



**Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du
Diplôme d'Actuaire EURIA
et de l'admission à l'Institut des Actuaire**

le 18 Septembre 2024

Par : Matthieu Moreau

Titre : Revue générale du risque de liquidité et calibration d'une pénalité de rachat pour les contrats UC comportant du Private Equity

Confidentialité : Non

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

***Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaire :***

Mme Alexandra MAAREK

Signature :

Entreprise :

Prim'Act

Signature :

Membres présents du jury de l'EURIA :

M. Brice FRANKE

Mme Sophie LAGADEC

Directeur de mémoire en entreprise :

M. Frédéric PLANCHET

Signature :

Invité :

Signature :

***Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)***

Signature du responsable entreprise :

Signature du candidat :

Remerciements

J'aimerais remercier en tout premier lieu mon tuteur de stage Monsieur Frédéric Planchet, Associé du cabinet Prim'Act et Professeur à l'ISFA, pour son écoute active et ses conseils approfondis qui ont orienté mes recherches tout au long de mon mémoire. J'ai apprécié de partager son expérience et les nombreuses références qu'il m'a indiqué pour nourrir ma réflexion.

Je souhaiterais remercier tout particulièrement Monsieur Brice Franke mon tuteur académique et Madame Mathilde Clément mon encadrante chez Prim'Act pour leur suivi actif qui a rythmé mes travaux et a apporté un cadre stimulant pour ma réflexion.

Chez Prim'Act, j'aimerais enfin remercier mes collègues qui m'ont donné des conseils ou relu mon mémoire : Lucie A.-L., Lucie S., Guillaume, Quentin, Alva, Abdoulaye, Jean-Kolbe, Victor, Jean-Paul, Karl, ainsi que tous ceux avec qui j'ai pu échanger sur mon sujet depuis le début de mon alternance.

Enfin, un grand merci à ma famille pour leur soutien tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Résumé

Le thème de ce mémoire porte sur le risque de liquidité. Dans un premier temps, il est rappelé la définition du risque de liquidité, ainsi que les principales méthodes et indicateurs de mesure pour évaluer la liquidité de marché et son impact sur la liquidité de bilan. Dans un deuxième temps est proposée une mesure innovante et uniformisée de la liquidité pour tous types d'actifs, construite à partir du coût de la liquidité pour une unité d'actif échangée. Enfin, des stress-tests de liquidité sont réalisés pour tester la résistance d'un contrat en unités de compte (UC) au risque de liquidité et calibrer une pénalité de rachat appropriée. Ceci en particulier dans le cadre de la nouvelle loi Verte (2023), qui oblige les assureurs à proposer des contrats en unités de compte avec un pourcentage minimum de titres non cotés (Private Equity).

Mots clefs: Liquidité, Risque de liquidité, Indicateurs de liquidité, Coût de la liquidité, Surface de liquidité, Assurance Vie, Unités de compte, Loi Industrie Verte (2023), Pénalités de rachat

Abstract

This Master thesis focuses on liquidity risk. Initially, it reminds the definition of liquidity risk, as well as the main methods and indicators used to measure market liquidity and its impact on balance sheet liquidity. Subsequently, it introduces an innovative and standardized measure of liquidity for all types of assets, based on the liquidity cost for a unit of exchanged asset. Finally, liquidity stress tests are conducted to test the resilience of a unit-linked contract (UC) to liquidity risk and to calibrate an appropriate redemption penalty. This is particularly relevant in the context of the new Green Law (2023), which requires insurers to offer unit-linked contracts with a minimum percentage of unlisted securities (Private Equity).

Keywords: Liquidity, Liquidity risk, Liquidity indicators, Cost of liquidity, Liquidity surface, Life Insurance, Unit-linked contracts, French Green Industry Law (2023), Redemption penalties

Note de Synthèse

Le Concept de Liquidité

Perspective Historique

Le risque de liquidité trouve ses origines dans les pratiques commerciales anciennes, lorsque les premières transactions se sont déroulées entre individus au sein de groupes plus larges. Cette dynamique a rapidement mis en évidence la nécessité de pouvoir échanger des biens sans que leur valeur ne se déprécie à cause d'une vente précipitée. Au fil des siècles, différentes crises, comme les famines et les guerres, ont agi comme des catalyseurs pour la compréhension du risque de liquidité. Un exemple emblématique est celui de la disette sous le règne d'Auguste, où la flambée du prix du blé en quelques semaines a entraîné une dépréciation massive des autres biens en comparaison. Ainsi, ce contexte économique perturbé rendait impossible la vente rapide d'un bien sans subir une perte de valeur considérable.

Ce phénomène souligne l'importance de la liquidité, non seulement pour la préservation de la richesse individuelle, mais aussi pour la stabilité économique à l'échelle d'une société. Avec l'essor de la révolution industrielle aux XIX^e et XX^e siècles, les besoins de liquidité ont évolué. Les banques ont dû développer des pratiques de gestion des risques pour faire face aux défis posés par l'augmentation des volumes d'échanges financiers. La liquidité de marché, qui fait référence à la capacité d'un actif à être acheté ou vendu rapidement sans impact significatif sur son prix, a émergé comme un domaine d'étude crucial. Ce développement a conduit à la formalisation de concepts et de modèles mathématiques pour évaluer la liquidité sur les marchés financiers, établissant ainsi des bases pour les pratiques contemporaines en matière de gestion des actifs.

La Liquidité, les Liquidités

La liquidité est définie comme la capacité d'un actif à être transformé en monnaie sans délai ni perte significative de valeur. Toutefois, cette définition englobe des nuances importantes. Il est impératif de distinguer trois types de liquidité :

- La liquidité monétaire : cette forme de liquidité est directement liée à la masse monétaire en circulation dans une économie. Elle représente le montant de monnaie disponible pour effectuer des transactions. Les banques centrales contrôlent la liquidité monétaire par le biais de politiques monétaires, comme l'émission et le rachat de billets, influençant ainsi les taux d'intérêt. Un niveau de liquidité monétaire adéquat est crucial pour maintenir la stabilité économique et éviter des phénomènes d'inflation ou de déflation.
- La liquidité de marché : La liquidité de marché fait référence à la rapidité avec laquelle un actif financier peut être acheté ou vendu sur un marché sans provoquer de variation significative de son prix. Un actif est considéré comme liquide si des transactions peuvent être effectuées à tout moment et dans des volumes importants sans que cela n'influence son

prix de manière négative. La liquidité de marché est souvent mesurée par des indicateurs comme la fourchette entre les prix d'achat et de vente.

- La liquidité de bilan : cette forme de liquidité mesure la capacité d'une entreprise, telle qu'une banque ou une compagnie d'assurance, à liquider ses actifs pour honorer ses passifs. La gestion de la liquidité de bilan implique une évaluation minutieuse des actifs détenus afin de garantir qu'ils peuvent être réalisés en temps voulu pour satisfaire les obligations financières. Les institutions financières doivent donc s'assurer qu'elles possèdent une proportion suffisante d'actifs liquides pour faire face à des demandes de remboursement inattendues.

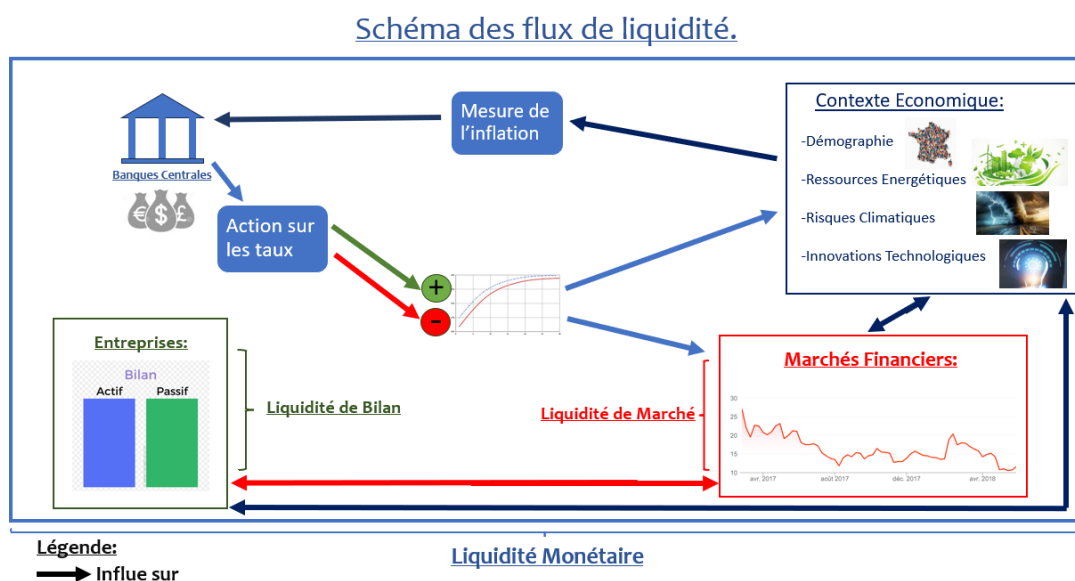


FIGURE 1 – Les liquidités et leurs flux

Ces trois formes de liquidité sont interconnectées. Par exemple, une hausse de la liquidité monétaire peut améliorer la liquidité de marché en augmentant la disponibilité des fonds pour l'achat d'actifs. Toutefois, une gestion imprudente de la liquidité monétaire peut entraîner une surabondance de capitaux, provoquant des bulles spéculatives et des crises de liquidité. Dans le cas des assureurs, l'évaluation de la liquidité de leurs actifs est primordiale, car une liquidité insuffisante peut compromettre leur capacité à faire face à des sinistres ou à des demandes de rachat. Ils doivent donc maintenir un équilibre entre des actifs hautement liquides, tels que des obligations d'État, et des actifs moins liquides, comme des biens immobiliers ou des investissements en Private Equity.

La Liquidité de Marché : Dimensions et Facteurs Déterminants

La liquidité de marché est un concept qui repose sur plusieurs caractéristiques : immédiateté, profondeur, étroitesse et résilience.

- **Immédiateté** : cette dimension mesure le temps nécessaire pour conclure une transaction financière. Dans un marché liquide, une transaction peut être réalisée presque instantanément, tandis que sur un marché moins liquide, des délais peuvent survenir, entraînant des coûts supplémentaires.
- **Profondeur** : la profondeur correspond à la capacité d'un marché à absorber des volumes d'actifs importants sans que cela n'affecte le prix. Un marché avec une bonne profondeur

permet d'effectuer des transactions significatives sans causer une chute des prix, ce qui est crucial pour les investisseurs institutionnels.

- **Étroitesse** : l'étroitesse fait référence à l'écart entre le prix d'achat (bid) et le prix de vente (ask) d'un actif. Un spread étroit est généralement signe d'une bonne liquidité, indiquant une forte activité de marché et une concurrence active entre acheteurs et vendeurs.
- **Résilience** : la résilience mesure la capacité du marché à se rétablir après une transaction significative. Un marché avec une bonne résilience pourra rapidement revenir à ses niveaux de liquidité habituels après des fluctuations. Cela est important pour maintenir la confiance des investisseurs dans la stabilité du marché.

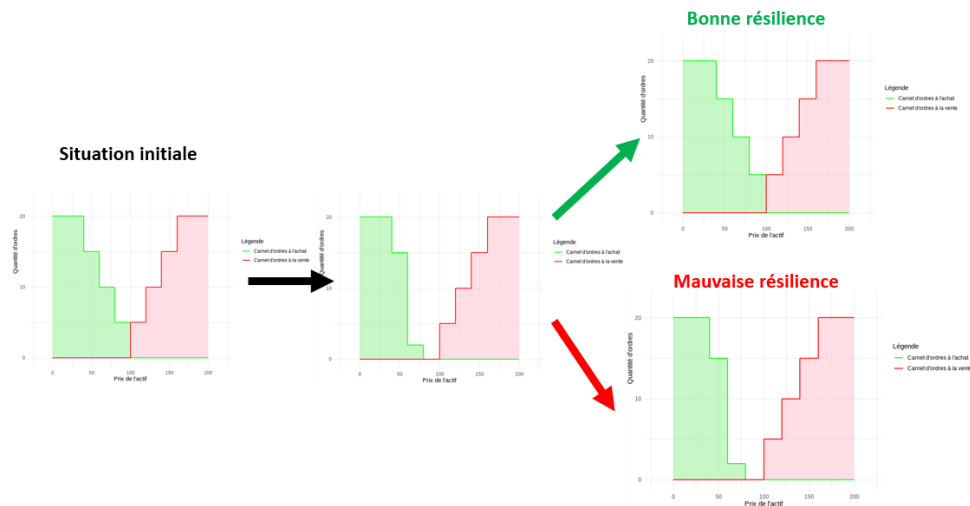


FIGURE 2 – Schéma synthétisant la notion de résilience

Les facteurs déterminants de la liquidité de marché comprennent la structure d'organisation des marchés, qui est généralement plus liquide pour les actifs cotés que pour les actifs de gré à gré. Par exemple, la segmentation des actifs peut soit accroître soit réduire la liquidité, selon la transparence et l'accessibilité des différents marchés. En période de volatilité, l'aversion au risque des investisseurs joue également un rôle crucial : une forte aversion au risque peut réduire les volumes d'échanges, aggravant ainsi le risque de liquidité.

Dans ce contexte, plusieurs indicateurs de liquidité ont été développés pour évaluer l'état de la liquidité des marchés. Des outils comme la fourchette des prix, le coefficient de sensibilité de Gresse, le λ de Kyle, et le Market Efficiency Coefficient (MEC) sont utilisés par les acteurs financiers pour quantifier et suivre la liquidité. Cependant, chacun de ces indicateurs ne couvre que partiellement les caractéristiques de la liquidité. Il ressort ainsi le besoin de rechercher une approche qui intègre mieux toutes les caractéristiques fondamentales de la liquidité, en particulier à la lumière des nouvelles réglementations en matière d'assurance et d'investissement.

Évaluation de la liquidité de marché et son coût

Les indicateurs connus de la liquidité de marché

1. La fourchette représente la différence entre le prix le plus élevé offert par les acheteurs (prix bid) et le prix le plus bas demandé par les vendeurs (prix ask). C'est un indicateur classique de l'étroitesse d'un marché. Une fourchette étroite indique un marché très liquide, où les

transactions se font rapidement et à faible coût. À l'inverse, une fourchette large signale une liquidité faible, où le coût des transactions est plus élevé en raison de l'écart entre les positions acheteurs et les vendeurs.

2. Le coefficient de sensibilité de Gresse : Cet indicateur prend en compte la profondeur du marché en ajoutant les quantités échangées aux prix bid et ask pour ajuster la mesure de la liquidité. En d'autres termes, il intègre le volume disponible à ces niveaux de prix. Un coefficient de sensibilité élevé signifie que même une transaction de taille modérée peut affecter le prix de manière significative, ce qui indique un manque de profondeur.
3. Le λ de Kyle : Introduit par Kyle en 1985, cet indicateur mesure la liquidité à partir de la relation entre le prix et le volume échangé. Il évalue la capacité d'un marché à absorber les transactions sans que celles-ci n'affectent trop les prix. Plus le λ est faible, plus le marché est profond et liquide. À l'inverse, un λ élevé signale que des petites quantités échangées ont un fort impact sur les prix, signe d'un marché peu liquide.
4. Le Market Efficiency Coefficient (MEC) : Le MEC compare la volatilité des prix sur des horizons de temps courts et longs. Un MEC élevé indique qu'un actif est plus volatile à court terme qu'à long terme, signalant une liquidité faible et des risques élevés si l'on doit vendre l'actif rapidement. Cet indicateur aide à évaluer l'efficacité des marchés et leur capacité à refléter rapidement les informations disponibles.
5. Les ratios de liquidité : Ils comparent la quantité de liquidités disponibles dans le carnet d'ordres par rapport aux volumes échangés. Plus les liquidités disponibles sont élevées, plus le marché est en mesure d'absorber les transactions sans grands impacts sur les prix, renforçant ainsi la liquidité du marché. Ces ratios sont particulièrement utilisés pour les marchés d'obligations et de produits dérivés.
6. L'indice VTP de Le Saout : L'indice de volume-temps-prix (VTP) proposé par Le Saout mesure les fluctuations de prix causées par les transactions effectuées sous pression. Cet indice capture l'impact immédiat d'une transaction importante sur le prix d'un actif, et il est particulièrement utile dans les marchés stressés où la liquidité se détériore rapidement. Un VTP élevé signale un marché vulnérable à des chocs de liquidité.

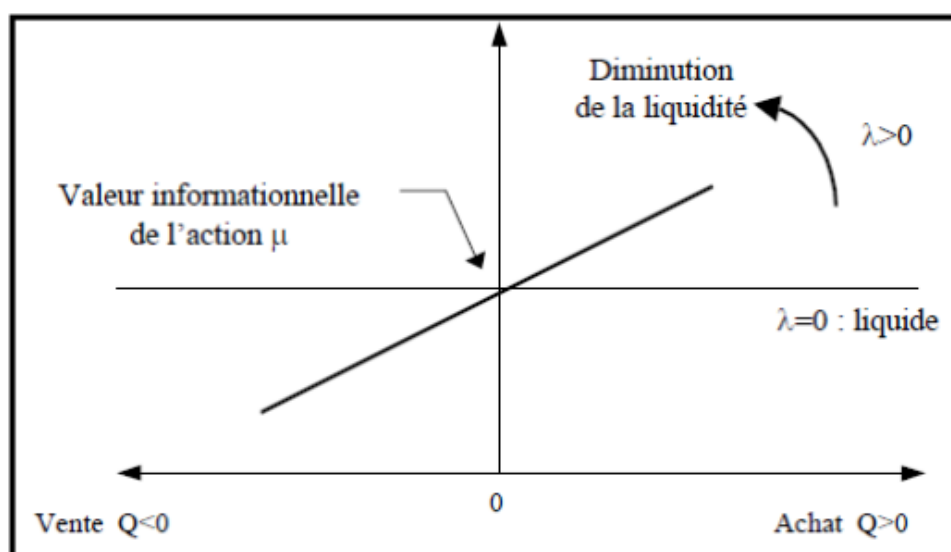


FIGURE 3 – Représentation du λ de Kyle (issue du mémoire de T. VAN EVERBROECK)

Création du nouvel indicateur de liquidité ΔPTV_α

Le ΔPTV_α est un nouvel indicateur développé dans ce mémoire pour remédier aux limites des indicateurs existants. Alors que les autres indicateurs ne capturent qu'une ou deux dimensions de la liquidité (comme le prix ou le volume), le ΔPTV_α prend en compte simultanément le prix (P), le temps (T), et le volume (V).

Cet indicateur est représenté par une surface à trois dimensions qui donne le coût de liquidité en fonction du temps disponible pour réaliser la transaction et du volume échangé. Le ΔPTV_α peut également modéliser le coût de liquidité en fonction des scénarios de stress. Il prend en compte une approche probabiliste pour estimer les coûts de liquidité dans différentes conditions de marché, en s'appuyant sur des études statistiques basées sur des quantiles comme le quantile à 99,5% pour les scénarios de marché stressés.

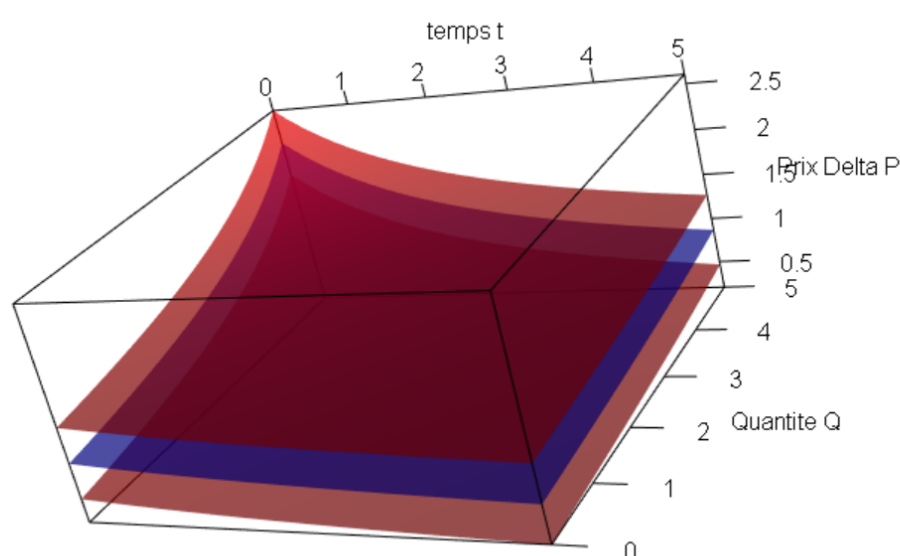


FIGURE 4 – Représentation d'un indicateur ΔPTV_α probabiliste : la surface bleue donne le coût moyen de liquidité et les surfaces rouges le coût de la liquidité à deux quantiles, l'un au-dessus et l'autre en-dessous de la moyenne

Cet indicateur est donc très utile pour comparer la liquidité d'actifs variés, notamment ceux qui sont moins liquides (comme le Private Equity ou les titres non cotés), et pour fournir des informations sur les conditions normales et extrêmes. Son adaptabilité aux différents types d'actifs et sa capacité à intégrer les caractéristiques fondamentales de la liquidité en font un outil plus complet pour les gestionnaires de portefeuilles, qui leur permet de mieux anticiper les coûts de liquidité liés aux fluctuations sur les marchés financiers.

Le risque de liquidité dans la directive Solvabilité II

Rappels Solvabilité II et importance du risque de liquidité

La réglementation Solvabilité II, entrée en vigueur en 2016, repose sur trois piliers principaux :

1. Pilier I : Il définit les normes quantitatives relatives aux fonds propres et aux provisions techniques à travers le Solvency Capital Requirement (SCR) et le Minimum Capital Requi-

rement (MCR). Le SCR représente le montant de capital nécessaire pour limiter le risque de faillite d'une compagnie à 0,5 % sur une période d'un an, intégrant des scénarios de stress pour couvrir les risques de marché, de crédit, de liquidité, etc.

2. Pilier II : Ce pilier concerne la gouvernance et la gestion des risques, avec un accent sur l'ORSA (Own Risk and Solvency Assessment). Les assureurs doivent évaluer de manière proactive les risques, y compris le risque de liquidité, et mettre en place des mesures pour garantir leur solvabilité à long terme. Ce processus implique une planification rigoureuse des flux de trésorerie, en tenant compte des échéances des engagements et des liquidités disponibles.
3. Pilier III : Il impose des exigences de transparence et de communication des informations financières. Les compagnies d'assurance doivent rendre publiques leurs stratégies de gestion des risques et de solvabilité, afin de permettre aux régulateurs de surveiller efficacement leur stabilité financière.

Le risque de liquidité, défini dans l'article 13 de Solvabilité II, est « l'incapacité d'une entreprise d'assurance ou de réassurance à liquider ses investissements ou autres actifs pour honorer ses engagements financiers à leur échéance ». Cela englobe la difficulté à vendre des actifs pour répondre à des retraits massifs ou à des paiements importants liés aux sinistres, sans générer de pertes substantielles sur ces actifs.

La réglementation Solvabilité II s'inspire largement de la réglementation bancaire, notamment de l'accord Bâle III, qui a introduit deux ratios de liquidité : le Liquidity Coverage Ratio (LCR) et le Net Stable Funding Ratio (NSFR). Le LCR impose aux banques de maintenir suffisamment d'actifs liquides pour faire face à des sorties de trésorerie imprévues sur une période d'un mois. Le NSFR, quant à lui, garantit que les engagements à plus long terme peuvent être couverts par des ressources stables sur une période d'un an. Solvabilité II n'inclut pas de ratio de liquidité explicite comme ceux de Bâle III, mais elle impose des tests de stress sur la liquidité et exige que les assureurs maintiennent des niveaux de liquidité adaptés à leurs engagements.

Cadre d'étude de la liquidité EIOPA et projections de bilan

Le risque de liquidité est particulièrement surveillé par l'EIOPA (Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles), qui a développé des méthodologies pour évaluer la résilience des assureurs face à des crises de liquidité. L'approche de l'EIOPA repose sur deux visions :

- Une vision flux, basée sur les entrées et sorties de trésorerie. Elle mesure la capacité d'un assureur à répondre à ses besoins de liquidité à court terme en analysant les flux de trésorerie nets sur une période donnée, généralement d'un trimestre.
- Une vision stock, qui se concentre sur la valeur de marché des actifs et des passifs à long terme. Cette vision permet d'estimer la capacité d'une compagnie à liquider des actifs pour honorer ses engagements futurs.

Ces deux visions sont testées dans des scénarios de stress simulant des crises économiques ou des chocs de marché (hausse de la sinistralité, baisse des valeurs de marché, retraits massifs, etc.). L'objectif est d'identifier les éventuelles impasses de trésorerie à court et à long terme.

Le test de liquidité s'accompagne de recommandations pour la gestion proactive des actifs liquides. Les assureurs doivent prévoir des plans d'urgence en cas de détérioration de la liquidité, incluant des mesures telles que la vente d'actifs ou la suspension de certains paiements. L'EIOPA encourage également les entreprises à maintenir des réserves de trésorerie adéquates pour couvrir

leurs besoins immédiats, tout en mettant en place des stratégies de diversification des actifs pour limiter le risque de liquidité.

La révision de Solvabilité II en 2020, stimulée par les leçons de la crise de la Covid-19, a mis l'accent sur le renforcement de la gestion du risque de liquidité dans le secteur de l'assurance. Il est désormais exigé des assureurs de renforcer leurs processus de planification de la liquidité, notamment dans des conditions de marché défavorables. Les autorités de surveillance nationales disposent également de nouveaux pouvoirs pour intervenir en cas de vulnérabilités, comme des passifs instables ou des actifs trop illiquides.

On note l'absence d'un SCR (Solvency Capital Requirement) spécifique pour le risque de liquidité dans la directive Solvabilité II. Alors que d'autres risques (actions, obligations, immobilier, etc.) font l'objet d'exigences de capital spécifiques, le risque de liquidité reste intégré de manière indirecte dans le SCR global. Le manque d'un SCR dédié pourrait constituer une lacune importante, surtout en période de crise où la liquidité devient un facteur de vulnérabilité majeure pour les assureurs.

Quantifier la Liquidité des Titres Cotés et Calculs de ΔPTV_α

Calculs de ΔPTV_α pour les Actions

La quantification de la liquidité des titres cotés a été réalisée en utilisant des données de marché publiques. Il faut souligner qu'il existe divers indicateurs qui évaluent la liquidité, mais une compréhension exhaustive nécessite également d'analyser le marché de gré à gré. Les marchés de blocs, où les titres sont échangés directement entre acteurs, sont souvent moins coûteux en termes de transaction, car ils permettent d'éviter les intermédiaires pour des volumes élevés.

Pour obtenir des informations précises sur la liquidité des actions cotées, le mémoire utilise les données fournies par Boursorama, qui couvrent les échanges sur la principale bourse de la zone Euro, Euronext. L'accent est mis sur la collecte de données telles que :

- la distribution des valeurs des fourchettes de prix sur une période donnée,
- le coût associé aux quantités échangées, à partir des carnets d'ordre,
- les frais unitaires de transaction en fonction des quantités échangées.

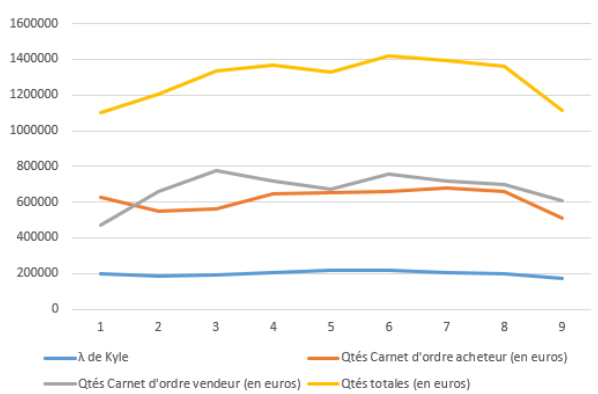


FIGURE 5 – Graphique des données recueillies pour Amundi

L'analyse des carnets d'ordre révèle que le marché est suffisamment liquide, avec une bonne profondeur et une résilience mesurée par le coefficient λ de Kyle, qui reste constant dans le temps. En utilisant une méthode de dispersion des ordres, il est démontré que l'étalement des

transactions sur une période de temps peut significativement réduire le coût de liquidité. Pour une transaction de 800 000 euros, le coût de liquidité peut être estimé à 2 % si effectué d'un coup, mais cela peut être réduit à 0 % si divisé en ordres de 200 000 euros étalés sur quatre heures.

On propose ainsi une structure de coûts de liquidité calculée en intégrant ces divers éléments. En conclusion, on détermine que le coût de liquidité pour des transactions d'actions varie de 0,5 à 1,5 % de la valeur de l'action pour un montant de 500 000 euros. Les valeurs retenues pour ΔPTV_α en scénario central et stressé sont respectivement de 1 % et 2 %.

Calculs de ΔPTV_α pour les Obligations

L'évaluation de la liquidité des obligations s'appuie sur une méthodologie similaire, mais en tenant compte des spécificités de ce type d'actif. Les obligations souveraines sont souvent considérées comme moins risquées et présentent généralement une meilleure liquidité par rapport aux obligations d'entreprises. Les calculs effectués sur les obligations souveraines montrent que le coût de la quantité demandée est significativement moins important, notamment en raison de leur bonne notation.

Les résultats des calculs révèlent des coûts de liquidité distincts selon le type d'obligation. Pour les obligations d'entreprises étudiées, le coût des fourchettes varie de 2 % à 3 %. En intégrant ces coûts avec le coût des quantités échangées, on obtient des valeurs de ΔPTV pour les obligations d'entreprises de 3 % en scénario central et de 7 % en scénario stressé. Pour les obligations d'Etat, la même méthode aboutit à des coûts de liquidité de 2% pour le scénario central à 3% pour le scénario stressé.

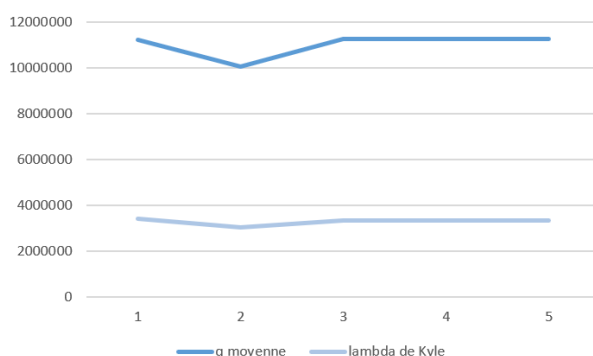


FIGURE 6 – Relevé des indicateurs lambda et quantité moyenne pour l'action Air France

Ainsi, une approche probabiliste a été retenue pour modéliser la liquidité des obligations, permettant de considérer les variations de liquidité dans des conditions de marché différentes. Cette approche offre une perspective plus nuancée sur le coût de liquidité, qui peut varier considérablement selon le contexte du marché.

Comparaison de ΔPTV_α avec d'autres Indicateurs de Liquidité

Pour établir la robustesse de l'indicateur ΔPTV_α , une comparaison avec d'autres indicateurs de liquidité tels que le λ de Kyle et le Market Efficiency Coefficient (MEC) a été effectuée. Cette comparaison fait ressortir que les résultats convergent avec ceux d'autres indicateurs de liquidité, ce qui permet de valider la pertinence de l'indicateur proposé.

Le MEC, qui est calculé comme le rapport entre la variance des prix à 60 jours et celle à 20 jours, donne un aperçu du niveau de liquidité des actifs. Une étude des données recueillies a

révélé que l'indicateur ΔPTV_{α} présentait des corrélations positives avec le MEC et le λ de Kyle.

Présentation succincte du Private Equity

Private Equity : Présentation et Contexte Général

Le Private Equity désigne des investissements dans des entreprises non cotées, offrant aux investisseurs des opportunités de rendements souvent supérieurs à ceux des marchés publics. Cependant, cette classe d'actifs présente des défis spécifiques, notamment en matière de liquidité. On rappelle que le Private Equity est un secteur en forte croissance, attirant des capitaux de divers investisseurs institutionnels.

Les investissements en Private Equity se caractérisent par des périodes de détention longues et des processus de due diligence rigoureux. Les fonds de Private Equity achètent des participations dans des entreprises, souvent avec l'intention de les réorganiser ou d'augmenter leur valeur avant de les revendre ou de les introduire en bourse. Ce processus peut prendre plusieurs années, ce qui entraîne des préoccupations en matière de liquidité, notamment lors de situations de marché difficiles.

Description des Flux de Trésorerie du Private Equity

Les investisseurs, appelés Limited Partners (LP), s'engagent à fournir des capitaux à un fonds de Private Equity, qui à son tour investit dans des sociétés non cotées. Les retours sur investissement sont généralement réalisés à travers des distributions lorsque les entreprises sont vendues ou cotées.

La rémunération des gestionnaires de fonds, souvent basée sur un modèle de « carried interest », peut inciter à maximiser la valeur des investissements sur le long terme. Cependant, la nature illiquide des investissements en Private Equity complique la gestion de ces flux, car les LP ne peuvent pas retirer leurs fonds avant la fin de la période d'investissement. Ce manque de liquidité est amplifié par les cycles de marché qui peuvent affecter la valorisation des actifs sous-jacents.

Focus Concernant l'Immobilier

Le marché de l'immobilier est souvent considéré comme une sous-catégorie du Private Equity. La liquidité des actifs immobiliers est soumise à des facteurs spécifiques, tels que la localisation et l'état du marché. Les propriétés peuvent subir des décotes significatives, notamment en période de crise, allant jusqu'à 30 % de leur valeur en cas d'illiquidité extrême.

La méthode d'évaluation de la liquidité immobilière repose sur des données de marché, souvent recueillies via des baromètres immobiliers et des indicateurs de tension immobilière. Ces indicateurs permettent de mesurer le rapport entre l'offre et la demande sur le marché, fournissant ainsi des signaux sur la liquidité attendue. En période de tension sur le marché immobilier, la capacité à réaliser rapidement une vente peut diminuer, affectant significativement les valeurs et la liquidité des investissements immobiliers.

Quantifier la liquidité des titres non cotés avec ΔPTV_{α}

Calculs de ΔPTV_{α} pour le Private Equity

L'analyse de la liquidité des titres non cotés, en particulier dans le secteur du Private Equity, nécessite une approche spécifique et rigoureuse. Les calculs de l'indicateur ΔPTV_{α} pour les investissements en Private Equity s'appuient sur les flux de trésorerie attendus et les prix de revente sur les marchés secondaires. Il en ressort que les coûts de liquidité peuvent atteindre des niveaux très élevés, en particulier dans des conditions de marché tendues où les investisseurs pourraient avoir besoin de liquidités rapidement.

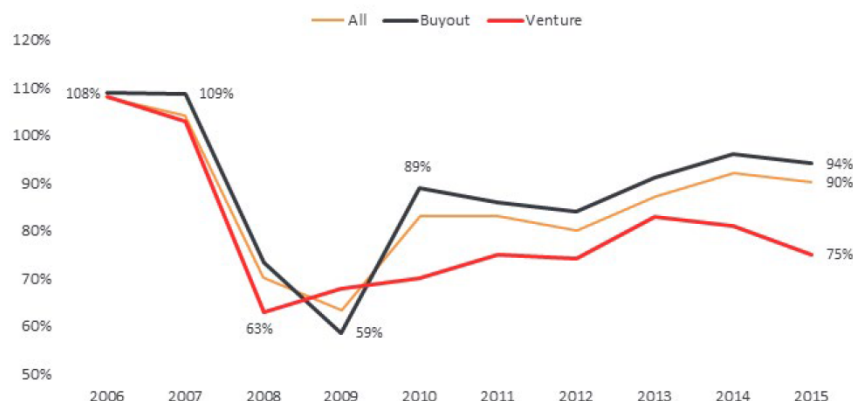


FIGURE 7 – Marché secondaire du PE : valorisations moyennes en % des NAV (source : [Mende et al. \[2016\]](#))

Le calcul du coût de liquidité est basé sur l'évaluation des pertes potentielles lors de la vente de ces actifs dans des conditions défavorables. Les résultats montrent des variations de 25 % à 55 % pour les scénarios central et stressé, respectivement, indiquant que la liquidité des actifs en Private Equity est non seulement moins prévisible, mais également plus coûteuse que pour les actifs cotés.

Calculs de ΔPTV_{α} pour l'Immobilier

Pour l'immobilier, une approche similaire est appliquée, mais avec des ajustements pour tenir compte des spécificités du marché. Les données sur la liquidité des actifs immobiliers montrent que la valeur de ces actifs peut être considérablement affectée par des conditions de marché défavorables. Des études antérieures indiquent que des pertes entre 10 % et 30 % peuvent être observées lorsque l'immobilier doit être vendu rapidement en raison d'une crise de liquidité.

On utilise des indicateurs de tension immobilière pour quantifier cette liquidité. Par exemple, l'Indicateur de Tension Immobilière (ITI) est proposé comme un ratio entre le nombre d'acheteurs potentiels et le nombre de biens disponibles sur le marché. Une corrélation a été établie entre l'évolution des prix et cet indicateur, renforçant l'idée que la liquidité immobilière est intrinsèquement liée à la santé du marché immobilier dans son ensemble.

En résumé, la quantification de la liquidité à travers l'indicateur ΔPTV_{α} offre une méthode robuste et adaptable pour évaluer les actifs financiers, qu'ils soient cotés ou non cotés. Cette approche intégrative permet aux investisseurs de prendre des décisions plus éclairées concernant leurs portefeuilles, en tenant compte des risques liés à la liquidité.

Les Enjeux de la Loi Industrie Verte (2023)

L'Histoire de l'Investissement Vert et la Loi Industrie Verte

La prise de conscience du réchauffement climatique et de ses conséquences sur l'environnement a conduit à un changement dans la manière dont les acteurs économiques perçoivent et orientent leurs investissements. En particulier, cela a incité les gouvernements et les institutions financières à adopter des réglementations et des incitations pour orienter les flux de capitaux vers des investissements plus responsables et durables.



FIGURE 8 – Logo de la COP 21 de Paris (2015)

Le marché de l'assurance durable a vu le jour pour répondre à la demande croissante des clients souhaitant investir dans des placements verts. Ces placements sont définis comme l'ensemble des actions et des opérations financières visant à soutenir la transition énergétique et à lutter contre le réchauffement climatique. Les assureurs français, dans ce contexte, sont de plus en plus incités à intégrer des critères environnementaux, sociaux et de gouvernance (ESG) dans leurs décisions d'investissement.

L'émergence des critères ESG a permis une évaluation plus globale des actifs financiers, prenant en compte leur impact environnemental. Cependant, la notation ESG souffre encore d'un manque de consensus, avec des corrélations parfois faibles entre différentes agences de notation, ce qui complique la comparaison des actifs. Face à ces défis, plusieurs lois ont été introduites pour inciter ou obliger les assureurs à réaliser des investissements verts. La loi Industrie Verte de 2023 constitue une étape cruciale dans cette transition, exigeant une part minimale d'investissements dans des actifs non cotés et responsables.

Les Actions et Obligations Vertes Sont-elles Plus Illiquides que les Actifs Plus Classiques ?

Une question centrale est l'existence ou non d'une différence de liquidité entre les actions et obligations vertes et les actifs traditionnels. Les résultats des calculs d'indicateurs de liquidité (MEC, lambda de Kyle, quantité moyenne par tic) montrent que les investissements verts, bien qu'encore relativement récents sur le marché, ne présentent pas nécessairement une liquidité inférieure à celle des actifs classiques. Cependant, l'inclusion de Private Equity dans les unités de compte, imposée par la loi Industrie Verte, pose des défis supplémentaires.

On rappelle que les titres de Private Equity, par nature, sont moins liquides que leurs homologues cotés en raison de leur structure et des conditions de marché spécifiques. Les investisseurs doivent donc être conscients de ces différences avant de s'engager dans des investissements verts, notamment en considérant les implications sur la liquidité de leur portefeuille. En revanche, il

est également important de noter que la perception d'illiquidité des actifs verts peut être biaisée par le manque de données sur les performances des marchés secondaires pour ces actifs.

Contrat UC Fictif et Impact sur le SCR de la Loi Industrie Verte (2023)

À la Recherche d'un SCR Liquidité

Le Solvency Capital Requirement (SCR) est un indicateur fondamental dans le cadre de la réglementation Solvabilité II. Il représente le montant des fonds propres qu'une compagnie d'assurance doit détenir pour limiter la probabilité de sa faillite à 0,5 % sur une période d'un an. Ce montant est calculé comme la différence entre la valeur de marché des actifs et la valeur économique des passifs.

L'intégration d'actifs moins liquides, tels que ceux du Private Equity, dans le calcul du SCR présente des implications significatives. En effet, le SCR de marché, qui représente l'exigence de capital réglementaire pour les risques de marché identifiés, peut entraîner une consommation de capital considérable, immobilisant ainsi des fonds qui pourraient autrement être utilisés pour des investissements plus liquides. Les assureurs doivent donc ajuster leur stratégie d'investissement en fonction des exigences de liquidité imposées par la loi et la nature des actifs dans lesquels ils investissent.

Généralités sur les Contrats d'Assurance Vie UC

Les contrats d'assurance vie en unités de compte (UC) offrent aux assurés la possibilité de choisir parmi une gamme d'actifs sous-jacents, ce qui les rend attrayants pour la diversification de leurs portefeuilles. Cependant, la loi Industrie Verte impose une part minimale de Private Equity dans ces contrats, ce qui introduit des considérations supplémentaires en matière de liquidité.

Les assureurs doivent être en mesure de gérer le risque de liquidité lié aux contrats UC, en particulier lorsque les assurés exercent leur droit de rachat. La nécessité d'honorer les demandes de rachat dans des délais stricts impose aux assureurs de maintenir un équilibre entre des actifs liquides et ceux qui présentent un risque d'illiquidité. Cela devient particulièrement critique dans des scénarios de crise, où une demande accrue de liquidités peut mettre à l'épreuve la stabilité financière des assureurs.

Construction d'un Contrat UC Fictif

Pour évaluer l'impact de la loi Industrie Verte sur le SCR, le mémoire propose la construction d'un contrat UC fictif. Ce contrat inclut différentes proportions d'investissements en Private Equity, permettant d'observer comment ces variations affectent le SCR global. L'analyse montre que l'incorporation d'une part de Private Equity peut initialement sembler augmenter le risque de liquidité, mais dans certaines configurations, elle peut également réduire le SCR global.

