

Mémoire présenté le :
pour l'obtention du diplôme
de Statisticien Mention Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuares

Par : Monsieur EL HABA Ayyoub

Titre du mémoire : Modélisation du risque de crédit dans le générateur de scénarios économiques et le modèle ALM d'un assureur-vie.

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus.

Membres présents du jury de la Signature :
filière :

Entreprise : Assurances du Groupe
BPCE

Nom : Sébastien Le Darz Marangoni

Signature



Directeur de mémoire en entreprise

Membres présents du jury de Signature :
l'Institut des Actuares :

Nom : Mohamed Ayoub OUAJJOU

Signature :



Invité :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable
entreprise :



Signature du candidat :



Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier Thibault Jacob et Sébastien Le Darz Marangoni pour m'avoir accueilli au sein de la Direction des Risques de BPCE Vie et confié un sujet aussi enrichissant.

Je souhaite remercier Mohamed Ayoub Ouajjou, mon tuteur en entreprise, qui m'a encadré tout le long du mémoire avec pédagogie et bienveillance.

Je tiens ensuite à remercier Guillaume Palvadeau avec qui j'ai collaboré sur le sujet de ce mémoire et qui m'a transmis volontiers l'étendue de ses connaissances.

Je remercie plus globalement tous les collaborateurs de la Direction des Risques sur qui j'ai pu compter pour aboutir aux résultats présentés dans ce mémoire.

Je remercie également Thomas Debais, mon tuteur académique, pour son suivi et sa disponibilité.

Enfin, je dédie ce mémoire à mes parents afin de leur exprimer ma reconnaissance éternelle pour l'éducation et le soutien indéfectible qu'ils m'ont apportés depuis toujours.

Résumé

Du fait de leurs engagements, les assureurs vie ont une allocation d'actifs fortement orientée sur des obligations. De fait, ils sont très exposés au risque de crédit. Afin de satisfaire les réglementations prudentielles et comptables, il est nécessaire pour les compagnies de modéliser et maîtriser les risques auxquels elles s'exposent, dont le risque de crédit. Ce mémoire traite de la modélisation du risque de crédit dans le générateur de scénarios économiques et le modèle ALM d'un assureur vie. Il a été question de faire un choix entre plusieurs modèles de crédit et de l'implémenter. Enfin, la flexibilité de la modélisation proposée a permis d'observer les impacts de la modélisation du risque de crédit sur le bilan Solvabilité 2 et IFRS 17 de la compagnie. Ont notamment été proposées dans cette étude des méthodologies pour le traitement de la dette non notée et des obligations souveraines dans le modèle de crédit.

Mots-clés : *Risque de crédit, modèle LMN, modèle JLT, Moody's, modèle G2, modèle G3, spread, risque de défaut, taux de recouvrement, probabilité de défaut, Solvabilité 2, IFRS 17, générateur de scénarios économiques, modèle ALM, gestion actif-passif, assurance vie, processus CIR.*

Abstract

Because of their commitments, life insurers have an asset allocation that is strongly oriented on bonds. As a result, they are highly exposed to credit risk. In order to prudential and accounting standards, it is required for insurance companies to model and control the risk to which they are exposed, including credit risk. Thus, this thesis deals with the modelling of credit risk in the economic scenario generator and the ALM model of a life insurer. We had to choose between several credit models and implementing one of them. Finally, the flexibility of the proposed modelling allowed to observe the impacts of the credit risk modelling on company's Solvency 2 and IFRS 17 balance sheet. In particular, methodologies were proposed in this study for the treatment of unrated debt et sovereign bonds.

Key words: *Credit risk, LMN model, JLT model, Moody's, G2 model, G3 model, spread, default risk, recovery rate, default probability, Solvency 2, IFRS 17, economic scenarios generator, ALM model, asset and liability management, life insurance, CIR process.*

Note de synthèse

Contexte et enjeux :

Afin de garantir que les assureurs respectent leurs engagements envers leurs assurés quel que soit le contexte économique, une norme prudentielle a été publiée et doit s'appliquer à tous les assureurs et réassureurs : la norme Solvabilité 2 (S2). Cette norme exige notamment de calculer un niveau de fonds propres de sorte que la compagnie puisse tenir ses engagements dans 99,5% des cas à l'horizon d'une année : le *Solvency Capital Requirement* (SCR). De plus, les assureurs doivent calculer le *Best Estimate*, qui est la meilleure estimation des provisions.

Parallèlement à cette norme prudentielle, une norme comptable a été publiée en 2017 afin de calculer le passif d'assurance : IFRS 17. Le but est de donner une vision économique du bilan et du compte de résultat des assureurs et de favoriser la transparence et la comparabilité inter-entreprises.

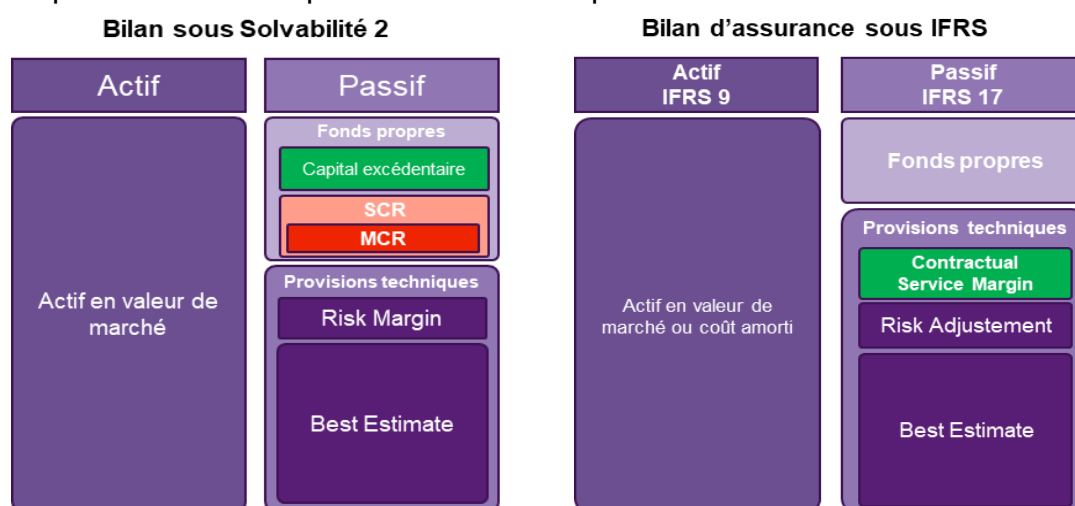


Figure 1 : Bilan d'assurance sous S2 et IFRS

Afin d'anticiper les risques, piloter leurs activités et satisfaire ces normes prudentielles et comptables, les assureurs ont mis en place des modèles de gestion actif-passif (ou ALM pour Asset & Liability Management). Un modèle ALM se présente sous la forme d'une plateforme informatique calculatoire qui modélise et projette dans le futur l'actif et le passif actuels d'un assureur en prenant en compte des hypothèses et des scénarios fournis en *input* du modèle. Des scénarios économiques (taux nominaux, taux réels, actifs indiciaires, etc) sont obtenus grâce à des générateurs de scénarios économiques (GSE).

Les scénarios stochastiques s'appuient sur l'utilisation d'une modélisation probabiliste. L'objectif est d'observer le comportement du bilan dans un nombre fini de scénarios, construits sur la base des modèles de diffusions et calibrés suivant des hypothèses de volatilité, de corrélation, etc.

De plus, la norme Solvabilité 2 exige que les calculs se fassent dans un univers théorique dit « risque-neutre » dans lequel les rendements de tous les actifs sont en moyenne égaux au taux sans risque. La norme impose également une projection dite

« market-consistent » des scénarios : il doit être possible de retrouver les prix de marché observés à la date de projection dans l'univers de valorisation.

L'Autorité de Contrôle Prudentielle et de Résolution (ACPR) en charge de faire respecter Solvabilité 2 en France, exige aussi que « **la modélisation [...] de spreads de crédit stochastique doit être étudiée dès lors qu'un organisme détient des expositions non négligeables à des actifs sensibles à ces facteurs de risque** »

C'est ainsi que la mise en place d'un modèle de crédit stochastique en univers risque-neutre est nécessaire au sein du GSE et du modèle ALM de BPCE Vie, afin d'anticiper le risque de crédit auquel elle est exposée de par son allocation d'actifs.

Modélisation du risque de crédit :

Le risque de crédit est défini comme le risque de pertes consécutives au défaut d'un emprunteur sur un engagement de remboursement de dettes (corporate, souveraine, privée) qu'il a contractées. Ce risque se matérialise dans la valeur du spread d'une obligation (i.e. la différence entre le rendement de l'obligation et le taux sans risque).

Généralement, on distingue quatre composantes du risque de crédit :

- Le risque de défaut, qui correspond à l'incapacité de l'émetteur de faire face à ses dettes ;
- Le risque d'écartement de spread, qui correspond à l'écartement de la courbe de rendement de l'émetteur face à la courbe des taux sans risque ;
- Le risque de transition (ou migration) de rating, qui correspond au changement de notation¹ d'un émetteur par les agences de notation ;
- Le risque de liquidité correspond à la dernière source de risque. Il correspond à la difficulté de vendre l'obligation (marché de gré à gré)

Si un émetteur fait défaut, les détenteurs de sa dette peuvent tout de même recevoir un remboursement au prorata du taux de recouvrement, qu'on notera δ dans notre étude.

Afin d'appréhender le risque de crédit, des modèles financiers ont été définis et publiés. Deux grandes catégories se distinguent : les modèles structurels et les modèles à intensité. Les modèles structurels permettent de calculer la probabilité de défaut d'un émetteur via l'analyse de sa structure bilancielle, ce qui est trop contraignant lorsqu'on est exposé à un grand nombre d'émetteurs. Pour pallier notamment cette limite, les modèles à intensité sont apparus. Ces modèles considèrent le défaut comme un événement incertain dans le temps et le modélise via des processus stochastiques. Via la modélisation de la probabilité de défaut (notée PD), le prix d'une obligation zéro-coupon risqué ($PZCR$) en t de maturité résiduelle T et de taux de recouvrement δ s'écrit comme une fonction du prix zéro-coupon sans risque (PZC) :

¹ Le rating ou notation, est la note attribuée à un émetteur d'obligation en fonction de sa solidité financière.

$$PZCR(t, T) = PZC(t, T) \times (1 - PD(t, T) \times (1 - \delta)) = \frac{1}{(1 + r(t, T))^T (1 + s(t, T))^T}$$

Ainsi, on peut lier le spread et la probabilité de défaut par l'expression suivant :

$$\frac{1}{(1 + s(t, T))^T} = 1 - PD(t, T) \times (1 - \delta)$$

Deux modèles de crédit sont proposés dans le GSE fourni par Moody's Analytics : le modèle G2 (modèle JLT pour Jarrow, Lando, Turnbull) et le modèle G3 (modèle LMN pour Longstaff, Mithal, Neis).

Le modèle G2 est un modèle à transition de rating. Une matrice de transition est diffusée stochastiquement grâce à un processus CIR. Des probabilités de transition de rating et de défaut en sont déduites à chaque pas de temps pour chaque rating.

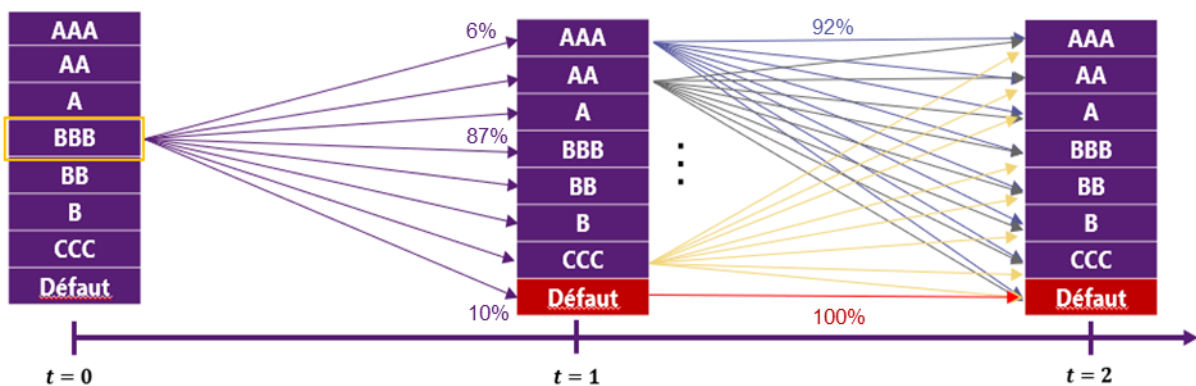


Figure 2 : Illustration du modèle G2

Le modèle G3 est un modèle à intensité de défaut. La transition de rating n'est pas modélisée, seules les probabilités de défaut sont modélisées via un processus CIR par rating R noté π :

$$PD(t, T, R) = 1 - \exp\left(-\int_t^{t+T} \sum_{r=AAA}^R \pi^r dt\right)$$

avec $R \in \{AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC\}$

Le processus CIR est défini par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$d\pi_t = \alpha \cdot (\mu - \pi_t) \cdot dt + \sigma \cdot \sqrt{\pi_t} \cdot dW_t$$

Les deux modèles se calibrent différemment. Le modèle G2 se calibre via les 4 paramètres $\{\pi_0, \alpha, \mu, \sigma\}$ de son unique processus CIR. Pour cela, il est nécessaire d'avoir à disposition une matrice de transition et des spreads observés sur le marché.

Le modèle G3 se calibre via les 4 paramètres $\{\pi_0^r, \alpha^r, \mu^r, \sigma^r\}$ du processus CIR de chaque rating. Il est nécessaire pour cela de disposer de spreads observés sur le marché. Le modèle G3, par le fait qu'il possède plus de degrés de liberté, permet de mieux répliquer les spreads de marché et a donc une meilleure market-consistency que le modèle G2.

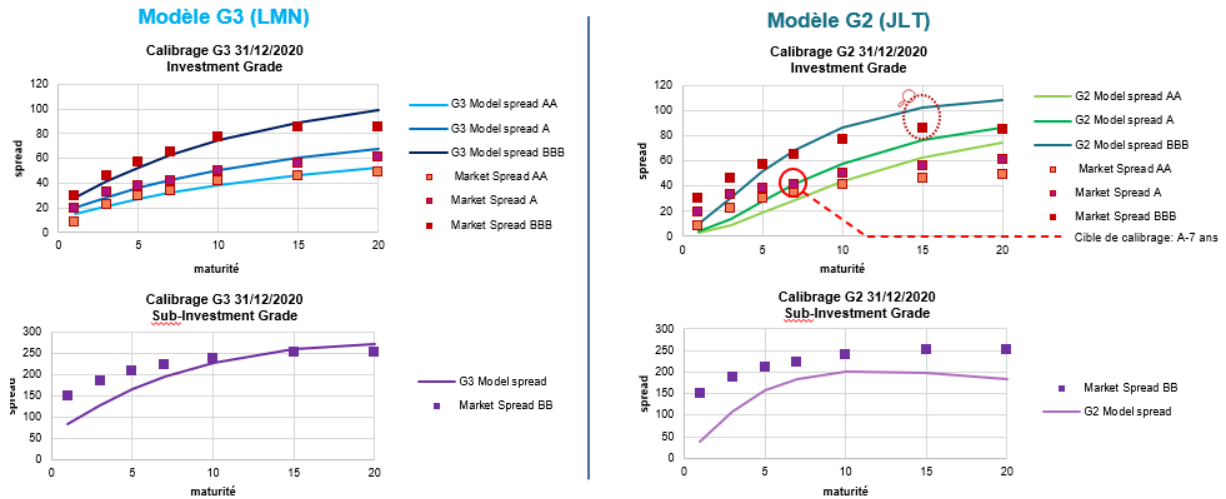


Figure 3 : Résultats de calibrage entre les modèles G2 et G3

Le modèle G3 a une volumétrie des tables en outputs du GSE moins importante et une complexité calculatoire inférieure. Enfin, le calibrage des segments autres que corporate est plus simple avec le modèle G3 car il requiert moins de données. Il est à noter que Moody's Analytics fournit uniquement des calibrages corporates. Le modèle G3 a donc été implémenté dans le modèle ALM de BPCE Vie.

Les impacts dans le modèle ALM se font sur les calculs obligataires : risque-neutralisation, calcul de la valeur de marché et de la valeur nette comptable.

Sans modèle de crédit, la méthode de risque-neutralisation traite le risque de crédit en considérant que les obligations comportent un risque de défaut certain, traduit par un abattement des *cashflows* avec un coefficient constant sur l'ensemble de la projection.

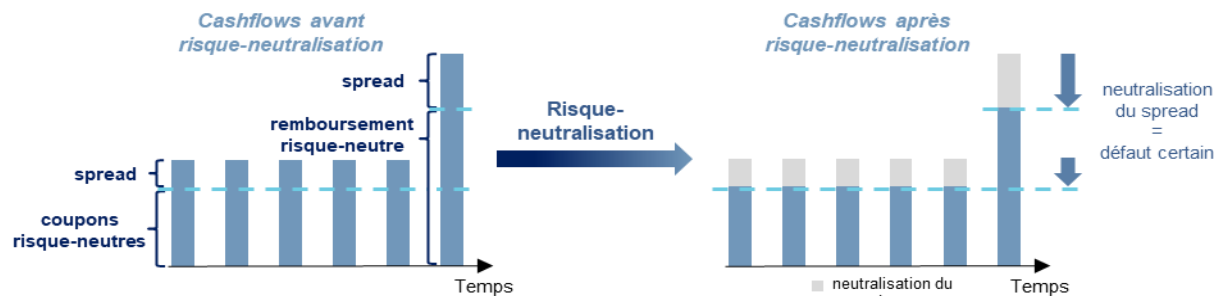


Figure 4 : Risque-neutralisation sans modèle de crédit

Le modèle de crédit permet la génération stochastique des probabilités de défaut (directement reliées aux spreads stochastiques) qui, dans le modèle ALM, viennent abattre les flux obligataires futurs (coupons et nominal) au cours du temps.

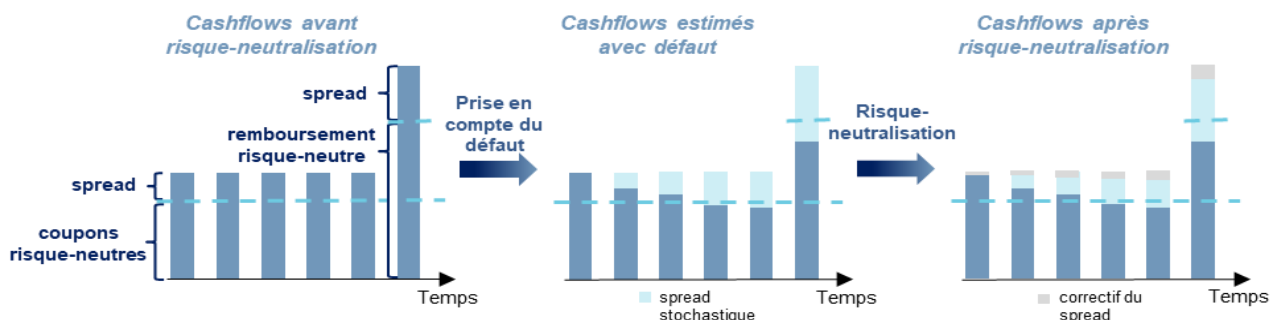


Figure 5 : Risque-neutralisation avec modèle de crédit

La modélisation des flux obligataire avec le modèle de crédit tiennent désormais compte des probabilités de défaut.

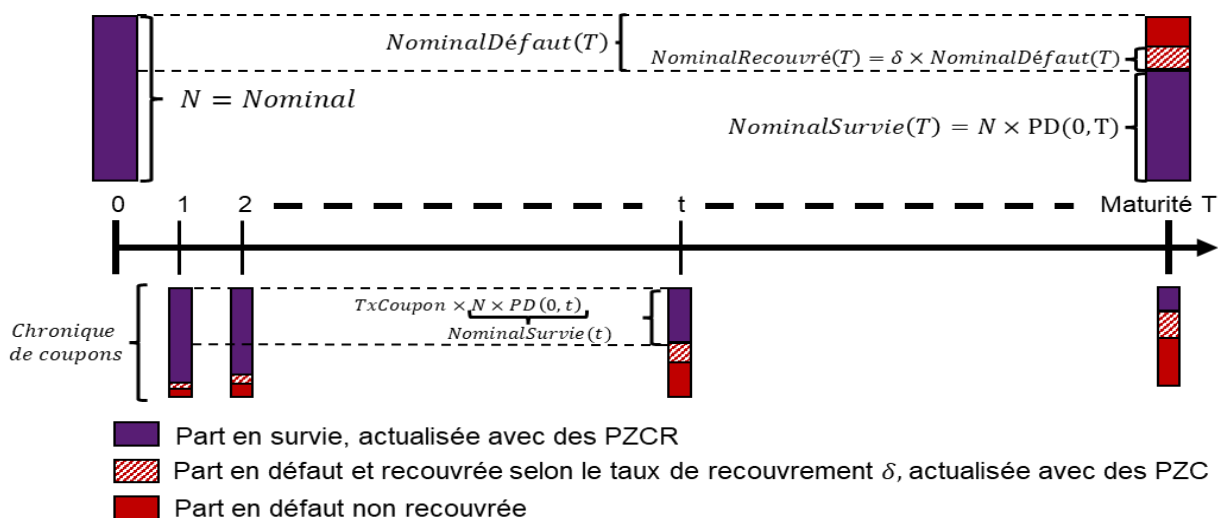


Figure 6 : Mod\u00e9lisation des flux obligataires avec mod\u00e8le de cr\u00e9dit

Ainsi la valeur de march\u00e9 en t , d'une obligation risqu\u00e9e de maturit\u00e9 r\u00e9siduelle T , de groupe de cr\u00e9dit R et avec un taux de recouvrement δ , s'écrit :

$$VM(t) = NominalSurvie(t) \times \left[\sum_{i=1}^T TxCpn(t+i) \times PZCR(t, i, R, \delta) + TxRemb \times PZCR(t, T, R, \delta) \right] + NominalDefaut(t) \times \delta \times \left[\sum_{i=1}^T TxCpn(t+i) \times PZC(t, i) + TxRemb \times PZC(t, T) \right]$$

Les choix m\u00e9thodologiques internes li\u00e9s \u00e0 l'impl\u00e9mentation du mod\u00e8le de cr\u00e9dit sont synth\u00e9tis\u00e9s dans le tableau ci-dessus.

Point de la mod\u00e9lisation	M\u00e9thodologie interne	Justification
Donn\u00e9es de march\u00e9 pour la construction des sc\u00e9narios \u00e9conomiques	Calibrage standard fourni par Moody's Analytics (corporates zone euro de AAA \u00e0 CCC)	NA
Variables diffus\u00e9es par le GSE	Probabilit\u00e9s de d\u00e9faut	Permettre de calculer un spread de cr\u00e9dit sp\u00e9cifique \u00e0 chaque titre obligataire
Taux de recouvrement	Possibilit\u00e9 de fixer un taux de recouvrement sp\u00e9cifique \u00e0 chaque ligne obligataire	
Diffusion des sc\u00e9narios \u00e9conomiques	Diffusion de sc\u00e9narios corporates et/ou govies (2 mod\u00e8les G3 distincts impl\u00e9ment\u00e9s dans le GSE)	Possibilit\u00e9 de diffuser des probabilit\u00e9s de d\u00e9faut propres aux govies
Granularit\u00e9 des sc\u00e9narios \u00e9conomiques cr\u00e9dit	Possibilit\u00e9 de d\u00e9finir des groupes de cr\u00e9dit homog\u00e8nes : - selon le rating et/ou le secteur et/ou le pays \u00e9metteur - selon la nature du titre Govies ou Corporates - selon le code ISIN du titre	Granularit\u00e9 plus fine et flexible pour un meilleur ajustement \u00e0 chaque titre obligataire
Prise en compte des govies	Possibilit\u00e9 d'inclure ou d'exclure les govies du p\u00e9rim\u00e8tre soumis au risque de cr\u00e9dit via le param\u00e9trage du mod\u00e8le. Si inclus, il est possible de : - calibrer et diffuser les sc\u00e9narios \u00e9conomiques sp\u00e9cifiques aux govies (via le second mod\u00e8le G3) - rattacher les govies \u00e0 des groupes de cr\u00e9dit corporates	Mod\u00e9lisation plus flexible permettant de faire des \u00e9tudes sur l'impact de l'int\u00e9gration des govies au p\u00e9rim\u00e8tre soumis au risque de cr\u00e9dit
Activation du mod\u00e8le de cr\u00e9dit	Possibilit\u00e9 de d\u00e9sactiver le mod\u00e8le de cr\u00e9dit pour des lignes obligataires, ensembles de lignes obligataires ou totalit\u00e9 du portefeuille	Pouvoir mener des \u00e9tudes d'impacts relatifs \u00e0 la prise en compte du cr\u00e9dit stochastique

Tableau 1 : Choix m\u00e9thodologiques internes de l'impl\u00e9mentation du mod\u00e8le de cr\u00e9dit

Les impacts du modèle de crédit :

Des mesures d'impact ont été menés en norme S2 et IFRS 17 sur les arrêtés trimestriels T4 2021, T1 2022 et T2 2022.

L'objectif de ces tests est de mesurer l'impact sur le bilan d'un assureur de la modélisation du crédit stochastique en fonction du contexte économique, du taux de recouvrement, du traitement de la dette privée et des obligations souveraines. Pour cette étude, les quatre configurations suivantes ont été testées :

	Config 1	Config 2	Config 3	Config 4
Modélisation des corporates notées	Par notation			
Modélisation des corporates non notées	BBB	BBB	BB	BBB
Modélisation des govies	Non	Non	Non	<u>Assimilation des govies « risqués » à une notation corporate de même niveau de spread</u>
Taux de recouvrement	30,24%	0%	30,24%	30,24%

Tableau 2 : Configurations de crédit pour les tests d'impact

Les résultats de chaque configuration sur le bilan S2 au T2 2022 sont synthétisés dans le tableau ci-dessus :

Ecart par rapport au QRT T2 2022 (montants en M€)	Config 1	Config 2	Config 3	Config 4
BE	+0.12%	+0.27%	+0.12%	+0.12%
RM	-2.74%	-5.17%	-2.95%	-2.81%
PPE Eligible	-0.16%	-0.34%	-0.15%	-0.17%
FPE	-0.98%	-2.46%	-1%	-1.03%
SCR	+1.8%	+1.99%	+1.93%	+1.9%
Ratio	-5.6	-8.9	-5.9	-5.9

Figure 7 : Impacts au T2 2022 du modèle de crédit selon 4 configurations par rapport au QRT

La modélisation du risque de crédit ajoute de la volatilité dans la valorisation des obligations détenues par BPCE Vie. Cette volatilité implique une hausse du BE et du SCR. Les ratios S2 diminuent de fait de 5.6 points pour la configuration 1. La configuration 2 est très pénalisante, le taux de recouvrement de 0% implique une perte totale des cashflows en cas de défaut. Le ratio subit une baisse de 8.9 points dans cette configuration. Dans la configuration 3, la modélisation de la dette non notée en

BB engendre une légère baisse supplémentaire de 0.3 point par rapport à la configuration 1 dans laquelle elle est modélisée en BBB. Enfin, l'ajout de govies « risqués » modélisés comme des corporates de même niveau de spreads engendre également une légère baisse de 0.3 point supplémentaire par rapport à la configuration 1. Cela s'explique essentiellement par :

- les niveaux de spreads govies très faibles (les spreads sont pour la majorité plus faibles que les spreads corporate AAA) ;
- Les niveaux de taux de recouvrement élevés par rapport aux corporates.

La configuration 1 a été testée sur les arrêtés T4 2021, T1 et T2 2022. Sur ces arrêtés, le contexte économique varie significativement : hausse des taux, hausse de l'inflation, baisse du marché action et hausse des spreads.

Ecart par rapport aux QRT T4 2021, T1 et T2 2022 (montants en M€)	Config 1		
	T4 2021	T1 2022	T2 2022
BE	+0.08%	+0.11%	+0.12%
RM	+2.38%	-1.21%	-2.74%
PPE Eligible	+0.13%	-0.08%	-0.16%
FPE	-1.22%	-1.2%	-0.98%
SCR	+0.46%	+0.24%	+1.8%
Ratio	-3.0	-3.0	-5.6

Tableau 3 : Impacts du modèle de crédit par rapport aux QRT du T4 2021, T1 2022 et T2 2022

On en déduit que la modélisation du crédit stochastique impacte plus négativement le bilan S2 lorsque le contexte économique se dégrade. Ainsi le modèle de crédit coûte 2,6 points de ratio supplémentaires entre le T4 2021 et le T2 2022.

Dans le cadre de cette étude, la configuration 1 a été utilisée pour quantifier l'impact sur le bilan IFRS à la date de transition de la compagnie de la modélisation du risque de crédit stochastique. L'effet se ressent principalement au niveau du BE IFRS qui augmente à cause de l'introduction de volatilité supplémentaire. Le Risk Adjustment subit une baisse de 2,5% ce qui conduit à une baisse de la CSM de transition de 1,7%

Ecart par rapport à la FTA IFRS 17 au T4 2021	Config 1
BE IFRS	+0,07%
RA	-2,5%
CSM Transition	-1,7%

Tableau 4 : Impact du modèle de crédit sur les indicateurs IFRS 17 au T4 2021

Summary

Context and challenges:

To ensure that insurers respect their commitments to their policyholders, whatever the economic context, a prudential standard has been published and must be applied to all insurers and reinsurers: the Solvency 2 (S2) standard. This standard requires to calculate a level of equity capital so that the company can meet its commitments in 99.5% of cases within a year: the Solvency Capital Requirement (SCR). Moreover, insurers must calculate the *Best Estimate*, which is the *Best Estimate* of the reserves.

In addition to this prudential standard, an accounting standard was published in 2017 to measure insurance liabilities: IFRS 17. The aim is to make an insurer's balance sheet comparable with that of any other company, which is needed because of the atypical business of insurers (linked to the inversion of the production cycle).

The balance sheets under both standards are as follows:

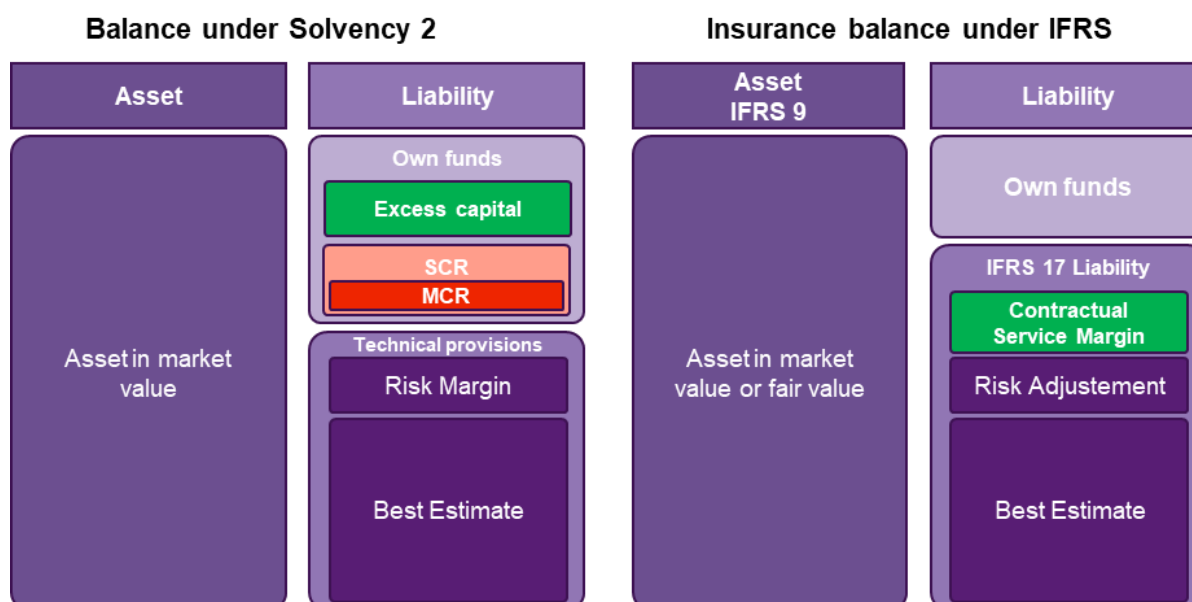


Figure 8 : Insurance balance sheet under Solvency 2 and IFRS standards

In order to anticipate risks, manage their activities and meet prudential and accounting standards, insurers have implemented asset and liability management (ALM) models. An ALM model takes the form of a computational platform that models and forecasts an insurer's current assets and liabilities into the future, considering assumptions and scenarios provided as input to the model. Economic scenarios (nominal rates, real rates, index assets, etc.) are generated using economic scenario generators (ESG).

Stochastic scenarios are based on the use of probabilistic modelling. The aim is to observe the behaviour of the balance sheet in a finite number of scenarios constructed based on diffusion models and calibrated according to assumptions about volatility, correlation, etc.

Furthermore, the Solvency 2 standard requires that calculations be performed in a hypothetical "risk-neutral" universe in which the returns on all assets are equal to the risk-free rate on average. The standard also requires a so-called "market-consistent"

projection of the scenarios: it must be possible to find the market prices observed at the projection date in the valuation universe.

The French Prudential Supervision and Resolution Authority (ACPR), which is responsible for enforcing Solvency 2 in France, also requires that "**the modelling [...] of stochastic credit spreads must be studied** whenever an organization has significant exposures to assets sensitive to these risk factors".

