



Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du
Diplôme d'Actuaire EURIA
et de l'admission à l'Institut des Actuaire

Septembre 2023

Par : Adou Pascal Landry KONIN

Titre : Modélisation stochastique de l'inflation dans l'évaluation des provisions d'un assureur non-vie : Analyse des déterminants économiques et développement d'une procédure paramétrique de réserves ajustées

Confidentialité : Non

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de l'Institut des Actuaire : **Entreprise :**

David DUBOIS

CHUBB

Guillaume GORGE

Signature :

Khoulood MANDHOJ

Signature :

Membres présents du jury de l'EURIA : **Directeur de mémoire en entreprise :**

Franck VERMET

Raphaëlle LORENZO

Signature :

Invité :

Laurent BERTHAUT

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels

(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :

Signature du candidat :

Résumé

L'évaluation des provisions dans le secteur de l'assurance non-vie est une étape cruciale pour garantir la stabilité financière et la solvabilité des compagnies d'assurance. L'inflation est l'un des facteurs clés qui peuvent influencer de manière significative ces provisions. Les présents travaux se concentrent sur l'élaboration d'une méthodologie robuste pour prendre en compte l'inflation de manière précise, en se basant sur une modélisation stochastique approfondie et en analysant les déterminants économiques sous-jacents.

Pour parvenir à cet objectif, notre approche commence par une étape cruciale d'extraction empirique des taux d'inflation associés aux sinistres, en se penchant spécifiquement sur les portefeuilles de responsabilité civile générale et d'incendie, ainsi que sur les sinistres liés aux éléments naturels.

Ensuite, nous utilisons une méthode de modélisation statistique, le modèle de régression multiple pas à pas. Cette approche nous permet d'identifier avec précision les facteurs économiques qui jouent un rôle déterminant dans l'inflation des sinistres. Cette analyse s'effectue en prenant en compte divers indicateurs économiques pertinents. L'objectif premier est de fournir une perspective empirique des déterminants de l'inflation des sinistres, en démontrant que ces facteurs peuvent varier significativement en fonction de la nature et du secteur d'activité du portefeuille.

Une fois que nous avons saisi l'impact potentiel de l'inflation sur les provisions pour sinistres, nous nous attardons sur l'évaluation des effets de cette inflation, à la fois explicite et implicite, sur ces provisions. Pour ce faire, nous utilisons différentes méthodes analytiques qui nous permettent d'affiner nos prévisions et de tenir compte de manière plus précise des variations des taux d'inflation dans nos calculs de provisions.

Enfin, pour consolider nos résultats, nous mettons en place une procédure de bootstrap paramétrique pour construire des provisions qui intègrent de manière dynamique l'évolution prévue des taux d'inflation. Les résultats de nos recherches mettent en évidence que les facteurs sous-jacents à l'inflation des

sinistres peuvent varier de manière significative en fonction de la branche d'activité, soulignant ainsi l'importance cruciale de traiter explicitement l'inflation lors du calcul des provisions. Cette approche s'avère particulièrement pertinente dans le contexte économique actuel, où l'inflation peut avoir un impact majeur sur la gestion des risques dans le secteur de l'assurance non-vie. Nos travaux contribuent ainsi à une meilleure compréhension des mécanismes complexes liés à l'inflation et à l'amélioration des pratiques actuarielles dans ce domaine.

Mots clefs: Facteur exogène, inflation, méthode de séparation arithmétique de Taylor, modèle de régression multiple, modèle de Vasicek, procédure paramétrique de Björkwall et al. , provisionnement.

Abstract

The evaluation of provisions in the non-life insurance sector is a crucial step to ensure the financial stability and solvency of insurance companies. Inflation is one of the key factors that can significantly influence these provisions. This work focuses on developing a robust methodology to accurately account for inflation, based on in-depth stochastic modeling and analysis of underlying economic determinants.

To achieve this goal, our approach begins with a crucial step of empirically extracting inflation rates associated with claims, specifically focusing on general liability and fire portfolios, as well as natural catastrophe claims.

Next, we employ a statistical modeling method, the stepwise multiple regression model. This approach allows us to precisely identify the economic factors that play a significant role in claims inflation. This analysis takes into account various relevant economic indicators. The primary objective is to provide an empirical perspective on the determinants of claims inflation, demonstrating that these factors can vary significantly depending on the nature and business sector of the portfolio.

Once we have captured the potential impact of claims inflation on provisions, we delve into assessing the effects of both explicit and implicit inflation on these provisions. To do this, we use different analytical methods that allow us to refine our forecasts and more accurately account for variations in inflation rates in our provision calculations.

Finally, to consolidate our results, we implement a parametric bootstrap procedure to build provisions that dynamically incorporate the expected evolution of inflation rates. The results of our research highlight that the underlying factors driving claims inflation can vary significantly depending on the line of business, underscoring the crucial importance of explicitly addressing inflation in provision calculations. This approach is particularly relevant in the current economic context, where inflation can have a major impact on risk management in the non-life insurance sector. Our work contributes to a

better understanding of the complex mechanisms related to inflation and the improvement of actuarial practices in this field.

Keywords: Exogenous component, inflation, Taylor arithmetic separation method, multiple regression model, Vasicek model, parametric procedure of Björkwall et al. , reserving.

Note de synthèse

Modélisation stochastique de l'inflation dans l'évaluation des provisions d'un assureur non-vie : Analyse des déterminants économiques et développement d'une procédure paramétrique de réserves ajustées.

Adou Pascal Landry KONIN (EURIA, CHUBB)

Septembre 2023

Contexte

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la construction d'une approche de provisionnement stochastique visant à intégrer l'inflation des sinistres. Pour les compagnies d'assurance non-vie, l'inflation liée aux passifs à long terme représente un défi majeur en termes de risque, pouvant avoir un impact considérable sur l'estimation précise des provisions techniques et, par conséquent, avoir des répercussions significatives sur les profits futurs. De plus, l'inflation affecte également les rendements des actifs et donc l'actif de l'assureur. Bien que cela puisse compenser ou amplifier les risques de provisionnement en présence d'inflation, nous nous concentrons spécifiquement, dans ce document sur le passif de la compagnie d'assurance.

