

Mémoire présenté le : 16 janvier 2024

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Tina Truong

Titre **Tarification par exposition en XS par risque et application sur les Specialty Lines**

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présents du jury de l'Institut des Actuaires signature *Entreprise : QBE SA/NV*

J. Surger-Sun, A. Lacoume, Y. Miloe

Nom : Yahia Salhi

Signature :

Membres présents du jury de l'ISFA

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Ramachandra Loljeeh

Signature :

A. Eyraud

Invité : Mohammed Snoussi

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat







Contents

Contents	2
Résumé	4
Abstract	6
Introduction	7
Remerciements	9
1. La réassurance Specialty	11
1.1. Les différents types de traités en réassurance.....	11
1.1.1. Les traités proportionnels.....	11
1.1.2. Les traités non proportionnels.....	12
1.1.3. Les traités en Risk Attaching et Loss Occurring.....	14
1.2. Motivations d'étude: la réassurance Specialty.....	16
1.2.1. Les Specialty lines.....	16
1.2.2. Le contexte de hard market.....	17
1.2.3. La position de QBE Re.....	19
1.3. Un secteur d'activité difficile à appréhender.....	20
1.3.1. Pour les réassureurs comme pour les assureurs.....	20
1.3.2. L'Ingénierie, caractéristiques et challenges.....	21
1.3.3. L'Espace & Aviation, caractéristiques et challenges.....	24
2. Méthodes de tarification par expérience et par exposition pure	26
2.1. La tarification en réassurance pendant le renouvellement.....	26
2.1.1. Le renouvellement.....	26
2.1.2. Les informations quantitatives disponibles.....	28
2.2. La méthode par expérience pure.....	29
2.2.1. Quelques rappels sur la tarification par expérience.....	29
2.2.2. Les limites de la méthode.....	30
2.3. La méthode par exposition pure.....	31
2.3.1. Courbe d'exposition.....	31
2.3.2. Un exemple simple de tarification par exposition pure.....	33
2.3.3. La famille de distribution MBBEFD et des courbes en c.....	34
2.3.4. La tarification par exposition pure en Property.....	37
2.3.5. Les limites de la méthode par exposition pure.....	38
3. La démarche pour la branche Specialty	39
3.1. Pricer les Specialty avec la méthode par exposition calibrée sur l'expérience.....	39
3.1.1. Formulation mathématique et lien avec la courbe d'exposition.....	39
3.1.2. Simplification en Property avec des paramètres globaux.....	42
3.1.3. Calibration via une approche par scénarios.....	44
3.2. Les avantages de la méthode.....	45
3.2.1. Entre une tarification par expérience et par exposition.....	45
3.2.2. Interprétabilité des deux paramètres c et LR.....	45
4. Outil sous Excel VBA	47
4.1. Présentation de l'outil.....	47
4.1.1. Partie génération de données.....	47



4.1.1.1. Première alternative: générer des données "localement"	47
4.1.1.2. Deuxième alternative: générer des données "globalement"	48
4.1.2. Partie estimation paramétrique.....	49
4.1.2.1. Approche par scénarios.....	49
4.1.2.2. Algorithme d'optimisation et hyperparamètres.....	49
4.1.2.3. Normes utilisées.....	50
4.1.2.4. Résumé et vérification rapide de l'outil.....	51
4.2. Critères d'évaluation.....	52
4.2.1. Écart de prix estimé par rapport au prix théorique de la couverture.....	52
4.2.2. Convergence du résultat suivant la norme.....	53
4.2.3. Ordres de grandeurs pour c et LR et implications.....	53
4.3. Applications.....	56
4.3.1. Application sur un profil réel.....	56
4.3.1.1. Présentation du contrat et analyses préliminaires.....	56
4.3.1.2. Présentation du profil et des données historiques.....	60
4.3.2. Résultats.....	62
4.3.2.1. Sinistres générés à partir du profil et analyse des résultats.....	62
4.3.2.1.1. Vérification de l'algorithme et application.....	62
4.3.2.1.2. Application sur un profil non homogène.....	65
4.3.2.2. Sinistres réels et analyse des résultats.....	66
4.3.2.2.1. Approche retenue: modifier les fréquences des scénarios.....	66
4.3.2.2.2. Autre approche: modifier les montants des sinistres.....	67
5. Les incertitudes possibles dues à la méthode par exposition.....	68
5.1. Les incertitudes possibles sur les données.....	68
5.1.1. Des données peu représentatives dans la pratique.....	68
5.1.2. Mise en AS-IF.....	68
5.2. Les incertitudes liées aux hypothèses du modèle.....	70
5.2.1. Loss ratios et c invariables sur tout le profil.....	70
5.2.2. Approximation par une distribution MBBEFD.....	71
5.2.3. L'exposition caractérisée par la somme assurée.....	71
5.2.4. Un profil statique dans le temps.....	71
5.3. Choix de scénarios de contrôle: préconisations.....	73
5.3.1. Des scénarios dans la zone de structure à pricer.....	73
5.3.2. Choix des scénarios de contrôle.....	75
5.3.2.1. Le nombre de scénarios de contrôle.....	75
5.3.2.2. Les seuils de contrôle.....	78
5.3.3. Le choix de la distance pour la minimisation.....	79
Conclusion et ouverture.....	81
Bibliographie.....	83



Résumé

Mots-clés: réassurance / tarification par exposition / courbes MBBEFD / Property per Risk / Lignes de spécialités / Excess of Loss Reinsurance / optimisation

Dans un contexte de soft market dans des lignes d'assurance traditionnelles (caractérisé par une baisse des primes de réassurance et des taux de cession), exacerbé par des commissions plus élevées et une forte concurrence, les compagnies de réassurance cherchent à se différencier et à conquérir rapidement et efficacement de nouveaux marchés. Les assureurs, pour leur part, cherchent à se développer dans des secteurs de niche émergents et peuvent ainsi trouver, en s'adressant aux réassureurs, une protection pour se développer dans ces nouveaux domaines d'activité.

En particulier, l'assurance de lignes Spécialités couvre divers risques tels que l'aviation et l'espace, le maritime, la cybercriminalité, le terrorisme, le nucléaire, l'ingénierie et l'agriculture. L'étude de ces traités est un véritable enjeu pour les compagnies d'assurance et de réassurance. Il s'avère en effet que l'approche traditionnelle de tarification par expérience en réassurance est peu adaptée à la tarification pour les produits Spécialités car nous disposons souvent de peu d'années d'expérience et de sinistralités. D'autre part, la méthode par exposition pure est peu adaptée car nous avons souvent peu de renseignements sur les courbes d'expositions utilisées dans la tarification des produits Spécialités.

L'utilisation des courbes d'exposition en prenant en compte des sinistres historiques permettrait de concilier les avantages des méthodes d'expérience et d'exposition et d'obtenir un modèle. Ainsi, il serait possible de prendre en considération à la fois les sinistres historiques et les profils dans le but de mitiger les risques de modèles qui résulteraient de la prise en compte partielle des données.

Cette étude vise à proposer et tester la pertinence d'une méthode de tarification en réassurance qui permettrait de proposer une méthode de tarification pour les contrats de réassurance Spécialités. Ainsi, dans ce mémoire, nous allons proposer une méthode de tarification par exposition calibrée sur l'expérience et analyser son impact sur les primes de réassurance à travers la mise en place de visualisations et de stress tests.





Abstract

Keyword: reinsurance / exposure pricing / MBBEFD curves / Property per Risk / Specialty Lines / Excess of Loss Reinsurance / optimization

In a context of a soft market in traditional insurance lines (characterized by a decline in reinsurance premiums and cession rates), exacerbated by higher commissions and strong competition, reinsurance companies seek to differentiate themselves and rapidly and effectively capture new markets. Insurers, on the other hand, aim to expand into emerging niche sectors and may find, by turning to reinsurers, protection to grow in these new business areas.

Specifically, Specialty lines insurance covers various risks such as aviation and space, maritime, cybercrime, terrorism, nuclear, engineering, and agriculture. The study of these treaties is a real challenge for insurance and reinsurance companies. Indeed, the traditional approach of experience rating in reinsurance is often unsuitable for Specialty products' pricing as there is often limited experience and loss data. Furthermore, it is hard to apply a pure exposure method because there is often limited information on exposure curves used in the pricing of Specialty products.

Using exposure curves while considering historical losses would reconcile the advantages of both experience and exposure methods and provide a model. Thus, it would be possible to take into account both historical losses and profiles to mitigate model risk that results from the partial consideration of data.

The study aims to propose and test the relevance of a reinsurance pricing method that would provide a pricing approach for Specialty reinsurance contracts. In this thesis, we will study an exposure-based pricing method calibrated on experience and analyze its impact on reinsurance premiums through the implementation of visualizations and stress tests.



Introduction

Dans un contexte de soft market (baisse des primes de réassurance et taux de cession plus bas), exacerbé par des commissions plus élevées et une forte concurrence, les entreprises de réassurance cherchent à se différencier et à conquérir rapidement et efficacement de nouveaux marchés. Les assureurs, quant à eux, cherchent à se développer sur des industries de niche émergentes et pour ce faire, les assureurs ont besoin d'une protection auprès des réassureurs.

Les assurances de spécialité, également appelées Specialty Lines, couvrent des risques divers et variés tels que l'aviation et l'espace, la marine, la cyber, le terrorisme, le nucléaire, l'ingénierie et l'agriculture. Tous ces risques ont en commun d'être nouveaux, difficilement mutualisables et très volatils d'un portefeuille à l'autre. Ils sont souvent peu demandés sur le marché, mais on constate une demande croissante. Ces traités permettent aux assureurs et aux réassureurs d'entrer sur d'autres secteurs d'activité, de diversifier davantage leur portefeuille et d'être à jour sur les nouvelles avancées technologiques.

Cependant, la tarification de ces nouveaux risques présente des défis multiples pour les assureurs. Il est donc encore plus difficile pour les réassureurs de les aborder puisqu'ils ont moins d'information sur les risques souscrits et les sinistres que la cédante. De plus, le risque encouru par ces secteurs d'activité est moins bien maîtrisé et très volatile si on les compare à d'autres risques traditionnels en assurance tels que l'assurance automobile et l'assurance multirisques habitation. En revanche, les lignes Specialties permettraient également potentiellement d'avoir de grandes marges. Leur tarification pose donc une problématique réelle pour les compagnies d'assurance et de réassurance.

Traditionnellement, en réassurance, on distingue deux méthodes de tarification : les méthodes par expérience et les méthodes par exposition.

L'approche traditionnelle par expérience seule, reposant les sinistres observés, n'est pas adaptée à la tarification en Specialty pour de nombreuses raisons : il n'y a souvent pas assez de sinistres historiques, et cette méthode ne prend pas en compte la composition du portefeuille de l'assureur qui peut évoluer d'une année à l'autre. Or, la composition du portefeuille génère une exposition différente face au risque. Ainsi, l'hypothèse sous-jacente que la composition du portefeuille reste stable dans le temps, que ce soit dans la nature du risque mais aussi dans les valeurs des risques assurés - n'est plus valable.

D'autre part, les réassureurs disposent de la méthode dite "par exposition" qui repose sur le profil du portefeuille et qui devrait permettre, en théorie, une tarification sans avoir besoin d'observer de sinistralités. Cependant, la tarification par exposition a



aussi des limites. En effet, afin de pouvoir effectuer une tarification purement basée sur l'exposition, il faut faire des hypothèses concernant le Loss Ratio (la partie de la prime qui correspond à l'exposition au risque ie la prime pure) et les courbes d'exposition. De plus, la tarification par exposition pure ne prend pas en compte les informations de sinistralité alors qu'elles sont parfois cruciales, et il est recommandé de les utiliser pour réduire les incertitudes du modèle.

Afin de concilier les avantages des deux méthodes, il est possible d'utiliser des courbes d'exposition paramétriques qui seront calibrées sur les sinistres historiques. L'utilisation des évolutions détaillées des profils passés est essentielle pour réaliser des estimations fiables des fréquences et sévérités de sinistres. Cette méthode présente l'avantage d'utiliser à la fois le profil et les sinistres historiques.

Une famille de courbes d'exposition paramétriques, nommée courbes MBBEFD, est généralement utilisée en tarification par exposition pure en Property. Comment pouvons-nous réutiliser ces courbes d'exposition paramétriques utilisées en Property pour tarifier en Specialty?

Pour répondre à cette problématique, la démarche suivie consiste à se baser sur la sinistralité historique (fréquence et sévérité) afin de déduire le LR et c adéquats, sur base de critères développés spécifiquement. Une fois le modèle déterminé, nous pouvons obtenir la prime d'assurance.

On se penchera également sur l'impact de différents choix, tels que la période de retour, le nombre et les choix de scénarios de calibrage, ainsi que la mesure de minimisation associée.

L'objectif ultime est de proposer une méthode de tarification pour tous les traités Specialty en réassurance et de vérifier sa cohérence à travers de tests de sensibilité.



Remerciements

Je tiens à remercier dans un premier temps mon tuteur de stage et d'alternance Indra Loljeeh pour sa confiance, ses enseignements et pour m'avoir guidée et conseillée dans les travaux de ce mémoire.

Je tiens également à remercier Mohammed Snoussi et Anne Pellerin pour leurs conseils pendant mon stage et mon alternance.

Je souhaite remercier QBE Re, en particulier l'équipe Analytics, Aurélien Dubois et Corentin Belpaire, pour leur accueil chaleureux et pour m'avoir accompagnée durant mon année d'alternance.

Je remercie également mon tuteur académique, Yahia Salhi, pour la relecture de ce mémoire et pour les commentaires généraux qu'il m'avait fournis.

Enfin, je remercie mes proches pour leur soutien sans faille.





1. La réassurance Specialty

1.1. Les différents types de traités en réassurance

Les différentes parties présentes lors de la signature d'un traité de réassurance sont:

- la cédante, qui est l'entreprise qui cède des risques à une autre entreprise d'assurance ou de réassurance
- le cessionnaire, qui est l'entreprise d'assurance ou de réassurance qui accepte de prendre en charge une partie ou la totalité des risques cédés par la cédante

1.1.1. Les traités proportionnels

En réassurance proportionnelle, la prime de réassurance et l'indemnisation des sinistres à la cédante par le réassureur se calculent selon le même pourcentage. Par exemple, le réassureur reçoit 20% de la prime d'un risque et s'engage en contrepartie à couvrir 20% des sinistres affectant ce même risque.

Le contrat de Réassurance proportionnelle prévoit souvent le versement par le réassureur d'une « commission de réassurance » pour l'assureur pour couvrir sa part dans différents frais (frais de gestion et d'acquisition du portefeuille, commission de courtage, etc.).

Il existe deux formes classiques de traités de Réassurance proportionnelle: les traités en quote-part (Quota Share) et les traités en excédent de plein (Surplus).

- Traité en Quote-Part – Quota Share (QS)

Dans un traité en Quote-Part, on définit un taux de cession $x\%$. La cédante s'engage alors à céder $x\%$ de la prime perçue pour le portefeuille considéré et le réassureur s'engage à verser à la cédante $x\%$ des sinistres qu'elle devra régler au titre de ce même portefeuille.



- **Traité en Excédent de Plein – Surplus (SP)**

Le traité excédent de plein est semblable au traité Quote-Part, mais le taux de cession est variable d'un risque à un autre.

En effet, en considérant les variables :

- K_i , le capital assuré du risque i
- C , la capacité de l'Excédent de Plein
- R , le plein de rétention de la Cédante
- P_i , la prime originale du risque i

Alors, x_i le taux de cession pour le risque, est donné par:

$$x_i = \min\left(\left(\frac{K_i - R}{K_i}, 0\right), \frac{C}{K_i}\right)$$

En particulier, si $K_i < R$, le taux de cession est nul, la cédante conserve les risques dont le capital assuré est inférieur au plein de rétention. Ces risques représentent a priori le plus grand nombre des polices du portefeuille et surtout la plus grande partie de la prime. L'excédent de plein permet donc de conserver une grande partie de sa prime tout en bénéficiant d'une protection proportionnelle pour ses risques les plus importants.

Ainsi, dans les traités proportionnels, le réassureur et l'assureur partagent le risque et les pertes selon une proportion déterminée au préalable. Leurs tarifications sont basées sur un pourcentage du montant de la prime d'assurance.

1.1.2. Les traités non proportionnels

Dans les traités non proportionnels, il n'y a pas de relation de proportionnalité entre la prime cédée et la participation du réassureur dans les sinistres. Ce type de réassurance a pour but de protéger la cédante de la survenance d'événements extrêmes.

Il existe deux grands types de traités non proportionnels : le traité en Excédent de sinistre (Excess of Loss) et le traité en excédent de perte (Stop Loss).

- **Excédent de sinistre (Excess of Loss)**

Ce contrat fonctionne comme un contrat d'assurance avec franchise déductible. Ici, la franchise est appelée « Priorité » (Priority) ; le réassureur s'engage donc à payer la



partie des sinistres dépassant cette franchise. Ces traités font également mention d'une « Portée » qui correspond à l'engagement maximum du réassureur sur un sinistre. On appelle « Plafond » (Ceiling) la somme de la portée et de la priorité. À noter que « Limit » veut parfois dire la « Plafond » chez certains réassureurs et « Portée » chez d'autres. Dans notre mémoire, nous évitons l'utilisation de « Limit » pour éviter toute confusion.

Ainsi, si on appelle X le montant d'un sinistre touchant le portefeuille, le montant à la charge du réassureur sera :

$$S = \min(\max(X - \text{priorité}, 0), \text{portée})$$

En pratique, un traité XS s'écrit de la manière suivante : Portée XS Priorité.

Il n'y a pas de relation entre la proportion de la prime cédée et la part du réassureur dans le règlement des sinistres.

- Excédent de perte (Stop Loss)

Le principe du Stop Loss est le même que celui de l'Excess of Loss, mais il est appliqué au ratio S/P de l'année. Ce type de traité intervient lorsque l'assureur cherche à se couvrir contre les mauvais résultats.

Dans le cadre de notre étude, on se restreint à la tarification de contrats de réassurance XL per risk.



1.1.3. Les traités en Risk Attaching et Loss Occurring

Il existe deux types de traités principaux en réassurance: la clause Loss Occurring et Risk Attaching.

- Un traité en base fait dommageable¹, aussi appelé Loss Occurring, signifie que le Réassureur prend en charge seulement les sinistres survenus pendant la période d'effet du contrat de réassurance, peu importe la date de rattachement de la police d'assurance.

Regardons un exemple :

- Une police d'assurance est émise pour la période du 01/06/2019 au 31/05/2020.
- La Cédante a souscrit à un contrat de réassurance couvrant la période du 01/01/2019 au 31/12/2019 en base fait dommageable.
- Si un sinistre survient le 29/12/2019, il sera couvert par le Réassureur.
- Mais si le sinistre survient le 05/01/2020, il ne sera pas couvert par le Réassureur.

Un traité de réassurance en base fait dommageable peut couvrir des dommages qui ont été déclarés des années après la fin des contrats de réassurance, tant que les sinistres ont été identifiés pendant la période de couverture de ces contrats de réassurance. Comme par exemple, lorsqu'un employeur est jugé responsable des dommages subis par un employé qui a été exposé à de l'amiante des années plus tôt.

¹ CCR Re, *Qu'est-ce-qu'une base fait dommageable ?*, 2021



- Un traité en base exercice de souscription², aussi appelé Risk attaching signifie que le Réassureur prend en charge les sinistres affectant des polices émises (nouvelles ou renouvelées) durant la période du contrat de réassurance, quelle qu'en soit la date de survenance.

Regardons un exemple :

- Une police d'assurance est émise le 02/07/2019.
- La Cédante a souscrit un contrat de réassurance couvrant la période du 01/06/2019 au 31/05/2020 sur une base exercice de souscription.
- Si un sinistre survient le 05/02/2020, le sinistre sera couvert par le Réassureur.
- Mais si la police d'assurance a été émise avant le 01/06/2019, le sinistre ne sera pas couvert par le Réassureur. En effet, il n'y a pas cette couverture de réassurance pour les sinistres rattaché à une police émise en dehors de la période de couverture de réassurance, même si le sinistre est survenu pendant que le contrat de réassurance était en vigueur.