Thus, the implementation of a stochastic credit model in a risk-neutral universe is required within the GSE and the ALM model of BPCE Vie to anticipate the credit risk to which it is exposed through its asset allocation.

Credit risk modelling:

Credit risk is defined as the risk of losses resulting from a borrower's default on a debt repayment commitment (corporate, sovereign, private) that it has contracted. This risk is reflected in the value of a bond's spread (i.e. the difference between the bond's yield and the risk-free rate).

Generally, there are four components of credit risk:

- Default risk, which is the inability of the issuer to meet its obligations;
- Spread risk, which corresponds to the deviation of the issuer's yield curve from the risk-free rate curve;
- Rating transition (or migration) risk, which corresponds to the change in an issuer's rating by the rating agencies;
- Liquidity risk is the last source of risk, it corresponds to the difficulty of selling the bond (over-the-counter market)

If an issuer defaults, the holders of its debt may still receive a pro rata repayment of the recovery rate, which we will note as δ in our study.

To apprehend credit risk, models have been published, two main categories being distinguished: structural models and intensity models. Structural models make it possible to calculate the probability of default of an issuer by analyzing its balance sheet structure, which is too restrictive when one is exposed to many issuers. To overcome this limit, intensity models have appeared. These models consider default as an uncertain event in time and model it via stochastic processes. By modelling the default probability (noted DP), the price of a risky zero-coupon bond ($RZCB$) in t with residual maturity T and recovery rate δ is written as a function of the risk-free zero-coupon price (ZCB)

$$\begin{aligned} RZCB(t, T) &= ZCB(t, T) \times (1 - DP(t, T) \times (1 - \delta)) \\ &= \frac{1}{(1 + r(t, T))^T (1 + s(t, T))^T} \end{aligned}$$

Thus, the spread and the default probability can be linked by the following expression:

$$\frac{1}{(1 + s(t, T))^T} = 1 - DP(t, T) \times (1 - \delta)$$

The use of the ESG provided by Moody's Analytics constrains the choice of the model among two proposed: G2 model (JLT model for Jarrow, Lando, Turnbull) and G3

model (LMN model for Longstaff, Mithal, Neis). The G2 model is a rating transition model. A transition matrix is stochastically diffused through a CIR process. Rating transition and default probabilities are derived at each time step for each rating.

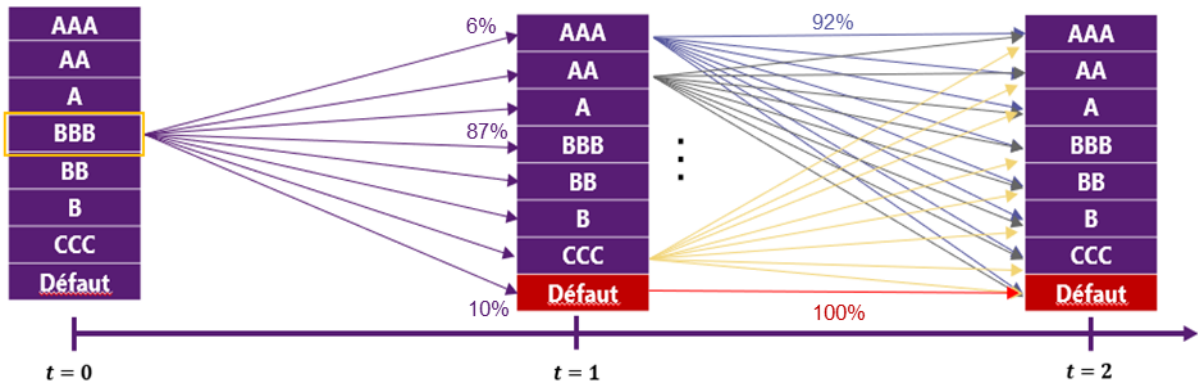


Figure 9 : Illustration of G2 model

The G3 model is a default intensity model. Rating transition is not modelled, only default probabilities are modelled using a CIR process per rating R noted π^r :

$$DP(t, T, R) = 1 - \exp\left(-\int_t^{t+T} \sum_{r=AAA}^R \pi^r dt\right)$$

with $R \in \{AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC\}$

The CIR process is defined by the following stochastic differential equation:

$$d\pi_t = \alpha \cdot (\mu - \pi_t) \cdot dt + \sigma \cdot \sqrt{\pi_t} \cdot dW_t$$

The two models are calibrated differently. The G2 model is calibrated through the 4 parameters $\{\pi_0, \alpha, \mu, \sigma\}$ of its unique CIR process. For this, it is necessary to have a transition matrix and observed market spreads available. The G3 model is calibrated through the 4 parameters $\{\pi_0^r, \alpha^r, \mu^r, \sigma^r\}$ of the CIR process of each rating. It is

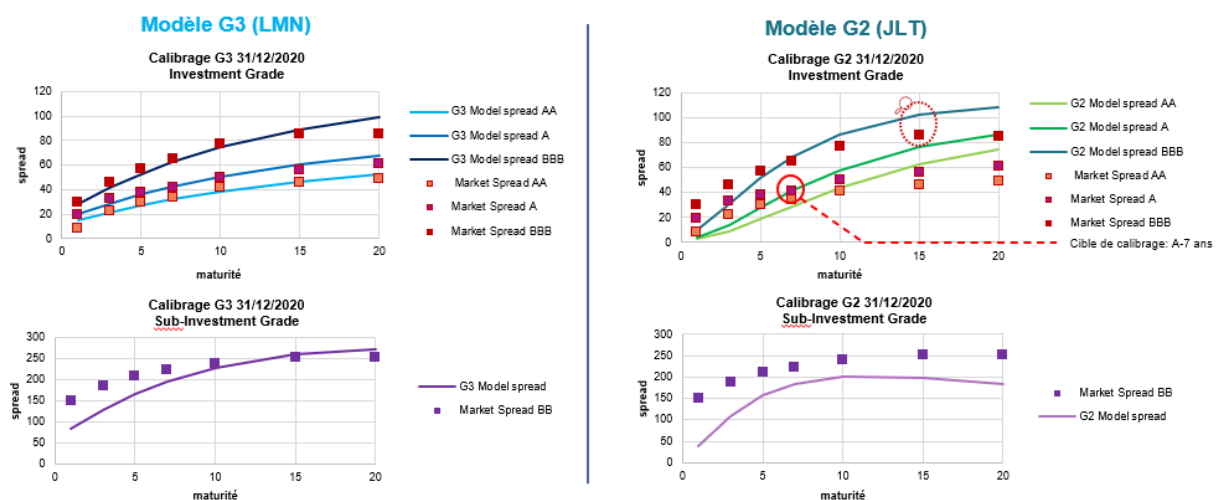


Figure 10 : G2 and G3 calibration results

required to have spreads observed on the market. The G3 model, by the fact that it

has more degrees of freedom, allows better replication of market spreads, and therefore has a better market-consistency than the G2 model.

The G3 model has a lower volume of data in the ESG output and a lower computational complexity. Finally, the calibration of non-corporate segments is simpler with the G3 model as it requires less data. It should be noticed that Moody's Analytics only provides corporate calibrations. The G3 model has therefore been implemented in the BPCE Vie ALM model.

The impacts in the ALM model are on the bond calculations: risk-neutralization, market value and book value calculations.

Without a credit model, the risk-neutralization method treats credit risk by considering that bonds carry a certain risk of default, which is reflected by a reduction in cash flows with a constant coefficient over the entire projection.

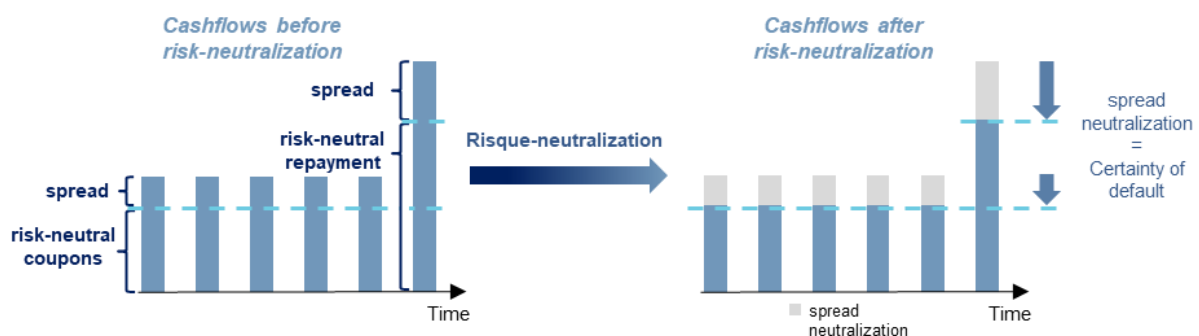


Figure 11 : Risk-neutralization without credit model

The credit model allows for the stochastic generation of default probabilities (directly linked to stochastic spreads) which, in the ALM model, reduce future bond flows (coupons and nominal) over time.

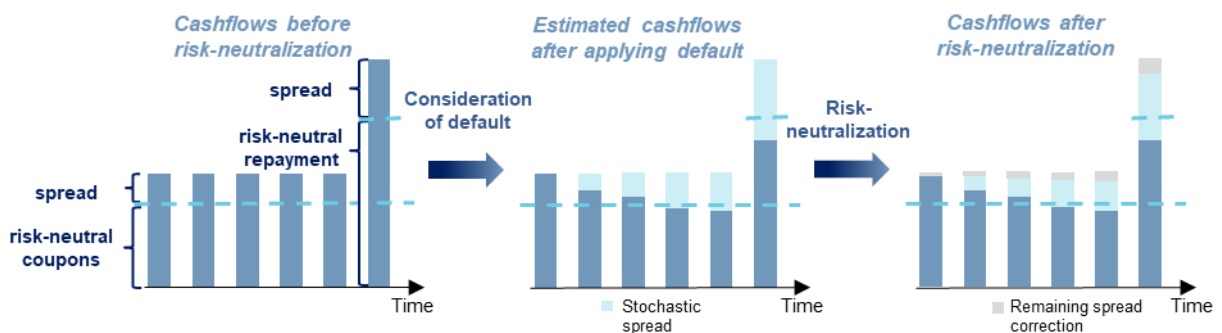


Figure 12 : Risk-neutralization with credit model

The modelling of bond flows with the credit model now takes into consideration default probabilities.

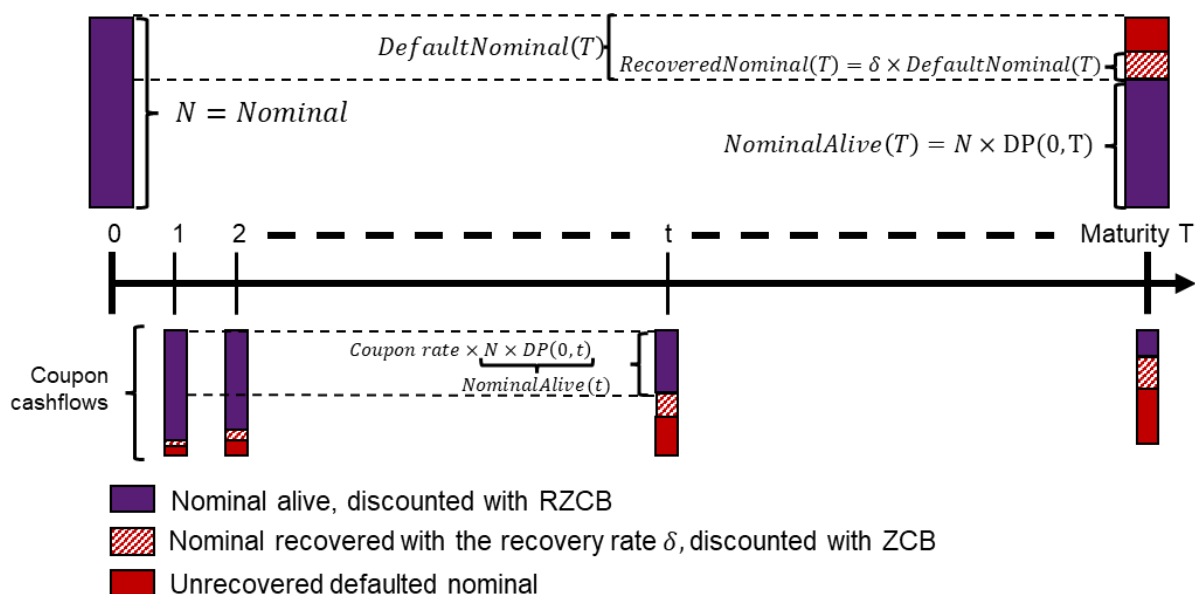


Figure 13 : Bond cashflows modelling with credit model

Thus, the market value in t of a risky bond with residual maturity T , credit group R and recovery rate δ is written as

$$MV(t) = NominalAlive(t) \times \left[\sum_{i=1}^T CpnRate(t+i) \times RZCB(t, i, R, \delta) + Repayment \times RZCB(t, T, R, \delta) \right] + DefaultNominal(t) \times \delta \times \left[\sum_{i=1}^T CpnRate(t+i) \times ZCB(t, i, R, \delta) + Repayment \times ZCB(t, T, R, \delta) \right]$$

The internal methodological choices related to the implementation of the credit model are summarized in the table above.

Modelling topic	Internal methodology	Justification
Market data used for economic scenarios	Moody's Analytics Solvency 2 calibration (based on euro corporate bonds from AAA to CCC)	NA
Modelized variable in the ESG	Default probabilities	Make the calculation of a specific credit spread for each bond possible
Recovery rate	Ability to assign a specific recovery rate to each bond	
Economic scenarios diffusion	Corporate and/or govies scenarios diffusion (2 distinct G3 models implemented in our ESG)	Make the diffusion of govies default probabilities
Granularity of credit economic scenarios	Ability to define homogenous credit group: <ul style="list-style-type: none"> - by emitter rating/sector/country - by govies or corporate - by bond ISIN code 	Finer granularity of calculations and flexibility for a better fitting to each bond
Govies modelling	Ability to include or exclude govies from the perimeter subject to credit modelling. <ul style="list-style-type: none"> If included, it is possible to: <ul style="list-style-type: none"> - calibrate and model specific economic scenarios for the govies (with the second G3 model) - assign a corporate credit group to the govies 	Better modelling flexibility allowing to conduct impact tests of the govies modelling
Credit model activation	Ability to disable the credit model for specific bonds, a set of bond or all bonds portfolio	Conducting credit modelling impact tests

Table 1 : Internal methodology of credit modelling

Impacts of the credit model:

Impact measurements have been carried out under S2 and IFRS 17 standards for the quarterly periods Q4 2021, Q1 2022 and Q2 2022.

The objective of these stress tests is to measure the impact on an insurer's balance sheet of stochastic credit modelling as a function of the economic environment, the recovery rate, the treatment of private debt and sovereign bonds. For this study, the following four credit configurations were tested:

	Config 1	Config 2	Config 3	Config 4
Rated corporate modelling	By rating			
Unrated corporate modelling	BBB	BBB	BB	BBB
Govies modelling	No	No	No	<u>Assimilation of « risky » govies to a corporate rating of the same spread level</u>
Recovery rate	30.24%	0%	30.24%	30.24%

Table 4 : Credit configurations for stress tests

The results of each configuration on the S2 balance sheet in Q2 2022 are summarized in the table above:

Variations from Q2 2022 QRT (in millions €)	Config 1	Config 2	Config 3	Config 4
BE	+0.12%	+0.27%	+0.12%	+0.12%
RM	-2.74%	-5.17%	-2.95%	-2.81%
Eligible OF	-0.98%	-2.46%	-1%	-1.03%
SCR	+1.8%	+1.99%	+1.93%	+1.9%
Ratio	-5.6	-8.9	-5.9	-5.9

Table 5 : Variations between credit configurations and Q2 2022 QRT

The credit risk modelling adds volatility due to the credit scenarios. This volatility implies an increase of the BE and the SCR. The S2 ratio decrease by 5.6 points for the 1st configuration. The 2nd configuration is very unfavourable, the recovery rate of 0% implies a total loss of cash flow in the event of default. The ratio falls by 8.9 points in this configuration. In the configuration 3, the modelling of unrated debt in BB generates a slight additional drop of 0.3 points compared to the 1st configuration in which it is modelled as BBB. Finally, the addition of "risky" govies modelled as corporates with the same level of spreads also generates a slight additional 0.3-point

drop compared to 1st configuration. This is essentially explained by very low govies spreads (most spreads are lower than AAA corporate spreads).

The 1st configuration has been tested on Q4 2021, Q1 and Q2 2022. Over these periods, the economic context varies significantly: rising interest rates, rising inflation, falling equity markets, and rising spreads.

Variations from Q4 2021, Q1 and Q2 2022 QRT (in millions €)	Q4 2021 Config 1	Q1 2022 Config 1	Q2 2022 Config 1
BE	+0.08%	+0.11%	+0.12%
RM	+2.38%	-1.21%	-2.74%
Eligible OF	-1.22%	-1.2%	-0.98%
SCR	+0.46%	+0.24%	+1.8%
Ratio	-3.0	-3.0	-5.6

Table 6 : Variations in Q4 2021, Q1 2022 and Q2 2022 between QRTs and the 1st credit configuration

This suggests that the stochastic credit model has a more negative impact on the S2 balance sheet when the economic environment worsens. Thus, the credit model costs an additional 2.6 ratio points between Q4 2021 and Q2 2022.

In this study, the 1st configuration was used to quantify the impact of the stochastic credit risk model on the company's IFRS balance sheet. The effect is mainly felt in the IFRS BE which increases due to the introduction of additional volatility. The Risk Adjustment Transition is reduced by 2.5%. Using the Modified Retrospective Approach (MRA) methodology, we can deduce the Underwriting CSM which decreases by 1.6% with the credit model. By amortizing the Underwriting CSM, we obtain the Transition CSM which decreases by 1.7%.

Variations from Q4 2021 IFRS 17 FTA	Config 1
BE IFRS	+0,07%
RA	-2,5%
Transition CSM	-1,7%

Table 7 : IFRS 17 indicators variations between Q4 2021 FTA and 1st credit configuration

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS	- 1 -
RESUME	- 2 -
ABSTRACT	- 2 -
NOTE DE SYNTHÈSE	- 3 -
SUMMARY	- 10 -
TABLE DES MATIERES	- 17 -
LISTE DES ABREVIATIONS	- 19 -
INTRODUCTION	- 20 -
PARTIE I : CONTEXTE ET ENVIRONNEMENT RÉGLEMENTAIRE	- 21 -
A. Le business de l'assureur vie	- 21 -
1) Principe général de l'assurance vie	- 21 -
2) Composition de l'actif et du passif des assureurs	- 22 -
3) Interaction actif-passif	- 23 -
B. Normes réglementaires et comptables	- 24 -
1) Solvabilité 2, une norme prudentielle européenne	- 24 -
a) <i>Les piliers de Solvabilité 2</i>	- 24 -
b) <i>L'exigence de fonds propres sous Solvabilité 2</i>	- 25 -
c) <i>Les provisions techniques sous Solvabilité 2</i>	- 26 -
d) <i>Risk Margin sous Solvabilité 2</i>	- 27 -
e) <i>Bilan sous Solvabilité 2</i>	- 27 -
2) IFRS 17, une norme comptable internationale	- 28 -
a) <i>Introduction à la norme comptable IFRS 17</i>	- 28 -
b) <i>Le modèle Variable Fee Approach</i>	- 29 -
c) <i>L'exercice de la Transition IFRS 17</i>	- 31 -
C. Modèle ALM et GSE	- 34 -
1) Fonctionnement d'un modèle ALM	- 34 -
2) Fonctionnement d'un Générateur de Scénarios Economiques	- 35 -
a) <i>Définition et rôle des scénarios dans la projection ALM</i>	- 35 -
b) <i>Fonctionnement et principales propriétés de projection</i>	- 37 -
PARTIE II : MODÉLISATION DU RISQUE DE CRÉDIT	- 42 -

A. Le risque de crédit	- 42 -
1) Définitions et importance du risque de crédit	- 42 -
a) <i>Définition du risque de crédit</i>	- 42 -
b) <i>Les notions autour du risque de crédit</i>	- 42 -
2) Modélisation mathématique du risque de crédit	- 45 -
a) <i>Modèles structurels</i>	- 45 -
b) <i>Modèles à forme réduite</i>	- 47 -
B. Choix du modèle implémenté	- 48 -
1) Principe des modèle LMN, JLT et modèle de diffusion sous-jacent	- 48 -
a) <i>Processus CIR</i>	- 48 -
b) <i>Modèle JLT (G2 Moody's Analytics)</i>	- 49 -
c) <i>Modèle LMN (G3 Moody's Analytics)</i>	- 52 -
2) Calibrage et profil des nominaux diffusés	- 53 -
a) <i>Calibrage du modèle G2</i>	- 53 -
b) <i>Calibrage du modèle G3</i>	- 54 -
c) <i>Comparaison de la market-consistency et profils de nominaux</i>	- 55 -
3) Critères de choix et contraintes internes	- 57 -
C. Intégration du crédit dans le GSE et modélisation dans le modèle ALM	- 60 -
1) Intégration du modèle de crédit dans le GSE	- 60 -
a) <i>Scénarios déterministes</i>	- 60 -
b) <i>Scénarios stochastiques</i>	- 61 -
2) Modélisation ALM des titres obligataires risqués	- 65 -
a) <i>Mapping des groupes de crédit</i>	- 65 -
b) <i>Risque neutralisation</i>	- 66 -
c) <i>Survie d'un titre obligataire</i>	- 67 -
d) <i>Valeur de marché d'un titre obligataire risqué</i>	- 69 -
e) <i>Valeur nette comptable d'un titre obligataire risqué</i>	- 70 -
PARTIE III : MESURES DE L'IMPACT DU MODÈLE DE CRÉDIT	- 72 -
A. Impact du modèle de crédit en norme Solvabilité 2	- 72 -
1) Préambule	- 72 -
2) Impact au T2 2022, T1 2022 et T4 2021	- 73 -
3) Impact du taux de recouvrement	- 80 -
4) Traitement de la dette non notée	- 81 -
5) Traitement des lignes obligataires souveraines	- 83 -
B. Impacts du modèle de crédit en norme IFRS 17	- 88 -
CONCLUSION	- 90 -
TABLES DE FIGURES	- 92 -
TABLE DES TABLEAUX	- 94 -
BIBLIOGRAPHIE	- 95 -

Liste des abréviations

ACPR : Autorité de Contrôle Prudentielle et de Résolution

ALM : Asset & Liability Management

BE : *Best Estimate*

Config : Configuration

CSM : Contractual Service Margin

EIOPA : European Insurance and Occupational Pensions Authority

IFRS 17 : International Accounting Standards Board 17

LGD : Loss Given Default

MRA : Modified Retrospective Approach

NAV : Net Asset Value

OAS : Option Adjusted Spread

PZC : Prix Zéro-Coupon

PZCR : Prix Zéro-Coupon Risqué

RA : Risk Adjustment

RM : Risk Margin

RN : Risque-Neutre

S2 : Solvabilité 2

SCR : Solvency Capital Requirement

VM : Valeur de Marché

VNC : Valeur Nette Comptable

δ : Taux de recouvrement

Introduction

L'assurance vie est le placement d'épargne privilégié par les Français. En plus, d'offrir des caractéristiques fiscales avantageuses, les contrats d'épargne en assurance vie séduisent les épargnants les plus avertis aux risques notamment grâce aux garanties de capital qu'on retrouve dans les fonds en euros.

Cependant, ces garanties traduisent un engagement de l'assureur envers ses assurés. Dans ce contexte, la valorisation du bilan économique d'une compagnie devient cruciale dans le contexte actuel d'évolution des normes comptables IFRS et de la réglementation Solvabilité 2. Chaque risque doit être pris en compte, modélisé et maîtrisé.

Avec un portefeuille d'investissement largement dominé par des titres obligataires, les assureurs vie sont très exposés au risque que les émetteurs fassent défaut et donc ne puissent rembourser leurs obligations. Ce risque est capté à travers le risque de crédit qui est donc un risque de marché crucial pour l'assureur. Le risque de crédit de chaque émetteur se mesure via son *spread* qui correspond au rendement supplémentaire par rapport au taux sans risque attendu par les investisseurs pour compenser la prise de risque. Ainsi, plus le *spread* de l'obligation est élevé plus il est probable que l'émetteur fasse défaut. Dans une optique de saine gestion des risques, il est donc souhaitable que le risque de crédit soit modélisé par les assureurs.

Jusqu'alors, au sein du modèle ALM de BPCE Vie, le risque de crédit était traité en considérant les actifs obligataires du portefeuille de l'entreprise comme des actifs obligataires non risqués avec des flux et un principal réduit via un coefficient constant : c'est le principe de la risque neutralisation. Le risque-neutralisation reconnaît une part de défaut qui est ne varie pas, le *spread* est donc cristallisé au cours de la projection. Ce traitement n'est donc pas conforme aux préconisations réglementaires du régulateur en France. En effet, l'ACPR est davantage favorable à une modélisation spécifique du risque de crédit respectant le caractère volatil induit par le risque de défaut probable des émetteurs.

Ainsi, l'objectif de ce mémoire est donc de constituer une base solide de connaissance sur la modélisation du risque de crédit. Après présentation des contraintes réglementaires et internes à la compagnie, nous étudierons les modèles de crédit candidats afin d'instruire un choix de modèle à implémenter. Le risque de crédit sera ensuite modélisé dans le générateur de scénarios économiques et dans le modèle ALM conformément aux propriétés du modèle sélectionné.

Enfin, des études d'impacts et des sensibilités seront menées, d'une part pour quantifier la prise en compte du risque de crédit stochastique dans le bilan (Solvabilité 2 et IFRS) d'un assureur, et d'autre part pour quantifier l'impact de choix méthodologiques : taux de recouvrement, traitement de la dette non notée, traitement des lignes obligataires souveraines, etc.

PARTIE I : CONTEXTE ET ENVIRONNEMENT REGLEMENTAIRE

A. Le business de l'assureur vie

1) Principe général de l'assurance vie

L'assurance vie est un type de contrat d'assurance qui permet à l'assuré ou aux bénéficiaires de recevoir une somme d'argent en cas de vie ou de décès de l'assuré en échange du versement de primes qui seront capitalisées par l'assureur. Cette somme peut être reçue par les bénéficiaires sous forme de capital ou de rentes.

En France, l'assurance vie désigne couramment un contrat d'épargne qui inclut une garantie en cas de vie et en cas de décès. Il se différencie d'un contrat d'épargne classique par la durée de celui-ci qui est aléatoire puisqu'elle dépend de la durée de vie de l'assuré. L'épargne reste disponible et ainsi, l'assuré peut décider de racheter son contrat et recevoir la somme d'argent dû à tout moment.

L'assurance vie est le premier moyen d'épargne des Français avec des encours atteignant 1900 milliards d'euros en janvier 2022. Les primes versées par l'assuré sont capitalisées via différents supports proposés par l'assureur : le fond en euros (ou fond euros) et l'unité de compte (UC).

Le fond en euros est un support sans risque de perte en capital puisque l'assureur garanti le capital investi ainsi que les intérêts acquis annuellement.

L'unité de compte est un support comportant un risque de perte de capital puisque l'assureur garantit uniquement le nombre de titres détenus dans les différents supports financiers sur lesquels sont placés l'argent de l'assuré, tels que des parts ou des actions de valeurs mobilières ou immobilières (OPCVM, actions, SCPI, etc). Ainsi le capital assuré est directement lié à la valeur de marché des parts détenues.

Dans un contexte économique de taux bas, les actifs obligataires offrent moins de rendement, les assurés ont donc tendance à préférer les contrats en UC afin d'investir sur des supports plus risqués mais qui offrent de meilleurs taux de rendement. Ainsi, sur le graphique ci-dessous, on peut voir entre 2017 et 2021 une décollecte nette des contrats en euros face à de fortes collectes nettes des contrats en UC.

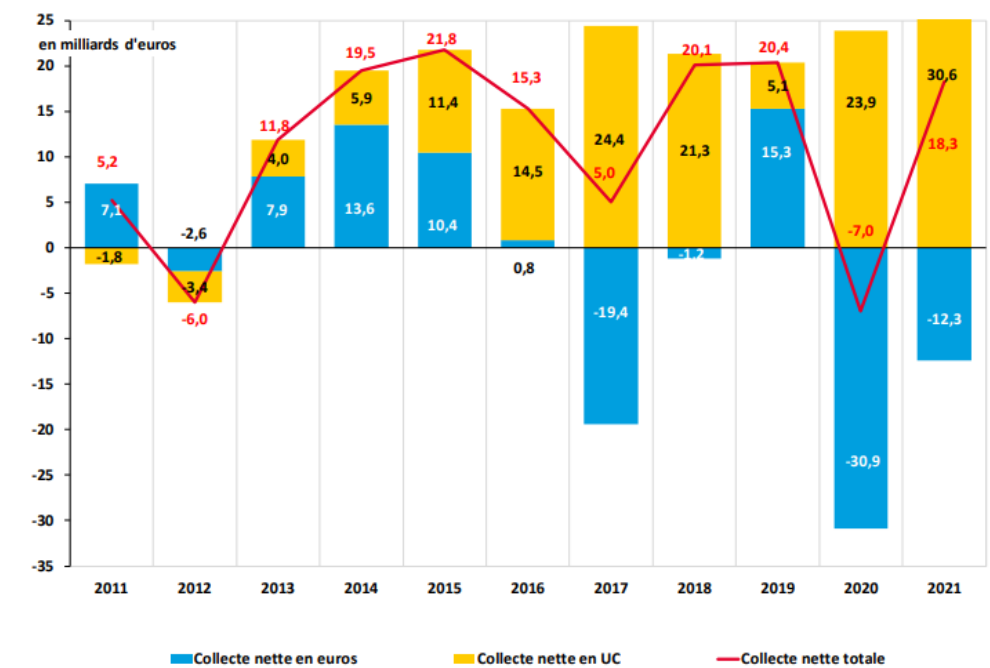


Figure 14: Collecte nette des assureurs-vie en France (Source : ACPR)

2) Composition de l'actif et du passif des assureurs

Afin de faire fructifier l'épargne des assurés, les primes récoltées sont placées sur les marchés financiers. L'actif des assureurs est donc largement dominé par les primes investies. Afin de garantir le capital dans le cadre des contrats en fonds euros, l'assureur doit maîtriser son couple rendement-risque. Les assureurs ont globalement l'allocation d'actifs suivante :

Encours total de 2 814 milliards d'euros au 31 décembre 2021

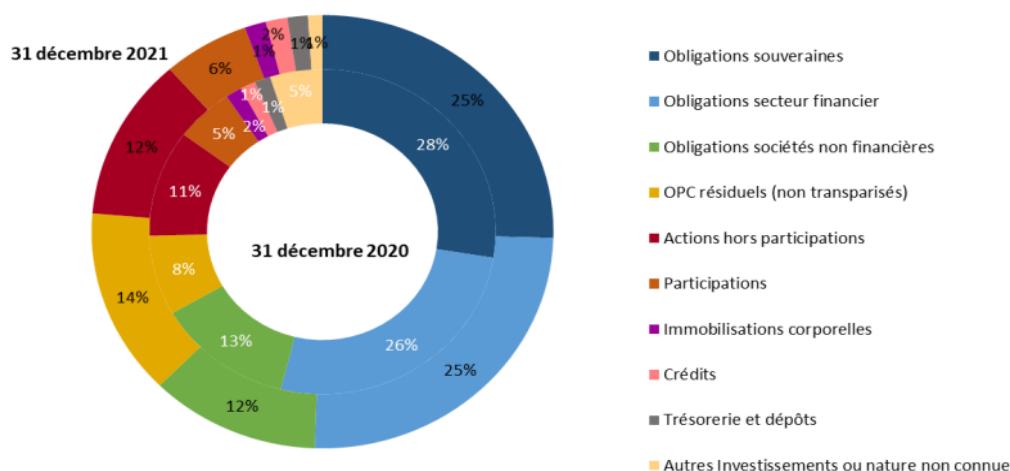


Figure 15 : Allocation d'actifs des assureurs vie et non-vie en France en 2020 et 2021 (Source : ACPR)

L'actif des assureurs (vie, non-vie et santé) français est donc composé à plus de 60% d'obligations en moyenne et 12% d'actions en 2021.

Cependant, cette allocation d'actif n'est pas représentative du passé, puisque le contexte de taux bas a contraint les assureurs à diminué leurs parts d'obligations afin d'investir sur d'autres classes d'actifs plus risquées mais plus rémunératrices afin d'avoir la capacité de servir les taux minimums garantis (TMG).

Le *business model* de l'assurance est atypique à cause du cycle d'inversion : l'assureur ne connaît le coût du produit qu'après l'avoir vendu. Dès lors que l'assuré paye une prime à l'assureur, alors ce dernier contracte des engagements vers l'assuré. Cet engagement se traduit par des provisions pour pouvoir respecter l'engagement en cas de sinistres ou rachat de contrat d'assurance vie. De ce fait, le passif des assureurs est composé pour la grande majorité des provisions techniques d'assurance. En assurance-vie, la provision mathématique, qui représente la différence entre la valeur de l'engagement de l'assureur et celle de l'assuré, représente plus de 80% des provisions techniques

3) Interaction actif-passif

La gestion actif-passif (ALM, Asset & Liability Management) en assurance est l'analyse du bilan comptable et de son évolution probable sur un horizon de temps fixé en fonction d'hypothèses économiques, démographiques, commerciales etc.