Les simulations réalisées révèlent des résultats surprenants, montrant que le SCR de marché décroît à mesure que la proportion de Private Equity dans le contrat augmente. Cette observation est liée à la faible corrélation du Private Equity avec les autres risques, suggérant qu'une allocation accrue à cette classe d'actifs pourrait être bénéfique pour la gestion du capital des assureurs. Ce résultat démontre aussi que les approches traditionnelles de gestion du SCR peuvent nécessiter une réévaluation à la lumière des nouvelles réglementations.

Calibration d'une Pénalité de Rachat UC

Impact sur le SCR d'un Contrat UC Fictif : Approches par Formule Standard

La comparaison des coûts de liquidité estimés avec l'indicateur ΔPTV_α stressé à 60 jours avec les chocs définis dans la Formule Standard du SCR de marché fait ressortir que le risque de liquidité a un poids significatif au sein des risques de marché. On s'étonne ainsi que le risque de liquidité ne soit pas pris en compte de façon explicite dans le calcul du SCR par la réglementation.

Calibration d'une Pénalité de Rachat

La calibration d'une pénalité de rachat est un aspect essentiel dans la gestion des contrats UC. Cette pénalité est conçue pour protéger l'assureur contre les risques de liquidité liés aux retraits anticipés des assurés. On s'intéresse à un modèle de projection des flux de trésorerie sur une période de 12 ans, qui tient compte des comportements de rachat et des taux de décès.

Le modèle considère trois sous-populations : les survivants, les décédés cumulés et les contrats rachetés. La méthodologie adoptée repose sur une approche probabiliste, où les décès et les rachats sont modélisés à l'aide de lois binomiales. Les simulations permettent d'anticiper les impacts potentiels sur les liquidités et de calibrer la pénalité de rachat en conséquence.

Les résultats indiquent que la pénalité de rachat doit être ajustée en fonction des fluctuations du marché et des comportements des assurés. En effet, une calibration appropriée permet de minimiser les risques de liquidité tout en respectant les droits des assurés. Il en ressort une pénalité de rachat de 1,1% pour les contrats comportant 5% de Private Equity et 2,2% pour les contrats comportant 10% de Private Equity.

Cette différence significative démontre le besoin de recalculer des pénalités de rachat adaptées aux nouvelles stratégies d'investissement des contrats UC, telles qu'induites par la loi Industrie Verte.

Synthesis

The Concept of Liquidity

Historical perspective

Liquidity risk has its origins in ancient commercial practices, when the first transactions took place between individuals within larger groups. This dynamic quickly highlighted the need to be able to exchange goods without their value depreciating as a result of a hasty sale. Over the centuries, various crises, such as famines and wars, have acted as catalysts for understanding liquidity risk. An emblematic example is the famine during the reign of Augustus, when the surge in the price of wheat in the space of a few weeks led to a massive depreciation of other goods in comparison. This disrupted economic context made it impossible to sell an asset quickly without suffering a considerable loss in value.

This phenomenon highlights the importance of liquidity, not only for the preservation of individual wealth, but also for the economic stability of a society. With the rise of the industrial revolution in the 19th and 20th centuries, liquidity requirements changed. Banks had to develop risk management practices to meet the challenges posed by the increase in financial trading volumes. Market liquidity, which refers to the ability of an asset to be bought or sold quickly without significant impact on its price, emerged as a crucial area of study. This development has led to the formalisation of concepts and mathematical models for assessing liquidity in financial markets, laying the foundations for contemporary asset management practices.

Liquidity, Liquidities

Liquidity is defined as the ability of an asset to be converted into cash without delay or significant loss of value. However, there are important nuances to this definition. It is essential to distinguish between three types of liquidity :

- Monetary liquidity : this form of liquidity is directly linked to the money supply in circulation in an economy. It represents the amount of money available for transactions. Central banks control monetary liquidity through monetary policies, such as issuing and redeeming banknotes, thereby influencing interest rates. An adequate level of monetary liquidity is crucial for maintaining economic stability and avoiding inflation or deflation.
- Market liquidity : Market liquidity refers to the speed with which a financial asset can be bought or sold on a market without causing a significant change in its price. An asset is considered liquid if transactions can be carried out at any time and in significant volumes without adversely affecting its price. Market liquidity is often measured by indicators such as the range between buying and selling prices.
- Balance sheet liquidity : this form of liquidity measures the ability of a business, such as a bank or insurance company, to liquidate its assets to meet its liabilities. Managing balance sheet liquidity involves a careful assessment of the assets held to ensure that they

can be realised in time to meet financial obligations. Financial institutions must therefore ensure that they hold a sufficient proportion of liquid assets to meet unexpected repayment demands.

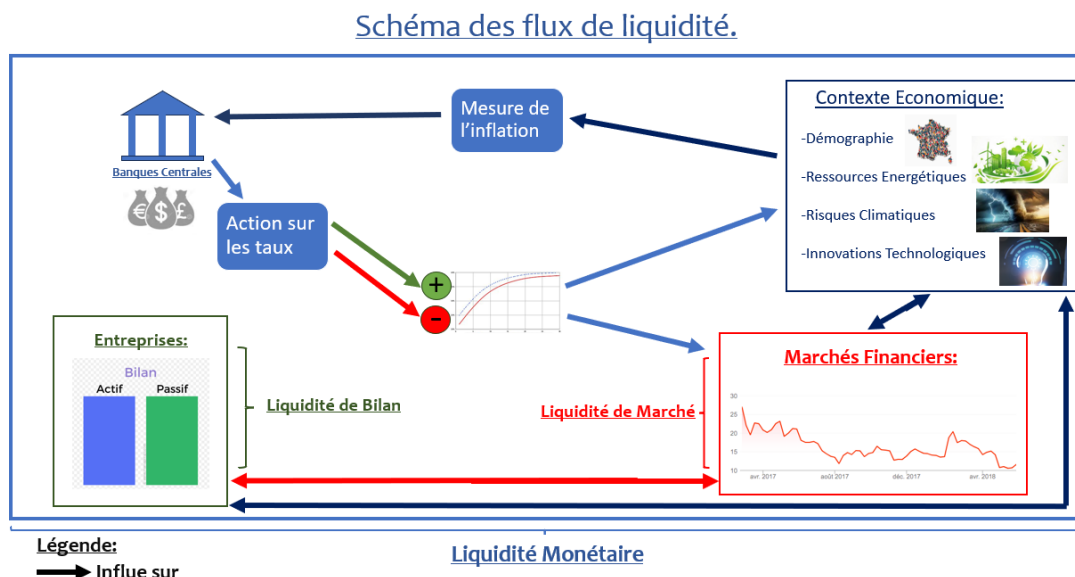


FIGURE 9 – Liquidities and their flows

These three forms of liquidity are interconnected. For example, an increase in monetary liquidity can improve market liquidity by increasing the availability of funds to purchase assets. However, imprudent management of monetary liquidity can lead to an overabundance of capital, causing speculative bubbles and liquidity crises. In the case of insurers, assessing the liquidity of their assets is crucial, as insufficient liquidity can compromise their ability to meet claims or redemption requests. They therefore need to maintain a balance between highly liquid assets, such as government bonds, and less liquid assets, such as property or private equity investments.

Market Liquidity : Dimensions and Determining Factors

Market liquidity is a concept based on several characteristics : immediacy, depth, narrowness and resilience.

- **Immediacy** : this dimension measures the time taken to complete a financial transaction. In a liquid market, a transaction can be completed almost instantaneously, whereas in a less liquid market, delays may occur, leading to additional costs.
- **Depth** : depth is the ability of a market to absorb large volumes of assets without affecting prices. A market with good depth allows significant transactions to be carried out without causing prices to fall, which is crucial for institutional investors.
- **Tightness** : Tightness refers to the spread between the bid and ask prices of an asset. A narrow spread is generally a sign of good liquidity, indicating strong market activity and active competition between buyers and sellers.
- **Resilience** : resilience measures the market's ability to recover after a significant transaction. A market with good resilience will be able to return quickly to its usual levels of liquidity after fluctuations. This is important for maintaining investor confidence in market stability.

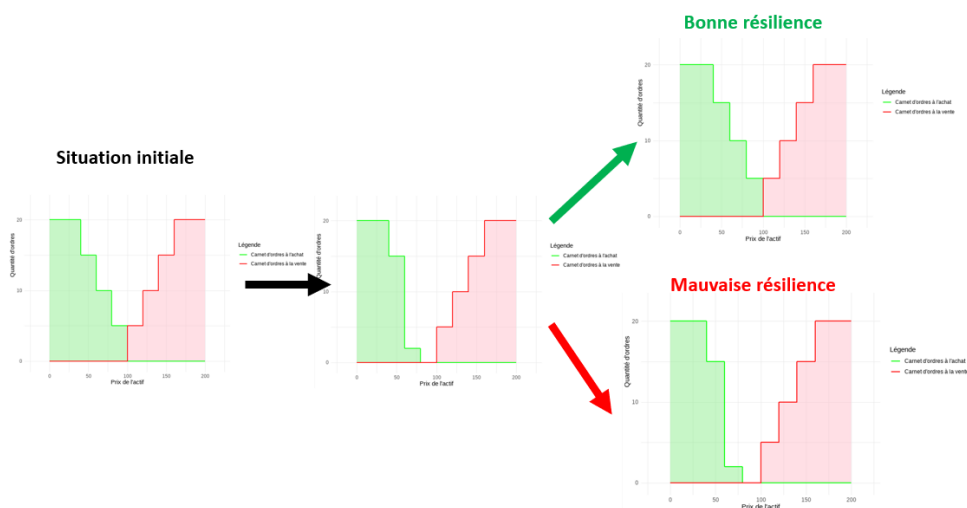


FIGURE 10 – Diagram summarising the concept of resilience

Determinants of market liquidity include the organisational structure of markets, which is generally more liquid for listed assets than for OTC assets. For example, the segmentation of assets can either increase or reduce liquidity, depending on the transparency and accessibility of different markets. In periods of volatility, investors' risk aversion also plays a crucial role : high risk aversion can reduce trading volumes, thereby exacerbating liquidity risk.

In this context, several liquidity indicators have been developed to assess the state of market liquidity. Tools such as price spreads, Gresse's sensitivity coefficient, Kyle's λ and the Market Efficiency Coefficient (MEC) are used by financial players to quantify and monitor liquidity. However, each of these indicators only partially covers the characteristics of liquidity. This highlights the need to seek an approach that better integrates all the fundamental characteristics of liquidity, particularly in the light of new insurance and investment regulations.

Evaluating market liquidity and its cost

Known indicators of market liquidity

1. The spread represents the difference between the highest price offered by buyers (bid price) and the lowest price asked by sellers (ask price). It is a classic indicator of a tight market. A narrow range indicates a highly liquid market, where transactions are carried out quickly and at low cost. Conversely, a wide range indicates low liquidity, where the cost of trading is higher because of the spread between bid and ask positions.
2. The Gresse sensitivity coefficient : This indicator takes into account the depth of the market by adding the quantities traded at bid and ask prices to adjust the measure of liquidity. In other words, it incorporates the volume available at these price levels. A high sensitivity coefficient means that even a moderate-sized transaction can affect the price significantly, indicating a lack of depth.
3. Kyle's λ : Introduced by Kyle in 1985, this indicator measures liquidity based on the relationship between price and volume traded. It assesses a market's capacity to absorb transactions without them having too great an impact on prices. The lower the λ , the deeper and more liquid the market. Conversely, a high λ indicates that small quantities

traded have a strong impact on prices, a sign of an illiquid market.

4. Market Efficiency Coefficient (MEC) : The MEC compares price volatility over short and long time horizons. A high MEC indicates that an asset is more volatile in the short term than in the long term, signalling low liquidity and high risk if the asset needs to be sold quickly. This indicator helps to assess the efficiency of markets and their ability to reflect available information quickly.
5. Liquidity ratios : These compare the amount of liquidity available in the order book with the volume traded. The greater the liquidity available, the greater the market's capacity to absorb transactions with little impact on prices, thereby enhancing market liquidity. These ratios are particularly used for bond and derivatives markets.
6. Le Saout's VTP index : The volume-time-price (VTP) index proposed by Le Saout measures the price fluctuations caused by trades made under pressure. This index captures the immediate impact of a large transaction on the price of an asset, and is particularly useful in stressed markets where liquidity deteriorates rapidly. A high VTP indicates a market vulnerable to liquidity shocks.

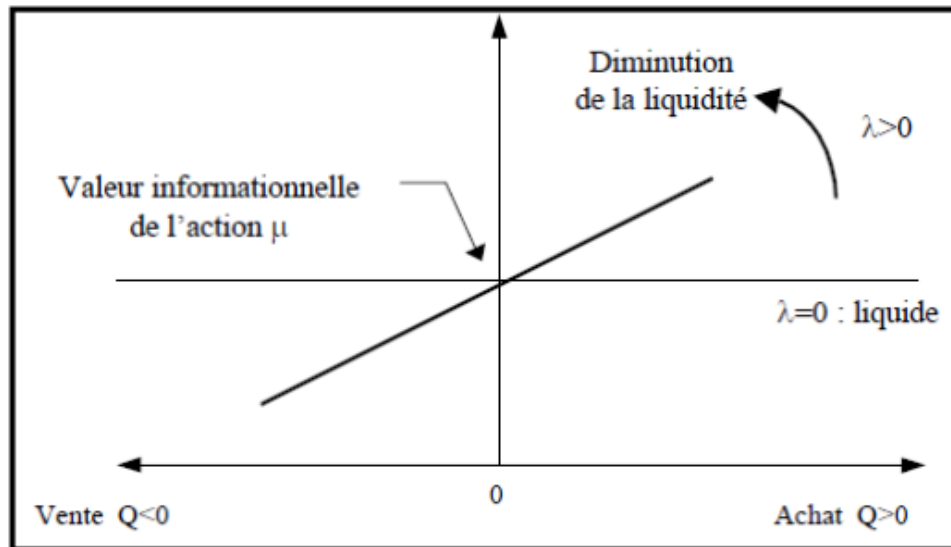


FIGURE 11 – Representation of Kyle's λ (from T. VAN EVERBROECK's dissertation)

The ΔPTV_{α} is a new indicator developed in this thesis to remedy the limitations of existing indicators. Whereas other indicators only capture one or two dimensions of liquidity (such as price or volume), the ΔPTV_{α} simultaneously takes into account price (P), time (T) and volume (V).

This indicator is represented by a three-dimensional surface which gives the cost of liquidity as a function of the time available to complete the transaction and the volume traded. The ΔPTV_{α} can also model the cost of liquidity as a function of stress scenarios. It uses a probabilistic approach to estimate liquidity costs under different market conditions, relying on statistical studies based on quantiles such as the 99.5% quantile for stressed market scenarios.

This indicator is therefore very useful for comparing the liquidity of various assets, particularly those that are less liquid (such as private equity or unlisted securities), and for providing information on normal and extreme conditions. Its adaptability to different types of assets and its ability to incorporate the fundamental characteristics of liquidity make it a more comprehensive

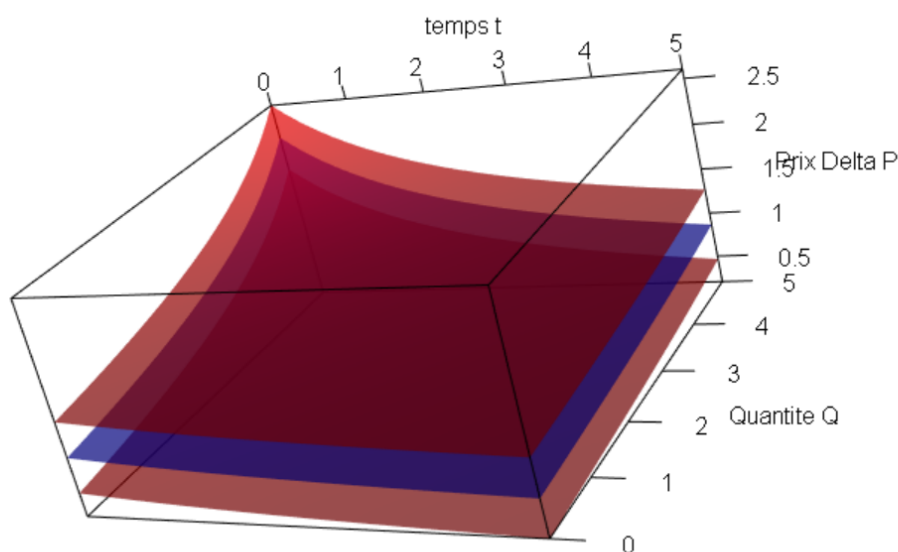


FIGURE 12 – Representation of a probabilistic ΔPTV_{α} indicator : the blue surface gives the average cost of liquidity and the red surfaces the cost of liquidity at two quantiles, one above and the other below the average.

tool for portfolio managers, enabling them to better anticipate the liquidity costs associated with fluctuations in the financial markets.

Liquidity risk in the Solvency II directive

Solvency II reminders and the importance of liquidity risk

The Solvency II regulations, which came into force in 2016, are based on three main pillars :

1. Pillar I : This defines the quantitative standards for own funds and technical provisions through the Solvency Capital Requirement (SCR) and the Minimum Capital Requirement (MCR). The SCR represents the amount of capital required to limit a company's risk of bankruptcy to 0.5% over a one-year period, incorporating stress scenarios to cover market, credit, liquidity and other risks.
2. Pillar II : This pillar concerns risk governance and management, with a focus on ORSA (Own Risk and Solvency Assessment). Insurers must proactively assess risks, including liquidity risk, and put in place measures to ensure their long-term solvency. This process involves rigorous cash flow planning, taking into account the timing of liabilities and available liquidity.
3. Pillar III : This imposes transparency and financial reporting requirements. Insurance companies must disclose their risk management and solvency strategies to enable regulators to effectively monitor their financial stability.

Liquidity risk, defined in Article 13 of Solvency II, is 'the inability of an insurance or reinsurance undertaking to liquidate its investments or other assets in order to meet its financial commitments as they fall due'. This encompasses the difficulty of selling assets in response to mass withdrawals or large claims payments, without generating substantial losses on these assets.

Solvency II regulations are largely inspired by banking regulations, in particular Basel III, which introduced two liquidity ratios : the Liquidity Coverage Ratio (LCR) and the Net Stable Funding Ratio (NSFR). The LCR requires banks to maintain sufficient liquid assets to cover unexpected cash outflows over a one-month period. The NSFR, on the other hand, guarantees that longer-term commitments can be covered by stable resources over a period of one year. Solvency II does not include an explicit liquidity ratio like Basel III, but it does impose liquidity stress tests and requires insurers to maintain levels of liquidity commensurate with their liabilities.

EIOPA liquidity framework and balance sheet projections

Liquidity risk is particularly closely monitored by EIOPA (the European Insurance and Occupational Pensions Authority), which has developed methodologies for assessing insurers' resilience to liquidity crises. EIOPA's approach is based on two visions :

- A cash flow view, based on cash inflows and outflows. It measures an insurer's ability to meet its short-term liquidity needs by analysing net cash flows over a given period, generally a quarter.
- A stock view, which focuses on the market value of long-term assets and liabilities. This view enables us to estimate a company's ability to liquidate assets to meet its future commitments.

These two visions are tested in stress scenarios simulating economic crises or market shocks (rising claims experience, falling market values, massive withdrawals, etc.). The aim is to identify any short- and long-term cash shortages.

The liquidity test is accompanied by recommendations for the proactive management of liquid assets. Insurers should have contingency plans in place in the event of a deterioration in liquidity, including measures such as selling assets or suspending certain payments. EIOPA also encourages companies to maintain adequate cash reserves to cover their immediate needs, while implementing asset diversification strategies to limit liquidity risk.

The 2020 revision of Solvency II, spurred on by the lessons of the Covid-19 crisis, has focused on strengthening liquidity risk management in the insurance sector. Insurers are now required to strengthen their liquidity planning processes, particularly in adverse market conditions. National supervisors also have new powers to intervene in the event of vulnerabilities, such as unstable liabilities or excessively illiquid assets.

There is no specific Solvency Capital Requirement (SCR) for liquidity risk in the Solvency II directive. While other risks (equities, bonds, property, etc.) are subject to specific capital requirements, liquidity risk remains indirectly integrated into the overall SCR. The lack of a dedicated SCR could be a major shortcoming, especially in times of crisis when liquidity is becoming a major vulnerability for insurers.

Quantifying the Liquidity of Listed Securities and Calculating ΔPTV_α

Calculations of ΔPTV_α for Shares

The liquidity of listed securities was quantified using public market data. It should be emphasised that there are various indicators that assess liquidity, but a complete understanding also requires an analysis of the over-the-counter market. Block markets, where securities are traded directly between players, are often less costly in terms of transactions, as they avoid intermediaries for high volumes.

To obtain accurate information on the liquidity of listed shares, the brief uses data provided by Boursorama, which covers trading on the Eurozone's main stock exchange, Euronext. Emphasis is placed on collecting data such as :

- the distribution of price range values over a given period,
- the cost associated with the quantities traded, based on order books,
- unit transaction costs based on the quantities traded.

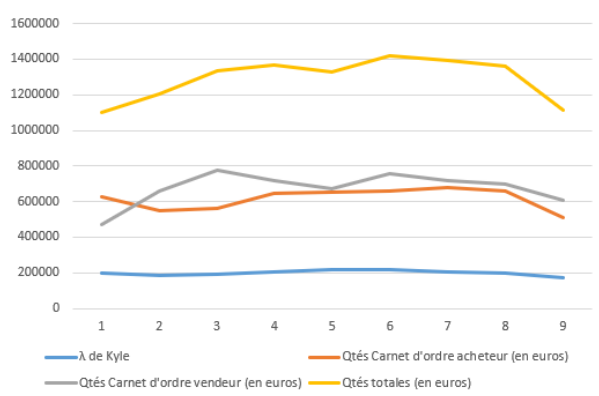


FIGURE 13 – Graph of data collected for Amundi

Analysis of the order books reveals that the market is sufficiently liquid, with good depth and resilience as measured by Kyle's λ coefficient, which remains constant over time. Using an order dispersion method, it is shown that spreading transactions over a period of time can significantly reduce the cost of liquidity. For a transaction of 800,000 euros, the liquidity cost can be estimated at 2 % if carried out all at once, but this can be reduced to 0 % if divided into orders of 200,000 euros spread over four hours.

We propose a liquidity cost structure calculated by integrating these various elements. In conclusion, we determine that the liquidity cost for share transactions varies from 0.5 to 1.5 % of the share value for an amount of 500,000 euros. The values retained for ΔPTV_α in the central and stressed scenarios are 1 % and 2 % respectively.

Calculating ΔPTV_α for bonds

The liquidity of bonds is assessed using a similar methodology, but taking into account the specific characteristics of this type of asset. Sovereign bonds are often considered less risky and generally have better liquidity than corporate bonds. Calculations carried out on sovereign bonds show that the cost of the quantity requested is significantly lower, notably because of their good rating.

The results of the calculations reveal distinct liquidity costs depending on the type of bond. For the corporate bonds studied, the cost of the spreads varies from 2% to 3%. By integrating these costs with the cost of the quantities traded, we obtain ΔPTV values for corporate bonds of 3% in the central scenario and 7% in the stressed scenario. For government bonds, the same method results in liquidity costs of 2% for the central scenario and 3% for the stressed scenario.

A probabilistic approach has therefore been adopted to model bond liquidity, allowing variations in liquidity to be considered under different market conditions. This approach offers a more nuanced perspective on the cost of liquidity, which can vary considerably depending on the market context.

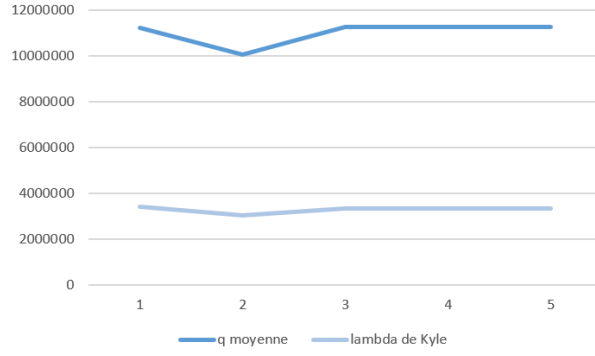


FIGURE 14 – Survey of lambda indicators and average quantity for Air France shares

Comparison of ΔPTV_α with other Liquidity Indicators

To establish the robustness of the ΔPTV_α indicator, a comparison was made with other liquidity indicators such as Kyle's λ and the Market Efficiency Coefficient (MEC). This comparison shows that the results converge with those of other liquidity indicators, which validates the relevance of the proposed indicator.

The MEC, which is calculated as the ratio of the 60-day price variance to the 20-day price variance, provides an insight into the level of liquidity of assets. A study of the data collected revealed that the ΔPTV_α indicator showed positive correlations with the MEC and Kyle's λ .

Overview of Private Equity

Private Equity : Overview and General Context

Private equity refers to investments in unlisted companies, offering investors opportunities for returns that are often higher than those available on the public markets. However, this asset class presents specific challenges, particularly in terms of liquidity. Private equity is a fast-growing sector, attracting capital from a variety of institutional investors.

Private equity investments are characterised by long holding periods and rigorous due diligence processes. Private equity funds buy stakes in companies, often with the intention of reorganising them or increasing their value before reselling them or taking them public. This process can take several years, leading to liquidity concerns, particularly in difficult market situations.

Description of Private Equity Cash Flows

Investors, known as Limited Partners (LPs), commit capital to a private equity fund, which in turn invests in unquoted companies. Returns on investment are generally made through distributions when companies are sold or listed.

The remuneration of fund managers, often based on a « carried interest » model, can provide an incentive to maximise the value of investments over the long term. However, the illiquid nature of private equity investments complicates the management of these flows, as LPs cannot withdraw their funds before the end of the investment period. This lack of liquidity is exacerbated by market cycles, which can affect the valuation of the underlying assets.

Focus on Real Estate

The property market is often considered a sub-category of private equity. The liquidity of property assets is subject to specific factors, such as location and market conditions. Properties can suffer significant discounts, particularly in times of crisis, up to 30 % of their value in the case of extreme illiquidity.

The method for assessing real estate liquidity is based on market data, often collected through real estate barometers and real estate tension indicators. These indicators measure the balance between supply and demand in the market, thereby providing signals about expected liquidity. During periods of tension in the real estate market, the ability to quickly complete a sale may decrease, significantly impacting the value and liquidity of real estate investments.

Quantifying the liquidity of unlisted securities with ΔPTV_{α}

Calculations of ΔPTV_{α} for Private Equity

The analysis of the liquidity of unlisted securities, particularly in the Private Equity sector, requires a specific and rigorous approach. The calculations of the ΔPTV_{α} indicator for Private Equity investments rely on expected cash flows and resale prices in secondary markets. It emerges that liquidity costs can reach very high levels, especially in tight market conditions where investors might need liquidity quickly.

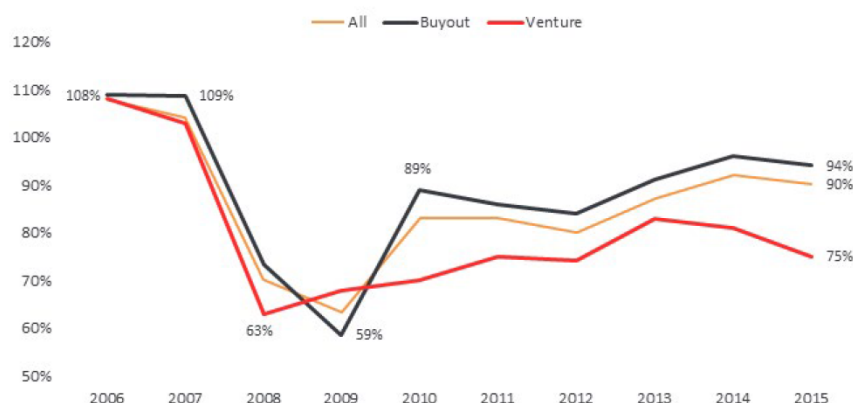


FIGURE 15 – Secondary market for PE : average valuations as a % of NAV (source : [Mende et al. \[2016\]](#))

The calculation of liquidity cost is based on the assessment of potential losses when selling these assets under unfavorable conditions. The results show variations from 25% to 55% for the base case and stressed scenarios, respectively, indicating that the liquidity of Private Equity assets is not only less predictable but also more costly than that of listed assets.

Calculations of ΔPTV_{α} for Real Estate

For real estate, a similar approach is applied, but with adjustments to account for the specificities of the market. Data on the liquidity of real estate assets show that the value of these assets can be significantly affected by unfavorable market conditions. Previous studies indicate that losses ranging from 10% to 30% can be observed when real estate needs to be sold quickly due to a liquidity crisis.

Indicators of real estate market stress are used to quantify this liquidity. For example, the Real Estate Stress Indicator (RSI) is proposed as a ratio between the number of potential buyers and the number of properties available on the market. A correlation has been established between price trends and this indicator, reinforcing the idea that real estate liquidity is intrinsically linked to the overall health of the real estate market.

In summary, the quantification of liquidity through the ΔPTV_α indicator provides a robust and adaptable method for evaluating financial assets, whether listed or unlisted. This integrative approach allows investors to make more informed decisions regarding their portfolios, taking into account liquidity-related risks.

The Challenges of the « Industrie Verte » Law (2023)

The History of Green Investment and the « Industrie Verte » Law

The awareness of global warming and its consequences on the environment has led to a change in how economic actors perceive and direct their investments. In particular, this has prompted governments and financial institutions to adopt regulations and incentives to channel capital flows towards more responsible and sustainable investments.



FIGURE 16 – Logo of COP 21 in Paris (2015)

The market for sustainable insurance has emerged to meet the growing demand from clients wishing to invest in green investments. These investments are defined as all actions and financial operations aimed at supporting the energy transition and combating global warming. French insurers, in this context, are increasingly encouraged to integrate environmental, social, and governance (ESG) criteria into their investment decisions.

The emergence of ESG criteria has allowed for a more comprehensive assessment of financial assets, considering their environmental impact. However, ESG ratings still suffer from a lack of consensus, with sometimes weak correlations between different rating agencies, complicating the comparison of assets. In response to these challenges, several laws have been introduced to encourage or require insurers to make green investments. The Green Industry Law of 2023 represents a crucial step in this transition, requiring a minimum share of investments in unlisted and responsible assets.

Are Green Stocks and Bonds More Illiquid than Traditional Assets ?

A central question is whether there is a difference in liquidity between green stocks and bonds and traditional assets. The results of liquidity indicators calculations (MEC, Kyle's lambda,

average quantity per tick) show that green investments, although still relatively recent in the market, do not necessarily exhibit lower liquidity than traditional assets. However, the inclusion of Private Equity in account units, mandated by the Green Industry Law, poses additional challenges.

It is important to note that Private Equity securities are inherently less liquid than their listed counterparts due to their structure and specific market conditions. Investors must therefore be aware of these differences before committing to green investments, particularly by considering the implications for the liquidity of their portfolio. Conversely, it is also important to note that the perception of illiquidity of green assets may be biased by the lack of data on the performance of secondary markets for these assets.

Fictitious Unit-Linked Contract and Impact on the SCR of the « Industrie Verte » Law (2023)

In Search of a Liquidity SCR

The Solvency Capital Requirement (SCR) is a fundamental indicator within the framework of the Solvency II regulation. It represents the amount of equity that an insurance company must hold to limit the probability of its failure to 0.5% over a one-year period. This amount is calculated as the difference between the market value of assets and the economic value of liabilities.

The integration of less liquid assets, such as those from Private Equity, into the SCR calculation has significant implications. Indeed, the market SCR, which represents the regulatory capital requirement for identified market risks, can lead to considerable capital consumption, thus immobilizing funds that could otherwise be used for more liquid investments. Therefore, insurers must adjust their investment strategy based on the liquidity requirements imposed by the law and the nature of the assets in which they invest.

Overview of Unit-Linked Life Insurance Contracts

Unit-linked life insurance contracts (UC) provide policyholders with the opportunity to choose from a range of underlying assets, making them attractive for diversifying their portfolios. However, the « Industrie Verte » Law mandates a minimum share of Private Equity in these contracts, introducing additional considerations regarding liquidity.

Insurers must be able to manage the liquidity risk associated with unit-linked contracts (UC), especially when policyholders exercise their redemption rights. The necessity to honor redemption requests within strict timeframes requires insurers to maintain a balance between liquid assets and those that carry a risk of illiquidity. This becomes particularly critical in crisis scenarios, where increased demand for liquidity can test the financial stability of insurers.

Construction of a Fictitious Unit-Linked Contract

To assess the impact of the Green Industry Law on the SCR, the thesis proposes the construction of a fictitious unit-linked contract (UC). This contract includes different proportions of investments in Private Equity, allowing for observation of how these variations affect the overall SCR. The analysis shows that incorporating a share of Private Equity may initially seem to increase liquidity risk, but in certain configurations, it can also reduce the overall SCR.

The simulations conducted reveal surprising results, showing that the market SCR decreases as the proportion of Private Equity in the contract increases. This observation is linked to the low correlation of Private Equity with other risks, suggesting that an increased allocation to this asset class could be beneficial for insurers' capital management. This result also demonstrates that traditional approaches to SCR management may require reassessment in light of new regulations.

Calibration of a Redemption Penalty for Unit-Linked Contracts

Impact on the SCR of a Fictitious Unit-Linked Contract : Standard Formula Approaches

The comparison of estimated liquidity costs using the stressed ΔPTV_α indicator over 60 days with the shocks defined in the Standard Formula for market SCR highlights that liquidity risk has a significant weight among market risks. It is thus surprising that liquidity risk is not explicitly considered in the SCR calculation by the regulation.

Calibration of a Redemption Penalty

The calibration of a redemption penalty is an essential aspect of managing unit-linked contracts (UC). This penalty is designed to protect the insurer against liquidity risks associated with early withdrawals by policyholders. We focus on a model for projecting cash flows over a 12-year period, which takes into account redemption behaviors and mortality rates.

The model considers three sub-populations : survivors, cumulative deaths, and redeemed contracts. The adopted methodology is based on a probabilistic approach, where deaths and redemptions are modeled using binomial distributions. The simulations allow for anticipating potential impacts on liquidity and calibrating the redemption penalty accordingly.

The results indicate that the redemption penalty must be adjusted according to market fluctuations and policyholder behaviors. Indeed, appropriate calibration helps minimize liquidity risks while respecting the rights of policyholders. This results in a redemption penalty of 1.1% for contracts containing 5% Private Equity and 2.2% for contracts containing 10% Private Equity.

This significant difference demonstrates the need to recalculate redemption penalties tailored to the new investment strategies of unit-linked contracts (UC), as induced by the Green Industry Law.

Table des matières

1	Revue générale du risque de liquidité en Assurance	2
1.1	Le concept de liquidité	2
1.1.1	Perspective historique	2
1.1.2	La liquidité, les liquidités	4
1.1.3	La liquidité de marché : dimensions et facteurs déterminants	12
1.2	Evaluer la liquidité de marché et son coût	19
1.2.1	Les indicateurs de la liquidité de marché	19
1.2.2	Création d'un nouvel indicateur de liquidité ΔPTV_α	27
1.3	Le risque de liquidité dans la directive Solvabilité II	33
1.3.1	Rappels Solvabilité II et importance du risque de liquidité	33
1.3.2	Cadre d'étude de la liquidité EIOPA et projections de Bilan	37
2	Quantifier la liquidité des actifs avec l'indicateur ΔPTV_α	42
2.1	Quantifier la liquidité des titres cotés et calculs de ΔPTV_α	42
2.1.1	Calculs de ΔPTV_α pour les actions	42
2.1.2	Calculs de ΔPTV_α pour les obligations	52
2.1.3	Comparaison de ΔPTV_α avec d'autres indicateurs de liquidité	59
2.2	Présentation succincte du Private Equity	61
2.2.1	Private Equity : Présentation et contexte général	61
2.2.2	Description des flux de trésorerie du Private Equity	66
2.2.3	Focus concernant l'immobilier	69
2.3	Quantifier la liquidité des titres non cotés avec ΔPTV_α	71
2.3.1	Calculs de ΔPTV_α pour le Private Equity	71
2.3.2	Calculs de ΔPTV_α pour l'immobilier	77
3	Loi industrie Verte (2023), illiquidité et calibration d'une pénalité de rachat	80
3.1	Les enjeux de la loi Industrie Verte (2023)	80
3.1.1	L'historique de l'investissement vert et la loi Industrie Verte (2023)	80
3.1.2	Les actions et obligations vertes sont-elles plus illiquides que les actifs plus classiques ?	85
3.2	Contrat UC fictif et impact sur le SCR de la loi Industrie Verte (2023)	89
3.2.1	A la recherche d'un SCR liquidité	89
3.2.2	Généralités sur les contrats d'Assurance Vie UC	93
3.2.3	Construction d'un contrat UC fictif	95
3.3	Calibration d'une pénalité de rachat UC	102
3.3.1	Impact sur le SCR d'un contrat UC fictif : approches par formule standard	102
3.3.2	Calibration d'une pénalité de rachat	104
A	Annexe	113
	Bibliographie	119

Introduction

Dans un monde financier de plus en plus complexe et interconnecté, ce mémoire est consacré à l'appréhension d'un des risques de marché les plus prégnants et néanmoins l'un des moins palpables : le risque de liquidité. La liquidité est en effet un des points de vigilance majeur des systèmes financiers, afin d'éviter des enchainements dramatiques pour les institutions financières comme l'ont rappelé les crises récentes de liquidité au début du XXIème siècle.

Le risque de liquidité est défini comme le risque de ne pas recevoir la liquidité correspondant à la valeur d'un bien ou d'un titre à un instant donné, c'est-à-dire à l'impossibilité de réaliser une transaction dans le volume et à la date souhaités. On constate qu'il est encore sous-estimé dans les grilles d'évaluation des investisseurs et des auditeurs financiers. Pour autant, les organismes d'assurance et les banques doivent être en mesure d'anticiper les conséquences du risque de liquidité, à la fois pour protéger leurs comptes et assurer leur sécurité financière, mais aussi pour éviter de déclencher un risque systémique à plus large échelle.

C'est ce constat qui a orienté les travaux du mémoire, pour mieux savoir mesurer le risque de liquidité et permettre en particulier aux organismes d'assurance de calibrer une pénalité de rachat pour les contrats en unités de compte, qui doivent comporter une part minimum de Private Equity au regard de la loi Industrie Verte (2023).

Ainsi, dans un premier temps, nous chercherons à comprendre précisément le risque de liquidité : ses dimensions, ses facteurs déterminants ou encore les indicateurs qui ont été développés pour le mesurer. Ensuite, nous développerons un estimateur original du coût de la liquidité, quel que soit l'actif : action, obligation, immobilier ou encore Private Equity. En dernière partie, nous calibrerons une pénalité de rachat pour les nouveaux contrats en unités de compte (UC), en utilisant l'estimateur précité pour cette composante moins liquide des contrats UC.

Chapitre 1

Revue générale du risque de liquidité en Assurance

1.1 Le concept de liquidité

1.1.1 Perspective historique

Dès lors que les échanges entre êtres humains ont commencé à se faire à une échelle plus large qu'un petit groupe d'individus, s'est rapidement posé le problème de pouvoir **acheter** puis de **vendre** rapidement des biens ou des marchandises sans pour autant dévaluer leur **prix**.

Ceci en particulier en cas de crise comme lors des famines ou des guerres. On pourrait citer l'exemple d'une grave disette en 10 après JC où, sous le règne d'Auguste, le prix d'un modius de blé (environ 10kg) était passé d'1 sesterce à plus de 27 sesterces en quelques semaines [Virlovvet \[1987\]](#). Une famille qui aurait du vendre rapidement ses pièces d'or à ce moment là pour pouvoir se nourrir aurait donc vu la valeur de son épargne fondre de plus de 96%. Ainsi, dès cette époque pouvait-on constater les prémices de ce que serait le **risque de liquidité**.



FIGURE 1.1 – Fresque représentant plusieurs sortes de pains - Musée archéologique de Naples

Cette anecdote historique permet également d'illustrer les liens étroits qui peuvent exister entre les différents risques propres à la gestion durable de capitaux. Ainsi la faillite des familles romaines peut aussi être analysé des façons suivantes :

- **risque de baisse d'un marché**, en l'occurrence celui de l'or. En effet, à l'époque la monnaie était « convertible » en or et sa valeur était garantie par la quantité de métal qu'elle contenait. Le cours de l'or s'étant en quelque sorte effondré, en comparaison avec la valeur d'un panier de produits alimentaires quotidien, cela a engendré la ruine des familles romaines.
- on peut également analyser cette crise comme une expérience du **risque de concentration** dans le cas où une famille aurait placé toutes ses économies en monnaie-or. La valeur du métal doré se dévaluant cela a entraîné une forte diminution du patrimoine des familles. Cela n'aurait peut-être pas été le cas si celles-ci avaient diversifié leurs actifs, en stockant du blé dans leurs greniers par exemple.
- Enfin, il est aussi possible d'analyser cette situation sous l'angle du **risque de change**. En effet, si on voit le blé comme une sorte de « monnaie », on observe que la valeur d'une monnaie (celle en or émise par l'empereur) par rapport à une autre (le blé) s'effondre au cours du temps. Par conséquent cela diminue le patrimoine de l'acteur financier possédant la monnaie qui devient faible par rapport à l'autre.

Par la suite, il n'y a pas eu d'évolutions majeures dans l'approche du **risque de liquidité**, jusqu'à l'émergence de la révolution industrielle, d'abord au Royaume-Uni, puis dans les autres pays d'Europe et aux Etats-Unis. En effet, avec le XIXème siècle, les moyens de production toujours plus importants ont nécessité des besoins de financement par les banques et de couverture des risques par les assurances. Ces dernières ont donc dû apprendre à gérer le risque de liquidité pour ne pas se retrouver en défaut de bilan.

De plus s'est manifestée un nouveau genre de liquidité avec la cotation progressive des titres dans les bourses de Paris, Londres ou New-York. Il s'agit de la liquidité de marché qui correspond à la liquidité des valeurs mobilières en finance de marché. Cette liquidité a mené à de nombreuses modélisations mathématiques que nous verrons par la suite.

