5522	15%
Parité euro/dollar	1.21	1.24	2.2%
TEC 10	-0.33%	-0.34%	4%

TABLE 9 – Evolution des indices de marché retenus

Exposition	31/12/2020
Action type 1	42%
Action type 2	8%
Change	20%
TEC 10	3%

TABLE 10 – Exposition aux facteurs de risque

Le graphique ci-dessous détaille le calcul de la provision et compare le résultat avec la provision calculée de manière exacte :

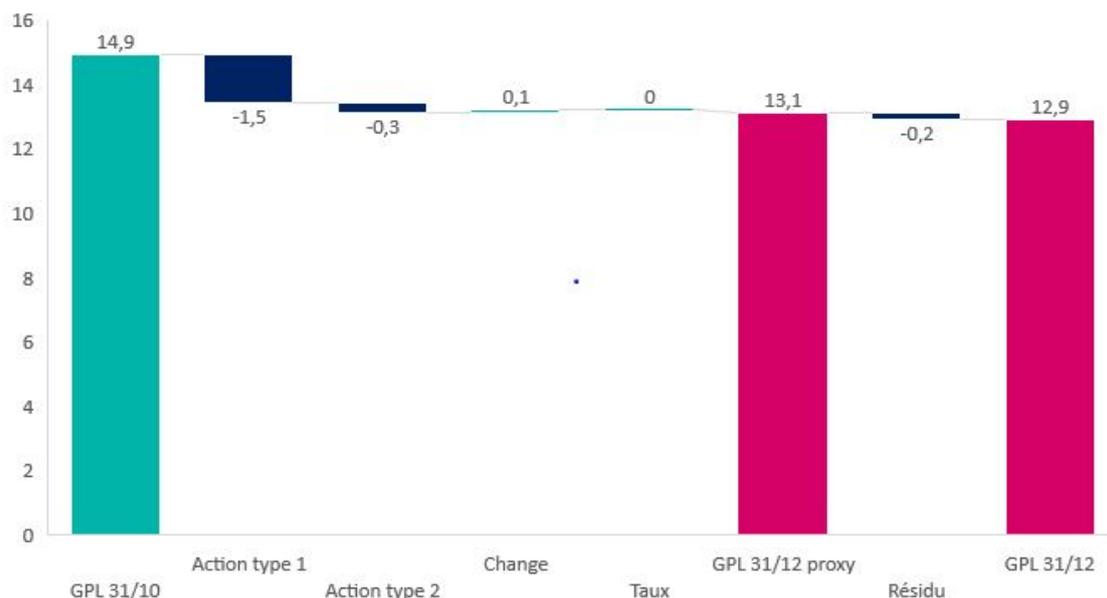


FIGURE 43 – Backtesting 31/12/2020 à partir du 31/10/2020

L'impact des variations de marché est clairement identifié par l'intermédiaire des composantes action, change et taux. Cette décomposition permet ainsi d'analyser et justifier les variations constatées sur la provision.

— **L'augmentation du CAC40 est de 15%**

La valeur des actions augmente ce qui contribue directement à une valorisation plus importante des supports d'épargne en unités de compte.

La hausse du prix des actions permet donc une diminution du montant provisionné.

— **L'augmentation de l'euro par rapport au dollar est de 2.2%**

L'euro se renforce par rapport au dollar. La valeur des actifs détenus en devise étrangère diminue compte tenu d'une évolution défavorable des taux de change sur la période.

La conséquence est une baisse de la valeur de l'épargne et donc une hausse de la provision.

— **La baisse des taux emprunt état à horizon 10ans est de 4%**

Les variations sont très faibles et essentiellement portées par une évolution de modèle du choc des taux sur le report des commissions dans un contexte de taux bas.

Cette baisse des taux s'accompagne d'un impact à la hausse sur la provision, qui est négligeable compte tenu de la faible baisse.

Par ailleurs, les variations sur les taux sont cohérentes avec la méthode du put qui est utilisée pour le calcul de la provision. En effet, si les taux obligataires baissent, on peut supposer une baisse du taux sans risque et donc une augmentation de la valeur temps des options et du montant provisionné.

### Estimation au 31 décembre 2018

Au 31/10/2018, la provision valait 10M€ :

- La hausse des valeurs liquidatives de 5% conduisait à une baisse de la provision de 0.9 M€.
- La baisse des valeurs liquidatives de 20% conduisait à une hausse de la provision de 5.3 M€.