Les objectifs de l'ALM sont nombreux, parmi lesquels :

- L'optimisation du taux de rémunération de l'épargne afin de satisfaire les clients et d'en attirer de nouveaux
- L'optimisation de la liquidité et de la trésorerie afin de faire face aux nombreux flux auquel il est soumis (rachat, sinistre, remboursement de dette, etc)
- Optimisation du niveau de fonds propres nécessaires et assurer la pérennité de la compagnie en garantissant un montant de dividendes afin de satisfaire les actionnaires.

Globalement le but de l'ALM est d'estimer les résultats afin de faciliter leurs pilotages au regard des risques pris par l'assureur sous des contraintes réglementaires, contractuelles et de rentabilité. L'ALM est un point de rencontre entre la politique financière et la politique commerciale afin de vérifier le réalisme de l'objectif stratégique de l'entreprise.

Les éléments de pilotage d'un contrat d'assurance-vie sont principalement :

- l'allocation d'actifs : la proportion investie dans chaque type d'actifs doit être soigneusement choisie. Le gérant doit trouver ces proportions de manière à garantir un couple rendement-risque en accord avec les clauses du produit commercialisé
- le partage de la richesse entre les assurés et entre l'assureur et les assurés : la revalorisation des contrats est stratégique pour l'assureur. Elle est en partie à sa discrétion. Une revalorisation réglementaire est fixée par la production financière et le résultat technique réalisés chaque année. Une revalorisation contractuelle s'y ajoute éventuellement. Le service de cette revalorisation exige

une bonne gestion au cours du temps de la provision pour participation aux excédents (PPE) ainsi que du portefeuille d'actifs.

En assurance-vie, les interactions entre l'actif et le passif sont très nombreuses notamment dans les contrats en euros. En effet, les taux minimums garantis présents dans les contrats impliquent une prise de risque que seul l'assureur supporte. En revanche, l'assureur doit partager les bénéfices tirés des primes placées. Cette asymétrie assureur-assuré crée un déséquilibre que l'assureur doit modéliser, comprendre et maîtriser via des modèles ALM. Par exemple, des investissements ou des désinvestissements peuvent être à réaliser en fonction de la trésorerie disponible pour payer les prestations liées aux contrats. Ces interactions exigent l'utilisation d'outils prenant en compte l'évolution jointe de l'actif et du passif.

Afin de faire respecter les engagements contractuels de l'assureur, des normes ont été publiées. La gestion actif-passif des assureurs est donc soumise à des normes prudentielles et comptables ce qui la rend complexe.

B. Normes réglementaires et comptables

1) Solvabilité 2, une norme prudentielle européenne

a) Les piliers de Solvabilité 2

Pour mieux calibrer le besoin en fonds propres des assureurs compte-tenu de leurs profils de risque, une nouvelle norme prudentielle européenne est adoptée après la crise des subprimes : Solvabilité 2 (Directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil du 25 novembre 2009). Elle entre en vigueur le 1^{er} janvier 2016 et s'applique à tous les assureurs et réassureurs de l'Union européenne.

Solvabilité 2 s'articule autour des trois piliers ci-dessous :

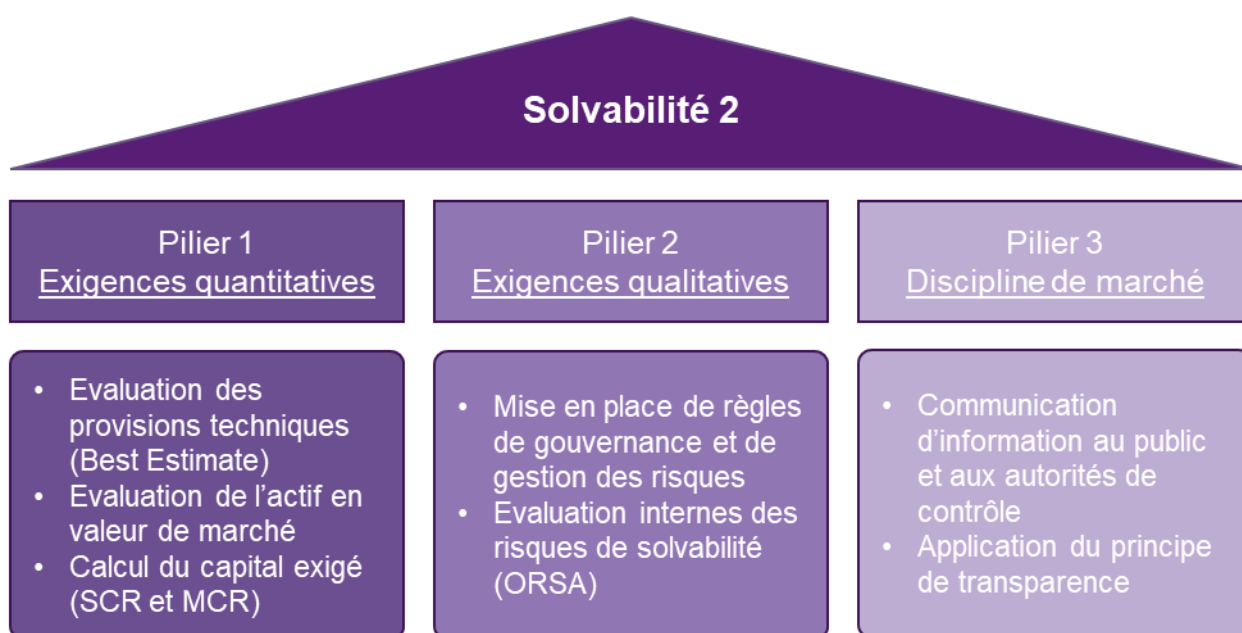


Figure 16 : Piliers de la norme Solvabilité 2

b) L'exigence de fonds propres sous Solvabilité 2

Solvabilité 2 introduit deux notions d'exigence en fonds propres à calculer afin de faire face aux engagements :

- Le Minimum Capital Requirement (MCR), niveau de fond propre minimum à détenir sous peine d'intervention de l'autorité de contrôle (ACPR en France)
- Le Solvency Capital Requirement (SCR), niveau de fond propre minimum à détenir de telle sorte que la probabilité de ruine soit de 0,5% à l'horizon d'un an (cela revient à une faillite tous les 200 ans)

Différentes approches permettent de calculer le SCR. La méthodologie utilisée par BPCE Vie est la Formule Standard proposée par l'EIOPA. Cette méthodologie modulaire est basée sur la décomposition des risques auxquels est soumis un assureur en différents modules de risques, eux-mêmes subdivisés en sous-modules de risque. On obtient ainsi une cartographie des risques :

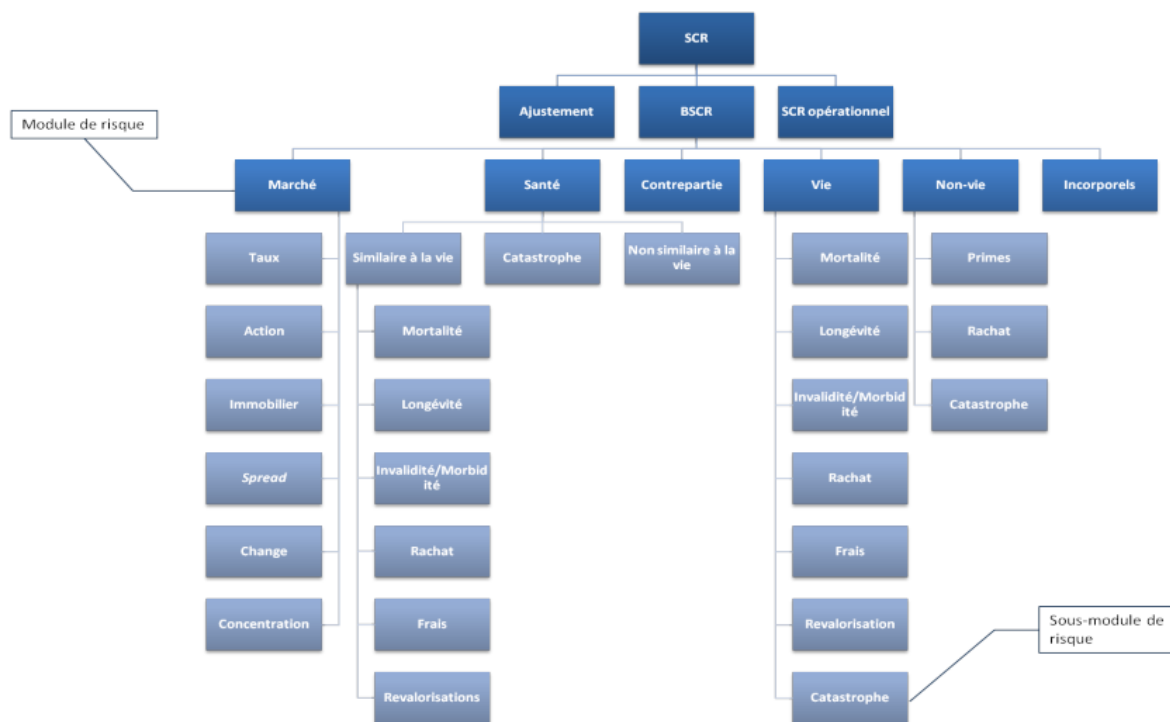


Figure 17 : Modules et sous-modules de risques définis dans la formule standard S2

Chaque sous-module fait l'objet d'un choc afin de calculer son SCR en captant la variation du niveau de fond propre économique à la suite de ce choc. Les bilans central et choqué associés sont dressés ainsi :

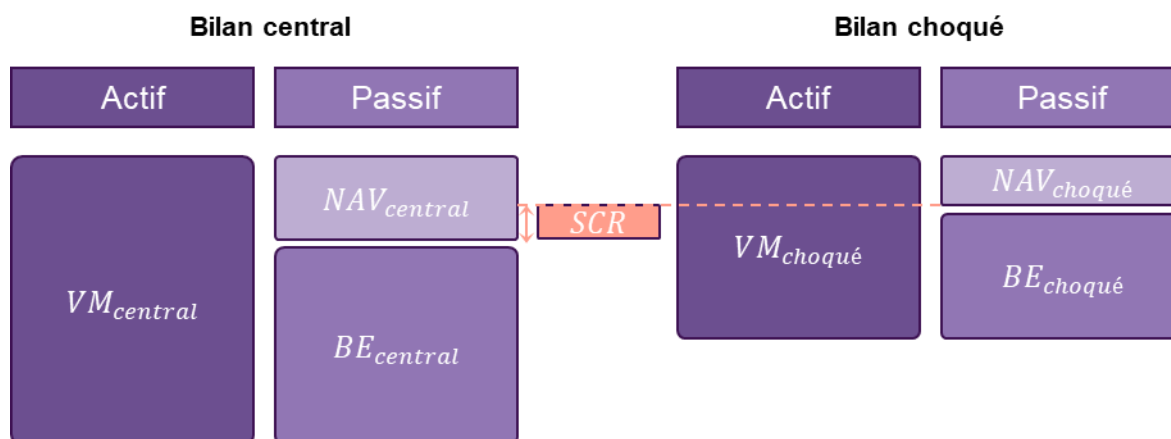


Figure 18 : Différence entre un bilan central et choqué sous S2

Avec :

- VM , la valeur de marché des actifs
- BE , le *Best Estimate* soit la valeur économique du passif
- NAV , la valeur économique des fonds propres

Le bilan central sert de référence par rapport aux bilans choqués à chaque sous-module de risque.

Ainsi, un SCR est calculé pour chaque sous-module de risque, tel que :

$$SCR_{sous\text{-}module} = \max(0, NAV_{central} - NAV_{choqué})$$

Par principe de prudence, si le choc est favorable et permet d'augmenter le niveau de fond propre alors le SCR est capé à 0 afin de ne pas permettre à l'assureur de diminuer son niveau d'exigence de fonds propres.

Les SCR de chaque module sont ensuite obtenus par agrégation des $SCR_{sous\text{-}module}$ via la prise en compte de matrices de corrélations communiquées par l'EIOPA.

Cette opération est réitérée pour en déduire le BSCR auquel on ajoute un module de risque opérationnel et d'ajustement pour obtenir le SCR final.

c) Les provisions techniques sous Solvabilité 2

Les provisions techniques d'un assureur sont le plus gros poste du passif au bilan et doivent être estimées le plus justement possible. Du point de vue des actionnaires, elles ne doivent pas être surestimées afin de ne pas diminuer les fonds propres. Du point de vue des autorités de contrôles, elles ne doivent pas être sous-estimées afin d'être en capacité de restituer les capitaux appartenant aux assurés.

Ainsi, la norme Solvabilité 2 spécifie le *Best Estimate* (BE), soit la « meilleure estimation » des provisions techniques et donc de l'engagement de l'assureur envers ses assurés en tenant compte d'hypothèses réalistes.

Mathématiquement, le BE n'est autre que la somme des flux nets futurs actualisés au taux sans risque sous la probabilité risque-neutre :

$$BE = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(\sum_{t \geq 0} \frac{Flux(t)}{(1 + r_t)^t} \right)$$

Avec :

- $\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}$, l'espérance sous la probabilité risque-neutre
- $Flux(t)$, les flux nets probables en t
- r_t , le taux sans risque pour de maturité t

d) Risk Margin sous Solvabilité 2

La Risk Margin (RM) représente le coût d'immobilisation du capital requis pour faire face aux engagements de l'assureur. Autrement dit, il s'agit du coût d'immobilisation du SCR :

$$RM = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(CoC \times \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \right)$$

Avec :

- CoC , le coût du capital ($CoC = 6\%$)

e) Bilan sous Solvabilité 2

Contrairement à Solvabilité 1, Solvabilité 2 instaure un calcul en « Fair Value » des actifs, ce qui implique que les actifs doivent être calculé en valeur de marché et non plus en valeur comptable comme sous Solvabilité 1 afin de refléter une vision économique de l'actif.

On peut donc dresser le bilan suivant sous Solvabilité 2 :

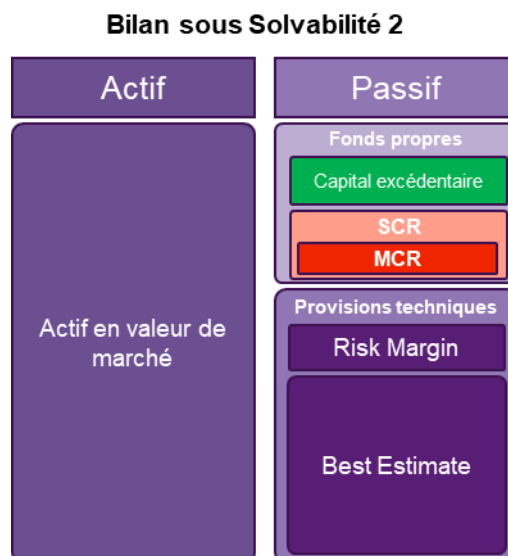


Figure 19 : Bilan sous Solvabilité 2

Enfin, un indicateur important est déduit des exigences quantitatives de Solvabilité 2, le ratio de solvabilité. Il s'agit du ratio entre les fonds propres éligibles (FPE) à la couverture du SCR et le SCR. Cela représente le « surplus » de fonds propres pour couvrir le SCR et donc la solidité financière de l'assureur.

$$\text{Ratio } S2 = \frac{FP_{\text{éligibles}}}{SCR}$$

2) IFRS 17, une norme comptable internationale

a) Introduction à la norme comptable IFRS 17

La norme comptable IFRS 17 (International Financial Reporting Standard) est une norme comptable internationale qui vise à normer et rendre comparable les comptes et résultats des entreprises d'assurance. Publiée par l'IASB (International Accounting Standards Board) en 2017, elle doit entrer en vigueur dès janvier 2023.

La norme IFRS 17 succède à la norme IFRS 4 sur les contrats d'assurance qui a été mise en place en 2005. La principale limite d'IFRS 4 réside dans l'hétérogénéité des méthodes d'évaluation de l'actif, basé sur la valeur économique, et du passif, basé sur une vision en coût amorti ajusté de certains effets comme la participation aux bénéfices différée.

Pour pallier cette limite, la norme IFRS 17 introduit trois méthodes d'évaluation des contrats d'assurance :

- un modèle général, le Building Block Approach (BBA)
- un modèle pour les contrats avec participation aux bénéfices, le Variable Fee Approach (VFA)
- un modèle simplifié pour les contrats court-terme, le Premium Allocation Approach (PAA)

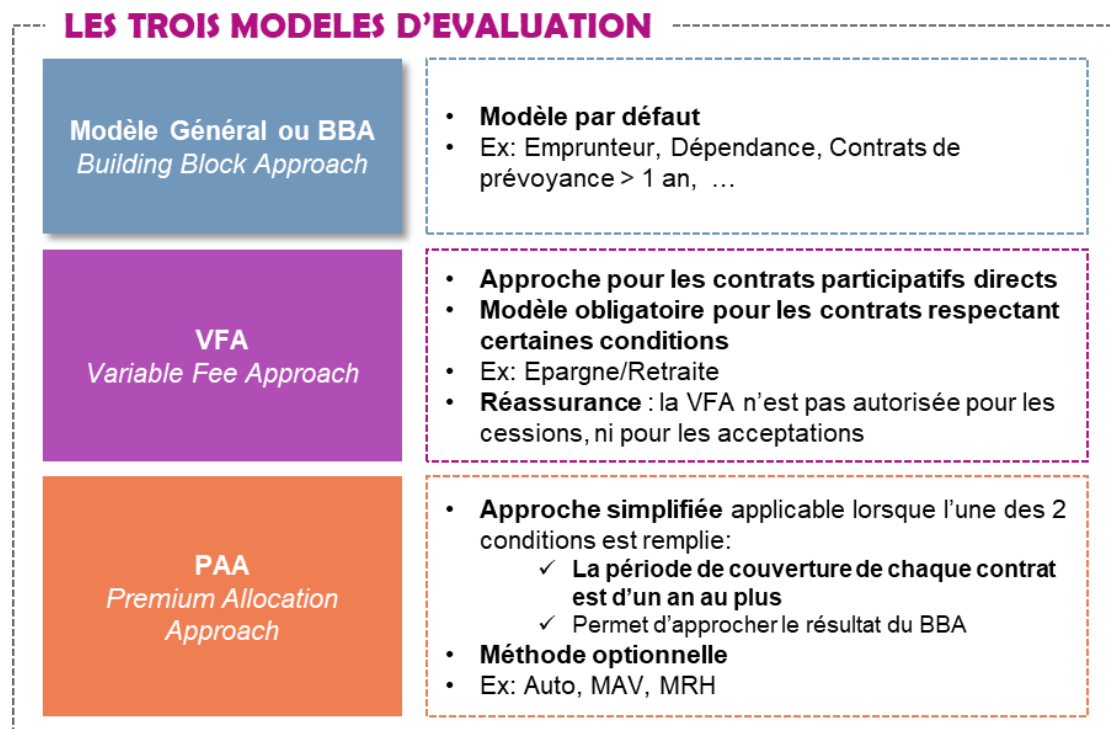


Tableau 5 : Les trois modèles d'évaluation du passif d'assurance sous IFRS 17

On en déduit ainsi que les contrats d'assurance épargne en euro sont évalués via le modèle VFA. IFRS 17 ne s'applique pas sur les contrats exclusivement en UC, ils ne sont pas considérés comme des produits d'assurance mais comme des placements financiers du fait du manque de garanties techniques.

Notion de groupe de contrats :

La norme IFRS 17 permet d'introduire une nouvelle notion : les groupes de profitabilité. En effet, les calculs sous IFRS 17 nécessite de segmenter les contrats selon trois mailles successives :

- 1) Portefeuille de contrats : regroupe les contrats gérés ensemble, par groupe de risque ou ligne d'activité (Line of Business)
- 2) Profitabilité : chaque portefeuille de contrats est segmenté selon la profitabilité de chaque contrat, onéreux, profitable avec risque de devenir onéreux et profitable
- 3) Cohorte annuelle : chaque groupe de profitabilité de chaque portefeuille de contrat est segmenté par année de souscription

b) Le modèle Variable Fee Approach

Un assureur doit utiliser le modèle VFA pour tous les contrats d'épargne incluant une clause de participation aux bénéfices. Via ce mécanisme de partage des résultats, les cashflows associés à ces contrats d'épargne deviennent dépendants de l'actif, d'où le terme « variable fee ».

IFRS 17 introduit trois notions fondamentales pour établir le passif d'un assureur : la Contractual Service Margin (CSM), le Risk Adjustment (RA), et le BE.

- Contractual Service Margin :

La notion phare de la norme IFRS 17 est l'introduction de la CSM. Elle se calcule différemment selon les trois méthodes susmentionnées. La CSM est une estimation des bénéfices attendus et non encore réalisés. A la date de première valorisation du produit, la CSM est évaluée une première fois puis elle est amortie tout le long de la durée du contrat.

La CSM est par définition positive ou nulle : elle est positive pour les contrats classés comme non onéreux, et est donc constitué des profits futurs non acquis.

Lorsqu'un contrat est onéreux, la CSM est censée être négative, cependant on la considère comme nulle et le montant négatif est affecté à la *Loss Component* (LC).

- *Best Estimate* IFRS 17 :

Dans la norme IFRS 17, le *Best Estimate* est très similaire au *Best Estimate* sous S2. La différence réside principalement dans la courbe des taux utilisées pour l'actualisation des flux. Pour les calculs S2, l'EIOPA fournit des courbes de taux sur 120 ans. L'IASB ne fournit pas ces courbes de taux pour les calculs IFRS 17 mais propose deux méthodologies pour la construire : « top-down » ou « bottom-up », méthode utilisée par la compagnie.

Le BE IFRS 17 intègre aussi les futurs versements libres des contrats d'assurances vie dans les flux contrairement au BE S2.

- Risk Adjustment:

D'après la norme IFRS17, l'ajustement pour risque non financier *Risk Adjustment* (RA) représente une 'prime de risque' permettant de couvrir l'incertitude sur le montant et l'échéancier des flux de trésorerie contingents aux risques non financiers. La norme identifie cinq principes de base à prendre en considération lors de l'estimation du RA :

- Croissant avec la sévérité : le RA est plus important pour des risques peu fréquents mais graves que pour des risques très fréquents mais peu grave
- Croissant en fonction de la durée : le RA est plus important pour des contrats de longue durée
- Croissant en fonction de la largeur de la distribution de probabilité : le RA augmente avec la largeur de la distribution de probabilité des risques
- Croissant en fonction de l'incertitude : le RA augmente avec le nombre de données inconnues et d'hypothèses prises pour l'estimation des engagements futurs
- Adaptatif en fonction des nouvelles anticipations issues de l'analyse des écarts d'expérience : le RA est moins important en fonction que les résultats récents réduisent l'incertitude entourant le montant et l'échéancier des flux de trésorerie

La norme IFRS 17 n'impose pas de méthodologie de calcul, ainsi, l'approche générale retenue pour le calcul du RA repose sur une méthodologie de type VaR (Value-at-Risk) capitalisant sur le cadre Solvabilité II avec utilisation des modules de risques de la Formule Standard. Seuls les chocs de souscription sont appliqués. Ainsi le RA s'obtient par différence entre un BE central et un BE choqué.

Enfin, en norme IFRS, le bilan d'assurance s'écrit avec un passif évalué en IFRS 17 et un actif évalué en IFRS 9 :

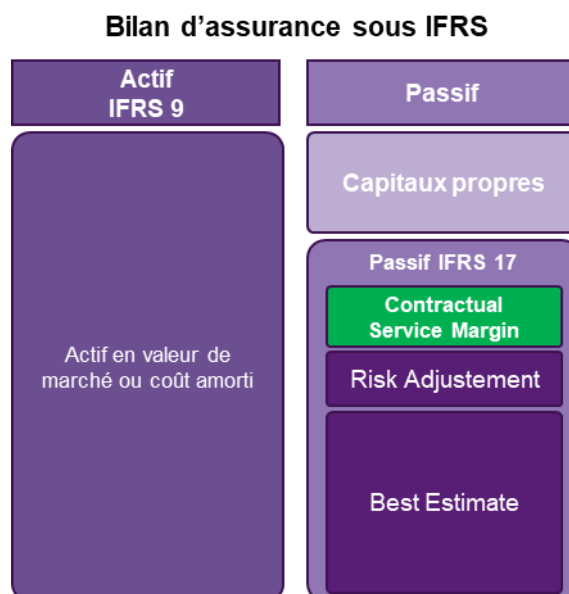


Figure 20 : Bilan d'assurance sous la norme IFRS

c) L'exercice de la Transition IFRS 17

L'exercice de la Transition est un exercice unique, nécessaire à la mise en œuvre d'IFRS 17, qui consiste à établir un premier bilan d'ouverture. La Transition correspond aux calculs des provisions techniques IFRS 17 BE/RA/CSM au 31 décembre 2021/1er janvier 2022. Bien que la norme IFRS 17 rentre en application au 1er janvier 2023, la Transition est indispensable car la CSM des contrats en stock doit être initialisée pour être ensuite écoulee jusqu'à extinction des contrats.

Les calculs à la Transition sont uniques, normativement encadrés et spécifiques au fait d'initialiser la CSM pour tous les contrats déjà souscrits.

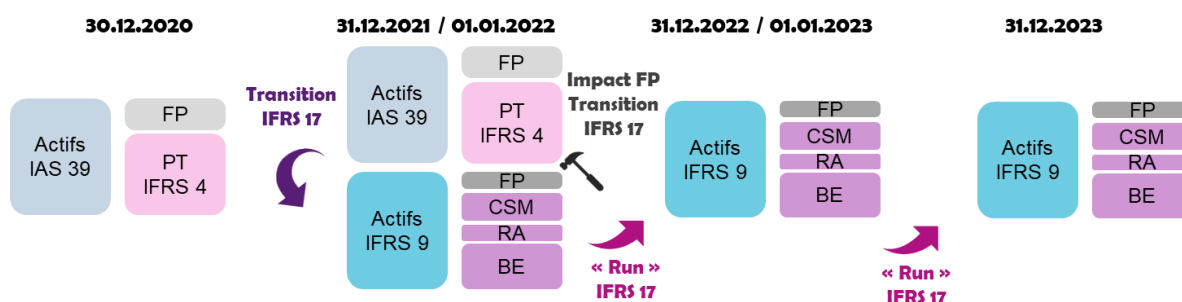


Figure 21 : Processus de passage de la norme IFRS 4 à la norme IFRS 17

Pour chaque groupe de contrats d'assurance, la norme propose ainsi 3 approches différentes pour l'application de la transition :

- L'approche rétrospective complète ou « Full Retrospective Approach » (FRA), qui correspond à appliquer IFRS 17 rétrospectivement de façon intégrale et exacte ;
- L'approche rétrospective modifiée ou « Modified Retrospective Approach » (MRA), qui vise à obtenir un résultat le plus proche possible de celui obtenu par l'approche FRA en se fondant sur l'utilisation d'informations raisonnables et justifiables obtenues sans coût ou effort excessif ;
- L'approche fondée sur la juste valeur ou « Fair Value Approach » (FVA) qui correspond à évaluer la marge sur service contractuels (CSM) ou l'élément de perte du passif (LC) à la date de transition d'après la différence entre la juste valeur du groupe de contrats d'assurance et les flux d'exécution associés.

L'approche rétrospective complète (FRA) est l'approche par défaut pour chaque groupe de contrats d'assurance. Si et seulement si elle s'avère impraticable pour un groupe donné de contrats d'assurance, l'une ou l'autre des deux autres approches restantes peut être utilisée.

	Full Retrospective Approach (FRA)	Modified Retrospective Approach (MRA)	Fair Value Approach (FVA)
Description	Approche rétrospective consistant à considérer que la norme IFRS 17 s'est toujours appliquée	Approche rétrospective autorisant des simplifications (granularité, flux réels, etc.)	Approche « spot » basée sur la juste valeur des passifs à la date de Transition
Avantages	CSM à la Transition a priori plus élevée en cas de portefeuille profitable (relâchement de TVOG inclus en CSM)	Coût de mise en place modéré CSM à la Transition converge vers la FRA	Coût de mise en place faible
Inconvénients	Très forte complexité opérationnelle, coût de mise en place élevé, besoins forts en termes de données et hypothèses	Nécessite en théorie de remonter jusqu'à la date d'émission du plus ancien contrat en stock	Par construction, la CSM est fortement dépendante de la situation à la date de transition
Enjeux	Nécessite de justifier la non-application de cette méthode pour appliquer une des méthodes simplifiées.	Méthode la plus répandue pouvant être mise en place à moindre coût. Simplifications possibles en cas de manque d'informations raisonnables et justifiables (ou pouvant être obtenues à un coût trop élevé).	Méthode à privilégier sur les périmètres onéreux ou en l'absence de données. Nécessité de déterminer la notion de fair value d'un passif (lobbying actuellement en cours)

Tableau 6 : Comparaison des trois méthodologies de Transition : FRA, MRA et FVA

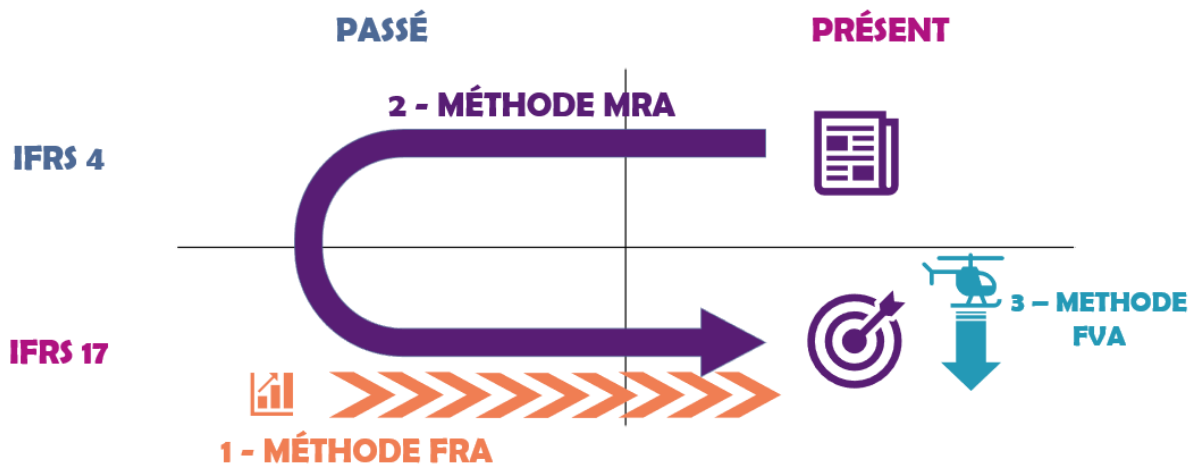


Figure 22 : Illustration des trois méthodes de Transition

Chez BPCE Vie, la méthode MRA a été choisie pour l'exercice de la Transition, le calcul de la CSM de Transition correspond donc à deux étapes distinctes :

- Une 1^{ère} étape de rétro-pédalage : à partir du présent en normes IFRS 4, on arrive dans le passé en normes IFRS 17
- Une 2^{ème} étape d'amortissement : une fois dans le passé en normes IFRS 17, on revient au présent tout en restant en IFRS 17

Ces normes comptables et prudentielles ont complexifié les calculs nécessaires à l'établissement des bilans tels qu'on les a présentés. Pour répondre à ces besoins, les assureurs ont mis en place des modèles calculatoires : les modèles ALM.

C. Modèle ALM et GSE

1) Fonctionnement d'un modèle ALM

Afin d'anticiper les risques, piloter leurs activités et satisfaire les normes prudentielles et comptables, les assureurs ont mis en place des modèles ALM. Un modèle ALM se présente sous la forme d'une plateforme informatique calculatoire qui modélise et projette dans le futur l'actif et le passif actuels d'un assureur en prenant en compte des hypothèses et des scénarios fournis en input du modèle. Les assureurs peuvent donc voir l'évolution dans le temps, selon les scénarios, d'indicateurs macro tels que le SCR, le BE, le ratio de solvabilité, mais aussi des indicateurs plus fins tels que les différents cash-flows : dividendes, primes, impôts etc. Le modèle ALM fournit in fine un bilan détaillé et un compte de résultat par pas de temps tout le long de la projection.

Parmi les inputs nécessaires à un modèle ALM, les plus importants sont les suivants :

- Paramètres de projection : horizon de projection, pas de temps, univers de projection, etc.
- Model Points Passif (MPP)
- Model Points Actif (MPA)
- États financiers de l'assureur : niveau de fond propre, niveau des provisions, etc.,
- Traités de réassurance
- Règle de gestion : allocation stratégique d'actif, stratégie financière, etc.,
- Principes réglementaires et prudentielles : algorithme de participation aux bénéfices, taux d'imposition etc.,
- Scénarios de projection : scénarios économiques, scénarios de mortalité, scénarios de rachat, etc.

Par souci d'optimisation des temps de calcul, les actifs et les contrats assurés présentant des caractéristiques communes sont agrégés afin de réduire la volumétrie des inputs du modèle ALM, tout en préservant une image fidèle du portefeuille de la société.

Ainsi, les MPA sont le résultat de cette agrégation appliquée à l'ensemble des titres d'actif financier détenus par la compagnie. Ils sont agrégés, en un nombre limité de lignes, suivant l'ensemble des caractéristiques des titres (classe d'actif, maturité, taux de coupon, dividendes, ...).

De même, les MPP sont le résultat de l'agrégation de l'ensemble des contrats souscrits du portefeuille de l'assureur. Ils sont regroupés suivant les caractéristiques des contrats (TMG, valeur de rachat, ancienneté, âge de l'assuré...).