Dans le contexte actuel marqué par le retour de l'inflation, la nécessité d'obtenir une compréhension plus précise des incertitudes liées à ce phénomène devient cruciale, en particulier dans le secteur de l'assurance, où le cycle de production est inversé. Une compréhension précise de l'inflation implique une connaissance plus approfondie de ses origines, qui ne sont ni universelles ni uniformes pour tous les secteurs économiques.

L'objectif de ce mémoire est d'étudier empiriquement l'inflation des sinistres en assurance non-vie et de construire une méthode provisionnement qui prend en compte cette inflation spécifique dans le cas de deux portefeuilles d'assurance : Responsabilité civile générale et Dommages aux biens. A cette fin, notre démarche consiste d'une part à identifier les principaux facteurs déterminants du risque d'inflation en utilisant des indices économiques adaptés à chaque branche d'activité. D'autre part, nous modélisons cette inflation des sinistres et évaluons son impact sur les provisions pour sinistres, ce qui s'avère particulièrement pertinent en présence d'une inflation superposée.

Modélisation

Dans l'atteinte et la réalisation de notre objectif, cette étude suit des étapes méthodologiques. Ces étapes se résument selon le plan suivant :

1. Approche déterministe (Méthode de séparation de Taylor)
2. Approche stochastique (Modèle de régression multiple et Modèle de Vasicek)
3. Construction et obtention d'une méthode prenant en compte l'inflation des sinistres (Procédure de bootstrap paramétrique de Björkwall).

Approche déterministe

Détermination des taux d'inflation empiriques

En utilisant le triangle de coût moyen, nous appliquons la méthode de séparation arithmétique de [TAYLOR, 1977]. Cette méthode réécrit les composantes des triangles de liquidation comme le produit d'un facteur exogène et d'une cadence de règlement. La composante exogène traduit ici explicitement et uniquement les effets calendaires de l'année civile liées à l'inflation. En effet, la politique de souscription, de gestion des sinistres et le système de franchise n'ont connu aucun changement sur la période de l'étude : les triangles utilisés dans cette étude sont homogènes. Les taux d'inflation présentés à la figure 1 sont obtenus à partir du taux de variation des facteurs exogènes extraits et ce pour chacun des portefeuilles de l'étude.

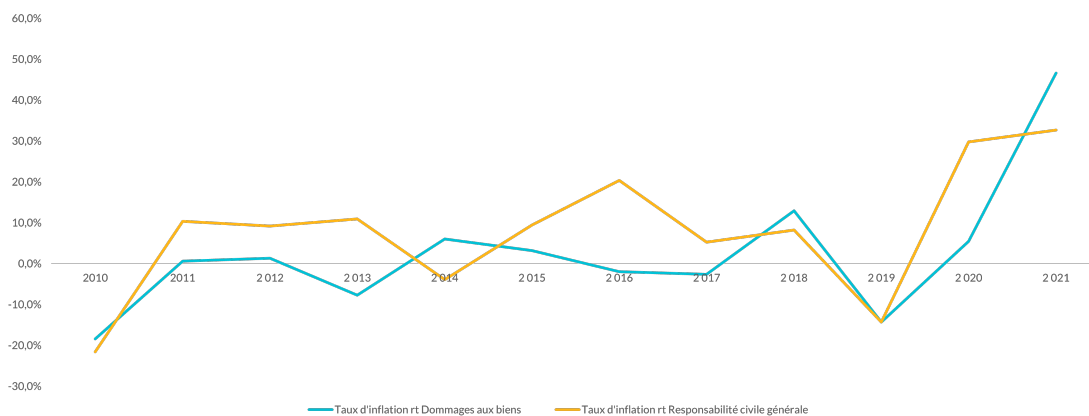


FIGURE 1 – Évolution historique de l'inflation des sinistres sur la période 2010-2021

Les résultats présentés dans la suite de cette note de synthèse seront axés principalement sur le portefeuille responsabilité civile générale, la démarche ayant été la même pour le portefeuille dommages aux biens.

Application

L'exogénéité future inconnue est projetée en faisant l'hypothèse que l'inflation moyenne historique se poursuivra jusqu'à l'horizon de projection (ici le triangle inférieur de règlement). Les résultats obtenus sont comparés à la méthode de Chain-Ladder.

Réserves obtenues (en \$ USD)	
Taylor	36 258 540
Chain-Ladder	33 444 303

TABLE 1 – Provisions obtenues par application de la méthode de Taylor pour le portefeuille Responsabilité civile général.

Ainsi, avec une inflation moyenne qui est de 8,03%, nous obtenons des réserves d'environ 36 millions de dollars USD.

Le principale inconvénient de cette méthode est qu'elle est purement déterministe. De plus avec l'approche déterministe de l'inflation utilisée, elle ne nous permet donc pas d'observer des éléments particulièrement importants pour l'actuaire tels que la distribution des réserves ou l'écart-type qui permettent d'ajuster au mieux l'établissement des provisions notamment avec la construction d'intervalle de confiance par exemple. Nous tentons d'y parvenir dans la suite avec une approche plus sophistiquée.

Approche stochastique

Détermination des éléments stochastiques de l'inflation

Modèle de régression multiple

Une fois les taux d'inflation empiriques obtenus, nous recherchons les indices économiques inhérents et potentiellement explicatifs de l'inflation des sinistres. Ces indices sont basés sur la revue de littérature et tiennent compte de la nature de l'activité liée aux sinistres de chaque portefeuille. Nous testons ainsi onze indices.

Ainsi sur la base de ces indices économiques externes et d'hypothèses sous-jacentes à l'activité de chaque portefeuille, nous réalisons une régression multiple pas à pas afin d'obtenir les indices économiques déterminants de l'inflation spécifique de chaque portefeuille.