Avec une clause en base exercice de souscription, le Réassureur est engagé jusqu'à ce que toutes les polices couvertes par le contrat de réassurance pour l'année de souscription concernée aient expiré, et que tous les sinistres aient été entièrement réglés. Pour tarifer les contrats en Risk Attaching, il faudrait alors connaître l'évolution du portefeuille à travers le temps.

En réassurance, il existe des contrats qui sont en Risk Attaching et d'autres qui sont en Loss Occuring. La tarification sera alors différente selon le type traité en question. Pour les contrats en Risk Attaching, il faudrait modéliser l'évolution du risque associé au bien jusqu'à son extinction et pricer l'engagement du réassureur jusqu'à extinction du contrat. Pour les contrats en Loss Occuring, il faudrait modéliser tous les risques associés aux biens, et leur évolution pendant l'année calendaire/du contrat.

Dans ce mémoire, nous allons nous restreindre aux traités XL en Loss Occuring. Dans ce cas, si nous supposons que le profil reste inchangé dans l'année, nous n'aurons pas besoin de connaître son évolution sur plusieurs années.

² CCR Re, *Qu'est-ce-qu'une base de souscription ?*, 2021



1.2. Motivations d'étude: la réassurance Specialty

1.2.1. Les Specialty lines

Les "Specialty lines" en assurance/réassurance font référence à des segments de marché qui couvrent des risques spécifiques ou non traditionnels, nécessitant souvent une expertise technique et une connaissance approfondie du secteur. Ces segments de marché sont considérés comme spécialisés en raison de leur nature complexe et de leur niveau de risque élevé, ce qui nécessite des compétences techniques et une souscription spécialisée. C'est le segment de l'industrie d'assurance où les risques sont les plus difficiles à quantifier et les risques les plus inhabituels sont souscrits.

En assurance/réassurance, les "Specialty lines" offrent souvent des solutions de couverture adaptées aux besoins spécifiques des clients dans des secteurs d'activité spécialisés. Le marché des lignes spécialisées comprend également traités difficiles à placer³. Par opposition, l'assurance Standard est la couverture traditionnelle souscrite par la plupart des grands assureurs.

La plupart des grands assureurs standard ont aussi un portefeuille Specialty. Les "Specialty lines" peuvent inclure un large éventail de produits:

- l'assurance maritime et transport
- l'assurance aviation et espace
- l'assurance construction
- l'assurance cyber
- l'assurance risque politique et de crédit
- l'assurance valeurs et oeuvres d'art
- l'assurance terrorisme et violence politique

Il existe encore d'autres secteurs d'activités dans la catégorie. Chaque segment de marché a ses propres caractéristiques spécifiques, exigences de souscription et niveaux de risque. À noter que les assureurs et réassureurs n'ont souvent pas les mêmes définitions ni les mêmes branches classées en Specialty.

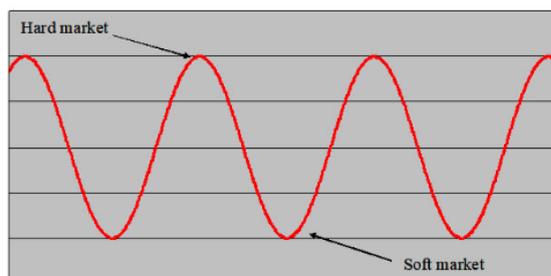
Nous allons voir dans la suite l'intérêt d'étudier la tarification dans les Specialty Lines.

³ Specialty Insurance Blog, *Specialty Lines vs Standard Lines*, 2005



1.2.2. Le contexte de hard market

Le marché de la réassurance est "cyclique", alternant entre des périodes de "hard market" où les prix sont élevés et de "soft market" où les prix sont bas.



Un hard market en réassurance se produit généralement quand l'offre de capacité de réassurance est réduite, entraînant une demande accrue et des prix plus élevés pour la couverture de réassurance. Dans un hard market, les réassureurs peuvent resserrer leurs critères de souscription, réduire leur capacité et facturer des primes plus élevées pour compenser les risques plus importants. Les assureurs peuvent rencontrer des difficultés pour obtenir une couverture de réassurance abordable et cela peut entraîner des coûts plus élevés pour les assureurs.

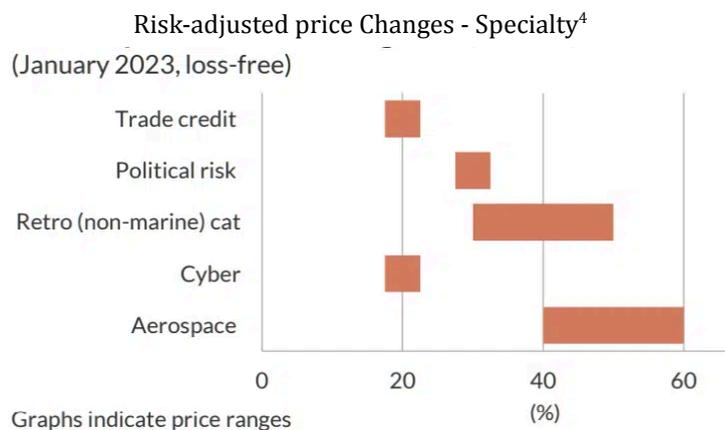
Un soft market en réassurance se produit généralement lorsqu'il y a une offre abondante de capacités de réassurance, la concurrence est alors accrue entre les réassureurs et se traduit par des prix plus bas, des conditions de couverture plus larges et des critères de souscription plus souples. Dans un soft market, les réassureurs peuvent être plus disposés à prendre des risques à des prix plus bas, et les assureurs peuvent trouver plus facilement une couverture de réassurance à des conditions plus favorables. Cela peut entraîner des coûts de réassurance plus bas pour les assureurs.

Le marché de la réassurance a tendance à alterner entre des périodes de hard et de soft market, sous l'influence de divers facteurs tels que les conditions économiques mondiales, les événements catastrophiques, les changements réglementaires et les dynamiques d'offre et de demande au sein de l'industrie de l'assurance et de la réassurance. C'est le caractère cyclique du marché de la réassurance.

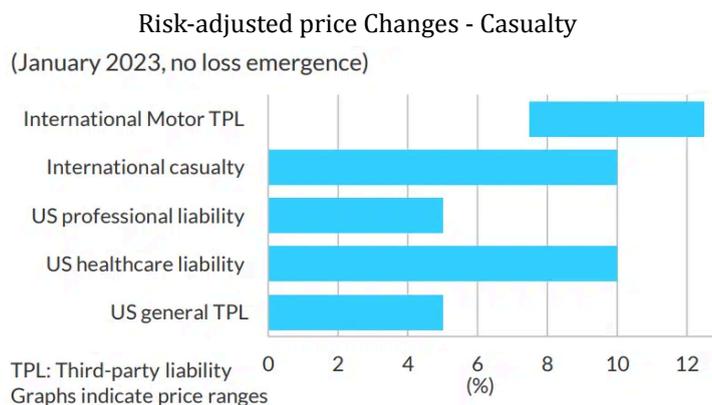
En réassurance, il est important de noter que les périodes de hard market et soft market peuvent varier d'un secteur d'activité à un autre, et ces périodes ne sont pas nécessairement corrélées. Par conséquent, les réassureurs doivent prendre en compte les spécificités de chaque ligne d'activité dans leur évaluation des conditions de marché et dans la stratégie de tarification et de gestion des risques.



Les études de Fitch Ratings sur les résultats de renouvellement de l'année 2023 montrent que tout le marché de la réassurance est entré en Hard Market. Ce constat est d'autant plus évident sur les contrats Specialty.



Le graphique ci-dessus montre qu'en Specialty, le changement du risk adjusted⁵ sur les contrats loss-free est très important sur plusieurs lignes notamment l'aviation et la rétrocession cat (près de 20%).



En comparaison, les lignes comme le MTPL et GTPL connaissent un changement faible dans le risk-adjustment, d'environ 5%.

Ces dernières années, la branche Specialty a connu un durcissement du marché et est devenue une source potentielle de profit pour les réassureurs. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi d'étudier la tarification dans cette ligne d'activité.

⁴ beinsure, *Top Trends 2023 Global Reinsurance: Hard Market, Strong Pricing and Specialty*, 23/01/2023

⁵ Le risk-adjusted price changes est le changement de tarif uniquement commercial, c'est-à-dire corrigé pour changements de risque et de tarif d'assurance



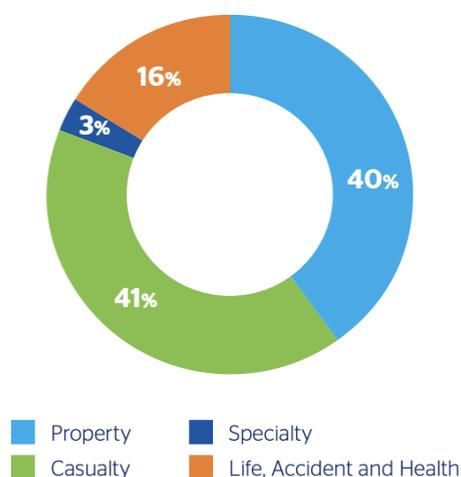
1.2.3. La position de QBE Re

QBE Re est une entreprise de réassurance qui possède des bureaux aux Bermudes, à Bruxelles, Dubai, Dublin, Londres et New York.

Leur portefeuille est principalement composé de produits en non-vie (81%), de la vie (16%). La réassurance Specialty représente seulement 3% de leur business.

Business mix

Portfolio split by product



Source: QBE Re, QBE Re at a glance, 2022

Les lignes spécialités représentent 3% du portefeuille de QBE Re⁶. Leur portefeuille couvre une vaste gamme de produits, y compris la marine, l'énergie, l'aviation, le WTPV⁷ et la contingence.

⁶ QBE Re, *QBE Re at a glance*, 2022

⁷ War, Terrorism and Political Violence



1.3. Un secteur d'activité difficile à appréhender

1.3.1. Pour les réassureurs comme pour les assureurs

L'assurance Spécialités est caractérisée par des risques qui ont besoin d'une tarification sur mesure et souvent souscrits par une équipe pluridisciplinaire. Leur volatilité est acceptée, voire même que cette volatilité fait partie de la stratégie de souscription. De plus, la qualité des données disponibles est insuffisante pour permettre une tarification complète et le jugement du souscripteur joue un rôle important.

Les risques en Spécialité sont ainsi fondamentalement volatils. Pour ces raisons, la solution est plutôt de se tourner vers des modèles simples⁸. En effet, pour appréhender un risque complexe, il ne faut pas nécessairement utiliser un modèle compliqué. Avec un modèle moins complexe, on économisera du temps pour le mettre en place et le maintenir et on aura plus de temps dans la partie analyse et choix des paramètres.

La majorité des modèles de tarification sont trop complexes, alors que les données sont à la fois limitées, peu représentatives et peu fiables. Tout comme ce qui est constaté en statistiques, plus il y aurait de paramètres, plus il y aurait d'incertitudes sur ces paramètres. De plus, il y aurait également beaucoup de fluctuations dans les résultats de notre modèle. Ainsi, l'emploi des modèles trop complexes pour tarifier des contrats de nature volatils et avec peu de données comme en Specialty peut entraîner:

- une vision du portefeuille restreinte parce qu'on modélise moins de risques (données souvent peu fiables et modèles avec plus de complexité)
- une difficulté/impossibilité de calibrer les modèles à cause de toutes les hypothèses utilisées et l'interaction des paramètres
- une diminution en efficacité en se concentrant sur des petits leviers sans comprendre les grands leviers
- perte de temps, d'énergie et d'argent en travaillant sur ce qui semble utile, mais qui ne l'est pas
- dans le pire des cas, on fait plus d'erreurs en utilisant des modèles trop avancés

Nous proposerons une méthode de tarification plus simple, c'est-à-dire qui permettrait de modéliser tous les risques de la même manière et de choisir une technique de modélisation adéquate. Nous verrons aussi par la suite que le modèle que nous allons proposer laisse une place au jugement de l'actuaire ou du souscripteur, car nous essayons de tarifier des traités volatils et avec peu de données.

⁸ Amrit Santhiraseenan, *Practical pricing in Specialty Insurance*, hyperexponential, iFoA



1.3.2. L'Ingénierie, caractéristiques et challenges⁹

L'assurance d'ingénierie fait référence à l'assurance qui offre une protection économique aux risques rencontrés par un projet de construction en cours, un projet d'installation, ainsi que des machines et équipements en fonctionnement dans un projet. La ligne d'activité "Engineering" fait partie des risques Specialty. Le tableau ci-dessous recense les principales sous catégories de la ligne d'activité Engineering:

Couvertures Property	Abbréviation	Exemples
Contractors All Risks (Synonyme: Builders Risks, Course of Construction)	CAR	Couvre les travaux techniques de tout type, allant de la construction, à la démolition des projets, l'expansion d'une installation existante
Erection All Risks	EAR	Dommmages dans les projets d'assemblage de structures métalliques, d'installations mécaniques, de machines indépendantes, d'unités de production, etc.
Electronic Equipment Insurance	E EI	Dommmages aux systèmes informatiques, de surveillance des unités et installations électroniques, équipements médicaux, installation de télécommunication, etc.
Machinery Breakdown (Synonyme: Boiler and Machinery)	MB	Dommmages aux équipements électromécaniques des installations industrielles, etc.

Ces sous-catégories peuvent fonctionner avec des couvertures renouvelables ou non-renouvelables (one-off covers). En général, les couvertures CAR et EAR sont non renouvelables, les couvertures EEI et MB sont renouvelables annuellement.

- Couverture CAR

Pour les couvertures CAR, la somme assurée est la valeur anticipée des travaux complets comprenant les matériaux, les salaires, le transport, les droits de douane et les impôts, avec la valeur de n'importe quel matériel et travail fourni par le donneur d'ordre. Dans les cas des dégâts réparables, le règlement des pertes ne peut jamais excéder la valeur stipulée dans la police d'assurance.

⁹ Swiss Re, *Engineering insurance and reinsurance - An introduction*, 1997



- Couverture EAR

Comme la couverture CAR, la somme assurée initiale est la valeur anticipée de l'ouvrage complété. Si nécessaire, cette somme peut être ajustée au cours du projet. À la fin du projet, l'investissement total final est déclaré.

- Couverture BI

En engineering, il y a aussi des couvertures Business income (BI) protection, même si ces couvertures sont souvent incluses dans les couvertures Engineering/Property.

Couvertures Business income protection	Abbréviation
Advance Loss of Profits in conjunction with CAR, EAR, CWAR	ALOP
Loss of Profits following MB	MLOP
Deterioration of Stock following MB	DOS

En engineering, les problèmes rencontrés au niveau des profils sont en partie dûs à l'existence de la coassurance. Ainsi, la somme assurée n'est pas toujours représentative de l'exposition au risque. La coassurance pose aussi un problème dans l'agrégation des portefeuilles: il n'est pas évident d'agréger les données pour avoir un modèle général plus fiable. Nous allons essayer de construire un modèle insensible à ses problématiques de coassurance.

Un autre problème important est l'évolution du portefeuille d'une année à l'autre, qui peut avoir un impact important sur la tarification. Son impact est d'autant plus important si le contrat est en Risk Attaching, même s'il est aussi présent en Loss Occuring. En Risk Attaching, il faudra modéliser de manière dynamique l'évolution du portefeuille jusqu'à extinction des projets réassurés. Par souci de simplicité, nous supposons que les traités à tarifier sont en Loss Occurring.

Illustration:

On travaille sur une couverture CAR (pour la construction). On souhaite tarifier un contrat de réassurance pour l'année 2023.

Une police d'assurance est émise le 01/01/2020.

- La Cédante a souscrit un contrat de réassurance couvrant la période du 01/06/2019 au 31/05/2020 sur une base exercice de souscription (Risk Attaching): si un sinistre a lieu en 2023 et que le projet n'a pas abouti, le Réassureur prend en charge les sinistres en 2023.



- La Cédante a souscrit à un contrat de réassurance couvrant la période du 01/06/2019 au 31/05/2020 en base fait dommageable (Loss Occuring). Le Réassureur ne prendra pas en charge les sinistres en 2023. Il ne prendra qu'en charge les sinistres entre le 01/01/2020 et le 31/05/2020.

L'évolution du portefeuille joue un rôle plus important en Risk Attaching qu'en Loss Occurring.

Enfin, la difficulté principale en tarification Engineering en particulier (et souvent dans tout le LoB Specialty) provient de la variabilité importante du risque au sein des portefeuilles de ce LoB. Par exemple, dans le cas d'une couverture CAR qui couvre les travaux techniques de toutes sortes, allant de la construction à la démolition d'un projet, nous devons prendre en compte la diversité des chantiers de construction, tant en termes de nature (ponts, maisons, immeubles, etc.) que de stades de progression.



1.3.3. L'Espace & Aviation, caractéristiques et challenges

Les assurances Aviation et Espace font aussi partie des assurances spécialités.

- Assurance aviation:

Les couvertures en assurance Aviation comprennent principalement:

- les couvertures Hull, couvrant les dégâts physiques sur la coque d'avion résultant des périls comme la guerre et le terrorisme
- les couvertures Liability, ie couvertures responsabilité civile (RC) qui protègent les exploitants d'aéronefs contre la responsabilité des tiers.

Dans la pratique, les assurances aviation sont segmentés en trois catégories: la catégorie A pour les compagnies aériennes internationales exclus des compagnies américaines, la catégorie B pour les compagnies aériennes américaines et la catégorie C pour les RC des fabricants.

- Assurance espace:

Historiquement, en assurance Espace, les couvertures pour les satellites géostationnaires¹⁰ sont plus courantes.

Les couvertures d'assurance d'Espace sont extensives car il y a beaucoup de couvertures disponibles selon les besoins du client. L'assurance espace couvre toutes les phases de la plupart des projets de satellite, allant de la préparation et du lancement du satellite au positionnement et son opération lorsqu'il est en orbite.

Les couvertures en assurance espace comprennent:

- l'assurance pré-lancement pour le satellite et/ou le véhicule de lancement: elle procure une couverture pour des dommages matériels avant le lancement (déplacement du satellite jusqu'au site de lancement, la configuration pour le lancement du satellite, l'intégration du satellite dans le véhicule de lancement)
- l'assurance lancement ou LVFO (launch vehicle flight only): donne une couverture pour les dommages matériels et les dysfonctionnements qui ont lieu entre le début de la phase de lancement et la fin de la phase de positionnement.
- l'assurance en orbite: offre une protection contre le risque d'une destruction partielle ou totale du satellite pendant la phase opérationnelle.

L'assurance Espace peut couvrir la perte de revenu tout comme les dégâts matériels.

¹⁰ Il y a trois types de satellites différents, en fonction de leur distance de la Terre. Les GEO, satellites géostationnaires sont les plus loins de la Terre, la plupart sont de grandes tailles et sont coûteux, avec une espérance de vie de 15 ans. Seulement trois d'entre elles sont nécessaires pour couvrir la surface de la Terre. Les LEO (Low Earth Orbit) sont les plus proches de la Terre, ont une espérance de vie plus courte (de 5 à 7 ans) et des milliers sont nécessaires pour couvrir la surface de la Terre.



La tarification des contrats d'assurance Aviation est souvent réalisée avec des logiciels externes comme ALPS Aviation¹¹. Les assurances Espace sont souvent souscrites sur mesure par une équipe experte.

En Aviation & Espace, comme le nombre de compagnies aériennes est très limité (environ 250 compagnies), il y a beaucoup de coassurance. De plus, on n'a pas toujours accès à la sinistralité from ground up, ni la valeur assurée from ground up.

La variabilité importante du risque au sein du portefeuille pose aussi un problème majeur. Pour les couvertures Hull, par exemple, la nature de la flotte peut jouer un rôle important (nous pouvons mentionner le modèle Boeing 737 MAX qui est la cause de deux crash en 2018 et 2019), mais nous n'avons rarement directement accès à la flotte aérienne de chaque compagnie aérienne (sauf par l'utilisation du logiciel ALPS). Ceci est d'autant plus marqué pour les couvertures Liability. Par exemple, les producteurs de composants aéronautiques sont souvent spécialisés dans la conception et production de pièces d'avion différentes.