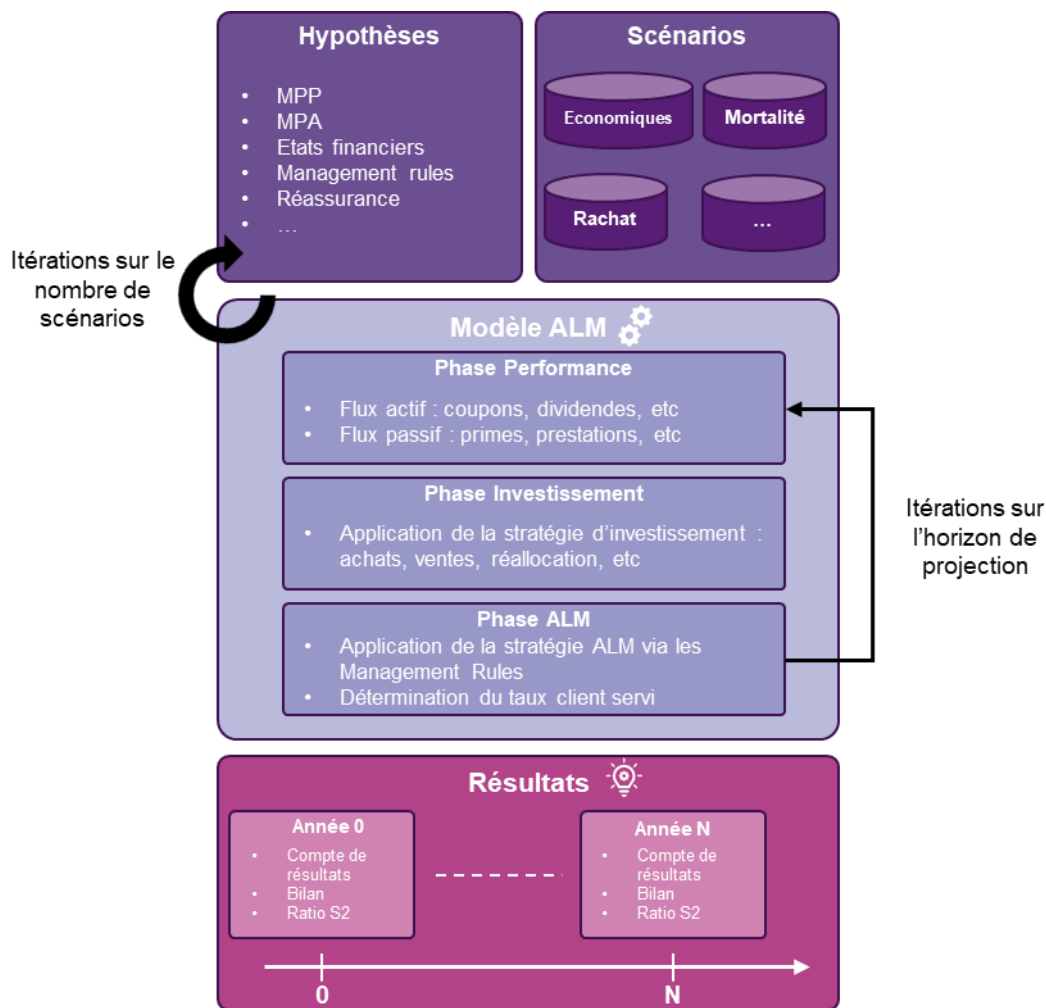


Figure 23 : Illustration du fonctionnement d'un modèle ALM

À noter que les scénarios économiques est le seul input qui évolue entre chaque itération du nombre de scénarios lors d'une projection. Nous allons ci-dessous évoquer le rôle des scénarios économiques et leur génération.

2) Fonctionnement d'un Générateur de Scénarios Economiques

a) Définition et rôle des scénarios dans la projection ALM

Définition :

Un Générateur de Scénarios Economiques (GSE) est un outil calculatoire capable de produire, sur un horizon, des scénarios contenant les différents indicateurs de l'économie qui permettent :

- de valoriser l'actif,
- d'évaluer le passif en « *Best Estimate* »,
- d'assurer la cohérence des interactions actif-passif.

Indicateurs projetés dans un GSE :

- Courbes des taux (réels, nominaux et inflation)
- Rendements des actifs indiciaires (action, immobilier, private equity, etc)
- Spreads de crédit
- Indices de taux de change
- Etc.

Valorisation du portefeuille d'actifs :

Dans un premier temps, les scénarios économiques permettent une valorisation du portefeuille d'actifs à chaque pas de temps d'une projection ALM.

- Valorisation des actifs indiciaires :

Les scénarios économiques vont permettre l'évaluation de la valeur de marché et le revenu financier (dividende) généré par un titre. Ces éléments sont déterminés par le biais d'un « Total Return » (TR) et d'un « Income Return » (IR) que le GSE a la capacité de diffuser.

La valeur de marché au pas de temps t , notée VM_t est déduite ainsi :

$$VM_t = VM_{t-1}(1 + TR_{t-1} - IR_{t-1})$$

Le flux lié au revenu financier de l'actif, au pas de temps t , est noté F_t tel que :

$$F_t = VM_{t-1} \times IR_{t-1}$$

- Valorisation des actifs obligataires :

La valorisation des actifs obligataires se fait par la diffusion des courbes de taux nominaux, réels et spreads.

Pour rappel, un actif obligataire à taux fixe, non risqué, de maturité T à la date t est valorisé comme suit :

$$VM_t = \sum_{i=t}^{T-t} \frac{Flux_i}{(1 + r(t, i))^{T-i}}$$

Avec :

- $Flux_i$ le flux financier généré par l'obligation à la date i (coupon et remboursement)
- $r(t, i)$ le taux nominal à la date t de maturité i

Les scénarios économiques permettent de couvrir différentes trajectoires de taux afin de quantifier le coût des engagements de l'assureur dans différents contextes de valorisation.

Evaluation du passif :

Les scénarios économiques n'ont pas qu'un impact sur la valeur de marché des actifs.

En effet, suivant la trajectoire économique envisagée, le passif sera différemment évalué. Par exemple, le principe d'actualisation est intrinsèque à la diffusion des taux nominaux. Pour bien tenir compte de la véritable valeur des engagements, il est essentiel d'actualiser les différents flux assurés et assureurs ; c'est-à-dire de leur appliquer un facteur temporel pour pouvoir les comparer. Pour rappel, ce principe réside sur le fait que les acteurs sont rationnels et le dilemme entre la jouissance immédiate du gain et l'aversion au risque.

Ce facteur d'actualisation s'appuie sur un indicateur explicatif de la valorisation du produit d'assurance. En univers Risque Neutre (notion développée dans la suite), ce sont l'indicateur de taux sans risque qui est utilisé pour actualiser les cashflows. En univers Real World, ce sont davantage les produits financiers réalisés qui alimentent le calcul de l'actualisation.

Le comportement des assurés est également à relier aux situations économiques. Par exemple, le phénomène de « rachats dynamiques » est lié à la capacité de l'entreprise à être compétitive par rapport au marché et donc aux performances économiques. Les rachats dynamiques dépendent donc des niveaux des indicateurs économiques projetés.

Influence sur les interactions actif-passif :

Finalement, les scénarios économiques jouent un rôle primordial dans l'ensemble des interactions ALM. En assurance vie, les contrats d'assurance s'appuient grandement sur les résultats financiers. En effet, la revalorisation des contrats d'assurance est une déduction des caractéristiques du produit d'assurance et des performances économiques des actifs (produits financiers). Par exemple, le taux commercial est une composante dérivée sur des données financières contenues notamment dans les scénarios économiques.

De plus, certaines provisions réglementaires, comme la Provision pour Risque d'Exigibilité (PRE), sont déterminées sur le comportement des actifs. La dotation ou reprise de ces provisions influence directement les résultats et donc le taux servi au client. Par ce biais, les scénarios économiques auront un impact sur les interactions ALM.

b) Fonctionnement et principales propriétés de projection

- Projection déterministe et stochastique

Il existe deux modes de projection au sein du GSE et du modèle ALM : la projection déterministe et stochastique.

Le principe d'une projection déterministe est que la trajectoire est définie d'avance, il n'existe pas d'aléa, une unique trajectoire est alors projetée. La construction de ces scénarios se base sur des données historiques qui pourraient refléter un contexte économique futur. Ces scénarios déterministes peuvent être utilisés dans le cadre d'études d'allocations stratégiques d'actifs pour tester la résilience de différentes allocations dans des contextes économiques variés.

Les scénarios stochastiques s'appuient sur l'utilisation d'une modélisation probabiliste des différents actifs à projeter. L'objectif est d'observer le comportement du bilan dans un nombre fini de scénarios construits sur la base d'un aléa et calibrés suivant des hypothèses de volatilité, de corrélation, etc.

Dans le cadre de scénarios stochastiques, la projection des différents indices se fait par le biais de modèles de diffusion. Un modèle de diffusion est un modèle mathématique particulier défini généralement par une équation différentielle stochastique (EDS au sens du processus d'Itô) de la forme suivante :

$$dX_t = f(X_t, t)dt + g(X_t, t)dW_t$$

Avec : X un processus aléatoire, W un mouvement brownien et f et g deux fonctions telles que le processus $\{f(X_s, s), s \geq 0\}$ est un processus \mathcal{F}_t^W - adapté et $\int_0^t f(X_s, s)ds < \infty$ p. s et telles que $\{g(X_s, s), s \geq 0\}$ est un bon processus local.

- Univers de projection :

La diffusion de ces modèles fait appel à la notion d'univers de projection : Real World (RW) et Risque Neutre (RN).

Dans l'univers Real World, l'historique des cours d'un actif permet de construire des distributions anticipant son évolution future. Les projections ainsi obtenues varient selon les modalités (fenêtre de temps choisie pour l'historique) et les hypothèses de prévisions macroéconomiques. La probabilité historique est employée pour estimer des rendements de portefeuilles d'actifs, obtenir des distributions de pertes et calculer des quantiles. Cette configuration tient compte de la prime de risque de l'actif sous-jacent qui est le sur-rendement du titre par rapport à la performance du taux sans risque. Ce sur-rendement peut être constant ou bien déterminé par une fonction déterministe du temps qu'il est nécessaire de calibrer.

A l'inverse, l'approche risque neutre comme son nom l'indique revient à projeter des actifs dont le rendement est égal au taux sans risque (sans prime de risque). C'est un cadre théorique de référence permettant de valoriser des instruments contingents à des risques financiers sans avoir recours à des hypothèses sur les primes de risque associées. Elle est utilisée pour valoriser des actifs (produits dérivés par exemple) ou des postes du bilan (*Best Estimate*).

L'aversion au risque de l'investisseur n'a pas vocation à être intégrée et tous les processus de prix évoluent, en moyenne, au taux sans risque. L'emploi de scénarios stochastiques « risque neutre » permet de capter les effets de la seule volatilité qui mesure l'importance des fluctuations de valeur d'ailleurs suffisante - dans l'univers « risque neutre » - pour estimer des prix.

Dans ce cadre théorique l'existence de la « probabilité risque neutre » repose sur l'hypothèse que les prix ne sont pas arbitrables, ce qui est relativement réaliste pour des marchés liquides, et son unicité suppose que le marché soit complet ce qui n'est pas nécessairement vérifié dans la réalité (ce cas aboutissant à plusieurs prix possibles pour un même actif).

Pour vérifier la bonne application de la probabilité risque neutre dans la projection des scénarios économiques, il est nécessaire de vérifier le caractère martingale du processus des prix actualisés ; c'est à dire que les actifs ont un rendement sans risque en moyenne.

- Calibrage :

Chaque modèle de diffusion possède des paramètres. Ces paramètres doivent être calibrés afin de reproduire fidèlement les données de marché à date ou des historiques de volatilité. Le calibrage revient donc à un problème d'optimisation d'une fonction f , selon un vecteur α de paramètres et des données de marché X , tel que :

$$\underset{\alpha \in \mathbb{R}^n}{\text{Argmin}} f(X, \alpha)$$

L'optimisation est souvent complexifiée par des contraintes supplémentaires telles que la génération de nombres strictement positifs par exemple.

- Validation de la génération des scénarios :

En univers RN, la validation des scénarios générés est assurée par deux propriétés : la martingalité et la « market-consistency ».

Comme mentionné précédemment, la martingalité permet de vérifier que la diffusion risque-neutre des variables est effectuée correctement.

Mathématiquement, le processus X_t est martingale si et seulement si :

$$\mathbb{E}[X_t | \mathcal{F}_s] = X_s, \forall t \geq s$$

La propriété de « market-consistency » correspond à la volonté de projeter des scénarios économiques qui soient cohérents avec la situation du marché à la date d'évaluation du produit. Le caractère « Market consistent » est respecté s'il est possible de retrouver les prix de marché observés à date de de projection dans l'univers de valorisation. Parmi ces informations de marché, on retrouve les courbes de taux, les prix d'actions, les spreads de crédit obligataires, les prix d'options listées, etc. Cette approche permet de fournir une juste valeur qui soit cohérente avec les valeurs et le risque de marché.

La réglementation Solvabilité 2 exige une modélisation en univers risque-neutre et market-consistent des variables économiques.

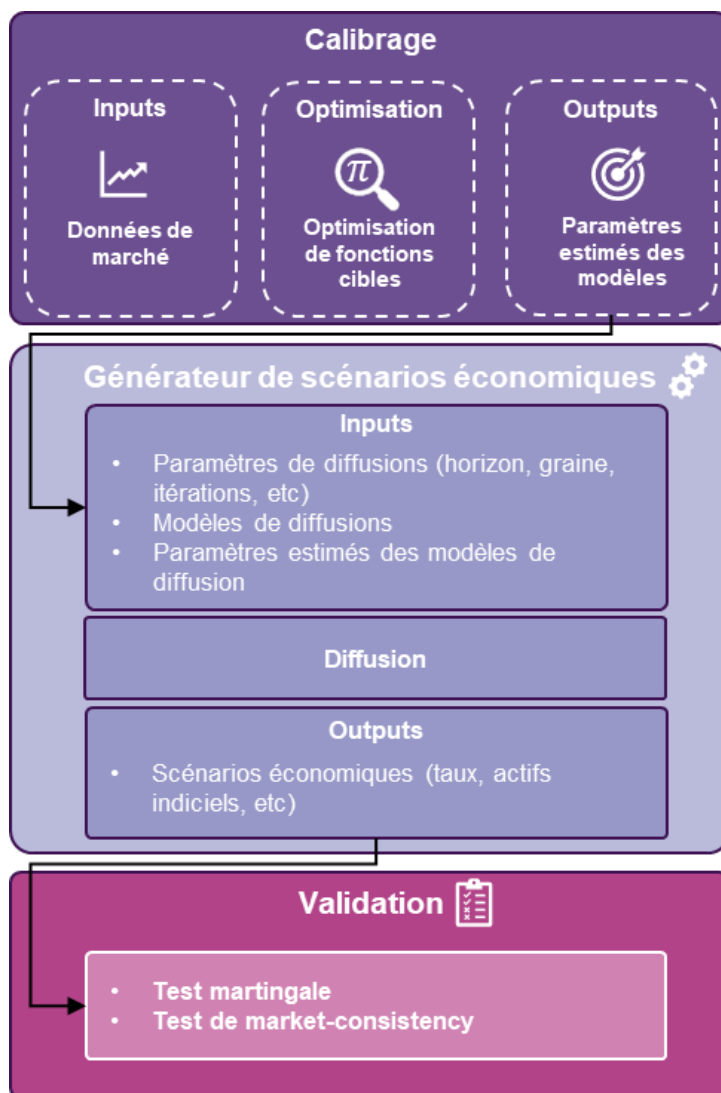


Figure 24 : Illustration du fonctionnement d'un GSE

- Modèles de diffusion utilisés chez BPCE Vie :

Classe d'actif	Modèle
Actions	SVJD
Taux nominaux	LMM+
Taux réels	Vasicek 2 facteurs
Immobilier	Black & Scholes
Private Equity	Black & Scholes
Low Vol/Structurés Action	Black & Scholes
OPCVM Monétaires	Black & Scholes
OPCVM Obligataires	Black & Scholes

A la date du début de l'étude, les spreads de crédit ne sont pas modélisés stochastiquement.

Or, « le GSE doit permettre de modéliser les différents types d'actifs détenus par l'organisme. Les facteurs de risque modélisés sont donc fonction de son profil de risque et doivent permettre de refléter les différentes sources de volatilité auquel l'organisme est exposé. Par exemple, **la modélisation [...] de spreads de crédit stochastique doit être étudiée** dès lors qu'un organisme détient des expositions non négligeables à des actifs sensibles à ces facteurs de risque. » (Générateurs de scénarios économiques : points d'attention et bonnes pratiques, ACRP, p.9)

C'est ainsi que la mise en place d'un modèle de crédit stochastique en univers risque-neutre est nécessaire au sein du GSE et du modèle ALM de BPCE Vie afin d'anticiper le risque de crédit auquel il est exposé de par son allocation d'actifs.

PARTIE II : MODÉLISATION DU RISQUE DE CRÉDIT

A. Le risque de crédit

1) Définitions et importance du risque de crédit

a) Définition du risque de crédit

Le risque de crédit est défini comme le risque de pertes consécutives au défaut d'un emprunteur sur un engagement de remboursement de dettes qu'il a contractées.

Le risque de crédit s'applique donc sur les instruments de dettes souveraines (govies) et d'entreprises (corporate). En effet, un émetteur de dette peut faire défaut et donc ne pas être en mesure de rembourser les détenteurs de ses créances.

Généralement, on distingue quatre composantes du risque de crédit :

- Le risque de défaut, qui correspond à l'incapacité de l'émetteur de faire face à ses dettes ;
- Le risque d'écartement de spread, qui correspond à l'écartement de la courbe de rendement de l'émetteur face à la courbe des taux sans risque ;
- Le risque de migration (ou transition) de rating, qui correspond au changement de notation d'un émetteur par les agences de notation ;
- Le risque de liquidité correspond à la dernière source de risque. Il correspond à la difficulté de vendre l'obligation (marché de gré à gré).

Ces quatre risques sous-jacents au risque de crédit sont liés entre eux. En effet, la logique veut que les spreads d'un émetteur augmentent lorsque sa notation se dégrade et donc que son risque de défaut augmente. Cela s'explique par la volonté des investisseurs d'obtenir des taux de rendements plus élevés face aux risques pris sur un émetteur en fonction de la solidité financière.

b) Les notions autour du risque de crédit

Séniorité et taux de recouvrement :

Lorsque qu'un émetteur fait défaut, il doit tout de même liquider ses actifs afin d'obtenir le maximum de fonds possible pour rembourser ses dettes. Cependant, tous les créanciers ne sont pas intégralement remboursés et ne sont pas remboursés de la même manière. Il existe des priorités de remboursement.

En effet, les créanciers sont remboursés selon des priorités définies par la séniorité des obligations qu'ils détiennent. La séniorité d'une obligation est contractuelle et représente la priorité de remboursement de la dette lors de la faillite de l'émetteur.

On distingue ainsi deux catégories de dette : la dette sécurisée et la dette non sécurisée.

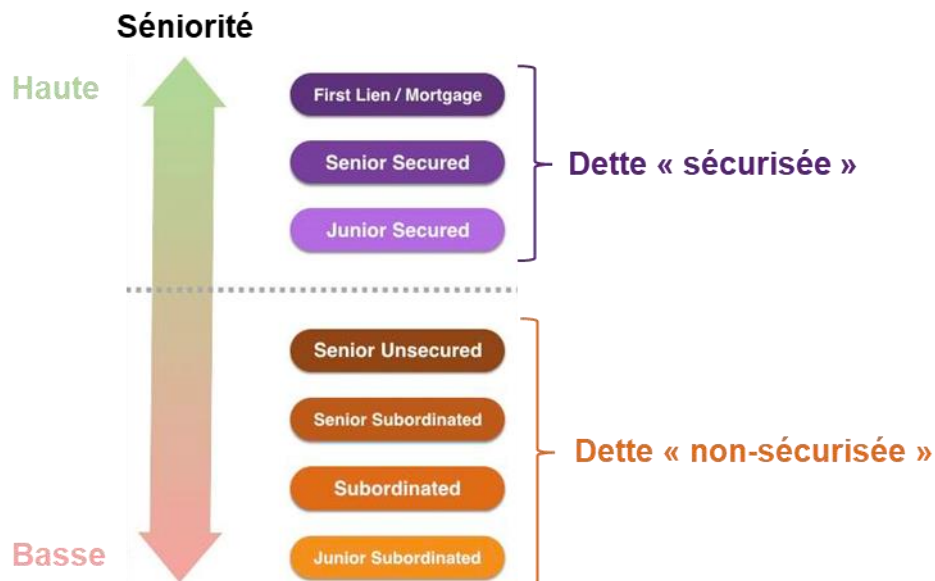


Figure 25 : Classement des séniorités

La dette sécurisée est garantie par un ou plusieurs actifs mis en gages par l'émetteur et qui seront affectés en priorité au remboursement des créanciers de ce type de dette en cas d'insolvabilité.

La dette non sécurisée ne donne droit à aucun privilège sur les actifs en cas de défaut. En cas d'insolvabilité, la dette non sécurisée est remboursée après la dette sécurisée dans la mesure du possible.

Ainsi plus la séniorité est faible, plus le risque de récupérer du capital en cas de défaut de l'émetteur est faible. Ce taux de récupération du capital en cas de défaut est appelé taux de recouvrement. Il s'agit de la part du nominal d'une obligation qu'un créancier espère récupérer en cas de faillite de l'émetteur.

Dépendant de la séniorité, les taux de recouvrement peuvent être différents pour un même émetteur.

Ce taux de recouvrement, noté δ par la suite, est l'opposé de la *Loss Given Default* (LGD) qui est la part du nominal non recouvrée :

$$\delta = 1 - LGD$$

Notations par les agences :

La faillite d'un émetteur peut être anticipée au vu de sa situation financière. Afin d'informer les investisseurs, les premières formes de notations sont apparues au milieu du XIX^e siècle aux Etats-Unis dans un contexte économique fragilisé par la crise financière de 1837. En effet, la première agence de notation, *The Mercantil Agency*, voit le jour à Wall Street en 1841.

Ces agences de notation affectent une notation de crédit (ou *credit rating*) aux émetteurs de dettes sur les marchés. Cette notation mesure la qualité de solvabilité d'un émetteur via l'analyse de son état financier. On dénombre actuellement quelque 130 agences² de notation à travers le monde. Les plus importantes, et pour ainsi dire les seules dont le nom soit connu du grand public, sont les anglo-saxonnes Standard & Poor's, Moody's et Fitch Ratings. Ces agences attribuent des notes allant de AAA à C ou D avec de légères différences selon l'agence.

Description	Moody's	S&P et Fitch
<i>Investment Grade</i> Bonne qualité de crédit	Aaa	AAA
	Aa1	AA+
	Aa2	AA
	Aa3	AA-
	A1	A+
	A2	A
	A3	A-
	Baa1	BBB+
	Baa2	BBB
	Baa3	BBB-
Spéculatif	Ba1	BB+
	Ba2	BB
	Ba3	BB-
	B1	B+
	B2	B
	B3	B-
	<i>Sub Investment Grade</i> Qualité inférieure « High Yield »	Caa1
Caa2		CCC
Caa3		CCC-
Ca		CC
Extrêmement spéculatif ou défaut imminent « Junk Bonds »	C	C
	D	D
En défaut	D	D

Tableau 7 : Classification des ratings par agence de notation

Ainsi, plus un émetteur est fragile financièrement, plus sa note sera de mauvaise qualité et plus les investisseurs demanderont des rendements plus élevés face au risque pris. De plus, on en déduit que plus la notation d'un émetteur est mauvaise plus il est probable qu'il fasse défaut.

² Source : <https://www.cairn.info> // Les agences de notation : Fabienne Collard Dans Courrier hebdomadaire du CRISP 2012/31-32 (n° 2156-2157)

Les notations émises par les agences de notations jouent donc un rôle primordial. Ce rôle a été mis en évidence lors de la crise des *subprimes* en 2008. En effet, les agences de notation ont surévalué les titres de *subprimes*, laissant penser aux investisseurs que ces produits sont très peu risqués. A posteriori, on considère que 93% des titres *subprimes* évalués AAA auraient dû être évalués BB ou inférieur. C'est l'une des raisons de la bulle spéculative ayant engendré la crise de 2008. S'en est suivi une crise mondiale liée au non-remboursement des prêts hypothécaires et à l'exposition systémique des institutions financières à ces prêts titrisés.

Chronologie de la modélisation du risque de crédit :

Face à l'exposition grandissante du risque de crédit, les premiers modèles apparaissent dans les années 1970. Deux catégories de modèles sont publiées, les modèles structurels et les modèles à forme réduite.

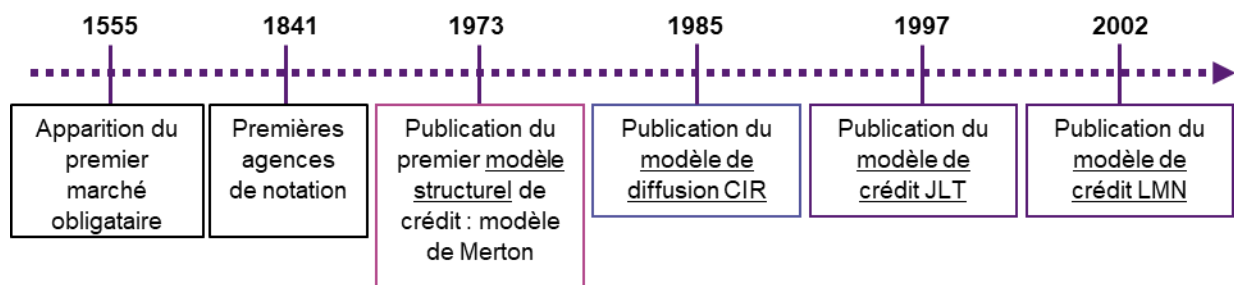


Figure 26 : Frise chronologique liée à la modélisation du risque de crédit

2) Modélisation mathématique du risque de crédit

a) Modèles structurels

Les modèles de crédit structurels sont introduits pour la première fois par le modèle de Merton en 1974. Le calcul de la probabilité de défaut est effectué via la structure bilancielle de l'émetteur de dette. Le bilan suivant de l'émetteur est considéré dans la modélisation :

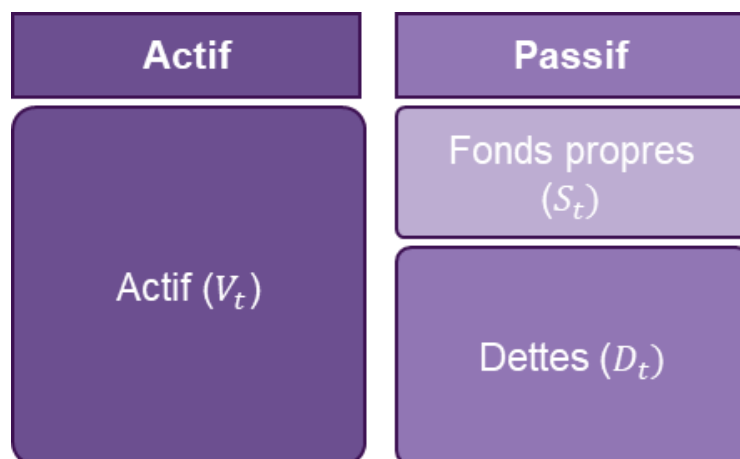


Figure 27 : Bilan dans un modèle structurel

La valeur de marché de l'actif V_t est modélisée par un mouvement brownien géométrique tel que :

$$\forall V_0 > 0, \frac{dV_t}{V_t} = \mu \times dt + \sigma \times dW_t$$

Avec :

- μ , le taux de rendement de l'actif de l'émetteur
- σ , la volatilité de l'actif de l'émetteur
- dW_t , un processus de Wiener³

La dette de l'émetteur est modélisée par une obligation zéro-coupon, de nominal N et de maturité T .

A la maturité T , deux situations peuvent alors se produire selon la valeur modélisée de l'actif V_T :

- Inférieure à la valeur nominale de la dette ($V_T < N$) : dans ce cas, la société est en défaut de paiement et les créanciers récupèrent donc une proportion du montant nominal de la dette.
- Supérieure à la valeur nominale de la dette ($V_T > N$) : les créanciers récupèrent l'ensemble de la dette N .

Ainsi, à l'échéance, les créanciers reçoivent $Min(V_T, N)$.

En actualisant l'espérance des flux futurs sous la probabilité risque-neutre, on exprime donc le prix d'une obligation zéro-coupon risquée $PZCR(t, T)$ par :

$$PZCR(t, T) = B(t, T) \times \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[Min(V_T, N)]$$

$$PZCR(t, T) = \underbrace{B(t, T) \times N}_{\text{Valeur en } t \text{ d'un zéro-coupon non risqué de maturité } T \text{ et de nominal } N} - \underbrace{B(t, T) \times \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[Max(0, N - V_T)]}_{\text{Valeur en } t \text{ d'un PUT sur la valeur de l'actif en } T \text{ et de strike } N}$$

Avec :

- $B(t, T)$, le facteur d'actualisation de T vers t .

Ce modèle présente plusieurs inconvénients. Tout d'abord, la date du défaut est connue d'avance, le défaut ne peut se produire qu'à la maturité T , ce qui n'est pas réaliste. Ensuite, le modèle de Merton ne prend pas en compte la séniorité de la dette, les formules ne font intervenir ni le taux de recouvrement, ni la *LGD*. Enfin, le modèle de Merton comme les modèles structurels nécessite de connaître le bilan financier de

³Un processus de Wiener ou mouvement brownien est un processus sur un espace filtré $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{F}_t, \mathbb{P})$ adapté, continu, à valeurs vectorielles tel que :

(i) $B_0 = 0, \mathbb{P}$ - presque sûrement sur Ω

(ii) $\forall s \leq t, B_t - B_s$ est indépendant de \mathcal{F}_s et de loi gaussienne centrée de variance $(t - s)I_d$

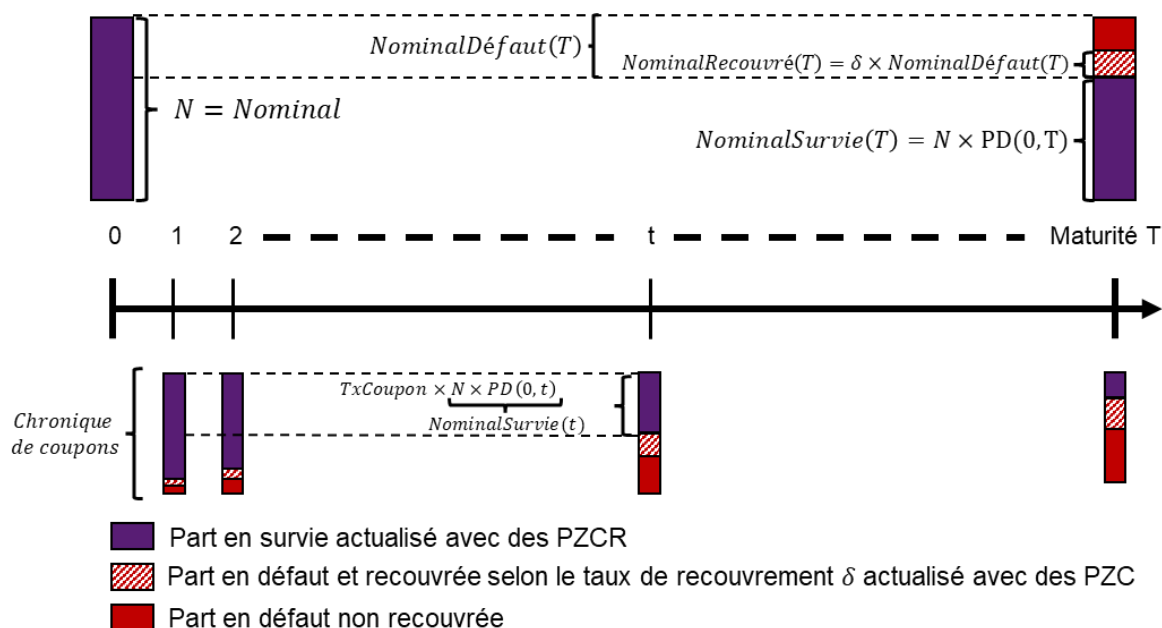
chaque émetteur. Ce point est particulièrement éliminatoire pour la sélection d'un modèle de crédit implémentable chez un assureur. En effet, cela nécessiterait d'implémenter un modèle structurel par émetteur en portefeuille et récupérer le bilan financier de chacun à chaque date de calcul, ce qui n'est pas faisable en pratique. Ces limites ont poussé les chercheurs à développer d'autres modèles, notamment les modèles à forme réduite.

b) Modèles à forme réduite

Les modèles de crédit à forme réduite sont apparus pour pallier les limites des modèles structurels. Dans les modèles à forme réduite, le défaut est modélisé comme un évènement incertain dans le temps. On ne s'intéresse qu'à la prédiction du défaut et non pas à ses causes, le bilan de l'émetteur n'influe pas sur le modèle. La modélisation du défaut est basée sur des processus stochastiques.

En l'absence de risque de crédit, les cashflows sont considérés comme certains : tous les coupons seront versés ainsi que la totalité du remboursement.