Concernant le portefeuille Responsabilité civile générale en particulier, les résultats montrent que l'IPCH (indice des prix à la consommation harmonisé) et les dépenses en achats de biens médicaux sont des variables significatives déterminantes de l'inflation des sinistres de ce portefeuille. Ces résultats mettent en avant l'impact significatif des avancées technologiques dans le domaine médical, qui dépassent nettement l'inflation standard mesurée par l'indice des prix à la consommation. Ainsi, une augmentation des prix de certaines thérapies peut avoir un impact à la hausse sur les coûts des dommages corporels, par exemple dans le cadre de l'assurance civile générale. Cependant, cette même

augmentation n'affecte pas les coûts pour d'autres secteurs d'activité tels que l'assurance dommages aux biens dans notre cas.

Toutefois, en observant l'évolution de l'indice des dépenses en achats de biens médicaux, on pourrait souligner que l'effet COVID a eu un impact sur la variation de celui-ci d'où son impact sur l'inflation ce qui ne serait pas le cas en temps normal. Ce impact observé met en exergue un effet de corrélation plutôt qu'un effet de causalité.

Les différentes métriques (p-value, R-carré, AIC) nous permettent de valider néanmoins de valider le modèle et les résultats confirment que les déterminants de l'inflation des sinistres varient en fonction du portefeuille et du secteur d'activité.

Nous avons ainsi approché stochastiquement l'inflation. Il est présenté dans la dernière partie de cette note comment la modélisation stochastique de l'inflation en plus de l'approche déterministe sont prises en compte au sein de la méthode de séparation. En effet, [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] dans leur article ont proposé une application stochastique de la méthode de séparation à travers leur procédure de bootstrap paramétrique. Nos différentes approches de l'inflation seront ainsi utilisées au sein de cette procédure.

Construction de la méthode de provisionnement stochastique : utilisation de la procédure paramétrique de Björkwall et al.

La procédure paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] est une méthode stochastique de provisionnement prenant en compte l'inflation. Elle est réalisée succinctement en trois étapes comme le montre la figure 4 ci-dessous :

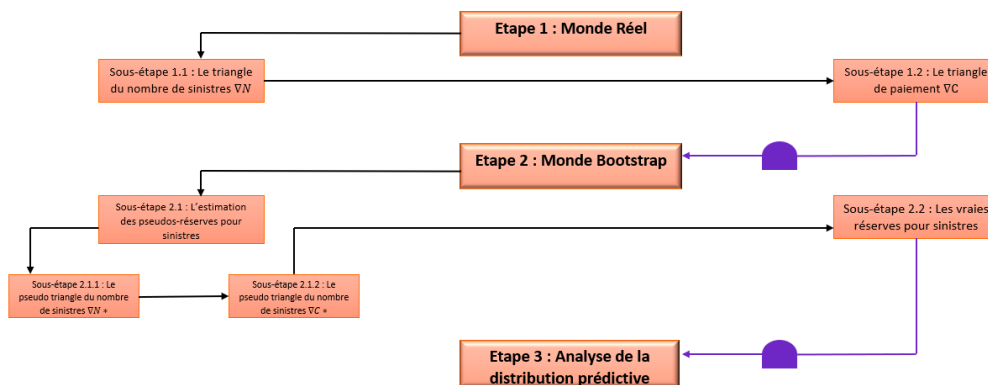


FIGURE 2 – Étapes de la procédure de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010]

Nous analysons dans la suite l'impact de l'inflation des sinistres sur les réserves en comparant les distributions prédictives obtenues après application de la procédure de bootstrap paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] incluant différents taux d'inflation des sinistres : déterministes et stochastiques pour chaque portefeuille. En outre, les résultats que nous présentons sont ceux obtenus pour la procédure standardisée avec un chemin d'échantillonnage de 10 000 simulations.

<i>Méthode de projection</i>	<i>Provisions selon la procédure paramétrique standardisée(en M USD)</i>	
	<i>Moyenne</i>	<i>Volatilité</i>
Taux constant (modèle de référence)	38,43	13
Modèle de régression multiple	39,85	19
Chain Ladder	33,44	11

TABLE 2 – Estimation des provisions pour sinistres calculées selon la procédure paramétrique de Bjorkwall and al. pour différentes méthodes de projection : cas du portefeuille Responsabilité civile générale.

Il est également important de souligner que le modèle de régression multiple conduit à des réserves supérieures dans le cadre actuel. Cette observation pourrait s'expliquer par le contexte inflationniste auquel nous faisons face. En effet, ce modèle présente bien des avantages en son sens où il est dynamique et permettrait à l'assureur d'ajuster ses taux d'inflation en fonction de la hausse ou la baisse d'un des indices explicatifs et facilite par la même occasion les anticipations futures.

Des tests de sensibilités pour chaque portefeuille sont ensuite réalisés principalement pour le modèle de régression multiple afin de construire des scénarios de calculs des réserves et de mettre en exergue son aspect adaptatif. Nous étendons spécifiquement pour cette partie, la période de l'étude à 2022 afin de fournir un cadre plus réaliste, surtout que lors de cette année plus récente, les taux ont atteint, de manière générale, un pic plus élevé.

Les tests de sensibilité que nous avons effectués mettent en lumière deux aspects que nous considérons comme particulièrement significatifs. Tout d'abord, le modèle utilisant les indices économiques démontre son adaptabilité. Il est capable de prendre en considération d'éventuelles variations de la conjoncture et d'ajuster en conséquence les provisions associées.

Ensuite, ce premier aspect se prolonge naturellement vers un second. Il s'agit de la mise en place de scénarios. L'application pratique de notre modèle nous a permis de créer pour chaque portefeuille une "*fourchette*" de provisions (bien qu'elle puisse être large en raison de la diversité des scénarios envisagés). Cette fourchette offre à l'actuaire en charge du provisionnement un espace d'ajustement pour établir ses estimations et répond à l'une des limites identifiées lors de la mise en oeuvre de la méthode de Taylor au début de cette étude.

Executive summary

Stochastic Modeling of Inflation in Non-Life Insurer Reserving : Analysis of Economic Determinants and Development of a Parametric Procedure for Adjusted Reserves.