Les tableaux ci-dessous présentent la variation du niveau des indices retenus entre les deux dates et les expositions calculées à chaque facteur de risque. La provision est alors estimée au 31/10/2020.

Indice	31/10/2018	31/12/2018	Variation
CAC 40	5030	4630	-7.95%
Parité euro/dollar	1.13	1.14	1.08%
TEC 10	0.75%	0.69%	-6%

TABLE 11 – Evolution des indices de marché retenus

Exposition	31/12/2018
Action type 1	43%
Action type 2	15%
Change	15%
TEC 10	3%

TABLE 12 – Exposition aux facteurs de risque

Le graphique ci-dessous détaille le calcul de la provision et compare le résultat avec la provision calculée de manière exacte :

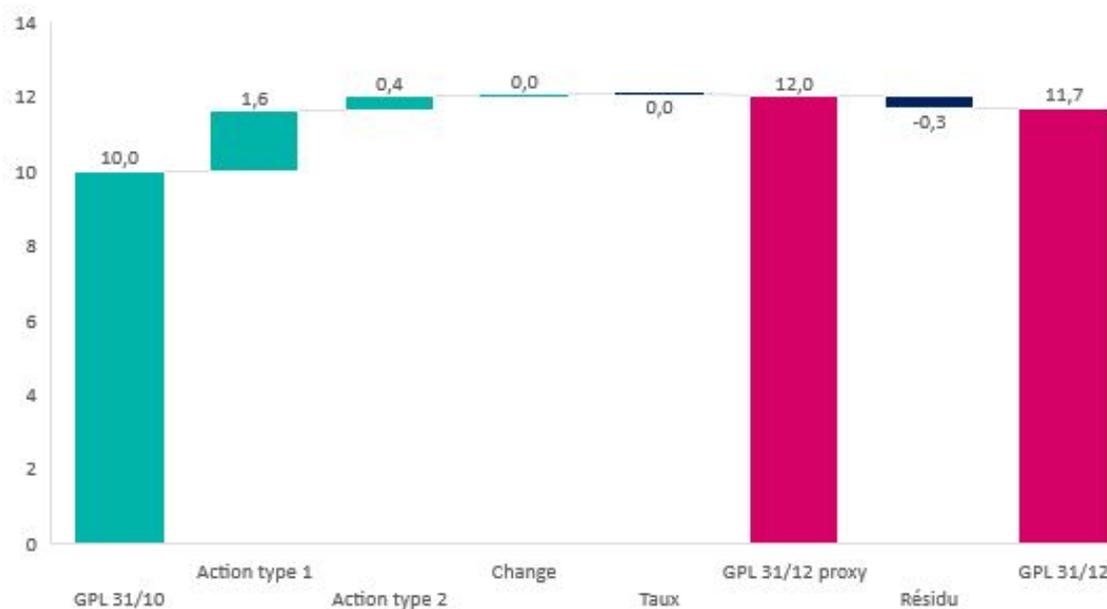


FIGURE 44 – Backtesting 31/12/2018 à partir du 31/10/2018

L'impact des variations de marché est clairement identifié par l'intermédiaire des composantes action, change et taux. Cette décomposition permet ainsi d'analyser et justifier les variations constatées sur la provision.

— **La baisse du CAC40 est de 7.95%**

La valeur des actions diminue ce qui contribue directement à une valorisation moins importante des supports d'épargne en unités de compte.

La baisse du prix des actions entraîne donc une augmentation du montant provisionné.

— **L'augmentation de l'euro par rapport au dollar est de 1.08%**

L'euro se renforce par rapport au dollar. La valeur des actifs détenus en devise étrangère diminue compte tenu d'une évolution défavorable des taux de change sur la période. La conséquence est une baisse de la valeur de l'épargne et donc une hausse de la provision. Cependant cette évolution de marché et son impact sont négligeables.

— **La baisse des taux emprunt état à horizon 10ans est de 3%**

Les produits obligataires sont légèrement plus rentables et la valeur issue des obligations dans les unités de compte augmente.

Cette baisse des taux s'accompagne d'un impact à la baisse sur la provision, qui est négligeable compte tenu de la faible baisse.