¹¹ ALPS Aviation est un logiciel qui possède des bases de données avec la flotte aérienne de toutes les compagnies d'aviation (méthode de tarification par exposition)



2. Méthodes de tarification par expérience et par exposition pure

2.1. La tarification en réassurance pendant le renouvellement

2.1.1. Le renouvellement

Le renouvellement en réassurance est le processus par lequel un assureur ou une compagnie de réassurance renouvelle ses contrats de réassurance pour une période donnée, généralement d'un an. Ce processus implique un examen approfondi des contrats existants et une négociation avec les compagnies de réassurance pour déterminer les conditions et les termes de la couverture de réassurance pour la nouvelle période.

Pendant le renouvellement d'un traité de réassurance ou lorsqu'un nouveau traité est soumis¹², le client ou son courtier envoie un dossier de renouvellement. Ce dossier de renouvellement comprend de l'information sur le portefeuille à tarifier. Suit alors la négociation avec les réassureurs: l'assureur négocie avec les compagnies de réassurance pour obtenir les meilleures conditions et termes pour les contrats de réassurance.

Les données obtenues par le réassureur pendant le renouvellement sont à la fois qualitatives (informations générales telles que les directives de la société et la politique de souscription) et quantitatives (évolution des affaires, vue historique de l'évolution des primes, des pertes, des sommes assurées, de l'emplacement principal et des projections pour l'année à venir). À noter aussi que les informations fournies changent d'une entreprise et d'une branche d'activité à une autre. L'actuaire dispose ensuite de plusieurs outils mathématiques pour déterminer les prix des couvertures proposées. Une fois les négociations terminées, les contrats de réassurance sont émis, signés et les primes payées.

La tarification de réassurance est importante pour le réassureur mais aussi pour l'assureur, car tous les deux veulent diminuer leur exposition au risque tout en maximisant le gain. Le renouvellement en réassurance est un processus important car il permet aux assureurs d'obtenir une couverture de réassurance adéquate pour couvrir

¹² CCR Re, *Structurer un traité de réassurance*, 2022



les risques qu'ils ont pris en charge et de réduire leur exposition au risque. Les compagnies de réassurance, quant à elles, peuvent utiliser ce processus pour ajuster leur portefeuille de risques et maintenir leur rentabilité.

Pour les traités proportionnels, la tarification est immédiate: le taux de cession donne directement la part de la prime de réassurance et de participation du réassureur. Cependant, la négociation de la commission reste tout de même un enjeu. Par ailleurs, l'existence des clauses peut davantage compliquer l'exercice de tarification.

Pour les traités XS par risque, il existe plusieurs méthodes de tarification : la tarification par expérience et la tarification par exposition.



2.1.2. Les informations quantitatives disponibles

Au renouvellement, le réassureur reçoit l'information des sinistres historiques ainsi que le "profil" de la cédante.

Le "profil" peut être vu comme un histogramme des valeurs des biens assurés dans le portefeuille. Voici un exemple de "profil" fictif d'une cédante:

Lower Bound	Upper Bound	Nb Risk	Tariff	ASI	Premium	TSI
0	100 000	40 000	X/Y	Y/Nb Risk	X	Y
100 000	150 000	9 000
150 000	250 000	6 000
250 000	500 000	5 000
500 000	1 000 000	3 000

Exemple de profil fictif

Par exemple, la première ligne du profil donne comme information qu'il y a 40 000 biens assurés de valeur entre 0 et 100 000 €, la prime commerciale totale interceptée par l'assureur est de X € pour une somme totale des valeurs assurés de Y €.

On peut en déduire directement la somme assurée moyenne ASI ou "Average Sum Insured" (= TSI/Nb Risk) et le Tariff (=Premium/ASI, prix d'un euro de couverture).

De manière générale, le profil d'une cédante avec n bandes a une allure comme suit:

Lower Bound	Upper Bound	Nb Risk	Tariff	ASI	Premium	TSI
LB_1	UB_1	N_1	$Tariff_1$	ASI_1	$Premium_1$	TSI_1
...
LB_i	UB_i	N_i	$Tariff_i$	ASI_i	$Premium_i$	TSI_i
...
LB_n	UB_n	N_n	$Tariff_n$	ASI_n	$Premium_n$	TSI_n



2.2. La méthode par expérience pure

2.2.1. Quelques rappels sur la tarification par expérience

L'étape initiale pour calculer la prime pure consiste à redresser un échantillon de statistiques historique, dans le but de le rendre représentatif des conditions de souscription et économiques de l'année de couverture à tarifier. Ce redressement, ou encore revalorisation des données historiques est aussi appelé mise en "As if".¹³

Cette revalorisation doit prendre en compte les changements éventuels de politique de souscription, de sélection des risques, de composition du portefeuille, les changements éventuels de politique de provisionnement des sinistres pour les branches à développement long, etc.

Les statistiques redressées sont:

- les sinistres individuels historiques
- les assiettes de primes historiques
- les sommes assurées

La tarification par expérience est très répandue en réassurance car elle est simple à mettre en pratique. C'est une référence incontournable de perception du comportement statistique d'un traité non proportionnel. Cette tarification peut ensuite être complétée par d'autres méthodes de tarification.

La tarification par expérience prend en compte la sinistralité du passé, c'est-à-dire le rapport entre les sinistres survenus dans une année et les expositions de cette année. Elle repose sur le calcul d'un "Burning Cost".

Le Burning Cost de la tranche XS, selon les primes du passé est donné par :

$$BC = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \sum_{k=1}^{n_t} \min(C-D; \max(0; C_{t,k_t} - D))}{\sum_{t=1}^{T-1} P_t}$$

où C_{t,k_t} , pour t allant de 1 à n_t sont les sinistres de l'année t

où P_t est la prime pour l'année t

¹³ Mathieu POULIN, Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance non-proportionnels Non-Vie, 2012



où C et D sont respectivement le plafond et la priorité de la tranche XS

Le Burning Cost représente la part de la prime d'assurance servant à payer des sinistres entrant dans la tranche XS . À noter que le Burning Cost ne prend pas en compte l'indexation: tous les réassureurs obtiennent normalement le même Burning Cost.

On peut aussi calculer le Burning Cost indexé suivant, en prenant en compte les primes et les sinistres indexés.

2.2.2. Les limites de la méthode

La méthode par expérience pure est adaptée lorsqu'on a beaucoup de données et que l'historique de sinistralités est représentatif de ce qui pourrait arriver dans l'avenir. Dans des couvertures XS classiques, l'échantillon à disposition n'est généralement pas représentatif à cause du peu de données. De plus, les sinistres historiques peuvent être liés à des portefeuilles différents (par exemple lié à un portefeuille plus grand avec une exposition plus importante), non iid et donc non comparables/relevants.

De plus, la méthode du Burning Cost ne prend pas en compte la structure du portefeuille ni les évolutions détaillées du portefeuille. Or, en Specialties, les risques sont souvent très liés à la structure du portefeuille, qui de plus varie au travers des années de souscription.

De plus, cette méthode n'offre pas non plus de prix pour les zones de l'XL où on n'a pas observé de sinistralité.

Nous verrons par la suite la méthode par exposition pure, qui ne prend en entrée que le portefeuille de l'assuré mais ne prend pas en compte les sinistres historiques.



2.3. La méthode par exposition pure

Les premières idées pour la tarification par exposition datent de 1963 (Salzmann). C'est une méthode souvent utilisée en réassurance pour tarifier des contrats non proportionnels, comme par exemple des contrats XS. Il s'agit d'une méthode très répandue en réassurance Property.

2.3.1. Courbe d'exposition

Afin de comprendre la méthode de tarification par exposition pure, il est important de définir la notion de courbe d'exposition, qui n'est pas toujours simple à appréhender.

Posons M comme la valeur du bien assuré totale (ou on peut aussi poser M comme l'exposition au risque). Posons Y_i la variable aléatoire associée au montant du sinistre associé au bien de valeur M . Alors,

$$X_i = \frac{Y_i}{M}$$

où X_i représente le pourcentage de la valeur totale détruite. En property, on peut admettre que ce pourcentage appartient à l'intervalle $[0,1]$.

Plaçons-nous dans le cas d'un contrat en excédent de sinistre, de déductible D (franchise, somme d'argent déduite du montant de l'indemnité versé par le réassureur à l'assureur et assumé par l'assuré, parfois appelé Priorité) et la tranche est illimitée, ie un contrat $+\infty$ XS D . Notons d ce montant normalisé par M , alors,

$$d = \frac{D}{M}$$

Une courbe d'exposition est une fonction de $[0,1]$ dans $[0,1]$: les valeurs en abscisse et en ordonnées représentent des montants **normalisés**.

Sur une courbe d'exposition, on représentera en abscisse ce montant d et en ordonnée la proportion $\frac{E[X_i \wedge d]}{E[X_i]} = \frac{E[Y_i \wedge D]}{E[Y_i]}$, c'est-à-dire la part de la prime pure retenue par l'assureur pour payer les sinistres subis par le bien assuré, limité à D . Le

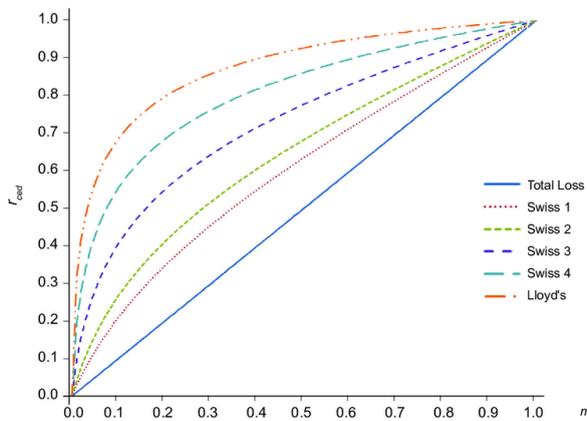


complémentaire correspond alors à la part de la prime pure pour le réassureur, dans le cas d'un bien de valeur M et d'un contrat $+\infty$ XS D.

En résumé, la courbe d'exposition est une fonction de $[0,1]$ dans $[0,1]$ définie par:

$$G_{X_i}(d) = \frac{E[X_i \wedge d]}{E[X_i]} = \frac{\int_0^d (1-F_{X_i}(x))dx}{E[X_i]}$$

Le graphique ci-dessous montre qu'il existe plusieurs courbes d'exposition possibles. On peut montrer que les courbes sont toujours croissantes, concaves, définies de $[0,1]$ dans $[0,1]$.



Plusieurs courbes d'exposition sur le marché¹⁴

Plus la courbe est concave, moins le modèle serait "sévère"¹⁵. En effet, pour un d fixé, une courbe plus concave donnera une masse de probabilité plus importante aux petits degrés de dommage et moins de primes seraient cédées en réassurance. Il y a donc moins de risques de sinistres extrêmes.

La courbe d'exposition la plus sévère possible est sur la première bissectrice, représentée en bleu continue, et correspond au cas de perte totale.

D'autre part, la fonction de répartition des sinistres est entièrement définie par la fonction d'exposition et vice-versa:

$$G_{X_i}(d) = \frac{E[X_i \wedge d]}{E[X_i]} = \frac{\int_0^d (1-F_{X_i}(x))dx}{E[X_i]} \Leftrightarrow F_{X_i}(d) = 1 - \frac{G_{X_i}'(d)}{G_{X_i}'(0)} \text{ si } 0 \leq d \leq 1 ; 1 \text{ si } d = 1$$

¹⁴ Lubos Marek, *Total Loss, Swiss Re and Lloyd's exposure curve*, 2019

¹⁵ Swiss Re, *Exposure Rating*, 2004



Ainsi, la courbe d'exposition et la fonction de répartition sont toutes les deux des représentations équivalentes¹⁶ de la fonction de perte. Il y a donc autant de courbes d'exposition qu'il y en a de fonctions de répartition.

2.3.2. Un exemple simple de tarification par exposition pure

Si on a un contrat C XS D, comment tarifer avec la méthode par exposition pure ?

Notons que si on multiplie la valeur de l'ordonnée par le montant total de la prime technique, on obtient le montant de prime retenue par l'assureur, le restant de prime revient au réassureur.

Exemple¹⁷: Soit la courbe d'exposition croissante, concave, définie sur $[0, 1]$,

$$G(d) = d(2 - d) \quad \text{avec } d \in [0, 1]$$

Soit $P = 10\,000$ la prime technique et $M = 8$ la valeur du bien assuré (unités en millions).

On pose x_i la part de la prime qui revient à l'XS défini. L'assureur cède les sinistres au-delà de 2, et sa rétention est 2 XS 0. On remarque que $x_{\infty XS 9} = 0$ car $9 > M = 8$ la valeur du bien assuré.

$$x_{\text{rétention}} + x_{4 XS 2} + x_{3 XS 6} + x_{\infty XS 9} = 100 \%$$

$d = \frac{F}{M}$ où F est la rétention et M est la somme assurée.

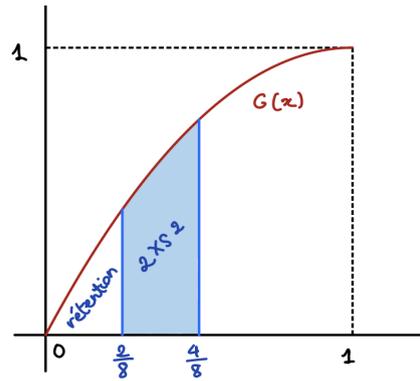
- $x_{\text{rétention}} = x_{2 XS 0} = G\left(\frac{2}{8}\right) = \frac{2}{8} \cdot \left(2 - \frac{2}{8}\right) = \frac{7}{16}$

Pour avoir la part de la prime revenant à la tranche 2 XS 2, il suffit de déterminer la part qui reviendrait à la rétention de $4M$ et de retirer la part qui reviendrait à la rétention de $2M$.

- $x_{2 XS 2} = x_{4 XS 0} - x_{2 XS 0} = x_{4 XS 0} - x_{\text{rétention}} = G\left(\frac{4}{8}\right) - G\left(\frac{2}{8}\right) = \frac{5}{16}$

¹⁶ BERNEGGER, *The Swiss Re exposure curves and the MBBEFD distribution class*, 1997

¹⁷ DELACROIX Alexandre, Cours de réassurance, Natixis



2.3.3. La famille de distribution MBBEFD et des courbes en c

Comme mentionné précédemment, il existe une multitude de courbes d'exposition différentes, toutes décrivant des risques de sévérités différentes. Nous allons voir dans cette partie une famille de courbes qui sera utilisée par la suite.

Le terme MBBEFD vient des noms des mathématiciens MAXWELL-BOLTZMANN, BOSE-EINSTEIN et FERMI-DIRAC. Cette famille de courbes d'exposition est apparue pour la première fois en physique. Stefan BERNEGGER a exposé son application en réassurance dans son article de référence¹⁸ publié en 1997.

Les courbes MBBEFD sont des fonctions de deux paramètres a et b . La courbe MBBEFD est une fonction réelle si $b \in \mathbb{R}^+$ et a est tel que $\frac{a+b}{(a+1)b} \geq 1$. Ces courbes d'exposition sont définies sur $[0,1]$ comme suit:

$$G_{a,b}(x) = \frac{\ln(a+b^x) - \ln(a+1)}{\ln(a+b) - \ln(a+1)}$$

Elle doit en outre vérifier $G_{a,b}(0) = 0$ et $G_{a,b}(1) = 1$.

La fonction de répartition des taux de destruction est définie par :

$$F_{a,b}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{(a+1)b^x}{a+b^x} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

Les paramètres a et b sont définis de telle façon que la fonction $G_{a,b}(x)$ soit réelle, croissante et concave sur $[0,1]$.

¹⁸ BERNEGGER, *The Swiss Re exposure curves and the MBBEFD distribution class*, 1997



La densité de probabilité associée est définie par :

$$f_{a,b}(x) = \frac{-a(a+1)\ln\ln(b)b^x}{(a+b^x)^2}, \quad 0 < x < 1$$

Le taux de destruction moyen est donné par :

$$\mu_{a,b} = \int_0^1 xf(x)dx = \frac{(a+1)\ln(\frac{a+b}{a+1})}{\ln(b)}$$

Le taux de destruction médian est donné par :

$$m_{a,b} = \frac{\ln(\frac{a}{2a+1})}{\ln(b)}$$

La probabilité d'obtenir un sinistre totale sachant qu'on a un sinistre:

$$p_{a,b} = \frac{(a+1)b}{(a+b)}$$

Posons $g = \frac{(a+b)}{(a+1)b}$ tel que $g = \frac{1}{p}$ par construction , on peut alors réécrire les expressions précédentes en fonction de b et g, on peut réécrire la densité, la fonction de répartition et l'espérance:

$$f_{b,g}(x) = \begin{aligned} & 0 \text{ si } g = 1 \vee b = 0 \\ & \frac{g-1}{(1+(g-1)x)^2} \text{ si } b = 1 \wedge g > 1 \\ & - \ln(b)b^x \text{ si } bg = 1 \wedge g > 1 \\ & \frac{b(g-1)(b-1)\ln(b)b^x}{[b(g-1)+b^x(1-bg)]^2} \text{ si } b > 0 \wedge b \neq 1 \wedge bg \neq 1 \wedge g > 1 \end{aligned}$$

$$F_{b,g}(x) = \begin{aligned} & 1 \text{ si } x = 1 \\ & 0 \text{ si } x < 1 \wedge (g = 1 \vee b = 0) \\ & 1 - \frac{1}{1+(g-1)x} \text{ si } x < 1 \wedge b = 1 \wedge g > 1 \\ & 1 - b^x \text{ si } x < 1 \wedge bg = 1 \wedge g > 1 \\ & 1 - \frac{(1-b)b^x}{(g-1)b+b^x(1-bg)} \text{ si } x < 1 \wedge b > 0 \wedge b \neq 1 \wedge bg \neq 1 \wedge g > 1 \end{aligned}$$



$$\mu_{b,g}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } g = 1 \vee b = 0 \\ \frac{\ln(g)}{g-1} & \text{si } b = 1 \wedge g > 1 \\ \frac{b-1}{\ln(b)} = \frac{g-1}{\ln(g)} & \text{si } bg = 1 \wedge g > 1 \\ \frac{\ln(bg)(b-1)}{\ln(b)(bg-1)} & \text{si } b > 0 \wedge b \neq 1 \wedge bg \neq 1 \wedge g > 1 \end{cases}$$

Empiriquement, il est également possible de transformer les courbes MBBEFD à deux paramètres en une courbe d'exposition avec une paramètre¹⁹ c en écrivant b et g comme fonctions de c .

$$\begin{aligned} b_c &= b(c) = e^{3.1-0.15c(1+c)} \\ g_c &= g(c) = e^{(0.78+0.12c)c} \end{aligned}$$

On obtient donc la courbe d'exposition en fonction de c ,

$$G_c(x) = G_{b_c, g_c}(x)$$

On peut aussi en déduire la probabilité de sinistres totale en fonction de c ,

$$p_c = 1/g_c$$

On travaillera par la suite avec des courbes en c qui sont des courbes d'exposition avec un seul paramètre c .

¹⁹ Cette "régression" a été proposée par Swiss Re, et les courbes en c sont bien adaptées et répandues en Property



2.3.4. La tarification par exposition pure en Property

Par souci de simplicité, on peut supposer que chaque bande soit homogène (ie les risques dans chaque bande sont assimilables à des biens de valeurs égaux à ASI_i) et qu'à chaque bande, on associe une courbe d'exposition de paramètre c et un Loss Ratio LR (le LR donnera à la prime de risque). Dans la méthode par exposition pure, on va chercher à déterminer ces paramètres c et LR pour chaque bande (tableau vert).