En prenant en compte le risque de crédit, on considère que les cashflows ne sont plus certains, ils deviennent des cashflows probables, conditionnés à la survie de l'émetteur. À chaque pas de temps, seule une partie du nominal survit, au prorata des probabilités de défaut, et génère des coupons. Par contre, la partie en défaut est recouverte au prorata du taux de recouvrement δ . On obtient donc le profil des cashflows suivant :



Le prix zéro-coupon risqué (*PZCR*) en t pour une maturité résiduelle T , s'écrit en fonction du prix zéro-coupon sans risque (*PZC*), de la probabilité de défaut entre t et T notée $PD(t, T)$ et du taux de recouvrement δ tel que :

$$PZCR(t, T) = PZC(t, T) \times (1 - PD(t, T) \times (1 - \delta))$$

Ainsi le lien entre spread et probabilité de défaut est direct puisque :

$$\begin{aligned} PZCR(t, T) &= \frac{1}{(1 + r(t, T))^T (1 + s(t, T))^T} \\ &= PZC(t, T) \times (1 - PD(t, T) \times (1 - \delta)) \end{aligned}$$

Par l'indentification de l'expression du PZC et simplification, on en déduit que :

$$\frac{1}{(1 + s(t, T))^T} = 1 - PD(t, T) \times (1 - \delta)$$

Deux principaux modèles de crédit à forme réduite sont utilisés, le modèle JLT (Jarrow, Lando, Turnbull) publié en 1997, qui est un modèle à transition de rating (ou migration de rating), et le modèle LMN (Longstaff, Mithal, Neis) publié en 2002, qui est un modèle à intensité de défaut.

Ces deux modèles sont proposés dans le GSE de Moody's Analytics et ont fait l'objet d'une instruction de choix en vue de l'implémentation d'un des deux.

B. Choix du modèle implémenté

Deux modèles sont proposés par l'éditeur de GSE Moody's Analytics: le modèle G2 (modèle JLT) et le modèle G3 (modèle LMN). Dans les deux modèles Moody's Analytics propose les notations suivantes : AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC.

1) Principe des modèle LMN, JLT et modèle de diffusion sous-jacent

a) Processus CIR

Les deux modèles de crédit G3 et G2 sont diffusés via des processus stochastiques Cox-Ingersoll-Ross (CIR). Le modèle CIR publié en 1985 est une extension du modèle de Vasicek (1977). Le modèle CIR est de type processus d'Ornstein-Uhlenbeck, qui est un processus de retour à la moyenne long terme (ou mean-reverting process). Ce modèle, initialement publié pour modéliser des taux d'intérêts, prend en compte une tendance micro-économique qui veut que les taux convergent vers des taux long termes après que les taux court termes subissent des perturbations liées aux cycles des marchés financiers, des politiques monétaires, etc.

Ce processus π possède 4 paramètres à calibrer et sa dynamique s'écrit :

$$d\pi_t = \alpha \cdot (\mu - \pi_t) \cdot dt + \sigma \cdot \sqrt{\pi_t} \cdot dW_t$$

Avec :

- π_0 la valeur initiale du processus
- α la vitesse de retour à la moyenne
- μ la moyenne long terme

- σ la volatilité du processus

Le modèle CIR se distingue du modèle Vasicek par l'ajout du terme $\sqrt{\pi_t}$ dans la partie aléatoire de l'équation avec l'idée que plus les taux sont élevés, plus la volatilité et l'incertitude est élevée. L'introduction de la racine carrée permet aussi de considérer des taux positifs.

La condition de Feller $\sigma^2 \leq 2\mu\alpha$ permet d'assurer la positivité du processus. Cependant, Moody's Analytics ne respecte pas cette condition lors du calibrage mais assure tout de même la positivité des spreads par l'introduction d'un floor à 0 lorsque le processus est négatif.

b) Modèle JLT (G2 Moody's Analytics)

Le modèle de crédit G2 de Moody's Analytics est un modèle à transition de rating (ou migration de rating) communément appelé modèle JLT du nom de ses auteurs Jarrow, Lando et Turnbull (1997). Le modèle G2 a pour avantage de modéliser trois risques sous-jacents au risque de crédit :

- le risque d'écartement de spread ;
- le risque de défaut ;
- le risque de changement de notation.

Cette polyvalence lui permet d'être historiquement très utilisé par les acteurs du marché européen, notamment car il permet de piloter la stratégie d'allocation d'actif et de rebalancement du portefeuille obligataire par sa prise en compte des migrations de rating.

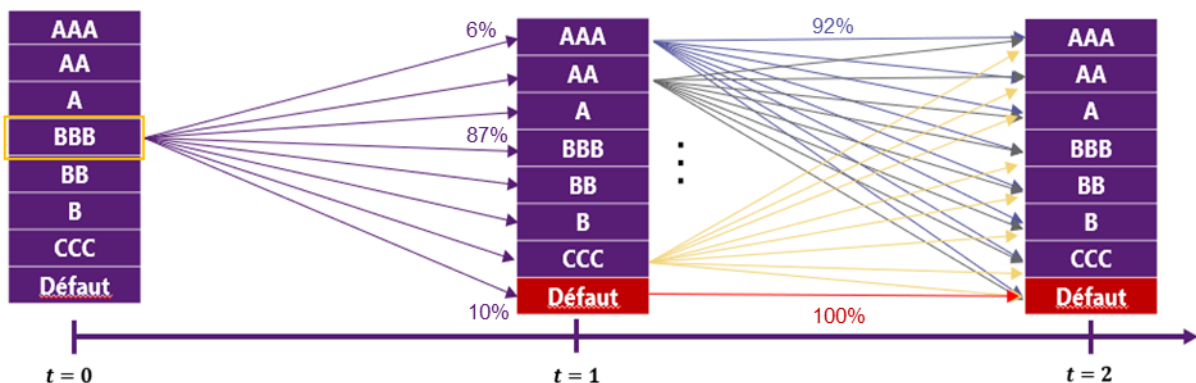


Figure 29 : Illustration du modèle G2 (JLT)

Pour ce faire, le modèle G2 nécessite une matrice de transition historique à chaque date de calcul. La matrice de transition permet de connaître les probabilités de transition de rating vers rating mais aussi de rating vers l'état défaut. Cette matrice de transition est communiquée par Moody's Analytics et donne les probabilités de transition sur une année. Cette matrice est dite « monde réel » car elle est déterminée sur la base d'observation historique du marché.

2022 Matrix		Rating at end of year							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
Rating at start of year	AAA	94.03%	5.71%	0.23%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.01%
	AA	2.20%	90.02%	7.20%	0.18%	0.10%	0.10%	0.10%	0.10%
	A	1.27%	3.21%	90.51%	4.29%	0.19%	0.19%	0.19%	0.14%
	BBB	1.16%	1.17%	4.67%	89.75%	2.29%	0.31%	0.31%	0.36%
	BB	0.38%	0.55%	0.80%	6.87%	82.72%	6.84%	0.41%	1.44%
	B	0.36%	0.54%	0.79%	1.30%	5.81%	80.88%	6.46%	3.85%
	CCC	0.18%	0.37%	0.79%	1.29%	2.40%	7.79%	77.68%	9.50%
	Default	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%

Tableau 8 : Matrice de transition 2022 (fournie par Moody's Analytics)

La matrice « monde réel » initiale en début de projection doit être projetée à chaque pas de temps suivant le processus calculatoire suivant afin d'obtenir une matrice de transition risque-neutre à chaque pas de temps :

- Obtention de la matrice génératrice « monde réel » :

La matrice génératrice « monde réel » au pas de temps t , notée $\Lambda_p(t)$, s'obtient par le logarithme de la matrice de transition « monde réel » en t , notée $M_p(t)$, tel que :

$$\Lambda_p(t) = \log M_p(t)$$

On suppose pour cela que $M_p(t)$ est inversible de valeur propres réelles positives.

- Passage à une matrice génératrice risque-neutre :

Afin d'obtenir une matrice de génératrice risque-neutre $\Lambda_q(t)$, on choc la matrice génératrice « monde réel » aléatoirement avec une prime de risque $\pi(t)$ calculée via un processus CIR :

$$\Lambda_q(t) = \pi(t) \times \Lambda_p(t)$$

- Repassage à une matrice de transition risque-neutre :

Le passage à la matrice de transition risque-neutre $M_q(t)$ se fait simplement par l'application de l'opération inverse de la première étape :

$$M_q(t) = \exp(\Lambda_q(t))$$

Et on obtient donc la matrice de transition risque-neutre entre deux pas de temps t et T , notée $M_q(t, T)$ par la relation suivante :

$$M_q(t, T) = \exp(\Lambda_q(t) \times (T - t))$$

La matrice de transition permet ensuite de suivre la part la nominal qui migre à chaque pas de temps.

Notons l'importance ici du processus CIR, puisque c'est lui qui va permettre le passage de l'univers monde réel à risque neutre via la modélisation de la prime de risque π_t .

Prenons l'exemple d'une obligation AA de nominal $N = 100$ sur deux pas de temps, avec les matrices de transitions suivantes :

Matrice de transition entre 0 et 1		Rating d'arrivée							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Défaut
Rating de départ	AAA	95%	3%	1%	0%	0%	0%	0%	1%
	AA	2%	90%	5%	0%	0%	0%	0%	3%
	A	1%	3%	85%	5%	0%	0%	0%	6%
	BBB	0%	0%	5%	83%	5%	0%	0%	7%
	BB	0%	0%	0%	3%	78%	10%	0%	9%
	B	0%	0%	0%	0%	2%	75%	12%	11%
	CCC	0%	0%	0%	0%	0%	5%	75%	20%
	Défaut	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%

Matrice de transition entre 1 et 2		Rating d'arrivée							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Défaut
Rating de départ	AAA	92%	5%	2%	0%	0%	0%	0%	1%
	AA	3%	89%	4%	0%	0%	0%	0%	4%
	A	0%	4%	84%	6%	0%	0%	0%	6%
	BBB	0%	0%	4%	82%	6%	0%	0%	8%
	BB	0%	0%	0%	2%	78%	10%	0%	10%
	B	0%	0%	0%	0%	2%	75%	12%	11%
	CCC	0%	0%	0%	0%	0%	5%	75%	20%
	Défaut	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%

On obtient ainsi la décomposition probable suivante de l'obligation en projection :

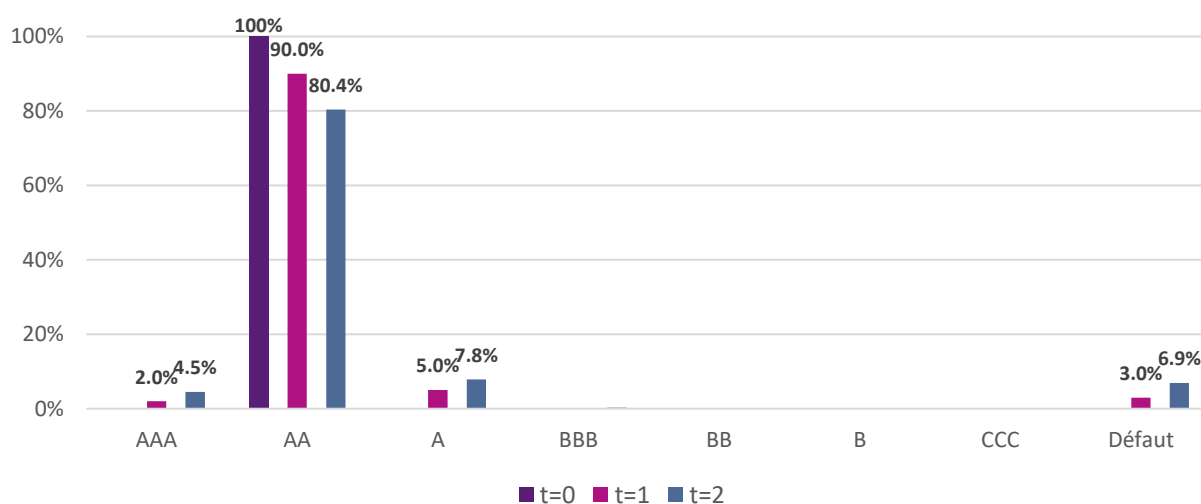


Figure 30 : Décomposition d'une obligation après deux pas de temps avec le modèle G2 (JLT)

On observe que l'obligation initialement notée AA, se décompose en nominaux probabilisés de notations différentes. Ainsi, au bout de deux pas de temps, seuls 80,4% du nominal initial restent en AA, 4,5% passent en AAA, 7,8% sont dégradés en A, et 6,9% sont considérés comme ayant fait défaut.

L'assureur peut donc observer la ventilation par rating de son portefeuille obligataire au cours du temps.

c) Modèle LMN (G3 Moody's Analytics)

Le modèle G3 de Moody's Analytics est un modèle de crédit à intensité plus communément appelé LMN du nom de ses auteurs Lognstaff, Mithal, Neis (2002). Dans ce modèle, le risque de migration de rating n'est pas modélisé. On ne s'intéresse qu'à la probabilité de défaut d'un émetteur.

La diffusion des spreads est obtenue par l'utilisation d'une intensité de défaut stochastique associée à un taux de recouvrement.

Un modèle à intensité de défaut se définit par l'équation :

$$PD(t, T, R) = 1 - \exp\left(-\int_t^{t+T} \lambda(t, R) dt\right)$$

Avec :

- $PD(t, T, R)$, la probabilité de faire défaut entre t et $t + T$ pour un rating R
- $\lambda(t, R)$, la fonction d'intensité de défaut en t pour un rating R

Dans le modèle G3, la fonction d'intensité pour chaque rating R est la somme des surplus d'intensités de défaut des ratings de meilleure qualité :

$$\lambda^R = \sum_{r=AAA}^R \pi^r$$

avec $R \in \{AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC\}$

Chaque surplus d'intensité noté π^r , est modélisé par un processus CIR positif ou nul ce qui permet, via une somme, une hiérarchisation des probabilités de défaut par rating. Ainsi on obtient un spread croissant à mesure que la qualité de crédit se dégrade. Le modèle prend de fortes hypothèses : les browniens de crédit doivent être complètement indépendants des taux et les browniens de crédit doivent être indépendant les uns des autres. La corrélation entre les probabilités de défaut se fera par la structure en cascade du modèle.

Dans le modèle G3, la probabilité de défaut risque neutre en t , pour une maturité résiduelle T , et pour un rating R et donné par l'espérance suivante :

$$\begin{aligned} PD(t, T, R) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - \exp\left(-\int_t^{t+T} \lambda_s^R ds \mid \mathcal{F}_t\right) \right] \\ &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - \exp\left(-\int_t^{t+T} \sum_{r=1}^R \pi^r ds \mid \mathcal{F}_t\right) \right] \\ &= 1 - \exp \left[-\sum_{r=1}^R (A_r(T) + B_r(T)\pi_t^r) \right] \end{aligned}$$

Par formule fermée, cette formule se résout avec les paramètres suivants :

- $$A_r(T) = \frac{2\alpha_r\mu_r}{\sigma_r^2} \ln \left[\frac{2\gamma_r + (\gamma_r + \alpha_r)(e^{\gamma_r T} - 1)}{2\gamma_r e^{\frac{1}{2}(\gamma_r + \alpha_r)T}} \right]$$

- $$B_r(T) = \frac{\frac{(1 - e^{-\gamma_r T})}{\gamma_r}}{1 - \frac{\frac{1}{2}(\gamma_r - \alpha_r)(1 - e^{-\gamma_r T})}{\gamma_r}}$$

- $$\gamma_r = \sqrt{\alpha_r^2 + 2\sigma_r^2}$$

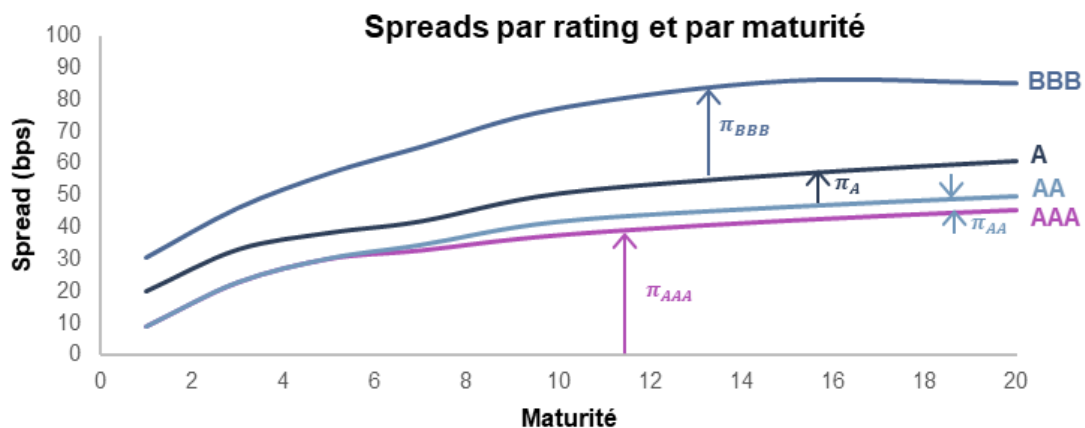


Figure 31 : Courbe de spreads par rating illustrant l'addition des surplus d'intensité du modèle G3 (LMN)

2) Calibrage et profil des nominaux diffusés

a) Calibrage du modèle G2

Le modèle G2 possède quatre paramètres à calibrer pour l'ensemble des ratings. Le calibrage du modèle G3 revient donc à estimer les paramètres $\{\pi_0, \alpha, \mu, \sigma\}$. Ces paramètres sont communiqués par Moody's Analytics à chaque trimestre pour le segment corporate uniquement. Les paramètres α, μ, σ ainsi que la matrice de transitions sont revus annuellement et calibrés sur des données historiques.

Seule la prime de risque π_0 est revue trimestriellement afin de faire correspondre les spreads modélisés avec les spreads observés sur le marché à la date d'arrêt. Du fait, du manque de degré de liberté, le nombre de cible de spread doit être très limité. Le calibrage communiqué par Moody's Analytics se fait sur un spread OAS⁴ (Option Adjusted Spread) européen de rating A et de maturité 7 ans sur la base de données Merrill Lynch.

³ Option Adjusted Spread ou Spread Ajusté de l'Option est un spread dont le calcul retire la valeur des obligations comportant une option de remboursement anticipée.

b) Calibrage du modèle G3

Le modèle G3 possède quatre paramètres par rating à calibrer. Le calibrage du modèle G3 revient donc à estimer les paramètres $\{\pi_0^r, \alpha^r, \mu^r, \sigma^r\}$ pour chaque rating r .

Moody's Analytics propose un calibrage risque-neutre et market-consistent à chaque date d'arrêt trimestrielle uniquement pour les corporate. Cependant, tous les paramètres ne sont pas revus trimestriellement.

Les paramètres de volatilité σ et de dispersion α sont revus annuellement et calibrés sur des données historiques. Seuls les paramètres de valeur initiale π_0 et de moyenne μ sont revus trimestriellement par Moody's Analytics. L'objectif de ce calibrage trimestriel est de répliquer les niveaux de spreads observés sur les marchés à chaque date d'arrêt.

Pour ce faire, il faut optimiser la fonction « objectif » suivante :

$$\underset{\pi_0^r, \mu^r}{\text{Argmin}} \theta(\pi_0^r, \alpha^r, \mu^r, \sigma^r)$$

Avec la fonction « objectif » :

$$\theta(\pi_0^r, \alpha^r, \mu^r, \sigma^r) = \sum_{i=1}^{\text{Nbr de cibles}} \omega_i^{sp} (Sp_i^{\text{Market}} - Sp_i^{\text{Modèle}})^2$$

$$\forall r \in \{AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC\}$$

Où :

- ω_i^{sp} , le poids associé au spread cible i
- Sp_i^{Market} , le spread « cible » observé sur le marché
- $Sp_i^{\text{Modèle}}$, le spread répliqué par le modèle

L'objectif du calibrage est donc de minimiser l'écart entre les spreads de marché et les spreads répliqués par le modèle.

La résolution du problème se fait via l'optimiseur de Levenberg-Marquardt qui est une amélioration de la méthode de Gauss-Newton :

Algorithme de Levenberg-Marquardt

Données : F fonction différentiable, x_0 point initial, $\epsilon > 0$ précision demandée.

Sortie : une approximation de la solution du problème de moindres carrés :

$$\operatorname{argmin}_{\alpha \in \mathbb{R}^n} f(\alpha) = \frac{1}{2} F(\alpha)^\top F(\alpha)$$

1. $k := 0$;
2. Tant que (critère d'arrêt à définir)
 - (a) Calcul d'une direction de recherche : calculer d_k solution de :

$$(J_F(x_k)^\top J_F(x_k) + \lambda I) d_k = -J_F(x_k)^\top F(x_k)$$

- (b) $x_{k+1} = x_k + d_k$;
 - (c) Mise à jour du paramètre λ ;
 - (d) $k := k + 1$;
 3. Retourner x_k .
-

Figure 32 : Algorithme de Levenberg-Marquardt

Pour ce faire, il est nécessaire d'obtenir sur le marché des courbes de spreads et ou des courbes de rendements obligataires. Moody's Analytics se base sur des courbes de spreads OAS corporate européens fournis par Merrill Lynch. Moody's Analytics ne fournit aucun calibrage pour le segment souverain.

c) Comparaison de la market-consistency et profils des nominaux

La principale différence entre le calibrage du modèle G2 et G3 réside dans le fait que le modèle G3 possède un processus CIR par rating contrairement au modèle G2 qui en possède un pour tous les ratings. Cela implique qu'il faut calibrer 28 paramètres pour le modèle G3 contre 4 paramètres pour le modèle G2.

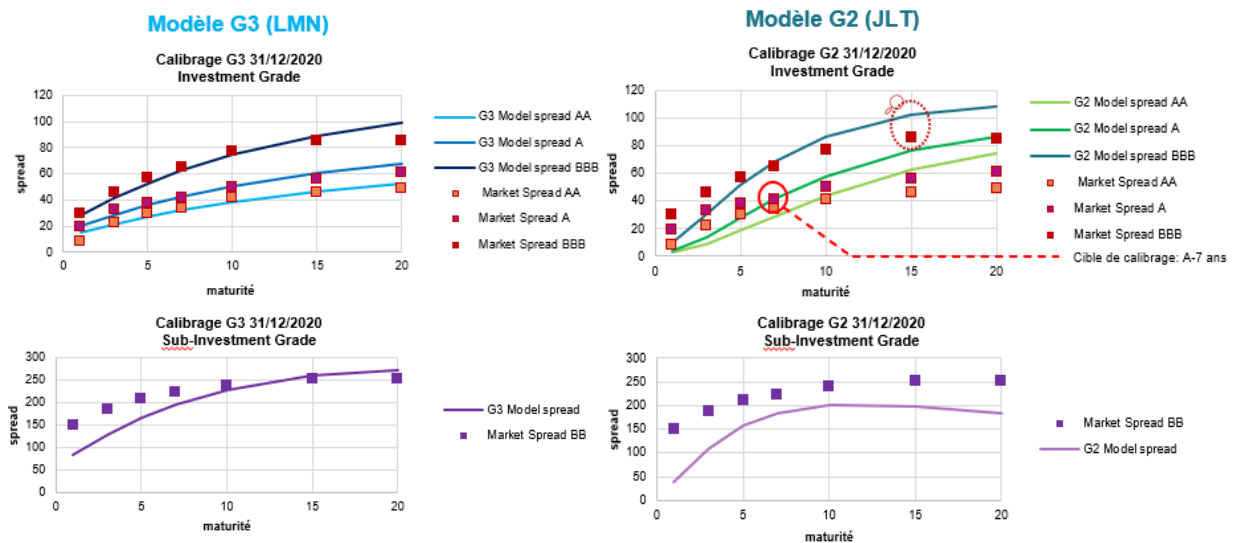


Figure 33 : Résultats du calibrage des modèles G2 et G3

Sur le graphique ci-dessus, on voit en toute logique que le calibrage du G3 est plus précis que le modèle G2. Les cibles de calibrage représentées par des carrés sont

mieux atteints par les spreads reproduits par le modèle G3. Le modèle G2 n'est pas en mesure d'atteindre toutes les cibles (il atteint seulement la cible A-7 ans), et par conséquent de répliquer les spreads de marché, car il ne possède pas assez de degré de liberté par son manque de paramètres. Avec le modèle G2, les spreads sont sous-estimés pour les maturités courtes et surestimés pour les maturités au-delà de 7 ans.

Le résultat du calibrage impacte directement les nominaux d'une obligation. On peut voir sur les graphiques ci-dessous l'évolution du nominal réduit de sa partie en défaut sur 2 obligations, l'une notée AA 10 ans et l'autre notée BBB 10 ans, suivant les deux modèles.

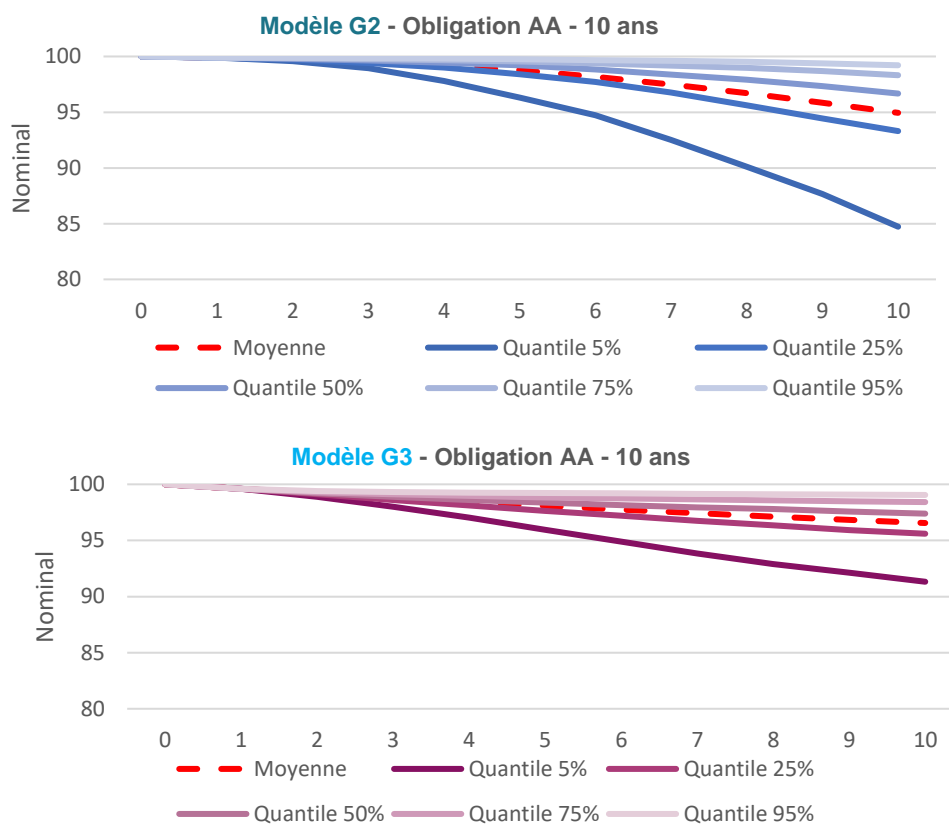


Figure 34 : Nappe de projection du nominal d'une obligation AA - 10 ans avec les modèles G2 et G3

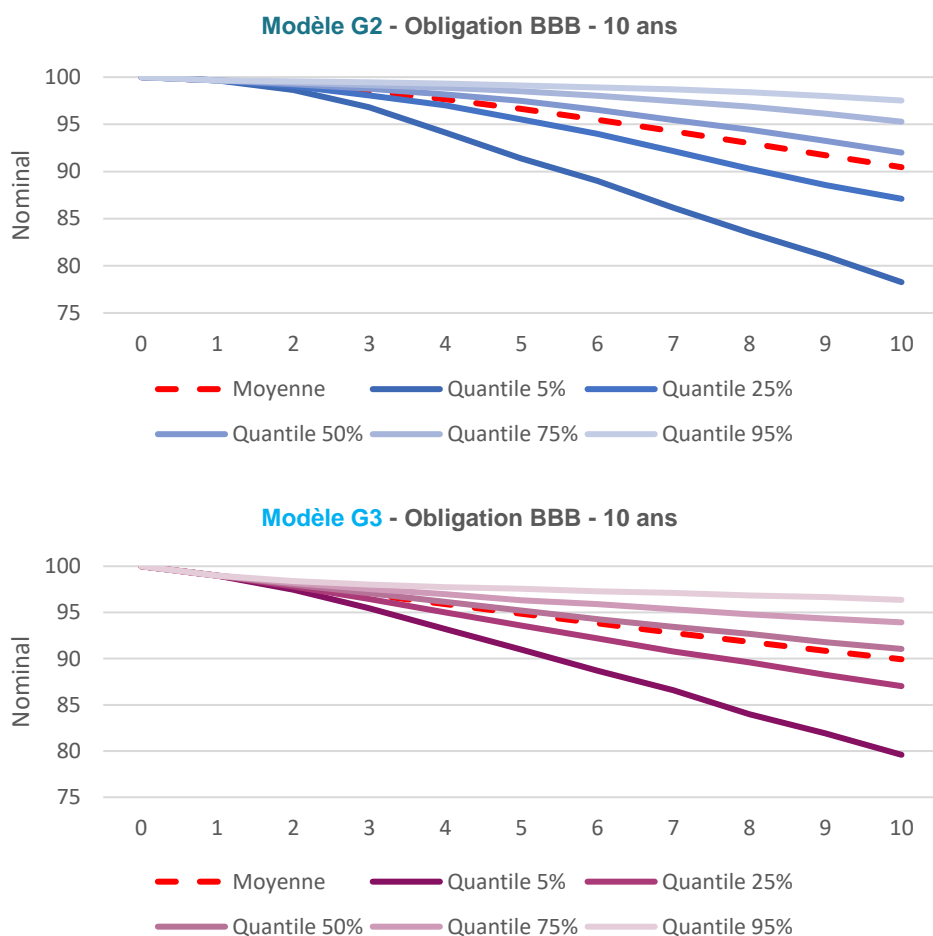


Figure 35 : Nappe de projection du nominal d'une obligation BBB - 10 ans avec les modèles G2 et G3

Comparé au modèle G3, le modèle G2 induit plus de volatilité sur les flux pour les meilleurs ratings (AA dans l'exemple). La différence de volatilité observée sur les flux entre les deux modèles est plus faible pour des ratings inférieurs (BBB).

Cette observation découle du calibrage des modèles : le modèle G2 ne dispose que d'un seul processus stochastique pour rendre compte de la volatilité de l'ensemble des ratings modélisés, tandis que le modèle G3 dispose d'un processus stochastique par rating.

3) Critères de choix et contraintes internes

Afin de faire un choix entre les deux modèles, plusieurs critères ont été établis : des critères réglementaires, des critères de performances du modèle et de complexité d'implémentation, et des critères liés aux contraintes de chaque modèle vis-à-vis du portefeuille obligataire.

Tout d'abord, la réglementation Solvabilité 2 requiert un calibrage market-consistent des modèles de diffusion. Comme vu dans la section précédente, le modèle G3 atteint mieux les cibles de spreads que le G2. Le G3 respecte mieux le critère de market-consistency.

Ensuite d'un point de vue complexité, les modèles G2 et G3 sont très différents. En effet, la multiplicité des transitions de rating engendre une complexité d'implémentation supérieure pour le modèle G2 par rapport au modèle G3. En effet, chaque ligne obligataire du portefeuille se scinderait en 8 lignes afin de prendre en compte les parts de nominaux ayant migrées. La complexité induite par la prise en compte de la migration de rating implique nécessairement l'augmentation du temps de calcul dans le modèle ALM.

De plus, le nombre de valeurs à stocker en base n'est pas négligeable. Le modèle G2 nécessite d'augmenter considérablement les capacités de stockage et d'accès en base de données pendant les calculs.

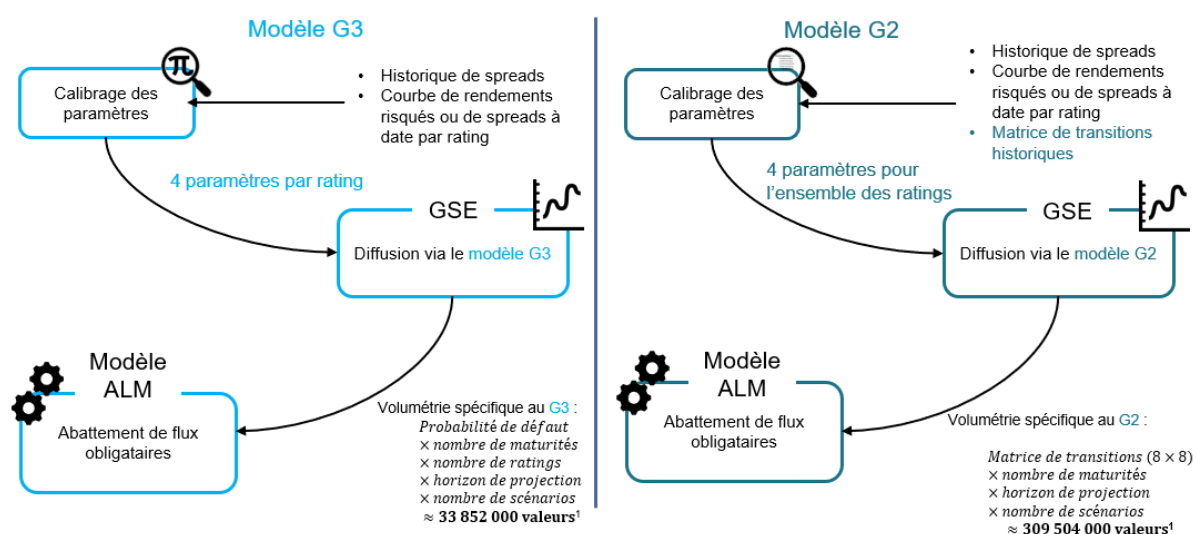


Figure 36 : Comparaison des données de calibrage et de la volumétrie des scénarios des modèles G2 et G3

Enfin, le calibrage du modèle G2 nécessite, en plus des spreads, des matrices de transitions, cela implique la nécessité d'obtenir des matrices de transitions historiques par segment que l'on souhaite modéliser : corporate, souverain, dette privée, etc. Ces matrices sont souvent difficiles à obtenir et l'implémentation d'un modèle G2 entrainerait des difficultés opérationnelles en termes d'obtention de données. Dans ce sens, le modèle G3 est plus adapté car il nécessite moins de données et est plus simple à calibrer.