1.1.2 La liquidité, les liquidités

Définition généralement admise

Généralement, une première définition de la liquidité est **la capacité d'un actif, physique ou financier, à être transformé en monnaie sans délai.**

En réalité, le terme de **liquidité** recouvre trois notions bien distinctes qu'il est important de différencier, bien que des liens forts existent entre elles. Il s'agit de :

- la **liquidité monétaire**, directement liée à la masse monétaire, qui représente la quantité de monnaie en circulation dans le monde ou dans un espace économique. Les banques centrales émettent cette monnaie, et l'émission ou le rachat de monnaie constitue souvent le principal levier d'action dont elles disposent pour encadrer l'inflation à des taux raisonnables.
- la **liquidité de marché** désigne la caractéristique d'un titre financier à être potentiellement vendable et achetable rapidement, si besoin en volume important, sans provoquer de variation importante du cours auquel s'effectuent les transactions.
- enfin, la **liquidité de bilan** est « la facilité avec laquelle une personne morale, par exemple une banque ou une assurance, peut liquider ses actifs pour parvenir au remboursement de ses passifs, idéalement à tout moment et quels que soient les montants réclamés ».

Il existe des liens étroits entre ces différentes liquidités. Ainsi, la liquidité monétaire évolue selon les taux directeurs des banques centrales et joue un rôle majeur dans le développement d'entreprises ou de projets industriels. En effet, des taux d'emprunt bas inciteront les acteurs économiques à de nouveaux investissements. La liquidité monétaire peut aussi impacter la liquidité de marché des titres associés aux secteurs d'activité sensibles à l'évolution des taux centraux. De manière plus évidente encore, la hausse ou la baisse des taux directeurs se répercute sur les taux d'émission des obligations d'entreprise, dévaluant ou augmentant la valeur des anciennes obligations et impactant leur liquidité d'échange sur les marchés.

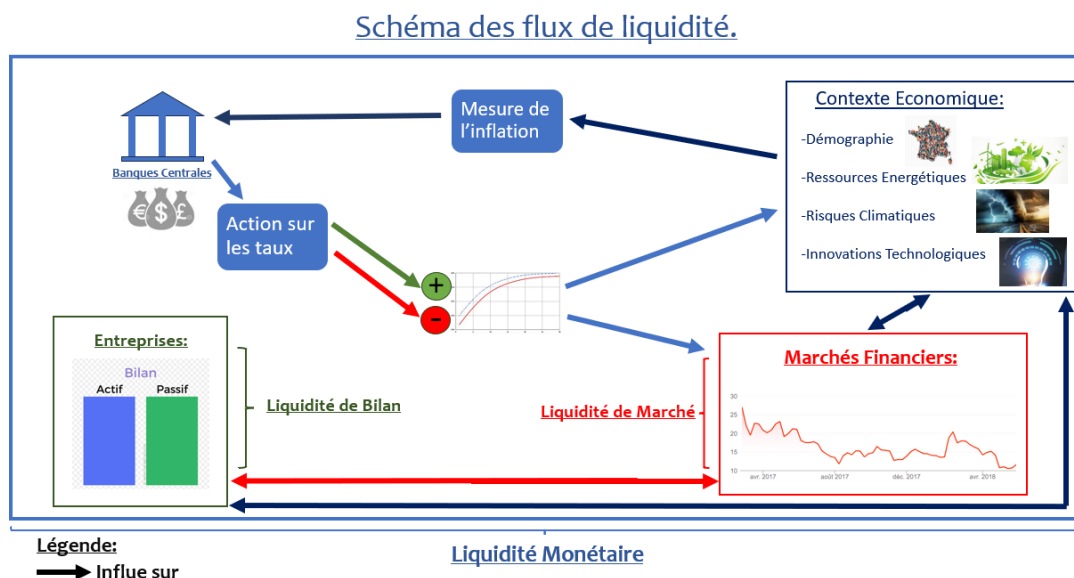


FIGURE 1.2 – Les liquidités et leurs flux

Ensuite, le bilan des assureurs est essentiellement composé d'obligations et en moindre mesure d'actions. Leur liquidité de bilan est donc très dépendante de la liquidité des titres composant leurs actifs. Il est également souvent utile d'analyser la liquidité des titres d'un bilan à la lumière des caractéristiques des risques de ce bilan. En effet, un titre peu liquide ne pose pas nécessairement un problème de gestion si les engagements au passif ont une exigibilité qui dépasse le délai nécessaire pour réaliser les actifs.

La liquidité monétaire

Dès que les premières pièces ont été frappées s'est posée la question de fournir assez de monnaie pour permettre un échange fluide des biens et des services, sous peine de subir une inflation et de déséquilibrer le système économique dans son ensemble. Les crises de liquidité monétaire ont été nombreuses au cours de l'histoire.

On peut notamment citer le cas de la République de Weimar qui pendant la Première Guerre mondiale avait subi de lourdes pertes financières en finançant la production d'armements, puis les dédommagements aux alliés après l'armistice. Pour couvrir ses nouvelles dépenses, l'Etat avait selon l'expression « fait tourner la planche à billets », c'est-à-dire qu'il avait imprimé bien plus de billets que ceux nécessaires au financement normal de l'économie. Cela avait contribué à une hyper-inflation, augmentant d'autant plus que la confiance des Allemands en leur monnaie s'égrenait.

Finalement, le Mark initial avait complètement fondu et le gouvernement avait créé une nouvelle monnaie, le Rentenmark pour remplacer la première : 1 Rentenmark valait 1000 milliards de Marks.

Ce mémoire n'aborde pas le sujet de la liquidité monétaire, qui est une notion différente de la liquidité de marché. Toutefois, il est bon d'avoir en tête l'identité d'équilibre du marché de la théorie quantitative de la monnaie :

$$M.V = P.T \quad (1.1)$$

où pendant une durée ΔT , on a :

- M qui désigne la masse monétaire, c'est-à-dire la quantité de monnaie en circulation dans une économie.
- V est la vitesse de circulation de la monnaie, c'est-à-dire le nombre de fois où cette monnaie est utilisée pendant ΔT .
- P désigne le niveau général des prix.
- et T désigne le nombre de transactions effectuées dans cette économie pendant ΔT (achats et ventes).

Ainsi, à même volume échangé et nombre de transactions égal, l'augmentation de la monnaie fournie par les banques centrales engendre une hausse des prix, autrement dit une **inflation**. L'inflation n'est jamais bonne pour la liquidité des actifs, car elle diminue la confiance des acheteurs et des vendeurs dans la monnaie d'échange. De plus, la hausse des prix se fait souvent par soubresauts. Pour plus de détails sur ce sujet, voir [Gouteron and Szpiro \[2005\]](#).

La liquidité de marché

La liquidité de marché, comme son nom l'indique, concerne essentiellement les valeurs mobilières échangées sur les marchés financiers. Un titre est considéré comme liquide si **quel que soit l'environnement macro-économique, quel que soit la quantité échangée, il est cessible rapidement et sans perte de valeur supplémentaire au prix du marché.**

Un exemple de liquidité parfaite : la monnaie

La **monnaie** est l'exemple idéal d'un actif offrant une liquidité **parfaite**. En effet, on peut céder une grande quantité de monnaie sur les marchés instantanément sans avoir à payer un surcoût de liquidité. Cela est particulièrement valable lorsque la monnaie est forte et stable, par exemple pour la livre, l'euro ou le dollar. Si on prend l'exemple de l'euro, il en circule environ 1300 milliards d'unités en 2023. Même des grands acteurs bancaires ou des assurances qui voudraient écouler une quantité de liquidité de l'ordre de la centaine de millions d'euros instantanément, par exemple en échange d'une autre monnaie, ne paieraient peu ou pas de surcoût par rapport à si elles voulaient échanger une quantité beaucoup plus faible. Cette remarque est moins valable dans le cas de monnaies souveraines d'états plus petits comme la Colombie ou l'Argentine, qui peuvent subir une forte inflation, engendrant une perte de confiance et un potentiel surcoût lors d'échanges de volumes de liquidité importants.

La notion de valeur de marché Pour comprendre la problématique du risque de liquidité de marché, il est notamment important de saisir la différence entre le **prix réel** auquel est effectuée une transaction et le **prix dit de marché**. Le prix de marché est une notion théorique qui correspond à la valeur qui serait allouée à un actif dans un paradigme économique équilibré. Ce prix n'est ni absolu, ni constant au cours du temps : on peut citer l'exemple d'un téléphone Nokia fabriqué au début des années 2000. Son prix a fortement décru depuis sa conception, pourtant l'objet est resté le même. En pratique, une bonne approximation du prix de marché correspond à la valeur d'un titre en situation de parfaite liquidité. Les monnaies fortes peuvent servir d'exemple, qui en temps normal voient leur valeur réelle ajustée à leur valeur de marché.

Les crises de liquidité de marché Les crises de liquidité de marché ont eu un historique particulièrement fourni par le passé.

Pour qu'une crise de liquidité ait lieu, il faut que deux conditions soient réunies :

- d'une part, il faut qu'un évènement ou qu'une circonstance économique entraîne un ou plusieurs actifs dans des conditions de liquidité précaires. Cela peut notamment être une annonce de baisse de résultats pour une société cotée qui diminue le nombre potentiel d'acheteurs.
- d'autre part, il faut que le ou les possédants de l'actif peu liquide soient en situation de subir le coût du manque de liquidité. Par exemple, cela peut-être un assureur qui doit vendre ses titres pour pouvoir payer rapidement les sinistres qui lui sont signifiés.

Il est difficile d'attribuer une crise financière ou un dépôt de bilan uniquement à une faible liquidité de marché. En revanche, cette liquidité entre en compte dans une grande majorité des faillites à retentissement médiatique.

On pourrait citer l'exemple du fond d'investissement privé **Amaranth Advisors LLC** en 2006. Pendant l'année 2005, ce fond spécialisé dans les matières premières et l'énergie réalise de grands profits avec l'augmentation du cours du gaz. Anticipant une nouvelle augmentation, le fond renforce ses positions sur ce combustible de façon importante. En septembre 2006, le prix du gaz s'effondre et le marché perd rapidement de sa liquidité. A cause des retraits massifs des investisseurs qui veulent se retirer du fond, les positions sont vendues au rabais. Le fond dans un piètre état est finalement racheté par un autre fond de la banque JP Morgan Chase & co.

La liquidité de bilan

La notion de liquidité de bilan La liquidité de bilan est une notion qui concerne toute entreprise ou organisation collective dotée d'une trésorerie propre. En particulier, elle peut concerner les instituts de prévoyance, les mutuelles et les compagnies d'assurance.

Gérer le risque de liquidité de bilan consiste pour une entreprise à **réaliser des choix de financement et d'investissement tel que l'écart entre les entrées et les sorties de trésorerie cumulées soit positif à tout moment jusqu'à un horizon temporel donné.**

Une des difficultés de la modélisation du risque de liquidité de bilan, également rencontrée dans le cadre de l'élaboration de **Générateurs de Scénarios Economiques**, est la multiplicité des scénarios envisageables et ses impacts possibles sur la liquidité de chacun des actifs et des passifs. Globalement, il faut penser à prévoir une marge de liquidité au cas où les actifs se retrouveraient dans une situation de **viscosité liquiditaire** au moment où les passifs seraient à rembourser.

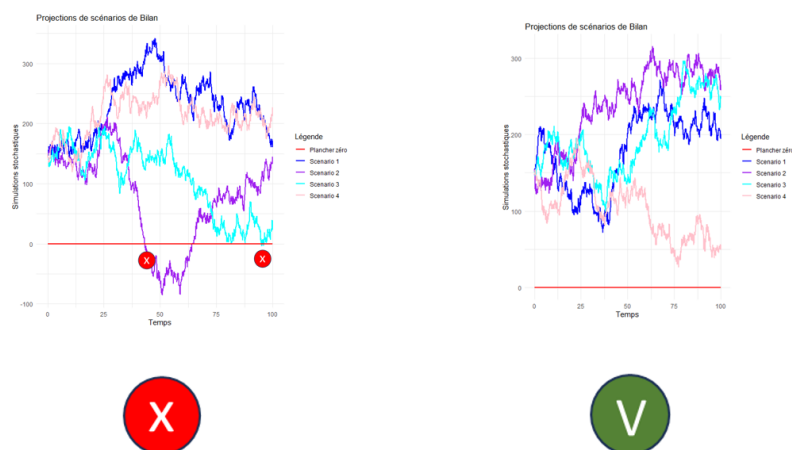


FIGURE 1.3 – Exemple de projections de scénarios de bilan : cas défaillant et cas acceptable

Historique des crises de liquidité de bilan Plusieurs crises financières liées à des manquements dans la gestion de la liquidité de bilan appaurent au cours des derniers siècles.

On peut donner en exemple les deux cas suivants :

- **L'échec du système de *Law* sous Louis XV en France (1720)**

Le 1^{er} Septembre 1715, le Roi Soleil meurt au château de Versailles. Son arrière-petit-fils et successeur Louis XV n'ayant que 5 ans, c'est le duc d'Orléans qui est choisi pour assurer la régence. La santé financière de l'Etat français est alors déplorable, ruiné par de nombreuses années de campagnes de guerre souvent infructueuses et destructrices. Convaincu par l'anglais John Law, le régent accepte de faire imprimer des billets garantis par la banque royale. Le but est de récupérer les métaux précieux des épargnants français, très adeptes de la thésaurisation, afin de faire prospérer le pays par de nouveaux investissements aux colonies.

En échange, il leur sera confiée une garantie papier de même valeur que les monnaies en argent et en or qui seront déposées. Au début le système est un succès. Toutefois, le 24 mars 1720, dans un contexte financier instable, des initiés répandent la rumeur d'une banqueroute du système de Law. Les épargnants réclament alors leurs pièces précieuses et cela engendre rapidement la fin du système qui est complètement entériné le 1^{er} Novembre 1720. Finalement, la majorité des petits épargnants seront complètement remboursés mais l'expérience pèsera sur les finances du royaume et sur la confiance des Français en leur monarchie.

- **Le *Law Restriction Act* et faillite de la Banque d'Angleterre (1797)**

Le 23 Février 1793 a lieu une escarmouche entre un contingent de navires de la marine républicaine française et les gardes-côtes anglais non loin de la ville de Fishguard, située sur la côte Sud-Est du Pays de Galles. Malgré la déroute des navires français, la rumeur se répand en Angleterre que des troupes françaises auraient débarqué pour envahir l'île. Pris de panique, les détenteurs de billets se tournent vers la Banque d'Angleterre pour convertir leur argent en or. Malgré des réserves importantes d'environ 5 millions de livres-or pour 10 millions de livres-billets, la banque d'Angleterre frôle la crise d'insolvabilité par manque de liquidité de ses autres investissements. Sa monnaie papier perd alors la confiance des habitants et sa valeur s'amoindrit considérablement. La Banque d'Angleterre finit remettre en ordre la situation mais reste très fragilisée par cet événement.

Quelques années plus tard, alors que le système bancaire anglais subit une nouvelle crise, le gouvernement de William Pitt le Jeune prend une décision lourde de conséquences en votant le 25 Février 1797 la suspension de la convertibilité en or des billets de la Banque d'Angleterre par le *Law Restriction Act*. Le retour de la convertibilité des livres en or n'aura lieu que 24 ans plus tard.

Ces deux exemples de faillite de bilan mettent en évidence l'importance de **la confiance** qu'accordent les parties prenantes au système financier dont ils sont les acteurs. Dans les deux cas, la crainte d'une banqueroute a engendré une réaction massive de retrait de monnaie sous forme de pièces en or ou en argent et a provoqué une crise de liquidité de l'organisme de financement central du pays.

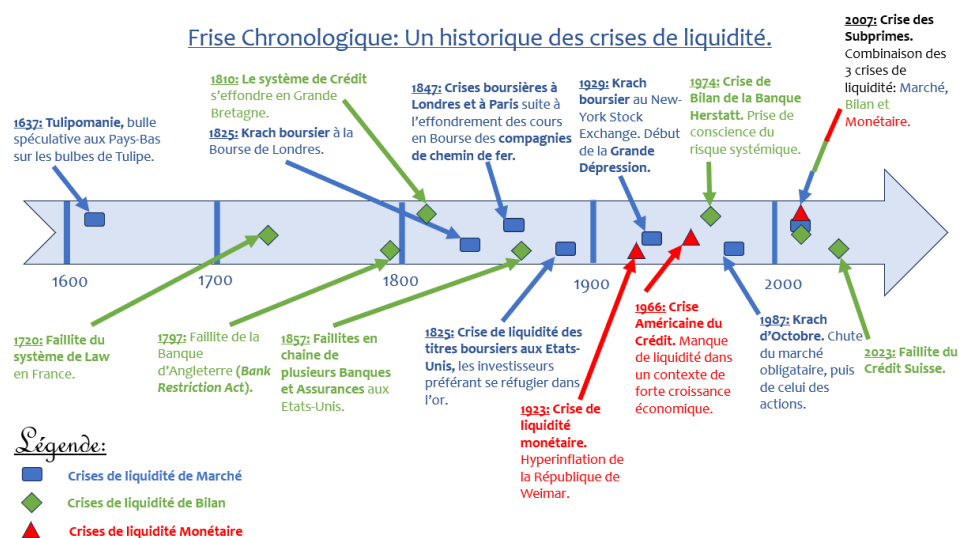


FIGURE 1.4 – Historique des crises de liquidité

La financiarisation de l'économie et son développement ont multiplié les occurrences de crises de liquidité aux cours des siècles, comme le montre l'histogramme suivant :

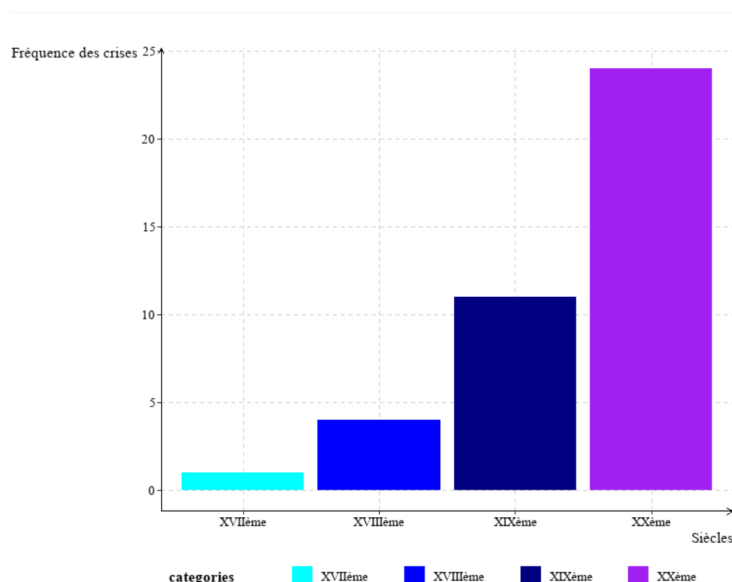


FIGURE 1.5 – Nombre de crises de liquidité répertoriées - article Wikipedia : « Liste des crises monétaires et financières »

1.1.3 La liquidité de marché : dimensions et facteurs déterminants

Aujourd'hui, une bonne gestion de la liquidité de bilan d'une compagnie d'assurances passe obligatoirement par une compréhension fine des risques de liquidité de marché qu'encourt ses investissements à l'actif. Ce point est notamment crucial lors de l'achat et la vente d'obligations d'Etat ou corporate.

Nous commencerons par étudier **les dimensions** qui intègrent la liquidité de marché, puis **les facteurs économiques** qui influencent à la hausse ou à la baisse la liquidité des actifs.

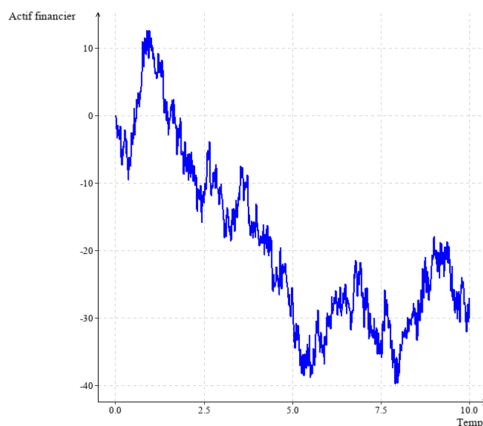


FIGURE 1.6 – Exemple d'un actif financier modélisé par la formule de Black & Scholes

Les dimensions de la liquidité de marché

Tout d'abord, il convient de rappeler que toute analyse de la liquidité repose essentiellement sur l'étude de trois dimensions :

- la quantité d'actifs échangée, habituellement notée Q
- la durée disponible pour écouler cette quantité Q , notée t
- et le surcoût en prix par rapport à une situation de parfaite liquidité, noté ΔP

Par exemple, une compagnie d'assurance peut se retrouver à devoir liquider une quantité Q d'actions pour pouvoir satisfaire les demandes de rachat de certains assurés. Si elle dispose d'une durée t de 30 jours pour effectuer cette opération, son objectif va être de minimiser le surcoût ΔP de liquidité de l'opération, en général en étalant les ordres de vente homogènement sur les 30 jours. En effet, si elle deverse la quantité Q instantanément sur les marchés, le prix de l'action risque de diminuer fortement par un assèchement de la demande, et le surcoût de liquidité ΔP va être devenir élevé avec des actions vendues bien moins cher que leur valeur de marché initiale.

C'est [Gravelle \[1999\]](#) qui le premier énonce **quatre notions clé**, chacune reposant sur une ou plusieurs des trois variables de base, qui permettent de se représenter le caractère **liquide** ou non d'un actif sur un marché :

1. **L'immédiateté.**
2. **La profondeur.**
3. **L'étroitesse.**
4. **La résilience.**

Nous allons maintenant étudier plus en détails chacune de **ces notions**. On se placera davantage du point de vue du vendeur car c'est la situation dans laquelle se trouve l'assureur lorsqu'il doit vendre ses actifs pour couvrir ses engagements.

L'immédiateté L'immédiateté correspond à la **rapidité** avec laquelle une transaction financière peut être conclue entièrement : il s'agit pour un vendeur de la durée entre le moment où la demande de transaction est exécutée et le moment où il reçoit l'argent sur son compte. Evidemment, une grande majorité des transactions peuvent être conclues immédiatement si les conditions sont très défavorables soit au parti vendeur, soit au parti acheteur. Il est donc primordial de mettre en relation cette notion avec les **autres dimensions** de la liquidité.

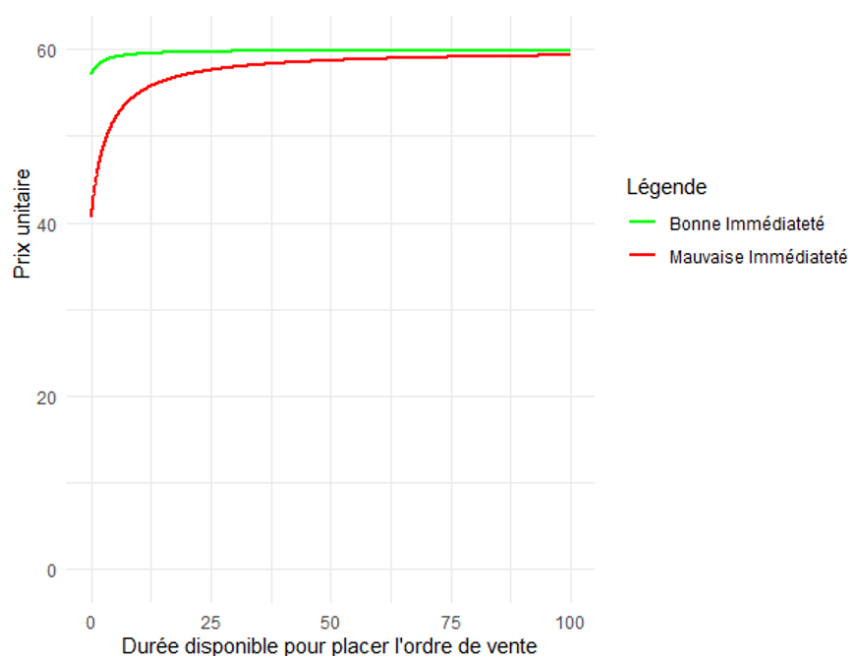


FIGURE 1.7 – Représentation de l'immédiateté

La profondeur La profondeur est une **notion à plusieurs dimensions**. Dans l'hypothèse où on fixerait t_{max} la durée maximale que le vendeur est prêt à attendre avant que la transaction ait lieu et P_{min} le prix minimal par actif que l'on est prêt à céder, alors la profondeur nous informe sur **quelle quantité maximale Q_{max} d'actifs on peut conduire à la vente** avec une grande probabilité (*) de conclure la transaction.

(*) Par exemple, cette probabilité peut être fixée à un seuil 99,5% ou 99,9%.

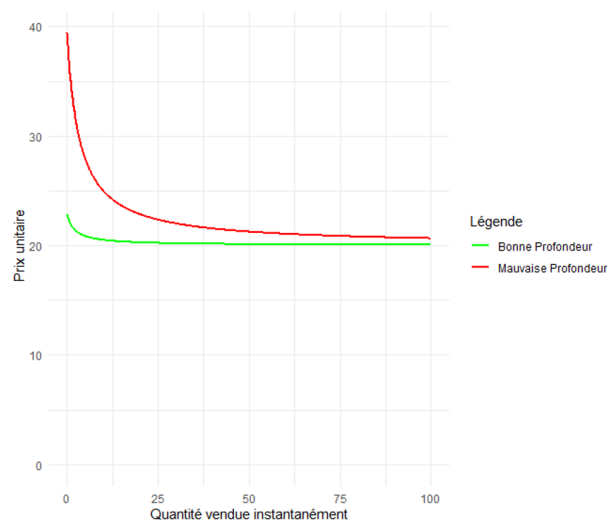


FIGURE 1.8 – Représentation de la notion de profondeur

L'étroitesse L'étroitesse est une notion qui permet de se représenter **la tension** qui peut exister sur les marchés à l'achat et à la vente d'un actif. En pratique, il s'évalue avec un écart entre le prix demandé par le vendeur P^{Ask} et le prix voulu par l'acheteur P^{Bid} . Pour plus de précision, on peut introduire la notion d'**ampleur** d'une étroitesse. On ajoute alors au prix **la dimension des quantités**. En effet, pour deux écarts d'étroitesse égaux, il peut se trouver que l'un explose dès que la quantité proposée devient plus importante alors que l'autre reste identique.

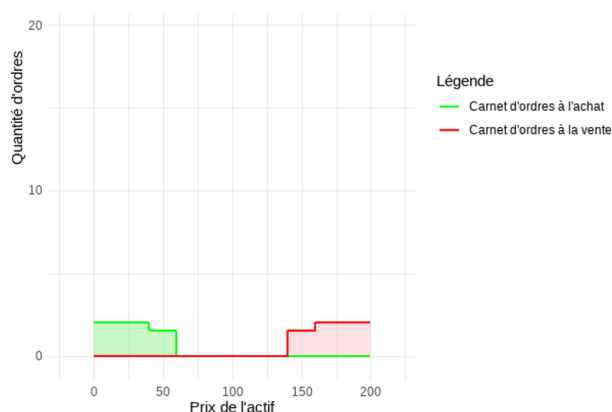


FIGURE 1.9 – Représentation d'une situation de mauvaise étroitesse et ampleur pour un carnet d'ordre

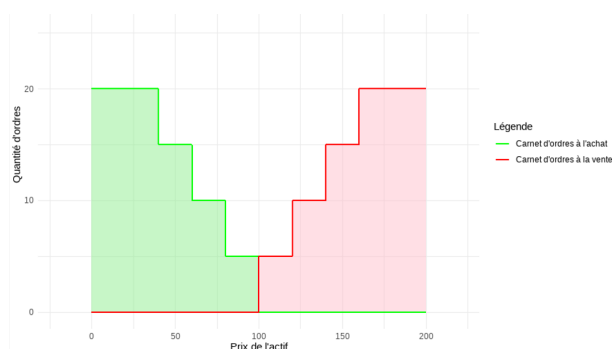


FIGURE 1.10 – Représentation d'une situation de bonne étroitesse et ampleur pour un carnet d'ordre

La résilience La résilience est une notion **temporelle**. En principe, il s'agit de la durée que va mettre le marché pour **retrouver une distribution en quantités et en prix** similaire à celle faisant cours avant une transaction donnée. Toutefois, c'est une dimension **difficile à évaluer seule** car le prix de marché évolue tout le temps. Ceci fait qu'il est compliqué de définir une situation de retour à la normale et donc aussi la durée nécessaire à l'atteindre.

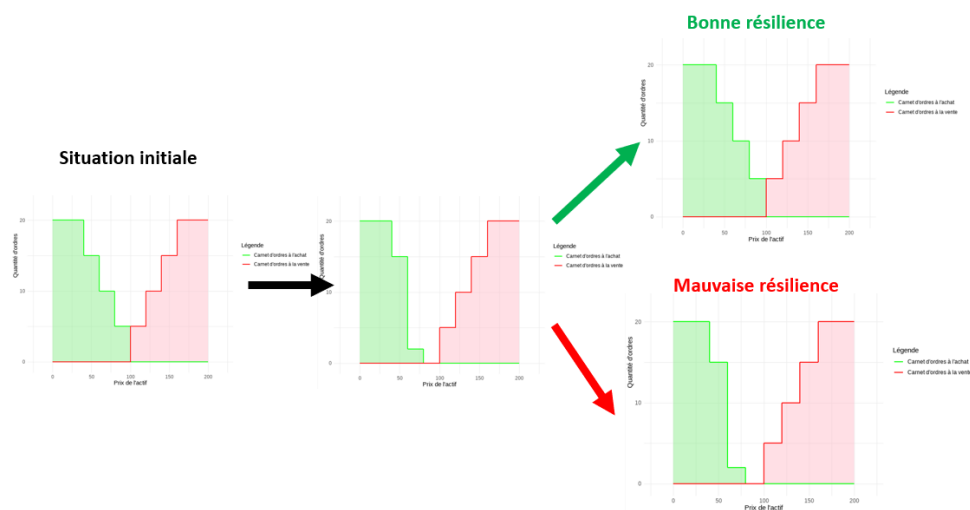


FIGURE 1.11 – Schéma synthétisant la notion de résilience

Les facteurs déterminants de la liquidité de marché

Tout d'abord, il faut rappeler que le risque de liquidité sur les actifs financiers n'est **jamais fixé**. Il évolue constamment dans le temps en fonction des aléas macro ou micro-économiques. Ainsi, aucun marché ne peut garantir que la liquidité des actifs qu'il abrite sera en permanence suffisante. Toutefois, il est possible de détacher des facteurs qui influencent à la hausse ou à la baisse la liquidité sur les marchés. Nous étudierons dans un premier temps les facteurs permanents de la liquidité de marché, puis les facteurs temporaires et enfin nous aborderons la notion de facteurs exogènes ou endogènes à l'investisseur.

Les facteurs permanents de la liquidité de marché Le Saout [2000] a identifié plusieurs facteurs permanents affectant la liquidité sur les marchés. On peut notamment citer :

- les différentes structures d'organisation des marchés. Les différentes possibilités d'organisation sont : le **marché continu dirigé par les ordres**, le **marché continu dirigé par les prix** et le **marché de fixage**. Les marchés d'ordres en continu sont caractérisés par un carnet d'ordres centralisé : cela offre la possibilité d'échanges immédiats, mais en contrepartie on observe souvent une forte volatilité de court terme. Cela nuit à la liquidité globale du marché. En revanche, il n'existe pas ce problème dans les marchés de fixage où le prix est fixé par le teneur de marché après consultation de l'offre et de la demande. La liquidité immédiate est donc meilleure. En revanche les marchés de fixage n'offrent pas l'immédiateté des échanges. Ainsi, il peut exister un coût d'attente si le prix du marché s'éloigne défavorablement après quelques temps du prix qu'aurait pu obtenir le vendeur s'il avait fait la transaction immédiatement.
- la « segmentation » d'un actif sur plusieurs marchés. Il peut en effet arriver qu'un même actif financier puisse être échangé sur plusieurs marchés avec des structures différentes. Par exemple, les actions des grandes entreprises françaises sont cotées à la fois sur le système CAC et sur le système SEAQI. A priori, la segmentation des volumes augmente le risque de liquidité. En effet, il y a moins de quantités par marché et la probabilité qu'un petit évènement défavorable entraîne une dégradation locale de la liquidité augmente. Toutefois, Mendelson and Amihud [1987] et Pagano [1989] montrent que la coexistence de plusieurs marchés peut améliorer la liquidité seulement s'ils présentent des niveaux de transparence différents. Ainsi, la coexistence d'un marché par blocs et d'un marché en continu est cohérente car ils ne s'adressent pas au même profil d'investisseur : le premier convient aux institutionnels qui veulent pouvoir échanger de grandes quantités, tandis que le second correspond plus aux attentes des particuliers et des petits investisseurs qui apprécient l'immédiateté des échanges.
- l'opacité des marchés. En effet, si des investisseurs très informés et des investisseurs peu informés coexistent sur un marché, ces derniers peuvent perdre confiance et diminuer leurs investissements voire quitter le marché, ce qui a pour conséquence d'assécher le marché en liquidité.
- l'aversion au risque des acteurs présents sur le marché. Si les protagonistes d'un marché sont très averses au risque, ils auront tendance à retenir leurs transactions lorsque des perturbations se produiront sur le marché, ce qui va dégrader la liquidité des titres.
- les échelons de cotation, également appelés *ticks*. Un échelon de cotation est défini comme la différence minimale de prix entre deux propositions d'ordre sur un marché. On retrouve ces ticks dans la vie courante, par exemple les stations essences affichent le litre d'essence en millième d'euros mais le prix final payé par le consommateur sera arrondi au centième le plus proche. L'échelon de cotation peut améliorer la liquidité dans le sens où il diminue l'ensemble des prix possibles. Ainsi, il permet de rapprocher les ordres à l'achat et à la vente

afin de conclure rapidement la transaction et de baisser les coûts de négociation. Toutefois, s'il l'échelon est trop large et que le prix réel est éloigné de l'échelon le plus proche, il va pénaliser la fluidité des échanges car le vendeur ou l'acheteur désavantagé se sentira lésé et ne voudra plus conclure la transaction.

Les facteurs temporaires de la liquidité de marché Parmi les causes qui peuvent engendrer un assèchement temporaire de la liquidité [Everbroeck \[2011\]](#), on peut citer :

- Des frais de gestion ou de courtage particulièrement importants.
- Un volume de transaction faible.
- Un délai d'attente avant transaction élevé du fait de la saisonnalité de la demande. C'est le cas du marché de l'énergie dans les pays occidentaux par exemple.
- Un écart en % conséquent et permanent entre l'offre et la demande.

On peut globalement classer les facteurs de la liquidité de marché en deux catégories :

- D'une part les **facteurs exogènes** de la liquidité de marché.
- D'autre part, les **facteurs endogènes**.

Les facteurs exogènes de la liquidité de marché Les facteurs exogènes de la liquidité de marché sont tous les déterminants participant au risque de liquidité qui ne dépendent pas des protagonistes de la transaction financière, qu'ils soient en position de vendeur ou d'acheteur.

En fait, le risque exogène est le résultat des caractéristiques du marché dans son ensemble. Le coût de la liquidité peut devenir très faible si toutes les dimensions de la liquidité de marché évoquées à la sous-section précédente sont saines : immédiateté et profondeur dans les quantités échangeables, petite étroitesse et faible ampleur entre les prix demandés et proposés et enfin une bonne résilience dans la reconstitution d'une position liquide après des transactions de grande ampleur.

Les facteurs endogènes de la liquidité de marché Les facteurs endogènes au risque de liquidité sont les déterminants propres à l'acquéreur ou au vendeur d'une position qui peuvent influencer le caractère liquide d'une transaction. Ils sont communs à tous les participants au marché. Le principal d'entre eux est la taille de la position : plus le volume de transaction envisagé est grand, plus le coût de la viscosité liquiditaire est grand par unité d'actif.

1.2 Evaluer la liquidité de marché et son coût

1.2.1 Les indicateurs de la liquidité de marché

Comme nous l'avons vu à la section précédente, la liquidité de marché repose sur 4 dimensions qui sont l'immédiateté, la profondeur, l'étroitesse avec son ampleur et la résilience.

L'idée est ensuite de construire des indicateurs qui permettent de mesurer la liquidité sous l'angle d'une ou plusieurs de ces dimensions. La mesure de la liquidité est un sujet vaste et complexe, malgré tout il existe dans la littérature des indicateurs qui permettent d'en donner un premier aperçu.

Dans les paragraphes qui suivent, nous étudierons les indicateurs ci-dessous :

1. La fourchette
2. Le coefficient de sensibilité de Gresse
3. Le λ de Kyle
4. Le Market Efficiency Coefficient (MEC)
5. Les ratios de liquidité
6. L'indice VTP de Le Saout

La fourchette

La **fourchette de prix Offre-Demande** ou *Spread Bid-Ask* en anglais correspond à la différence entre le meilleur prix proposé par les vendeurs, c'est-à-dire le prix Ask le plus bas, et le meilleur prix proposé par les acheteurs, c'est-à-dire le prix Bid le plus haut. La fourchette n'est jamais négative car si c'est éventuellement le cas à un instant, il y a immédiatement transaction juste après.

[Demsetz \[1968\]](#) a été le premier à travailler sur la fourchette, elle a ensuite été reprise de nombreuses fois dans la littérature. Elle est un indicateur de l'étroitesse immédiate sur un marché, également appelée spread Bid-Ask.

Mathématiquement, on a :

$$f_t = P_t^{Offre} - P_t^{Demande}$$

avec :

- f_t est la fourchette à l'instant t ,
- P_t^{Offre} représente le meilleur prix des vendeurs (le plus bas),
- $P_t^{Demande}$ représente le meilleur prix des acheteurs (le plus haut).

On peut décomposer la fourchette en plusieurs composantes à la manière de [Strange and Kaserer \[2009\]](#).

On peut décomposer la partie de la fourchette imputable à l'achat f_t^{Achat} en une composante de coûts directs de trading T_t , qui est notamment composé des commissions des brokers et des taxes, auquel on ajoute une composante A_t correspondant à la différence entre le meilleur prix à la vente et la valeur fondamentale de l'actif. On a donc :

$$f_t^{Achat} = T_t + A_t$$

A la vente, le coût de trading considéré est le même mais on remplace A_t par B_t , le meilleur prix à la vente.

$$f_t^{Vente} = T_t + B_t$$

Si on additionne les fourchettes imputables à l'achat et à la vente, on obtient la fourchette :

$$f_t = f_t^{Achat} + f_t^{Vente} = 2.T_t + A_t + B_t$$

Il est à noter que le coût des commissions et taxes $2.T_t$ n'est pas forcément observable directement sur les cours des marchés cotés.

La fourchette affichée La fourchette affichée s'exprime en pourcentage, car on divise l'écart entre les meilleurs prix offerts et demandés par la valeur au milieu de la fourchette. Elle permet donc de comparer plus facilement les fourchettes de différents actifs par rapport aux écarts en valeur absolue.

On a :

$$f_t^{Aff} = \frac{P_t^{Offre} - P_t^{Demande}}{M_t}$$

avec :

- f_t^{Aff} est la **fourchette affichée** à l'instant t ,
- P_t^{Offre} représente le meilleur prix des vendeurs (le plus bas),
- $P_t^{Demande}$ représente le meilleur prix des acheteurs (le plus haut),
- et $M_t = \frac{P_t^{Offre} + P_t^{Demande}}{2}$ indique le milieu de la fourchette.

La fourchette permet de se rendre compte du gap de liquidité dépensé par un investisseur qui effectuerait alternativement de nombreuses ventes et achats d'un même actif. En effet, si un investisseur possède une quantité M de monnaie au début d'une période et que les prix P_t^{Offre} et $P_t^{Demande}$ sont supposés constants au cours du temps, il subit à chaque cycle d'un achat et d'une vente le coût de la fourchette $P_t^{Offre} - P_t^{Demande}$, et M s'égrène au fur-et-à-mesure. En revanche, si un investisseur se présente de manière occasionnelle sur un marché pour seulement soit vendre, soit acheter, alors l'étendue de la fourchette n'a qu'une importance relative pour lui. En effet, il ne subit pas le coût d'un cycle sur la fourchette et il souhaite simplement savoir à quel point P_t^{Offre} s'éloigne de la valeur fondamentale $V(t)$ de l'actif (*) si c'est un acheteur et à quel point $P_t^{Demande}$ s'éloigne de la valeur fondamentale $V(t)$ si c'est un vendeur.

C'est de cette réflexion qu'est née la nécessité d'introduire un nouveau concept : **la fourchette réalisée**.

(*) **La valeur fondamentale** de l'actif $V(t)$ est un concept théorique difficilement évaluable précisément mais qui fait appel au bon sens commun : tout le monde s'accorde pour dire qu'une rame de TGV vaut plus qu'une voiture de milieu de gamme, sa valeur fondamentale est donc plus élevée. En revanche évaluer précisément cette valeur fondamentale est un exercice peut se relever particulièrement complexe. Sur les marchés financiers, on estime généralement la valeur fondamentale par le milieu de la fourchette. On peut aussi pondérer les meilleurs prix proposés à l'Offre et à la Demande par les quantités associées.

La fourchette réalisée Pour la fourchette réalisée, on a :

$$f_t^{Rea} = \frac{P_t - V(t)}{M_t}$$

avec :

- f_t^{Rea} est la **fourchette réalisée** à l'instant t ,
- P_t représente le prix auquel est effectuée la transaction (à l'achat ou à la vente),
- $V(t)$ représente la valeur fondamentale de l'actif,
- et $M_t = \frac{P_t^{Offre} + P_t^{Demande}}{2}$ indique le milieu de la fourchette.

On peut notamment remarquer que :

- **En position acheteur**, une fourchette réalisée négative correspond à un contexte de transaction favorable et une fourchette réalisée positive correspond à un contexte de transaction défavorable.
- **En position vendeur**, une fourchette réalisée positive correspond à un contexte de transaction favorable et une fourchette réalisée négative correspond à un contexte de transaction défavorable.

Dans le cas particulier où on remplace on estime la valeur fondamentale $V(t)$ par le milieu de la fourchette M_t , on obtient la définition de la **fourchette effective**, notée f_t^{eff} .

Le coefficient de sensibilité de Gresse

Gresse [1997] propose un coefficient de sensibilité $S_{\lambda,t}$ qui permet d'incorporer la dimension de profondeur à la fourchette affichée. Une estimation de ce coefficient $S_{\lambda,t}$ peut être donnée par :

$$S_{\lambda,t} = f_t^{Aff} / ((Q_{Ask} + Q_{Bid})/2)$$

avec :

- f_t^{Aff} la fourchette affichée à l'instant t ,
- Q_{Ask} la quantité associée au meilleur prix vendeur
- et Q_{Bid} la quantité associée au meilleur prix acheteur

Plus globalement, la fourchette effective s'exprime ainsi :

$$S_{\lambda,t}^{eff} = f_t / Q_t$$

où f_t correspond à la fourchette affichée et Q_t aux volumes échangés.