Adou Pascal Landry KONIN (EURIA, CHUBB)

September 2023

Context

This thesis falls within the framework of developing a stochastic reserving approach aimed at incorporating claims inflation. For non-life insurance companies, inflation associated with long-term liabilities constitutes a major risk factor that can significantly impact the accurate estimation of technical reserves and consequently, have substantial repercussions on future profits.

In the current context marked by the return of inflation, the need to gain a clear understanding of uncertainties related to this phenomenon becomes crucial, especially in the insurance sector, where the production cycle is reversed. A clear understanding of the notion of inflation requires a deeper of its origins, which are neither universal nor uniform for all economic sectors.

The objective of this thesis is to empirically study claims inflation in non-life insurance for two insurance portfolios : General Liability and Property Damage, and construct a reserving method that accounts for this specific inflation. To this end, our approach consists in identifying the main determinants of inflation risk, using economic indices tailored to each business line. Furthermore, we model this claims inflation and evaluate its impact on claims reserves, which is particularly relevant in the presence of overlapping inflation.

Modeling

In the pursuit and achievement of our objective, this study follows methodological steps. These steps can be summarized as follows :

1. Deterministic Approach (Taylor Separation Method)
2. Stochastic Approach (Multiple Regression Model and Vasicek Model)
3. Development and Implementation of a Method Accounting for Claims Inflation (Parametric Bootstrap Procedure by Björkwall).

Deterministic Approach

Determination of Empirical Inflation Rates

Using the average cost triangle, we apply the arithmetic separation method proposed by [TAYLOR, 1977]. This method rewrites the components of the settlement triangles as the product of an exogenous factor and a settlement rate. The exogenous component explicitly reflects and solely captures the calendar effects of the calendar year related to inflation. Indeed, the underwriting policy, claims management, and deductible system remained unchanged during the study period ; the triangles used in this study are homogeneous. The inflation rates presented in Figure 1 are derived from the rate of change of the extracted exogenous factors for each portfolio in the study.

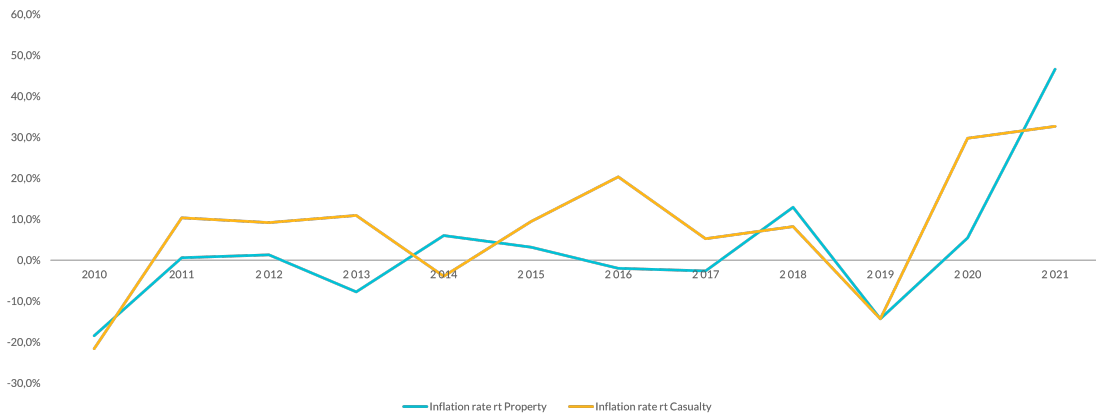


FIGURE 3 – Historical evolution of claims inflation rates over the period 2010-2021.

The results presented in the following summary will primarily focus on the general liability portfolio, with the same approach applied to the property damage portfolio.

Application

Future unknown exogeneity is projected by assuming that the historical average inflation will continue until the projection horizon (in this case, the lower settlement triangle). The results obtained are compared to the Chain-Ladder method.

Thus, with an average inflation rate of 8.03%, we obtain reserves of approximately 36 millions USD.

Reserves Obtained (in \$ USD)	
Taylor	36,258,540
Chain-Ladder	33,444,303

TABLE 3 – Reserves obtained by applying the Taylor method for the general liability portfolio.

The main drawback of this method is that it is purely deterministic. Furthermore, with the deterministic approach to inflation used, it does not allow us to observe particularly important elements for actuaries, such as the distribution of reserves or the standard deviation, which are essential for adjusting the provisioning process, especially when constructing confidence intervals, for example. We attempt to achieve this in the following with a more sophisticated approach.

Stochastic Approach

Determination of Stochastic Elements of Inflation

Multiple Regression Model

Once the empirical inflation rates are obtained, we search for the inherent and potentially explanatory economic indices for claims inflation. These indices are based on the literature review and take into account the nature of the claims-related activity for each portfolio. We test eleven indices accordingly.

Thus, based on these external economic indices and underlying assumptions related to each portfolio’s activity, we perform a stepwise multiple regression to obtain the significant economic indices determining the specific claims inflation for each portfolio.

Regarding the general liability portfolio in particular, the results show that the HICP (Harmonized Index of Consumer Prices) and spending on medical goods are significant and determining variables for claims inflation in this portfolio. These results highlight the significant impact of technological advancements in the medical field, which surpass standard inflation measured by the consumer price index. Thus, an increase in the prices of certain therapies can have an upward impact on bodily injury costs, for example, in the context of general liability insurance. However, this same increase does not affect costs for other business sectors such as property damage insurance in our case.

However, by observing the evolution of the medical goods expenditure index, it can be noted that the COVID effect had an impact on its variation, hence its impact on inflation, which would not be the case in normal times. This observed impact highlights a correlation effect rather than a causal effect.

Nevertheless, various metrics (p-value, R-squared, AIC) allow us to validate the mo-

del, and the results confirm that the determinants of claims inflation vary depending on the portfolio and industry.

Vasicek Model

As a second stochastic approach, we use the model by [VASICEK, 1997] to forecast future claims inflation. This model is widely used in finance to describe the evolution of interest rates. The intuition behind this model is to provide a mathematical representation that models the volatility and random variation of short-term interest rates. Interest rates move randomly but tend to revert to a long-term average level. What interests us in this study is that it is often used to model inflation rates due to its mean-reverting property and the characteristic of negative inflation rates.