Enfin, le calibrage du modèle G2 nécessite, en plus des spreads, des matrices de transitions, cela implique la nécessité d'obtenir des matrices de transitions historiques par segment que l'on souhaite modéliser : corporate, souverain, dette privée, etc. Ces matrices sont souvent difficiles à obtenir et l'implémentation d'un modèle G2 entrainerait des difficultés opérationnelles en termes d'obtention de données. Dans ce sens, le modèle G3 est plus adapté car il nécessite moins de données et est plus simple à calibrer.

Thématique	Critères de choix	Modèle le plus adapté	
Univers risque-neutre	<i>Market-consistency</i>	G3	G2
	Modélisation de la dette privée	G3	G2
	Modélisation des spreads souverains	G3	G2
	Intégration du crédit dans la stratégie financière (prise en compte migration de ratings)	G3	G2
Univers monde réel	Réalisme des trajectoires de migration	G3	G2
	Reproduction de la volatilité historique	G3	G2
	Adaptabilité du calibrage risque-neutre	G3	G2
Aspects opérationnels	Complexité de la mise en œuvre dans le modèle ALM, volumétrie des données et temps de calcul	G3	G2

Tableau 9 : Critère de sélection du modèle de crédit

Finalement, au vu des critères de choix et des contraintes internes, le modèle G3 est plus adapté à la modélisation du risque de crédit stochastique en univers risque-neutre et son implémentation en interne est détaillée dans la suite de l'étude.

C. Intégration du crédit dans le GSE et modélisation dans le modèle ALM

Le modèle G3 fait d'abord l'objet d'une intégration dans le GSE, puis dans le modèle ALM.

1) Intégration du modèle de crédit dans le GSE

a) Scénarios déterministes

Du fait de contraintes internes, le processus de génération des scénarios déterministes a été implémenté en interne, sans passer par le GSE de Moody's Analytics.

En déterministe, les probabilités de défaut sont déduites de l'information connue en $t = 0$, à l'image de la construction de la courbe « forward » pour les taux nominaux.

La courbe de probabilité de défaut initiale est calculée à partir d'une courbe de spreads initiale sur 120 ans. Cette courbe de spreads est la même que celle des scénarios stochastiques en début de projection. De fait, les scénarios déterministes et stochastiques sont cohérents sur le point de départ de la projection.

Cette courbe de spreads est transformée en courbe de probabilités de défaut via la relation liant spreads et probabilités de défaut, avec le taux de recouvrement servant au calibrage des scénarios stochastiques.

On peut ensuite démontrer la relation qui permet d'obtenir la probabilité de défaut « forward » entre t et $t + T$, notée $PD(t, T)$, à partir des probabilités de défaut initiales.

En définissant la probabilité de survie d'un titre de rating R entre t et $t + T$, notée $PS(t, T, R)$, on a :

$$PS(0, t + T, R) = PS(0, t, R) \times PS(t, T, R)$$

Or,

$$PS(t, T) + PD(t, T) = 1$$

En remplaçant dans la première relation, on obtient :

$$1 - PD(0, t + T, R) = (1 - PD(0, t, R)) \times (1 - PD(t, T, R))$$

La probabilité de défaut « forward » est donc déduite via la relation :

$$PD(t, T, R) = 1 - \frac{1 - PD(0, t + T, R)}{1 - PD(0, t, R)}$$

$PD(t, T, R)$ est la probabilité de faire défaut vue de t pour une maturité T , donc de faire défaut entre t et $t + T$ pour un groupe de crédit R .

b) Scénarios stochastiques

Sorties du modèle :

Le modèle G3 de Moody's Analytics permet d'obtenir en sortie des probabilités de défaut par rating ou des spreads par séniorité et par rating.

Afin d'alléger la volumétrie en sortie du GSE et en entrée du modèle ALM, le choix a été fait de ne sortir que les probabilités de défaut. Ainsi en plus de diminuer la volumétrie, la modélisation ainsi faite permet d'avoir une flexibilité sur les taux de recouvrement utilisés dans le modèle ALM. Nous pourrions choisir un taux de recouvrement distincts par ligne obligataire dans les MPA.

Historiquement, le modèle ALM de BPCE Vie ne fonctionne qu'avec 13 maturités sur les taux nominaux et taux réels : 1 mois, 3 mois, 6 mois, 9 mois, 1 an, 2 ans, 3 ans, 4 ans, 5 ans, 10 ans, 15 ans, 20 ans et 30 ans. Afin de ne pas modifier le fonctionnement déjà existant, il a été choisi de sortir les mêmes maturités sur les probabilités de défaut.

Afin d'obtenir toutes les maturités mensuelles, une interpolation spline-cubique est effectuée non pas sur les probabilités de défaut mais sur les spreads. Pour cela, les probabilités en sortie du GSE sont transformés en spreads avec un taux de recouvrement de 0%. En effet, l'interpolation sur les spreads engendre moins d'erreur relative qu'une interpolation sur les probabilités de défaut. Une fois l'interpolation effectuée, on repasse à des probabilités de défaut avec toujours un taux de recouvrement de 0%.

Moody's Analytics propose aussi une sortie notée $Transition(t, R)$ qui est la part de nominal qui fait défaut sur chaque pas de temps (entre t et $t + 1$) pour un titre de rating R .

Finalement, il est décidé de récupérer en sortie du GSE les probabilités de défaut pour chaque rating et pour 13 maturités, ainsi que les transitions pour chaque rating.

Flexibilité des segments modélisés :

Afin de pouvoir être en mesure de modéliser différents segments, il est nécessaire d'avoir un modèle flexible tant au niveau du GSE qu'au niveau modèle ALM, sans nécessiter de développements modèles supplémentaires. Pour ce faire, deux mesures ont été prise lors de l'intégration du modèle de crédit dans le GSE.

Premièrement, nous nous affranchissons de la notion de rating pour faire apparaître la notion de groupe de crédit. Un groupe de crédit, noté par la suite R , représente un groupe de risque de crédit homogène. Autrement dit, deux titres appartenant à un même groupe de crédit auront les mêmes probabilités de faire défaut indépendamment de leur taux de recouvrement et de leur rating. Ainsi, via l'introduction de cette notion, il sera possible de recourir à du regroupement de rating et à des rattachements entre segment.

Par exemple, dans le cas où les spreads corporate AAA et AA sont très proches (donc probabilités de défaut homogènes), afin de réduire la volumétrie, il est possible de

rattacher prudemment les obligations AAA aux obligations AA, c'est-à-dire que les lignes obligataires AAA seront modélisées avec des probabilités de défaut AA.

Cependant, le GSE Moody's Analytics n'est pas en mesure de comprendre que l'on procède à un regroupement de rating et requiert que l'on modélise le AAA qui est la base pour construire les surplus de crédit du modèle G3. Le regroupement AAA-AA serait donc le premier groupe de crédit corporate que l'on note C1 (pour Corporate 1). Un décalage se produit alors : il faut faire comprendre au GSE que le groupe suivant noté C2 est le deuxième surplus d'intensité et ainsi de suite. Pour ce faire, il a été imaginé un système de transcodification dans le GSE et dans le modèle ALM. Le premier groupe de crédit corporate C1 prend l'alias du AAA, le C2 prend l'alias du AA dans le GSE et ainsi de suite selon la table suivante :

Modèle de crédit	CreditGroup	Alias dans le GSE Moody's
Corporate	C1	AAA
	C2	AA
	C3	A
	C4	BBB
	C5	BB
	C6	B
	C7	CCC
Govies	G1	AAA
	G2	AA
	G3	A
	G4	BBB
	G5	BB
	G6	B
	G7	CCC

Tableau 10 : Transcodification des groupes de crédit en rating "alias" dans le GSE

Les groupes de crédit doivent tout de même être ordonnées pour respecter la construction des surplus. Les ratings sous-jacents à un groupe de crédit doivent être de meilleure qualité que les ratings sous-jacents à un groupe de crédit inférieur.

Une seconde table de transcodification spécifique au traitement ligne à ligne des obligations en portefeuille est utilisée en ALM.

La seconde mesure prise afin d'avoir un modèle flexible est le déploiement d'un second modèle de crédit G3 activable et désactivable selon la modélisation souhaitée. Ce modèle G3 est dédié à la modélisation du périmètre souverain via une diffusion

indépendante du segment corporate. Il embarque aussi la notion de groupe de crédit comme détaillée ci-dessus de G1 (pour Govies 1) à G7 (pour Govies 7).

Ainsi, les deux modèles G3 peuvent être calibrés et diffusés distinctement afin modéliser spécifiquement le segment corporate et souverain.

Validation de la diffusion :

Afin de la valider la diffusion risque-neutre des probabilités de défaut, un test martingale sur les prix zéro-coupon risqués est mis en place dans la plateforme calculatoire interne en utilisant les sorties du GSE. Le test est effectué sur les maturités en sortie du GSE pour chaque groupe de crédit diffusé.

En pratique, dans le GSE le test martingale permet de vérifier qu'en moyenne, les prix estimés sont égaux aux prix initiaux pour chaque actif diffusé :

$$P(0) = \mathbb{E}^Q(\text{Prix estimés})$$

Pour chaque pas de temps t , on applique un test statistique de rejet avec les hypothèses suivantes :

H_0 : la propriété de martingalité est respectée et on a bien

$$P(0) = \mathbb{E}^Q(\text{Prix estimés})$$

H_1 : la propriété de martingalité n'est pas respectée

$$P(0) \neq \mathbb{E}^Q(\text{Prix estimés})$$

Ainsi, si H_0 est vraie alors :

$$\frac{\bar{X}_n - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

Avec dans notre cas :

- \bar{X}_n , la moyenne empirique qui est un estimateur convergent de l'espérance $\mathbb{E}^Q(\text{Prix estimés})$
- $m = P(0)$
- σ , la volatilité empirique des prix estimés
- n , le nombre de scénarios

Notons α le risque d'erreur de première espèce avec $1 - \alpha$ le niveau de confiance du test.

Sur ces bases, nous pouvons construire un test statistique similaire permettant de valider la martingalité des scénarios de crédit stochastique projetés.

Le test se déroule en quatre étapes :

- 1) Calcul des prix zéro-coupons risqués initiaux :

La première étape consiste à calculer les prix ZC risqués par groupe de crédit R à partir des courbes de taux et de spreads initiales :

$$PZCR_{init}(0, t + T, R) = \frac{1}{(1 + r(0, t + T, R))^T (1 + s(0, t + T, R))^T}$$

2) Calcul des PZCR diffusés :

Pour chaque scénario i et à chaque pas de temps t , on calcule des PZCR pour chaque groupe de crédit R et de maturité résiduelle T :

$$PZCR_i(t, T, R) = \frac{1}{(1 + r_i(t, T))^T} (1 - PD_i(t, T, R) \times (1 - \delta))$$

3) Calcul des nominaux en survie :

Pour chaque scénario i et à chaque pas de temps t , il faut calculer la part du nominal ayant survécu :

$$NominalSurvie(t, R) = \prod_{i=0}^{t-1} (1 - Transition(i, R))$$

Avec :

- $Transition(t, R)$, la part de nominal d'une obligation de groupe de crédit R ayant fait défaut entre t et $t + 1$.

4) Calcul de la statistique du test martingale :

Ainsi, avec ces éléments on peut construire le test martingale qui permet de valider les scénarios de crédit stochastique :

$$\mathbb{E}^Q[D(t) \times (NominalSurvie(t, R) \times PZCR(t, T, R) + \delta \times (1 - NominalSurvie(t, R)) \times PZC(t, T))] = PZCR_{init}(0, t + T, R)$$

Il s'agit tout simplement de l'actualisation de la valeur de marché d'une obligation zéro-coupon risquée (Cf. [Valeur de marché d'un titre obligataire risqué](#))

On peut donc noter Z_t la statistique sur laquelle le test sera effectuée telle que :

$$Z_t = \frac{\mathbb{E}^Q[D(t) \times (NominalSurvie(t, R) \times PZCR(t, T, R) + \delta \times (1 - NominalSurvie(t, R)) \times PZC(t, T))]}{PZCR_{init}(0, t + M, R)} = 1$$

Avec :

- $D(t)$, le déflateur en t

On obtient les résultats suivants pour la martingalité des PZCR du groupe de crédit C1 (calibré sur du AAA) de maturité 10 ans avec $\alpha = 5\%$ et $n = 1000$:

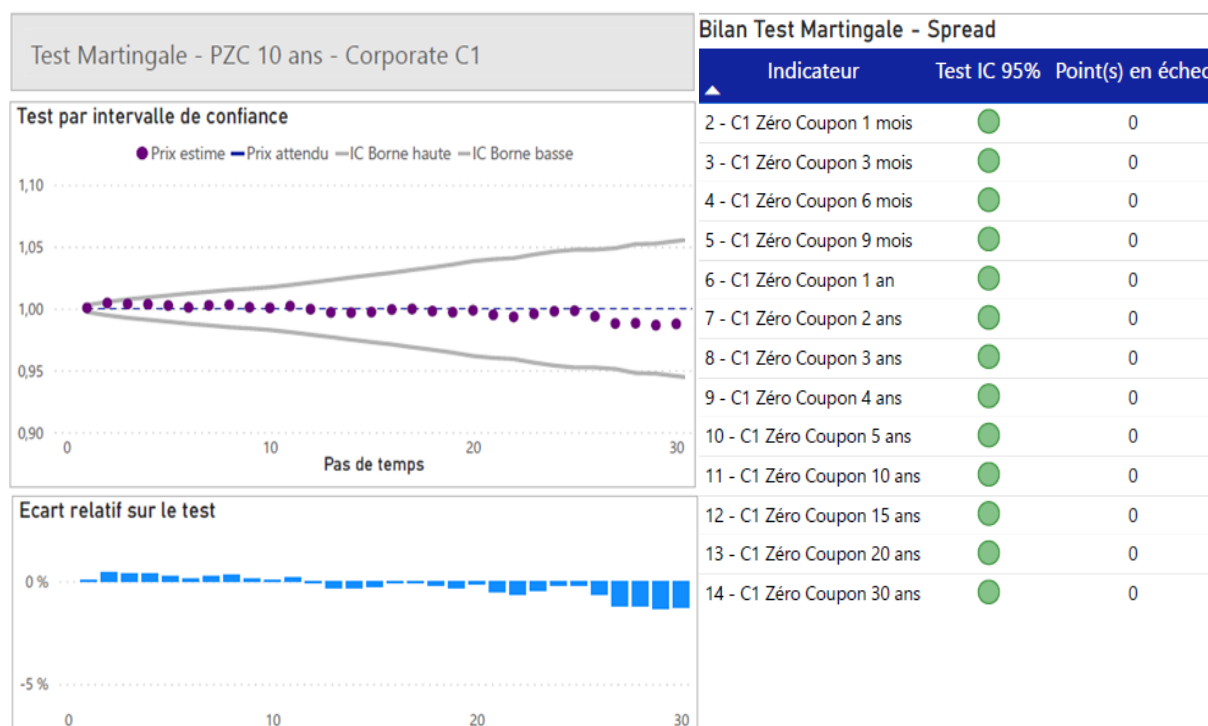


Figure 37 : Résultat du test martingale sur les prix zéro-coupon risqués C1 au T2 2022

La propriété martingale est bien respectée sur les PZCR, le prix estimé est bien égal au prix attendu en moyenne avec un niveau de confiance de 95%. De plus, on observe que les écarts relatifs sont faibles sur chaque pas de temps (<1%).

Ainsi, pour chaque groupe de crédit, on effectue 13 tests martingales, le but est de vérifier que les PZCR sont bien martingales pour chaque maturité qu'on extrait du GSE à destination des inputs du modèle ALM.

2) Modélisation ALM des titres obligataires risqués

La modélisation du risque de crédit impacte le modèle ALM sur plusieurs fonctionnalités : le calcul de la risque-neutralisation, le calcul du nominal, la valeur de marché des obligations et la valeur comptable des obligations.

a) Mapping des groupes de crédit

La première étape du modèle de crédit est d'affecter un groupe de crédit à chaque ligne obligataire des MPA. Pour cela, des tables de transcodification sont renseignées au modèle. Trois tables de transcodifications sont renseignées : une table corporate, une table govies, une table d'exceptions.

La table corporate est utilisée lorsque la ligne obligataire est de type corporate. La table corporate permet d'affecter un groupe de crédit en fonction du rating, du secteur et du pays renseignés dans les MPA.

La table govies est utilisée pour les lignes obligataires souveraines et permet d'affecter un groupe de crédit en fonction du rating ou du pays renseignés dans les MPA.

Enfin, la table d'exceptions permet de gérer les lignes obligataires qui doivent subir une affectation particulière. Dans ce cas, la table d'exceptions permet d'affecter un groupe de crédit particulier à l'obligation identifiée par son ISIN (*International Securities Identification Numbers*) renseigné dans les MPA.

Enfin, on peut exclure des lignes ou groupes de lignes en y affectant le groupe de crédit « NA » pour Non Applicable. Dans ce cas, le modèle de crédit n'est pas appliqué uniquement sur ces lignes bien qu'il soit appliqué sur le reste du portefeuille obligataire.

b) Risque neutralisation

Afin de respecter les propriétés de l'univers risque-neutre, le nominal des obligations subissent un retraitement afin de les diminuer d'une part liée à la prime de risque : c'est le principe de la risque-neutralisation.

Sans modèle de crédit, la méthode de risque-neutralisation traite le risque de crédit en considérant que les obligations comportent un risque de défaut certain, traduit par un abattement des cashflows avec un même coefficient (constant) sur l'ensemble de la projection.

Ainsi, sans modèle de crédit, il n'y a aucune volatilité induite par le risque de crédit. On considère que le spread de crédit est cristallisé dans le temps.

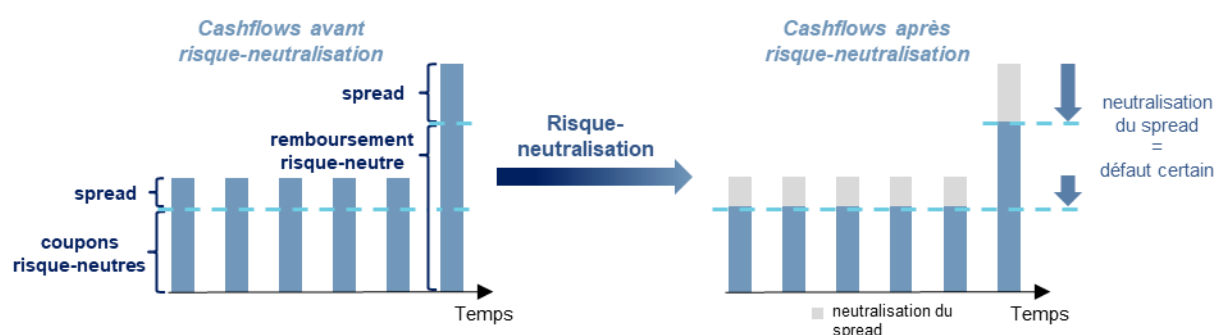


Figure 38 : Risque-neutralisation sans modèle de crédit

Le modèle de crédit permet la génération stochastique des probabilités de défaut (directement reliées aux spreads stochastiques) qui, dans le modèle ALM, viennent abattre les flux obligataires futurs (coupons et nominal) au cours du temps.

Plus le rating initial est de mauvaise qualité, plus le défaut moyen observé sur l'ensemble des scénarios sera important (il en sera de même pour l'abattement des flux appliqués en ALM).

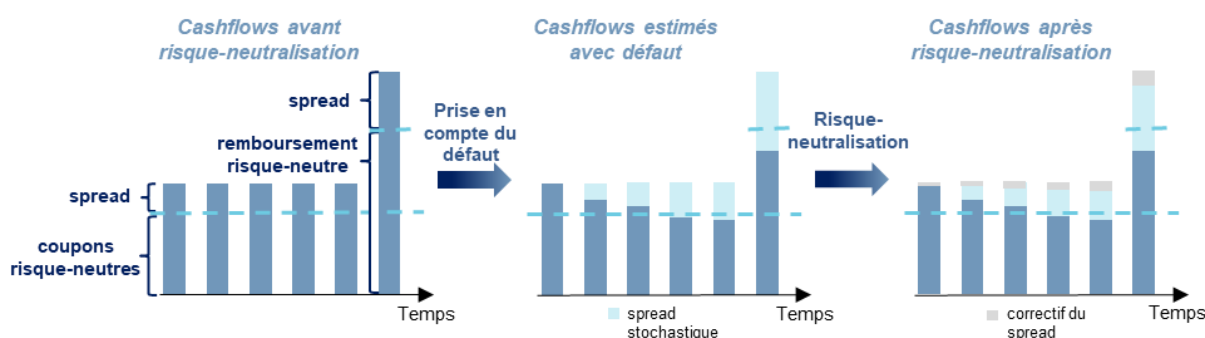


Figure 39 : Risque-neutralisation avec modèle de crédit

En intégrant le risque de défaut, la valeur de marché calculée à partir de l'estimation des flux risqués n'est pas assurée d'être égale à la valeur de marché observée : le risque de crédit spécifique au titre obligataire doit être ajusté par une étape de risque-neutralisation, consistant à définir le coefficient d'ajustement, afin de retrouver la valeur de marché observée en début de projection. En fait, la risque-neutralisation demeure, mais ne se fait plus via la courbe des taux sans risque, mais désormais avec des taux risqués intégrant les spreads de crédit.

Pour ce faire, on cherche à faire correspondre la valeur de marché réellement observée (et inscrite dans les MPA) $MpVm$ avec la valeur de marché recalculée à partir des scénarios économiques diffusés dans le GSE (scénarios de taux et de crédit) :

$$VM_{recalculée}(0) = MpVm$$

Cependant, dans les faits, la valeur de marché recalculée ne correspond pas exactement à la valeur de marché observée. En effet, le spread de crédit ne suffit pas à lui seul à expliquer le spread d'une obligation. Ainsi, pour que l'égalité soit respectée, il est nécessaire de déformer les flux de l'obligation afin d'affiner la $VM_{recalculée}$. Pour se faire, un recalculé du nominal est effectué et on note α le coefficient de risque-neutralisation tel que :

$$\alpha = \frac{MpNominal}{NominalRN}$$

Avec :

- $MpNominal$, le nominal contractuel inscrit dans les MPA
- $NominalRN$, le nominal recalculé après risque-neutralisation

c) Survie d'un titre obligataire

Une obligation comportant un risque de crédit se décompose à chaque pas de temps, à partir de son nominal initial issu de l'étape de risque-neutralisation $NominalInit$, en une partie ayant survécu et une partie ayant fait défaut.

Ainsi, à un pas de temps t donné, on a :

- $NominalSurvie(t)$ correspond au nominal survécu depuis le début de la projection du titre jusqu'en t
- $NominalDefaut(t)$ correspond au nominal ayant fait défaut depuis le début de la projection du titre jusqu'au pas de temps t (cumul des défauts).

Ces deux nominaux fonctionnent comme un vase communicant, tels que :

$$\forall t \in [0, T], \quad NominalInit = NominalSurvie(t) + NominalDefaut(t)$$

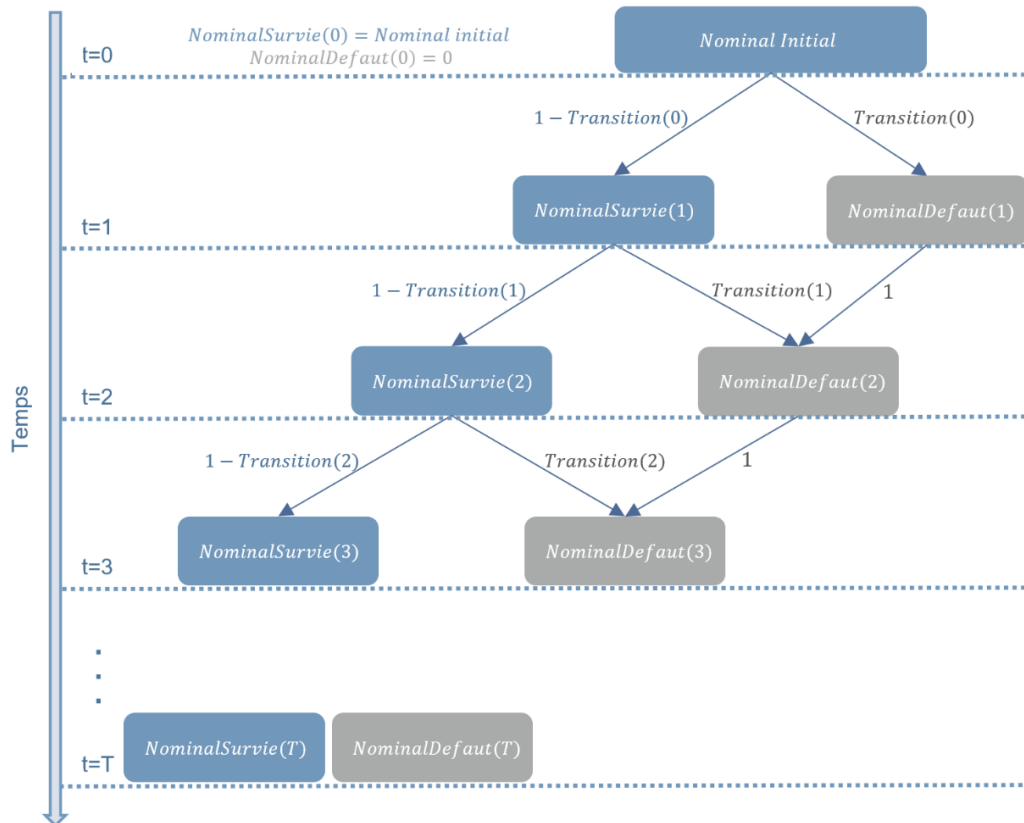


Figure 40 : Survie du nominal dans le temps

Selon le principe énoncé précédemment, au début de la projection, le $NominalSurvie(0)$ est défini comme étant le $NominalInit$, et donc $NominalDefaut(0) = 0$.

A chaque pas de temps t , l'obligation se décompose en deux nominaux :

- Le nominal en survie en t :

$$NominalSurvie(t) = \prod_{i=0}^{t-1} (1 - Transition(i, R))$$

- Le nominal en défaut en t :

$$NominalDefaut(t) = NominalInit - NominalSurvie(t)$$

A chaque pas de temps, les flux de l'obligation risquée (coupons et remboursement) sont calculés sur la partie ayant survécu jusqu'à t via la valeur de $NominalSurvie(t)$. La partie ayant fait défaut, via la variable $NominalDefaut(t)$, est recouvrée via le taux de recouvrement.

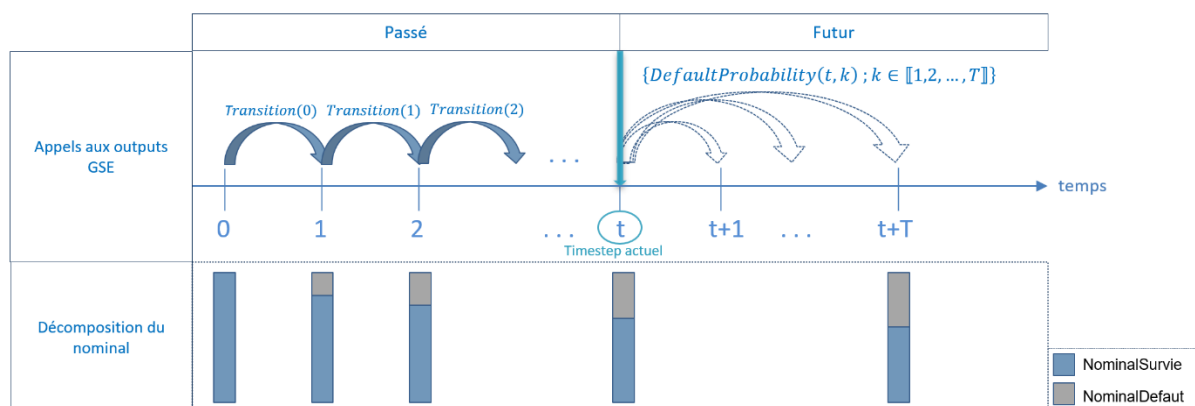


Figure 41 : Illustration de l'utilisation des outputs du GSE dans le modèle ALM

A chaque pas de temps, le $NominalSurvie$ est abattu via l'output $Transition$. De fait, la part de nominal ayant fait défaut est toujours croissante. A chaque pas de temps t , on calcule la valeur de marché du titre à partir des flux futurs (coupons et nominal) risqués estimés à partir des probabilités de défaut $PD(t,T)$ sorties du GSE.

d) Valeur de marché d'un titre obligataire risqué

Comme la valeur de marché (VM) d'une obligation non risquée est la somme des flux actualisés, la valeur de marché d'une obligation risquée est simplement la somme des flux probables actualisés.

La valeur de marché d'une obligation risquée peut donc être décomposée en deux composantes :

- Valeur de marché du nominal en survie en t :

$$VM_{Survie}(t) = NominalSurvie(t) \times \left[\sum_{i=1}^T TxCpn(t+i) \times PZCR(t, i, R, \delta) + TxRemb \times PZCR(t, T, R, \delta) \right]$$

Avec :

- $VM_{Survie}(t)$, la valeur de marché issue du nominal en survie en t
- $PZCR(t, T, R, \delta)$, le prix en t d'un zéro-coupon risqué de groupe de crédit R , de taux de recouvrement δ et de maturité résiduelle T

$$PZCR(t, T, R, \delta) = PZC(t, T) \times (1 - PD(t, T, R) \times (1 - \delta))$$
- $TxCpn(t)$, le taux de coupon de l'obligation en t
- $TxRemb$, le taux de remboursement de l'obligation en t

- Valeur de marché du nominal en défaut en t :

Le nominal en défaut est recouvert au prorata du taux de recouvrement δ . Ce nominal recouvert continue de vivre mais génère des flux actualisés au taux sans risque et non

au taux risqué. La chronique de flux reste identique mais le facteur d'actualisation est modifié.

Ainsi, on a :

$$VM_{Default}(t) = NominalDefault(t) \times \delta \times \left[\sum_{i=1}^T TxCpn(t+i) \times PZC(t,i) + TxRemb \times PZC(t,T) \right]$$

Avec :

- $VM_{Default}(t)$, la valeur de marché issue du nominal en défaut en t
- $PZC(t,T)$, le prix en t d'un zéro-coupon de maturité résiduelle T

In fine, à chaque pas de temps t , la valeur de marché d'une obligation risquée s'écrit comme la somme de la valeur de marché de la partie en défaut et de la partie en survie :

$$VM(t) = VM_{Survie}(t) + VM_{Default}(t)$$

La modélisation ainsi faite, permet d'avoir un facteur d'actualisation à chaque pas de temps $PZCR(t,T,R,\delta)$ par ligne obligataire grâce au taux de recouvrement qui est renseigné en ligne à ligne dans les MPA. Le spread est donc implicitement calculé par ligne obligataire et non par rating.

e) Valeur nette comptable d'un titre obligataire risqué

Pour rappel, la valeur nette comptable (VNC) d'un titre obligataire non risqué, est obtenue en actualisant les flux de l'obligation au taux de rendement actuariel (TRA). Pour une obligation de maturité résiduelle T en t , la VNC en t s'écrit :

$$VNC(t) = \sum_{i=1}^T \frac{flux(t+i)}{(1+TRA)^i} = Nominal \times \left[\sum_{i=1}^T \frac{TxCpn(t+i)}{(1+TRA)^i} + \frac{TxFmb}{(1+TRA)^T} \right]$$

Avec la modélisation du risque de crédit, la VNC est calculée en considérant le défaut observé jusqu'au pas de temps t et en effectuant un amortissement actuariel des flux futurs.