Le lambda de Kyle

Kyle [1985] dans son article de recherche souhaite modéliser la stratégie des opérateurs en situation d'asymétrie d'information. L'auteur établit une relation fondamentale entre prix et volume en linéarisant la fonction de prix suivant la relation :

$$P(Q) = \rho + \lambda \cdot Q$$

avec :

- ρ la valeur fondamentale du titre échangé
- $P(Q)$ le cours du titre au moment de la transaction
- et Q représente le volume de transaction

λ représente alors la liquidité du titre. S'il est proche de 0, cela indique une bonne liquidité. S'il se rapproche de 1, cela signifie que la liquidité est dégradée.

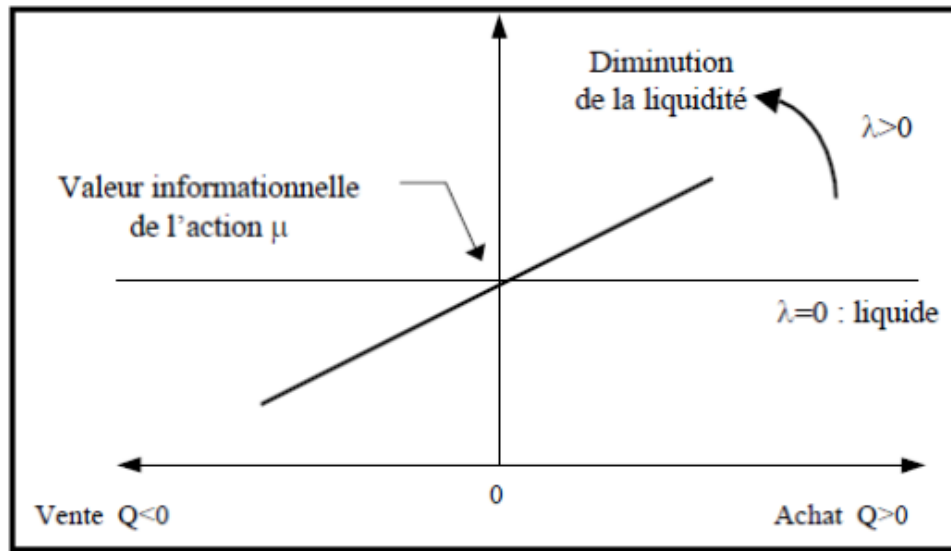


FIGURE 1.12 – Représentation du λ de Kyle (issue du mémoire de T. VAN EVERBROECK)

Estimation du λ de Kyle Handa [1993] a donné une approche pour approximer la valeur du λ de Kyle sur les marchés. On considère que l'on a :

- $P_{Ask} = \mu + \lambda \cdot Q_{Ask}$
- $P_{Bid} = \mu + \lambda \cdot Q_{Bid}^{Ask}$

avec Q_{Ask} et Q_{Bid}^{Ask} qui représentent les quantités d'actifs associées aux meilleurs prix vendeur et acheteur.

Du point de vue vendeur, les quantités demandées au prix P_{Bid} par les acheteurs peuvent être vues comme négatives : si un acheteur propose à un concurrent une quantité Q , alors le vendeur perd l'opportunité de vendre cette quantité Q , pour lui $Q_{Bid}^{Ask} = -Q_{Bid}$ avec Q_{Bid}^{Ask} la quantité acheteur prise du point de vue vendeur et Q_{Bid} la quantité acheteur :

$$P_{Bid} = \mu - \lambda \cdot Q_{Bid}$$

Ensuite, il vient en soustrayant les 2 équations sur les prix :

$$\lambda = \frac{P_{Ask} - P_{Bid}}{Q_{Ask} + Q_{Bid}}$$

Le Market Efficiency Coefficient (MEC)

Hasbrouck and Schwartz [1986] ont travaillé sur un indicateur de liquidité qui pourrait s'appuyer uniquement sur les historiques de cours des actifs considérés.

Le Market Efficiency Coefficient ou MEC satisfait cette condition puisqu'il est calculé uniquement selon le rapport entre la volatilité à court terme d'un actif et sa volatilité sur une plus longue période. Si la volatilité courte est plus importante que la volatilité longue, alors l'actif est considéré comme peu liquide car on prend un risque supplémentaire si on doit le vendre rapidement.

Mathématiquement, cela se traduit par la formule suivante :

$$MEC = \frac{Var(P_T)}{n \cdot Var(P_{T/n})}$$

avec :

- $Var(P_T)$ la variance moyenne du prix de l'actif sur le marché sur des intervalles de temps de longueur T ,
- $Var(P_{T/n})$ la variance moyenne du prix de l'actif sur le marché sur des intervalles de temps de longueur T/n
- et n le nombre de sous-périodes au sein d'une grande période

Le MEC a l'avantage d'être robuste et d'être applicable à n'importe quelle classe d'actif cotée assez régulièrement. En revanche, il est important de bien choisir n le nombre de sous-périodes, car ce choix peut amplement faire varier le résultat final.

Les ratios de liquidité fondés sur les volumes

Les ratios de liquidité sont des indicateurs qui établissent le rapport entre l'activité sur un marché, mesurable par les quantités échangées, et les variations de prix qui leurs sont associées.

Le ratio classique de liquidité Le ratio de liquidité le plus classique peut être décrit de la façon suivante :

$$Rc_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{V_t}$$

avec :

- Rc_t le ratio classique de liquidité.
- P_t et P_{t-1} respectivement les cours de clôture lors des séances de cotation t et $t - 1$.
- enfin, V_t la part du volume échangé en % par rapport à l'ensemble des volumes ayant pris place dans le carnet d'ordre entre les instants t et $t + 1$.

Le Ratio Conventionnel de Liquidité (RCL) [Dubofski and Groth \[1984b\]](#) et [Cooper et al. \[1985\]](#) ont proposé un autre ratio qui mesure la liquidité par le volume de quantités échangées pour faire varier le prix d'un actif d'1%, le volume de quantités échangées étant exprimé en monnaie constante. Ce ratio est le **Ratio Conventionnel de Liquidité**, abrégé en RCL. Son expression est la suivante :

$$RCL_t^N = \frac{\sum_{t=1}^N P_t \cdot Q_t}{\sum_{t=1}^N \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)}$$

avec :

- RCL_t^N le RCL calculé entre les temps $t = 1$ et $t = N$.
- Q_t les quantités d'actif échangées au temps t .
- P_t le prix unitaire de l'actif au temps t .
- et N le nombre d'évènements de cotation durant la séance retenue.

Le ratio de liquidité pure (L) [Hui and Herbel \[1984\]](#) ont proposé un autre indicateur, dans la même logique de prendre en compte à la fois les variations de prix et les quantités échangées. Il s'agit du ratio de liquidité pure, noté L . Au numérateur, on évalue la variation de valeur de l'actif en %. Au dénominateur, on s'intéresse à quelle proportion des parts en circulation sur un marché débouchent sur une transaction.

Cela donne donc :

$$L = \frac{\frac{P_{max} - P_{min}}{P_{min}}}{\frac{V}{A \cdot P_{moy}}}$$

avec :

- P_{max} et P_{min} respectivement les prix les plus et les moins élevés sur une période correspondant à un certain nombre de cotations consécutives (par exemple 5 cotations consécutives).
- V est le volume total d'actifs échangés au cours de cette période, exprimés en monnaie constante.
- A indique le nombre de parts de cet actif en circulation.
- et P_{moy} la moyenne des cours de clôture des séances de cotation de la période considérée.

La liquidité de marché pondérée (LMP) Pour la construction du ratio de liquidité de marché pondérée (LMP), [Marsh and Rock \[1986\]](#) préfèrent retenir uniquement les variations de prix au cours des transactions, mais ne prennent plus en compte les quantités échangées. Ce choix peut s'expliquer car des indicateurs comme les précédents RCL et L vont donner plus de poids aux transactions importantes, alors que ce facteur n'impacte pas nécessairement l'évolution des prix. Pour le LMP, on aura l'expression suivante :

$$LMP = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \left| \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \right|$$

avec :

- P_t le prix à l'instant t
- et T le nombre de transactions réalisées au cours de séance de cotation

Commentaires sur les ratios de liquidité Sur les quatre indicateurs présentés ci-dessus, seulement un est croissant avec la liquidité, il s'agit du RCL. Les trois autres, ratio classique, LMP et L diminuent quand la situation de liquidité s'améliore.

Il est également important de noter que ce genre d'indicateur est souvent amplement critiqué dans la littérature. En effet, ces mesures ne permettent pas de faire la distinction entre les mouvements de cours qui résultent de décisions après l'arrivée de nouvelles informations sur un marché et ceux qui peuvent être rapportés uniquement à un manque de liquidité. De plus, dans une moindre mesure, ces indicateurs ne prennent pas en compte l'inflation dans l'évolution du prix des actifs.

[Le Saout \[1999\]](#) a proposé un nouvel indice de liquidité qui réunit les trois dimensions fondamentales de la liquidité : la dimension volume, la dimension temporelle et la dimension variation de prix. L'indice se décompose en trois composantes, chacune s'appuyant sur une des trois dimensions fondamentales.

La composante volume

$$K_j = \sum_{t=1}^{T_j} P_j(t) \cdot V_j(t)$$

avec :

- K_j indique le capital échangé lors de la séance j ,
- $P_j(t)$ représente le cours de l'actif au temps t lors de la séance j ,
- $V_j(t)$ dénote le volume associé,
- et T_j est la durée en secondes lors de la séance j .

La composante temporelle

$$\Gamma_j = \frac{\sum_{n=2}^{N_j} \tau_n(j)}{N_j}$$

avec :

- avec N_j indique le nombre de transactions lors de la séance j ,
- et $\tau_n(j)$ dénote la durée entre la n^{me} et la $n + 1^{me}$ transaction lors de la séance j .

La composante prix La composante prix est représentée par l'écart de prix par rapport à une référence : un indice de marché. L'écart par rapport à l'indice, noté ER_j^i , peut ainsi être représenté comme suit :

$$ER_j^i = |R_j^i - (\hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i \cdot R_j^m)|$$

Le coefficient $\hat{\beta}_i$ correspond au bêta du modèle de marché : la rentabilité R_j^i d'un actif est liée à la rentabilité du marché R_j^m .

Nous obtenons donc : $\hat{\alpha} = E(R_j^i) - \hat{\beta} \cdot E(R_j^m)$ et $\hat{\beta} = \frac{Cov(R_j^i, R_j^m)}{Var(R_j^m)}$

A partir des trois composantes, nous sommes en mesure de formuler notre indice de liquidité de la manière qui suit :

$$VTP^i = \frac{\sum_{j=1}^J \Gamma_j^i}{\sum_{j=1}^J K_j^i} * \frac{\sum_{j=1}^J \sqrt{|R_j^i - (\hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i \cdot R_j^m)|}}{J}$$

Le modèle de Longstaff, Mithal and Neiss (LMN) pour les obligations

Longstaff et al. [2004] ont proposé une méthode pour mesurer la part du spread attribuable au risque de défaut et celle attribuable au risque de liquidité dans les obligations.

Pour y parvenir, ils se sont intéressés au produit financier « Credit Default Swap » (CDS) qui est un produit financier qui garantit au souscripteur qu'il recevra les coupons et le nominal d'une obligation qu'il a achetée, même si l'émetteur de l'obligation fait défaut. L'intérêt de la méthode « model independant » proposée dans l'article est de reposer sur une approche empirique de récolte des données de marché pour déterminer le spread de défaut, puis le spread de liquidité.

Description du modèle Le modèle LMN constitue une approche pragmatique pour la détermination des différentes composantes du spread. Premièrement, il faut constituer une base de données avec des noms d'obligations, leur spread et les CDS existant sur les marchés pour les couvrir. Le CDS ne couvrant que la perte en cas de défaut, on ne peut extraire du CDS que la part du spread de l'obligation correspondant au risque de défaut. La méthode LMN se base sur le fait qu'en première approximation, l'essentiel du spread restant à expliquer rémunère la bonne liquidité du titre.

1.2.2 Création d'un nouvel indicateur de liquidité ΔPTV_α

Formalisation mathématique du cadre d'étude de la liquidité

Avant de chercher à construire un indicateur permettant d'apprécier **l'état de la liquidité** sur un marché, il est pertinent de fournir un **cadre théorique** à l'évaluation de la liquidité.

Pour rappel, la liquidité **vit dans trois dimensions** : la quantité Q , le temps t et la variation de prix ΔP . Pour formaliser l'étude de la liquidité, il est important de se placer dans un certain contexte : **on cherche à vendre une quantité Q d'un actif, on dispose du temps t pour le vendre et on veut savoir à quelle perte de valeur ΔP on doit s'attendre** par rapport à une situation parfaitement liquide.

Ceci en supposant qu'il existe un procédé optimal de vente d'une quantité Q étalé sur une durée t , connu à l'avance. Cette dernière hypothèse est particulièrement forte mais ne perd pas tellement en généralité, surtout dans le cas d'investisseurs de grande taille qui ont un historique fourni de transactions et qui savent optimiser leur processus de vente.

Une situation de liquidité parfaite se matérialise mathématiquement de la manière suivante :

$$\forall Q \in R, \forall t \in R_+, \Delta P = 0(*)$$

Autrement dit c'est le cas où le coût de la liquidité est toujours nul.

(*) Ici Q est dans R , pas dans R_+ , car on considère qu'une quantité Q qu'on achète peut être vue comme une quantité $-Q$ qu'on vend.

Une autre loi issue de l'observation empirique stipule que :

$$\forall t, \forall Q1, \forall Q2, Q1 > Q2 \implies \Delta P1 \geq \Delta P2$$

En effet, pour une certaine durée de liquidation t , écouler une plus grande quantité d'actifs induira une augmentation du coût global de la liquidité sur l'opération.

Au sens du signe prêt, une loi similaire est aussi vraie si on intervertit le temps t et la quantité Q :

$$\forall Q, \forall t1, \forall t2, t1 > t2 \implies \Delta P1 \leq \Delta P2$$

En effet, si la meilleure opportunité pour liquider l'actif se produit avant $t2$, le coût de la liquidité reste le même, et si elle se produit entre $t2$ et $t1$, le coût de la liquidité diminue.

Les deux dernières formules nous permettent de conclure que le coût de la liquidité est croissant selon l'axe des Q et décroissant selon l'axe des t .

Une autre propriété de la liquidité : quelle que soit la situation de liquidité d'un actif, on doit toujours avoir :

$$\forall Q, \lim_{t \rightarrow +\infty} \Delta P = 0$$

C'est-à-dire que n'importe quelle quantité d'actifs considérée aura un coût de liquidité nul si on se donne un temps infini pour la liquider, et ce quel que soit le marché, même s'il est habituellement considéré comme peu liquide.

On a également :

$$\forall t, \lim_{Q \rightarrow 0} \Delta P = 0$$

Ceci est parfaitement logique. Si on ne fait pas d'échanges de quantités sur un marché, le coût de la transaction est nul, donc le surcoût imputable à l'absence de liquidité est également nul.

Nécessité de la construction d'un nouvel indicateur de liquidité

Les indicateurs de liquidité évoqués dans les sections précédentes ont tous des **propriétés intéressantes** et permettent d'évaluer la liquidité des actifs sous **différents angles**. Toutefois, la plupart ne couvrent pas les trois axes de la liquidité (volume, temps, prix) mais seulement un ou deux. De plus, ils sont souvent spécifiques à la liquidité de certains actifs, par exemple les indicateurs intra-journaliers ne sont utilisables que pour évaluer la liquidité des titres cotés.

Le Saout [1999] avait déjà proposé un **indicateur de liquidité** prenant en compte les **trois dimensions de la liquidité**, mais celui-ci se révèle assez complexe à interpréter avec un assemblage de trois jambes de l'indicateur de liquidité, chacune correspondant à une des dimensions de la liquidité.

Ainsi, une des problématiques est d'élaborer un indicateur permettant de **prendre en compte tous les axes de la liquidité et de comparer les actifs** dans un cadre commun, pour une juste prise en compte des spécificités de chaque investissement.

Aussi, les indicateurs cités précédemment calculaient une unique valeur de la liquidité, alors que cette notion est économiquement très complexe et ne peut se résumer à un chiffre unique. Une approche probabiliste se traduisant par exemple par un intervalle de confiance donnerait un meilleur aperçu du risque encouru sur la liquidité d'un actif ou d'un portefeuille.

Idée générale de l'indicateur ΔPTV_α

Finalement, l'idée retenue est de représenter chaque actif par une surface donnant le coût unitaire de la liquidité ΔP en fonction de la quantité vendue Q et du temps disponible pour conclure la vente t . Cette surface est construite empiriquement à partir des données de marché recueillies $(\Delta P, t, Q)$. On suppose que ΔPTV_α est un quantile au niveau α d'une variable aléatoire Z , pour laquelle on ne fait pas de supposition quant à sa distribution. On peut alors construire des surfaces pour chaque quantile d'intérêt empirique. En l'occurrence, on en a choisis deux : la médiane et le quantile à 99,5%. En premier lieu on utilise une interpolation linéaire pour relier les points, mais celle-ci peut être affinée (interpolation quadratique, B-splines, etc).

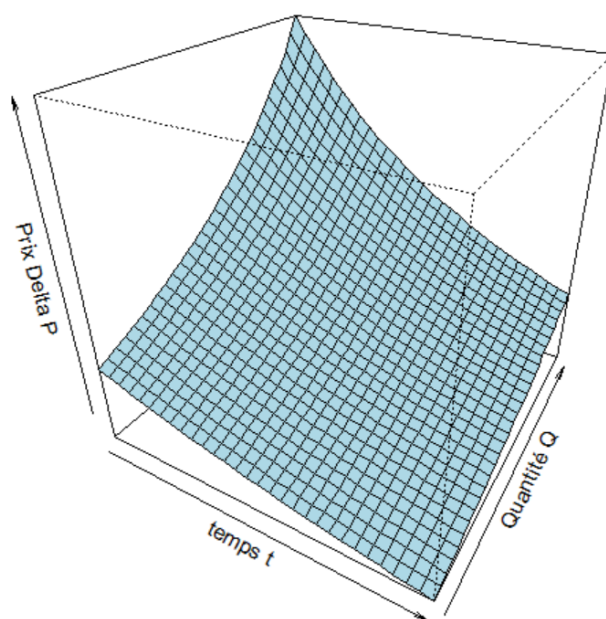


FIGURE 1.13 – Représentation d'un indicateur ΔPTV

Propriété de régularité de l'indicateur ΔPTV_α

En première approximation, la surface représentative de la liquidité est supposée continue, et de plus on pourrait probablement lui attribuer des propriétés de régularité supplémentaire comme être k -lipschitzienne (notion plus forte que la dérivabilité). En effet, la construction de ΔPTV_α repose sur une approche probabiliste et le coeur de son information est donnée par la surface médiane, la médiane éliminant les valeurs extrêmes. De plus, financièrement parlant, il n'y a pas de raison qu'il y ait une rupture dans le coût unitaire de la liquidité à un horizon de temps de donné ou à une quantité particulière, à moins que cela soit relatif à l'organisation propre au marché ou au secteur économique considéré.

Les avantages de l'indicateur ΔPTV_α

Parmi les avantages de ce nouvel indicateur de liquidité, on peut notamment citer :

- comparer les liquidités d'actifs très différents selon une échelle commune (coté/non-coté, vert/non-vert).
- avoir une unité de mesure facilement compréhensible par les investisseurs. En effet, le résultat est donné sous forme d'unité monétaire : euro, dollar, etc.
- prendre en compte les trois dimensions de la liquidité, avec en plus l'idée d'une surface probabiliste selon un seuil de risque α .

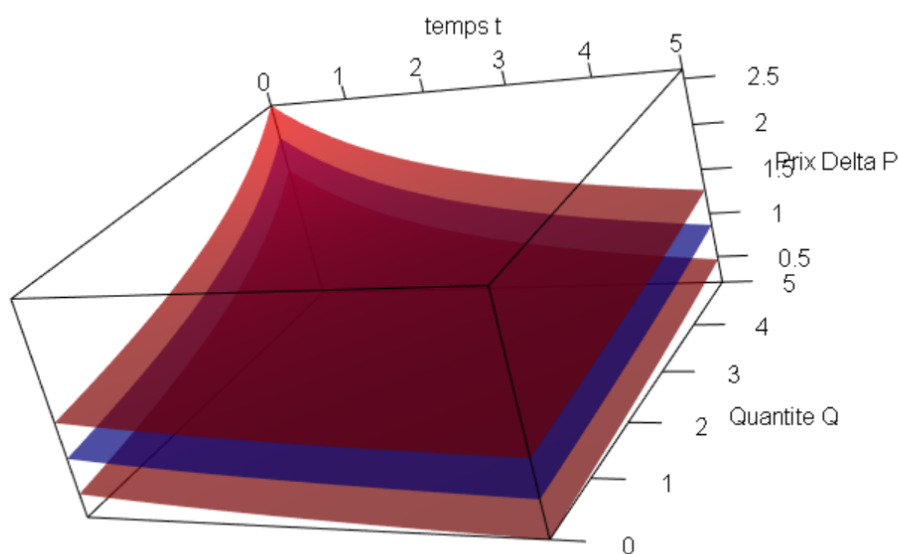


FIGURE 1.14 – Représentation d'un indicateur ΔPTV_α probabiliste : la surface bleue donne le coût moyen de liquidité et les surfaces rouges le coût de la liquidité à deux quantiles, l'un au-dessus et l'autre en-dessous de la moyenne

Décomposition du coût de la liquidité pour les actifs cotés Les principaux **actifs cotés** présents dans le portefeuille des assureurs sont **les actions** et **les obligations**. Bien que ces produits financiers soient très différents par leur nature, leurs **propriétés communes** nous permettent de les traiter de manière similaire du point de vue de la liquidité.

Les différents coûts attribuables à la liquidité pour les actions et les obligations cotées proviennent des facteurs suivants :

- la base du coût de la liquidité est relative à la quantité échangée et au temps nécessaire pour valider la transaction.
- il y a aussi le coût de l'imposition et des différents frais de transaction (il faut en compter la moitié). En effet, on peut considérer qu'une moitié revient à la position acheteuse et l'autre moitié à la position vendeuse. Pour plus d'informations, voir la décomposition indiciaire de la fourchette par [Strange and Kaserer \[2009\]](#) plus tôt dans le mémoire.
- le surcoût local de volatilité, calculé via le MEC.

Discrétisation de l'indicateur ΔPTV_α Dans la réalité, il s'avère complexe de récupérer assez de données pour construire une surface ΔPTV large et ayant une régularité satisfaisante. De plus, si on ajoute l'aspect probabiliste avec la recherche en chaque point de la distribution de la variable aléatoire Z associée, on obtient une complexité et un amas de données à rechercher importants et peu utiles en pratique.

Ainsi, on va chercher à discrétiser la surface et ne garder que les points $(\Delta P, t, V)$ utiles en pratique pour la suite de notre modélisation et de nos simulations.

Discrétisation selon le temps t Dans notre cas, on sait que l'exigibilité des fonds d'un contrat d'assurance-vie suite à un rachat est de **30 jours**, donc on pourrait prendre une première durée limite $d1$ de **20 jours**, prenant en compte que les démarches administratives et les transferts de fonds qui freinent la libération des fonds. On peut aussi cibler une durée un peu plus lointaine $d2$ qui peut être de **60 jours**, qui va permettre d'obtenir des informations sur la liquidité à moyen-terme des actifs de liquidité intermédiaire. Cela pourrait trouver son utilité en cas de réallocation des actifs en situation de crise, car si la liquidité est bonne, on peut chercher à vendre des actifs de liquidité intermédiaire pour obtenir des actifs très liquides.

En première approximation, on considèrera que ΔP ne varie pas en fonction du volume échangé V . En effet, on se place dans le cadre de la gestion de la liquidité d'une compagnie d'assurance. Pour les actifs cotés, un acteur seul ne va pas voir son coût de liquidité évoluer en fonction du volume, il est trop petit par rapport à la taille du marché. La quantité ne sera pas un facteur discriminant non plus dans le cadre des transactions en Private Equity, étant donné que les compagnies sont souvent vendues soit entières, soit en gros blocs. Ainsi, il n'y a pas de discrétisation possible en fonction de la quantité échangée.

Ainsi, nous aurons deux distributions à étudier : Une distribution du coût de la liquidité avec une durée de liquidation de 20 jours et une distribution avec une durée de liquidation de 60 jours. Pour chaque distribution, il sera possible, soit de réaliser des tests pour connaître la loi approximative de la distribution obtenue, soit d'utiliser directement la distribution obtenue pour le calcul des quantiles.

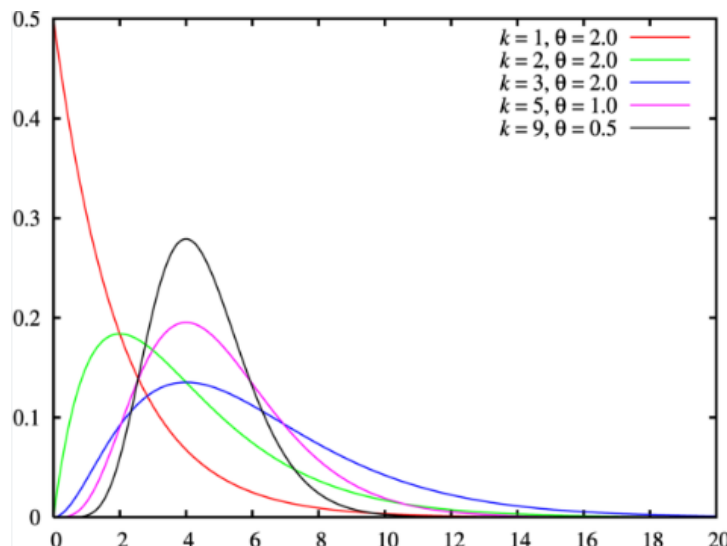


FIGURE 1.15 – Représentation de plusieurs lois Gamma (source : Wikipedia)

Prise en compte de l'évolution temporelle T Une quatrième grandeur, notée T et de nature temporelle comme t , pourrait être ajoutée pour prendre en compte l'évolution de la liquidité d'un actif ou d'un marché au cours du temps. En effet le triplet $(Q, t, \Delta P)$ peut évoluer au cours du temps en fonction de l'apparition de facteurs favorables ou défavorables à l'état de liquidité.

Par exemple, dans le cadre du Private Equity (non-coté), les fonds sont complètement illiquides au début du financement mais peuvent le devenir beaucoup plus au fur-et-à mesure de l'opération. On pourrait donc considérer le quadruplet $(T, Q, t, \Delta P)$. Toutefois, on fera le choix dans la suite de ce mémoire de ne pas prendre en compte cette quatrième dimension T , considérant que pour les situations étudiées le coût moyen de la liquidité n'évolue pas ou peu au cours du temps. Cette approximation est bien justifiée pour des produits financiers largement échangés sur les marchés et dont les caractéristiques sont bien connues par les investisseurs.

1.3 Le risque de liquidité dans la directive Solvabilité II

1.3.1 Rappels Solvabilité II et importance du risque de liquidité

Bâle III : le risque de liquidité dans la réglementation bancaire

Avant de s'intéresser à la réglementation Solvabilité II en assurance, il peut être bon de rappeler les grands principes de la réglementation bancaire Bâle III en terme de liquidité. En effet, Solvabilité II s'inspire fortement de Bâle III en ce qui concerne ce risque.

Le Comité de Bâle vise à assurer la stabilité et la fiabilité du système bancaire et financier à un niveau international. Créé en 1974 à l'initiative des directeurs des 10 plus grandes banques centrales mondiales, il regroupe aujourd'hui 27 pays. Les travaux du Comité de Bâle ont successivement abouti à la publication des accords de Bâle I en 1988, Bâle II en 2004 et Bâle III en 2010.

Parmi les principales lignes directrices proposées par Bâle III, on peut noter l'introduction de deux ratios de liquidité : le **Liquidity Coverage Ratio (LCR)** et le **Net Stable Funding Ratio (NSFR)**.

Le **LCR** est un ratio à un mois. Son but est de permettre de faire face à des crises de liquidité à court-terme dues à des sorties de trésorerie imprévues, en rendant indispensable dans le bilan des banques la présence d'actifs très liquides.

En complément du LCR mais pour des engagements à plus long-terme, il existe un second ratio : le **NSFR**. Alors que le ratio LCR vise plus spécifiquement à prévenir des impacts d'une crise systémique, le NSFR vise à ce que les banques puissent résister à une situation de crise qui leur est intrinsèque. Le ratio NSFR se calcule comme le quotient entre les ressources stables à un an et les besoins de financement à un an. Ce ratio doit être supérieur à 100%.

Dans la lignée du secteur bancaire, le **secteur de l'assurance** a vu sa réglementation évoluer afin de mieux gérer le risque de liquidité. Solvabilité II est une norme prudentielle européenne entrée en vigueur à partir du 1er janvier 2016 qui comprend un volet sur la liquidité. Alors que Solvabilité I envisageait une marge de solvabilité en fonction de pourcentages sur les primes et les sinistres, la réglementation de Solvabilité II vise à intégrer le risque comme les autres, par l'application d'une formule standard ou la prise en compte des résultats d'un modèle interne.

Solvabilité II : ce que dit la réglementation sur le risque de liquidité

Pour rappel, la réforme Solvabilité II repose sur 3 piliers :

- Pilier I : les normes quantitatives de calcul des provisions techniques et des fonds propres à travers les exigences du **MCR (Minimum Capital Requirement)** et du **SCR (Solvency Capital Requirement)**.
- Pilier II : ORSA (Own Risks and Solvency Assessment), renforcement de la gouvernance et processus de contrôle renforcés.
- Pilier III : politique de publication des informations détaillées à destination du public et des autorités de contrôle.

Définitions de la liquidité en termes Solvabilité II La directive Solvabilité II définit le risque de liquidité (chapitre I, article 13) comme **le risque, pour les entreprises d'assurance et de réassurance, de ne pas pouvoir réaliser leurs investissements et autres actifs en vue d'honorer leurs engagements financiers au moment où ceux-ci deviennent exigibles.**

Cette définition est très proche de celle de l'IAS (International Association of Insurance Supervisors) : « The risk that an insurer is unable to realize its investments and other assets in a timely manner in order to meet its financial obligations, including collateral needs, as they fall due ».

Ce qui, en français, donne : **Le risque qu'un assureur ne puisse pas réaliser ses investissements et autres actifs en temps opportun afin de répondre à ses obligations financières, y compris les besoins en garantie, à mesure qu'elles se présentent.**

Ces définitions lient bien le risque de liquidité avec la correspondance des sources (actifs, primes, etc) et des besoins de liquidité (passifs, sinistres, etc).

Risque de liquidité et révision de Solvabilité II (2020) Dans la **révision de Solvabilité II** proposée par la Commission en Septembre 2020, celle-ci précise que (texte traduit en français) :

- (52) Les récentes crises économiques et financières, en particulier la crise découlant de la pandémie de Covid-19, ont démontré qu'**une gestion prudente de la liquidité par les entreprises d'assurance et de réassurance peut prévenir les risques pour la stabilité du système financier.** Pour cette raison, il devrait être exigé des entreprises d'assurance et de réassurance de renforcer la gestion et la planification de la liquidité, notamment dans le contexte de situations défavorables touchant une grande partie ou la totalité du marché de l'assurance et de la réassurance.
- (53) Chaque fois que des entreprises présentant des profils particulièrement vulnérables, telles que celles ayant des passifs instables ou détenant des actifs illiquides, ou présentant des vulnérabilités en matière de liquidité susceptibles d'affecter la stabilité financière globale, ne remédient pas de manière appropriée à la situation, les autorités de surveillance nationales devraient être en mesure d'intervenir pour renforcer leur position en matière de liquidité.
- (54) Les autorités de surveillance devraient disposer des pouvoirs nécessaires pour préserver la position de solvabilité de certaines entreprises d'assurance ou de réassurance lors de **situations exceptionnelles** telles que des événements économiques ou de marché défavorables touchant une grande partie ou la totalité du marché de l'assurance et de la réassurance, dans le but de protéger les assurés et de préserver la stabilité financière. Ces pouvoirs devraient inclure la possibilité de restreindre ou de suspendre les distributions aux actionnaires et

autres prêteurs subordonnés d'une entreprise d'assurance ou de réassurance donnée avant qu'une violation effective des exigences de capital de solvabilité ne survienne. Ces pouvoirs devraient être appliqués au cas par cas, respecter des critères communs fondés sur les risques et ne pas compromettre le fonctionnement du marché intérieur.

Ce que dit l'Institut des Actuaire

Dans les paragraphes qui suivent, nous reprendrons essentiellement les conclusions du rapport 2023 de l'Institut des Actuaire sur le risque de liquidité ([des Actuaire \[2023\]](#)). Les passages directement issus de ce rapport sont cités entre guillemets : « ».

Eléments issus du stress-test EIOPA 2021 Le volet liquidité des stress-tests EIOPA reprend un certain nombre de points développés dans EIOPA-BoS-20/760 et apprécie la liquidité de deux façons :

- une vision flux, basée sur les flux entrant et sortant de la trésorerie de l'assureur
- et une vision stock, basée sur les valeurs de marché des actifs et les Best Estimate (passifs), les deux étant considérés comme un « stock » de flux futurs.

Ces deux visions sont testées selon un scénario de stress (hausse de sinistralité, baisse des marchés, etc).

Ces deux visions peuvent être vues comme **deux variations d'un même spectre**. Comme la vision « flux » est considérée sur une période restreinte (un trimestre), elle ne permet pas nécessairement de voir l'effet de la liquidité après la concrétisation d'un stress à un horizon plus lointain. La vision « stock » néglige la dimension temporelle et ne permet pas de voir les éventuelles impasses de trésorerie à des instants t compris entre l'instant initial $t = 0$ et l'instant final d'observation $t = T$.

Une vision intermédiaire, plus commune dans les pratiques de l'industrie assurantielle, se baserait sur des échéanciers afin d'identifier les impasses éventuelles tout en permettant de tester des chocs. L'IA a remarqué qu'il était regrettable que l'EIOPA n'ait pas essayée de construire une méthodologie basée sur son indicateur (à date du 6/02/2024) :

$$\text{Liquid liability}_t = t \cdot \frac{BE}{\text{Duration}BE}$$

Selon la valeur de t , inférieure ou supérieure à 1, cet indicateur constitue alternativement un ratio proche d'un ratio de liquidité ou un ratio ALM.

Par ailleurs, l'EIOPA a soutenu la mise en place d'« actions de gestion réactives », c'est-à-dire la mise en place de mesures correctives suite à l'apparition d'un événement dégradant la solvabilité générale de l'assureur. Dans son rapport, l'EIOPA relève que le risque de rachat est le plus prégnant, avec une fragilité exacerbée pour le dernier quartile de la distribution de la masse des rachats.

Le risque de liquidité dans l'ORSA

La gestion du risque de liquidité est importante à prendre en compte dans la direction de la politique de l'entreprise et dans son système de gestion des risques (ORSA). L'EIOPA a publié un document visant à présenter les principales méthodologies applicables pour stresser la liquidité dans un cadre assurantiel. Elle définit deux composantes à prendre en compte pour la liquidité :

- la liquidité de l'actif. Selon la définition du Comité de Bâle, un actif est liquide s'il « peut immédiatement être échangé avec peu ou pas de pertes de valeur, même en période de stress ».
- la liquidité du passif : dans ses travaux de 2019, l'EIOPA considère un passif comme liquide sur une période « s'il permet de détenir des actifs sur une période avec un faible risque de devoir les vendre ». Pour les contrats d'épargne, cette liquidité provient principalement des options de rachat accordées aux assurés.

La stratégie d'allocation demeure un vecteur majeur de gestion et de contrôle du risque. Cela peut se traduire par des montants de trésorerie à conserver ou des limites sur les catégories d'actif les moins liquides. De plus, les acteurs de la place s'appuient sur des **indicateurs de liquidité** et divergent selon les assureurs. Certains acteurs ont mis en place des mesures d'urgence, au travers de la mutualisation au niveau groupe de la gestion du risque de liquidité, ou au travers de financements spécifiques à des situations dégradées.

La gestion du risque de liquidité reste toutefois vague dans la réglementation, que ce soit en terme de sélection d'actifs ou en terme de scénarios utilisés. En effet, les termes utilisés dans les actes délégués (articles 49 à 51) ainsi que les articles L.351-2, R351-6, R354-2, R354-2-1, R354-3-2, R355-7 du code des assurances ne précisent pas spécifiquement les éléments à prendre en compte pour l'élaboration du plan de liquidité.

1.3.2 Cadre d'étude de la liquidité EIOPA et projections de Bilan

Proposition d'un cadre d'étude du risque de liquidité par l'EIOPA

Simplification et proportionnalité Dans sa note, l'Institut des Actuaire propose un cadre d'étude pour effectuer des tests de liquidité, d'une part en condition « normale » de marché et d'autre part en condition stressée. Il est mentionné que la **complexité des tests effectués doit rester cohérente avec le niveau de risque encouru**.

« Les acteurs de petite taille ou avec des activités et des produits simples devraient pouvoir se contenter de peu d'éléments dans leur gestion du risque de liquidité, notamment :

- le suivi d'indicateurs clés montrant l'absence d'impasse de trésorerie à horizon court-terme
- le respect global des équilibres actif-passif à l'horizon du business plan
- des procédures garantissant des niveaux de prudence quant à la liquidité disponible pour les paiements prévisibles, ou des procédures d'alerte le cas échéant. »

Problématiques identifiées Ci-dessous se trouve une liste de questions qui se posent lors de la construction d'un test de liquidité :

Scénario central ou adverse pour les exigences sur le VA et sur le LTEI Une question intéressante à se poser est la suivante : comment la liquidité doit-elle s'apprécier dans le cadre du VA et dans le cadre du LTEI (*) ?

(*) En 2019, le règlement délégué a fait apparaître une nouvelle classe d'actifs dans la formule standard, les actions détenues sur le long terme ou LTEI (Long Term Equity Investment). Cette nouvelle classe d'actifs a un coût en capital allégé à 22%, contre 39% pour les actions de type I.

(**) Définition (ACPR) : la correction pour Volatilité ou Volatility Adjustment (VA) est une correction que les organismes d'assurance utilisent pour corriger la courbe des taux d'intérêt sans risque par la volatilité supplémentaire supportée, ce qui leur permet d'actualiser de manière plus fine leurs engagements.

Finalement, l'EIOPA préconise de ne garder qu'un scénario central dans le cadre du VA et des actions de type LTEI, l'assureur s'étant engagé à garder ces actions pendant une durée longue, en général supérieure à 10 ans.

Horizon temporel La gestion du risque de liquidité est souvent vue comme une problématique de court-terme, en considérant qu'au-delà d'un certain délai (de quelques semaines à quelques mois), les acteurs auront la possibilité de rééquilibrer leur bilan ou de trouver des sources de financement. Toutefois, les crises de liquidité ont beau être la plupart du temps soit rares, soit de faible ampleur, il peut se produire des crises de liquidité majeures qui nécessitent une anticipation et une constitution de réserves, planifiées sur des durées longues, parfois supérieures à 5 ans. La question se pose de savoir à quel horizon le risque de liquidité doit être géré.

Dans la note de l'Institut des Actuaire de 2023, l'idée finalement retenue est de considérer que deux horizons doivent être pris en compte dans les projections. En effet, si le risque de liquidité se matérialise à court-terme, il doit être anticipé à moyen et long terme.

Prise en compte des primes futures « A très court-terme, c'est-à-dire au plus quelques mois, les primes n'influent pas forcément sur le risque de la compagnie. Au-delà du très court terme, ne pas prendre en compte les primes futures peut être problématique. En effet :

- D'une part, certaines impasses de trésorerie peuvent se compenser par des anticipations sur les primes futures.
- Dans le sens inverse, ne pas prendre en compte les primes futures conduit à une réduction du bilan et des ventes d'actifs. On peut alors sous-estimer le risque de liquidité à la vente. »

Principes retenus pour la mesure du risque de liquidité « Dans cette partie, on détaille les grands principes qui doivent être pris en compte pour prévenir de problèmes dans la gestion du risque de liquidité. Le suivi rigoureux de ces principes doit permettre de respecter les exigences en termes de gestion de liquidité pour l'application du VA, pour l'application de la mesure LTEI ou pour la supervision macro-prudentielle.

Parmi ces grands principes, cités dans la note [des Actuaire](#)s [2023], on retrouve :

- Une projection simulée sur un horizon cohérent avec la gestion du risque de liquidité et le business plan ;
- Une projection réalisée en situation centrale et dégradée ;
- Le test doit permettre d'identifier et de quantifier les éléments déclenchant les impasses de trésorerie ;
- Le test doit permettre d'identifier les leviers disponibles pour remédier aux impasses de trésorerie, notamment les ventes d'actifs ;
- Le test se fait en continuité d'activité et les primes futures / renouvellement doivent être pris en compte lorsque cela est pertinent. »

Durée de projection T , horizon de cadencement θ et durée de cadencement ν

Il s'agit de considérer une **durée de long terme** T , au-delà de laquelle le risque de liquidité est considéré comme nul ou négligeable. Cette durée est au minimum égale à 5 ans (durée d'engagement sur les LTEI) et peut couvrir un horizon allant jusqu'à échéance du portefeuille.

Tout au long de cette durée T , on définit une **durée de cadencement** ν relativement courte, au cours de laquelle on calcule la somme probable en scénario central et en scénario stressé des flux entrant et sortant du bilan. En assurance-vie, cette durée peut logiquement être choisie comme étant de 30 jours, ceci correspondant à la durée légale entre la décision pour un assuré de racheter son contrat et le règlement des prestations correspondantes par l'assureur. On peut aussi prendre une marge et choisir $\nu = 20$ jours en durée de cadencement.

Ensuite, il faut choisir un **horizon de cadencement** θ qui peut par exemple être d'une durée égale à trois durées de cadencement ν (ainsi, cela fait par exemple 60 jours si on a choisi 20 jours pour ν) et qui correspond à la **durée d'une crise de liquidité de grande ampleur**. Par exemple, cela peut être une vague massive de rachats. On considère en particulier que deux crises de liquidité consécutives sont peu probables. Ceci est d'autant plus vrai dans le cas de rachats. En effet, si la vague de rachats de la première crise de liquidité a été très importante, le portefeuille restant est de plus faible importance devant la taille de la compagnie et les assurés les plus à même de racheter leur contrat l'ont déjà fait lors de la première vague.