Thus, we have approached inflation stochastically. It is explained in the last part of this summary how these two stochastic inflation models, in addition to the deterministic approach, are incorporated into the separation method. Indeed, [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] in their article proposed a stochastic application of the separation method through their parametric bootstrap procedure. Our various inflation approaches will be used within this procedure.

Construction of the Stochastic Provisioning Method : Use of Björkwall *et al.*'s Parametric Procedure

The parametric procedure by [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] is a stochastic provisioning method that takes inflation into account. It is succinctly performed in three steps, as illustrated in Figure 4 below :

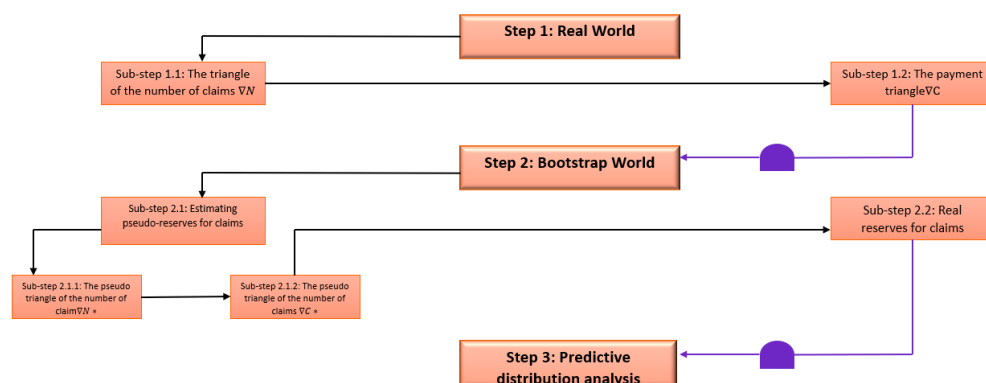


FIGURE 4 – Steps of the procedure by [BJÖRKWALL *et al.*, 2010].

In the following, we analyze the impact of claims inflation on reserves by comparing the predictive distributions obtained after applying the parametric bootstrap procedure

by [BJÖRKWALL *et al.*, 2010], including various claims inflation rates : deterministic and stochastic for each portfolio. Furthermore, the results presented are those obtained for the standardized procedure with a sampling path of 10,000 simulations.

<i>Projection Method</i>	<i>Provisions according to the standardized parametric procedure (in M USD)</i>	
	<i>Mean</i>	<i>Volatility</i>
Constant Rate (reference model)	38.43	13
Multiple Regression Model	39.85	19
Chain Ladder	33.44	11

TABLE 4 – Estimation of provisions for claims calculated using the parametric procedure by Bjorkwall et al. for different projection methods : case of the General Liability portfolio.

It is also important to note that the multiple regression model leads to higher reserves in the current context. This observation could be explained by the inflationary environment we are facing. Indeed, this model has several advantages in that it is dynamic and would allow the insurer to adjust its inflation rates based on the increase or decrease of one of the explanatory indices, facilitating future predictions in the process. In contrast, the model by [VASICEK, 1997] is static. It is not adaptive, and in an inflationary situation, the amount of reserves would not be affected.

Sensitivity tests are then conducted for each portfolio, primarily for the multiple regression model, to construct reserve calculation scenarios and highlight its adaptive nature. Specifically for this part, we extend the study period to 2022 to provide a more realistic framework, especially since in this more recent year, interest rates have generally reached a higher peak.

The sensitivity tests we conducted highlight two aspects that we consider particularly significant. First, the model using economic indices demonstrates its adaptability. It can take into account possible variations in the economic environment and adjust the associated provisions accordingly.

Secondly, this first aspect naturally extends to a second one, which is the implementation of scenarios. The practical application of our model has allowed us to create a "range" of reserves for each portfolio (although it may be wide due to the diversity of scenarios considered). This range provides the actuary in charge of provisioning with an adjustment space to establish estimates and addresses one of the limitations identified when implementing the Taylor method at the beginning of this study.

Remerciements

Je tiens avant tout à adresser mes remerciements à M. Laurent Berthaut, manager de l'équipe Actuariat Chubb Europe pour m'avoir permis de réaliser mon alternance au sein de leur équipe, pour le choix du sujet de ce mémoire et pour leur implication quant à l'aboutissement de celui-ci.

Je souhaiterais également remercier tout particulièrement ma tutrice d'alternance, Raphaëlle Lorenzo, aux côtés de qui j'ai beaucoup appris, pour l'accompagnement et le temps qu'elle m'a consacré pendant toute la durée de cette alternance. Ses conseils et ses encouragements m'ont apporté une aide précieuse quant à la rédaction de ce mémoire.

J'adresse aussi ma gratitude à tous les membres de l'équipe Pricing du service Actuariat pour leur bonne ambiance, et avec qui j'ai pris du plaisir à travailler.

Mes remerciements vont également à l'endroit de mon tuteur académique, Brice Franke, pour ses conseils, ses idées et sa spontanéité à répondre à mes questions.

Je pense également à l'ensemble des enseignants de l'EURIA, représenté par Franck Vermet, directeur de l'EURIA, pour la qualité de l'enseignement reçu durant ces deux années de formation.

Je n'oserais terminer sans mentionner mes proches. Un grand merci à tous mes amis qui ont su me challenger tout au long de la réalisation de ce mémoire. Et pour terminer, un énorme merci à mes parents pour leur soutien sans faille, eux, à qui je dois tout.