Lower Bound	Upper Bound	Nb Risk	Tariff	ASI	Premium	TSI
LB_1	UB_1	N_1	$Tariff_1$	ASI_1	$Premium_1$	TSI_1
...
LB_i	UB_i	N_i	$Tariff_i$	ASI_i	$Premium_i$	TSI_i
...
LB_n	UB_n	N_n	$Tariff_n$	ASI_n	$Premium_n$	TSI_n

Non fournis

c	LR
c_1	\widehat{LR}_1
...	...
c_i	\widehat{LR}_i
...	...
c_n	\widehat{LR}_n

En Property, on peut obtenir directement la valeur des c associés à chaque bande en se basant sur la nature des risques à couvrir et l'ASI de chaque bande. Des courbes d'exposition "classiques" ont été proposées par des assureurs comme Swiss Re.

Courbe d'exposition	Paramètre c associé	Champs d'application	Unité	Taille des risques
Y1	1.5	Personal lines	SI	\leq CHF 400 000
Y2	2	Commercial lines (small-scale)	SI	\leq CHF 1 000 000
Y3	3	Commercial lines (medium-scale)	SI	\leq CHF 2 000 000
Y4	4	Industrial and large commercial	MPL	$>$ CHF 2 000 000

Exemple: courbes en c pour la couverture Interruption d'activité en pétrole et pétrochimie²⁰

²⁰ Swiss Re, *Exposure Rating*, 2004



Il reste alors à déterminer les Loss Ratio. Comme il n'est pas toujours évident d'estimer des paramètres LR différents pour chaque bande, on peut résumer ces paramètres en un seul paramètre LR. Ce LR peut être déterminé de plusieurs manières:

- forfaitaire
- via une étude de marché sur la branche concernée
- selon la tranche de réassurance à pricer
- en regardant la fréquence historique et la fréquence historique après correction²¹

2.3.5. Les limites de la méthode par exposition pure

La méthode par exposition pure ne prend pas du tout en compte les sinistres historiques, mais prend uniquement en considération le portefeuille de l'assureur, les valeurs des biens dans son portefeuille et la nature de la couverture d'assurance. On choisit alors au préalable une ou plusieurs courbes d'exposition et ce choix a un impact non négligeable sur la prime technique.

En pratique, on n'utilise pas cette méthode car les risques d'erreur dans le modèle sont trop importants et elle ne prend pas en considération les sinistres historiques.

²¹ Méthode développée dans *Calibration avancée du modèle de tarification à l'exposition dans le cadre de la réassurance incendie par risque*, Victor Gillier



3. La démarche pour la branche Specialty

3.1. Pricer les Specialty avec la méthode par exposition calibrée sur l'expérience

Nous avons vu dans la partie précédente que la tarification par exposition pure est souvent utilisée en Property. Dans cette méthode, selon la nature du risque et la valeur assurée moyenne, on préconisera des c différents pour chaque bande. Les LR sont souvent résumés en un seul LR et il existe plusieurs méthodes pour pouvoir l'estimer. Cette méthode, certes, fortement empirique, a fait ses preuves dans la tarification non proportionnelle en Property.

Peut-on s'inspirer de cette méthode pour la branche Specialty ?

Avant d'aller plus loin, nous allons poser quelques notations mathématiques.

3.1.1. Formulation mathématique et lien avec la courbe d'exposition

Nous allons voir que la méthode testée ici est une méthode de tarification paramétrique et la calibration de ce paramètre passe par une méthode par scénario.

Comme dans les tableaux ci-dessus, les données d'un profil sont les suivantes, pour $i \in \{1, \dots, n\}$, avec n le nombre de bandes:

$$N_i; ASI_i; P_i; LR_i; G_i; S_i; \lambda_i; Tarif_i; D_i$$

où on a comme paramètres pour chaque bande i du profil:

- N_i est le nombre de risques dans la bande i
- ASI_i est la somme assurée moyenne dans la bande i
- P_i est la prime commerciale totale dans la bande i
- $Tarif_i = \frac{TSI_i}{P_i} = \frac{ASI_i N_i}{P_i}$, avec TSI_i la somme assurée totale



... et comme paramètres du modèle:

- LR_i est le loss ratio dans la bande i
- G_i est la courbe d'exposition associée à la bande i
- S_i est la sévérité associée à la bande i
- λ_i est la fréquence associée à la bande i
- D_i est la distribution du degré de dommage de la bande i

Une fois les notations posées, passons maintenant à la formulation mathématique²².

Pour un risque dans la bande i donnée de valeur assurée V_i ,

$$S_i = V_i D_i$$

En supposant que dans la bande i , la somme assurée soit indépendante de la distribution du degré de dommage, (même sévérité et distribution du degré de dommage dans toute la bande), on a :

$$E[S_i] = E[V_i]E[D_i] = ASI_i E[D_i]$$

En théorie, il est toujours possible d'obtenir ce résultat, avec une granularité des données de telle sorte que les risques dans la bande i soient homogènes.

On écrit l'expression classique dans le cadre du modèle de risque collectif pour obtenir la prime technique, appliquée à la bande i :

$$\lambda_i E[S_i] = LR_i P_i$$

L'expression à gauche est produit de la fréquence et la sévérité moyenne dans la bande i . Elle correspond à la prime technique, qui est le produit du loss ratio et de la prime commerciale de la bande i .

On en déduit la fréquence de sinistres dans la bande i :

$$\lambda_i = \frac{LR_i \cdot P_i}{E[S_i]} = \frac{LR_i \cdot P_i}{ASI_i \cdot E[D_i]} = \frac{LR_i}{E[D_i]} \cdot \frac{P_i}{TSI_i} N_i = \frac{LR_i}{E[D_i]} \cdot Tarif_i \cdot N_i$$

Or, on a, par définition de la courbe d'exposition (niveau de rétention de l'assureur en fonction du déductible) :

²² LOLJEEH, Indra, Notes



$$G_i(d) = \frac{\int_0^d (1 - F_{D_i}(t)) dt}{E[D_i]}$$

$$G'_i(d) = \frac{1 - F_{D_i}(d)}{E[D_i]} = \frac{P(D_i \geq d)}{E[D_i]} \quad (*)$$

En supposant tous les risques dans la bande indépendants et identiquement distribués, la fréquence des sinistres au-delà du seuil T s'écrit :

$$\lambda_i^{>T} = \lambda_i^{>0} \cdot P(S_i > T) \quad (1)$$

Or, en supposant que toutes les valeurs des biens assurées sur chaque bande i sont égales et valent la somme assurée totale ASI_i :

$$\begin{aligned} \lambda_i^{>T} &= \lambda_i^{>0} P[S_i > T] \\ &= \lambda_i^{>0} P[D_i ASI_i > T] \\ &= LR_i \cdot \frac{P_i}{ASI_i \cdot E[D_i]} \cdot P\left[D_i > \frac{T}{ASI_i}\right] \\ &= LR_i \cdot \frac{P_i}{ASI_i} \cdot G'_i\left(\frac{T}{ASI_i}\right) \end{aligned}$$

Cette formule donne la fréquence de sinistres dans la bande i au-delà d'un seuil T.

La fréquence globale des sinistres au-delà de T s'obtient en sommant les fréquence sur toutes les bandes,

$$\lambda^{>T} = \sum_{i=1}^n \lambda_i^{>T} = \sum_{i=1}^n \lambda_i^{>0} P[S_i > T] \quad (2)$$

$$\lambda^{>T} = \sum_{i=1}^n LR_i \cdot P_i \cdot \frac{1}{ASI_i} \cdot G'_i\left(\frac{T}{ASI_i}\right)$$

D'autre part, la période de retour est définie par:

$$Return\ Period^{>T} = 1/\lambda^{>T}$$

où $\lambda^{>T}$ est la fréquence de dépassement du seuil T.



La période de retour correspond au temps d'attente moyenne jusqu'à ce que l'on observe un premier sinistre au-delà du seuil T , exprimé en année.

Dans cette partie, nous avons montré les formules donnant la fréquence/période de retour des sinistres au delà d'un seuil T compte tenu du profil:

$$\lambda^{>T} = \sum_{i=1}^n LR_i \cdot P_i \cdot \frac{1}{ASI_i} \cdot G'_i\left(\frac{T}{ASI_i}\right) \Leftrightarrow \text{Return Period}^{>T} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n LR_i \cdot P_i \cdot \frac{1}{ASI_i} \cdot G'_i\left(\frac{T}{ASI_i}\right)} \quad (*)$$

Les formules ci-dessus dépendent des paramètres à déterminer c (cachés dans la courbe d'exposition G) et LR et des paramètres du profil P et ASI .

Cette formule nous sera utile pour calibrer notre modèle, c'est-à-dire trouver les paramètres c et LR inconnus du modèle. Ces paramètres c et LR définissent tout le modèle et le challenge est donc de les estimer car les déterminer fixe tout le modèle.

3.1.2. Simplification en Property avec des paramètres globaux

En Property, il est commun d'utiliser des courbes en c prédéterminés et un LR global estimé. Nous réécrivons donc l'équation (*) comme suit:

$$\lambda^{>T} = \widehat{LR} \cdot \sum_{i=1}^n P_i \cdot \frac{1}{ASI_i} \cdot G'_{c_i}\left(\frac{T}{ASI_i}\right)$$

Ainsi, dans le cas de la tarification en Property, nous avons seulement un paramètre à estimer, LR , lorsque les paramètres des courbes en c sont fournis.

Cependant, la tarification par exposition pure en Specialty pose d'autres problèmes:

- on ne connaît pas le nombre de courbes d'exposition différents à appliquer
- on ne connaît pas la nature des courbes d'exposition à appliquer: les courbes MBBEFD sont paramétriques et peuvent être des bons candidats, les courbes en c aussi mais elles sont plus restrictives et sont destinées à des portefeuilles Property
- en Specialty, les risques sont très volatils et drastiquement différents d'une branche à une autre, il est donc important d'estimer des c et LR "sur mesure"



Pour diminuer le nombre de paramètres à estimer, nous pouvons supposer que les courbes d'exposition en Specialty sont des courbes en c . À ce stade, en Specialty, nous cherchons 1 paramètre LR et n paramètres c ,

$$\lambda^{>T} = \widehat{LR} \cdot \sum_{i=1}^n P_i \cdot \frac{1}{ASI_i} \cdot G_{c_i}'\left(\frac{T}{ASI_i}\right)$$

Dans ce modèle, nous avons autant de c_i à estimer que de bandes dans le profil. Comme nous avons très peu de données, une simplification est requise: on peut diminuer le nombre de c_i à estimer. Pour simplifier davantage, nous proposons un modèle avec un c unique à estimer.

$$\lambda^{>T} = \widehat{LR} \cdot \sum_{i=1}^n P_i \cdot \frac{1}{ASI_i} \cdot G_c'\left(\frac{T}{ASI_i}\right) \quad (**)$$

En effet, pour déterminer les c (ou encore les courbes d'exposition en général) en Specialty, il n'y a pas de préconisations établies dans la littérature. De plus, ces risques sont nouveaux et on peut imaginer que peu de données sont disponibles pour faire une étude aussi exhaustive que celle qui a été menée par Swiss Re pour trouver la régression à l'origine des courbes en c et suggérer des paramètres comme dans le cas de l'exemple sur la couverture Interruption d'activité en pétrole et pétrochimie.

Les observations donnent de l'information qui sont potentiellement très volatiles dans la queue de distribution alors que le modèle théorique proposé décrit un comportement global, bien plus stable/robuste.

En prenant un c et un LR uniques sur tout le portefeuille, on pourra espérer décrire correctement la sinistralité globale de notre portefeuille et avoir assez de données pour estimer \hat{c} et \widehat{LR} .

Pour ces raisons, on cherche à estimer en Specialty deux paramètres \hat{c} et \widehat{LR} selon la formule $(**)$ qui prend en compte le profil du portefeuille. Désormais, comment pouvons-nous estimer les deux paramètres \hat{c} et \widehat{LR} de manière à prendre en compte les sinistres du portefeuille ?



3.1.3. Calibration via une approche par scénarios

Pour ce faire, nous pouvons passer par une calibration. La calibration correspond "au fait d'étalonner, c'est-à-dire de confronter des données obtenues par des biais différents afin d'en tirer une information"²³.

Comme nous avons les données historiques, nous pouvons en déduire des fréquences des sinistres au-delà de plusieurs seuils $\lambda^{>T}$, qui elle peut-être entièrement basée sur les sinistres historiques ou en partie basée sur notre "jugement".

$$\begin{array}{ccc}
 T_1 & \lambda^{>T_1} & T_1 & RP^{>T_1} \\
 \dots & \dots & \Leftrightarrow & \dots \\
 T_k & \lambda^{>T_k} & T_k & RP^{>T_k}
 \end{array}$$

Approche par scénarios, exprimé en fréquence ou en période de retour

On cherche alors un couple (\hat{c}, \widehat{LR}) qui satisfont l'ensemble des scénarios T_1, \dots, T_k ($k \geq 2$) sous une certaine "norme" que l'on va préciser par la suite. Pour le moment comme norme, on peut prendre par exemple l'erreur quadratique moyen.

Cette méthode, qu'on peut aussi appeler "approche par scénario" permet d'intégrer un critère de calibration objectif, tout en laissant place aux critères plus subjectifs. En effet, dans la tarification en Specialty, comme il y a peu de données et que les risques sont de nature très spécifiques et techniques, l' "avis d'expert" peut jouer un rôle non négligeable.

On verra dans la partie suivante que cette méthode par exposition calibrée combine les avantages des deux méthodes.

²³ d'après l'internaute



3.2. Les avantages de la méthode

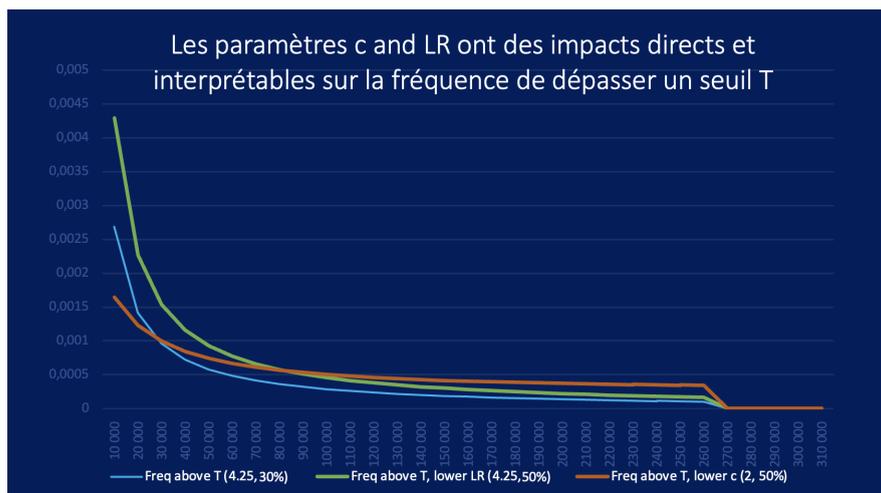
3.2.1. Entre une tarification par expérience et par exposition

Cette méthode permet de prendre en compte à la fois le profil du portefeuille, l'historique des sinistres, les avis d'experts et d'autres critères via un calibrage du modèle. Ainsi, cela pourrait mitiger les risques d'erreurs de modèle car on prend en compte les deux informations (en particulier dans les contrats volatils comme en Spécialité).

De plus, on a comme inputs du modèle plusieurs scénarios, ie plusieurs seuils ainsi que la fréquence de dépasser ces seuils/les périodes de retour associées. En effet, ces scénarios peuvent être facilement interprétés pour l'utilisateur du modèle, ce qui constitue un des avantages principaux de cette méthode: la simplicité des inputs malgré la complexité du produit de réassurance à tarifer derrière comme nous l'avons mentionné dans la première partie.

3.2.2. Interprétabilité des deux paramètres c et LR

Dans cette partie, nous allons développer sur l'interprétabilité des deux paramètres c et LR. Pour voir l'impact des paramètres pris en compte dans le modèle, on peut considérer un modèle simplifié où le risque est homogène sur toutes les bandes, ie le modèle avec deux paramètres \hat{c} et \widehat{LR} .



Impact de c et LR sur le comportement en fréquence prédit pour un portefeuille

- lorsque le loss ratio LR augmente, la courbe bleue est translatée vers la courbe verte au-dessus (LR supérieur et même c). On rappelle la formule en 2.4.2. précédente, où LR et c sont supposés constants sur tout le profil,

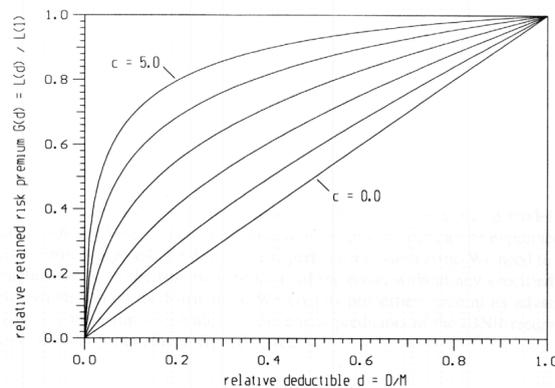


$$\lambda^{>T} = LR \cdot \sum_{i=1}^n P_i \cdot \frac{1}{ASI_i} G_c' \left(\frac{T}{ASI_i} \right) \quad (**)$$

Ainsi, LR a un impact proportionnel sur le comportement en fréquence prédit du portefeuille à un profil fixé.

- lorsque l'unique paramètre de la courbe d'exposition c diminue, le comportement en fréquence prédit pour le portefeuille devient plus sévère. En effet, la queue de la fonction de survie orange est plus lourde que la queue de la fonction de survie bleue (c inférieur et même LR).

Le graphique ci-dessous montre également l'impact du c sur les courbes d'exposition associées:



Impact de c sur la courbe d'exposition²⁴
pour $c = 0, 1, 2, 3, 4$ et 5

Encore une fois, lorsque c diminue, la courbe d'exposition se rapproche de la première bissectrice, situation de la perte totale (distribution la plus sévère possible).

Nous avons pris l'exemple d'un profil homogène, mais plus généralement, pour chaque bande i , on voit l'impact du LR et de c .

Intuitivement, le paramètre c contrôle la forme de la distribution de sévérité et le paramètre LR contrôle la fréquence. Ainsi, un modèle avec deux paramètres c et LR est plutôt simple et interprétable. Comme en Specialty, nous cherchons à tarifer des contrats bien trop différents et complexes et que nous faisons face à un manque d'information important, il est plus judicieux de travailler avec un modèle simple²⁵.

Cela faciliterait également le calibrage qui sera fait par un technicien ou un souscripteur.

²⁴ BERNEGGER, *The Swiss Re exposure curves and the MBBEFD distribution class*, 1997

²⁵ Voir 1.3.4



4. Outil sous Excel VBA

Nous avons introduit dans les parties précédentes les courbes d'exposition et en particulier une famille de courbes d'exposition, les courbes en c, qui n'ont qu'un seul paramètre. Nous avons proposé une formulation mathématique générale et proposé d'utiliser les courbes en c déjà présents en tarification Property pour tarifier les branches Specialty. Pour ce faire, nous proposons un modèle différent, qui, en plus d'estimer LR comme en Property, estime aussi le paramètre c, paramètre central du modèle. Nous avons vu également les avantages présentés par cette méthode par exposition.

Dans cette partie, nous allons présenter plus concrètement notre outil développé en VBA. L'outil proposé contient une partie "Génération des données" et une partie "Estimation des paramètres du modèle": la partie "Génération des données" nous aidera à vérifier si le modèle donne les "bonnes" estimations de c et LR. Pour tarifier des contrats dont on a les vraies données historiques, on n'utilisera pas cette partie.

4.1. Présentation de l'outil

4.1.1. Partie génération de données

Dans un premier temps, nous allons montrer comment générer des données synthétiques à partir d'un profil afin de tester la méthode de calibration proposée dans la partie qui va suivre. En effet, pour tester la performance de la méthode, nous allons générer les données avec des paramètres c et LR fixés et essayer de retrouver ces mêmes paramètres.

Comment générer des données à partir d'un profil avec les couples (c, LR) connus ?