Le choix de cet horizon θ de 60 jours (environ 3 mois) se justifie également par le fait qu'au-delà de cette durée, la compagnie peut trouver des fonds dans le cadre d'une procédure « normale » sans activer un financement d'urgence ou procéder à des ventes d'actifs.

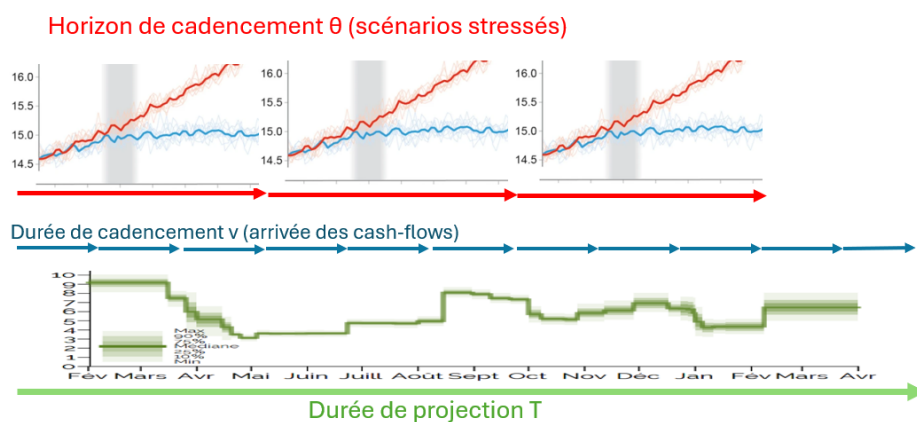


FIGURE 1.16 – Projection de Bilan et coût en liquidité

Eléments projetés « Tous les éléments donnant lieu à des flux de trésorerie doivent être projetés, qu'ils proviennent de l'actif ou du passif en environnement monde réel :

A l'actif :

- Repo
- Appels de marge
- Remboursements obligataires
- Coupons
- Dividendes
- Loyers
- Transactions intra-groupe

Au passif, nous avons :

- Primes issus des contrats à tacite reconduction et des nouveaux contrats
- Rachats
- Prestations
- Frais
- Avances sur contrats
- Versements de dividendes / coupons
- Remboursement ou projet d'émission de dettes
- Transactions intra-groupe »

« Les réinvestissements doivent se faire suivant la stratégie d'allocation d'actifs, selon des hypothèses cohérentes avec la politique d'investissement de l'entreprise et les conditions de marché. »

Deux scénarios : central et stressé

L'EIOPA recommande la construction de deux scénarios :

« Un **premier scénario de projection**, basé sur des hypothèses « moyennes » est utilisé. Ces hypothèses, définies en monde réel, sont cohérentes au passif avec le business plan et l'expérience de la compagnie. Elles le sont également à l'actif avec des hypothèses de développement moyennes de l'environnement économique. »

Ensuite, on peut construire un **second scénario qui aggrave les sorties de trésorerie** en se basant sur des chocs adverses du point de vue de la trésorerie et sur l'horizon considéré. « Ce second scénario doit être réalisé avec des hypothèses de marché défavorables (stress des marchés) pour quantifier l'éventuel coût de cette hausse des prestations en période défavorable. »

« Pour les compagnies où la production nouvelle est un élément structurant dans la gestion de la liquidité, un choc sur cette production peut être effectué. »

Succès et échec du test « Si les scénarios ne font pas apparaître d'impasse de trésorerie, ou que les impasses de trésorerie peuvent être adressées sans vendre des actifs de manière contrainte, le test est passé avec succès. »

Mesures d'atténuation du risque de liquidité

Cette partie donne des indications sur comment suivre et atténuer le risque de liquidité avec des mesures simples qui peuvent être mises en place dans la politique de gestion d'une entreprise d'assurance.

Suivi et gestion au niveau micro-prudentiel « Afin de limiter les événements générant des impasses de trésorerie, une gestion court-terme de la trésorerie disponible et des entrées/sorties attendues doit être réalisée. Parmi les éléments qui permettent de gérer une trésorerie de court-terme pour contrer le risque de liquidité, on peut citer :

- La constitution d'une trésorerie de précaution, définie et maintenue dans les tactiques d'allocations stratégiques.
- Un engagement d'actions correctrices dans le cas où la trésorerie disponible passerait en dessous de la trésorerie de précaution pour palier au risque de liquidité. Par exemple, il peut s'agir de l'arrêt des investissements jusqu'à atteindre le niveau de liquidité souhaité.
- Le déploiement de projections à court terme pour permettre d'identifier les insuffisances de trésorerie, afin que des actions correctrices puissent être mises en place tels que des transferts entre comptes bancaires, des ventes de titres ou des mises en pension d'actifs ;
- L'existence d'une procédure de surveillance renforcée en cas d'alerte sur besoin de liquidité ou stress de liquidité sur les marchés, comme ce fut le cas lors de l'annonce de la pandémie de Covid-19 en mars 2020.
- La définition de traités de réassurance propres à chaque entité en lien avec le risque identifié. Cela permettrait de limiter les impacts de flux sortants pouvant amener à des gaps de trésorerie. Toutefois, cette mesure d'atténuation absorbe peu le risque de liquidité du fait du délai entre l'exigibilité des montants par les assurés et le remboursement par les réassureurs.
- La diversification des supports de liquidité (OPC monétaires, comptes à termes, contrats de capitalisation, livrets, comptes bancaires, ...) et la diversification des contreparties bancaires.
- Sur la partie obligataire, des mécanismes de swap de taux ou de Credit Default Swap (CDS) sont là également pour accompagner les fluctuations de marché et pouvoir ajuster la temporalité des flux et la durée.
- Concernant les UC les plus illiquides, notamment les UC immobilières, des stress-tests spécifiques sont fortement incités à être mis en place.
- L'incitation des assurés à travers des campagnes commerciales à la diversification des supports illiquides proposés. »

Management : les actions possibles « Si jamais un « point mort » est atteint, les actions de management activables en cas de crise de liquidité peuvent être les suivantes :

- une demande de prêt auprès d'une ou plusieurs contreparties bancaires. La mise en œuvre de cette action correctrice est facilitée si une ligne de crédit d'urgence permanente a été négociée en amont. Dans les clauses de négociation importantes, on peut citer notamment la durée ou les conditions financières.
- Il peut aussi y avoir le déclenchement de la solidarité entre les entités d'un Groupe ayant des liens capitalistiques. »

Chapitre 2

Quantifier la liquidité des actifs avec l'indicateur ΔPTV_{α}

2.1 Quantifier la liquidité des titres cotés et calculs de ΔPTV_{α}

2.1.1 Calculs de ΔPTV_{α} pour les actions

A la recherche de données pour des titres cotés

Comme nous avons pu l'apprendre au chapitre I, il existe différents indicateurs permettant d'évaluer la liquidité des titres cotés. En réalité, pour obtenir une information parfaite sur la liquidité des titres cotés, il faudrait non seulement s'intéresser à leur **cotation en bourse** comme nous allons le faire, mais aussi réaliser une étude parallèle sur le **marché par blocs**. Sur les marchés par blocs s'échangent en effet des titres directement d'acteurs à acteurs, ce qui permet d'éviter des coûts de transaction intermédiaires pour de grands montants de transactions.

Toutefois, les marchés de gré à gré sont multiples et parfois peu transparents, ce qui empêche de recueillir des données fiables et homogènes les concernant. Ainsi nous nous contenterons des données disponible sur un marché coté classique, accessible par tous les acteurs et notamment les particuliers.

Choix des données

Pour récupérer des données de cours d'actions et de carnets d'ordre, on s'appuiera sur les données fournies par **Boursorama** issues des échanges répertoriés sur **Euronext**, la principale place boursière de la zone Euro.

On cherche à récupérer des informations afin de calculer différents indicateurs de liquidité, dont l'indicateur de liquidité ΔPTV_{α} . Ainsi, pour chaque action, nous tenterons d'obtenir :

- la distribution des valeurs journalières des **fourchettes** affichées.
- le **coût des quantités échangées** à partir des informations sur les quantités disponibles au carnet d'ordre.
- des informations sur les **frais unitaires de transaction** en fonction de la quantité échangée.

Investigation des carnets d'ordre

Les **carnets d'ordre** nous permettent de recueillir plusieurs informations sur la nature liquide des actifs. Nous pouvons en effet calculer la fourchette moyenne et son évolution dans le temps, ainsi que les quantités disponibles à l'achat (Bid) et la vente (Ask) et le λ de Kyle. Plus la fourchette est faible et constante dans le temps, meilleure la liquidité est car l'acteur qui veut acheter ou vendre tout de suite peut réaliser une transaction sans s'éloigner de la valeur centrale de marché. De plus, des quantités importantes au carnet d'ordre et un λ de Kyle élevé témoignent de la profondeur d'un carnet d'ordre et donc de sa liquidité du point de vue des quantités.

Dans un premier temps, pour se familiariser avec les données Boursorama, nous avons cherché à calculer et à suivre l'évolution dans le temps de quelques grandeurs, à savoir :

- les quantités disponibles à l'achat et à la vente
- les λ de Kyle
- les fourchettes (en nbre de tics et en % de la valeur de l'action)

Nous nous sommes positionnés un jour de stabilité des marchés et avons relevé les grandeurs présentées ci-dessus tous les quarts d'heure entre 14h et 16h pour les actions des sociétés Alstom, Amundi et AXA, trois sociétés bien établies à la bourse de Paris.

Pour la société Alstom, on obtient le tableau ci-dessous :

Quart d'heures	14h	14h15	14h30	14h45	15h	15h15	15h30	15h45	16h
λ de Kyle	1129592	1060008	1037524	877031	1122914	1044986	991089	786471	896532
Qtés Carnet d'ordre acheteur (en euros)	304258	230257	263674,53	221304,96	271108,5	292192,3	288227,78	238544,3	278774,6
Qtés Carnet d'ordre vendeur (en euros)	397420	424604	403548,39	430362,72	483705,3	391935	338096,01	269535,9	288510,5
Qtés totales (en euros)	701678	654861	667222,92	651667,68	754813,8	684127,4	626323,79	508080,2	567285,1
fourchette relative (en % de la valeur de l'action)	0,03%	0,05%	0,05%	0,08%	0,05%	0,05%	0,05%	0,08%	0,05%

FIGURE 2.1 – Tableau des données recueillies pour Alstom

Ce qui donne le graphique suivant :

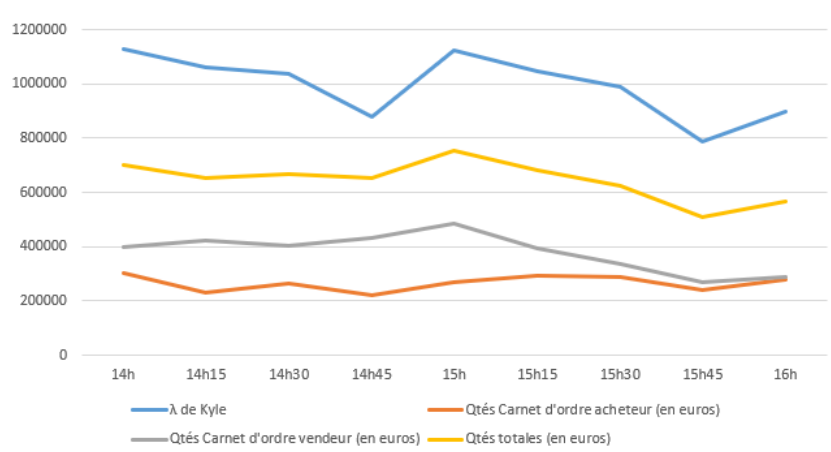


FIGURE 2.2 – Graphique des données recueillies pour Alstom

Observations : On observe une grande stabilité dans l'évolution des paramètres. Il y a une bonne répartition et un bon volume de quantités à l'achat et à la vente, et le λ de Kyle est stable au cours du temps. Il semble s'amenuiser légèrement à l'approche de cloture de la bourse (17h30), ce qui paraît logique et renforce la crédibilité de cet indicateur. En effet, la liquidité est moins

bonne au moment de la fermeture du marché puisque moins d'acteurs se présentent pour vendre ou acheter des titres à ce moment-là.

Les graphiques obtenus pour Amundi et AXA sont les suivants, les tableaux étant en annexe :

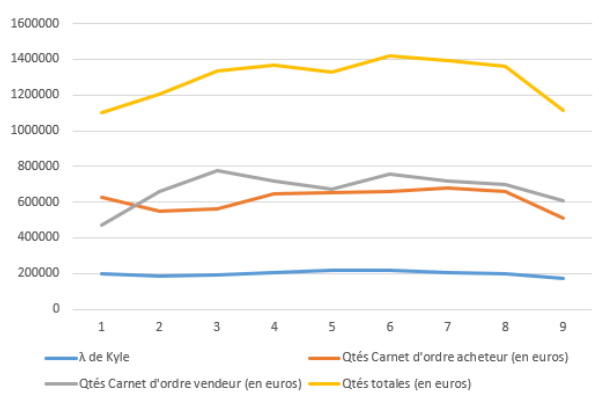


FIGURE 2.3 – Graphique des données recueillies pour Amundi

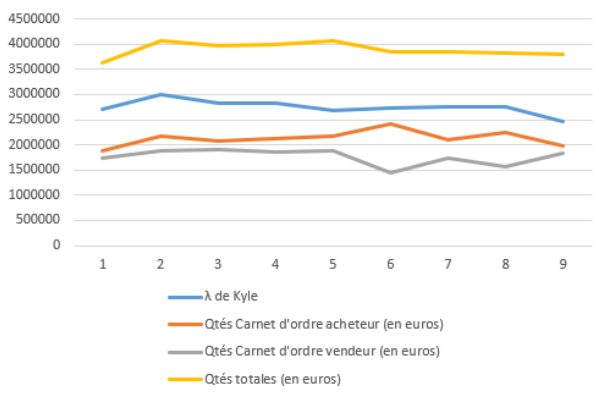


FIGURE 2.4 – Graphique des données recueillies pour AXA

Obtention du λ de Kyle

Pour obtenir une estimation du λ de Kyle, on part des vecteurs de données X pour les prix et Y pour les quantités. On retranche à tous les éléments du vecteur des prix X le prix du milieu de fourchette p_{moy} . Ensuite, il suffit de comptabiliser les quantités proposées par les acheteurs en négatif et celles par les vendeurs en positif et d'**ajuster une régression linéaire** qui repose sur l'équation :

$$Y = \lambda.X$$

avec λ le λ de Kyle.

On doit alors trouver $\hat{\lambda}$ qui minimise l'écart des moindres carrés entre $\hat{\lambda}.X$ et Y .

Analyse des fourchettes

L'analyse des fourchettes montre que celles-ci sont très faibles, indicateur d'une bonne liquidité. Ainsi, sur les 27 fourchettes recueillies, toutes sont comprises entre 1 et 3 tics de cotation : 10 sont à 1, 14 sont à 2 et 3 sont à 3. Cela nous donne des fourchettes comprises entre 0,03% et 0,6% de la valeur de l'actif. Nous pouvons en conclure que l'impact en liquidité des fourchettes était nul ou quasi-nul au moment de notre étude, c'est-à-dire en période calme des échanges en bourse. **A noter** que pour un marché parfaitement liquide, l'**impact des tics sur les prix échangés n'est pas négligeable**, avec un tic variant de 0,03% à 0,28% de la valeur des actifs.

Modèle de Poisson pour les fourchettes

Après avoir observé les fourchettes, nous proposons d'ajuster un modèle de Poisson pour leur distribution. On a en effet constaté que sur les marchés actions et obligations, très liquides, il n'y avait pas d'observations extrêmes et que celles-ci étaient regroupées autour de la moyenne (cohérent avec une loi de Poisson).

Pour rappel, l'estimateur du maximum de vraisemblance de λ le paramètre d'une loi de Poisson est donné par la moyenne des valeurs observées X_i . Ici cela donne :

$$\hat{\lambda} = 1,74$$

Le quantile à 99,5% d'une loi de Poisson avec ce paramètre est donné à 5,005, en arrondissant on pourra retenir la valeur de 5 tics.

Notre étude (décrite plus tard) sur 30 actions nous a montré que la valeur relative d'un tic par rapport au cours de l'action était d'environ 0,06%.

Cela nous donne :

$$\Delta PTV_{\text{central}}^{\text{fourchette}} = 0,06 * 2 = 0,12\%$$

$$\Delta PTV_{\text{stressé}}^{\text{fourchette}} = 0,06 * 5 = 0,30\%$$

Déterminer le lien entre la quantité échangée Q et le coût unitaire en liquidité ΔP_Q à partir du λ de Kyle

Revenons à un peu de théorie. Pour les trois actions considérées, nous avons calculé le λ de Kyle.

On sait que le coût unitaire en liquidité de la quantité échangée ΔP_Q est calculé de la façon suivante :

$$\Delta P_Q = \frac{1}{\sum_{i=1}^n Q_i} \cdot \sum_{i=1}^n Q_i \cdot \Delta P_i$$

avec :

- n le nombre de ΔP (différence de Prix avec le Prix de milieu de fourchette) différents pour arriver à la quantité souhaitée.
- et Q_i la quantité disponible à l'écart de prix ΔP_i .

On va chercher à déterminer si on peut établir un lien entre la quantité achetée et l'écart de prix unitaire payé par l'acheteur.

Si on suppose qu'il y a un lien linéaire donné par λ entre le prix P et la quantité Q proposée, alors on peut écrire :

$$Q = \lambda \cdot P$$

Déterminons le prix maximum payé sur une quantité d'actif si la transaction se fait instantanément sur le carnet d'ordre :

On cherche P_{max} tel que :

$$\begin{aligned} \int_{P_{milieu}}^{P_{moy}} \lambda \cdot x \cdot dx &= \int_{P_{moy}}^{P_{max}} \lambda \cdot x \cdot dx \\ \Leftrightarrow P_{moy}^2 - P_{milieu}^2 &= P_{max}^2 - P_{moy}^2 \\ \Leftrightarrow P_{max} &= \sqrt{2 \cdot P_{moy}^2 - P_{milieu}^2} \end{aligned}$$

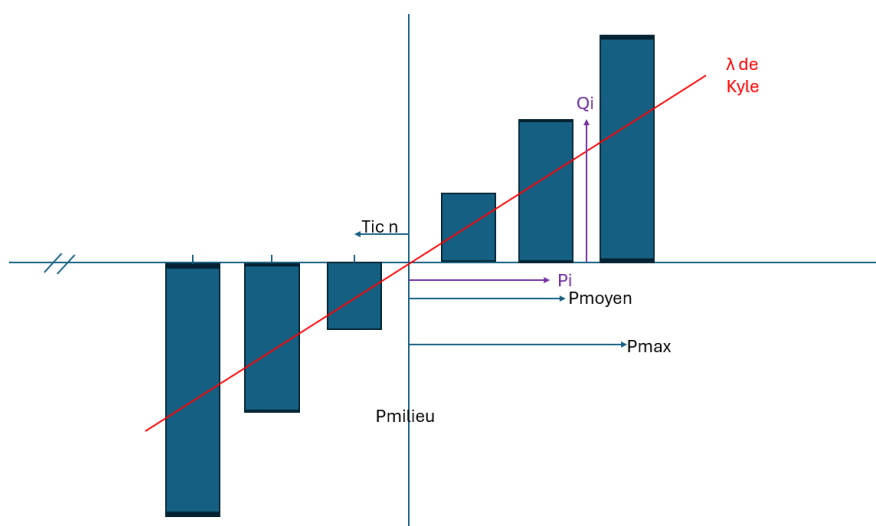


FIGURE 2.5 – Schéma d'un carnet d'ordre représentant les quantités évoquées

Or la quantité à relier Q est la somme des quantités achetées de 0 jusqu'à Q_n .

Détermination de Q_n

Toute la difficulté se situe sur la quantité achetée pour le dernier tic Q_n . En effet, celle-ci ne vérifie pas forcément la relation $Q_n = \lambda \cdot P_n$. Déterminons-la.

On sait que :

$$P_{moy} = \frac{Q_1 \cdot P_1 + Q_2 \cdot P_2 + \dots + Q_n \cdot P_n}{Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n}$$

Or si on suppose en toute généralité qu'il existe une fonction f telle que $Q = f(P)$, on a :

$$P_{moy} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} f(P_i) \cdot P_i + Q_n \cdot P_n}{\sum_{i=1}^{n-1} f(P_i) + Q_n}$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow P_{moy} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n-1} f(P_i) + Q_n \right) &= \sum_{i=1}^{n-1} f(P_i) \cdot P_i + Q_n \cdot P_n \\
\Leftrightarrow Q_n \cdot (P_n - P_{moy}) &= \sum_{i=1}^{n-1} f(P_i) \cdot (P_{moy} - P_i) \\
\Leftrightarrow Q_n &= \frac{\sum_{i=1}^{n-1} f(P_i) \cdot (P_{moy} - P_i)}{P_n - P_{moy}}
\end{aligned}$$

Calcul de Q

Pour calculer la somme des quantités, il nous faut le nombre de tics entre P_{milieu} et P_{max} , obtenu de la façon suivante : $n = \text{nbre tics} = \lfloor \frac{P_{max} - P_{milieu}}{\text{valeur unitaire tic}} \rfloor + 1$.

On sait que l'on a :

$$Q = \sum_{i=1}^{n-1} Q_i + Q_n = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda \cdot P_i + Q_n$$

avec Q_n calculé précédemment.

Or

$$\forall i \in \{1, \dots, n-1\}, P_i = ((P_{max} - P_{milieu}) * i) / n + P_{milieu}$$

et :

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{i}{n} = \frac{(n-1) * n}{2 * n} = \frac{n-1}{2}$$

D'où :

$$Q = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda \cdot P_i + Q_n = \lambda \cdot \left(\frac{(n-1) * (P_{max} - P_{milieu})}{2} + (n-1) \cdot P_{milieu} \right) + Q_n$$

avec P_{max} , n et Q_n calculés précédemment.

Ou encore :

$$Q \sim \lambda \cdot \left(\frac{(n-1)^2 \cdot \text{taille unitaire tic}}{2} + (n-1) \cdot P_{milieu} \right) + Q_n$$

Structure quadratique : On remarque qu'une structure linéaire entre les Quantités et les Prix donne une structure quadratique entre le nbre de tics n et la quantité totale acquise Q .

Vérification sur les données

Nous allons maintenant vérifier pour nos 3 actions si la relation entre P_{moy} et la quantité achetée Q à partir de λ est effectivement vérifiée. Les données recueillies dans le tableau sont des écarts en % entre la vraie quantité Q et la quantité estimée Q_{est} :

Moyenne des erreurs pour trois quantités d'achat : 100000, 200000 et 500000 euros

Heure et Date	Alstom	Amundi	AXA
27/05 14h	19,5%	35,6%	72,2%
27/05 15h	47,3%	69,1%	38,0%
27/05 16h	19,5%	23,3%	38,1%

Les écarts sont **trop importants** et ont une **structure beaucoup trop aléatoire** pour que la relation entre quantité et Prix moyen via λ puisse être utilisée en pratique. Nous allons donc tester une autre approche pour déterminer la relation entre Q et le prix unitaire payé P_{moy} . Nous supposons que les quantités disponibles au carnet d'ordre Q_i suivent une structure constante telle qu'en approximation :

$$\forall i, Q_i = c$$

Un estimateur de c est alors la moyenne des Q_i présents dans le carnet d'ordre.

Test des écarts entre Q et Q_{est} avec l'hypothèse d'une structure constante

Un peu de théorie pour en déduire la relation entre P_{moy} et Q

On suppose que la relation entre les prix et les quantités est donnée par une constante c . On cherche P_{max} tel que :

$$\int_{P_{milieu}}^{P_{moy}} c \cdot dx = \int_{P_{moy}}^{P_{max}} c \cdot dx$$

$$P_{moy} - P_{milieu} = P_{max} - P_{moy}$$

$$P_{max} = 2 \cdot P_{moy} - P_{milieu}$$

On calcule de nouveau n comme :

$$n = \lfloor \frac{P_{max} - P_{milieu}}{\text{valeur unitaire tic}} \rfloor + 1$$

Cela nous permet de trouver directement Q tel que :

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{i=1}^{n-1} Q_i + Q_n = c * (n - 1) + Q_n$$

avec Q_n directement calculé avec la formule issue de la démonstration pour le cas linéaire :

$$Q_n = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} c \cdot (P_{moy} - P_i)}{P_n - P_{moy}}$$

Structure linéaire : On remarque qu'une structure constante entre les Prix et les Quantités donne une structure linéaire entre les tics et la Quantité totale acquise.

En rapport, voici le graphique obtenu du coût en liquidité ΔP en fonction de la quantité demandée Q pour l'action AXA le lundi 27 Mai :

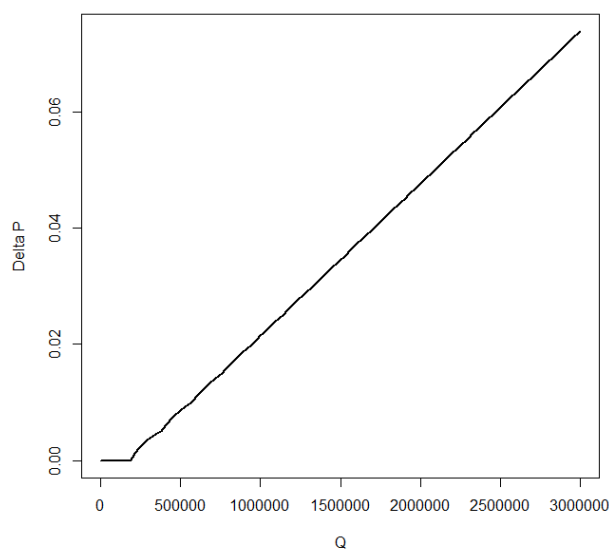


FIGURE 2.6 – Tracé théorique $(\Delta P, Q)$ pour l'action AXA le 27/05/2024 à 16h

Pour cette action qui est représentative de notre marché action, le marché est très liquide et le coût en fonction de la quantité est extrêmement faible. Il faut en effet dépasser le demi-million d'euros d'ordres en instantané pour avoir un coût de la liquidité de 1% de la valeur de l'actif.

Nous avons aussi tracé en le coût de la liquidité théorique (en noir) en superposition avec le coût de la liquidité pratique observé pour l'action AXA :

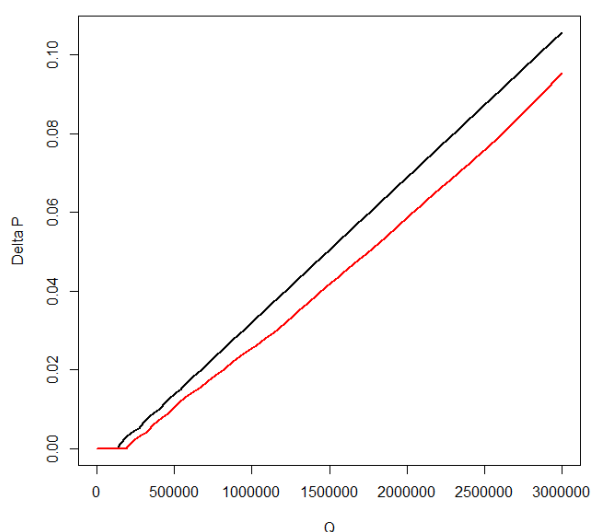


FIGURE 2.7 – Tracé théorique (noir) vs réel (rouge) $(\Delta P, Q)$ pour l'action AXA le 27/05/2024 à 16h

Méthode de dispersion des ordres

L'étude du marché actions Boursorama nous a montré que celui-ci était suffisamment liquide, c'est-à-dire profond et avec une bonne résilience (constance du λ de Kyle au cours du temps).

Une méthode consiste à étaler les ordres au cours du temps pour diminuer drastiquement le coût de la liquidité dû à la quantité. Selon la courbe donnée ci-dessus, le coût ordinaire de la liquidité est de 2% du prix de l'action pour environ 800000 euros d'actions achetées. Si on considère que le marché se reforme entièrement toutes les heures, le coût de la liquidité dû à la quantité est de 0% si on effectue des ordres de 200000 euros, un par heure pendant quatre heures.

Vérification sur les données

Nous allons maintenant vérifier pour nos 3 actions si structure des Prix dans le carnet d'ordre peut être légitimement approximée par une structure de quantité constante à chaque tic c . Les données recueillies dans le tableau sont des écarts en % entre la vraie quantité Q et la quantité estimée Q_{est} .

Un estimateur de c est donné par la moyenne des quantités disponibles à chaque tic dans le carnet d'ordre :

$$\hat{c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i$$

On reprend l'exemple de trois actions et on obtient les résultats suivants :

Moyenne des erreurs pour trois quantités d'achat : 100000, 200000 et 500000 euros

Heure et Date	Alstom	Amundi	AXA
27/05 14h	22,2%	51,2%	27,6%
27/05 15h	32,8%	35,6%	24,2%
27/05 16h	23,8%	26,3%	28,7%

On observe une structure des écarts moyens assez stables autour de 30% et qui sont moins importants que pour l'estimation supposant une structure linéaire de distribution des carnets d'ordre. C'est donc cette approche que nous retiendrons pour construire la courbe du coût en liquidité ΔP en fonction de la quantité échangée Q .

Conclusion : Coût de la liquidité pour les actions

Avec cette méthode, nous obtenons pour nos actions un coût de la liquidité de 0,5 à 1,5% de la valeur de l'action pour 500000 euros d'actifs achetés.

Ainsi nous choisissons :

$$\Delta PTV_{central}^Q = 1\%$$

$$\Delta PTV_{stresse}^Q = 2\%$$

Coût d'une transaction sur Boursorama

Quand on évalue le coût de la liquidité selon la quantité, il faut aussi prendre en compte le fait que les frais de transaction diminuent généralement avec la quantité de transactions. Chez Boursorama, ces frais peuvent aller de 0,5% à 0,12%, ce qui est loin d'être négligeable. En comparaison avec les calculs précédents, ces coûts pourraient représenter entre un quart et un vingtième du coût de la liquidité.

Fin de l'étude des carnets d'ordre

Pour parfaire notre étude de liquidité des fourchettes et des quantités disponibles, nous avons décidé de calculer les fourchettes moyennes, les quantités moyennes disponibles et les λ de Kyle moyens pour 30 entreprises françaises du CAC 40. Nous retiendrons également les valeurs des tics qui entrent dans les questions de liquidité pour les actifs actions.

Somme des coûts de la liquidité pour les actions

Au final, nous obtenons comme coût de la liquidité :

$$\Delta PTV_{central} = \Delta PTV_{central}^Q + \Delta PTV_{central}^{fourchette} + \Delta PTV_{central}^{structure} = 1 + 0,12 + 0,1 = 1,2\%$$

et

$$\Delta PTV_{stresse} = \Delta PTV_{stresse}^Q + \Delta PTV_{stresse}^{fourchette} + \Delta PTV_{stresse}^{structure} = 2 + 0,30 + 0,1 = 2,4\%$$

Toutefois, ceci représente des coûts de liquidité instantané, pour le coût à 20 jours et 60 jours, nous devons attribuer une décote, ce qui nous donne le tableau suivant :

Conclusion : tableau du coût de la liquidité pour les actions

ΔPTV_{action}	Scénario Central	Scénario stressé
20 jours	1%	2%
60 jours	0%	1%

TABLE 2.1 – Valeurs de ΔPTV_{action}

2.1.2 Calculs de ΔPTV_α pour les obligations

Les obligations : quelques rappels

Les obligations sont des titres négociables émis par une entreprise correspondant à un emprunt. Ils peuvent s'échanger de gré à gré entre grands acteurs financiers ou être cotés sur les marchés.

On distingue souvent deux types d'obligations :

- les obligations d'entreprise ou *corporate bonds*
- les obligations d'Etat ou *government bonds*

Parmi les obligations émises par des entreprises, on distingue les obligations *Investment Grade* et *High Yield*. Les premières sont des obligations relativement sûres, correspondant à des notations Standard & Poor's BBB- à AAA pour des investisseurs qui veulent un rendement moyen sans prendre de risques. Les secondes sont plus spéculatives, elles rémunèrent mieux mais présentent un plus grand risque de défaut.

Moody's	Standard & Poor's	Fitch Ratings	
Aaa	AAA	AAA	"Prime". Sécurité optimale
Aa1	AA+	AA+	High Grade. Qualité haute
Aa2	AA	AA	
Aa3	AA-	AA-	
A1	A+	A+	Upper Medium Grade. Qualité moyenne
A2	A	A	
A3	A-	A-	
Baa1	BBB+	BBB+	Lower Medium Grade. Qualité moyenne inférieure
Baa2	BBB	BBB	
Baa3	BBB-	BBB-	
Ba1	BB+	BB+	Non Investment Grade. Spéculatif
Ba2	BB	BB	
Ba3	BB-	BB-	
B1	B+	B+	Hautement spéculatif
B2	B	B	
B3	B-	B-	
Caa	CCC+	CCC	Risque substantiel. ne pourra respecter ses engagements que dans des conditions économiques favorables
Ca	CCC		Extrêmement spéculatif
C	CCC-		En retard de paiement, peut être en défaut
I	D	DDD	En défaut

FIGURE 2.8 – Différentes grilles de notation d'obligations

Les obligations d'Etat sont souvent considérées comme plus liquides que les obligations d'entreprise, par leur abondance et car elles sont plus connues sur le marché par les investisseurs. Toutefois, un certain recul est à prendre sur ces considérations, certaines obligations d'entreprise étant moins risquées et plus liquides que celles émises par des Etats où les conditions économiques sont défavorables comme une hausse de l'inflation ou une grande instabilité monétaire.

Des agences de notation, comme Standard & Poor's se font rémunérer en attribuant des notes aux différents émetteurs d'obligations et en fournissant cette information aux investisseurs. Ces notes vont en général de AAA (risque de défaut extrêmement réduit) à D- (perspectives de retour sur investissement très faibles).

de Jong and Driessen [2012] ont montré que la prime de liquidité pour les obligations bien notées et de longue maturité était de 0,6% par année environ, et de 1,5% pour les obligations

plus spéculatives.

Galliani et al. [2014] ont mené une étude sous l'égide de la Commission Européenne sur le sujet de la liquidité des obligations émises par des entreprises et des Etats. Cette étude confirme que qualitativement, l'illiquidité est plus importante pour les obligations de maturité longue, de notation plus défavorable (plus grande probabilité de défaut) et des montants d'émission plus faibles.

Etude de trois obligations corporate *Investment Grade*

Grâce aux informations fournies par Boursorama, nous avons pu étudier les caractéristiques en liquidité de trois obligations corporate peu risquées, à savoir :

- Air France, maturité 31/05/2028
- Crédit Agricole 2,7%, maturité 15/07/2025
- Engie 5,95%, maturité 16/09/2031

Nous avons relevé pendant une semaine de cotation, soit 5 jours ouvrés, les indicateurs suivants pour chaque obligation :

- Quantité moyenne par tic Q_{moy}
- λ de Kyle
- taille de la fourchette

Par exemple, pour l'action Air France, cela nous donne les graphiques suivant :

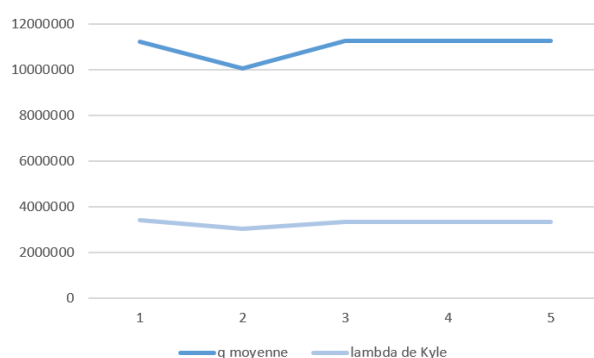


FIGURE 2.9 – Relevé des indicateurs lambda et quantité moyenne pour l'action Air France

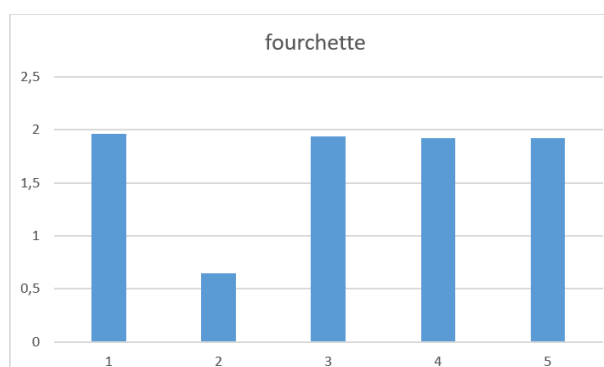


FIGURE 2.10 – Relevé des fourchettes pour l'action Air France pendant 5 jours

Coût de la quantité

Concernant le coût de la quantité, nous ne pouvons pas résonner pour les obligations comme pour les actions. En effet, le carnet d'ordre est beaucoup moins rempli et il est loin d'y avoir assez d'ordres à chaque tic du carnet d'ordre pour utiliser la méthode d'approximation du lambda de Kyle ou de la quantité moyenne.

Toutefois, nous ferons l'approximation que l'écart entre la proposition de vente et celle d'achat représente deux « grands » tics et qu'à chaque « grand » tic est proposée la quantité moyenne. Cela nous donne pour les trois obligations de notre étude les coûts en quantité suivants pour la semaine du lundi 3 au vendredi 7 juin 2024 :

Jour	% Air France	Crédit Agricole	Engie
1	2,5%	1,6%	5,4%
2	1,0%	1,0%	1,1%
3	2,4%	1,0%	1,1%
4	2,4%	0,9%	1,7%
5	2,4%	1,8%	1,7%
Moyennes	2,1%	1,3%	2,2%

TABLE 2.2 – Tableau du coût de la liquidité pour 500,000 euros de chaque obligation

Nous pouvons conclure de cette étude que le coût de la quantité demandée est plus important pour les obligations que pour les actions, même sur les marchés cotés. Nous retiendrons pour ΔP les valeurs suivantes :

$$\Delta PTV_{central}^Q = 2\%$$

$$\Delta PTV_{stress}^Q = 6\%$$

Coût des fourchettes

Nous avons également relevé le coût moyen des fourchettes pour chaque obligation. Pour l'obligation Air France, nous obtenons 1,5%, 0,5% pour celle Crédit Agricole et 3% pour celle Engie.

En calibrant une loi de Poisson sur le nombre de tics des fourchettes et en prenant le quantile à 99.5% de la distribution, nous obtenons une fourchette défavorable à 2,9% en moyenne. Nous retiendrons comme fourchette en scénario stressé :

$$\Delta PTV_{stress}^{fourchette} = 3\%$$

et en scénario central :

$$\Delta PTV_{central}^{fourchette} = 2\%$$

Somme des coûts

Si on additionne le coût de la quantité achetée avec celui de la fourchette, on obtient :

$$\Delta PTV_{central}^{tot} = \Delta PTV_{central}^{fourchette} + \Delta PTV_{central}^Q = 2 + 2 = 4\%$$

et

$$\Delta PTV_{stresse}^{tot} = \Delta PTV_{stresse}^{fourchette} + \Delta PTV_{stresse}^Q = 6 + 3 = 9\%$$

Toutefois, cela représente le coût de la liquidité instantané. Si on veut le coût de la liquidité sous 20 jours et 60 jours, il faut attribuer une décote. Cela nous donne le tableau suivant :

Tableau final

Finalement, nous retiendrons le tableau suivant pour les valeurs de $\Delta PTV_{obligation}$:

$\Delta PTV_{obligation}$	Scénario Central	Scénario stressé
20 jours	3%	7%
60 jours	2%	5%

TABLE 2.3 – Valeurs de $\Delta PTV_{obligation}$

Etude de trois obligations souveraines françaises

Nous avons également réalisé une étude sur la liquidité de trois obligations souveraines françaises bien notées, à l'époque AAA maintenant AA selon l'agence de notation S&P's. Il s'agit de :

- French Republic 3,5% maturité 25/04/2026
- French Republic 3% maturité 25/05/2033
- French Republic 5,75% maturité 25/10/2032

Comme pour les obligations corporate, nous avons relevé les quantités et les les fourchettes pour ces trois obligations pendant cinq jours. Nous avons relevé les valeurs de ces paramètres à 11h sur le site Boursorama.

Pour l'obligation « French Republic 5,75% maturité 25/10/2032 », nous obtenons les graphiques suivants :

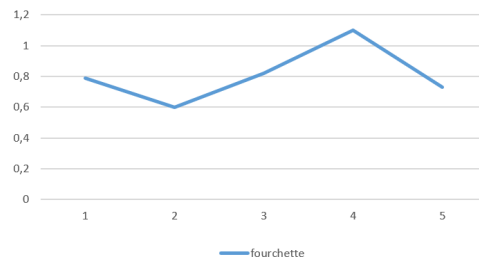


FIGURE 2.11 – Relevé des fourchettes pour l'obligation FR 5,75%

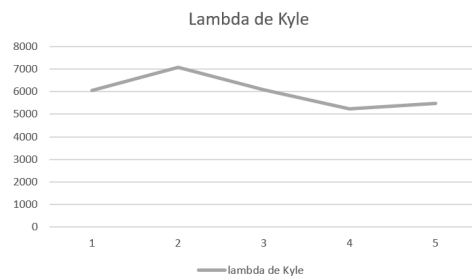


FIGURE 2.12 – Relevé des lambdas de Kyle pour l'obligation FR 5,75%

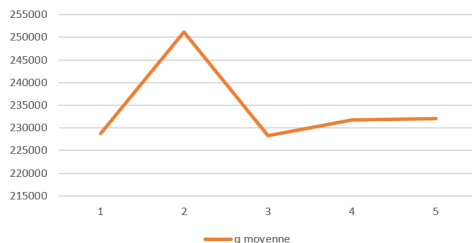


FIGURE 2.13 – Relevé des quantités moyennes pour l'obligation FR 5,75%

Les indicateurs sont cohérents : lorsque la fourchette augmente, signe de baisse de la liquidité, les quantités moyennes et lambdas de Kyle diminuent.

Coût de la quantité

Nous avons pour les trois obligations souveraines de notre étude les coûts en quantité suivants pour la semaine du lundi 3 au vendredi 7 juin 2024 :

Jour	FR3%	FR3,5%	FR5,75%
1	0,4%	1,3%	0,4%
2	0,3%	0,1%	0,2%
3	1,7%	0,1%	0,4%
4	0,3%	0%	0,5%
5	0,4%	0%	0,4%
Moyennes	0,6%	0,3%	0,4%

TABLE 2.4 – Tableau du coût de la liquidité pour 500,000 euros de chaque obligation souveraine

Nous pouvons conclure de cette étude que le coût de la quantité demandée est moins important pour les obligations souveraines que pour les obligations corporate, en tout cas pour les obligations souveraines bénéficiant d'une bonne notation. Nous retiendrons pour ΔP les valeurs suivantes :

$$\Delta PTV_{central}^Q = 0,5\%$$

$$\Delta PTV_{stress}^Q = 1\%$$

Coût des fourchettes

Nous avons également relevé le coût moyen des fourchettes pour chaque obligation. Pour l'obligation FR 5,75% nous obtenons 0,7%, 2% pour celle FR 3,5% et 1,2% pour celle FR 3%.