Table des matières

Résumé	i
Abstract	iii
Note de synthèse	v
Executive summary	xi
Remerciements	xvii
Introduction	1
1 Introduction à l'assurance non-vie en France	3
1.1 Périmètre de l'assurance non-vie	4
1.1.1 Définition de l'Assurance non-vie	4
1.1.2 Inversion du cycle de production	4
1.1.3 Gestion par capitalisation ou répartition	4
1.1.4 Le marché de l'assurance d'entreprise	5
1.2 Notion de provision technique en assurance non-vie	6
1.2.1 Notions et définitions	7
1.2.2 Les provisions pour sinistre à payer	7
1.2.3 Les autres provisions techniques non-vie	8
1.2.4 Les triangles de liquidation	9
1.3 Synthèse	10
2 Contexte, généralités et enjeux de l'étude	11
2.1 Notion d'inflation	12
2.1.1 Définition	12
2.1.2 Causes et conséquences de l'inflation	12
2.1.3 Mesure de l'inflation	13
2.2 L'inflation en France	16
2.2.1 Historique	16
2.2.2 Contexte actuel de l'inflation en France	17
2.3 Problématique et enjeux du mémoire	18

2.3.1	Problématique	18
2.3.2	Enjeux	18
2.4	Synthèse	19
3	Présentation de la base de données	21
3.1	Préambule	22
3.2	Les données internes	22
3.2.1	Le portefeuille Responsabilité Civile Générale	23
3.2.2	Le portefeuille Incendie et éléments naturels	24
3.3	Les données externes	24
3.4	Synthèse	26
4	Méthodes de provisionnement en assurance non-vie	27
4.1	Méthodes classiques de provisionnement	28
4.1.1	Méthode de Chain Ladder déterministe	28
4.1.2	Modèle de Mack	34
4.2	Méthodes de provisionnement permettant de capter l'inflation	37
4.2.1	Modèle de Christofides	37
4.2.2	Les méthodes de séparation de Taylor	38
4.3	Synthèse	43
5	Modélisation et calibrage de l'inflation des sinistres	45
5.1	Modélisation déterministe	46
5.1.1	Taux moyen d'inflation	46
5.1.2	Taux constant par morceaux	46
5.2	Modélisation stochastique	47
5.2.1	Régression linéaire multiple pas à pas	47
5.3	Synthèse	49
6	Modélisation et mise en place d'une méthode de provisionnement pre- nant en compte l'inflation des sinistres	51
6.1	Prélude et notations	52
6.1.1	Notations	52
6.1.2	Prélude	52
6.2	Procédure paramétrique de BJÖRKWALL et al.	53
6.2.1	Nombre de sinistres distribués de façon stochastique	54
6.2.2	Coût des sinistres gamma-distribués	54
6.2.3	Mise en place et implémentation de la méthode	55
6.3	Synthèse	58

7	Application : cas de l'assurance responsabilité civile générale et dommages aux biens	59
7.1	Analyse empirique de l'inflation	60
7.2	Analyse numérique et calibrage de l'inflation	62
7.2.1	Résultats du modèle de régression multiple	64
7.3	Impact de l'inflation des sinistres : mise en place du modèle de provisionnement stochastique	66
7.4	Analyse et Tests de sensibilité	73
8	Apports, limites et ouvertures de l'étude proposée	75
8.1	Apports de l'étude	76
8.2	Limites et ouvertures possibles	77
8.2.1	Concernant la segmentation et la nature du risque	77
8.2.2	Concernant les données externes sélectionnées	77
8.2.3	Concernant les méthodes utilisées	78
	Conclusion	79
A	Les branches de l'assurance non-vie	81
B	Etude des indices	83
B.1	L'indice des prix à la consommation	83
B.2	L'indice des prix à la consommation harmonisé	83
B.3	L'indice du coût de construction de l'INSEE	83
B.4	L'indice du coût de construction de la FFB	84
B.5	L'index BT01	84
B.6	Le PIB réel	84
B.7	Les salaires réels	84
B.8	Le cours des matières premières	84
B.9	Les dépenses totales de santé	84
B.10	Les dépenses totales de santé en achat de bien médicaux	85
B.11	L'indice de confiance du consommateur	85
C	Modèles factoriels : Le modèle de De Vylder	87
D	Analyse de la Stationnarité des Indices retenus	91
E	Prévision des Indices retenus	93
F	Résultats de la procédure paramétrique non-standardisée de [BJÖRKWALL <i>et al.</i>, 2010]	95

G Rappels mathématiques	99
G.0.1 Préliminaires et rappels	99
G.0.2 Sous-tribu et filtrations	100
G.0.3 Espérance conditionnelle	100
H Types de procédures	103
Table des figures	106
Liste des tableaux	108
Bibliographie	111

Introduction

L'une des questions qui se pose à l'actuaire chargé du provisionnement est de savoir comment traiter et prendre en compte l'inflation, qui contribue à l'incertitude des provisions pour sinistres.

Les provisions représentent une part non négligeable dans le bilan d'une société d'assurance particulièrement dans le cas d'une assurance non-vie. Selon une analyse réalisée par Swiss Re¹, certaines compagnies d'assurance aux États-Unis entre 1969 et 2002 ont rencontré des problèmes de solvabilité en raison d'estimations inexactes des provisions. Il est important pour les assureurs d'obtenir des estimations fiables de leurs provisions, peu volatiles et précises.

Dans le contexte actuel marqué par le retour de l'inflation, la dynamique des prix conjuguée à l'inversion du cycle de production, une caractéristique propre au domaine de l'assurance, engendrent de manière intrinsèque un risque. En effet, la prime versée par l'assuré est établie en amont, souvent plusieurs années avant tout règlement éventuel par l'assureur. Il est ainsi fort probable que les compagnies d'assurance non-vie subissent de plein fouet l'impact du phénomène inflationniste, ce qui pourrait potentiellement engendrer un risque de sous-provisionnement. De plus, l'inflation affecte également les rendements des actifs et donc l'actif de l'assureur. Bien que cela puisse compenser ou amplifier les risques de provisionnement en présence d'inflation, nous nous concentrons spécifiquement, dans ce document sur le passif de la compagnie d'assurance.

Ce mémoire porte sur les portefeuilles d'assurance responsabilité civile générale et dommages aux biens des entreprises et a pour objectif général de construire une méthode de provisionnement prenant en compte l'inflation spécifique des sinistres liée aux différents portefeuilles et à leur secteur d'activité. Cette étude tente de parvenir à cet objectif en suivant des étapes méthodologiques. Ces étapes se déroulent selon le plan suivant.