4.1.1.1. Première alternative: générer des données "localement"

À un couple c et LR fixé pour chaque bande, nous pouvons générer des sinistres "localement". Pour chaque bande i, nous pouvons en déduire:

- la Prime Pure qui est égale à $\text{Premium} * LR$
- le montant moyen d'un sinistre $E(X)$ qui est égale à $ASI * \mu_c$, où μ est le taux de destruction moyen
- la fréquence de sinistres qui est égale à $\text{Prime Pure}/E(X)$



Comme nous avons la fréquence de sinistres bandes par bandes, avec la loi Poisson, nous pouvons générer un nombre de sinistres aléatoire. Avec la distribution des degrés de dommage c et l'ASI, nous pouvons alors générer des degrés de dommage et le montant des sinistres à partir du profil sur plusieurs années. Comme les données des sinistres historiques sont souvent tronquées à gauche, nous retenons uniquement les sinistres au-delà de la valeur de troncature²⁶.

Il est également possible de générer directement des sinistres au-delà d'une valeur de troncature fixée. En effet, la fréquence de sinistres au delà d'un seuil T fixé est égale à:

$$\text{fréquence de sinistres au delà d'un seuil } T = \text{fréquence de sinistres} * (1 - F_{b,g}(T/ASI))$$

De manière similaire, nous pouvons générer des sinistres au-delà de T à partir de la fréquence de sinistres au-delà du seuil T , paramètre de notre distribution de Poisson.

4.1.1.2. Deuxième alternative: générer des données "globalement"

Il est possible d'envisager une deuxième alternative à cette simulation "locale". À un couple c et LR fixé, nous pouvons générer des sinistres "globalement".

En effet, pour chaque bande i , nous en déduisons la fréquence d'un sinistre > 0 . La somme donnera la fréquence de sinistres > 0 sur tout le portefeuille. Comme on a une fréquence globale de sinistres, avec le nombre de risques dans chaque bande, nous pouvons faire plusieurs tirages aléatoires (pondérés par le nombre de risques) pour déterminer la bande à laquelle appartient chaque sinistre. Le montant des sinistres sera déterminé par les paramètres c de la bande associée.

On obtient alors des observations historiques simulées. On peut prendre en compte la troncature gauche de deux manières différentes, antérieurement ou postérieurement à la simulation des sinistres, comme nous l'avons mentionné dans la partie précédente.

Les quatre manières de tarifier aboutissent au même résultat. Dans notre outil, nous utilisons la première alternative en conservant dans les observations historiques les sinistres au-delà d'un seuil T fixé, qui correspond à une troncature gauche, souvent précisée dans les contrats de réassurance à tarifier.

²⁶ Soit Z une variable aléatoire indépendante de X , on dit qu'il y a troncature à gauche lorsque X n'est observable que si $X > Z$



4.1.2. Partie estimation paramétrique

Pour l'inférence, nous utilisons dans cette partie une approche par scénario. L'approche par scénario est très souvent utilisée en réassurance car elle permet de traduire l'information disponible en couples montant/période de retour.

4.1.2.1. Approche par scénarios

Après avoir généré des données, nous pouvons en déduire la fréquence empirique au-delà de n'importe quel seuil ou la période de retour associée. On obtient alors un jeu de scénarios empiriques.

Dans l'approche par scénario, l'utilisateur détermine plusieurs seuils et la fréquence/période de retour correspondant à ces seuils. À cette étape, il peut se référer aux données historiques simulées et/ou utiliser son "jugement" pour estimer la fréquence/période de retour qui découle des observations. En effet, l'utilisation de son jugement peut être justifiée par le manque d'historiques ou le manque de représentativité des sinistres touchant les layers à pricer.

4.1.2.2. Algorithme d'optimisation et hyperparamètres

On utilisera un algorithme d'optimisation pour retrouver les paramètres du modèle.

Rappelons la formule établie en 2.4.2:

$$\lambda^{>T} = LR \cdot \sum_{i=1}^n P_i \cdot \frac{1}{ASI_i} G_c' \left(\frac{T}{ASI_i} \right) \quad (**)$$

Cette formule nous donne, pour un seuil T fixé, la fréquence théorique de dépassements de ce seuil, ie le nombre annuel théorique de sinistres qui dépassent ce seuil. À noter que cette formule prend en compte le profil du portefeuille.

Pour obtenir les deux paramètres de c et LR, il faut alors résoudre un problème de minimisation ci-dessous:

$$\operatorname{argmin}_{c, LR} \left\| \lambda_{\text{théorique}}^{>T} - \lambda_{\text{estimée}}^{>T} \right\|$$



À ce stade, nous avons plusieurs choix possible dans l'algorithme de minimisation:

- choisir la norme appropriée
- choisir l'algorithme de minimisation

Dans Excel, trois algorithmes d'optimisation²⁷ sont disponibles pour estimer les paramètres:

- solver linéaire utilisant la méthode du simplex
- solver non linéaire utilisant le Gradient Généralisé Réduit (GRG2)

Mais aussi d'autres choix qui constituent des hyperparamètres:

- nombre de scénarios choisis
- les scénarios choisis et leur distance relative

4.1.2.3. Normes utilisées

En effet, nous pouvons utiliser des normes différentes, dont:

- la norme 1: $\|x - y\|_1 = \sum_i |x_i - y_i|$
- la norme 2: $\|x - y\|_2 = \sqrt{\sum (x_i - y_i)^2}$
- la norme 0, une "norme" que nous fabriquons sur mesure:

$$\|x - y\|_0 = \sqrt{\sum \frac{(x_i - y_i)^2}{y_i}}$$

La norme 1 et la norme 2 sont des normes classiques. Cependant, la norme 1 a tendance à mettre trop de poids sur les scénarios avec une forte fréquence et à négliger les scénarios avec une faible fréquence. Or, en réassurance, il est important de modéliser les scénarios avec une faible fréquence mais une forte sévérité. De manière empirique, les scénarios considérés lors de l'optimisation n'ont pas tous le même impact sur le résultat. En effet, l'impact des scénarios à faible fréquence semblent être marginaux par rapport aux autres pour la norme 1 et 2. Par rapport à la norme 1, la norme 2 pénalise davantage les écarts absolus importants, le modèle va chercher à matcher plus de scénarios.

La norme 0 proposée, via un processus de normalisation, va mitiger cette disparité de poids et permettre de mieux prendre en compte les scénarios dans le processus d'optimisation. La norme 0 est proche de la norme 2, mais cette fois $(x_i - y_i)^2$ est divisé

²⁷ Excel Solver - Algorithms and methods used



par y_i . En effet, par rapport à la norme 2, cela donnera encore plus de poids pour les scénarios avec de faibles fréquences.

Précisons que la "norme 0", associée à une pénalité de poids, n'est pas une norme au sens mathématique du terme. En effet, elle n'est pas définie en 0 et ne satisfait pas la condition d'absolue homogénéité.

4.1.2.4. Résumé et vérification rapide de l'outil

Pour résumer étapes par étapes notre outil, prenons l'exemple de ce profil où le paramètre $c = 5,00$ et $LR = 30\%$ sur toutes les bandes.

LB	UB	Nb risks	Tariff (=Premium/TSI) ASI	Premium	TSI	LR	c	
0	100 000	42 165	0,4345%	47 689	8 736 995	2 010 823 414	30%	5,00
100 000	150 000	8 814	0,2933%	123 991	3 205 811	1 092 858 134	30%	5,00
150 000	250 000	7 959	0,3769%	196 737	5 901 465	1 565 829 400	30%	5,00
250 000	500 000	7 725	0,4769%	354 885	13 074 215	2 741 488 603	30%	5,00
500 000	1 000 000	4 231	0,5743%	706 640	17 169 304	2 989 795 937	30%	5,00
1 000 000	1 500 000	1 545	0,5749%	1 230 698	10 930 866	1 901 428 022	30%	5,00
1 500 000	2 000 000	923	0,5737%	1 761 779	9 329 039	1 626 121 949	30%	5,00
2 000 000	2 500 000	761	0,5778%	2 291 749	10 077 803	1 744 021 101	30%	5,00

À partir de ce profil, nous pouvons simuler des sinistres historiques, nous en déduisons plusieurs seuils ainsi que les fréquences de dépasser plusieurs seuils/les périodes de retour correspondants.

ID	Year	Value	Claim amount
1	1	2 500 000	2 500 000
2	4	7 250 000	7 250 000
3	5	2 500 000	1 730 069
4	5	2 500 000	2 095 792
5	6	1 750 000	1 750 000
6	8	7 250 000	2 886 666
7	9	1 750 000	1 511 799
8	9	2 500 000	2 105 891
9	11	2 500 000	2 500 000
10	12	7 250 000	3 040 852
11	13	2 500 000	2 500 000
12	17	2 500 000	2 110 384
13	17	7 250 000	6 230 227
14	19	7 250 000	2 648 246
15	19	7 250 000	1 669 428

T	Count > T	Years	Freq
1 500 000	15	20	0,75
1 600 000	14	20	0,70
1 700 000	13	20	0,65
1 800 000	11	20	0,55
1 900 000	11	20	0,55
2 000 000	11	20	0,55
2 100 000	10	20	0,50
2 200 000	8	20	0,40
2 300 000	8	20	0,40
2 400 000	8	20	0,40
2 500 000	7	20	0,35
2 600 000	5	20	0,25
2 700 000	4	20	0,20
2 800 000	4	20	0,20
2 900 000	3	20	0,15
3 000 000	3	20	0,15

Des sinistres historiques aux fréquence de dépasser des seuils

À l'issue de cette étape, l'utilisateur aurait choisi un set de scénarios de cette forme:

Threshold	Retained Freq	Retained RP
5 000 000	0,667	1,500
15 000 000	0,100	10,000
20 000 000	0,050	20,000

Exemple de choix de scénarios



À noter que l'utilisateur peut se référer aux observations empiriques, à son propre jugement et à ses connaissances du LoB pour déterminer les scénarios.

Ensuite, comme on a la formule théorique trouvée en 2.4.2 et via une optimisation, nous pouvons obtenir le couple (c, LR) qui correspond au mieux à ce scénario, sous une certaine "norme".

4.2. Critères d'évaluation

Comment pouvons-nous évaluer la performance modèle ?

4.2.1. Écart de prix estimé par rapport au prix théorique de la couverture

En effet, à cause des incertitudes autour des données et comme on utilise un modèle simplifié, il n'est pas question de décrire toute la sinistralité "from ground up". On souhaite plutôt mesurer l'écart de prix estimé au vrai prix théorique, et ce seulement dans le layer ou dans les layers que l'on a à tarifier.

En effet, cela peut être utile car on cherche un modèle dans la zone du programme à tarifier, donc ce qui importe le plus c'est de bien décrire le risque porté par le réassureur dans cette zone-là. Une approximation du modèle dans le range du programme est plus importante qu'une description complète du risque. Les portefeuilles mis à disposition du réassureur couvrent souvent des risques à valeurs très différents, avec beaucoup de risques à faible valeur et bien moins de risques à grande valeur. La difficulté est de décrire les risques sur des biens à valeur élevé car ils ont souvent plus de chances/ou sont souvent les seuls à être à l'origine des sinistres qui entrent dans le programme à tarifier. Avec en général très peu d'historique de sinistres entrant dans notre layer, il est difficile, voire impossible, de tarifier simplement par expérience pure.

In fine, on souhaite avoir un modèle dont le prix prédit est proche du prix théorique. En construisant une matrice qui fait varier c et LR , on peut détecter le range de couple éligible qui donneraient le même prix que le prix théorique, ainsi que les couples pour lesquels on va sous-tarifier ou sur-tarifier.



4.2.2. Convergence du résultat suivant la norme

Pour comparer les différentes normes entre elles et trouver celle qui est la plus appropriée, nous pouvons regarder la dispersion des estimations de c et LR. Nous cherchons une norme qui donnerait un c et LR peu dispersé, même si le modèle est biaisé dans leurs estimations. En effet, on aurait un range de décision plus réduit, ce qui constitue un critère de décision "objectif" pour le technicien/souscripteur.

Ainsi, nous pouvons évaluer la qualité de notre méthode d'estimation par rapport à la convergence des résultats. Nous pouvons aussi comparer les normes différentes en fonction de la convergence des résultats obtenues sous cette norme. Plus les valeurs de c et LR éligibles (sous certaines critères de distance) sont "étalées" sur ce heatmap, moins la norme serait pertinente pour décrire le risque.

4.2.3. Ordres de grandeurs pour c et LR et implications

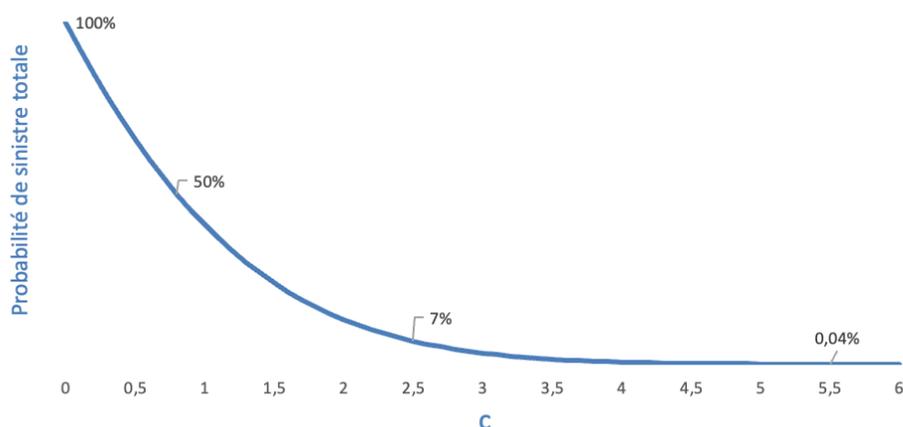
Avec la valeur de c , on peut en déduire p_c , la probabilité d'avoir un sinistre total sachant que l'on a un sinistre (cf 2.3.3.). Or, le modèle ne devrait pas être trop sévère ni trop peu sévère.

Si p_c était trop élevé, l'assureur n'aurait pas intérêt à assurer ce risque et le réassureur non plus car il fera presque systématiquement des pertes. Pour $c = 0,8$, p_c vaut 50%: la probabilité de sinistre totale est trop élevée pour cette valeur de c . Pour $c = 2,5$, cette probabilité vaut 7%. En revanche, si p_c était trop faible, on peut imaginer que l'assuré n'a pas intérêt à prendre une couverture d'assurance car la probabilité de perte totale sera faible. Pour $c=5,5$, p_c vaut 0,04%: la probabilité de sinistre totale est faible.

Pour ces raisons, dans notre modèle, le range de c admissible devrait être entre 2,5 et 5,5.



Les probabilités admissibles sont entre 2,5 et 5,5



Un loss ratio élevé indique une perte de rentabilité: l'entreprise dépense une proportion importante de ses primes pour payer les sinistres. Cela peut mettre en péril la rentabilité de l'entreprise, car elle ne peut pas générer suffisamment de revenus pour couvrir les coûts des sinistres et les frais généraux. En théorie, le LR ne devrait pas être trop élevé car l'assureur n'aurait pas intérêt à accepter ces risques car l'entreprise d'assurance serait déficitaire. En général, c'est le cas puisque le Loss Ratio ne devrait pas dépasser 80% afin que l'assureur puisse aussi couvrir ses propres frais.

De plus, un LR trop élevé peut entraîner un risque financier important: cela indique que l'entreprise est confrontée à des sinistres fréquents ou coûteux. Cela peut mettre en danger sa stabilité financière et sa capacité à honorer ses obligations envers les assurés en cas de sinistre majeur ou de catastrophe.

Inversement, le loss ratio ne devrait pas être trop bas, car bien que le risque soit rentable, cela peut indiquer une sous-évaluation des risques de la part de l'assureur. Si les primes commerciales sont trop élevées par rapport aux primes pures, les clients peuvent être amenés à rechercher des alternatives moins coûteuses, ce qui peut induire une perte de part de marché pour l'entreprise. Une surévaluation des risques peut donc conduire à une mauvaise compétitivité sur le marché de l'assurance. Si les concurrents sont capables d'évaluer les risques de manière plus précise et d'offrir des primes plus compétitives, l'entreprise avec un loss ratio trop bas peut se retrouver désavantagée et avoir du mal à attirer de nouveaux clients.

Il est donc important pour une entreprise d'assurance de trouver un équilibre adéquat dans l'évaluation des risques et la tarification des polices afin de maintenir un loss ratio raisonnable, qui reflète de manière précise la fréquence et l'ampleur des sinistres rencontrés par les assurés.

À noter que le Loss Ratio est également très variable selon le LoB souscrit par l'assureur. Bien qu'un LR entre 20% et 40% ne soit pas commun dans des LoB courantes (60% à 80% en assurance automobile, 70% à 90% en assurance santé, 40% à 70% en assurance



habitation, 50% à 70% en assurance responsabilité civile), on peut imaginer que le LR peut-être bien plus bas dans des LoB de niches où il y a peu de compétitions, où les assureurs prennent plus de risques car ils ont moins d'informations et ont plus de poids dans la négociation car il y a moins de compétition. Ainsi, on peut donner un ordre de grandeur pour un range de LR admissible de 20% à 80% et on préférera des modèles dont le LR entre dans ce range.

Enfin, pour discriminer un couple (c, LR) d'un autre, on peut aussi regarder les implications de ce couple en termes de modèle. Par exemple, on peut tester la fréquence de sinistres au-delà de plusieurs seuils pour choisir un modèle.



4.3. Applications

On a développé un outil en VBA permettant d'entrer un profil et les couples c et LR qui peuvent être homogènes ou non entre toutes les bandes du profil. De là, on peut générer des sinistres historiques sur plusieurs années. On peut alors en déduire des scénarios empiriques et il est possible de modifier ces scénarios.

Un solveur permettra d'estimer les paramètres c et LR sous les normes 1, 2 et la norme 0 définies dans le cadre de cette étude.

Dans l'outil, on pourra aussi, sur la tranche à tarifier:

- en déduire l'écart entre les prix estimés et les prix réels
- représenter les couples (c, LR) "éligibles", ie qui donnent des prix proches des prix réels (dans le cas où on a généré des sinistres)
- comparer les résultats entre les trois normes

4.3.1. Application sur un profil réel

4.3.1.1. Présentation du contrat et analyses préliminaires

Dans cette partie, nous allons partir d'un profil réel²⁸. Il s'agit d'un contrat XL per risk et per event d'assurance construction.

La cédante souhaite des couvertures pour les risques MB, EEI, CAR et EAR. Elle nous fait parvenir, en plus des profils, une analyse de l'année N-1 et de l'année N. En année N-1, le portefeuille en construction comprend environ 83 000 risques d'une valeur de 52 milliards d'euros et rapportant 190 millions de primes. En année N, leur portefeuille est de 86 500 risques d'une valeur totale de 58 milliards d'euros et rapportant 200 millions de primes.

Nous allons nous concentrer uniquement sur les couvertures MB et EEI car ce sont des contrats renouvelables annuellement. Ce sont donc des contrats en Loss Occuring qui sont plus simples à tarifier contrairement aux couvertures CAR et EAR qui sont en Risk Attaching (cf. 1.1.3.). De plus, les couvertures MB et EEI représentent une grande partie du portefeuille: 92% des polices, 60% en montant assurés et 72% de primes.

²⁸ Ce profil a été modifié afin de préserver l'anonymat des données, mais de telle sorte qu'il garde les caractéristiques qui nous intéressent



Le tableau ci-dessous donne des informations sur leur portefeuille pour l'année N-1 et pour l'année N, ainsi que l'évolution du portefeuille entre N-1 et N.