En calibrant une loi de Poisson sur le nombre de tics des fourchettes et en prenant le quantile à 99.5% de la distribution, nous obtenons une fourchette défavorable à 2,5% en moyenne. Nous retiendrons comme fourchette en scénario stressé :

$$\Delta PTV_{stress}^{fourchette} = 2,5\%$$

et en scénario central :

$$\Delta PTV_{central}^{fourchette} = 2\%$$

Somme des coûts

Si on additionne le coût de la quantité achetée avec celui de la fourchette, on obtient :

$$\Delta PTV_{central}^{tot} = \Delta PTV_{central}^{fourchette} + \Delta PTV_{central}^Q = 0,5 + 2 = 2,5\%$$

et

$$\Delta PTV_{stresse}^{tot} = \Delta PTV_{stresse}^{fourchette} + \Delta PTV_{stresse}^Q = 2,5 + 1 = 3,5\%$$

Toutefois, cela représente le coût de la liquidité instantané. Si on veut le coût de la liquidité sous 20 jours et 60 jours, il faut attribuer une décote. Cela nous donne le tableau suivant :

Tableau final

Finalement, nous retiendrons le tableau suivant pour les valeurs de $\Delta PTV_{souveraine}$:

$\Delta PTV_{souveraine}$	Scénario Central	Scénario stressé
20 jours	2%	3%
60 jours	1%	2%

TABLE 2.5 – Valeurs de $\Delta PTV_{souveraine}$

2.1.3 Comparaison de ΔPTV_α avec d'autres indicateurs de liquidité

Pour vérifier la robustesse de notre indicateur de liquidité ΔPTV_α , nous avons entrepris une démarche de le comparer à d'autres indicateurs présents dans la littérature, à savoir le λ de Kyle et le MEC. Le MEC sera calculé comme le rapport entre la variance à 60 jours et la variance à 20 jours, projetée à 60 jours (facteur multiplicatif de trois).

Pour rappel, le calcul de notre indicateur ΔPTV pour les actions s'était reposé sur la fourchette et surtout la quantité moyenne disponible à chaque tic du carnet d'ordre.

Comme notre indicateur ΔPTV dépend de la taille de la transaction, nous retiendrons comme meilleur proxy de celui-ci la quantité moyenne par tic.

Histogrammes

Nous avons tracé les histogrammes des trois indicateurs en question, ce qui nous a donné les graphiques suivants :

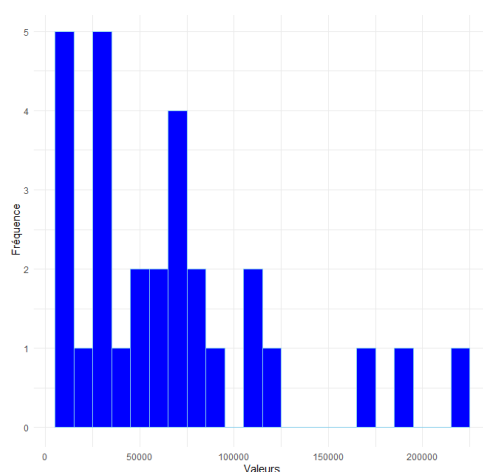


FIGURE 2.14 – Quantité moyenne par tic

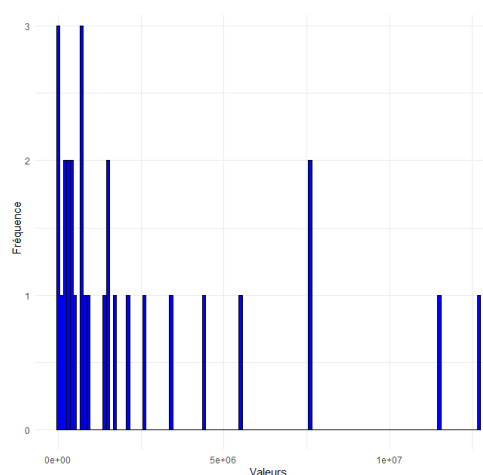


FIGURE 2.15 – λ de Kyle

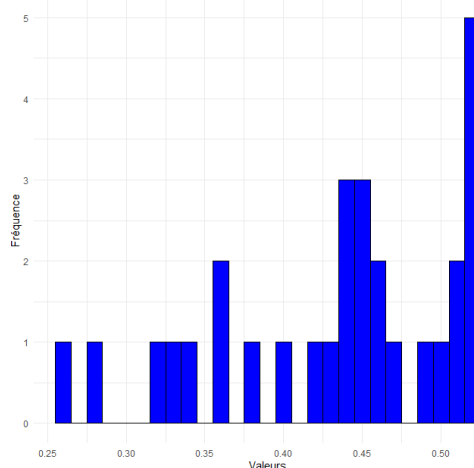


FIGURE 2.16 – Market Efficiency Coefficient

Il s'agira donc de comparer la quantité moyenne par tic avec le λ de Kyle et avec le MEC (Market Efficiency Coefficient), et vérifier que ces indicateurs vont dans le même sens. Pour rappel, plus le MEC est élevé (proche de 1), plus il témoigne d'un bon niveau de liquidité de l'actif sous-jacent. Les deux autres indicateurs sont également croissants avec la liquidité des actifs

Nous avons sélectionné un panier d'une vingtaine d'actions (29 exactement) issues du marché Euronext de Paris et avons relevé les facteurs de corrélation suivants :

	Quantité moyenne	λ de Kyle	MEC
Quantité moyenne	1	0,44	0,19
λ de Kyle	0,44	1	0,28
MEC	0,19	0,28	1

TABLE 2.6 – Tableau des corrélations entre indicateurs de liquidité

Nous observons des corrélations positives entre les indicateurs de liquidité. Sans surprise, les indicateurs les plus corrélés sont le λ de Kyle et la quantité moyenne par tic, qui reposent tous les deux sur la quantité disponible à l'achat et à la vente, de part et d'autre du carnet d'ordres.

Si les résultats vont dans le bon sens, il n'en reste pas moins qu'ils sont peu satisfaisants. En effet, les corrélations obtenues sont positives, mais avec une valeur assez éloignée de un. Cela peut s'expliquer par le fait que le marché action est globalement très liquide, et que les indicateurs peinent à capturer précisément cette légère illiquidité perturbée par l'incertitude sur la mesure.

2.2 Présentation succincte du Private Equity

Dans cette section, nous nous inspirerons fortement des éléments de synthèse sur le Private Equity tirés du mémoire [Joubert \[2021\]](#) et de la note AMF de [Grillet-Aubert \[2023b\]](#).

2.2.1 Private Equity : Présentation et contexte général

Définition (Private Equity) : Le Private Equity, ou *capital investissement*, fait référence à **tous les investissements et prises de participation qui se font dans des sociétés non cotées en bourse**. Les capitaux investis proviennent généralement d'investisseurs institutionnels qui s'engagent sur des durées relativement longues allant de sept à quinze ans.

Selon [Grillet-Aubert \[2023b\]](#), la croissance globale des fonds de finance privée, terme regroupant les fonds de private equity, mais aussi les dettes non cotées, l'immobilier, et les investissements d'infrastructure s'était prolongée en 2022 avec une collecte de fonds de finance privée de 1332 milliards de dollars. Malgré un volume moins important au cours de l'année 2023, les perspectives pour les fonds de Private Equity sont tendanciellement positives pour les années à venir.

Une caractéristique majeure du Private Equity réside dans le fait qu'il impacte directement la gestion des entreprises dans lesquelles il investit, en général pour les contrôler. Les acteurs du PE agissent également sur la stratégie des entreprises et la gestion opérationnelle de l'emploi.

Les emplois des entreprises investies par le Private Equity se situent majoritairement dans des secteurs innovants comme les biotechnologies, les Technologies de l'Information et de la Communication (TIC) et la finance.

	Nombre de firmes sponsorisée	Nombre d'employés (2020)	Var. annuelle (2020/2019)
Produits et services aux entreprises	4 338	2 930 167	4 272
Biens & Services de consommation	4 747	2 636 222	4 126
Technologies de l'information et de	8 309	1 313 427	35 126
Biotechnologies & Santé	3220	1 279 903	41 309
Construction	562	449 303	263
Transports	481	277 196	4 014
Energie & Environment	1070	267 249	3 867
Finance & Assurances	844	267 095	11 204
Agriculture	261	216 909	398
Produits chimiques & matériaux	430	170 041	-218
Immobilier	247	97 597	-
Autre	154	12 378	-
Total	24663	9 917 487	103 566

FIGURE 2.17 – Tableau des principaux secteurs investis par le Private Equity (Sources : Invest Europe, AMF)

D'un point de vue opérationnel, un fonds de PE est un véhicule d'investissement géré par une société de Private Equity pour le compte d'investisseurs, nommés **Limited Partners (LPs)**. La société de gestion va dans un premier temps effectuer une levée de fonds à laquelle un certain nombre de LP intéressés vont participer.

Une fois cette période achevée, la société de gestion va acquérir des participations dans différentes sociétés non cotées, via l'intermédiaire du fonds de Private Equity. Ensuite, au fil du temps, la société de gestion va céder ses participations pour récupérer du capital et rémunérer les LPs et se rémunérer elle-même.

A noter qu'une partie des employés de la société de gestion, appelés **General Partners (GP)** est quand à elle contrainte de participer à la levée de fonds afin de donner confiance et s'aligner avec les Limited Partners.

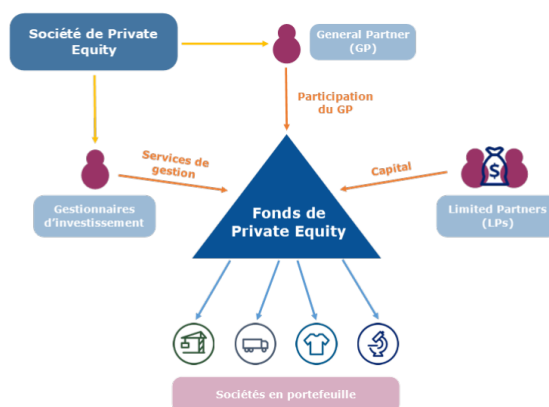


FIGURE 2.18 – Structure d'un fonds de Private Equity, Source : Mémoire « Petit manuel de PE »

Les différents acteurs d'un fonds de Private Equity

La société de Private Equity a pour objectif d'attirer les fonds des LPs et ensuite d'investir judicieusement dans le capital de sociétés non cotées. Au sein des sociétés de PE travaillent conjointement des gestionnaires d'investissement et des *General Partners* (GPs), qui en plus de leur rôle de gestionnaire investissent avec leurs propres deniers dans le capital des entreprises, s'alignant avec leurs clients LPs. Une société de Private Equity peut lancer un ou plusieurs fonds de PE au cours de son existence.

La réussite d'une société de gestion et sa pérennité peuvent s'évaluer selon deux critères :

- sa capacité à générer du profit pour ses investisseurs et par la même occasion conserver la confiance des LPs pour les levées de fonds suivantes ;
- sa capacité à s'engager auprès des entreprises pour créer de la valeur et bénéficier d'une bonne réputation auprès des entrepreneurs.

L'investissement en société de Private Equity présente une caractéristique particulière : c'est un investissement de longue durée (en général de 7 à 12 ans). Un investisseur qui investit pour la première fois dans le secteur du Private Equity doit s'attendre à une entrée de *cash-flows* cumulés négative pendant un certain nombre d'années : cette caractéristique est dénotée sous le terme de « courbe en J » dans le milieu du capital investissement. La différence avec une obligation ou une action classique est l'incertitude sur les montants et les temps d'arrivée des *cash-flows*. De plus, les investisseurs sont parfois dans l'obligation de réaliser des réinvestissements dans le cas où le décollage de l'activité de l'entreprise investie est plus lent que prévu.

Les gestionnaires d'investissement Les gestionnaires d'investissement sont les moteurs du fonctionnement des fonds de PE. Même s'ils n'investissent pas avec leurs propres capitaux, ils contribuent aux différentes activités de capital investissement : accompagnement des entreprises investies, communication financière du fonds, processus de contrôle et audits. En contrepartie de leur travail, les gestionnaires d'investissement reçoivent des frais de gestion, qui sont de l'ordre de 1 à 2% du capital investi lors de la période de levée des fonds.

Les General Partners sont en charge des décisions d'investissement et de réallocation des fonds détenus par la société de Private Equity. Ces fonds sont en partie issus des propres ressources des GPs, ce qui confère à ces derniers une motivation supplémentaire dans la réussite des investissements.

En pratique, les GPs réalisent des études afin de s'assurer de la solidité financière des entreprises repérées par les gestionnaire d'investissements, émettent des appels de fonds et formulent des décisions d'investissement.

Les Limited Partners sont les principaux investisseurs d'un fonds de PE. Les LPs s'engagent durant la période de levée de fonds à hauteur d'un capital, qui sera appelé totalement ou partiellement durant la période de levée de fonds. Cette dernière est fixée contractuellement au moment du versement du capital.

Les LPs sont en général des investisseurs institutionnels, tels des banques, des fonds de pension ou encore des **sociétés d'assurance**. Ces investisseurs apportent du capital mais ne soutiennent pas en termes technique ou de gestion les entreprises investies en capital.

Le portefeuille de sociétés Un fonds de Private Equity va être amené à investir dans un certain nombre de sociétés au cours de sa vie, en général entre dix et quinze.

Le **succès d'un fonds de PE** est mesuré par sa capacité à céder efficacement et à bon prix ses positions dans les **sociétés financées préalablement**.

Les différentes formes de Private Equity

Il y a différentes formes de sociétés de Private Equity qui accompagnent chacune des phases de développement différentes de sociétés non cotées.

Tout d'abord, il y a les fonds de **Venture Capital (VC)** qui sont souvent spécialisés dans un secteur d'activité précis ou se concentrent sur une zone géographique particulière. Différents noms existent pour chaque stade d'accompagnement d'une entreprise, de ses débuts à un développement à l'international. On peut citer par ordre de taille et temporels croissants les formes d'accompagnement suivantes :

1. le *seed capital* ou amorçage est destiné à permettre à une société d'émerger : recruter une équipe, développer son produit, faire ses premières études de marché.
2. la *Série A* est une phase d'optimisation et de développement. Un plan de croissance à long terme est souvent mis en place à ce stade et c'est aussi à ce moment que les VC se positionnent lors de tours de table.
3. la *Série B* est purement une phase de développement.

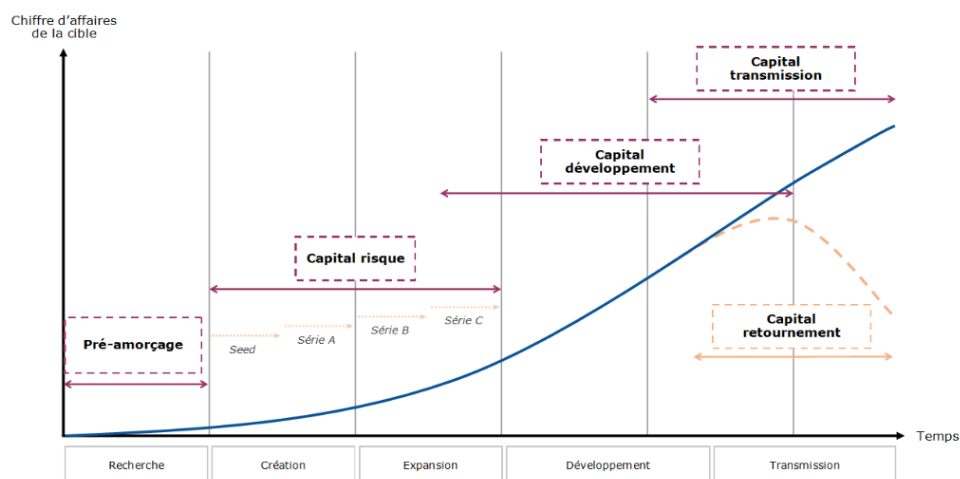


FIGURE 2.19 – Type de fonds impliqués en fonction de la maturité, Source : Mémoire « Petit manuel de PE »

4. Enfin, la *Série C* est l'étape de développement à plus grande échelle de l'entreprise.

Le Venture Capital est une activité particulièrement à risque car les injections de capital sont réalisées alors que les entreprises en sont encore au début de leur développement.

Ensuite, il y a le **capital développement** ou **Growth Equity** dont le but est de financer des entreprises bien établies sur le marché mais qui offrent de belles perspectives de croissance : intégration d'un nouveau marché, création d'un nouveau produit, etc.

Enfin, on peut citer les fonds de **capital transmission**, également appelés *Buyout* dont le but est de restructurer certains éléments de l'entreprise afin de dégager de la valeur supplémentaire, et finalement obtenir une plus-value à la revente. Souvent, les investisseurs ont recours à la dette pour acheter l'entreprise cible et cherchent un effet de levier, d'où le nom de **Leverage BuyOut (LBO)**.

Le marché secondaire du Private Equity

Il existe un marché secondaire pour le Private Equity. Ainsi, on peut assister à l'achat et à la vente de parts de fonds de Private Equity ou d'actions des entreprises sous-jacentes à l'investissement en PE. Cette possibilité offre une ouverture en terme de liquidité aux LPs dans un contexte d'investissement où la gestion de la liquidité est justement problématique (en contrepartie les rendements sont supérieurs à ceux observés pour d'autres types d'investissements sur le marché).

Le marché secondaire du *Private Equity* a connu une forte croissance, puisqu'il est passé selon *Greenhill Cogent* pour le marché Américain de 1,9 milliards de dollars en 2002 à 88 milliards de dollars en 2019.

Il existe deux catégories de transactions secondaires en *Private Equity* :

- les *Limited Partnership Secondaries* qui concernent l'achat ou la vente de parts de fonds ;
- les *Direct Secondaries* qui concernent l'achat ou la vente d'actions détenues par les fonds de Private Equity.

Le marché secondaire a comme caractéristique de proposer des parts de fonds bon marché, dans un contexte où des acteurs recherchant de la liquidité sont prêts à baisser le prix de leurs

parts pour les céder rapidement. Ainsi, l'acheteur se base sur un pourcentage inférieur à 100% de la NAV (somme des cash-flows actualisés) lorsqu'il veut conclure une transaction avec un vendeur sur le marché secondaire, alors que le prix espéré dans un contexte sans recherche de transaction rapide serait de l'ordre la valeur de la NAV. Selon *Greenhill Cogent*, on observait sur le marché Américain une décote de l'ordre de 20 à 30% par rapport à la NAV au cours des dix dernières années.

Comment fonctionne un fonds de PE secondaire ?

Deux options sont possibles dans le cas d'une vente secondaire de Private Equity. La première option consiste à racheter les parts d'un fonds auprès d'un investisseur (LP). La deuxième consiste en une transaction entre gérants (GP). Ces transactions sont dites GP-led.

Il y a quelques années, les opérations entre LPs représentaient l'écrasante majorité des transactions sur le marché secondaire. De nos jours, c'est moins le cas avec de plus en plus de transactions LP-led.

2.2.2 Description des flux de trésorerie du Private Equity

Types de flux de trésorerie dans le Private Equity

Comme nous l'avons vu précédemment, la société de Private Equity fait l'intermédiaire entre les investisseurs ou *Limited Partners* et des sociétés ayant recours à un financement extérieur pour leur développement.

Frais perçus par les sociétés de gestion Avant de s'intéresser aux *Cash-flows* générés par les investissements, il est bon de se préoccuper des frais perçus par les sociétés de Private Equity. Ceux-ci sont de deux sortes :

- les frais de gestion, avec des taux de frais de gestion annuels de l'ordre de 2% des capitaux engagés. A noter que les frais de gestion vont diminuer au cours du temps à la suite des cessions ;
- le *carried interest* qui est une sorte de système de participation aux bénéfices fourni par les LPs pour encourager la performance des GPs et de la Société de gestion. En général, dans un fonds classique, environ 80% des bénéfices sont redistribués aux investisseurs LPs et 20% sont redistribués aux GPs de la société de gestion.

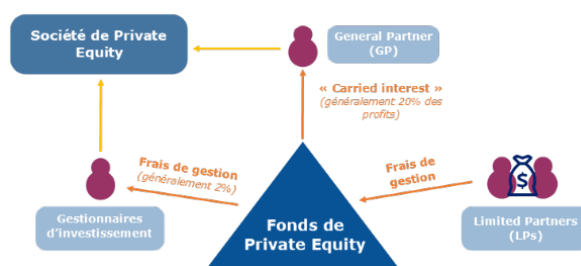


FIGURE 2.20 – Structure de frais d'un fonds de PE, Source : Mémoire « Petit manuel de PE »

Les mécanismes de versements de capitaux répondent à des règles bien précises. Ces règles sont regroupées sous le nom de *Cash flow Waterfalls* et décrivent la distribution des profits entre LPs et GPs. Il y a 4 priorités de distribution des profits, par ordre d'importance décroissant :

1. le remboursement à parts égales des capitaux investis par les LPs et les GPs.
2. Ensuite, les LPs sont prioritaires sur les bénéfices et reçoivent un taux de rendement annuel, nommé *hurdle*, de l'ordre de 8% en général.
3. Au-delà du *hurdle*, les GPs vont recevoir la majorité des profits jusqu'à ce qu'ils aient reçu 20% des bénéfices totaux reversés depuis l'ouverture du fonds de PE. Cette couche de versements s'appelle *catch-up*.
4. Finalement, les bénéfices restants sont reversés à environ 80% aux LPs et 20% aux GPs, ces taux pouvant varier légèrement selon les contrats.

Mesures de la performance du PE

Plusieurs mesures de performance existent pour étalonner la valeur des investissements en *Private Equity*. La présentation des mesures de performance évoquées ici est principalement issue de [Schoenberg and Zeisberger \[2019\]](#). Nous mentionnerons les mesures de performance suivantes :

- la Valeur Actuelle Nette (VAN)
- le Taux de Rentabilité Interne (TRI)
- le taux de Rendement Interne Modifié (TRIM)
- les ratios

La VAN est la mesure de base pour mesurer la performance d'un projet de Private Equity. Elle est définie comme la somme des flux de trésorerie entrant et sortant du projet, actualisés. Les flux sortant (les gains) sont comptés positivement.

$$VAN = \sum_{t=0}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

avec :

- T l'horizon d'investissement
- r le taux d'actualisation
- CF_t la somme des *cash-flows* répertorié au temps t

Le taux d'actualisation est particulièrement critique. En effet, plus il est élevé, plus les *cash-flows* lointains vont être pénalisés et les revenus de long-terme du *Private Equity* vont perdre en intérêt. En général, ce taux est choisi comme le coût moyen pondéré : le **taux de rentabilité moyen** attendu par les investisseurs au cours du projet.

Le TRI est défini comme le taux d'actualisation qui permet d'annuler la *Valeur Actuelle Nette*. Ainsi, on doit avoir :

$$0 = \sum_{t=0}^T \frac{CF_t}{(1+TRI)^t}$$

Le TRI a pour défaut de supposer que les flux reversés avant la fin du projet sont réinvestis au TRI, ce qui est une hypothèse forte en *Private Equity* où les retours sur investissement des différents projets peuvent être très variables. De plus, le TRI ne permet pas d'avoir des informations sur la duration des investissements : Un investisseur peut préférer un TRI plus faible pour un projet de duration longue qui lui garantit des versements jusqu'à un certain horizon.

Le TRIM Le TRIM a été élaboré pour reprendre le concept du TRI, mais en relâchant l'hypothèse forte de réinvestissement des *cash flows*. Ainsi, les entrées de trésorerie sont réinvesties à un taux qui peut être différent du TRI, par exemple au taux de *hurdle* de 8%.

La formule du TRIM est donnée par le taux de rendement sur n périodes de l'investissement, soit le quotient des cash-flows reçus projetés au taux de réinvestissement sur les cash-flows actualisés au taux de financement :

$$TRIM = \sqrt[n]{\frac{\sum_{i=0}^n D_i(1+r_2)^{n-i}}{\sum_{i=0}^n \frac{C_i}{(1+r_1)^i}}} - 1$$

avec :

- où i désignent les instants de comptabilisation des cash-flows (années entières)

- les C_i sont les *cash-flows* sortant (comptabilisés négativement)
- les D_i sont les *cash-flows* entrant (comptabilisés positivement)
- r_1 est le taux de financement
- r_2 est le taux de réinvestissement

Enfin, les ratios font le rapport entre capitaux redistribués et capitaux investis. Ils ont gagné en popularité ces dernières années jusqu'à dépasser les différentes formes de TRI.

2.2.3 Focus concernant l'immobilier

Même si l'immobilier diffère du Private Equity par bien des caractéristiques, il en est une qui permet de les rapprocher : il s'agit dans les deux cas d'investissements en non-coté.

Ainsi, nous profiterons de cette section pour faire un rapide point sur la liquidité des investissements en immobilier.

[Martel \[2016\]](#), expert immobilier et professeur dans plusieurs universités françaises, a publié un article sur les causes de l'illiquidité sur le marché immobilier, « Valeur vénale et liquidité ».

Facteurs de liquidité en immobilier

Parmi les facteurs jouant sur la liquidité d'un bien immobilier, on peut citer :

- **une juste mise à prix.** Ainsi, à dire d'expert, un bien immobilier dont le prix de vente est trop élevé restera plus longtemps sur le marché et son prix de vente sera davantage revu à la baisse, par rapport à un bien correctement estimé au prix du marché dès le début.
- **une bonne stratégie de commercialisation.** Afin de vendre rapidement un bien immobilier, une communication adéquate doit être mise en place. De nombreux outils existent pour les particuliers et les professionnels, comme les annonces dans les journaux et sur les sites web spécialisés. En revanche, le bien ne doit pas être trop vu, sous peine de semer le doute chez les acquéreurs qui pourraient croire à un « problème » à cacher d'où une volonté de vendre rapidement.
- **une bonne pérennité d'exploitation.** Une corrélation directe a été établie par plusieurs études entre la valeur vénale et les perspectives d'exploitation de l'immeuble évalué. Cela peut s'agir par exemple de l'exploitation de bureaux ou de commerces. La meilleure valorisation d'un bien coïncide généralement avec l'optimisation de sa capacité d'exploitation.
- **une monovalence dans l'exploitation du/des bien(s) ou une grande taille du bien.** Si l'utilisation d'un bien est unique, comme c'est le cas d'un hôtel, d'un château ou d'une clinique hospitalière, l'usage exclusif diminue le nombre d'acheteurs et donc la liquidité du bien. Le raisonnement est le même pour des biens de grande taille ou de grande valeur comme des appartements ou des maisons d'exception.
- **le temps qui passe.** Un bien restant sur le marché plus longtemps que le délai moyen généralement constaté sera délaissé par les amateurs potentiels et finira par l'être d'autant plus pour cette raison précise.

Les grands types d'exploitation de l'immobilier en France

Les différentes façons d'investir dans l'immobilier pour un assureur sont les suivantes :

- l'immobilier en direct, c'est-à-dire que l'assureur est propriétaire de biens immobiliers qu'il loue directement à des locataires. Il perçoit alors directement les loyers et est tributaire des charges d'exploitation.
- les investissements « pierre-papier », c'est-à-dire les SCPI (Société Civile de Placement Immobilier) et OCPI (Organisme de Placement Collectif Immobilier). La SCPI est un investissement immobilier indirect, qui consiste à détenir des parts dans un parc immobilier géré par une société de gestion. L'OCPI reprend le concept de la SCPI mais propose une diversification en ajoutant d'autres actifs financiers (actions, obligations, OPCVM). A noter que par leur composition, les OCPI sont bien plus liquides que les SCPI.

- les fonds ayant pour sous-jacent l'immobilier.
- le viager.

2.3 Quantifier la liquidité des titres non cotés avec ΔPTV_α

2.3.1 Calculs de ΔPTV_α pour le Private Equity

A la recherche de données

Pour qualifier la liquidité des titres de Private Equity, nous ne disposions pas de base de données sur la liquidité des fonds de Private Equity. En effet, le principal fournisseur de données pour le Private Equity est Preqin et un abonnement se chiffre en dizaine de milliers d'euros, charge qui n'était pas assumable par Prim'Act dans le cadre d'un unique mémoire. Une autre opportunité aurait été d'établir un partenariat entre Prim'Act et une compagnie d'assurance de plus grande taille intéressée par une analyse sur la liquidité de ses actifs en échange de données.

Ainsi, nous nous reposerons uniquement sur des données et analyses issues de travaux sur le Private Equity antérieurs à ce mémoire, à savoir :

- le mémoire de [Joubert \[2021\]](#)
- un rapport de Lazard Private Capital Advisory, « Secondary Market Report 2022 »
- et un guide d'investissements, « Introductory Guide to Investing in Private Equity Secondaries » de [Mende et al. \[2016\]](#)

Méthode pour calculer le ΔPTV

Nous nous reposerons principalement sur un calcul de pourcentage de la somme des flux de trésorerie actualisés (NAV) associés au véhicule de Private Equity vendu sur le marché secondaire. Pour rappel, la VAN se calcule de la façon suivante :

$$VAN(t) = \sum_{i=t}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

avec :

- t les temps où arrivent les cash-flows
- T l'horizon d'investissement
- r un taux d'actualisation choisi par l'investisseur

Parmi les ressources disponibles sur internet, nous avons pu identifier les deux graphiques suivants pour les % de VAN lors des ventes de participation en Private Equity. A partir des % de VAN donnés par ces sources, nous allons convenir d'une méthode pour déterminer ΔPTV estimé en scénario central et en scénario stressé.

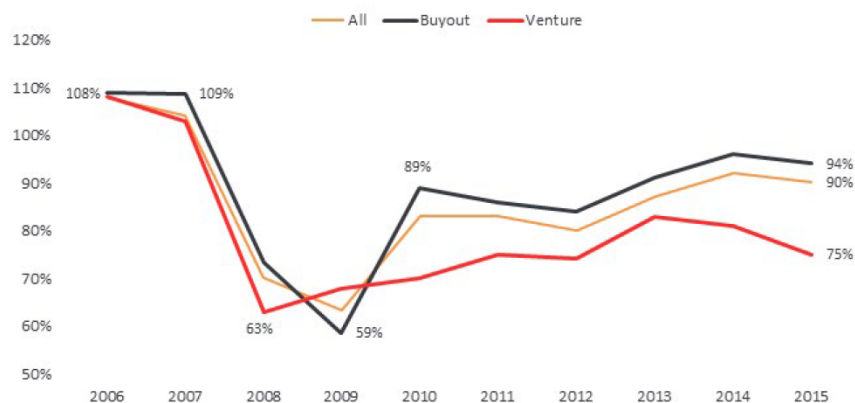


FIGURE 2.21 – Marché secondaire du PE : valorisations moyennes en % des NAV (source : [Mende et al. \[2016\]](#))

Ce schéma, réalisé par [Mende et al. \[2016\]](#) montre l'évolution des valorisations moyennes des véhicules de PE sur le marché secondaire, en % de la NAV.

On peut recueillir les données issues de ce graphique dans le tableau suivant :

Année	Buyout	Venture	Moyenne
2006	108%	108%	108%
2007	109%	104%	105%
2008	63%	63%	70%
2009	59%	68%	63%
2010	89%	70%	82%
2011	86%	75%	82%
2012	84%	74%	80%
2013	90%	80%	85%
2014	96%	78%	91%
2015	94%	75%	90%
Moyennes	87,8%	79,5%	83,7%

TABLE 2.7 – Tableau des valorisations moyennes en % de NAV

Pour obtenir des résultats les plus fiables possibles, nous comparerons ces résultats avec ceux d'une autre source disponible sur internet, à savoir une note de **multiplicity partners** de 2018 sur le thème « Private Equity secondary market : pricing and volume ».

Un graphique intéressant issu de cette note donne les prix moyen échangés sur le marché secondaire du Private Equity en % de NAV, pour les fonds Buyout, les fonds VC et les fonds de fonds.

La répartition des prix d'échange est donnée directement par les deux graphiques ci-dessous, respectivement concernant les fonds de capital risque (ou VC) et les fonds de capital développement (ou LBO).

Cela donne, en terme de tableau :

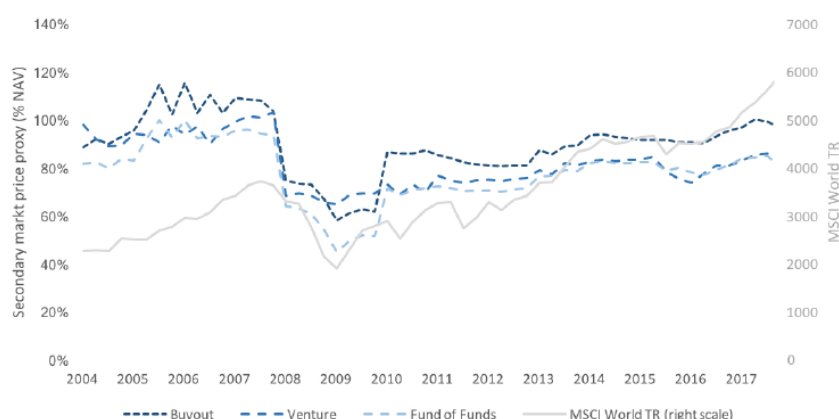


FIGURE 2.22 – Prix moyen échangés en % de NAV (source : Multiplicity Partners)

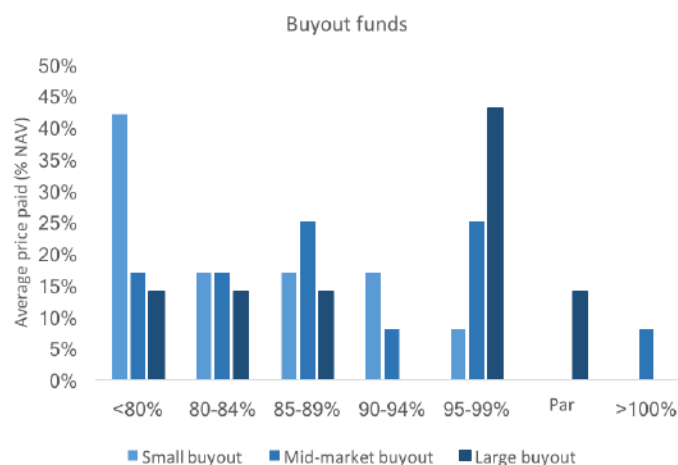


FIGURE 2.23 – Répartition des prix moyen échangés en % de NAV pour le Buyout (source : Multiplicity Partners)

On obtient des résultats assez comparables pour les deux graphiques de sources différentes. En prenant la moyenne des deux tableaux, on obtient une valorisation moyenne sur le marché secondaire de 85,9% pour les fonds de capital transmission (Buyout) et 79,5% pour les fonds de capital risque.

Ainsi, nous récupérons les valeurs suivantes pour ΔPTV en scénario central ($\alpha = 0,5$) :

$$\Delta PTV_{0,5} = 100 - 85,9 = 14,1\% \text{ (Buyout)}$$

$$\Delta PTV_{0,5} = 100 - 79,5 = 20,1\% \text{ (Venture Capital)}$$

L'écart entre ces deux types de Private Equity est loin d'être négligeable, de l'ordre de 5%. De plus, on observe une grande variabilité en fonction des années. Lors de périodes de crises (comme lors de la crise financière de 2008), la liquidité devient moins importante sur le marché secondaire et la pénalisation en liquidité peut atteindre 40% de la NAV, soit la valeur estimée du fonds.

Cela nous donne le tableau ci-après :

Année	Buyout	Venture	Moyenne
2004	85%	100%	93%
2005	93%	91%	92%
2006	108%	94%	101%
2007	107%	98%	93%
2008	71%	69%	70%
2009	58%	64%	61%
2010	59%	70%	65%
2011	83%	72%	78%
2012	81%	73%	77%
2013	79%	75%	77%
2014	87%	76%	72%
2015	86%	78%	82%
2016	87%	73%	80%
2017	92%	79%	86%
Moyennes	84,0%	79,4%	81,7%

TABLE 2.8 – Tableau des valorisations moyennes en % de NAV

% NAV	Moyenne Buyout	Venture Capital
<80%	24%	60%
80-84%	16%	25%
85-89%	17%	7%
90-94%	13%	8%
95-99%	25%	0%
>100%	15%	0%
Total	100%	100%

TABLE 2.9 – Tableau des distributions des valorisations pour l'année 2017 en % de NAV

Détermination de l'écart-type des distributions

A partir du tableau de la distribution des valorisations et en supposant que cette distribution suit en loi normale, nous pouvons en déduire un écart-type estimé par la méthode du maximum de vraisemblance (cette méthode sera détaillée en annexe).

La méthode du maximum de vraisemblance nous donne comme estimateurs pour la moyenne μ et l'écart-type σ les expressions suivantes :

- $\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$
- $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}$

En première approximation, on prendra comme X_i la valeur de milieu de fourchette, répété autant de nombre de fois que le pourcentage affiché. Pour les valeurs manquantes à gauche (celles <80%), on prendra comme approximation des X_i l'opposé des X_i du même écart-type, mais situés du côté droit de la distribution de la loi normale.

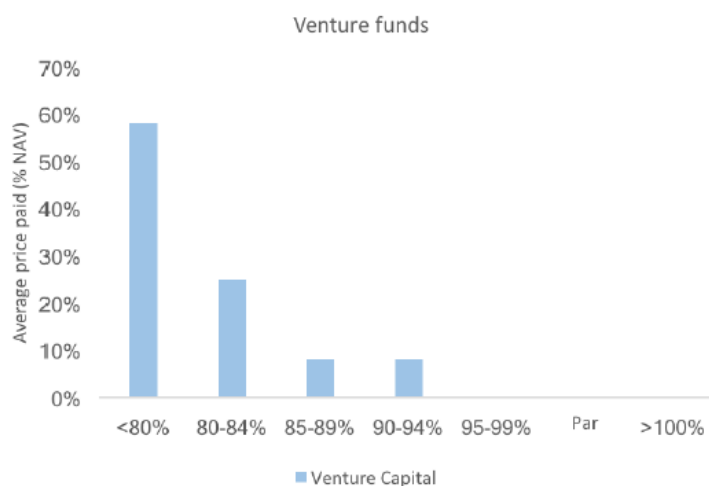


FIGURE 2.24 – Répartition des prix moyen échangés en % de NAV pour le Venture Capital (source : Multiplicity Partners)

Résultats obtenus : Voici les résultats obtenus pour les distributions des valorisations pour le Buyout et le Venture Capital, respectivement.

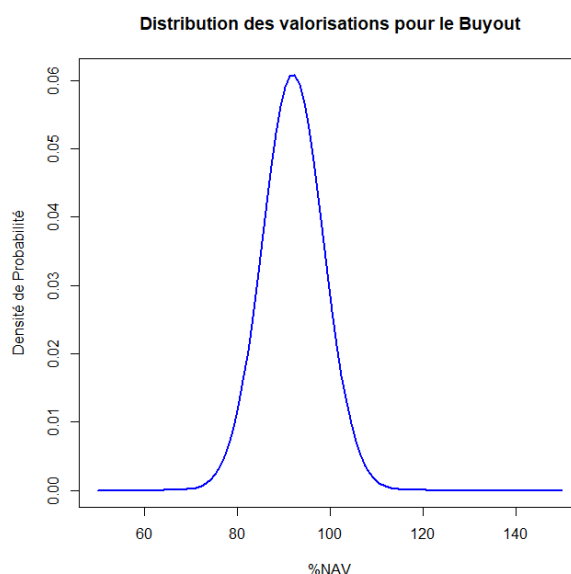


FIGURE 2.25 – Distribution des valorisations pour le Buyout

Les écarts-types sont de 6,55% pour le Buyout et de 7,78% pour le Venture Capital. Ces résultats sont cohérents avec le fait que le Venture Capital est plus risqué que le Buyout, ce qui engendre un écart-type dans les reventes plus élevés avec l'incertitude des revenus futurs.

Quantiles à 99,5% des pertes

Le calcul des pertes à 99,5% donne un résultat de $\Delta PTV_{\text{risqué}} = 41,8\%$ pour le Venture Capital et de $\Delta PTV_{\text{risqué}} = 24,9\%$ pour le Buyout. On remarque au passage l'écart d'ordre de grandeur du coût de la liquidité entre les marchés cotés Boursorama (de l'ordre du pourcent) avec le coût de la liquidité du Private Equity (de l'ordre de dizaines de % de la valeur de la

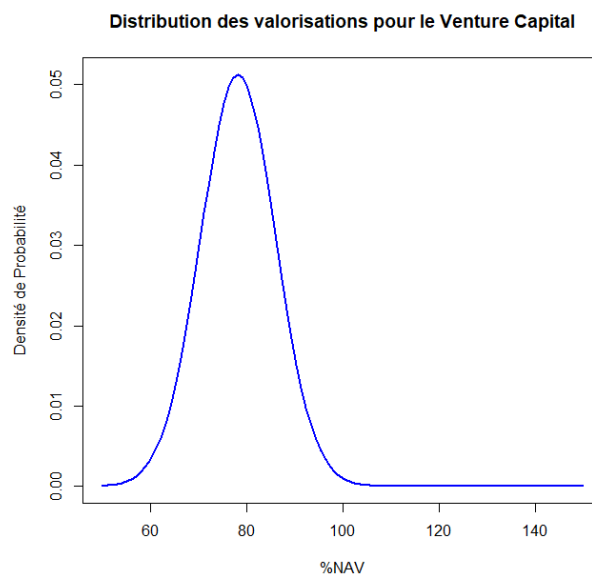


FIGURE 2.26 – Distribution des valorisations pour le Venture Capital

transaction).

Ainsi, globalement nous préconiserons comme ΔP en scénario stressé les valeurs suivantes :

- $\Delta PTV_{stress} = 55\%$ sous 20 jours (sur-marge de 15% dû au temps de vente extrêmement court).
- $\Delta PTV_{stress} = 40\%$ sous 60 jours

Négligeabilité de la dimension quantité Etant donné que la majorité des transactions sur le marché secondaire du Private Equity se font sur l'entièreté du capital investi, la quantité d'actifs est considérée comme étant un paramètre négligeable de la détermination du prix de l'illiquidité.