Les deux premiers chapitres de cette étude situent le mémoire tant dans son contexte actuariel qu'assurantiel. Les principales notions et généralités permettant de faciliter la compréhension du sujet ainsi que la position actuelle du marché de l'assurance professionnelle y sont évoquées.

1. Swiss Re. Non-life claims reserving : Improving on a strategic challenge. Sigma, 2 :1-39, 2008.

Ensuite, nous présentons les données (internes et externes) relatives à cette étude. Il est important de comprendre les activités sous-jacentes aux sinistres afin d'en saisir les subtilités. L'extraction de l'inflation au moyen de la méthode de séparation est effectuée à partir de ces données.

Une fois les taux d'inflation déterminés, nous entrons dans la cinquième partie du mémoire en calibrant ces taux pour des projections futures dans l'optique de remplir la partie inférieure du triangle de règlement. Ces projections se font à l'aide de deux *méthodes déterministes* que sont le taux constant d'inflation moyen ainsi que la méthode du taux constant par morceaux et de deux *méthodes stochastiques* que sont le modèle de régression multiple pas à pas ainsi que le modèle de [VASICEK, 1997]. Ces méthodes nous permettent de projeter l'exogénéité future.

La partie suivante construit une méthodologie de provisionnement prenant en compte l'inflation des sinistres selon les différentes méthodes de projection précédentes. Pour ce faire, il est utilisé la procédure paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] appliquée à la méthode de séparation arithmétique de [TAYLOR, 1977].

Le mémoire se termine par la présentation des résultats liés à l'exécution des étapes précédentes. Des tests de sensibilités sont effectués pour les variables significatives retenues pour chaque portefeuille afin d'évaluer l'impact sur le taux d'inflation et par ricochet sur les réserves. Dans une démarche d'amélioration continue, les limites et difficultés rencontrées ainsi que des possibilités d'ouverture sont identifiées et présentées à la fin du mémoire.

Chapitre 1

Introduction à l'assurance non-vie en France

Ce premier chapitre du mémoire fait office de rappel de notions nécessaires pour l'étude. Il est subdivisé en deux sections. Il présente d'une part les spécificités du secteur de l'assurance en général et celles de l'assurance non-vie en particulier et d'autre part permet de rappeler quelques notions essentielles liées aux provisions techniques.

1.1 Périmètre de l'assurance non-vie

1.1.1 Définition de l'Assurance non-vie

Le secteur de l'assurance est fortement réglementé notamment à cause de la complexité de l'activité et est soumis à un contrôle spécifique de la part de l'Etat. L'obtention d'un agrément administratif est un préalable obligatoire pour toute entreprise qui souhaite prétendre à l'exercice de cette activité. Selon l'article L.310-1 du code des assurances, on observe trois grands types d'assurance non-vie repartis en plusieurs branches consultables en annexe A :

1. Les assurances de personnes dans lesquelles le préjudice subi par l'assuré provient d'une atteinte à sa personne physique suite à un accident ou une maladie (Les branches 1 et 2) ;
2. Les assurances de personnes ou de biens dans lesquelles les biens de l'assuré subissent un préjudice (les branches 3 à 9, 16 et 17) ;
3. Les assurances de responsabilités dans lesquelles le préjudice subi par l'assuré provient des conséquences financières de la mise en cause de sa responsabilité suite à des dommages causés à autrui et dont l'assuré est juridiquement responsable (les branches 10 à 13).

Dans ce mémoire, nous travaillons sur les branches 8 et 13 : Incendie et éléments naturels et Responsabilité Civile générale.

1.1.2 Inversion du cycle de production

La spécificité inhérente aux activités des compagnies d'assurance repose sur l'inversion du cycle de production : les primes sont perçues avant même la déclaration des sinistres. De plus, il peut y avoir un décalage dans le temps entre la survenance d'un incident dommageable et sa résolution effective. Ce processus génère les éléments suivants :

- La nécessité de disposer de fonds propres suffisamment conséquents pour garantir la solvabilité ;
- L'impératif d'établir avec précision le montant de la prime requise afin d'assurer la couverture d'un risque ;
- L'établissement de provisions destinées à couvrir les sinistres à venir.

1.1.3 Gestion par capitalisation ou répartition

Les compagnies d'assurance peuvent gérer leurs activités par répartition ou par capitalisation en fonction de la couverture qu'elles proposent. Il s'agit d'une séparation de corps imposée par la réglementation française.

Pour les compagnies d'assurance, la gestion par **capitalisation** consiste à investir une partie des primes perçues pour leur permettre de se développer. Elles réinvestissent

les revenus financiers ainsi obtenus pour augmenter le montant initial. C'est une accumulation du capital qui est par la suite utilisée au moment de payer les indemnités prévues par le contrat. La politique de gestion par capitalisation est adoptée depuis longtemps et comprend l'épargne. Cette assurance couvre les risques non constants dont la fréquence augmente ou diminue au cours du contrat. C'est le cas de la probabilité de décès ou de survie d'un individu. L'activité d'assurance basée sur la gestion par capitalisation comprend principalement l'assurance-vie, l'assurance de capitalisation et l'assurance de prévoyance collective.

Pour un assureur, la gestion par **répartition** consiste à utiliser les primes payées par tous les assurés pour indemniser les victimes de sinistres. Cette attribution se fait annuellement : la cotisation de l'année paie la créance de l'année. L'assurance de biens et de la responsabilité et certaines assurances personnelles sont administrées selon le principe de la répartition.

1.1.4 Le marché de l'assurance d'entreprise

Depuis sa création, l'assurance a fait partie de la progression économique en promouvant l'investissement et l'innovation. Elle soutient fermement la longévité des sociétés en leur assurant une protection contre les dangers les plus graves tels que la perte de l'entreprise, la responsabilité civile professionnelle, la protection des biens (mobiliers et/ou immobiliers) ou encore la cybersécurité. En 2018, le plus grand marché de l'assurance pour les entreprises françaises était de plus de 50 milliards d'euros (selon la FFA¹).

De plus, les assureurs ont pu mentionner une bonne rentabilité. En 2017, l'assurance professionnelle a présenté un ratio technique relatif au CA² qui était de 11%, soit deux fois plus grand que le ratio des particuliers (4,5%).