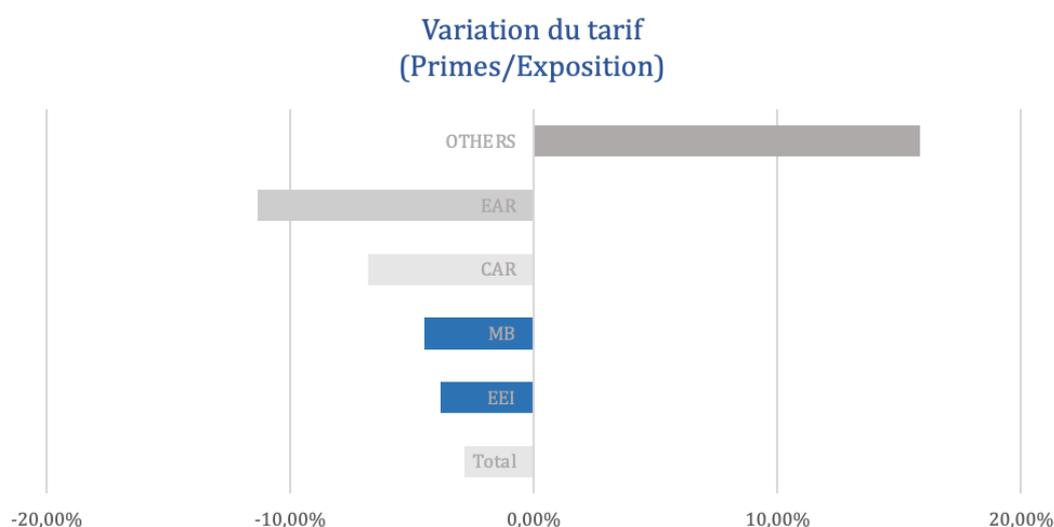
SUB LoB	N-1			N			Evolution entre N-1 et N		
	NB de polices	Exposition	Primes	NB de polices	Exposition	Primes	NB de polices	Exposition	Primes
EI	60 500	14 650 000 000	35 700 000	61 500	15 300 000 000	35 850 000	2%	4%	0%
MB	16 000	17 000 000 000	99 500 000	18 300	19 500 000 000	109 000 000	14%	15%	10%
CAR	5 670	15 570 000 000	23 000 000	5 690	17 000 000 000	23 400 000	0%	9%	2%
EAR	840	4 500 000 000	21 500 000	880	5 100 000 000	21 600 000	5%	13%	0%
OTHERS	55	750 000 000	8 000 000	70	890 000 000	11 000 000	27%	19%	38%
Total	83 065	52 470 000 000	187 700 000	86 440	57 790 000 000	200 850 000	4%	10%	7%

Portefeuille en assurance construction²⁹

À première vue, le portefeuille est en croissance mais la croissance est plus consistante sur les couvertures MB et EEI: le nombre de polices d'assurance, l'exposition et les primes entre N-1 et N évoluent avec un écart de $\pm 5\%$.

En revanche, pour les couvertures CAR, EAR et OTHERS, les évolutions de ces trois mesures sont plus décorrélées. Par exemple, pour la couverture EAR, le nombre de polices a augmenté de 5%, l'exposition a augmenté de 13% alors que la prime n'a pas eu de changements significatifs.

Nous pouvons arriver aux mêmes conclusions en regardant la variation du tarif sur différents sous-LoB représentée ci-dessous. En effet, la variation du tarif est plutôt faible en MB et EEI si on compare sa variation à d'autres sous LoB, cela montre que la croissance sur les LoB MB et EEI est consistante si on la compare à d'autres LoB.



²⁹ Ce profil a été modifié afin de préserver l'anonymat des données mais de telle sorte qu'il garde les caractéristiques qui nous intéressent



La cédante nous fait également parvenir des informations plus qualitatives sur le contrat:

- Évolution du marché

La cédante constate les impacts économiques de la construction des usines d'énergies renouvelables dans les régions comme la Méditerranée et l'Amérique Latine, l'Asie du Sud-Est et l'Afrique du Nord.

Dans les pays exposés, elle constate aussi des investissements continus dans des projets plus larges ces dernières années due à la situation économique forte.

Elle constate aussi une augmentation des sommes assurées dans la branche Assurance Pertes d'exploitation (Business Interruption ou BI) et une augmentation des polices concernant les rotations de personnels (turnover based policies) en CAR et EAR dû à un taux de rotations de personnels croissant pendant les dernières années.

À cause de la situation de la pandémie sur leur marché, la cédante n'a pas observé d'impacts sur le volume de prime dans les branches d'assurance Construction. Cependant, ils prévoient une diminution de leurs primes face à un taux de turnover potentiellement plus bas chez leurs clients. En effet, leurs couvertures CAR et EAR couvrent avant tout le risque de turnover et leur couverture BI se base sur les marges brutes réalisées. Cette diminution de primes est prévue d'être aux alentours de 5 millions d'euros au minimum, à cause des crises différentes dans le monde et leur impact sur leur business et une possible inflation dans le marché de l'industrie locale. En revanche, ils prévoient aussi que l'arrivée de nouveaux contrats et les nouvelles primes en N+1 devraient être aussi élevées qu'en N, voire augmenter jusqu'à 2%.

La cédante veille sur son portefeuille afin de détecter la présence d'une cybercriminalité silencieuse³⁰ dans son portefeuille Construction. En effet, elle n'a pas eu de dommages liés au risque Cyber résultant d'un péril Cyber dans son portefeuille. Elle ajoute aussi qu'elle a uniquement des couvertures pour des dégâts matériels dans les branches Construction.

- Tendances tarifaires

La cédante a un portefeuille assez local et constate une situation de weak market: tous leurs tarifs sont sous la pression du marché, même sur des risques plus larges comme en EAR et CAR.

À noter que la situation de weak market ne concerne que le portefeuille local, car en dehors de ce pays spécifique, le marché de la réassurance en Construction est dans une phase de hard market suite au départ de plusieurs acteurs sur le marché.

À cause du taux d'inflation que la cédante constate en année N dans des industries clés et des difficultés d'approvisionnement d'un nombre colossal de pièces de rechange, la cédante prévoit une augmentation de primes en N+1.

³⁰ ou "silent cyber impact" désignant les risques cyber qui ne sont pas explicitement couverts ni exclus dans les polices d'assurance autres que les polices Cyber



La cédante nous propose deux alternatives de structures à pricer en Per Risk / Per event. Nous devons donc proposer des prix pour chacune des structures ci-dessous:

Alternative A	Portée	Priorité
Layer 1	5.000.000	5.000.000
Layer 2	10.000.000	10.000.000
Layer 3	10.000.000	20.000.000
Total	25.000.000	5.000.000

Alternative B	Portée	Priorité
Layer 1	13.000.000	7.000.000
Layer 2	15.000.000	20.000.000
Total	28.000.000	7.000.000



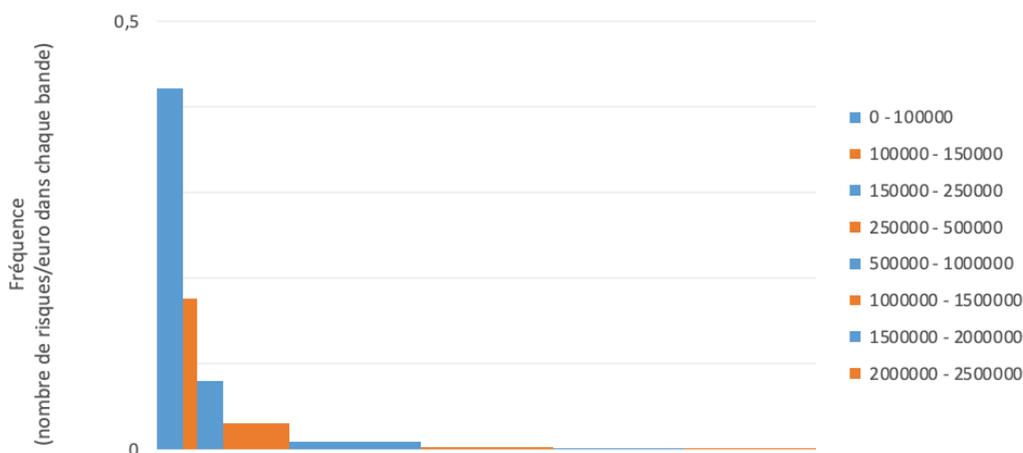
4.3.1.2. Présentation du profil et des données historiques

Pour des raisons que nous avons citées précédemment, nous allons nous concentrer sur des couvertures MB et EEI.

Le profil ci-dessous est le profil des contrats MB et EEI de la cédante³¹, avec des risques dont les valeurs sont réparties sur 17 bandes. Le portefeuille contient des risques de valeurs inférieurs à 40 millions d'euros.

LB	UB	Nb risks	Tariff (=Premium/TSI)	ASI	Premium	TSI
-	100 000	42 165	0,4345%	47 689	8 736 995	2 010 823 414
100 000	150 000	8 814	0,2933%	123 991	3 205 811	1 092 858 134
150 000	250 000	7 959	0,3769%	196 737	5 901 465	1 565 829 400
250 000	500 000	7 725	0,4769%	354 885	13 074 215	2 741 488 603
500 000	1 000 000	4 231	0,5743%	706 640	17 169 304	2 989 795 937
1 000 000	1 500 000	1 545	0,5749%	1 230 698	10 930 866	1 901 428 022
1 500 000	2 000 000	923	0,5737%	1 761 779	9 329 039	1 626 121 949
2 000 000	2 500 000	761	0,5778%	2 291 749	10 077 803	1 744 021 101
2 500 000	3 000 000	425	0,5527%	2 771 145	6 509 166	1 177 736 797
3 000 000	5 000 000	903	0,3748%	3 988 076	13 496 151	3 601 232 481
5 000 000	7 500 000	432	0,4264%	6 078 341	11 196 315	2 625 843 504
7 500 000	10 000 000	210	0,4015%	8 780 628	7 403 236	1 843 931 824
10 000 000	15 000 000	236	0,3232%	12 348 680	9 417 828	2 914 288 388
15 000 000	20 000 000	83	0,4067%	17 149 951	5 789 850	1 423 445 897
20 000 000	25 000 000	42	0,4626%	22 534 964	4 378 570	946 468 498
25 000 000	30 000 000	32	0,3451%	27 573 180	3 044 647	882 341 751
30 000 000	40 000 000	33	0,2873%	36 771 677	3 486 821	1 213 465 338

On voit une concentration des risques assurés d'une valeur inférieure à 500 000 dans la représentation de ce portefeuille ci-dessous:



Représentation du portefeuille sur les 8 premières bandes

³¹ Ce profil a été modifié afin de préserver l'anonymat des données mais de telle sorte qu'il garde les caractéristiques qui nous intéressent



Nous avons un historique de sinistralité de 18 ans sur l'intégralité du portefeuille, sans mention de la branche touchée par chaque sinistre. Ce manque d'information pose problème dans notre étude, car il n'est pas possible de distinguer les sinistres, et donc de déterminer une fréquence adéquate pour nos hyperparamètres.

Afin de pallier ce problème, il est nécessaire de prendre des hypothèses supplémentaires. Nous allons garder la sévérité observée, et considérer que chaque sinistre avait une probabilité de toucher l'une ou l'autre branche. Puisque 60% des risques proviennent du portefeuille MB+EEL, nous allons considérer ce même poids dans l'allocation de la fréquence. 40% de la fréquence sera donc allouée au portefeuille CAR + EAR + Others. Il s'agit d'une hypothèse importante, mais il est difficile de faire autrement.

Voici le tableau des sinistres historiques, de montant au delà de 3,8 millions:

Sinistres historiques	Date de perte
3 975 000	2005
10 830 241	2008
12 000 044	2009
4 218 092	2010
3 833 191	2012
4 279 028	2013
7 387 120	2014
4 941 694	2016
4 917 408	2016
5 227 993	2017
4 220 000	2017
8 095 970	2020
24 249 365	2021
10 400 000	2021
10 400 000	2021



4.3.2. Résultats

4.3.2.1. Sinistres générés à partir du profil et analyse des résultats

Dans cette partie, nous allons utiliser le profil réel ainsi que des sinistres générés à partir de ce profil.

Nous fixons un $c = 2,00$ et un $LR = 50\%$ sur toutes les bandes du profil. Nous pouvons alors générer des sinistres au-delà de 1.5 millions, qui ne peut être touchée que par des risques dans les bandes au-delà de la 7ème bande.

4.3.2.1.1. Vérification de l'algorithme et application

On va considérer un contrat 25M XS 5M.

Pour vérifier le fonctionnement de l'algorithme, nous pouvons générer beaucoup d'années d'expérience et comparer le nombre de dépassements de plusieurs seuils/les périodes de retour déduit des données simulées avec le nombre de dépassements de plusieurs seuils/périodes de retour théoriques, données par la formule (*).

Seuils	Fréq (X>Seuil) observé	Période de retour observé	Fréq (X>Seuil) théorique	Période de retour théorique
5.000.000	1,55	0,65	1,58	0,63
15.000.000	0,25	4,07	0,24	4,14
30.000.000	0,03	31,3	0,03	34,7

Scénarios retenus sur 500 années d'expérience, $c = 2,00$ et $LR = 50\%$

Les résultats de la simulation sont assez proches des valeurs c et LR théoriques:

	Norme 1	Norme 2	Norme 0
c^{\wedge}	2,193027	1,396171	1,283963
LR^{\wedge}	51%	44%	43%

On remarque que dans cette simulation, la norme 1 donne des valeurs c et LR les plus proches des valeurs théoriques. La norme 2 et la norme 0 sous-estiment la fréquence et surestiment la sévérité. En effet, par construction, la norme 1 prend plus en compte le



premier scénario, alors que la norme 2 et la norme 0 prend davantage en compte les autres scénarios.

Avec ces paramètres, la norme 2 et 0 donnent des prix un peu plus proches du prix réel. Dans tous les cas, comme on a beaucoup d'années de simulation, les trois normes nous donnent des prix satisfaisants. Pour le moment, avec ces deux considérations, la norme 1 donne le meilleur modèle en termes de modèle et de prix. Ceci s'explique par un bon choix du premier scénario.

Reinsurance premium			Real price 7 988 447		
Solved	7 726 914	8 011 193	8 047 527	8 047 527	8 047 527
error	-3%	0%	0%	1%	1%

Écarts entre prix réel et prix théorique
pour les normes 1, 2 et 3 respectivement

Cette application montre que, d'un point de vue théorique, notre algorithme fonctionne. Comparons maintenant le comportement des trois normes. La matrice suivante donne les écarts de prix réel par rapport au prix théorique pour différents couples c et LR (avec un incrément de 1% pour les LR et de 0,1 pour les c). Les zones oranges représentent les zones où les prix sont les plus différents du prix réel et les zones vertes les zones où les prix sont les plus proches du prix réel. Nous avons encadré les 10 couples minimisant le plus cet écart de prix sous la norme donnée.

c, LR	40%	41%	42%	43%	44%	45%	46%	47%	48%	49%	50%	51%	52%	53%	54%	55%	56%	57%	58%	59%	60%	61%	62%	63%	64%	65%	66%	67%	68%	69%	70%
1,5	0,18	0,14	0,10	0,06	0,02	0,03	0,07	0,11	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,35	0,39	0,43	0,47	0,51	0,56	0,60	0,64	0,68	0,72	0,76	0,80	0,84	0,88	0,92	0,96	1,01	1,05
1,6	0,21	0,17	0,13	0,09	0,05	0,01	0,03	0,07	0,11	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,35	0,39	0,43	0,47	0,51	0,55	0,59	0,63	0,67	0,71	0,75	0,79	0,83	0,87	0,91	0,95	0,99
1,7	0,24	0,20	0,16	0,12	0,08	0,05	0,01	0,04	0,08	0,11	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,35	0,39	0,43	0,47	0,51	0,54	0,58	0,62	0,66	0,70	0,74	0,78	0,82	0,86	0,90	0,94
1,8	0,27	0,24	0,20	0,16	0,12	0,08	0,04	0,01	0,04	0,08	0,11	0,15	0,19	0,23	0,27	0,30	0,34	0,38	0,42	0,46	0,50	0,54	0,57	0,61	0,65	0,69	0,73	0,77	0,81	0,84	0,88
1,9	0,31	0,27	0,23	0,19	0,16	0,12	0,08	0,04	0,02	0,04	0,08	0,11	0,15	0,19	0,22	0,26	0,30	0,34	0,37	0,41	0,45	0,49	0,52	0,56	0,60	0,64	0,68	0,71	0,75	0,79	0,83
2	0,34	0,30	0,27	0,23	0,19	0,15	0,12	0,08	0,04	0,02	0,05	0,07	0,11	0,14	0,18	0,22	0,25	0,29	0,33	0,36	0,40	0,44	0,47	0,51	0,55	0,58	0,62	0,66	0,70	0,73	0,77
2,1	0,37	0,34	0,30	0,26	0,23	0,19	0,16	0,12	0,08	0,05	0,02	0,05	0,07	0,10	0,14	0,17	0,21	0,24	0,28	0,31	0,35	0,39	0,42	0,46	0,49	0,53	0,57	0,60	0,64	0,67	0,71
2,2	0,41	0,37	0,34	0,30	0,26	0,23	0,19	0,16	0,12	0,09	0,05	0,02	0,04	0,07	0,09	0,13	0,16	0,20	0,23	0,26	0,30	0,33	0,37	0,41	0,44	0,48	0,51	0,55	0,58	0,62	0,65
2,3	0,44	0,41	0,37	0,34	0,30	0,27	0,23	0,20	0,16	0,13	0,10	0,06	0,03	0,04	0,07	0,09	0,12	0,15	0,18	0,22	0,25	0,28	0,32	0,35	0,39	0,42	0,45	0,49	0,52	0,56	0,59
2,4	0,47	0,44	0,41	0,37	0,34	0,31	0,27	0,24	0,21	0,17	0,14	0,10	0,07	0,04	0,04	0,06	0,08	0,11	0,14	0,17	0,20	0,23	0,27	0,30	0,33	0,36	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53
2,5	0,51	0,48	0,44	0,41	0,38	0,35	0,31	0,28	0,25	0,21	0,18	0,15	0,12	0,08	0,05	0,03	0,05	0,08	0,10	0,12	0,15	0,18	0,21	0,25	0,28	0,31	0,34	0,37	0,41	0,44	0,47
2,6	0,54	0,51	0,48	0,45	0,42	0,38	0,35	0,32	0,29	0,26	0,22	0,19	0,16	0,13	0,10	0,07	0,03	0,04	0,07	0,09	0,11	0,14	0,16	0,19	0,23	0,26	0,29	0,32	0,35	0,38	0,41
2,7	0,58	0,55	0,52	0,49	0,45	0,42	0,39	0,36	0,33	0,30	0,27	0,24	0,21	0,18	0,14	0,11	0,08	0,05	0,03	0,06	0,08	0,10	0,12	0,15	0,17	0,20	0,23	0,26	0,29	0,32	0,35
2,8	0,61	0,58	0,55	0,52	0,49	0,46	0,43	0,40	0,37	0,34	0,31	0,28	0,25	0,22	0,19	0,16	0,13	0,10	0,07	0,04	0,05	0,07	0,09	0,11	0,13	0,15	0,18	0,21	0,24	0,26	0,29
2,9	0,65	0,62	0,59	0,56	0,53	0,50	0,47	0,44	0,41	0,38	0,36	0,33	0,30	0,27	0,24	0,21	0,18	0,15	0,12	0,09	0,06	0,03	0,05	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,21	0,24
3	0,68	0,65	0,63	0,60	0,57	0,54	0,51	0,48	0,46	0,43	0,40	0,37	0,34	0,31	0,29	0,26	0,23	0,20	0,17	0,14	0,12	0,09	0,06	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18
3,1	0,72	0,69	0,66	0,63	0,61	0,58	0,55	0,52	0,50	0,47	0,44	0,42	0,39	0,36	0,33	0,31	0,28	0,25	0,22	0,20	0,17	0,14	0,11	0,09	0,06	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14
3,2	0,75	0,73	0,70	0,67	0,65	0,62	0,59	0,57	0,54	0,51	0,49	0,46	0,43	0,41	0,38	0,35	0,33	0,30	0,27	0,25	0,22	0,19	0,17	0,14	0,11	0,09	0,06	0,05	0,07	0,08	0,10
3,3	0,79	0,76	0,73	0,71	0,68	0,66	0,63	0,61	0,58	0,55	0,53	0,50	0,48	0,45	0,43	0,40	0,37	0,35	0,32	0,30	0,27	0,25	0,22	0,19	0,17	0,14	0,12	0,09	0,07	0,05	0,06
3,4	0,82	0,80	0,77	0,75	0,72	0,70	0,67	0,65	0,62	0,60	0,57	0,55	0,52	0,50	0,47	0,45	0,42	0,40	0,37	0,35	0,32	0,30	0,27	0,25	0,22	0,20	0,17	0,15	0,12	0,10	0,07
3,5	0,85	0,83	0,81	0,78	0,76	0,73	0,71	0,69	0,66	0,64	0,61	0,59	0,57	0,54	0,52	0,49	0,47	0,45	0,42	0,40	0,37	0,35	0,33	0,30	0,28	0,25	0,23	0,21	0,18	0,16	0,13
3,6	0,89	0,87	0,84	0,82	0,80	0,77	0,75	0,73	0,70	0,68	0,66	0,63	0,61	0,59	0,56	0,54	0,52	0,49	0,47	0,45	0,42	0,40	0,38	0,35	0,33	0,31	0,28	0,26	0,24	0,22	0,19
3,7	0,92	0,90	0,88	0,85	0,83	0,81	0,79	0,76	0,74	0,72	0,70	0,68	0,65	0,63	0,61	0,59	0,56	0,54	0,52	0,50	0,47	0,45	0,43	0,41	0,38	0,36	0,34	0,32	0,29	0,27	0,25
3,8	0,95	0,93	0,91	0,89	0,87	0,85	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,67	0,65	0,63	0,61	0,59	0,57	0,54	0,52	0,50	0,48	0,46	0,44	0,42	0,39	0,37	0,35	0,33	0,31
3,9	0,99	0,97	0,95	0,92	0,90	0,88	0,86	0,84	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,68	0,65	0,63	0,61	0,59	0,57	0,55	0,53	0,51	0,49	0,47	0,45	0,43	0,41	0,38	0,36
4	1,02	1,00	0,98	0,96	0,94	0,92	0,90	0,88	0,86	0,84	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,68	0,66	0,64	0,62	0,60	0,58	0,56	0,54	0,52	0,50	0,48	0,46	0,44	0,42