$\Delta PTV_{\text{Private Equity}}$	Scénario Central	Scénario stressé
20 jours	25%	55%
60 jours	15%	40%

TABLE 2.10 – Valeurs de $\Delta PTV_{\text{Private Equity}}$

Tableau final du coût de la liquidité pour le Private Equity

2.3.2 Calculs de ΔPTV_α pour l'immobilier

Pour l'immobilier, nous avons également cherché à recueillir des données nous permettant d'évaluer la liquidité via une approche ΔPTV .

Selon [Martel \[2016\]](#), « un immeuble dont les facteurs d'illiquidité matériels sont avérés verra son prix de vente automatiquement révisé à la baisse ». L'impact est difficile à chiffrer, tant les différentes situations réelles peuvent être variées. Toutefois, l'auteur les estime allant jusqu'à **entre 10 et 30%** de la valeur du bien, ce qui est loin d'être négligeable. Ces pertes correspondent toutefois à des situations d'illiquidité les plus extrêmes pour le marché immobilier.

Données issues du site « meilleurs-agents.com »

Parmi les sources disponibles sur internet concernant la liquidité du secteur immobilier, nous retrouvons l'article « Baromètre national des prix de l'immobilier 2018 » du site « meilleurs agents ».

Ce site a mis en place un Indicateur de Tension Immobilière (ITI) qui correspond au ratio suivant :

$$ITI = \frac{\text{Nombre d'acheteurs potentiels}}{\text{Nombre de biens disponibles sur le marché}}$$

Notre méthode va être d'établir un lien linéaire entre évolution des prix DP et ITI de telle sorte que nous aurons :

$$DP = \alpha + \beta.ITI$$

avec α et β des coefficients constants. α représente l'évolution des prix dû à d'autres facteurs de la liquidité et nous faisons par ailleurs deux hypothèses fortes :

- les différences entre variations de prix sont uniquement dûes à des différences de liquidité
- toute l'information sur la liquidité des biens est contenue dans l'indicateur ITI

Le tableau suivant recense les indicateurs ITI et les variations de prix pour l'année 2017 pour des zones de la région parisienne et des grandes villes françaises.

Zone	DP	ITI
Paris	6,6%	1,2
Marseille	1,6%	0,8
Lyon	7,3%	1,3
Toulouse	4,2%	1,2
Nice	5,6%	1,5
Nantes	5,3%	1,6
Strasbourg	4,1%	1,1
Montpellier	-0,7%	1,2
Bordeaux	16,4%	1,1
Lille	-0,6%	1,0
Hauts-de-Seine	5,2%	1,2
Seine-St-Denis	2,2%	0,6
Val-de-Marne	1,9%	0,9
Seine-et-Marne	0,9%	0,5
Yvelines	2%	0,8
Essonne	0,4%	0,5
Val d'Oise	0,1%	0,6

TABLE 2.11 – Tableau des ITI et des variations de prix pour l'année 2017

Nous obtenons les résultats suivants pour les estimations des coefficients :

- $\hat{\alpha} = -2,20$
- $\hat{\beta} = 5,86$

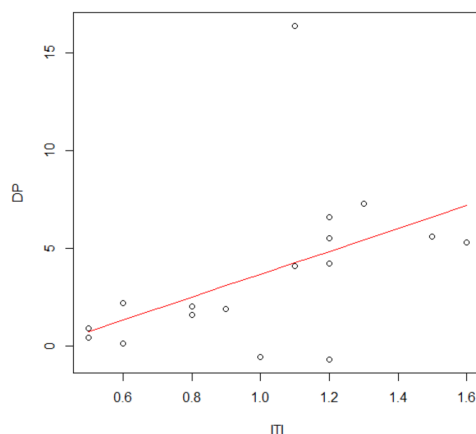


FIGURE 2.27 – Evolutions des prix en fonction de la valeur de l'indice ITI

Bien que corrélation n'implique pas causalité, la liquidité des biens semble jouer un rôle primordial dans l'évolution des prix du marché immobilier en 2017. On parle d'une différence d'évolution des prix de l'ordre de 5,86% entre les zones les plus liquides (ITI=1,2) et les zones les plus illiquides (ITI=0,2). Cela ne permet pas de conclure mais de confirmer que les biens les moins liquides vont de paire avec une perte en prix importante.

Pour l'immobilier nous donnerons en scénario stressé sous 20 jours :

$$\Delta PTV_{stress} = 30\%$$

et sous 60 jours :

$$\Delta PTV_{stress} = 20\%$$

Ainsi, nous rejoignons en moyenne le choc de marché immobilier EIOPA pour nos stress de liquidité, ce qui montre l'importance du risque de liquidité pour le secteur immobilier.

En scénario central, nous retiendrons sous 20 jours :

$$\Delta PTV_{central} = 10\%$$

et sous 60 jours :

$$\Delta PTV_{central} = 5\%$$

Tableau final du coût de la liquidité en immobilier

$\Delta PTV_{immobilier}$	Scénario Central	Scénario stressé
20 jours	10%	30%
60 jours	5%	20%

TABLE 2.12 – Valeurs de $\Delta PTV_{immobilier}$

Chapitre 3

Loi industrie Verte (2023), illiquidité et calibration d'une pénalité de rachat

3.1 Les enjeux de la loi Industrie Verte (2023)

3.1.1 L'historique de l'investissement vert et la loi Industrie Verte (2023)

Les premiers pas Suite à la prise de conscience du réchauffement climatique et de ses conséquences sur notre société, de nombreux acteurs économiques ont exprimé leur désir d'orienter leurs investissements vers des activités plus responsables au niveau environnemental.

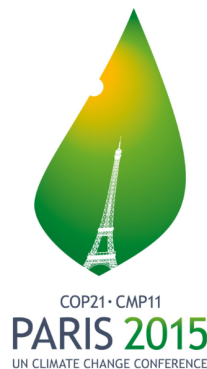


FIGURE 3.1 – Logo de la COP 21 de Paris (2015)

Après l'Accord de Paris suivant la COP 21 en 2015, des nouvelles normes et lois ont été établies ayant pour objectif de maintenir l'augmentation moyenne de la température en-dessous de 2°C par rapport au niveau préindustriel.

Marché de l'assurance durable . Pour répondre à la demande de leurs clients et des institutionnels, les assureurs français investissent de plus en plus dans des **placements verts**, définis comme « l'ensemble des actions et des opérations financières visant à soutenir la transition énergétique et la lutte contre le réchauffement climatique ».

L'émergence des critères ESG Les financiers ont progressivement adopté ces dernières années l'idée d'une notation globale pour juger les actifs financiers selon des critères d'adéquation environnementale (E), sociale (S) et de gouvernance (G) dans un monde dit « durable ». Cette notation repose sur des critères comme la masse de dioxyde de carbone (CO₂) émise par millions d'euros de chiffre d'affaires engendré par les sociétés. Ces notations ESG souffrent toutefois d'un manque de consensus avec des corrélations parfois très faibles entre deux jeux de notation, pouvant descendre en-dessous des 40%.

Plusieurs lois sont venues inciter voire obliger les assureurs à réaliser des investissements verts. Parmi ces lois, se trouvent notamment :

- La **Loi Energie Climat** et son **Article 29**. Cet article impose aux acteurs financiers avec plus de 500 millions d'euros d'actifs sous gestion de publier les impacts et la vulnérabilité de leur portefeuille sur le changement climatique et l'érosion de la biodiversité.
- la **Loi Pacte (2020)**.
- la **Loi Industrie Verte (2023)**.

Les fonds labellisés « verts » Plusieurs états ou organisations internationales ont mis en place des labels pour aider les acteurs financiers à se retrouver dans la multitude des notations ESG et à réaliser des choix effectivement en faveur de la transition écologique.

Parmi les labels, on peut notamment citer :

- le label **ISR** (Investissement Socialement Responsable) créé par le ministère de l'économie et des finances français en 2016. Il vise à « concilier performance économique et impact social et environnemental en finançant des entreprises qui contribuent au développement durable dans tous les secteurs d'activité ».
- le label **Greenfin** créé par le ministère de la transition écologique français. Il « garantit la qualité verte des fonds d'investissement et s'adresse aux acteurs financiers qui agissent au service du bien commun grâce à des pratiques transparentes et durables ».
- le label **Finansol** a été créé en 1997 par l'association Finansol (devenue Fair en 2021), afin que « le grand public puisse distinguer les produits d'épargne solidaire des autres produits ». Attribué par un Comité d'experts indépendants issus de la société civile, il repose sur des critères de solidarité et de transparence.



FIGURE 3.2 – Logo du label ISR

Le Private Equity Vert Le Private Equity vert désigne les fonds investissant dans des entreprises ou des activités **ayant un impact positif dans la lutte contre le changement climatique et la transition écologique**. Cette notion englobe aussi les participations dans des entreprises non cotées ayant un impact dans la transition écologique.

Focus sur la loi Pacte (2019)

La loi Pacte (Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises) a été adoptée en 2019 et avait pour objectif de dynamiser l'économie française par des mesures de simplification et de modernisation. Parmi les nombreux dispositifs mis en oeuvre, certains ont directement impacté l'assurance vie.

En matière d'épargne, l'enjeu a été de contribuer à une meilleure allocation au financement des entreprises. La loi Pacte instaure pour l'Assurance-Vie la transférabilité interne des contrats et une diversification des supports d'investissement. Ces mesures doivent inciter les souscripteurs et titulaires d'assurance Vie à réorienter leur épargne en augmentant la part investie en unités de compte (UC), plus rémunératrices et largement composées d'actions d'entreprises.

Des unités de compte labellisées responsables, vertes et solidaires Le législateur a entendu le souhait de nombreux épargnants de donner davantage de sens à leur épargne en finançant des entreprises engagées dans une économie responsable et solidaire.

Pour répondre à cette aspiration, la loi Pacte impose que tout contrat multisupports propose, dans sa gamme de produits financiers, au minimum :

- une unité de compte constituée d'actifs labellisés ISR (Investissement socialement responsable) ;
- une unité de compte satisfaisant au label Greenfin (financement de la transition écologique et énergétique) ;
- une unité de compte portant le label Finansol (placement solidaire à forte utilité sociale) ;

De plus, l'indication de la **proportion d'unités de compte respectant ces critères** fait partie des informations que l'assureur doit délivrer obligatoirement avant la souscription de tout contrat d'assurance-vie.

Une extension du champ des UC La loi Pacte introduit également la possibilité pour les assureurs vie de proposer des unités de compte constituées de parts de fonds d'investissement alternatifs (FIA), normalement ouvertes qu'à des investisseurs professionnels. Particulièrement diversifiée, leur allocation d'actifs comprend notamment les titres d'entreprises non cotées.

Focus sur la loi Industrie Verte (2023)

Introduction : La loi « Industrie Verte » a été promulguée le 23 Octobre 2023. Cette loi vise à « accélérer la réindustrialisation du pays et à faire de la France le leader de l'industrie verte en Europe ».

La loi « Industrie Verte » a pour ambition de répondre à un double objectif :

- **Environnemental**, pour faire face à l'urgence climatique. L'Etat français ambitionne une baisse de 41 millions de tonnes de CO_2 d'ici 2030 grâce aux principales mesures qu'elle contient. Cela représenterait près de 5% de réduction de l'empreinte des importations et 1% de l'empreinte totale de la France.
- **Economique**, en visant la réindustrialisation du pays et la création d'emplois.

La loi « Industrie Verte » et l'Assurance Les dispositions qui impactent l'Assurance sont majoritairement contenues dans l'article 32 de la loi Industrie Verte.

La première différence avec la loi Pacte et que la loi Industrie Verte oblige les assureurs à présenter au moins une unité de compte pour chacun des labels ISR, Greenfin et Finansol, alors qu'ils avaient le choix de prendre seulement un de ces différents labels auparavant.

Dans la continuité de la loi Pacte, la loi Industrie Verte attend de l'assurance vie et du plan épargne retraite une contribution accrue au financement des entreprises non cotées, qui n'ont pas toujours accès au marché financier.

Ainsi, chaque **unité de compte** devra notamment être constituée d'une part minimale de **titres non cotés** investis dans des PME/ETI : « Le contrat comportant des garanties exprimées en unités de compte mentionnées au deuxième alinéa de l'article L. 131-1 fait référence à au moins une unité de compte composée de valeurs mobilières ou d'actifs composés, pour une part comprise entre 5 et 10% de titres émis par [...] des entreprises solidaires d'utilité sociale ». Cette part minimale serait donc d'au moins 5 ou 10% en fonction du type de contrat (dynamique ou offensif).

Cette part minimale de Private Equity dans les contrats UC devrait avoir un impact sur le SCR et le risque de liquidité, même si celui-ci est atténué par les conséquences de la loi Macron de 2015.

Problèmes de liquidité avant la loi Macron (2015)

L'illiquidité des titres, et en particulier ceux propres au Private Equity ont depuis longtemps posé problème aux Assureurs Vie.

En effet, avant la loi Macron (Août 2015), les assureurs portaient intégralement le risque de liquidité pour les contrats en unités de compte comportant des investissements en Private Equity. Ils devaient alors remettre en liquide aux assurés le montant correspondant à leur contrat suite à un décès ou à un rachat. Ceci devait se faire dans un délai qui ne pouvait excéder un mois dans le cas du décès du souscripteur et deux mois dans le cas d'un rachat (articles L-132-21 et L-132-23-1 du Code des Assurances).

Or, comme le montant dû par les assureurs est celui à date de rachat du contrat, l'Assureur encourait un risque de liquidité puisqu'il devait avancer sur ses fonds propres le montant en face

de la valeur des UC. Ceci alors qu'il n'était pas sûr de récupérer l'entièreté de sa mise en vendant les actifs de Private Equity en représentation de ses engagements, avec le risque de liquidité qui peut empêcher la vente ou faire diminuer la valeur d'un actif.

Nouveautés avec la loi Macron (2015)

La loi pour la croissance, l'activité et l'égalité des chances économiques du 6 Août 2015, ou « loi Macron » a permis aux assureurs de se libérer partiellement du risque de liquidité pour les contrats UC comportant des titres de Private Equity.

En effet, l'article 137 de cette loi introduit une option irrévocable dans les contrats UC, selon laquelle l'assuré ou le bénéficiaire obtient obligatoirement le règlement de ses unités de compte sous forme de titres et non plus de liquide directement : « Le contractant peut opter irrévocablement à tout moment, avec l'accord de l'assureur, pour la remise de titres ou de parts non négociés sur un marché réglementé, notamment de parts de fonds communs de placement à risques ou non négociables, au moment du rachat des engagements exprimés en unités de compte d'un contrat ».

La remise sous forme de titres oblige l'assuré à trouver lui-même un acquéreur s'il souhaite récupérer des liquidités lors d'une sortie anticipée par rachat, ce qui **transfère directement le risque de liquidité aux assurés**.

Toutefois, certaines règles doivent être respectées pour pouvoir procéder à une remise en titres. D'une part, les titres ne doivent pas « conférer directement le droit de vote à l'assemblée générale des actionnaires d'une société inscrite à la cote officielle d'une bourse de valeurs » (Article 137). D'autre part, les titres non-négociés sur un marché non-réglementé ne doivent pas « conférer de droit de vote et le contractant, son conjoint, leurs ascendants, leurs descendants ou leurs frères et soeurs ne doivent pas avoir détenu, directement ou indirectement, au cours des cinq années précédant le paiement, des titres ou des parts de la même entité que ceux remis par l'assureur » (Article 137).

Toutefois, cette nouvelle loi concerne une option, qui peut ne pas être choisie par l'assuré. Ainsi, le risque de liquidité dans les contrats UC comportant des titres de Private Equity existe toujours.

3.1.2 Les actions et obligations vertes sont-elles plus illiquides que les actifs plus classiques ?

Dans le cas de notre étude, nous nous reposerons uniquement sur le pilier environnemental pour déterminer si une action ou une obligation est verte.

Classification comme entreprise « Verte » La classification comme entreprise « Verte » repose uniquement sur l'étude du premier pilier des critères ESG, le pilier « Environnemental ».

En particulier, une entreprise sera classée verte si :

- soit son activité n'est pas substituable, même dans un monde « Vert ». Par exemple, on peut citer Danone qui produit des biens alimentaires de grande consommation.
- soit son activité est par essence engagé pour une transition énergétique ou un changement des modes de consommation, comme Voltalia qui produit des panneaux solaires.

Les actions Vertes Nous avons mené une étude pour déterminer si les actions pouvant provenir d'actions considérées comme vertes **au vu de l'un des critères ci-dessus** étaient plus illiquides que des actions plus classiques.

Pour le savoir, nous avons constitué une base composée de 29 actions issues du marché Euronext, à savoir : Airbus, Air France, Air Liquide, Alstom, Amundi, AXA, BNP Paribas, Boiron, Bonduelle, Carrefour, Dior, Eiffage, Engie, Euronext, Hermès, JC Decaux, Kering, LVMH, Michelin, Nokia, Orange, OVHCloud, Saint-Gobain, Sodexo, Stellantis, Thalès, Total Energie, Veolia, Virbac, Voltalia.

Pour chaque action, les variables explicatives récupérées étaient les suivantes :

- rendement moyen sur 5 ans
- volatilité moyenne sur 5 ans
- dividende 2023
- chiffre d'affaires 2023
- bénéfice consolidé 2023
- valeur d'un tic (en euros)
- assimilable à du vert (=1) ou non (=0) (variable factorielle)

Nous disposons de trois indicateurs de liquidité, à savoir le MEC 60jours/20jours, le lambda de Kyle et la quantité moyenne par tic, ceci pour toutes les actions.

Modèle linéaire On effectue un modèle linéaire d'équation matricielle $Y = B.X$ avec la base décrite précédemment et comme variables cibles successivement le MEC, le lambda de Kyle et la quantité moyenne par tic.

Test de Fisher En notant :

$$SCR = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SCT = \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$$

avec y la variable à prédire, on pose :

$$F = \frac{SCE}{SCR/(n-2)}$$

Sous H_0 : « aucune variable n'impacte le modèle », F suit une loi de Fisher à $(1, n-2)$ degrés de liberté.

Nous observons une p-value de 27% pour le MEC, de 87% pour le lambda de Kyle et de 37% pour la quantité moyenne par tic. Aucun modèle ne permet de rejeter H_0 au profit de H_1 au seuil 5%.

Tests de significativité des variables : tests de Student On utilise la statistique de test T , évaluée selon la formule : $T = b_j / \sigma_{b_j}$ qui suit une loi de Student sous H_0 , c'est-à-dire si la variable n'est pas significative dans le modèle. Comme on s'y attend, aucune variable n'est significative sauf le rendement moyen sur 5 ans qui a une p-value de 4,3%. En particulier, le critère « vert/non-vert » ne semble pas avoir d'impact sur la liquidité des titres.

Conclusion et améliorations possibles Ainsi, selon notre modèle, le caractère Vert d'une action ne semble pas avoir d'impact significatif sur sa liquidité. Toutefois, ce résultat est à prendre avec du recul. En effet, les actions cotées sont dans tous les cas très liquides, et évaluer la différence de liquidité entre deux d'entre elles s'avère délicat. Une étude sur la différence entre actions vertes et classiques non-cotées pourrait être intéressante. De plus, la quantité moyenne par tic et le lambda de Kyle ne permettent pas forcément de se rendre compte de la profondeur « réelle » du carnet d'ordre, étant donné que des potentiels acheteurs peuvent se manifester en cas de forte hausse ou forte baisse du cours. Enfin, on peut remettre en cause la méthodologie de la classification « Verte/non-Verte » qui repose sur des critères, cités plus haut, qui pourraient être raffinés.

Les OAT Vertes Le 24 janvier 2017, l'Agence France Trésor (AFT) a lancé la première obligation souveraine verte (OAT verte) d'une maturité de 22 ans pour un montant de 7 milliards d'euros et au taux 1,75%.

Les obligations vertes de la France ciblent des dépenses du budget de l'Etat et du programme d'investissement d'avenir sur la lutte contre le changement climatique, l'adaptation au changement climatique, la protection de la biodiversité et la lutte contre la pollution.

Comparaison de la liquidité des obligations OAT vertes par rapport à des obligations plus « classiques »

Pour mesurer la liquidité des obligations OAT Vertes, nous nous sommes intéressés à la différence entre la valeur réelle d'échange d'une OAT Verte d'Etat avec la valeur théorique de cette obligation. Cette valeur théorique a été calculée suivant le taux sans risque (taux fourni par l'EIOPA) plus un spread équivalent à celui en vigueur lors du premier jour d'émission de l'OAT verte, de sorte que :

$$\text{Valeur théorique} = \sum_{i=1}^n \frac{CF_t}{(1 + r_t + s_t)^i}$$

avec :

- CF_t le cash-flow versé à l'instant t , coupon ou nominal
- r_t le taux sans risque à l'instant t
- s_t le spread supplémentaire de l'obligation à l'instant t .
- n le nombre d'années jusqu'à maturité

On considère que la différence entre la valeur réelle et la valeur théorique est due à la liquidité de l'obligation. En pratique, cela n'est vrai qu'en première approximation. En effet, cette différence peut aussi être causée par les fluctuations d'intérêts des investisseurs pour des investissements responsables.

Toutefois, le tracé des deux valeurs nous donne le graphique suivant :

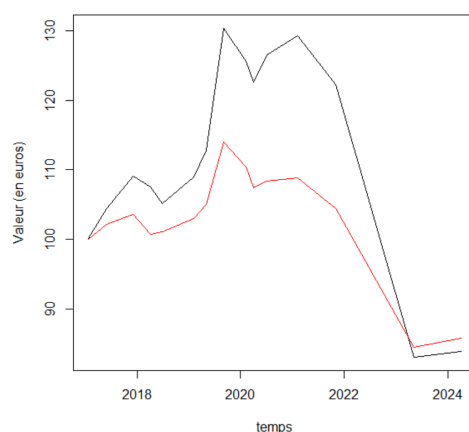


FIGURE 3.3 – Graphique des cours réel (en noir) et théorique (en rouge) d'une obligation OAT Verte

La différence entre valeur réelle et valeur théorique augmente d'abord pour atteindre presque 18% avant de redescendre ensuite en dessous de 0% pour la dernière date d'enregistrement (Avril

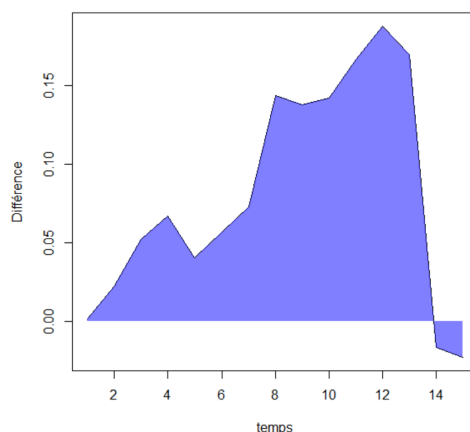


FIGURE 3.4 – Graphique de la différence entre cours réel et théorique

2024). En moyenne, la différence de valeur entre les deux cours est de 7,8%. Si on attribue cette différence uniquement à la liquidité de l'obligation, cela correspond à une très bonne liquidité. Toutefois, nous ne pouvons pas conclure directement à la bonne liquidité des investissements verts car l'on sait que cette différence est non-négligeamment attribuable au succès des investissements verts auprès des investisseurs.

Private Equity vert

Absence de données Pour cette partie, l'idéal aurait été de recueillir des données sur le marché secondaire du Private Equity vert via des fournisseurs de données comme Preqin ou Cambridge Associates, mais le coût d'un abonnement était prohibitif dans le cadre d'une étude pour un mémoire d'actuariat seul. Nous aurions alors recueilli des données de vente de fonds labellisés verts ou ayant une action vraisemblablement impactant positivement la transition écologique et aurions comparé les écarts de liquidité en % de la NAV entre ces fonds et des fonds plus classiques.

Conclusion générale Globalement, notre étude sur les actions et obligations vertes cotées **ne nous permet pas de conclure à une plus grande illiquidité** de ces titres par rapport à d'autres plus classiques. En revanche, la loi Industrie verte impose une part de Private Equity obligatoire dans certaines unités de compte, le Private Equity étant la classe d'actifs la plus illiquide comme nous avons pu le voir dans la partie II de ce mémoire.

3.2 Contrat UC fictif et impact sur le SCR de la loi Industrie Verte (2023)

3.2.1 A la recherche d'un SCR liquidité

Définition : Le Solvency Capital Requirement (SCR)

Dans le cadre de Solvabilité II, le SCR est le montant de fonds propres économiques dont doit disposer la compagnie afin de limiter sa probabilité de ruine au maximum à 0,5% sur un an. Les fonds propres économiques se calculent comme la différence entre la valeur de marché de l'actif et la valeur économique des passifs.

SCR de marché : définition

Le SCR de marché correspond à l'exigence de capital réglementaire au titre des risques de marché identifiés dans le cadre de Solvabilité II. Il peut donner lieu à une consommation de capital conséquente, c'est-à-dire des fonds propres immobilisés, qui dépend notamment de la typologie et du traitement des actifs qui est effectuée en amont.

Le SCR marché a pour objectif de mesurer le capital nécessaire à l'organisme pour couvrir le risque de marché lié à ses actifs, ceci dans 99,5% des cas. Le risque de marché est essentiellement lié à une baisse rapide et brutale du prix de marché des actifs composant le portefeuille de l'assureur.

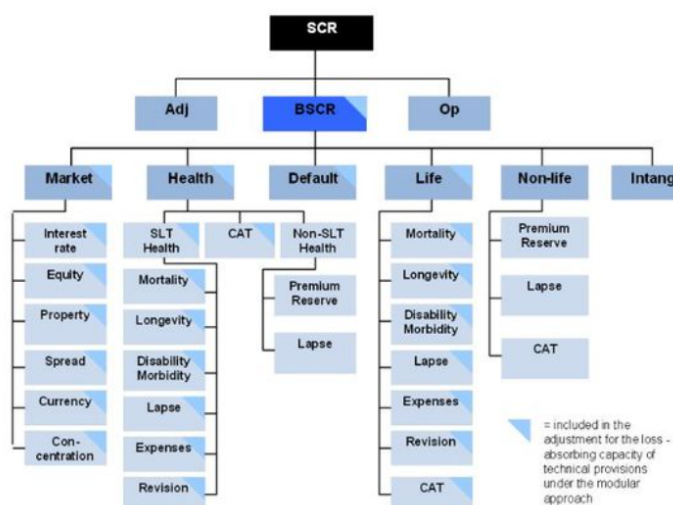


FIGURE 3.5 – Emboîtement des SCR en assurance

La formule standard proposée par le régulateur fournit une méthodologie de calcul et une agrégation des sous-modules de risque suivants :

- **risque action**, choquées à 39% pour les actions de type 1 et à 49% pour les actions de type 2
- **risque de taux**, notamment pour les obligations, avec un choc à la hausse et à la baisse pour tous les points de la courbe des taux sans risque
- **risque de spread**, notamment pour les obligations, qui varie en fonction de la duration et de la qualité de crédit de l'instrument.
- **risque de change** pour les actifs détenus dans une devise étrangère
- **risque immobilier**, avec un choc à 25%
- et le **risque de concentration** avec un seuil de concentration défini par la qualité de crédit de l'émetteur

Le calcul du SCR Marché est soumis aux dispositions réglementaires Européennes, en particulier pour les calculs en formule standard, avec :

- la directive Solvabilité II, modifiée par Omnibus II (dispositions de niveau I)
- les actes délégués de la Commission Européenne et normes techniques réglementaires permettent de mettre en oeuvre la Directive (dispositions de niveau II)
- les normes techniques d'exécutions et orientations de l'EIOPA viennent préciser les actes délégués (dispositions de niveau III)

Absence d'un SCR Liquidité

Nous pouvons remarquer que le risque de liquidité **ne fait pas partie** des risques donnant lieu à une évaluation propre au sein de la cartographie des SCR. Cela paraît assez étonnant, d'autant plus si nous comparons avec les résultats obtenus au chapitre II de ce mémoire. En effet, si nous calculons le rapport entre l'indicateur de liquidité ΔPTV stressé à 60 jours et le choc standard pour les actions, obligations, immobilier et Private Equity, nous obtenons les ratios suivants :

$$\begin{aligned} R_{actions} &= \Delta PTV_{actions}^{60} / choc_{actions} = 1/39 = 2,6\% \\ R_{obligations} &= \Delta PTV_{obligations}^{60} / choc_{obligations} = 4/10(*) = 40\% \\ R_{immobilier} &= \Delta PTV_{immobilier}^{60} / choc_{immobilier} = 20/25 = 80\% \\ R_{privateequity} &= \Delta PTV_{privateequity}^{60} / choc_{privateequity} = 40/49 = 82\% \end{aligned}$$

(*) Le choc obligations dépend en réalité de plusieurs paramètres, dont la notation et la duration des obligations considérées. Nous avons pris une valeur d'exemple (choc de 10% qui correspond aux valeurs trouvées en général pour les chocs obligations ; pour plus de détails, voir [Arias et al. \[2012\]](#)).

Ainsi, on observe que le risque de liquidité est loin d'avoir un poids négligeable dans le choc attribuable aux différents actifs de la pieuvre EIOPA. Cela est particulièrement vrai pour les chocs immobilier et private equity, qui sont les classes d'actifs les plus illiquides.

Deux approches existent pour un organisme d'assurance pour calculer son capital de solvabilité requis. La plus classique est l'approche « Formule Standard » qui repose sur des chocs standards proposés par l'EIOPA. L'autre méthode, appelée « modèle interne », donne un résultat plus proche de la réelle situation des assureurs mais nécessite de nombreuses simulations complexes à mettre en place et coûteuses en temps.

L'approche « Formule standard »

Ainsi, l'approche par formule standard consiste en une approche par calcul de chocs, puis aggrégation des chocs.

Avec QIS 5, le SCR « formule standard » est défini par :

$$SCR = BSCR - Adj. + SCR_{op}$$

avec :

- BSCR : le *basic SCR* ou SCR de base
- Adj. : un ajustement lié à l'absorption due à la Participation aux Bénéfices (PB) et aux impôts
- SCR_{op} : le SCR relatif au risque opérationnel

La formule standard repose sur une approche Bottom-up (de bas en haut), c'est-à-dire que l'on calcule d'abord un SCR pour tous les sous-risques avant de les agréger ensemble avec la matrice de corrélation des risques, donnée ci-dessous :

CorrSCR	Marché	Default	Vie	Santé	Non-Vie
Marché	100%				
Default	25%	100%			
Vie	25%	25%	100%		
Santé	25%	25%	25%	100%	
Non-Vie	25%	50%	0%	25%	100%

FIGURE 3.6 – Matrice de corrélation des composantes du BSCR (source : mémoire de [Sanke \[2016\]](#))

Le SCR de Marché est calculé de la manière suivante :

$$SCR_{march} = \sqrt{\sum_{n \neq p} corrSCR^{n,p} * SCR_n * SCR_p}$$

avec :

- $corrSCR^{n,p}$ la corrélation entre les SCR des sous-risques de la composante concernée
- SCR_n le SCR du sous risque n

L'approche « Modèle Interne »

Cette approche nécessite la projection du bilan de l'assureur à horizon un an. En effet, calculer la probabilité de ruine à 0,5% à un an nécessite de calculer préalablement la distribution des fonds propres économiques à un an. Celui-ci se fait de manière stochastique à l'aide de Générateur de Scénarios Economiques (GSE). On reprend ici les éléments de raisonnement de : [Sanke \[2016\]](#).

L'équation d'équilibre du bilan permet d'écrire :

$$Actif = Passif$$

$$NAV_t = A_t - BEL_t$$

Le SCR dans une approche de modèle interne est alors défini par :

$$SCR = NAV_0 - P(0, 1) * q_{0,5\%}(NAV(1))$$

avec :

- NAV_0 les fonds propres à la date $t = 0$ (quantité déterministe)
- $P(0, 1)$ le prix d'un zéro-coupon à 1 an permettant d'actualiser le flux
- $q_{0,5\%}(NAV_1)$ le quantile de niveau 0,5% de distribution de la NAV à 1 an

La détermination de la quantité $q_{0,5\%}(NAV_1)$ nécessite d'effectuer des simulations dans des simulations stochastiques (SdS). En effet, il faut simuler P réalisations du bilan dans 1 an, et ensuite chaque issue nécessite N simulations en scénario risque-neutre en raison du coût des options et garanties.

3.2.2 Généralités sur les contrats d'Assurance Vie UC

Pour les caractéristiques générales des contrats UC, nous reprendrons le travail de synthèse de [Tennenhäuser \[2012\]](#).

Plusieurs caractéristiques propres aux contrats d'Assurance Vie expliquent leur succès dans de nombreux pays :

- une diversité et une complémentarité dans les produits disponibles
- une fiscalité avantageuse
- une grande flexibilité

Depuis des années l'univers des produits d'Assurance-Vie se polarise autour de deux grandes familles : d'une part on trouve des investissements avec un profil sécuritaire et monosupports, c'est-à-dire les contrats Euro. D'autre part, on trouve des investissements plus offensifs avec des contrats offrant une large gamme de supports et de profils de risques, il s'agit des contrats multisupports et unités de compte en France.

La durée des contrats d'Assurance Vie Pour bénéficier de la fiscalité qui est attachée aux contrats d'Assurance Vie, mieux vaut privilégier un engagement d'une durée minimale de huit ans. Il est aussi possible de souscrire un contrat à durée déterminée reconductible qui permet après une durée minimale fixée, un renouvellement année après année.

En cas de décès de l'assuré, une garantie de « contre-décès » permet à un ou plusieurs bénéficiaires de quand même recevoir une prestation.

Les options de sortie d'un contrat d'Assurance Vie Les possibilités offertes au terme d'un contrat d'Assurance Vie sont les suivantes :

- versement sous forme de rentes, viagères ou à annuités certaines
- versement sous forme de capital
- prolongation de la durée du contrat tout en effectuant des rachats partiels

Les contrats en UC Les contrats en UC sont des contrats qui n'ont pas pour référence une monnaie mais des unités de compte, qui peuvent être des parts ou des actions dans des valeurs mobilières ou immobilières. Parmi celles-ci, on peut citer : les Sicav, les actions, les obligations, les parts en SCPI ou encore les parts en fonds de Private Equity. Ces contrats permettent un investissement diversifié, que ce soit sur les marchés financiers, immobiliers ou en non-coté.

Avantages/Inconvénients pour l'assuré Les avantages pour l'assuré sont :

- de pouvoir investir sur les marchés boursiers, immobiliers et de private equity en bénéficiant de la fiscalité de l'Assurance Vie
- de bénéficier de performances moyennes de long-terme supérieures grâce au marché actions et depuis peu aussi grâce au marché Private Equity.

Les inconvénients pour l'assuré sont :

- l'absence d'un taux minimum garanti (TMG) comme en contrat EURO
- l'absence d'un effet cliquet sur son épargne. Ainsi, les sommes déposées et les gains ne sont pas garantis, même une fois enregistrés.
- des frais de gestion en moyenne plus élevés que pour des contrats EURO

Avantages/Inconvénients pour l'assureur Les avantages pour l'assureur sont :

- un besoin en fonds propres moins important, et donc une meilleure rentabilité des fonds propres
- un moindre risque porté par rapport aux contrats EURO. En effet, le risque de marché est porté par l'assuré.

Les désavantages pour l'assureur sont le coût de la mise en place de ces contrats, et un risque de liquidité et un risque opérationnel accrus.

Les UC garanties ont souvent une période de souscription courte et leur durée est fixe et limitée, en général moins d'une dizaine d'années. Les fonds récupérés sont destinés à être conservés jusqu'à leur terme. Une sortie en cours de vie du contrat est possible, mais elle se fait à la valeur liquidative du moment et avec parfois des pénalités de rachat.

Dans ce mémoire, on se concentrera uniquement sur les **contrats en Unités de Compte (UC)**.

Utilisation d'une table de mortalité

Des tables de mortalité sont nécessaires car en assurance Vie, le paiement des prestations est conditionné par la survenance du décès ou de la survie de la personne assurée. En Assurance Vie, on utilise les tables TF 00-02 et TH 00-02, homologuées par arrêté du 20 décembre 2005.

En simplifiant, les contrats Unités de compte sont des enveloppes juridiques de sociétés d'investissement à capital variable. Des flux de trésorerie entrant et sortant sont à prendre en considération dans la comptabilité des contrats. Les entrées de trésorerie sont principalement constituées des primes et en moindre mesure les recettes des placements. Les sorties de trésorerie sont constituées des rachats, des versements suite à décès et des fins de contrats. Le flux global net résulte de la somme de ces deux flux.

Ce flux global est entrant en période dite de « capitalisation ». Il est sortant en phase de « liquidation » de l'UC.

A noter qu'on ne tiendra pas compte des différents frais qui s'appliquent à ces contrats, frais d'entrée et frais de gestion par exemple.

3.2.3 Construction d'un contrat UC fictif

Pour les besoins de notre mémoire, nous souhaitons mettre en place une situation fictive où un assureur commercialise un contrat UC classique sans Private Equity, puis incorpore du Private Equity dans son offre à la suite de la loi Industrie Verte.

L'idée est de calibrer trois situations :

- la première avec des poids de France Assureur classique pour une UC d'Assurance Vie
- la deuxième avec 5% de Private Equity, et le reste pondéré selon le premier scénario
- la troisième avec 10% de Private Equity, et le reste pondéré selon le premier scénario

Caractéristiques générales du contrat UC fictif

Une population d'investisseurs composé d'investisseurs avec un profil « moyen »

On considérera un contrat UC composé d'une population homogène de souscripteurs. Cette population sera à la fois homogène en termes d'âge, composée exclusivement de quarantenaires ayant 40 ans au début du contrat, et homogène en terme de profils de risque.

Pour simplifier notre tâche, on considérera un contrat d'assurance-vie avec une période de souscription de trois mois pour récolter des fonds et sans possibilité d'adhérer au contrat par la suite. Il s'agit donc d'un contrat en run-off. Tous les investisseurs investissent dans une seule unité de compte.

L'horizon des contrats L'horizon des contrats est fixé à 12 ans après une période de souscription de trois mois pendant laquelle on a fait l'hypothèse d'avoir faire souscrire une population homogène d'hommes de quarante ans. Cette durée est cohérente avec le fait d'incorporer des véhicules de Private Equity dans le contrat, qui ont une durée de vie moyenne de 12 ans et qui mettent souvent entre 6 et 8 ans avant de redistribuer des cash flows aux détenteurs de parts.

L'actif

Représentation des différents actifs au sein des contrats UC France Assureurs donne la représentation moyenne des différentes classes d'actifs au sein des contrats UC français :

3.- Financement de l'économie en représentation des UC⁽¹⁾ à fin 2022

	Assurance Vie en euros		Assurance Vie en UC	
	Md€	%	Md€	%
Entreprises	928,7	56,1 %	398,0	84,2 %
- dont actions	218,4	13,2 %	278,7	59,0 %
- dont obligations d'entreprises	619,3	37,4 %	81,5	17,2 %
- dont immobilier d'entreprises	91,0	5,5 %	37,8	8,0 %
Obligations souveraines	518,8	31,4 %	21,8	4,6 %
Immobilier d'habitation	21,8	1,3 %	9,1	1,9 %
Autres	185,0	11,2 %	43,9	9,3 %
Total	1 654,3	100,0 %	472,8	100 %

(1) après transparence des OPC

FIGURE 3.7 – Représentation des différents actifs au sein des contrats UC (source : France Assureurs)

Nous retiendrons les chiffres suivants pour la répartition des actifs en UC :

- Actions : 65%
- Obligations d'entreprise : 15%

- Immobilier : 10%
- Obligations souveraines : 5%
- Trésorerie : 5%

On suppose que l'assureur fictif a réussi à récolter un milliard d'euros de primes pour son placement UC. L'UC est composée de :

- 600 millions d'euros d'actions de type 1 (choquées à 39%), soit 60% du total.
- une obligation d'entreprise de nominal 150 millions d'euros, émise au pair, de taux de coupon 4% et de maturité 12 ans. Cette obligation représente 15% du total.
- des investissements immobiliers pour 100 millions d'euros, soit 10% du total.
- une obligation souveraine de nominal 50 millions d'euros, émise au pair, de taux de coupon 3% et de maturité 12 ans. Cette obligation représente 5% du total.
- de la trésorerie, représentant 10% du total

Modélisation des actions

Les actions sont modélisables selon l'équation de Black & Scholes :

$$\frac{dS_t}{S_t} = r_t \cdot dt + \sigma_t \cdot dW_t \quad (E)$$

avec :

- r_t le rendement de l'action
- σ_t représente la volatilité de l'action
- W_t un mouvement Brownien géométrique
- S_t le prix de l'actif à l'instant t

Pour nos simulations, on utilisera la solution explicite de l'équation différentielle stochastique (E). Elle est donnée par le lemme d'Itô :

$$S(t + \Delta t) = S(t) \cdot \exp \left(\left(r_t - \frac{\sigma_t^2}{2} \right) \cdot \Delta t + \sigma_t \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \eta \right)$$

avec $\eta \sim \mathcal{N}(0, 1)$ et Δt une petite variation de temps.

Pour les actions, on gardera comme valeurs de **rendement 8%** et comme valeur de **volatilité 15%**, ce qui correspond aux caractéristiques moyennes des actions selon France Assureurs.

Modélisation de l'immobilier Pour l'immobilier, on usera également d'un brownien géométrique avec les paramètres suivants :

- un **rendement de 6%**
- une **volatilité de 8%**

Modélisation des obligations : d'Etat et *Investment Grade* Pour les obligations, nous userons également d'une simplification pour les modéliser par des browniens géométriques, comme des actions. Ceci **ne perd pas tellement en généralité** puisque les assureurs Vie investissent souvent dans des fonds type OPCVM qui regroupe plusieurs obligations, et non directement dans les obligations elles-mêmes. Nous supposons également que nos obligations ne peuvent pas faire défaut.

Selon l'INSEE, le taux de rendement des obligations françaises en 2023 était de 3% environ, c'est ce rendement que nous conserverons pour nos simulations d'obligations souveraines.

Pour les obligations corporate, nous proposons un taux de rendement de 4%, taux qui dans tous les cas n'a que peu d'impact sur le coût de la liquidité de notre contrat UC.

Pour la volatilité, nous retiendrons comme chiffres 8% pour les obligations souveraines et 10% pour les obligations corporate.