Ainsi, la VNC en t d'une obligation risquée de groupe de crédit R , de taux de recouvrement δ et de maturité résiduelle T se décompose en deux composantes à l'instar de la valeur de marché :

- Valeur nette comptable du nominal en survie en t :

$$VNC_{Survie}(t) = NominalSurvie(t) \times \left[\sum_{i=1}^T TxCpn(t+i) \times \frac{1}{(1+TRA)^i} + TxRemb \times \frac{1}{(1+TRA)^T} \right]$$

- Valeur nette comptable du nominal en défaut en t :

$$VNC_{Default}(t) = NominalDefault(t) \times \delta \times \left[\sum_{i=1}^T TxCpn(t+i) \times \frac{1}{(1+TRA)^i} + TxRemb \times \frac{1}{(1+TRA)^T} \right]$$

On obtient donc la VNC en t d'un titre obligataire par somme des deux composantes :

$$VNC(t) = VNC_{Survie}(t) + VNC_{Defaut}(t)$$

Pour conclure sur l'implémentation du modèle de crédit à la fois dans le GSE et dans le modèle ALM, les tableaux ci-dessous résume les choix méthodologiques effectués :

Point de la modélisation	Méthodologie interne	Justification de la méthodologie interne
Données de marché pour la construction des scénarios économiques	Calibrage standard fourni par Moody's Analytics (corporates zone euro de AAA à CCC)	NA
Variables diffusées par le GSE	Probabilités de défaut	Permettre de calculer un spread de crédit spécifique à chaque titre obligataire +
Taux de recouvrement	Possibilité de fixer un taux de recouvrement spécifique à chaque ligne obligataire	
Diffusion des scénarios économiques	Diffusion de scénarios corporates et/ou govies (2 modèles G3 distincts implémentés dans le GSE)	Possibilité de diffuser des probabilités de défaut propres aux govies +
Granularité des scénarios économiques crédit	Possibilité de définir des groupes de crédit homogènes : - selon le rating et/ou le secteur et/ou le pays émetteur - selon la nature du titre Govies ou Corporates - selon le code ISIN du titre	Granularité plus fine et flexible pour un meilleur ajustement à chaque titre obligataire +
Prise en compte des govies	Possibilité d'inclure ou d'exclure les govies du périmètre soumis au risque de crédit via le paramétrage du modèle. Si incluses, il est possible de : - calibrer et diffuser les scénarios économiques spécifiques aux govies (via le second modèle G3) - rattacher les govies à des groupes de crédit corporates	Modélisation plus flexible permettant de faire des études sur l'impact de l'intégration des govies au périmètre soumis au risque de crédit +
Activation du modèle de crédit	Possibilité de désactiver le modèle de crédit via un paramètre en entrée du modèle. Possibilité de désactiver le modèle de crédit pour des lignes obligataires ou ensembles de lignes obligataires.	Pouvoir mener des études d'impacts relatifs à la prise en compte du crédit stochastique

Tableau 11 : Choix méthodologiques internes de l'implémentation du modèle de crédit

PARTIE III : MESURES DE L'IMPACT DU MODÈLE DE CRÉDIT

Des études d'impact sur les métriques Solvabilité 2 et IFRS 17 ont été menés. Le but est d'appréhender la mise en production de l'intégration du modèle de crédit dans le modèle ALM mais aussi de quantifier l'impact des différents paramètres du modèle afin d'orienter des choix méthodologiques. Les chiffres présentés ont été modifiés d'un même coefficient par souci de sensibilité des données présentes dans ces mesures d'impact. L'application de ce coefficient ne remet pas en cause les résultats et les conclusions de cette étude.

A. Impact du modèle de crédit en norme Solvabilité 2

1) Préambule

Les titres obligataires du portefeuille de BPCE Vie au T2 2022 représente plus de 70% du portefeuille d'actifs. Ces titres obligataires sont classés en deux selon leurs natures : on appelle Govies les titres obligataires souverains et Corporates les titres obligataires émis par des entreprises ou des institutions financières. Ces titres ne sont pas équipondérés dans le portefeuille, les Corporates plus risqués que des titres souverains permettent d'obtenir des rendements plus élevés. Les Corporates représentent environ 70% du portefeuille obligataire contre 30% pour les Govies qui permettent d'assurer de bas rendements mais avec un risque très faible.

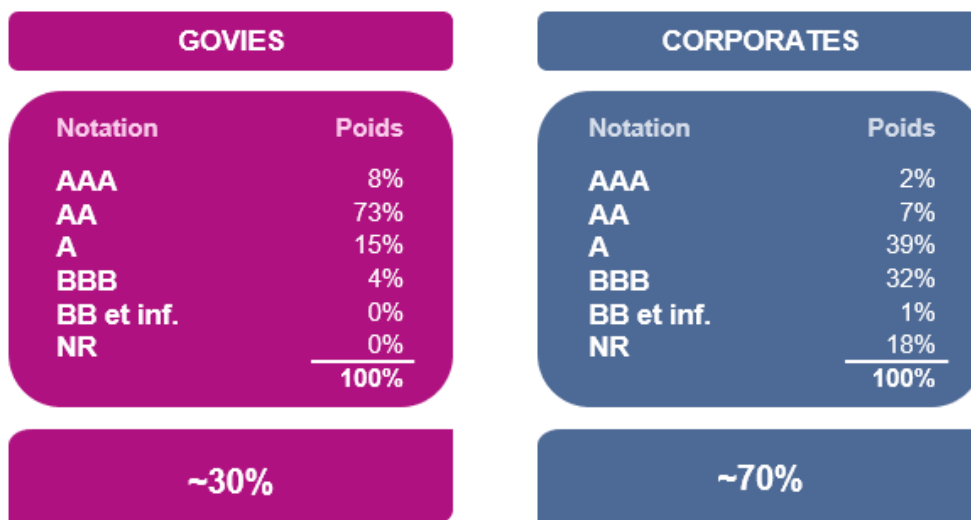


Figure 42 : Allocation de la poche obligataire

Au sein de chaque classe de titres obligataires, le poids des notations n'est pas le même. Sur les govies, le capital est fortement alloué au AA qui est le rating de l'Etat français.

Sur les corporates, la qualité de rating est inférieure et permet d'obtenir des rendements supérieurs. L'allocation est tout de même effectuée principalement sur des notations dites Investment Grade. On peut remarquer la part importante de titres non notés au sein de cette classe (18%). Ces titres non notés feront l'objet d'une étude spécifique dans les tests d'impacts puisqu'ils doivent être modélisés aussi.

Grâce à la flexibilité du modèle, plusieurs configurations différentes ont été sélectionnées afin de quantifier l'impact de chaque paramètre. Chaque paramètre fera l'objet d'une sensibilité.

Les sensibilités porteront sur le traitement des corporates non notées, sur le traitement des lignes obligataires govies, sur le contexte économiques (variation des taux, écartements de spreads, etc), et sur le taux de recouvrement. Ces sensibilités se feront dans une configuration avec Volatility Adjustment (VA) et sans la mesure transitoire sur les provisions techniques prévue par S2 (TTP).

Les quatre configurations sont résumées dans le tableau ci-dessous et seront explicitement détaillées dans chaque partie dédiée.

	Config 1	Config 2	Config 3	Config 4
Modélisation des corporates notées	Par notation			
Modélisation des corporates non notées	BBB	BBB	BB	BBB
Modélisation des govies	Non	Non	Non	<u>Assimilation des govies « risqués » à une notation corporate de même niveau de spread</u>
Taux de recouvrement	30,24%	0%	30,24%	30,24%

Tableau 12 : Configurations de crédit pour les tests d'impact

2) Impact au T2 2022, T1 2022 et T4 2021

Les premiers tests d'impact ont été effectués sur trois arrêtés différents avec des contextes économiques différents afin de comprendre l'impact du modèle de crédit selon le niveau de taux et de spreads. Pour cela, trois arrêtés récents ont été sélectionnés : le T4 2021, T1 2022 et T2 2022.

Ces trois arrêtés ont l'intérêt d'être consécutifs d'une part et d'avoir un contexte économique différent d'autre part : hausse des taux, hausse de l'inflation, écartement des spreads, baisse du marché action, etc.

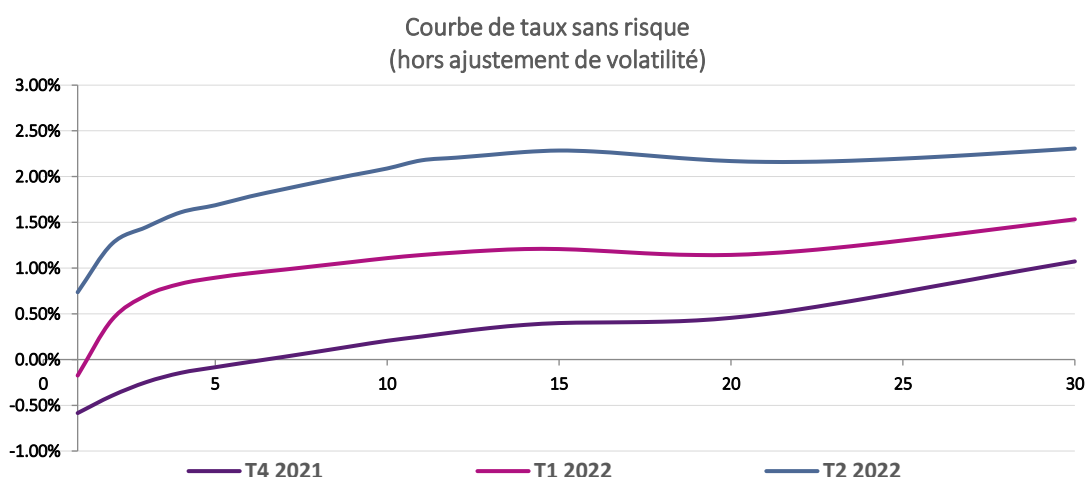


Figure 43 : Courbe des taux sans risque au T4 2021, T1 2022 et T2 2022 (courbes EIOPA)

Sur le graphique ci-dessus, on voit clairement une hausse nette des taux sans risques entre les trois arrêts. On peut prendre pour référence le taux sans risque 10 ans communiqué par l’EIOPA :

- Augmentation de 90 bps entre le T4 2021 et le T1 2022
- Augmentation de 98 bps entre le T1 2022 et le T2 2022

On notera aussi l’augmentation de l’ajustement de volatilité (ou Volatility Adjustment, noté VA) qui passe de 3 bps à 25bps entre le T4 2021 et le T2 2022.

	T4 2021	T1 2022	T2 2022
Taux sans risque 10 ans (sans VA)	0.21%	1.11%	2.09%
VA	0.03 %	0.06%	0.25%

Tableau 13 : Taux sans risque 10 ans et niveau de VA au T4 2021, T1 2022 et T2 2022

Cette hausse des taux s’accompagne également d’un écartement de spreads. En restant sur la maturité 10 ans, on observe que les spreads de chaque notation augmentent entre chaque arrêt.

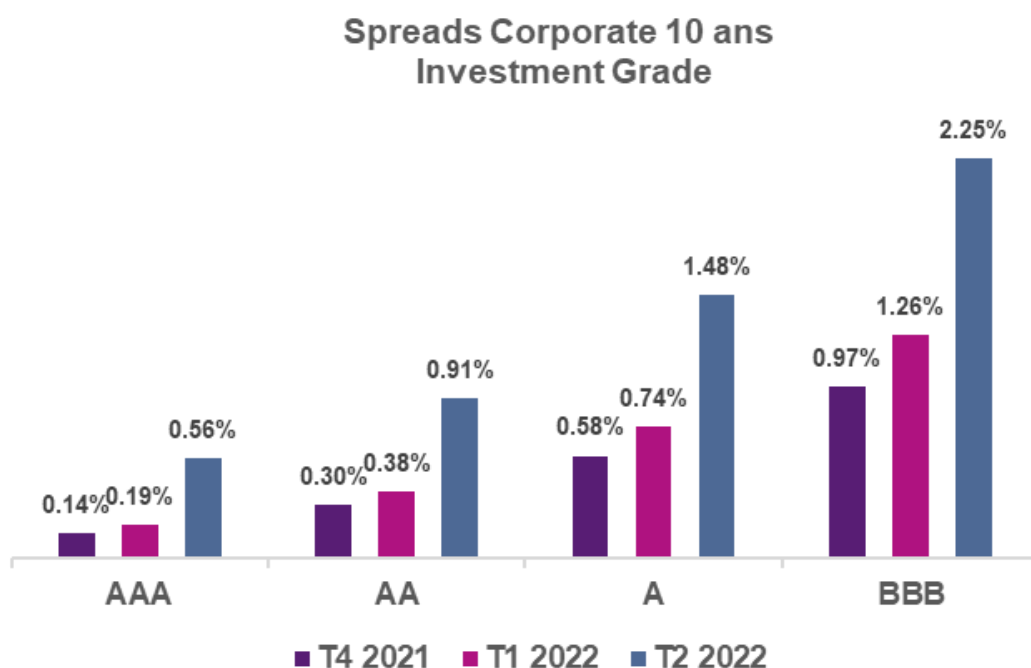


Figure 44 : Niveaux de spreads Investment Grade corporate 10 ans au T4 2021, T1 2022 et T2 2022
(Source : Moody's Analytics)

Ainsi, on notera notamment que sur les notations corporates les plus présentes dans notre portefeuille obligataire :

- **+ 16 bps** sur le spread A 10 ans et **+ 29 bps** sur le spread BBB 10 ans au T1 2022 par rapport au T4 2021 ;
- **+ 74 bps** sur le spread A 10 ans et **+ 99 bps** sur le spread BBB 10 ans au T2 2022 par rapport au T1 2022.

Enfin, la hausse des taux et des spreads s'accompagne d'une baisse des marchés actions entre le T4 2021 et le T2 2022.

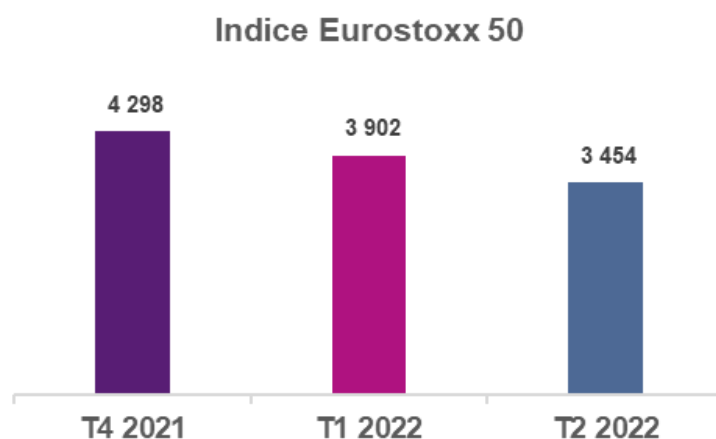


Figure 45 : Niveau de l'EuroStoxx 50 au T4 2021, T1 2022 et T2 2022

L'EuroStoxx 50 subit une baisse de près de 20% entre le T4 2021 et le T2 2022. Cette baisse est à lier avec la hausse des taux, l'inflation croissante, qui oblige les banques centrales à resserrer leurs politiques monétaires, et la guerre en Ukraine.

Ces modifications de l'environnement économiques engendrent des impacts sur les richesses de l'entreprise et notamment les Plus ou Moins-Value Latente (PMVL).

Nous avons constaté que la forte hausse des taux, impacte fortement les PMLV de la poche obligataire qui décroissent significativement au T2 2022. La poche de diversification drivée principalement par le marché action et immobilier se contracte aussi.

Afin de quantifier l'impact de la modélisation du risque de crédit sur ces arrêtés, tests d'impacts sont effectués avec la Configuration 1⁵ :

- Les corporates notés sont modélisés via leur notation S2
- Les corporates non notés sont considérés comme des corporates de notation BBB
- Les govies ne sont pas modélisés car considérés comme sans risque dans cette configuration
- Le calibrage est celui communiqué par Moody's à chaque date d'arrêté
- Le taux de recouvrement est de 30,24%, il est communiqué également par Moody's et correspond à de la dette Senior Subordinated

On notera également qu'aucun autre paramètre n'est modifié par rapport au QRT officiel communiqué par la compagnie sur ces trois arrêtés. Le but est d'isoler l'impact lié à l'intégration du modèle de crédit.

Dans un premier temps, analysons l'impact de la modélisation du crédit stochastique sur le calcul du SCR au T2 2022.

(en M€)	Ecart absolu (relatifs) par rapport au QRT Officiel T2 2022
	Config 1
SCR Taux	-38 (-21.1%)
SCR Action	+28 (+3.3%)
SCR Spread	+2 (+0.1%)
Diversification intra-marché	-106 (-24.5%)
SCR Marché	+103 (+4.9%)
SCR Souscription Vie	-48 (-3.4%)
SCR	+43 (+1.8%)

Tableau 14 : Analyse de l'impact de la configuration 1 sur le SCR par rapport au QRT T2 2022

La modélisation du risque de crédit provoque une hausse contenue du SCR (+1,8%), qui se fait principalement par les mouvements des SCR Marché et SCR Souscription Vie.

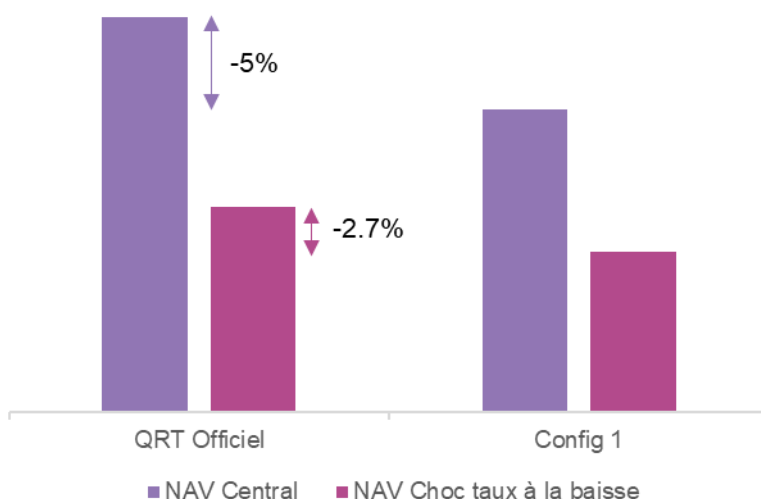
⁵ Cette configuration est retenue dans le cadre de ces sensibilités. Néanmoins, une configuration alternative a finalement été retenue par BPCE Vie afin de s'adapter davantage à son profil de risque.

L'impact sur le SCR Marché est drivé par des impacts sur les SCR Taux, SCR Action et l'effet de Diversification intra-marché.

L'intégration du risque de crédit se fait fortement ressentir au niveau du SCR Taux. En effet, le SCR Taux est défini comme la valeur maximale entre les SCR choc de taux à la baisse et choc de taux à la hausse.

Au T2 2022, avant l'intégration du crédit, la compagnie était plus sensible au choc de taux à la hausse, c'était donc le choc prédominant au calcul du SCR Taux. L'intégration du crédit fait basculer le rapport, désormais le choc de taux à la baisse est prédominant et engendre plus de SCR. En effet, l'intégration du crédit diminue le SCR Choc à la hausse et augmente le SCR Choc à la baisse.

La diminution du choc à la hausse s'explique par une augmentation du BE avec le modèle de crédit et donc une NAV Central plus impactée par le crédit que la NAV choquée. De ce fait, le SCR choc à la hausse diminue par rapport à une configuration hors crédit.



Le même mécanisme inverse permet d'expliquer l'augmentation du SCR choc à la baisse des taux.

	Config 1
Choc de baisse des taux intérêt	+ 36%
Choc de hausse des taux intérêt	- 25%
SCR Taux	- 21%

Ainsi, l'augmentation du choc de baisse des taux combinée à la baisse du choc de hausse des taux permet l'inversion de la sensibilité des chocs de taux.

On remarque aussi que le SCR Action augmente de 3,3% entre le QRT T2 2022 et la configuration 1 de crédit.

Cette augmentation s'explique par le fait que la diminution de la valeur de marché des actions déclenche une réallocation d'actif afin de ramener la part des actions dans le portefeuille à la valeur cible de l'allocation stratégique d'actif. Pour pouvoir se

réallouer, le modèle doit vendre des obligations dont les moins-values sont aggravées avec l'introduction du crédit et de sa volatilité. De surcroît, plus les plus-values latentes sont faibles plus les options et garanties des contrats nécessitent des besoins de fonds propres accrus.

Enfin, on remarque un fort effet pénalisant de la diversification intra-marché qui subit une baisse de près de 25% avec le modèle de crédit. C'est forte baisse s'explique essentiellement par l'inversion de la sensibilité aux chocs de taux. En effet, sans le modèle de crédit, la compagnie était sensible au choc à la hausse, ce qui permet de mettre des corrélations de 0% entre les SCR Taux et les SCR Action, Spread et Immobilier. Avec la prise en compte du crédit, la compagnie devient sensible au choc de taux à la baisse et donc la norme S2 impose d'utiliser des corrélations de 50% entre le SCR Taux et les SCR Action, Spread et Immobilier.

Ainsi, par ce biais, l'effet de diversification intra-marché est moins important car on ajoute de la corrélation entre chaque sous-module du SCR Marché.

In fine, via l'inversion de la sensibilité aux chocs de taux, l'effet de diversification intra-marché est fortement pénalisé ce qui va causer l'augmentation du SCR Marché de 4,9% entre le QRT T2 2022 et le Configuration 1 de crédit au T2 2022.

Le deuxième module de SCR impacté est le SCR Souscription Vie qui diminue de 3,4% entre le QRT T2 2022 et la Configuration 1. Cette baisse est principalement liée au risque de rachat massif. En effet, le rachat massif permet de soulager la compagnie de la volatilité supplémentaire liée au crédit. Ce risque devient donc bénéfique face à une volatilité importante.

Ecarts par rapport au QRT T2 2022 (montants en M€)	Config 1
BE	+0.12%
RM	-2.74%
PPE Eligible	-0.16%
FPE	-0.98%
SCR	+1.8%
Ratio	-5.6

Tableau 15 : Impact au T2 2022 de la configuration 1 par rapport au QRT

Ainsi si l'on regarde les autres postes au bilan, on voit que le BE augmente marginalement. Cette augmentation s'explique essentiellement par une augmentation de la TVOG (au moins 98% de la variation du BE) dû à l'augmentation de la volatilité induite par les scénarios de crédit stochastique.

La diminution de 2,74% de la RM est directement lié à la baisse du SCR Souscription Vie.

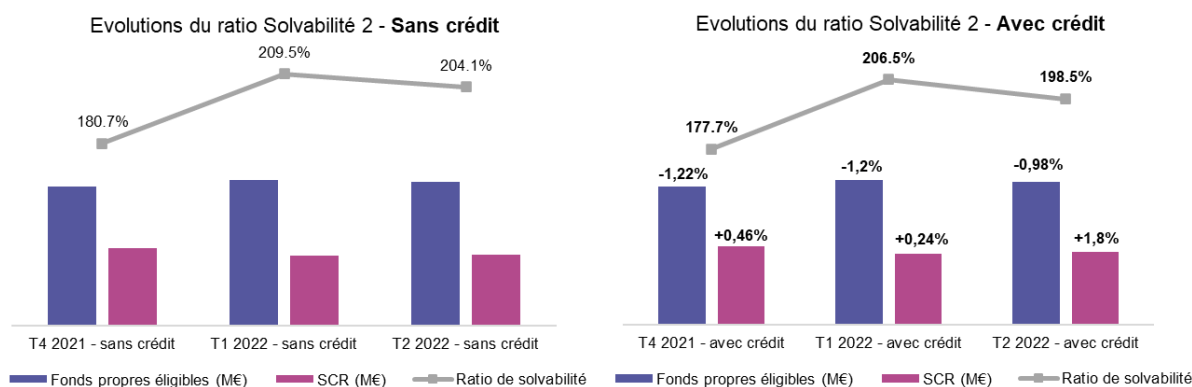
Enfin, on voit que le ratio de solvabilité S2 diminue de 5,6 points avec l'introduction du risque de crédit au T2 2022 ce confirme bien que le risque de crédit pénalise la compagnie, principalement par la volatilité induite.

Cependant, l'impact du risque de crédit n'est pas constant, il varie notamment en fonction du contexte économique. Pour mesurer ces variations d'impact, nous allons nous intéresser aux arrêts précédents dans lesquels les contextes économiques sont assez différents comme vu précédemment.

Ecart par rapport aux QRT T4 2021, T1 et T2 2022 (montants en M€)	T4 2021 Config 1	T1 2022 Config 1	T2 2022 Config 1
	BE	+0.08%	+0.11%
RM	+2.38%	-1.21%	-2.74%
PPE Eligible	+0.13%	-0.08%	-0.16%
FPE	-1.22%	-1.2%	-0.98%
SCR	+0.46%	+0.24%	+1.8%
Ratio	-3.0	-3.0	-5.6

Tableau 16 : Impacts au T4 2021, T1 2022 et T2 2022 de la configuration 1 de crédit par rapport aux QRT

L'effet se fait principalement ressentir au niveau du ratio de solvabilité S2. Bien que l'impact reste mesuré, on remarque qu'il est d'autant plus fort que les spreads s'écartent. En effet, le ratio ne diminue que de 3 points en intégrant le crédit au T4 2021 et T1 2022 alors qu'il diminue de 5,6 points au T2 2022, arrêt où l'écartement de spreads est le plus important.



3) Impact du taux de recouvrement

Une des hypothèses de la configuration précédente est le taux de recouvrement pris : 30,24%. Ce taux est communiqué par Moody's et est appliqué à l'ensemble des titres obligataires des MPA.

Afin de voir l'impact du taux de recouvrement, une sensibilité a été calculée sur le T2 2022 à partir de la Configuration 1 mais en changeant uniquement le taux de recouvrement. On applique pour cette sensibilité un taux de recouvrement de 0%. Cela implique qu'en cas de défaut des émetteurs des obligations du portefeuille, aucun flux n'est perçu.

La diminution du taux de recouvrement n'ajoute pas de volatilité supplémentaire, elle réduit uniquement les flux obligataires.

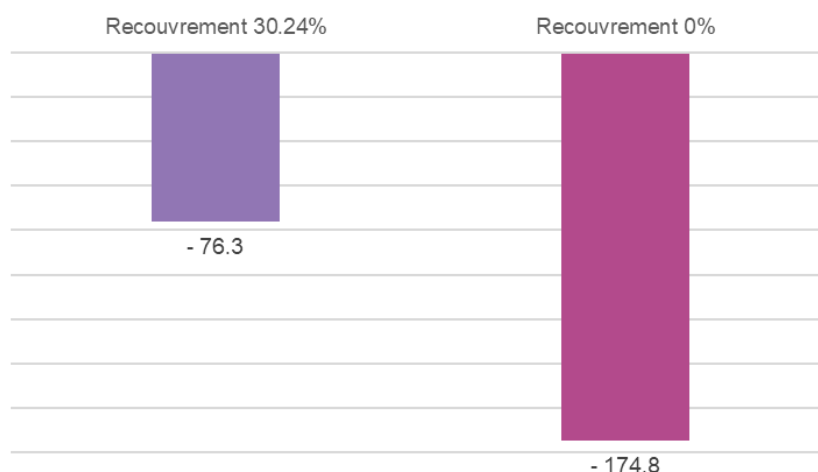


Figure 46 : Variation de la PVFP par rapport au QRT T2 2022 selon les configurations 1 (à gauche) et 2 (à droite)

La diminution du taux de recouvrement impact fortement la PVFP (*Present Value of Future Profits*). En effet, en prenant en compte le risque de crédit avec un taux de recouvrement à 30,24% en Configuration 1, la PVFP du Fond Général de la compagnie diminue de 76 millions d'euros par rapport au QRT du T2 2022. En annulant totalement le recouvrement en cas de défaut, la PVFP diminue drastiquement de près de 100 millions d'euros supplémentaires, soit 175 millions d'euros de perte de PVFP par rapport au QRT.

Cet impact du taux de recouvrement se ressent aussi sur le ratio de solvabilité.

Ecart par rapport au QRT T2 2022 (montants en M€)	Config 1	Config 2
	BE	+0.12%
RM	-2.74%	-5.17%
PPE Eligible	-0.16%	-0.34%
FPE	-0.98%	-2.46%
SCR	+1.8%	+1.99%
Ratio	-5.6	-8.9

Tableau 17 : Impacts au T2 2022 des configurations 1 et 2 de crédit par rapport au QRT

Le BE augmente fortement (+164%) par rapport à la configuration 1. La baisse des fonds propres éligibles couplée à la légère augmentation du SCR se soldent par une baisse de 3,3 points de ratio supplémentaires par rapport à la configuration 1 dans laquelle le taux de recouvrement est de 30,24%. In fine, le ratio diminue de 8,9 points entre la configuration 2 et le QRT T2 2022.

Il est aussi à noter que l'impact du taux de recouvrement est d'autant plus fort que les probabilités de défaut sont élevées.

4) Traitement de la dette non notée

Comme vu sur la [Figure 42](#), la compagnie détient une part non négligeable de dette non notée (18% du portefeuille obligataire corporate), elle doit, de fait, être modélisée avec le modèle de crédit. La flexibilité du modèle développé permet de rattacher la dette non notée à un rating corporate afin de lui appliquer les mêmes probabilités de défaut.

Afin de rattacher ce segment, un parallèle avec la norme IFRS9 a été effectué. En effet, dans le cadre de la norme comptable IFRS9, la compagnie affecte, par défaut, la note de BB+ aux instruments de dette non notée. Le modèle de crédit ne possédant pas la même granularité, la question est de savoir si la dette non notée sera rattachée au rating BBB ou BB dans le modèle de crédit stochastique. Pour cela, une sensibilité a été effectuée dans laquelle toute la dette non notée est rattachée au BB. Ainsi, sur la base de la configuration 1, on considère la configuration 3 telle que :

- Les corporates notés sont modélisés via leur notation S2
- Les corporates non notés sont considérés comme des corporates de notation BB
- Les govies ne sont pas modélisés
- Le calibrage est celui communiqué par Moody's à chaque date d'arrêt

- Le taux de recouvrement est de 30,24%

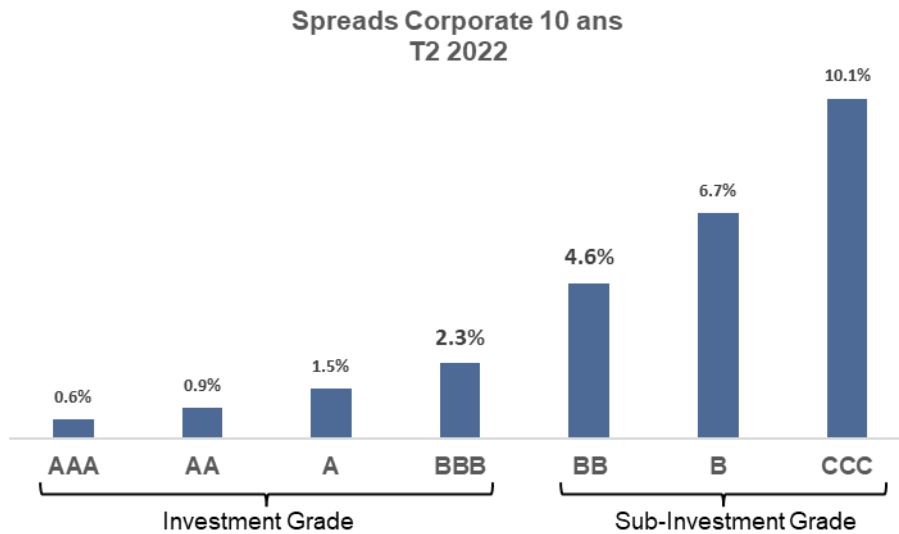


Figure 47 : Niveaux de spreads corporate 10 ans au T2 2022

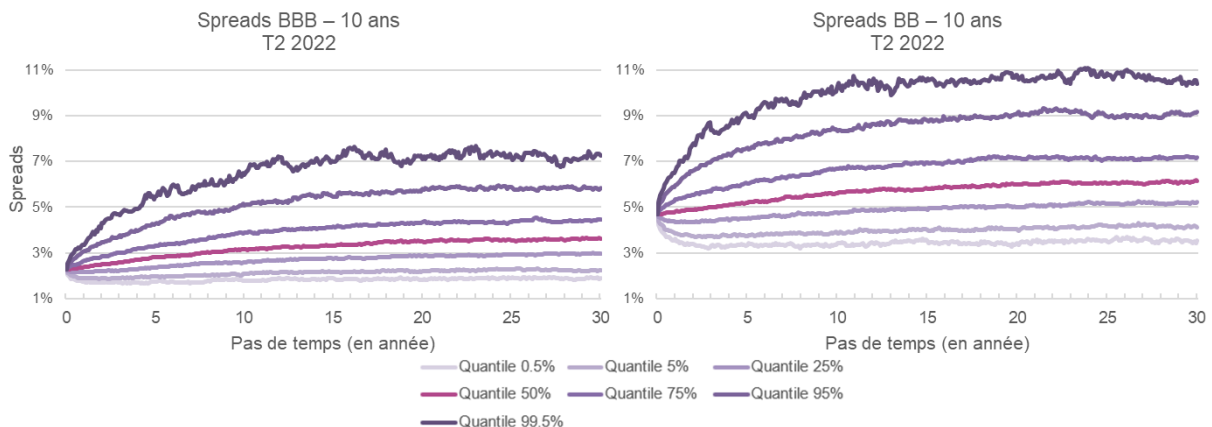


Figure 48 : Distribution de la diffusion dans le GSE des spreads BBB et BB 10 ans au T2 2022

Le passage de BBB à BB marque aussi le passage de qualité Investment Grade à Sub-Investment Grade, ce qui se traduit par des niveaux de spreads nettement supérieurs. Au T2 2022, le spread BB est deux fois supérieur au spread BBB. On peut aussi remarquer, à travers les nappes de diffusion, que la volatilité des spreads BB diffusés dans le GSE est bien supérieure à celle des spreads BBB.