Résultats de la norme 1



c, LR	40%	41%	42%	43%	44%	45%	46%	47%	48%	49%	50%	51%	52%	53%	54%	55%	56%	57%	58%	59%	60%	61%	62%	63%	64%	65%	66%	67%	68%	69%	70%
1,5	0,15	0,12	0,08	0,05	0,01	0,02	0,06	0,09	0,13	0,16	0,20	0,23	0,27	0,30	0,34	0,38	0,41	0,45	0,48	0,52	0,55	0,59	0,62	0,66	0,69	0,73	0,76	0,80	0,83	0,87	0,90
1,6	0,18	0,14	0,11	0,07	0,04	0,01	0,03	0,06	0,10	0,13	0,17	0,20	0,24	0,27	0,31	0,34	0,38	0,41	0,44	0,48	0,51	0,55	0,58	0,62	0,65	0,69	0,72	0,76	0,79	0,82	0,86
1,7	0,20	0,17	0,13	0,10	0,07	0,03	0,01	0,04	0,07	0,10	0,14	0,17	0,20	0,24	0,27	0,31	0,34	0,37	0,41	0,44	0,48	0,51	0,54	0,58	0,61	0,64	0,68	0,71	0,75	0,78	0,81
1,8	0,23	0,20	0,16	0,13	0,10	0,06	0,03	0,01	0,04	0,07	0,10	0,14	0,17	0,20	0,24	0,27	0,30	0,34	0,37	0,40	0,44	0,47	0,50	0,54	0,57	0,60	0,64	0,67	0,70	0,74	0,77
1,9	0,26	0,22	0,19	0,16	0,13	0,09	0,06	0,03	0,01	0,04	0,07	0,10	0,14	0,17	0,20	0,23	0,27	0,30	0,33	0,36	0,40	0,43	0,46	0,49	0,53	0,56	0,59	0,62	0,66	0,69	0,72
2	0,28	0,25	0,22	0,19	0,16	0,12	0,09	0,06	0,03	0,01	0,04	0,07	0,10	0,13	0,16	0,20	0,23	0,26	0,29	0,32	0,36	0,39	0,42	0,45	0,48	0,52	0,55	0,58	0,61	0,64	0,67
2,1	0,31	0,28	0,25	0,22	0,19	0,15	0,12	0,09	0,06	0,03	0,01	0,04	0,07	0,10	0,13	0,16	0,19	0,22	0,25	0,28	0,31	0,35	0,38	0,41	0,44	0,47	0,50	0,53	0,56	0,60	0,63
2,2	0,34	0,31	0,28	0,25	0,22	0,19	0,16	0,12	0,09	0,06	0,04	0,01	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27	0,30	0,33	0,36	0,40	0,43	0,46	0,49	0,52	0,55	0,58
2,3	0,37	0,34	0,31	0,28	0,25	0,22	0,19	0,16	0,13	0,10	0,07	0,04	0,02	0,03	0,05	0,08	0,11	0,14	0,17	0,20	0,23	0,26	0,29	0,32	0,35	0,38	0,41	0,44	0,47	0,50	0,53
2,4	0,39	0,37	0,34	0,31	0,28	0,25	0,22	0,19	0,16	0,13	0,10	0,08	0,05	0,02	0,02	0,05	0,07	0,10	0,13	0,16	0,19	0,22	0,25	0,28	0,30	0,33	0,36	0,39	0,42	0,45	0,48
2,5	0,42	0,40	0,37	0,34	0,31	0,28	0,25	0,23	0,20	0,17	0,14	0,11	0,08	0,06	0,03	0,02	0,04	0,06	0,09	0,12	0,15	0,17	0,20	0,23	0,26	0,29	0,32	0,34	0,37	0,40	0,43
2,6	0,45	0,42	0,40	0,37	0,34	0,31	0,29	0,26	0,23	0,20	0,18	0,15	0,12	0,09	0,07	0,04	0,02	0,03	0,05	0,08	0,10	0,13	0,16	0,19	0,22	0,25	0,28	0,30	0,32	0,35	0,38
2,7	0,48	0,45	0,43	0,40	0,37	0,35	0,32	0,29	0,27	0,24	0,21	0,19	0,16	0,13	0,11	0,08	0,06	0,03	0,02	0,04	0,06	0,09	0,11	0,14	0,17	0,19	0,22	0,25	0,27	0,30	0,33
2,8	0,51	0,48	0,46	0,43	0,41	0,38	0,35	0,33	0,30	0,28	0,25	0,22	0,20	0,17	0,15	0,12	0,09	0,07	0,05	0,03	0,03	0,05	0,07	0,10	0,12	0,15	0,17	0,20	0,22	0,25	0,28
2,9	0,54	0,51	0,49	0,46	0,44	0,41	0,39	0,36	0,34	0,31	0,29	0,26	0,24	0,21	0,18	0,16	0,13	0,11	0,09	0,06	0,04	0,03	0,03	0,05	0,08	0,10	0,13	0,15	0,18	0,20	0,23
3	0,57	0,54	0,52	0,50	0,47	0,45	0,42	0,40	0,37	0,35	0,32	0,30	0,27	0,25	0,22	0,20	0,18	0,15	0,13	0,10	0,08	0,06	0,04	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,13	0,15	0,18
3,1	0,60	0,57	0,55	0,53	0,50	0,48	0,45	0,43	0,41	0,38	0,36	0,34	0,31	0,29	0,26	0,24	0,22	0,19	0,17	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,13
3,2	0,63	0,60	0,58	0,56	0,53	0,51	0,49	0,47	0,44	0,42	0,40	0,37	0,35	0,33	0,30	0,28	0,26	0,23	0,21	0,19	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,03	0,04	0,06	0,08
3,3	0,66	0,63	0,61	0,59	0,57	0,54	0,52	0,50	0,48	0,45	0,43	0,41	0,39	0,36	0,34	0,32	0,30	0,27	0,25	0,23	0,21	0,19	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,04	0,04
3,4	0,69	0,66	0,64	0,62	0,60	0,58	0,56	0,53	0,51	0,49	0,47	0,45	0,42	0,40	0,38	0,36	0,34	0,32	0,29	0,27	0,25	0,23	0,21	0,19	0,17	0,14	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05
3,5	0,71	0,69	0,67	0,65	0,63	0,61	0,59	0,57	0,55	0,52	0,50	0,48	0,46	0,44	0,42	0,40	0,38	0,36	0,34	0,31	0,29	0,27	0,25	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,13	0,11	0,09
3,6	0,74	0,72	0,70	0,68	0,66	0,64	0,62	0,60	0,58	0,56	0,54	0,52	0,50	0,48	0,46	0,44	0,42	0,40	0,38	0,36	0,34	0,32	0,30	0,28	0,26	0,24	0,22	0,20	0,18	0,16	0,14
3,7	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,67	0,65	0,63	0,61	0,59	0,57	0,55	0,54	0,52	0,50	0,48	0,46	0,44	0,42	0,40	0,38	0,36	0,34	0,32	0,30	0,28	0,26	0,24	0,22	0,20	0,18
3,8	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,69	0,67	0,65	0,63	0,61	0,59	0,57	0,55	0,53	0,51	0,50	0,48	0,46	0,44	0,42	0,40	0,38	0,36	0,34	0,33	0,31	0,29	0,27	0,25	0,23
3,9	0,83	0,81	0,79	0,77	0,75	0,73	0,72	0,70	0,68	0,66	0,64	0,63	0,61	0,59	0,57	0,55	0,53	0,52	0,50	0,48	0,46	0,44	0,42	0,41	0,39	0,37	0,35	0,33	0,32	0,30	0,28
4	0,85	0,84	0,82	0,80	0,78	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,68	0,66	0,64	0,62	0,61	0,59	0,57	0,55	0,54	0,52	0,50	0,48	0,47	0,45	0,43	0,41	0,40	0,38	0,36	0,34	0,33

Résultats de la norme 2

c, LR	40%	41%	42%	43%	44%	45%	46%	47%	48%	49%	50%	51%	52%	53%	54%	55%	56%	57%	58%	59%	60%	61%	62%	63%	64%	65%	66%	67%	68%	69%	70%
1,5	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,10	0,12	0,15	0,17	0,20	0,22	0,25	0,29	0,32	0,35	0,39	0,43	0,47	0,51	0,56	0,60	
1,6	0,02	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,10	0,12	0,14	0,17	0,19	0,22	0,25	0,28	0,31	0,35	0,38	0,42	0,46	0,50	0,54
1,7	0,03	0,02	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,19	0,21	0,24	0,27	0,30	0,34	0,37	0,41	0,45	0,49	
1,8	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,21	0,23	0,26	0,29	0,32	0,36	0,39	0,43	
1,9	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,09	0,11	0,13	0,15	0,17	0,20	0,22	0,25	0,28	0,31	0,34	0,38	
2	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09	0,11	0,12	0,14	0,17	0,19	0,21	0,24	0,27	0,30	0,33	
2,1	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,23	0,25	0,28	
2,2	0,09	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,09	0,11	0,13	0,15	0,17	0,19	0,21	0,24	
2,3	0,11	0,09	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10	0,12	0,13	0,15	0,17	0,20	
2,4	0,12	0,11	0,09	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,09	0,11	0,12	0,14	0,16	
2,5	0,14	0,13	0,11	0,09	0,08	0,07	0,06	0,04	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,04	0,06	0,07	0,08	0,09	0,11	0,13
2,6	0,16	0,15	0,13	0,11	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10	
2,7	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12	0,10	0,09	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	
2,8	0,21	0,19	0,17	0,15	0,14	0,12	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,0						



À noter que la norme 1 reste pertinente ici car on a généré beaucoup d'années d'expérience (ce qui n'est pas possible dans la réalité), ce qui explique pourquoi le fait qu'elle donne plus de "poids" à une tranche basse plus touchée engendre une meilleure performance que les deux autres normes dans cette situation. Or, on veut une norme qui prend en compte le plus possible les deux autres scénarios pour mitiger les risques d'erreurs de scénarios choisis. Ceci justifie l'introduction et l'utilité de la norme 2 et de la norme 0.

4.3.2.1.2. Application sur un profil non homogène

Nous pouvons aussi appliquer notre démarche sur un profil non homogène. En effet, pour un profil non homogène, nous pouvons séparer par groupe de bandes consécutives avec un même c et LR et tarifier sur ce groupe de bande. Nous pouvons aussi généraliser cette méthode en optimisant des c et LR par sous-groupe du profil que l'on identifie comme étant homogène. Nous pouvons aussi considérer tout le profil (avec des c et LR variable sur tout le profil) et estimer un couple de c et LR pouvant décrire ce profil.

Le choix de l'approche dépend du niveau d'homogénéité de notre profil, le nombre d'années d'expérience et la quantité de données que nous avons.



4.3.2.2. Sinistres réels et analyse des résultats

Dans cette partie, nous allons utiliser le profil réel ainsi que les sinistres historiques fournis afin de trouver les couples c et LR inconnus. À noter que dans cette partie, nous ne connaissons pas les vraies valeurs de c et LR, ni les périodes de retour théoriques et ni les prix théoriques.

Pour pallier au problème de données historiques qui regroupe les LoB MB + EEI + CAR + EAR, nous proposons deux approches.

4.3.2.2.1. Approche retenue: modifier les fréquences des scénarios

Le tableau suivant donne la période de retour observée quand on utilise toutes les données historiques.

Threshold	Return period observed	Freq observed
5 000 000	2,25	0,44
10 000 000	3,60	0,28
20 000 000	18,00	0,06

Comme 60% des risques proviennent de MB+EEI, nous allons retenir environ 60% de la période de retour observée dessus comme suit:

Threshold	Retained RP	Retained Freq
5 000 000	1,35	0,74
10 000 000	2,16	0,46
20 000 000	10,80	0,09

Dans ce cas, l'algorithme d'optimisation pour les trois normes donne comme résultats pour un 25M XS 5M:

	Norme 1	Norme 2	Norme 0
c^{\wedge}	1,98	-	-
LR $^{\wedge}$	23%	19%	20%
Solved	3 756 777	4 447 713	4 630 631

Avec ces scénarios, on aboutit à des résultats seulement avec la norme 1. En effet, nous avons beaucoup d'incertitudes sur les scénarios au-delà de 10 millions et 20 millions, il peut donc être difficile de se fier aux scénarios plus hauts (seulement 5 sinistres observés au-delà de 10 millions). Il y a donc de l'incertitude statistique pour déterminer



une fréquence correcte à ces niveaux. De plus, il est possible que la cédante n'ait pas eu de chance, ou qu'elle ait changé de portefeuille, etc.

4.3.2.2.2. Autre approche: modifier les montants des sinistres

Nous pouvons aussi utiliser une autre approche: au lieu de modifier les fréquences, nous allons modifier les montants de sinistre. Comme 60% des montants assurés proviennent de MB et EEI, nous pouvons modifier les montants de sinistre en fonction de cette proportion.

Nous obtenons les scénarios suivants:

Threshold	Return period observed	Freq observed
5 000 000	3,60	0,28
10 000 000	18,00	0,06
20 000 000		-

Nous pouvons, par exemple, retenir ces scénarios:

Threshold	Retained RP	Retained Freq
5 000 000	3,60	0,28
10 000 000	15,00	0,07
20 000 000	20,00	0,05

Dans ce cas, l'algorithme d'optimisation pour les trois normes donne comme résultats pour c, LR et tarifs:

	Norme 1	Norme 2	Norme 0	
c [^]		2,04	3,63	2,15
LR [^]		9%	14%	9%
Solved	1 404 835	1 277 078	1 327 416	

La prime de réassurance obtenue est d'environ 1,5 millions alors que dans l'approche précédente, elle était proche de 4 millions. En effet, nous avons retenu des scénarios très différents: en particulier, le premier scénario a un impact important sur le prix final.

Cette deuxième approche aurait tendance à augmenter les fréquences de sinistres dans le bas et diminuer les fréquences de sinistres dans le haut, ce qui biaise les résultats du modèle. On aboutit à un modèle avec une plus haute fréquence et une plus basse sévérité.

Or, en faisant ainsi, on suppose qu'un sinistre toucherait systématiquement les deux portefeuilles en même temps. Cela contredit l'hypothèse de non-corrélation entre les portefeuilles MB+EEI et EAR+CAR. On ne peut donc pas l'utiliser dans cette situation.



5. Les incertitudes possibles dues à la méthode par exposition

Dans cette partie, nous allons discuter des limites de notre modèle.

5.1. Les incertitudes possibles sur les données

En effet, dans la pratique, il y a des incertitudes sur les données parvenues au réassureur. Ces incertitudes sur les données peuvent biaiser le modèle que nous avons mis en place.

5.1.1. Des données peu représentatives dans la pratique

Pendant le renouvellement, on reçoit des paquets de renouvellement qui contiennent des informations quantitatives. Cependant, il n'est pas toujours évident d'interpréter simplement ces données car on a souvent peu de sinistres historiques et peu d'années d'expérience pour calibrer et faire un jugement quant à la période de retour. Ceci est particulièrement vrai sur les tranches élevées qui intéressent le réassureur.

D'autre part, en réassurance, nous avons rarement accès aux détails des sinistres pour examiner d'un point de vue qualitatif si ce sinistre est plus ou moins rare et récurrent parmi les sinistres historiques. Les détails sur les sinistres nous aideraient également à ajuster les périodes de retour.

De plus, nous faisons parfois face à des problèmes de granularité des données. En effet, comme dans l'exemple que nous avons dans la partie précédente (4.3. Applications), il n'est pas toujours évident pour le réassureur de cerner les sinistres entrant dans la structure qu'il souhaite tarifer. De plus, le réassureur n'a pas toujours accès aux détails sur l'évolution de la politique de souscription de la cédante.

Comme le réassureur fait face à un manque de données et d'informations dans la pratique, il ne peut pas se fier totalement à l'historique des sinistres pour établir les fréquences/périodes de retour qui sont essentielles dans notre modèle. Il est toutefois possible, dans notre modèle, d'ajuster les périodes de retour observées.

5.1.2. Mise en AS-IF



D'autre part, afin que les données soient iid, il faut les mettre en AS-IF. En effet, les sinistres ont été réglés à des années différentes, il faut donc les mettre sur la base d'une même année.

Cela peut introduire des erreurs possibles dans notre modèle puisqu'on se base sur les fréquences de dépassement de seuil. En particulier lorsqu'on a des sinistres à beaucoup d'années d'écart, on risque d'introduire plus de biais après une mise en AS-IF.



5.2. Les incertitudes liées aux hypothèses du modèle

Dans cette partie, nous allons énumérer les hypothèses implicites de ce modèle, leurs implications ainsi que les vérifications possibles sur les données afin de savoir si ce modèle peut être appliqué dans notre étude.

Ces hypothèses comprennent:

- un loss ratio et un c invariable sur tout le profil
- l'approximation d'une distribution MBBEFD
- l'exposition au risque caractérisée par la somme assurée
- le profil reste statique dans le temps

5.2.1. Loss ratios et c invariables sur tout le profil

Comme nous l'avons vu précédemment, en Property, la tarification par exposition utilise souvent un Loss ratio unique à estimer et des c variables et connus sur tout le profil, avec le choix des c qui dépend de la connaissance du marché et de la valeur de la somme assurée dans la bande. En Specialty, comme les risques sont moins bien connus et fortement variables d'une cédante à une autre, on va simplifier le problème en choisissant un Loss ratio et un c , uniques, à estimer sur toutes les bandes du profil.

Comme le loss ratio et le paramètre c sont invariables sur tout le profil, on suppose que les biens ont la même distribution en termes de degré de dommages, indépendamment de la valeur assurée (ou de la valeur assurée moyenne par bande).