Modélisation des flux de Private Equity Nous modéliserons également le Private Equity par un Brownien géométrique, mais nous prendrons en compte son absence de rendement les premières années par un ajustement linéaire du rendement selon la durée écoulée depuis le début du contrat. Ainsi, nous retiendrons un rendement moyen d'environ 15% mais tel que, pour chaque année t , le rendement en t r_t vaut :

$$r_t = \frac{t}{12} * 30\%$$

Ainsi, le rendement l'année 1 est de $1/12 * 30 \sim 3\%$ et il augmente au fur-et-à-mesure jusqu'à la liquidation du véhicule de Private Equity au bout de 12 ans.

Volatilité du Private Equity Pour le Private Equity, on considèrera une volatilité similaire à celle des actions, à savoir 15%.

Corrélation des Browniens

Les Browniens des actifs action, obligation, immobilier sont corrélés suivant la matrice de corrélation des SCR EIOPA.

On utilise la méthode de Cholesky pour la corrélation des mouvements Browniens géométriques. Si X et Y sont deux actifs corrélés de corrélation ρ , alors leurs browniens de simulation respectifs B_X et B_Y sont donnés par :

$$\begin{cases} B_X = \rho.B + \sqrt{1 - \rho^2}.B_1 \\ B_Y = \rho.B + \sqrt{1 - \rho^2}.B_2 \end{cases}$$

avec B , B_1 et B_2 trois Browniens générés aléatoirement et indépendants deux à deux.

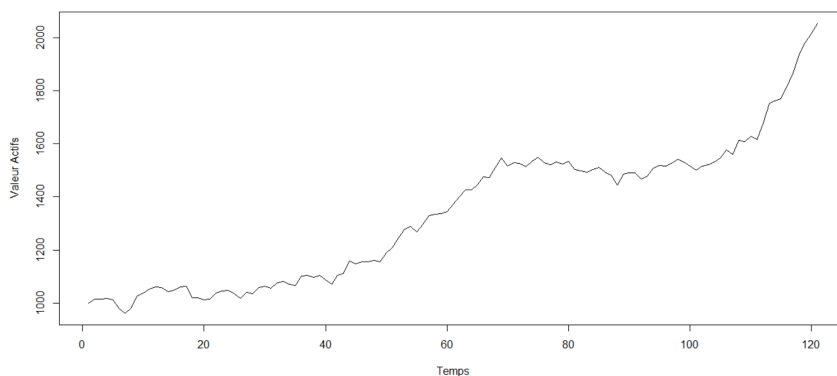


FIGURE 3.8 – Une simulation de la valorisation des actifs au cours du temps

Modélisation des passifs

Modélisation de la mortalité Pour simplifier notre cas d'étude, nous prendrons une population type, composée à 100% d'hommes âgés de 40 ans exactement au début du contrat.

Nous utiliserons la table TH 00-02 décès et nous ferons une interpolation linéaire entre chaque année pour obtenir la mortalité de la population tous les vingt jours. Un extrait de la table TH 00-02 pour des hommes de 40 ans et avec un suivi de 15 ans donne :

Age	lx
40	96369
41	96141
42	95887
43	95606
44	95295
45	94952
46	94575
47	94164
48	93720
49	93244
50	92736
51	92196
52	91621
53	91009
54	90358
55	89665
56	88929

TABLE 3.1 – Taux de mortalité pour des hommes de 40 ans sur 15 ans - table TH 00-02

Hypothèse de mortalité Nous ferons l'hypothèse suivante, qui diffère légèrement du modèle habituel (Loi de Poisson) :

La loi de décès à l'âge x durant le mois t suit la loi suivante :

$$D_{xt} \sim \text{Binom}(V(t), p)$$

avec :

- $V(t)$ la taille de la population à l'instant t
- et p la probabilité de décéder entre t et $t + 1$

Lorsque n devient grand et p reste petit, un théorème admis nous dit qu'une loi Binomiale converge vers une loi de Poisson, donc notre approximation a un sens.

Le risque de mortalité Comme ce n'est pas l'objet principal de ce mémoire, nous ne calibrerons pas de chocs spécifiques au risque de mortalité.

Modélisation des rachats Soit un mois m et une année N . Le taux de rachat total pour le mois m de l'année N est défini par :

$$Taux_{m/N} = \frac{Nb_{Rachat_{m/N}}}{Expo_{m/N}}$$

avec :

- $Nb_{Rachat_{m/N}}$ le nombre de rachats qui ont lieu le mois m de l'année N
- $Expo_{m/N}$ l'exposition au risque de rachats le mois m de l'année N

Concernant le rachat structurel, nous calibrerons notre taux de rachat sur les données issues du mémoire de [Suru \[2011\]](#). En particulier, nous choisirons le produit dénommé « Johnson », considéré comme ayant un comportement intermédiaire.

Entre janvier 2004 et février 2011, le taux de rachat du produit « Johnson » prend les valeurs suivantes :

Date	Taux de rachat
Janvier 2004	0,39%
Juin 2004	0,22%
Novembre 2004	0,19%
Avril 2005	0,15%
Septembre 2005	0,40%
Février 2006	0,20%
Juillet 2006	0,18%
Décembre 2006	0,22%
Mai 2007	0,22%
Octobre 2007	0,20%
Mars 2008	0,40%
Août 2008	0,23%
Janvier 2009	0,36%
Juin 2009	0,66%
Novembre 2009	0,22%
Avril 2010	0,37%
Septembre 2010	0,61%
Février 2011	0,34%
Moyenne	0,31%
cart-type	0,15%

TABLE 3.2 – Taux de rachat par mois du produit « Johnson »- Données issues du Mémoire de [Suru \[2011\]](#)

Dans ce mémoire, nous calibrerons notre loi de rachat selon une loi Binomiale à deux niveaux du type :

- Si le taux de rachat est en-dessous du seuil a_1 , on applique une loi binomiale de paramètres N le nombre de contrats et de probabilité p_1 le taux de rachat de premier niveau. Sinon on applique le taux de rachat de niveau 2 avec probabilité p_2 dans la loi Binomiale.
- Si le taux de rachat est au-dessus du seuil a_2 (avec $a_1 < a_2$), on applique une loi binomiale de paramètres N le nombre de contrats et p_2 le taux de rachat de niveau 2. Sinon, on applique le taux de rachat de niveau 1 avec probabilité p_1 dans la loi binomiale.

Durée de cadencement des simulations Nous prendrons une durée de cadencement, c'est-à-dire la durée entre deux simulations successives, de 20 jours. Cela est cohérent avec la durée maximum dont dispose l'assureur pour régler un assuré après un décès, avec une marge de 10 jours par rapport à la réglementation (30 jours).

Calibration des paramètres p_1 , p_2 , a_1 et a_2 On souhaite que p_1 corresponde à la moyenne des taux de rachat en temps normal. Avec nos chiffres, cela nous donne $p_1 = 0,31\%$ par mois, soit $p_1 = 0,20\%$ environ tous les 20 jours.

Pour p_2 , en suivant les bornes QIS5, on peut prendre un taux de rachat multiplié par 10, ce qui nous donne un taux de rachat de 37% annuel et de $p_2 = 2\%$ environ tous les 20 jours.

Maintenant, il nous faut déterminer les bornes de changement de régime $a1$ et $a2$. On souhaite en moyenne un changement de régime, c'est-à-dire une grave crise de rachats, tous les 10 ans en considérant l'historique de sinistralité des crises de liquidité (cf chapitre I du mémoire). 20 jours représente environ 1/18ème d'une année et 1/180ème de 10 ans. Ainsi, on cherche $k1$ le plus grand tel que :

$$P(X \geq k1; Nc; p1) \geq a1$$

avec $a1 = 1/180$

Ce $k1$ est ensuite déterminé numériquement par R avec la fonction *qbinom*.

Pour déterminer le seuil $a2$, on considère que, lorsqu'une crise a lieu, la probabilité qu'elle continue les 20 jours suivants est de 95%, donc $a2 = 95\%$. Ce seuil donne une marge de sécurité d'un mois, en plus de considérer que la période charnière des grandes crises financières dure en général moins d'un an. Ici on cherche $k2$ le plus petit tel que :

$$P(X \leq k2; Nc; p2) \geq a2$$

3.3 Calibration d'une pénalité de rachat UC

3.3.1 Impact sur le SCR d'un contrat UC fictif : approches par formule standard

On souhaite dans un premier temps évaluer l'impact sur le SCR de l'incorporation d'une part de Private Equity dans un contrat Unité de Compte.

Le **premier contrat** dont on évaluera le SCR sera composé des actifs en représentation suivants :

- Actions : 65%
- Obligations d'entreprise : 15%
- Immobilier : 10%
- Obligations souveraines : 5%
- Trésorerie : 5%

Le **second contrat** avec 5% de Private Equity contiendra la répartition suivante :

- Actions : 62%
- Obligations d'entreprise : 14%
- Immobilier : 9%
- Obligations souveraines : 5%
- Private Equity : 5%
- Trésorerie : 5%

Enfin, le **dernier contrat** avec 10% de Private Equity aura comme répartition :

- Actions : 60%
- Obligations d'entreprise : 14%
- Immobilier : 8%
- Obligations souveraines : 4%
- Private Equity : 10%
- Trésorerie : 4%

On se concentrera sur le calcul du **SCR de marché**. Ce calcul se fera selon une approche « formule standard ». On considère que le SCR de Private Equity possède les corrélations suivantes avec les autres SCR de marché :

- 75% avec le SCR Actions (source : mémoire de [Joubert \[2021\]](#) sur le Private Equity)
- 0% avec le SCR Immobilier
- 0% avec le SCR Taux

Les autres corrélations entre SCR de marché sont donnés par le tableau suivant :

i \ j	Taux d'intérêt	Actions	Actifs immobiliers	Marge	Concentration	Devise
Taux d'intérêt	1	A	A	A	0	0,25
Actions	A	1	0,75	0,75	0	0,25
Actifs immobiliers	A	0,75	1	0,5	0	0,25
Marge	A	0,75	0,5	1	0	0,25
Concentration	0	0	0	0	1	0
Devise	0,25	0,25	0,25	0,25	0	1

FIGURE 3.9 – Corrélations entre SCR de marché, source : site « Tangente Mag »

On retiendra les chocs suivants :

- 39% pour le choc actions, puisqu'on considère que toutes nos actions sont de type 1
- 49% pour le Private Equity
- 25% pour l'immobilier
- le maximum entre un choc à la hausse et un choc à la baisse sur la courbe des taux pour nos deux obligations, l'une *corporate* et l'autre souveraine. L'obligation corporate est émise au pair au taux de coupon 4% de maturité 15 ans. L'obligation souveraine est émise au pair au taux de coupon 3% de maturité 15 ans. Les vecteurs des chocs sont donnés par l'EIOPA.

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

	Contrat UC base	Contrat 5% PE	Contrat 10% PE
SCR	27,1%	26,7%	26,5%

TABLE 3.3 – SCR de marché pour trois contrats Unités de Compte

Résultats et conclusion Étonnamment, le SCR de marché décroît au fur-et-à-mesure que l'on augmente la proportion de Private Equity dans le contrat. Cela est dû à la faible sur-pénalisation du Private Equity par rapport aux actions (seulement +10%) et de l'absence de corrélations entre le SCR Private Equity et les autres SCR.

3.3.2 Calibration d'une pénalité de rachat

Ici, l'idée va être ici de calibrer une pénalité de rachat en projetant les flux de trésorerie des trois contrats unités de compte. On reprend les notations de la section III du chapitre I et les préconisations de l'Institut des Actuaire. On prend une durée de projection $T = 12$ ans, un horizon de cadencement ν de 60 jours et une durée de cadencement τ de 20 jours. Ainsi, chaque horizon de cadencement contient trois durées de cadencement.

Une population qui suit une évolution en run-off Comme évoqué au 3.2.3 de ce mémoire, le portefeuille pour les trois types de contrats UC évolue en run-off, c'est-à-dire qu'il n'y a plus de nouveaux arrivants.

On distingue alors trois sous-populations au sein de la population générale :

- les survivants au temps t , notés V_t
- les décédés cumulés au temps t , notés D_t
- les contrats rachetés cumulés au temps t , notés R_t

On considère que les décès instantanés d_t suivent une loi Binomiale de paramètres V_{t-1} et $p_i/18$, respectivement la taille de la population au temps $t - 1$ et la probabilité de décès l'année i dans la table TH 00-02, pour des hommes entrant dans le contrat à 40 ans. En effet 20 jours représentent un dix-huitième d'une année.

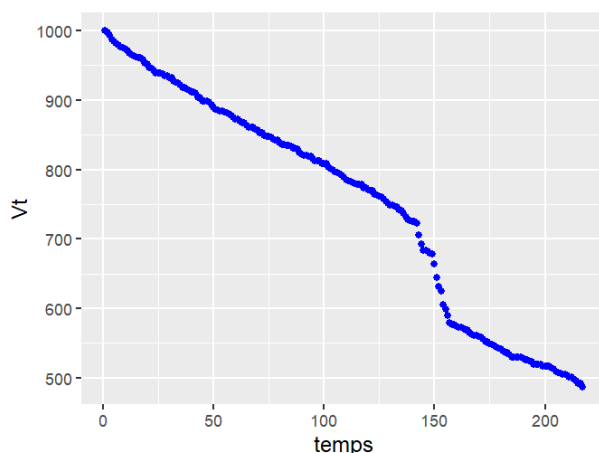


FIGURE 3.10 – Une évolution du nombre de contrats en portefeuille

On considère également que les rachats instantanés r_t suivent une loi Binomiale à deux niveaux de paramètres :

- $p1 = 0,20\%$ et V_{t-1} en temps normal
- $p2 = 2\%$ et V_{t-1} en scénario stressé

Deux seuils $a1$ et $a2$ sont calculés de telles sorte que la probabilité de passer en scénario stressé alors qu'on est en scénario normal est de une chance sur 180 (soit en moyenne une crise tous les 10 ans). La probabilité de revenir en scénario normal alors qu'on est en scénario stressé est de une chance sur 20 (ce qui donne comme durée moyenne de crise environ une année).

Modèle 0 : Pertes maximales possibles

Les nouveaux contrats Unités de Compte, dans le cadre de la loi Industrie Verte, contiennent entre 5 et 10% de Private Equity. Si on considère le **pire scénario possible**, une **crise instantanée et totale de rachat des contrats du portefeuille**, et qu'on prend comme perte de liquidité l'indicateur ΔPTV_α en scénario stressé sous 20 jours, soit un coût de la liquidité de 55%, cela donne comme pénalités de rachat les valeurs suivantes :

$$5\% * 55\% = 2,8\%$$

pour le PE à 5%

$$10\% * 55\% = 5,6\%$$

pour le PE à 10%

Si nos modèles sont cohérents, nos simulations suivantes devraient donner des pénalités de rachat inférieures aux seuils extrêmes donnés ci-dessus.

Premier modèle

Pour notre premier modèle, nous avons choisi de ne pas modéliser les actifs. A la place, on considère que la somme de la valeur des actifs reste stable n'évolue pas au cours du temps (les rachats sont compensés par le rendement des actifs).

Notre méthode est alors la suivante, à chaque itération :

1. On simule le nombre de décès et de rachats à l'itération i
2. Si on est en scénario normal, on considère qu'on connaît la trajectoire du passif et l'actif peut être géré sans coût de liquidité, donc le coût de liquidité global est de 0 euros
3. Si on est en scénario stressé, on considère que le coût de liquidité correspond à ΔPTV à 60 jours pour chaque actif vendu. La loi du coût de la liquidité est une loi Normale calibrée de telle sorte que la moyenne est ΔPTV central et le quantile à 99,5% vaut ΔPTV stressé

Méthode de Monte-Carlo En utilisant la méthode de Monte-Carlo et sur 1000 simulations, on obtient comme coût de liquidité moyen :

	Normal	PE 5%	PE 10%
Coût de liquidité moyen	0,4%	0,7%	1%
Var à 99,5% du coût de la liquidité	1,5%	2,6%	3,7%

TABLE 3.4 – Variation du coût de la liquidité en fonction du type de contrat (1ère méthode)

En retenant comme mesure de liquidité la Value-at-Risk à 99,5%, cela nous donne comme pénalité de rachat 1,1% (2,6-1,5) pour les contrats avec 5% de Private Equity et 2,2% (3,7-1,5) pour les contrats avec 10% de Private Equity. Ici, on a fait l'hypothèse que les coûts de liquidité moyens étaient stables au cours du temps (espérance et variance faibles).

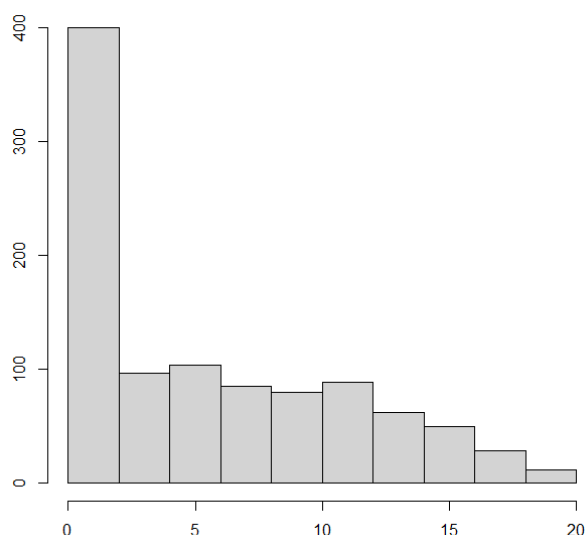


FIGURE 3.11 – Histogramme du coût de la liquidité (en euros) pour un portefeuille d'actifs d'une valeur de 1000 euros

Second modèle : prise en compte des actifs et du Private Equity

Dans le second modèle, nous prenons en compte les performances des différents actifs dans la modélisation. Le rendement de chaque actif est réinvesti dans tous les autres actifs selon la répartition prévue à l'initialisation de l'algorithme.

Le Private Equity : un rôle particulier Le Private Equity présente une situation particulière dans le sens où l'arrivée des cash-flows se fait vers la fin de l'investissement (au minimum au bout de 6-8 ans). Grâce à [Joubert \[2021\]](#), nous pouvons récupérer un processus stochastique qui donne l'arrivée des cash flows positifs p_t pour l'investisseur :

$$p_t = \alpha.t.(m.C - P_s).exp\left(-\frac{1}{2} \cdot [\alpha.(t^2 - s^2) + \sigma^2(t - s)] + \sigma.\epsilon.\sqrt{t - s}\right)$$

avec :

- α le coefficient de retour à la moyenne
- C la somme des capitaux appelés
- m le multiple final entre les distributions finales et les capitaux appelés
- P_s la somme des distributions reversés au temps s
- $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, 1)$

En commençant l'origine des temps à 0 ($s=0$), cela donne :

$$p_t = \alpha.t.m.C.exp\left(-\frac{1}{2}.\alpha.t^2 + \sigma^2.t + \sigma.\epsilon.\sqrt{t}\right)$$

[Joubert \[2021\]](#) avait trouvé les estimations suivantes :

- $\hat{m} = 1,5755$
- $\hat{\alpha} = 0,0316$
- $\hat{\sigma} = 1,4810$

En paramétrant le résultat de la loi Normale à 0, on obtient la trajectoire moyenne pour les distributions de Private Equity p_t sur 48 trimestres, soit 12 ans :

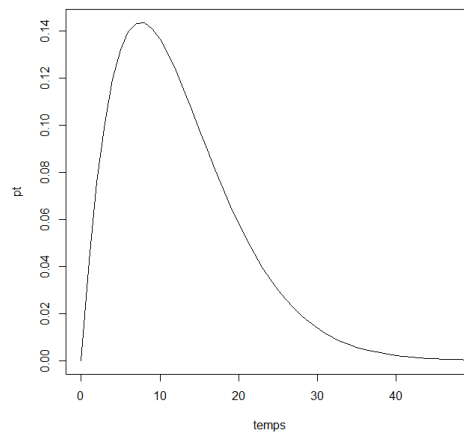


FIGURE 3.12 – Distributions moyennes du Private Equity sur 48 trimestres

Maintenant, on va considérer que le coût de la liquidité pour le Private Equity dépend des cash-flows déjà distribués. En particulier, si on considère C_{PE}^m le coût moyen en liquidité du Private Equity, on considère que le coût en liquidité du Private Equity en fonction du temps est donné par :

$$C_{PE}(t) = coeff * C_{PE}^m * \left[1 - \frac{\int_0^t p_t}{\int_0^T p_t} \right]$$

avec T la période d'observations, ici 12 ans ou 48 trimestres, et coeff un coefficient calculé de telle sorte qu'en moyenne, le ratio $C_{PE}(t)/C_{PE}^m$ vaut 1.

Pour obtenir le coût de la liquidité en pourcentage, nous avons divisé la moyenne des sommes des coûts de liquidité par la valeur moyenne du portefeuille au cours du temps.

Finalement, nous obtenons :

	Normal	PE 5%	PE 10%
Coût de liquidité moyen	0,1%	0,3%	0,4%
Var à 99,5% du coût de la liquidité	0,5%	1,1%	1,6%

TABLE 3.5 – Variation du coût de la liquidité en fonction du type de contrat (deuxième méthode)

Etonnament, on obtient un coût de la liquidité plus stable avec des pénalités de rachat moins importantes que pour le premier modèle, de 0,6% (1,1-0,5) pour les contrats avec 5% de Private Equity et 1,1% (1,6-0,5) pour les contrats avec 10% de Private Equity. Cela s'explique par le fait que dans la modélisation de Joubert [2021], les cash-flows arrivent relativement rapidement. Or, nous avons calibré le coût de la liquidité en fonction de l'arrivée des cash-flows. Ainsi, le coût global de liquidité se retrouve à être moindre que dans la première modélisation.

Troisième modèle : calibration d'une pénalité de rachat annuelle

Pour le troisième modèle, on multiplie la pénalité de rachat du premier modèle (le plus prudent) par le ratio entre le coût de la liquidité l'année t sur le coût moyen de la liquidité :

$$\text{ratio} = \frac{C_{PE}(t)}{C_{PE}^m} = \text{coeff} * \left[1 - \frac{\int_0^t p_t}{\int_0^T p_t} \right]$$

On fait à nouveau l'hypothèse que la valeur du portefeuille reste stable au cours du temps (la croissance des actifs compense les rachats et les décès) et que les occurrences de crises de rachats sont les mêmes sur toute la durée du contrat.

De plus, pour cette nouvelle simulation, nous avons retenu des paramètres d'arrivée des cash-flows différents. Ceci pour obtenir une courbe plus allongée qui corresponde mieux à la description qui en était faite dans diverses sources (le temps pour distribuer les cash-flows pouvant dépasser 15 ans).

Ainsi, nous avons retenu les paramètres suivants :

- $\hat{m} = 1,5755$
- $\hat{\alpha} = 0,0050$
- $\hat{\sigma} = 0,900$

On obtient pour les douze années, les ratios et les pénalités de rachat suivantes :

Année	ratio	Pénalité 5% PE	Pénalité 10% PE
1	1,62	1,8%	3,6%
2	1,55	1,7%	3,4%
3	1,45	1,6%	3,2%
4	1,32	1,45%	2,9%
5	1,18	1,3%	2,6%
6	1,04	1,15%	2,3%
7	0,91	1%	2%
8	0,79	0,9%	1,8%
9	0,67	0,75%	1,5%
10	0,57	0,65%	1,3%
11	0,49	0,55%	1,1%
12	0,41	0,45%	0,9%

TABLE 3.6 – Tableau pénalités de rachats annuelles pour le Private Equity

Conclusion Ainsi, on obtient une pénalité de rachat variant de 3,6% la première année à 0,9% la douzième année pour les contrats incorporant 10% de Private Equity et une pénalité de rachat variant de 1,8% à 0,45% pour les contrats incorporant 5% de Private Equity.

Conclusion

Dès les premiers échanges à grande échelle, la question d'acheter et vendre rapidement sans perte de valeur s'est posée, notamment en période de crise (famines, guerres). En effet, ces cas extrêmes ont mis en évidence le risque avéré de perte massive de valeur en cas d'obligation de transactions rapides sur des denrées, comme l'illustre une disette sous Auguste.

La liquidité est définie comme la capacité d'un actif à être converti en monnaie rapidement. Elle se divise en trois catégories : la liquidité monétaire, liée à la masse monétaire, la liquidité de marché, qui concerne la vente d'actifs financiers sans perte de valeur significative et la liquidité de bilan, qui mesure la capacité des entreprises à liquider des actifs pour honorer des passifs. Ces trois formes sont étroitement liées, influencées notamment par les taux d'intérêt des banques centrales.

La liquidité de marché est fonction de trois variables : la quantité d'actifs échangés, le temps pour les échanger et le surcoût de transaction. Une bonne gestion de la liquidité passe par la recherche d'un surcoût de transaction minimum, tout en réalisant les volumes souhaités dans un délai acceptable. Les facteurs influençant la liquidité de marché incluent l'organisation du marché, la segmentation des actifs et l'aversion au risque des investisseurs.

Les principales caractéristiques de la liquidité de marché sont : l'immédiateté, la profondeur, l'étroitesse et la résilience. Ces caractéristiques permettent de quantifier la capacité à vendre des actifs sans affecter leur prix. Les mesures incluent des outils comme la fourchette, le coefficient de sensibilité de Gresse et le λ de Kyle, chacun offrant une perspective spécifique sur la liquidité selon le type d'actifs et les conditions de marché.

Ces indicateurs ont néanmoins plusieurs défauts : ne pas prendre en compte les trois dimensions de la liquidité (sauf l'indice VTP de Le Saout), ne pas donner de résultat sous forme de surcoût de liquidité (résultat peu interprétable) et enfin ne pas être adapté pour les actifs non cotés comme le Private Equity ou l'immobilier.

On propose donc d'introduire un nouvel indicateur de liquidité, ΔPTV_α , prenant en compte trois variables : le prix, la quantité échangée et le délai de transaction. Cet indicateur, présenté sous forme de surface probabiliste, évalue la liquidité dans deux scénarios central et stressé. Il est conçu pour offrir une mesure globale de la liquidité des actifs, cotés ou non cotés, en s'appuyant sur des quantiles à différents niveaux de risque.

Cet indicateur a plusieurs limites, notamment :

- cette approche nécessite beaucoup de données. Dans le cas d'actifs non cotés par exemple, un manque d'informations peut empêcher une estimation robuste de la distribution du coût de liquidité.
- les coûts de liquidité instantanés des actifs cotés sont relativement simples à calculer, mais il peut être plus difficile d'en déduire un coût de liquidité sur un horizon plus long (20 jours par exemple). Dans ce mémoire, une décote à dire d'expert a été appliquée par type d'actifs, mais celle-ci pourrait être approfondie par une analyse quantitative plus poussée de coûts de liquidité historiques.
- il s'agit d'une approche par quantiles avec des horizons d'intérêt discrets, ce qui limite l'information sur le coût de liquidité des actifs. En particulier, les horizons de temps et les quantiles intermédiaires ne sont pas connus.

D'un point de vue réglementaire, on rappelle que Bâle III vise à assurer la stabilité bancaire à l'international. Solvabilité II, norme européenne pour les assurances, s'en inspire en intégrant le risque de liquidité. La réglementation Solvabilité II repose sur trois piliers : exigences en capital (MCR et SCR), gouvernance avec ORSA, et la transparence. Elle définit le risque de liquidité comme l'incapacité à réaliser des actifs pour honorer des engagements financiers.

Plusieurs méthodologies sont proposées par l'EIOPA pour mesurer et gérer la liquidité au sein des entreprises d'assurance. Deux composantes sont à prendre en compte : la liquidité des actifs, basée sur leur capacité à être vendus rapidement, et la liquidité des passifs qui concerne la facilité de gestion des obligations à long terme. L'EIOPA recommande des tests de liquidité en conditions normales et stressées pour mieux anticiper les risques de liquidité.

Une première application numérique de l'indicateur ΔPTV_α est effectuée pour évaluer la liquidité des actions en utilisant des données de Boursorama. Pour cela, on détermine les fourchettes, les quantités échangées ainsi que les frais de transaction à partir de données de marché comme les carnets d'ordre. On obtient un coût de liquidité instantané égal à 1,2% en moyenne pour les entreprises cotées sur Euronext.

Une deuxième application numérique de l'indicateur PTV est effectuée pour évaluer la liquidité des obligations, en distinguant les obligations d'entreprises et d'États. De façon cohérente, cela fait ressortir que les obligations d'État sont plus liquides. En effet le calcul de PTV pour des obligations d'entreprises comme Air France, Crédit Agricole et Engie aboutit à un coût de liquidité compris entre 3% et 7%, supérieur à celui des obligations d'État (2 à 3%).

En complément, la comparaison de PTV avec d'autres indicateurs de liquidité de marché tels que le de Kyle et le Market Efficiency Coefficient (MEC) montre que ces indicateurs convergent en général, en confirmant la robustesse de ΔPTV_α dans l'évaluation de la liquidité des actions et des obligations.

Une troisième application numérique de l'indicateur ΔPTV_α est effectuée pour évaluer la liquidité des titres de Private Equity. Pour cela, on utilise des flux de trésorerie actualisés (NAV) et une estimation de la valeur des participations sur le marché secondaire. Il en ressort un coût de liquidité pour le Private Equity très supérieur à celui calculé pour les actions cotées et les obligations, en scénario central et stressé, avec des pertes de valeur allant de 15% à 55%.

Une quatrième application numérique de l'indicateur ΔPTV_{α} est effectuée pour évaluer la liquidité des actifs immobiliers non cotés. Il en ressort un coût de liquidité pour les actifs immobiliers qui peut atteindre jusqu'à 30 % en situation de stress de marché. En complément, on constate une corrélation élevée entre le nombre d'acheteurs par bien et la variation des prix à la hausse dans une zone géographique donnée, ce qui confirme le coût de liquidité élevé pour des actifs immobiliers non cotés tel qu'estimé par l'indicateur ΔPTV_{α} .

Dans le contexte de la loi Industrie Verte de 2023 qui vise à renforcer l'investissement vert (notamment pour les compagnies d'assurances) dans le but de réduire l'empreinte carbone de la France et soutenir la réindustrialisation, on analyse la liquidité des actions et obligations vertes. Pour cela, on compare la liquidité des actifs considérés comme verts à celle des actifs traditionnels. Les résultats montrent que les titres verts ne sont pas nécessairement plus illiquides, compte tenu que leur popularité auprès des investisseurs affecte positivement leur valorisation. Une étude de la liquidité des actions Euronext montre en effet que le caractère vert d'une action n'a pas d'impact significatif sur sa liquidité.

On rappelle que le Solvency Capital Requirement (SCR) défini par Solvabilité II est le montant de fonds propres dont doit disposer une société d'assurances pour limiter sa probabilité de ruine à 0,5 % sur un an. La loi Industrie Verte qui impose une part de Private Equity dans les contrats UC, pose la question de l'impact éventuel de cette obligation d'investissement sur le SCR. Pour évaluer cela, on calcule le SCR de contrats UC avec différents niveaux de Private Equity. Il en ressort que l'ajout de Private Equity entraîne une légère baisse du SCR, en raison de la faible corrélation entre le Private Equity et d'autres actifs comme les actions. Ainsi, l'ajout de Private Equity aux contrats UC n'entraîne pas d'augmentation du capital requis pour gérer ces contrats.

L'obligation d'investissement de loi Industrie Verte pose également la question de son impact éventuel sur les pénalités de rachat des contrats UC. Pour évaluer cela, on modélise la calibration d'une pénalité de rachat à partir des flux de trésorerie des contrats UC. On obtient des pénalités de rachat égales à 1,1% pour les contrats avec 5% de Private Equity et 2,2% pour les contrats avec 10% de Private Equity. Il en ressort ainsi que l'ajout de Private Equity aux contrats UC entraîne en revanche une augmentation des pénalités de rachat pour ces contrats.

Annexe A

Annexe

Texte de Black sur la liquidité en anglais :

« The market for a stock is liquid if the following conditions hold : (1) There are always bid and asked prices for the investor who wants to buy or sell small amounts of stock immediately. (2) The difference between the bid and asked prices (the spread) is always small. (3) An investor who is buying or selling a large amount of stock, in the absence of special information, can expect to do so over a long period of time at a price not very different, on average, from the current market price. (4) An investor can buy or sell a large block of stock immediately, but at a premium or discount that depends on the size of the block. The larger the block, the larger the premium or discount. »

Quart d'heures	14h	14h15	14h30	14h45	15h	15h15	15h30	15h45	16h
λ de Kyle	201128	186455	193371	206318	220595	216644	203051	199540	175007
Qtés Carnet d'ordre acheteur (en euros)	627627	547475,5	560986	645829	656242,4	658004	675832,4	662443,2	507578,5
Qtés Carnet d'ordre vendeur (en euros)	473920,4	659364,4	774818,9	718864,2	674410,2	758299,2	715207,5	700150,5	606022,4
Qtés totales (en euros)	1101547	1206840	1335805	1364693	1330653	1416303	1391040	1362594	1113601
fourchette relative (en % de la valeur de l'action)	0,14%	0,14%	0,14%	0,07%	0,07%	0,14%	0,14%	0,14%	0,14%
fourchette (en nbre de tics)	2	2	2	1	1	2	2	2	2

FIGURE A.1 – Tableau des données recueillies pour Amundi

Quart d'heures	14h	14h15	14h30	14h45	15h	15h15	15h30	15h45	16h
λ de Kyle	2710139	2994097	2836605	2836605	2685653	2732674	2746640	2747504	2468214
Qtés Carnet d'ordre acheteur (en euros)	1892668	2178444	2073740	2125513	2183225	2414449,2	2110876	2252739,2	1984726
Qtés Carnet d'ordre vendeur (en euros)	1739753	1880085	1902647	1864178	1892595	1436064	1726589	1566917,6	1826960
Qtés totales (en euros)	3632421	4058529	3976386	3989691	4075820	3850513,2	3837465	3819656,7	3811686
fourchette relative (en % de la valeur de l'action)	0,28%	0,28%	0,28%	0,28%	0,57%	0,28%	0,28%	0,28%	0,57%
fourchette (en nbre de tics)	1	1	1	1	2	1	1	1	2

FIGURE A.2 – Tableau des données recueillies pour AXA

Estimer les paramètres d'une loi Normale par Estimateur du Maximum de Vraisemblance

On suppose que l'échantillon $X_1, \dots, X_n$ est issu d'une loi Normale avec une espérance μ et un écart-type σ , avec μ et σ inconnus.

La fonction générale qui donne la densité d'une loi Normale est donnée par :

$$\forall x \in R, f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

En posant $\theta = (\mu, \sigma)$, la vraisemblance de l'échantillon $X_1, \dots, X_n$ est donnée par :

$$L_n(X_1, \dots, X_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f_{\theta}(X_i) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right)^n e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

En passant au logarithme, on obtient :

$$l_n(X_1, \dots, X_n; \theta) = -n(\ln(\sigma) + \ln(\sqrt{2\pi})) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$$

En dérivant l_n par rapport à μ et en annulant la dérivée, on obtient l'estimateur de μ . Aussi, en dérivant l_n par rapport à σ et en annulant la dérivée, on obtient l'estimateur de σ .

Estimer les paramètres d'une loi de Poisson par Estimateur du Maximum de Vraisemblance

Supposons que le tirage d'un n -échantillon $X_1, \dots, X_n$ de variables aléatoires suive une loi de Poisson $P(\lambda)$, $\lambda > 0$ produisant l'échantillon $x_1, \dots, x_n$.

On rappelle que :

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

La vraisemblance de $x_1, \dots, x_n$ est donc ici :

$$L_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n e^{-\theta} \cdot \frac{\theta^{x_i}}{x_i!} = e^{-n \cdot \theta} \cdot \frac{\theta^s}{\prod_{i=1}^n x_i!}$$

avec $s = x_1 + \dots + x_n$.

On passe au logarithme l'expression, et on obtient :

$$l_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \ln(L_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)) = -n \cdot \theta + s \cdot \ln(\theta) - \sum_{i=1}^n \ln(x_i!)$$

Cette fonction l_n est concave et son extremum θ^* est donné par le zéro de la dérivée :

$$\frac{\partial}{\partial \theta}(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = -n + \frac{s}{\theta}$$

Ce qui nous donne finalement :

$$\theta^* = \frac{s}{n}$$

L'estimateur de λ est donc donné par :

$$\hat{\theta} := \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

Tables pour ΔPTV_α

ΔPTV	Scénario Central	Scénario stressé
20 jours action	1%	2%
60 jours action	0%	1%
20 jours obligation d'entreprise	3%	7%
60 jours obligation d'entreprise	2%	5%
20 jours obligation souveraine	2%	3%
60 jours obligation souveraine	1%	2%
20 jours Private Equity	25%	55%
60 jours Private Equity	15%	40%
20 jours immobilier	10%	30%
60 jours immobilier	5%	20%

TABLE A.1 – Valeurs de ΔPTV

Bibliographie

- ACPR. Solvabilité ii : principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (qis5). *ACPR - Analyses et Synthèses*, 2011.
- Liliana Arias, Philippe Foulquier, and Alexandre Le Maistre. Les impacts de solvabilité ii sur la gestion obligataire. 2012.
- Sandeep Bangia, Francis X. Diebold, Arturo Schuermann, and Robert Stroughair. Modeling liquidity risk, with implications for traditional market risk measurement and management. *Financial Institutions Center, The Wharton School*, 1998.
- Mickaël Berrebi. Les hedge funds et les outils de gestion des risques : limite des outils usuels et prise en compte du risque de liquidité dans le calcul de la value-at-risk, 2013.
- Fischer Black. Toward a fully automated exchange, part i. *Financial Analysts Journal*, 1970.
- Roberto Blanco, Michael J. Brennan, and Paul Marsh. An empirical analysis of the dynamic relation between investment-grade bonds and credit default swaps. *The journal of Finance*, 2005.
- Ian A. Cooper, John Groth, and William R. Avera. Liquidity, exchange listing, and common stock performance. *The journal of economics and business*, 1985.
- Frank de Jong and Joost Driessen. Liquidity risk premia in corporate bond markets. 2012.
- Michel Degosciu. Listed vs. unlisted private equity. *Working Paper, SSRN*, 2012.
- Harold Demsetz. The cost of transacting. *The Quarterly Journal of Economics*, 1968.
- Institut des Actuaire. Révision de la directive solvabilité ii : Risque de liquidité. 2023.
- David Dubofski and John Groth. Exchange listing and stock liquidity. *The journal of financial research*, 1984a.
- David Dubofski and John Groth. Exchange listing and stock liquidity. *The journal of financial research*, 1984b.
- Darrell Duffie, Jun Pan, and Kenneth J. Singleton. Transform analysis and asset pricing for affine-jump diffusions. *Econometrica*, 2000.
- Cornelia Ernst, Sebastian Stange, and Christoph Kaserer. Measuring market liquidity risk - which model works best ? *Working Paper n1, Center for Entrepreneurial and Financial Studies*, 2009.
- Thibault Van Everbroeck. Valorisation de portefeuille sous une approche axiomatique du risque de liquidité, 2011.
- Clara Galliani, Giovanni Petrella, and Andrea Resti. The liquidity of corporate bonds : drivers and sensitivity to different market conditions. 2014.

- Sylvain Gouteron and Daniel Szpiro. Excès de liquidité monétaire et prix des actifs. *Banque de France*, page 70, 2005.
- Toni Gravelle. Liquidity of the government of canada securities market : stylized facts and some market microstructure comparisons to the united states treasury market. *Financial Analysts Journal*, 1999.
- Carole Gresse. La fragmentation des marchés financiers. réflexions théoriques et preuves empiriques sur les actions françaises. *Thèse de doctorat en sciences de gestion, Université Paris IX-Dauphine*, 1997.
- Laurent Grillet-Aubert. Private equity : Etat des lieux et vulnérabilités. *Publications AMF*, 2023a.
- Laurent Grillet-Aubert. Private equity : état des lieux et vulnérabilités. *AMF - Note de synthèse*, 2023b.
- Puneet Handa. A direct test of the theory of intraday concentrated trading patterns. *Working paper, New-York University*, 1993.
- Joel Hasbrouck and Robert A. Schwartz. The liquidity of alternative market centers : a comparison of the new york stock exchange, the american stock exchange and the nasdaq national market system. *American Stock Exchange Transaction Data Research Projet Report, n°1*, 1986.
- Kai-Li Hui and Richard L. Herbel. Measuring liquidity with the pure liquidity ratio. *Personal publication*, 1984.
- Rémi Joubert. Petit manuel du private equity dans le secteur de l'assurance, 2021.
- Ramla Kacem and Benjamin Kohl. Générations de scénarios économiques et comparaison de méthodologies de calcul de scr de marché, 2013.
- Albert S. Kyle. *Continuous Auctions and Insider Trading*. *Econometrica*, 1985.
- Yacine Laïdi. Problématiques de calibration en vue de l'évaluation des risques de taux, de défaut et de liquidité dans le cadre de solvabilité ii, 2013.
- Alva Le Doussal. Intégration des critères esg dans un modèle alm, 2023.
- Erwan Le Saout. Un indice de liquidité multidimensionnel. *Article de l'Université Panthéon-Sorbonne*, 1999.
- Erwan Le Saout. De la microstructure à la gestion du risque de liquidité. *Thèse de doctorat de l'Université de Rennes I*, 2000.
- Francis Longstaff, Sanjay Mithal, and Eric Neis. Corporate yield spreads : Default risk or liquidity? new evidence from the credit-default swap market. *National Bureau of Economic Research paper*, 2004.
- Terry Marsh and Kevin Rock. The transactions process and rational stock price dynamics. *U.C. Berkeley Working Paper*, 1986.
- Jean-Jacques Martel. Valeur vénale et liquidité. *AJDI*, 2016.
- Jochen Mende, Joseph Marks, and Kairat Perembetov. Introductory guide to investing in private equity secondaries. 2016.

- Haim Mendelson and Yakov Amihud. Trading mechanisms and stock returns : An empirical investigation. *The journal of the American Finance Association*, 1987.
- Marco Pagano. Trading volume and asset liquidity. *The Quarterly journal of Economics*, 1989.
- Mohammed Sanke. Etude du scr en epargne, 2016.
- Alexandra Schoenberg and Claudia Zeisberger. Measuring private equity fund performance. *INSEAD*, 2019.
- Susan Strange and Christoph Kaserer. Market liquidity risk - an overview. *Center for Entrepreneurial and Financial Studies, Working Paper*, 2009.
- Adrien Suru. Le rachat : modélisations et préconisations, 2011.
- Michaëlla Tennenhäuser. Gestion dynamique d'un contrat en unités de compte à garantie plancher. Master's thesis, CNAM, 2012.
- Catherine Virlouvet. *Famines et émeutes à Rome des origines de la République à la mort de Néron*. Collection de l'Ecole Française de Rome, 1987.