Ecart par rapport au QRT T2 2022 (montants en M€)	Config 1	Config 2	Config 3
	BE	+0.12%	+0.27%
RM	-2.74%	-5.17%	-2.95%
PPE Eligible	-0.16%	-0.34%	-0.15%
FPE	-0.98%	-2.46%	-1%
SCR	+1.8%	+1.99%	+1.93%
Ratio	-5.6	-8.9	-5.9

Tableau 18 : Impacts au T2 2022 des configurations 1, 2 et 3 de crédit par rapport au QRT

En comparant la configuration 1 et 3, on note que le passage de la dette non notée de BBB à BB ne coûte que 0,3 point de ratio. Cela s'explique par une diminution négligeable des fonds propres éligibles et une très légère hausse du SCR. Le faible impact sur le ratio s'explique d'abord par le fait que la dette non notée ne représente que 13% du portefeuille obligataire au T2 2022. Ensuite, la maturité moyenne pondérée par le poids de chaque titre au sein de la poche de dette non notée est de 7 ans. Le modèle ne réinvestit pas sur des titres non notés, cette poche ne se renouvelle donc pas et donc l'impact de la dégradation du rating de cette poche se limite seulement au début de la projection. S'ajoute à cela que la stratégie d'investissement pour les actifs obligataires est une stratégie Buy & Hold, qui consiste à garder une obligation jusqu'à son terme. De ce fait, la volatilité impacte peu les résultats car aucune vente n'est réalisée, les moins-values latentes ne sont pas réalisées dans les scénarios les plus pénalisants.

5) Traitement des lignes obligataires souveraines

Jusqu'à présent les configurations évoquées n'intègrent pas les govies dans le périmètre soumis à la modélisation du risque de crédit. Pour rappel, les titres govies pèsent pour environ 30% du portefeuille obligataire et sont accés très fortement sur le AA (73%) qui est le rating de l'état français.

La dette govies ne se comporte pas comme de la dette corporate. En effet, elle est jugée beaucoup moins risquée car on considère qu'un pays est plus solvable qu'une entreprise.

Cela se traduit par des taux de rendement très faible et donc des spreads bien inférieurs à ceux des spreads corporate de même rating.

Les spreads govies sont souvent considérés comme sans risque. En effet, de nombreux pays ont des spreads négatifs : les taux de rendements de ces pays sont inférieurs aux taux sans risque.

	Belgique	Finlande	France	Allemagne	Pays-Bas	Irlande	Italie	Portugal	Espagne	Pologne	Luxembourg	Slovaquie
<i>Tickers</i>	GTBEF 10Y Govt	GTFIM 10Y Govt	GTFRF 10Y Govt	GTDE M10Y Govt	GTNLG 10Y Govt	GTIEP1 0Y Govt	GTITL1 0Y Govt	GTPTE 10Y Govt	GTESP 10Y Govt	GTEUR PL10Y Govt	BV10L GB Index	GTSKK 10Y Govt
<i>Moyenne</i>	-0.072	-0.231	-0.070	-0.416	-0.271	0.101	1.260	1.392	0.641	0.334	-0.201	0.014
<i>Volatilité</i>	0.098	0.113	0.103	0.080	0.095	0.164	0.485	0.917	0.235	0.202	0.085	0.193
<i>Min</i>	-0.313	-0.485	-0.252	-0.613	-0.470	-0.314	0.521	0.155	0.192	-0.106	-0.400	-0.310
<i>5%</i>	-0.207	-0.414	-0.205	-0.557	-0.433	-0.157	0.684	0.294	0.267	0.036	-0.354	-0.230
<i>25%</i>	-0.137	-0.314	-0.146	-0.470	-0.336	-0.016	0.888	0.637	0.457	0.188	-0.240	-0.110
<i>50%</i>	-0.094	-0.249	-0.089	-0.408	-0.268	0.088	1.136	1.033	0.642	0.308	-0.208	-0.008
<i>75%</i>	-0.010	-0.146	-0.007	-0.357	-0.198	0.219	1.507	2.028	0.811	0.447	-0.133	0.083
<i>95%</i>	0.111	-0.056	0.117	-0.284	-0.118	0.371	2.223	3.095	1.016	0.704	-0.064	0.320
<i>Max</i>	0.212	0.062	0.295	-0.258	-0.083	0.611	2.553	3.403	1.178	1.025	-0.004	0.862
<i>Rating Moody's</i>	AA	AAA puis AA	AA	AAA	AAA	BBB puis A	BBB	BB puis BBB	BBB	A	AAA	A

Tableau 19 : Analyse statistique du spread des govies en portefeuille (calculés sur la base de taux de rendement et du taux swap européen 10 ans)

Le tableau ci-dessus présente la répartition des spreads des pays émetteurs auxquels la compagnie est exposée via son portefeuille obligataire souverain. La période de l'étude s'étend sur 6 ans entre 2015 et 2021.

On s'aperçoit que les pays AAA ont constamment des spreads négatifs sur la totalité de la période. Les pays AA ont des spreads négatifs 80% du temps sur la période et la moyenne des spreads est négative. De fait, on peut considérer que 80% du portefeuille obligataire souverain est sans risque soit seulement 6% du portefeuille obligataire qui est exposé à un risque de crédit « souverain ».

Au-delà de l'aspect économique, la modélisation des spreads de ces pays est confrontée à une limite mathématique. En effet, il serait nécessaire de diffuser des spreads négatifs. Or, le spread est lié à la probabilité de défaut via la relation :

$$PD(t, T) = \frac{1}{1 - \delta} \left(1 - \frac{1}{(1 + s(t, T))^T} \right)$$

Donc :

$$\forall \delta \in [0 ; 1[\quad -1 < s(t, T) < 0 \Leftrightarrow PD(t, T) < 0$$

In fine, mathématiquement la modélisation de spreads négatifs est aberrante. En effet, le modèle suppose que tout actif ayant un rendement inférieur au taux sans risque ne peut faire défaut, par définition du taux sans risque.

Deux solutions sont envisageables pour modéliser les spreads de crédit des pays émetteurs restants :

- Calibrer en interne et diffuser les spreads govies « risqués » grâce au second modèle de crédit implémenté dans le GSE

- Procéder à un rattachement des govies risqués à des corporates grâce à la flexibilité du modèle

La première solution n'a pas été étudiée à date, en effet, la matérialité des govies risqués étant faible à date (6% du portefeuille obligataire), il n'est pas nécessaire d'activer le second modèle, ce qui alourdirait considérablement le temps de calcul du modèle d'une part, et la complexité opérationnelle d'autre part. Pour rappel, Moody's ne fournit pas de calibrage des spreads govies.

La seconde solution a été étudiée et a fait l'objet d'une sensibilité sur le T2 2022 via la configuration 4 :

- Les corporates notés sont modélisés via leur notation S2
- Les corporates non notés sont considérés comme des corporates de notation BBB
- Les govies « risqués » sont rattachés à des corporates en fonction de leur niveau de spread à date
- Le calibrage corporate est celui communiqué par Moody's
- Le taux de recouvrement est de 30,24%

La principale difficulté est donc de rattacher des spreads govies à des spreads corporates afin d'utiliser les mêmes probabilités de défaut. Cependant, les spreads govies ne se comportent pas comme les spreads corporate de même rating.

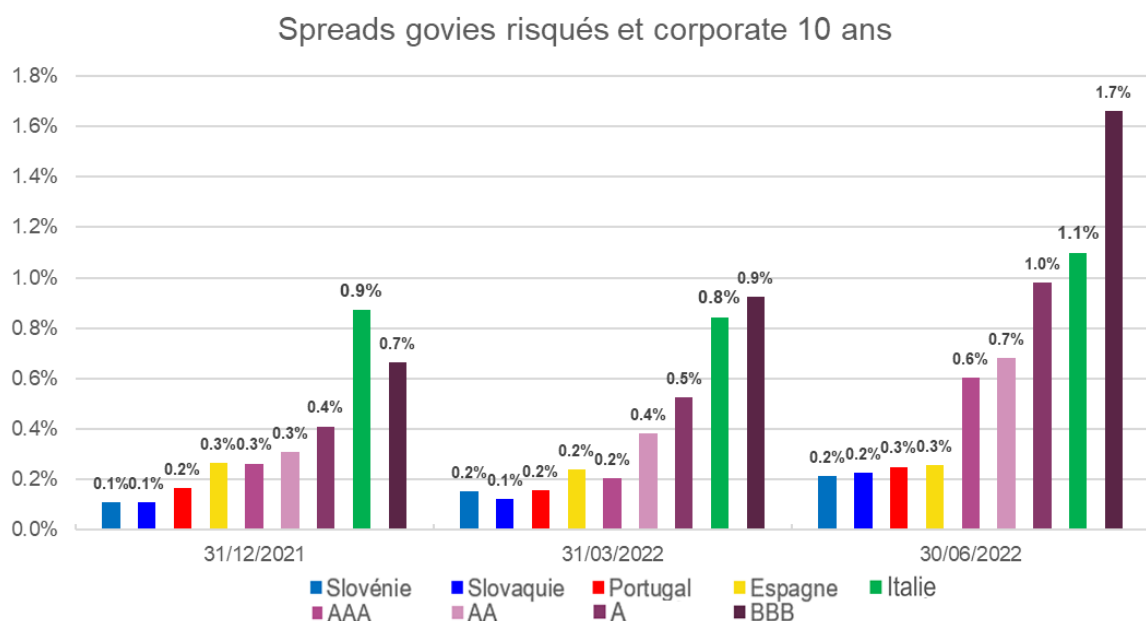


Figure 49 : Spreads des govies "risqués" et spreads corporate 10 ans au T4 2021, T1 2022 et T2 2022

On voit très clairement que les spreads de la Slovénie, de la Slovaquie, du Portugal et de l'Espagne (pays notés A) sont inférieurs au spread AAA corporate. L'Italie, noté BBB, a un spread compris entre les spreads corporate A et BBB sauf au T4 2021 où il était supérieur au BBB corporate mais très nettement inférieur au BB.

Ainsi, sur la base de ces niveaux de spreads les govies risqués sont rattachés aux spreads corporate les plus proche. On obtient la table de mapping suivante au T2 2022 :

Govies risqués	Rating réel	Rating corporate de rattachement	CreditGroup associé
Espagne	BBB	AAA	C1
Italie	BBB	A	C3
Slovénie	A	AAA	C1
Slovaquie	A	AAA	C1
Pologne	A	BBB	C4
Portugal	BBB	AAA	C1

Tableau 20 : Mapping des govies risqués

Remarque : par manque de données comparables, la Pologne est modélisée prudemment comme du BBB corporate et l'Irlande est considérée comme non-risqués car son spread est négatif au T2 2022.

Ainsi, dans la configuration 4, les groupes de crédit sont définis comme tel :

CreditGroup	Rating corporate utilisé pour le calibrage	Rating corporate rattaché au CreditGroup	Pays rattachés au CreditGroup
C1	AAA	AAA	<ul style="list-style-type: none"> •Espagne •Slovénie •Slovaquie •Portugal
C2	AA	AA	-
C3	A	A	•Italie
C4	BBB	BBB	•Pologne
C5	BB	BB	-
C6	B	B	-
C7	CCC	CCC	-

Tableau 21 : Composition des groupes de crédit pour la configuration 4

In fine, dans cette configuration de crédit, les groupes de crédit sont des groupes de niveaux de spreads homogènes au T2 2022. On conserve aussi le taux de recouvrement corporate de 30,24%.

Ecarts par rapport au QRT T2 2022 (montants en M€)	Config 1	Config 2	Config 3	Config 4
BE	+0.12%	+0.27%	+0.12%	+0.12%
RM	-2.74%	-5.17%	-2.95%	-2.81%
PPE Eligible	-0.16%	-0.34%	-0.15%	-0.17%
FPE	-0.98%	-2.46%	-1%	-1.03%
SCR	+1.8%	+1.99%	+1.93%	+1.9%
Ratio	-5.6	-8.9	-5.9	-5.9

Figure 50 : Impacts au T2 2022 des 4 configurations de crédit par rapport au QRT

Au T2 2022, la prise en compte des govies risqués dans la modélisation du crédit n'engendre qu'une baisse de 0,3 points du ratio de solvabilité. Cela s'explique d'une part par la faible matérialité du segment ajouté (6% du portefeuille obligataire), et d'autre part par le fait que les govies risqués sont pour la majorité rattachés à des corporates AAA.

Le traitement des govies tel qu'il est décrit ici peut être approfondi par des méthodes de clustering afin d'identifier les spreads qui varient ensemble. Ces méthodes peuvent aboutir à l'identification de groupes de crédit homogènes tant sur les niveaux de spreads que sur les volatilités historiques.

B. Impacts du modèle de crédit en norme IFRS 17

L'impact du modèle de crédit a été mesuré sur la norme IFRS 17 uniquement via le calcul de la CSM Transition. Les calculs sont donc effectués au T4 2021 afin d'initialiser la CSM.

Pour rappel, on utilise la méthode MRA dans l'exercice de la transition avec la configuration 1 de crédit.

La première étape de la méthode MRA est d'effectuer un rétro-pédalage pour remonter à la CSM Souscription.

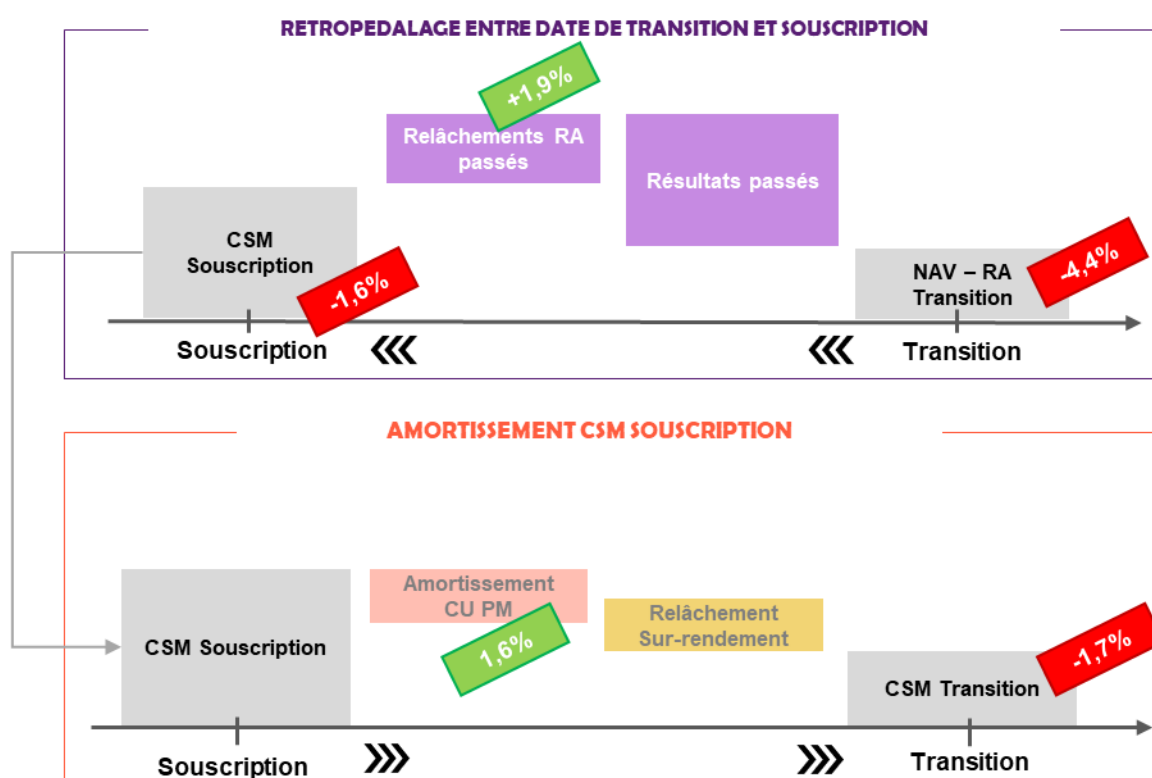


Figure 51 : Impact du modèle de crédit sur la CSM Transition via la méthodologie MRA

Comme sous S2, la BE augmente marginalement de 0,07% en lien avec l'ajout de la volatilité du crédit stochastique. De même, le RA diminue 2,5%. On peut ainsi amorcer la quantité *NAV - RA Transition* qui diminue de 4,4%. On débute ensuite le rétro-pédalage en y ajoutant les résultats passés qui restent inchangés. Le relâchement de RA est moins important au vu de la baisse du RA Transition. Ainsi, en retranchant le relâchement de RA aux résultats passés, on obtient la CSM à la souscription qui baisse de 1,6% avec le modèle de crédit.

La deuxième étape consiste à amortir la CSM Souscription obtenue jusqu'à la date de transition. La baisse de la CSM à la souscription est atténuée par l'amortissement moins important via la méthode des *coverage units* (CU) qui est une estimation de la quantité de services fournis et la durée de couverture restante. La diminution de l'amortissement de 1,6% s'explique par la baisse de la CSM Souscription. Ainsi, la

modélisation du crédit amène à une diminution de la CSM à la transition de 1,7% par rapport aux calculs effectués sans modèle de crédit.

Conclusion

Ce mémoire a permis de constituer une base de connaissance de la modélisation du risque de crédit.

Après avoir contextualisé le sujet et ses enjeux, via la présentation des normes prudentielles Solvabilité 2 et comptable IFRS 17, nous avons défini ce qu'est le risque de crédit et son importance. On a notamment démontré que le spread de crédit est mathématiquement lié à la probabilité de défaut de l'émetteur via un taux de recouvrement. Un état de l'art des modèles de crédit a été établi en décrivant les modèles structurels et les modèles à forme réduite. Nous nous sommes attardés sur ces derniers en instruisant un choix entre deux modèles proposés dans le GSE Moody's Analytics que nous utilisons : le modèle LMN (G3 Moody's) qui est un modèle à intensité de défaut et le modèle JLT (G2 Moody's) qui est un modèle à transition de rating.

Après description de la dynamique de diffusion de chaque modèle, nous avons mis en évidence les avantages et inconvénients de chacun. Le modèle JLT permet la modélisation des transitions de rating en plus de la modélisation des spreads. Cependant, diffusé via un unique processus CIR pour l'ensemble des ratings, il atteint mal ses cibles de calibrage.

Le modèle LMN ne modélise pas la transition de rating. En revanche, via un processus CIR par rating, il possède assez de degrés de liberté pour mieux atteindre ses cibles de calibrage. De plus, la volumétrie des outputs étant inférieure, il est moins impactant en termes de complexité calculatoire.

Le modèle LMN a donc été implémenté dans le générateur de scénarios économiques puis dans le modèle ALM de la compagnie. Une modélisation très flexible a été imaginée. Elle permet la modélisation de groupes de risques homogènes (par rating, pays, secteur et/ou ISIN), la modélisation des spreads corporates, souverains et de dettes non notées. Elle permet aussi de fixer le taux de recouvrement librement en ligne à ligne et d'exclure des lignes ou groupes de lignes du périmètre soumis au risque de crédit. In fine, il est important de retenir que le modèle a désormais la capacité de calculer un spread spécifique à chaque ligne obligataire.

Des mesures d'impacts ont été menées pour quantifier l'impact de l'intégration du modèle de crédit sur le bilan de la compagnie. Plusieurs configurations sont testées dans ces études et concernent le contexte économique, le taux de recouvrement, le traitement de la dette non notées et le traitement des lignes obligataires souveraines risqués (i.e. à spreads positifs). Il en ressort principalement que le modèle de crédit ajoute de la volatilité supplémentaire aux scénarios stochastiques. De fait, on remarque une hausse du BE et une hausse du SCR. Par rapport au QRT du T2 2022, le ratio de solvabilité S2 diminue de 5,6 à 8,9 points selon la configuration de crédit testée. On note aussi que le modèle de crédit a un impact d'autant plus fort que le contexte économique est défavorable : une baisse de 2,6 points de ratio supplémentaires est calculée entre l'intégration du modèle de crédit au T4 2021 et au

T2 2022. Enfin, l'intégration du modèle de crédit engendre une baisse de 1,6% sur la CSM de transition au T4 2021 dans le cadre de la norme IFRS 17.

Enfin, la flexibilité de notre modélisation du crédit ouvre des perspectives d'études intéressantes. Tout d'abord, nous pourrions étudier le calibrage des spreads souverains et ainsi les diffuser via notre second modèle LMN déjà implémenté. Cependant, les pays avec des spreads négatifs ne pourront être modélisés car le modèle LMN de Moody's diffuse uniquement des spreads positifs. Ensuite, nous pouvons instruire la création de groupes homogènes de risque selon des techniques de clustering de spreads. L'objectif serait de démontrer statistiquement que des spreads se comportent identiquement et qu'ils peuvent être modélisés selon les mêmes probabilités de défaut. Ces études ont déjà été amorcée et seront effectuées suivant des axes de notation, de secteur et de zone géographique. Enfin, le modèle permet de fixer des taux de recouvrement distincts pour chaque ligne obligataire. Le modèle serait ainsi pleinement exploitable avec l'obtention de données de taux de recouvrement fiables par secteur, pays, etc.

Tables de figures

FIGURE 1 : BILAN D'ASSURANCE SOUS S2 ET IFRS.....	- 3 -
FIGURE 2 : ILLUSTRATION DU MODELE G2	- 5 -
FIGURE 3 : RESULTATS DE CALIBRAGE ENTRE LES MODELES G2 ET G3.....	- 6 -
FIGURE 4 : RISQUE-NEUTRALISATION SANS MODELE DE CREDIT	- 6 -
FIGURE 5 : RISQUE-NEUTRALISATION AVEC MODELE DE CREDIT	- 6 -
FIGURE 6 : MODELISATION DES FLUX OBLIGATAIRES AVEC MODELE DE CREDIT	- 7 -
FIGURE 7 : IMPACTS AU T2 2022 DU MODELE DE CREDIT SELON 4 CONFIGURATIONS PAR RAPPORT AU QRT	- 8 -
FIGURE 8 : INSURANCE BALANCE SHEET UNDER SOLVENCY 2 AND IFRS STANDARDS.....	- 10 -
FIGURE 9 : ILLUSTRATION OF G2 MODEL	- 12 -
FIGURE 10 : G2 AND G3 CALIBRATION RESULTS	- 12 -
FIGURE 11 : RISK-NEUTRALIZATION WITHOUT CREDIT MODEL.....	- 13 -
FIGURE 12 : RISK-NEUTRALIZATION WITH CREDIT MODEL.....	- 13 -
FIGURE 13 : BOND CASHFLOWS MODELLING WITH CREDIT MODEL.....	- 14 -
FIGURE 14 : COLLECTE NETTE DES ASSUREURS-VIE EN FRANCE (SOURCE : ACPR)	- 22 -
FIGURE 15 : ALLOCATION D'ACTIFS DES ASSUREURS VIE ET NON-VIE EN FRANCE EN 2020 ET 2021 (SOURCE : ACPR)	- 22 -
FIGURE 16 : PILIERS DE LA NORME SOLVABILITE 2	- 24 -
FIGURE 17 : MODULES ET SOUS-MODULES DE RISQUES DEFINIS DANS LA FORMULE STANDARD S2	- 25 -
FIGURE 18 : DIFFERENCE ENTRE UN BILAN CENTRAL ET CHOQUE SOUS S2	- 26 -
FIGURE 19 : BILAN SOUS SOLVABILITE 2.....	- 27 -
FIGURE 20 : BILAN D'ASSURANCE SOUS LA NORME IFRS	- 31 -
FIGURE 21 : PROCESSUS DE PASSAGE DE LA NORME IFRS 4 A LA NORME IFRS 17.....	- 31 -
FIGURE 22 : ILLUSTRATION DES TROIS METHODES DE TRANSITION	- 33 -
FIGURE 23 : ILLUSTRATION DU FONCTIONNEMENT D'UN MODELE ALM.....	- 35 -
FIGURE 24 : ILLUSTRATION DU FONCTIONNEMENT D'UN GSE.....	- 40 -
FIGURE 25 : CLASSEMENT DES SENIORITES.....	- 43 -
FIGURE 26 : FRISE CHRONOLOGIQUE LIEE A LA MODELISATION DU RISQUE DE CREDIT	- 45 -
FIGURE 27 : BILAN DANS UN MODELE STRUCTUREL	- 45 -
FIGURE 28 : MODELISATION DES FLUX OBLIGATAIRES AVEC MODELE DE CREDIT	- 47 -
FIGURE 29 : ILLUSTRATION DU MODELE G2 (JLT)	- 49 -
FIGURE 30 : DECOMPOSITION D'UNE OBLIGATION APRES DEUX PAS DE TEMPS AVEC LE MODELE G2 (JLT).....	- 51 -
FIGURE 31 : COURBE DE SPREADS PAR RATING ILLUSTRANT L'ADDITION DES SURPLUS D'INTENSITE DU MODELE G3 (LMN)	- 53 -
FIGURE 32 : ALGORITHME DE LEVENBERG-MARQUARDT.....	- 55 -
FIGURE 33 : RESULTATS DU CALIBRAGE DES MODELES G2 ET G3.....	- 55 -
FIGURE 34 : NAPPE DE PROJECTION DU NOMINAL D'UNE OBLIGATION AA - 10 ANS AVEC LES MODELES G2 ET G3.....	- 56 -
FIGURE 35 : NAPPE DE PROJECTION DU NOMINAL D'UNE OBLIGATION BBB - 10 ANS AVEC LES MODELES G2 ET G3.....	- 57 -
FIGURE 36 : COMPARAISON DES DONNEES DE CALIBRAGE ET DE LA VOLUMETRIE DES SCENARIOS DES MODELES G2 ET G3.....	- 58 -
FIGURE 37 : RESULTAT DU TEST MARTINGALE SUR LES PRIX ZERO-COUPON RISQUES C1 AU T2 2022	- 65 -
FIGURE 38 : RISQUE-NEUTRALISATION SANS MODELE DE CREDIT	- 66 -
FIGURE 39 : RISQUE-NEUTRALISATION AVEC MODELE DE CREDIT	- 67 -
FIGURE 40 : SURVIE DU NOMINAL DANS LE TEMPS	- 68 -
FIGURE 41 : ILLUSTRATION DE L'UTILISATION DES OUTPUTS DU GSE DANS LE MODELE ALM	- 69 -
FIGURE 42 : ALLOCATION DE LA POCHES OBLIGATAIRE	- 72 -
FIGURE 43 : COURBE DES TAUX SANS RISQUE AU T4 2021, T1 2022 ET T2 2022 (COURBES EIOPA)	- 74 -
FIGURE 44 : NIVEAUX DE SPREADS INVESTMENT GRADE CORPORATE 10 ANS AU T4 2021, T1 2022 ET T2 2022.....	- 75 -
FIGURE 45 : NIVEAU DE L'EUROSTOXX 50 AU T4 2021, T1 2022 ET T2 2022	- 75 -
FIGURE 46 : VARIATION DE LA PFVP PAR RAPPORT AU QRT T2 2022 SELON LES CONFIGURATIONS 1 (A GAUCHE) ET 2 (A DROITE) ...	- 80 -
FIGURE 47 : NIVEAUX DE SPREADS CORPORATE 10 ANS AU T2 2022.....	- 82 -

FIGURE 48 : DISTRIBUTION DE LA DIFFUSION DANS LE GSE DES SPREADS BBB ET BB 10 ANS AU T2 2022	- 82 -
FIGURE 49 : SPREADS DES GOVIES "RISQUES" ET SPREADS CORPORATE 10 ANS AU T4 2021, T1 2022 ET T2 2022	- 85 -
FIGURE 50 : IMPACTS AU T2 2022 DES 4 CONFIGURATIONS DE CREDIT PAR RAPPORT AU QRT	- 87 -
FIGURE 51 : IMPACT DU MODELE DE CREDIT SUR LA CSM TRANSITION VIA LA METHODOLOGIE MRA.....	- 88 -

Table des tableaux

TABLEAU 1 : CHOIX METHODOLOGIQUES INTERNES DE L'IMPLEMENTATION DU MODELE DE CREDIT	- 7 -
TABLEAU 2 : CONFIGURATIONS DE CREDIT POUR LES TESTS D'IMPACT	- 8 -
TABLEAU 3 : IMPACTS DU MODELE DE CREDIT PAR RAPPORT AUX QRT DU T4 2021, T1 2022 ET T2 2022	- 9 -
TABLEAU 4 : IMPACT DU MODELE DE CREDIT SUR LES INDICATEURS IFRS 17 AU T4 2021.....	- 9 -
TABLEAU 5 : LES TROIS MODELES D'EVALUATION DU PASSIF D'ASSURANCE SOUS IFRS 17	- 29 -
TABLEAU 6 : COMPARAISON DES TROIS METHODOLOGIES DE TRANSITION : FRA, MRA ET FVA	- 32 -
TABLEAU 7 : CLASSIFICATION DES RATINGS PAR AGENCE DE NOTATION	- 44 -
TABLEAU 8 : MATRICE DE TRANSITION 2022 (FOURNIE PAR MOODY'S ANALYTICS)	- 50 -
TABLEAU 9 : CRITERE DE SELECTION DU MODELE DE CREDIT.....	- 59 -
TABLEAU 10 : TRANSCODIFICATION DES GROUPES DE CREDIT EN RATING "ALIAS" DANS LE GSE.....	- 62 -
TABLEAU 11 : CHOIX METHODOLOGIQUES INTERNES DE L'IMPLEMENTATION DU MODELE DE CREDIT	- 71 -
TABLEAU 12 : CONFIGURATIONS DE CREDIT POUR LES TESTS D'IMPACT.....	- 73 -
TABLEAU 13 : TAUX SANS RISQUE 10 ANS ET NIVEAU DE VA AU T4 2021, T1 2022 ET T2 2022	- 74 -
TABLEAU 14 : ANALYSE DE L'IMPACT DE LA CONFIGURATION 1 SUR LE SCR PAR RAPPORT AU QRT T2 2022.....	- 76 -
TABLEAU 15 : IMPACT AU T2 2022 DE LA CONFIGURATION 1 PAR RAPPORT AU QRT	- 78 -
TABLEAU 16 : IMPACTS AU T4 2021, T1 2022 ET T2 2022 DE LA CONFIGURATION 1 DE CREDIT PAR RAPPORT AUX QRT	- 79 -
TABLEAU 17 : IMPACTS AU T2 2022 DES CONFIGURATIONS 1 ET 2 DE CREDIT PAR RAPPORT AU QRT	- 81 -
TABLEAU 18 : IMPACTS AU T2 2022 DES CONFIGURATIONS 1, 2 ET 3 DE CREDIT PAR RAPPORT AU QRT	- 83 -
TABLEAU 19 : ANALYSE STATISTIQUE DU SPREAD DES GOVIES EN PORTEFEUILLE (CALCULES SUR LA BASE DE TAUX DE RENDEMENT ET DU TAUX SWAP EUROPEEN 10 ANS).....	- 84 -
TABLEAU 20 : MAPPING DES GOVIES RISQUES	- 86 -
TABLEAU 21 : COMPOSITION DES GROUPES DE CREDIT POUR LA CONFIGURATION 4	- 86 -
TABLE 1 : INTERNAL METHODOLOGY OF CREDIT MODELLING.....	- 14 -
TABLE 2 : CREDIT CONFIGURATIONS FOR STRESS TESTS.....	- 14 -
TABLE 2 : CREDIT CONFIGURATIONS FOR STRESS TESTS	- 15 -
TABLE 3 : VARIATIONS BETWEEN CREDIT CONFIGURATIONS AND Q2 2022 QRT	- 15 -
TABLE 4 : VARIATIONS IN Q4 2021, Q1 2022 AND Q2 2022 BETWEEN QRTS AND THE 1ST CREDIT CONFIGURATION	- 16 -
TABLE 5 : IFRS 17 INDICATORS VARIATIONS BETWEEN Q4 2021 FTA AND 1ST CREDIT CONFIGURATION.....	- 16 -

Bibliographie

Références Moody's Analytics :

- [1] *G3 Credit Model Specification*, Moody's Analytics, 2016
- [2] *G3 Credit Model Market Consistent Calibration*, Moody's Analytics, 2016
- [3] *Real-world credit calibration: Modelling credit risky sovereign bonds*, Axel Kirchner et Ruosha Li, 2010
- [4] *G2 Credit Model Calibration Update 2020*, Moody's Analytics, 2020
- [5] *G3 Credit Model Calibration Update 2020*, Moody's Analytics, 2020
- [6] *9.4.0 - Scenario Generator - Methodology Guide*, Moody's Analytics, 2019
- [7] *Economy Model Calibrations MC Standard S2 EUR EndDec2021*, Moody's Analytics, 2017

Références académiques :

- [8] *Risque de crédit*, Mohamed Ayoub Ouajjou, 2010
- [9] *Atelier 2 - Modélisation du risque de crédit pour la valorisation du bilan économique*, Congrès des Actuaire, 2015
- [10] *Implémentation d'un modèle de crédit stochastique au sein du modèle ALM d'un assureur*, Charline Mordelet, 2017
- [11] *Intégration du spread de crédit stochastique dans la modélisation ALM d'un assureur Vie*, Emilie Sabourin, 2019
- [12] *Prise en compte du risque de crédit dans le calcul du Best Estimate Solvabilité II en assurance vie*, Lucie Forgereau et Dorothée Bary, 2020
- [13] *Corporate Yield Spreads: Default Risk or Liquidity? New Evidence from the Credit-Default Swap Market*, Longstaff, Mithal et Neis, 2002
- [14] *Interest Rate Models – Theory and Practice*, Damiano Brigo et Fabio Mercurio, 2001
- [15] *Economic Scenario Generators - A Practical Guide*, Society of Actuaries, 2016

Références réglementaires :

- [16] *Générateurs de scénarios économiques : points d'attention et bonnes pratiques*, ACPR, 2020
- [17] *La situation des assureurs soumis à Solvabilité II en France fin 2021*, ACPR, 2022