Si nous avons, pour chaque sinistre, l'information sur la valeur assurée du risque, nous pouvons obtenir la distribution du degré de dommages par bandes et faire des statistiques sur leur distribution. En effet, si le degré de dommage est distribué selon la distribution MBBEFD avec paramètre c , nous pouvons faire des tests statistiques pour vérifier que les distributions des degrés de dommages sont égales entre les bandes:

- le test TOST: tester l'hypothèse d'égalité entre deux moyennes
- le test classique de Kolmogorov Smirnov: tester si deux échantillons viennent d'une même distribution
- graphiquement, comparer la densité ou la fonction de répartition des deux échantillons

Si nous n'avons pas l'information sur la valeur assurée du risque pour chaque sinistre, il est plus difficile de tester l'invariabilité du c .



En pratique, comme on est dans des *lines of business* de type "low frequency/high severity" du point de vue du réassureur, obtenir des données est déjà compliqué. Pour des données par bandes, cela est encore moins évident.

5.2.2. Approximation par une distribution MBBEFD

D'autre part, avec ce modèle, nous supposons aussi que la distribution du degré de dommage suit une distribution MBBEFD.

Pour tester cette hypothèse, nous pouvons soit partir des hypothèses simples (les valeurs des paramètres des distributions sont spécifiées au préalable) soit partir des hypothèses composites (une ou plus des paramètres de la distribution sont inconnues). Les hypothèses composites sont plus communes mais aussi plus difficiles à mettre en œuvre que les hypothèses simples³². Un test avec des hypothèses simples que l'on peut mettre en application:

- le test d'ajustement pour vérifier si un échantillon aléatoire vient d'une distribution spécifique (goodness of fit test)

Cela nécessite, encore une fois, d'avoir l'information sur la valeur assurée du risque pour chaque sinistre.

5.2.3. L'exposition caractérisée par la somme assurée

Dans notre modèle, nous supposons que l'exposition au risque est déterminée par la somme assurée. Or, ceci n'est pas toujours vrai. En effet, on peut imaginer que seule une partie du montant assuré est exposé au risque et pas la totalité: si on prend l'exemple en Property d'une usine et qu'on tarifie le risque d'incendie, il peut y avoir une partie du bâtiment qui n'a pas de risque d'incendie. Dans ce cas, en prenant le montant total du bien assuré, on surévalue l'exposition et donc on aurait tendance à sous-évaluer la sévérité des sinistres.

5.2.4. Un profil statique dans le temps

Enfin, on suppose aussi que le profil reste statique, c'est-à-dire qu'elle reste inchangée dans le temps, et ce au moins sur toute la période historique à notre disposition. En effet, on doit souvent faire cette hypothèse pour simplifier le problème et parce qu'on n'a seulement à disposition le portefeuille pour l'année à venir. Il n'est pas évident de vérifier si le profil reste effectivement inchangé dans le temps.

³² Do the observations come from a specific distribution ?



En effet, certaines cédantes nous font parvenir plusieurs profils de leur portefeuille (pas toujours sur l'ensemble des années d'historiques), qui correspondent à des années différentes. En général, nous n'avons qu'un seul profil, qui correspond à leur portefeuille dans l'année en cours. Parfois, ces profils sont incomplets car l'année n'est pas complètement déroulée, d'autres fois, les profils correspondent à une projection de leur exposition à la fin de l'année. Cependant, cette information n'est pas communiquée, et il incombe alors au réassureur de comprendre à quoi correspondent les informations qu'il reçoit.

D'autre part, nous supposons aussi que le comportement des risques exposés ne change pas au cours du temps, c'est-à-dire que les sinistres observés sont des réalisations issues de la même variable aléatoire décrite par une même courbe d'exposition, appliquée à un profil identique à celui que nous utilisons. En effet, sans cette hypothèse, nous aurions des sinistres non iid, issus de portefeuilles différents (ce qui est le cas en pratique), et il ne serait alors pas possible d'utiliser des méthodes statistiques au vu du nombre de paramètres à estimer, comparativement au nombre d'observations.

On peut analyser la tendance de la fréquence et de la sévérité des sinistres pour tenter de vérifier si les portefeuilles sont identiques dans le temps. S'il y a des tendances, on peut envisager de modifier les périodes de retour en input. Cependant, il reste difficile de vérifier si le profil est statique à cause de l'incertitude statistique: dans notre exemple sur des données réelles, on observe seulement 15 sinistres sur 18 années, d'où la difficulté de juger si les années sont iid ou non à cause du manque de données. Il est aussi important de demander à la cédante ou de chercher dans le paquet de renouvellement les informations sur l'évolution du portefeuille.

En général, l'hypothèse que le profil reste statique est fautive, mais on ne peut pas faire autrement si on souhaite simplifier le modèle. En Risk Attaching, on ajoute un degré de complexité par rapport au Loss Occuring.



5.3. Choix de scénarios de contrôle: préconisations

5.3.1. Des scénarios dans la zone de structure à pricer

Même si la courbe MBBEFD définit un modèle fréquence-sévérité à partir du premier euro, ce qui importe avant tout c'est de pouvoir bien décrire la fréquence et la sévérité dans notre zone de structure à pricer. Il est donc important d'ajuster une courbe MBBEFD, au moins "localement", pour avoir le comportement attendu sur la tranche que l'on souhaite tarifer. Ainsi, les scénarios de contrôle devraient être proches de la tranche que l'on souhaite tarifer.

Considérons par exemple, ce profil où le modèle de fréquence-sévérité change à partir de 5 millions et que l'on souhaite tarifer un contrat 25M XS 5M. Ainsi, le modèle qu'on devrait obtenir est un modèle où $c = 2,00$ et $LR = 30\%$.

LB	UB	Nb risks	Tariff (=Premium/TSI)	ASI	Premium	TSI	LR	c
-	100 000	42 165	0,4345%	47 689	8 736 995	2 010 823 414	50%	4,00
100 000	150 000	8 814	0,2933%	123 991	3 205 811	1 092 858 134	50%	4,00
150 000	250 000	7 959	0,3769%	196 737	5 901 465	1 565 829 400	50%	4,00
250 000	500 000	7 725	0,4769%	354 885	13 074 215	2 741 488 603	50%	4,00
500 000	1 000 000	4 231	0,5743%	706 640	17 169 304	2 989 795 937	50%	4,00
1 000 000	1 500 000	1 545	0,5749%	1 230 698	10 930 866	1 901 428 022	50%	4,00
1 500 000	2 000 000	923	0,5737%	1 761 779	9 329 039	1 626 121 949	50%	4,00
2 000 000	2 500 000	761	0,5778%	2 291 749	10 077 803	1 744 021 101	50%	4,00
2 500 000	3 000 000	425	0,5527%	2 771 145	6 509 166	1 177 736 797	50%	4,00
3 000 000	5 000 000	903	0,3748%	3 988 076	13 496 151	3 601 232 481	50%	4,00
5 000 000	7 500 000	432	0,4264%	6 078 341	11 196 315	2 625 843 504	30%	2,00
7 500 000	10 000 000	210	0,4015%	8 780 628	7 403 236	1 843 931 824	30%	2,00
10 000 000	15 000 000	236	0,3232%	12 348 680	9 417 828	2 914 288 388	30%	2,00
15 000 000	20 000 000	83	0,4067%	17 149 951	5 789 850	1 423 445 897	30%	2,00
20 000 000	25 000 000	42	0,4626%	22 534 964	4 378 570	946 468 498	30%	2,00
25 000 000	30 000 000	32	0,3451%	27 573 180	3 044 647	882 341 751	30%	2,00
30 000 000	40 000 000	33	0,2873%	36 771 677	3 486 821	1 213 465 338	30%	2,00

Sur 200 ans de simulation, si on choisit des scénarios de contrôle en dessous de 5M comme ci-dessous:

Threshold	Retained Freq	Retained RP
1 000 000	7,127	0,140
2 000 000	3,007	0,333
4 000 000	1,048	0,954

À noter qu'ici, les périodes de retour retenues sont les mêmes que les périodes de retour théorique.

On obtient alors des prix très loins de nos prix théoriques. On remarque aussi que les modèles proposés sont à mi-chemin entre le modèle $c = 4,00$ et $LR = 50\%$ (avant 4 millions) et $c = 2,00$ et $LR = 30\%$ (après 4 millions).



	Norme 1	Norme 2	Norme 3
c^	4,008865	3,089145	2,785312
LR^	40%	33%	31%

Layer to price		
25 000 000	XS	5 000 000

Reinsurance premium

Real price
4 793 068

Solved	3 143 107	3 752 033	3 952 117
error	-34%	-22%	-18%

En revanche, lorsqu'on choisit des scénarios plus dans le range qui nous intéresse, ie à partir de 5 millions:

Threshold	Retained Freq	Retained RP
5 000 000	0,946	1,057
10 000 000	0,312	3,210
20 000 000	0,076	13,220

On obtient alors le bon modèle et les bons prix (car on a repris les périodes de retour théoriques).

	Norme 1	Norme 2	Norme 3
c^	1,999851	1,999189	1,999984
LR^	30%	30%	30%

Layer to price		
25 000 000	XS	5 000 000

Reinsurance premium

Real price
4 793 068

Solved	4 793 100	4 793 226	4 793 079
error	0%	0%	0%



5.3.2. Choix des scénarios de contrôle

Nous avons vu dans la partie précédente que les scénarios de contrôle devraient être choisis dans la zone de structure à price.

Mais comment choisir les scénarios de contrôle ? Quelles sont les scénarios de contrôle à choisir et combien en faut-il choisir ?

5.3.2.1. Le nombre de scénarios de contrôle

On reprend l'exemple précédent.

Cas 3 scénarios de contrôle:

Lorsqu'on a trois scénarios de contrôle comme ci-dessous:

Threshold	Retained Freq	Retained RP
5 000 000	1,000	1,000
10 000 000	0,333	3,000
20 000 000	0,067	15,000

On obtient les prix et modèles assez proches de ce qui a été utilisé pour les générer ($c = 2,00$ et $LR = 30\%$).

	Norme 1	Norme 2	Norme 3
c^{\wedge}	3,206701	2,167574	2,980521
LR^{\wedge}	43%	33%	41%

Layer to price		
25 000 000	XS	5 000 000

Reinsurance premium

Real price
4 793 068

Solved	4 769 487	5 033 698	4 871 312
error	0%	5%	2%



Modifions le dernier scénario et mettons-le à une période de retour de 10 au-delà de 20 millions d'euros.

	Norme 1	Norme 2	Norme 3
c [^]	1,731660	1,211332	0,401065
LR [^]	30%	27%	25%

Layer to price		
25 000 000	XS	5 000 000

Reinsurance premium

Real price
4 793 068

Solved	5 129 526	5 243 787	5 389 283
error	7%	9%	12%

L'écart des prix a globalement augmenté et les modèles obtenus sont plus éloignés des modèles de départ.

Cas 2 scénarios de contrôle:

Regardons maintenant le cas de deux scénarios de contrôle.

Threshold	Retained Freq	Retained RP
5 000 000		1,000
20 000 000		0,067
		1,000
		15,000

Les modèles obtenus sont proches des modèles attendus, de même que pour les prix.

	Norme 1	Norme 2	Norme 3
c [^]	3,291924	3,579316	3,597103
LR [^]	45%	49%	49%

Layer to price		
25 000 000	XS	5 000 000

Reinsurance premium

Real price
4 793 068

Solved	4 745 737	4 659 698	4 655 838
error	-1%	-3%	-3%



Modifions le dernier scénario comme précédemment et mettons-le à une période de retour de 10 au-delà de 20 millions d'euros.

Threshold	Retained Freq	Retained RP
5 000 000	1,000	1,000
20 000 000	0,100	10,000

Maintenant, les prix et les modèles ont beaucoup fluctué pour la norme 2 et la norme 3. La norme 1 met plus de poids sur le premier scénario (on peut le voir dans les erreurs résiduels), ce qui explique pourquoi ses résultats restent acceptables pour cette norme.

	Norme 1	Norme 2	Norme 3
c^	3,066464	-	-
LR^	42%	24%	24%

Layer to price		
25 000 000	XS	5 000 000

Reinsurance premium

Real price
4 793 068

Solved	4 807 449	5 534 217	5 553 763
error	0%	15%	16%

En conclusion, afin de rendre le modèle plus robuste, il est recommandé de prendre plus que deux scénarios. En effet, notre modèle est à deux paramètres, il faut au moins deux scénarios de contrôle. Cependant, ajouter un scénario supplémentaire permettra de diminuer les risques d'erreur. A fortiori, augmenter le nombre de scénarios rajoute de la robustesse, mais se pose alors la question de leur paramétrisation. Au vu de l'information disponible, il est difficile de définir plusieurs scénarios avec précision. Il y a donc un optimum à trouver.



5.3.2.2. Les seuils de contrôle

Quels scénarios devons-nous choisir ?

Faisons le test en variant le scénario du milieu (en choisissant sa période de retour égale à la période de retour théorique). Commençons par un scénario central proche du premier scénario.

Threshold	Retained Freq	Retained RP	
5 000 000	0,920	1,087	
7 000 000	0,521	1,921	
22 000 000	0,040	25,000	

freq [X>Threshold) theorique	Période de retour théorique	
	0,946	1,06
	0,521	1,92
	0,073	13,64

On obtient les résultats ci-dessous. En effet, en choisissant un scénario central proche du premier scénario, on donne un "poids" au premier scénario et moins de crédibilité au dernier scénario. Comme la norme 1 met plus de poids aux scénarios avec les petites périodes de retour, elle reste la norme qui donne la meilleure estimation. En revanche, la norme 3 donne toujours un poids important pour les scénarios dans le haut, et comme le scénario de 22 millions n'est pas correct, ses résultats sont fortement déviés par rapport à la réalité.

	Norme 1	Norme 2	Norme 3
c [^]	3,605112	3,981660	4,862630
LR [^]	46%	53%	77%

Layer to price		
25 000 000	XS	5 000 000

Reinsurance premium

Real price
4 793 068

Solved	4 281 081	4 213 878	3 930 342
error	-11%	-12%	-18%

Faisons maintenant le même test, mais cette fois-ci on augmente le scénario central de telle sorte que le seuil soit plus proche de celui du dernier scénario.



Threshold	Retained Freq	Retained RP
5 000 000	0,920	1,087
12 000 000	0,291	3,438
22 000 000	0,040	25,000

Les modèles et les prix obtenus se sont nettement améliorés. En effet, cette fois, on ajoute un scénario plus proche du dernier scénario, ce qui permet de le réajuster.

	Norme 1	Norme 2	Norme 3
c^{\wedge}	1,652606	2,120064	3,570346
LR^{\wedge}	27%	30%	46%

Layer to price		
25 000 000	XS	5 000 000

Reinsurance premium

Real price
4 793 068

Solved	4 736 000	4 640 634	4 346 939
error	-1%	-3%	-9%

En revanche, si le scénario du milieu est trop proche du dernier scénario, on obtiendrait l'effet inverse: on donnera plus de poids au dernier scénario et augmentera les erreurs de modèle et de prix.

Ainsi, il est aussi préconisé de choisir des scénarios "assez loins les uns des autres". En effet, avec plusieurs scénarios différents, on peut diminuer le risque d'avoir des erreurs de modèle. En effet, si on choisit des scénarios trop proches, on met plus de poids à un scénario au dépens des autres scénarios. Or, on ne veut pas mettre artificiellement un poids en plus à travers le choix de nos scénarios, la pondération étant déjà traitée dans le choix de la norme.

5.3.3. Le choix de la distance pour la minimisation

Comme nous l'avons mentionné, les trois normes donnent des poids différents pour chaque scénario. La norme 1 donne un poids plus important pour le premier scénario et la norme 3 donne un poids plus important pour le dernier scénario. Le comportement de la norme 2 se situe entre celui de la norme 1 et 3.

Comme tout problème de minimisation/maximisation, on peut rencontrer des problèmes de minima/maxima locaux. Pour pallier à ce problème, on peut initier les paramètres c et LR à des valeurs "classiques" de ces dernières (par exemple c entre 1 et 4, LR entre 30% à 80%). L'outil permet d'entrer les valeurs de c et LR de départ avant la minimisation.





Conclusion et ouverture

La ligne Specialty présente de nombreux défis en termes de tarification - pour les assureurs comme pour les réassureurs. Une demande croissante de couvertures Specialty, l'aspect souvent très technique de celles-ci, l'évolution constante des technologies impactant le risque couvert par les assureurs justifient la nécessité de proposer et d'étudier une nouvelle méthode de tarification en Specialty.

Dans un premier temps, nous constatons que les deux méthodes de tarifications traditionnelles en réassurance, ie la tarification par expérience et la tarification par exposition, présentent des limites, en particulier lorsqu'elles sont appliquées en Specialty. En effet, en Specialty, il y a souvent trop peu d'années d'historiques et de sinistres historiques pour pouvoir réaliser une tarification par expérience. De plus, nous ne disposons pas d'informations au préalable quant aux courbes d'exposition à utiliser en Specialty pour décrire le risque, contrairement à la branche Property.

Pour pallier ce problème, nous proposons une méthode paramétrique qui repose sur l'ajustement d'une famille de courbes d'exposition, la famille MBBEFD. Nous obtenons alors une courbe d'exposition permettant de décrire notre risque en Specialty. Cette méthode permet aussi de prendre en compte les sinistres historiques via calibration.

Nous considérons ensuite trois normes pour l'étape d'optimisation réalisée pendant la calibration. La norme 1 donne plus de poids aux scénarios les plus fréquents, négligeant les scénarios les moins fréquents. La norme 2 et la norme 3 donnent davantage de poids aux scénarios moins fréquents. Ainsi, pour prendre en compte tous les scénarios, nous montrons qu'il est recommandé de considérer la norme 2 ou la norme 3. De plus, il est important de choisir des seuils assez distincts et éloignés entre eux pour éviter de donner plus de poids à un seuil, se situant dans la zone de la structure à pricer. Il est recommandé d'avoir plus de trois scénarios pour obtenir un résultat moins sensible.

Enfin, nous présentons également les limites de cette méthode: on suppose que le profil de la cédante est statique au cours du temps, que les risques sont homogènes via l'ajustement d'un seul paramètre c sur tout le profil, que l'exposition est caractérisée par la somme assurée... Cependant, certaines hypothèses doivent être prises car le réassureur ne possède parfois pas les profils de la cédante au cours du temps, ou encore les détails sur chaque sinistre.

Pour aller plus loin, nous pouvons aussi mettre en place un modèle qui prend en considération l'évolution du profil de la cédante au cours du temps, avec un risque inchangé et qui dépend de la somme assurée.





Bibliographie

- [1] **BEINSURE**. [2023]. *Top Trends 2023 Global Reinsurance: Hard Market, Strong Pricing and Specialty*.
- [2] **BERNEGGER, S.** [1997]. *The Swiss Re exposure curves and the MBBEFD distribution class*.
- [3] **CCR RE**. [2021]. *Qu'est-ce-qu'une base fait domageable ?*.
- [4] **CCR RE**. [2021]. *Qu'est-ce-qu'une base de souscription ?*.
- [5] **CCR RE**. [2022]. *Structurer un traité de réassurance*.
- [6] **DELACROIX, A.** [2023]. *Cours de réassurance*. Natixis.
- [7] **GILLIER, V.** *Calibration avancée du modèle de tarification à l'exposition dans le cadre de la réassurance incendie par risque*.
- [8] **LOLJEEH, I.** *Notes*.
- [9] **MAREK, L.** [2019]. *Total Loss, Swiss Re and Lloyd's exposure curve*.
- [10] **NIST/SEMATECH**. *Do the observations come from a specific distribution ?*. e-Handbook of Statistical Methods.
- [11] **POULIN, M.** [2012]. *Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance non-proportionnels Non-Vie*.
- [12] **QBE RE**. [2022]. *QBE Re at a glance*.
- [13] **SANTHIRASENAN, A.** [2017]. *Practical pricing in Specialty Insurance, hyperexponential*. iFoA.
- [14] **SPECIALTY INSURANCE BLOG**. [2005]. *Specialty Lines vs Standard Lines*.
- [15] **SWISS RE**. [1997]. *Engineering insurance and reinsurance - An introduction*.
- [16] **SWISS RE**. [2004]. *Exposure Rating*.