Il n'est donc pas surprenant que de plus en plus d'acteurs appartenant à toutes les familles du secteur (entreprises, mutuelles, bancassurances, courtiers) aient exprimé une volonté manifeste de prendre position sur ce marché ou de se renforcer. Par exemple, en 2019, il a été annoncé le lancement en assurance dommages de Pacifica sur le marché des PME³/PMI⁴ et de BHSI⁵ sur le marché des grands comptes.

1. Fédération Française de l'Assurance
2. Chiffres d'affaires
3. Petites et moyennes entreprises
4. Petites et moyennes industries
5. Berkshire Hathaway

1.2 Notion de provision technique en assurance non-vie

Nous commençons par une présentation du schéma général de l'assurance. Celui-ci fait intervenir trois éléments :

- devant l'existence d'un **risque** et sa probabilité de survenance,
- l'assuré paie une **prime** à l'assureur puis,
- ce dernier garantit que, si le risque se réalise, il paiera une **prestation**.

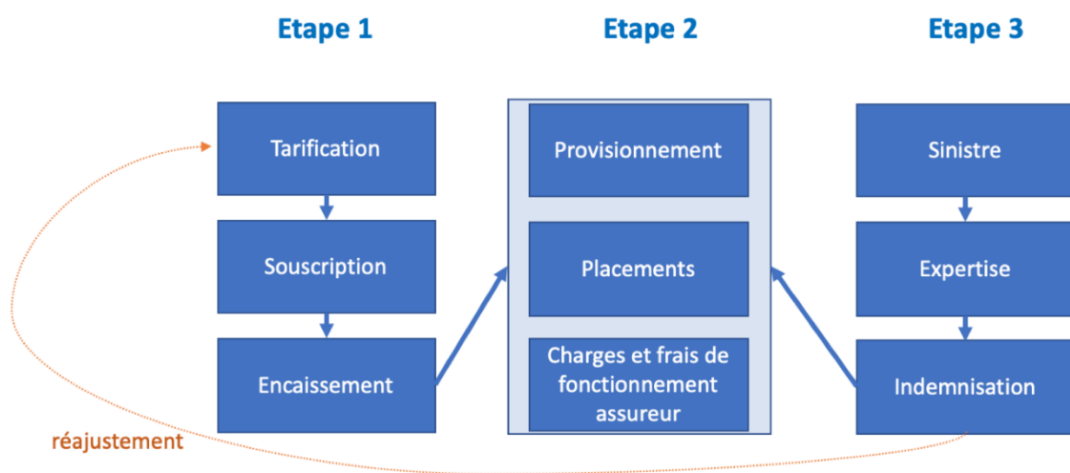


FIGURE 1.1 – Schéma général de l'assurance.

Source : Open Classroom, Cours : Environnement de l'assurance.

Au terme de la conclusion d'un contrat d'assurance, tous les engagements ne sont pas fixés quantitativement. Pour l'assuré, le montant de la prime (ou son mode de calcul) est déterminé. Cependant, la prestation que l'assureur pourrait éventuellement verser demeure aléatoire : aucune des deux parties au contrat (c'est-à-dire l'assuré et l'assureur) ne peut anticiper si un sinistre se produira au cours de la période de couverture. En l'absence de sinistre, l'assureur n'a aucune obligation de verser quoi que ce soit à l'assuré. Cependant, en cas de survenue d'un sinistre, l'assureur a l'obligation de verser une prestation à l'assuré. Dans une telle situation, il est nécessaire d'estimer la valeur associée au sinistre survenu en attendant qu'elle soit confirmée.

Les **provisions pour sinistres** (ou réserves) correspondent à **l'estimation de la valeur des sinistres que l'assureur est tenu de payer** (y compris les frais de gestion qui en découlent). Cependant, avant d'approfondir davantage la question des provisions, nous allons définir quelques notions.

1.2.1 Notions et définitions

Les définitions suivantes font office de vocabulaire et de lexique rattaché au provisionnement :

- **Année de survenance** : C'est l'année au cours de laquelle le sinistre a eu lieu.
- **Année de développement** : Elle représente essentiellement le délai entre le moment où un sinistre survient et le moment où la compagnie d'assurance effectue le règlement de ce sinistre.
- **Année comptable** : C'est la période au cours de laquelle une entreprise comptabilise tous ses mouvements et flux.
- **Année calendaire** : C'est une année complète allant du 1^{er} janvier au 31 décembre, ce qui est différent d'une année fiscale qui peut commencer à n'importe quel moment de l'année.
- **Les provisions dossier/dossier** : C'est une évaluation individuelle de chaque sinistre connu par le gestionnaire de sinistre. La charge estimée est soit faite en tenant compte des rapports d'expertises, soit en considérant la charge moyenne constatée sur les dossiers similaires.
- **IBNR** : Les sinistres peuvent être inconnus de l'assureur parce qu'ils ne lui ont pas encore été déclarés ; on parle alors de sinistres tardifs ou encore IBNR (Incurred But Not Reported) :
 - **IBNYR** : Les IBNYR (Incurred But Not Yet Reported) représentent les provisions constituées en vue d'assurer le règlement intégral des sinistres survenus mais pas encore déclarés.
 - **IBNER** : Les IBNER (Incurred But Not Enough Reported) représentent les provisions destinées à couvrir l'insuffisance des provisions dossier/dossier. Elles sont évaluées par segment à chaque date de l'inventaire.
- **Provision de recours à encaisser (PRAE)** : Il s'agit du remboursement des indemnités versées par l'assureur à son assuré suite à un préjudice dont un tiers est responsable.
- **Charge des sinistres** : Elle représente le montant total des paiements effectués ou à prévoir par une compagnie d'assurance pour couvrir les indemnités liées aux sinistres sur une période supportés par compagnie d'assurance.

1.2.2 Les provisions pour sinistre à payer

Les **Provisions pour Sinistres à Payer (PSAP)** constituent la majeure partie, soit près de 50%, des provisions techniques d'une compagnie d'assurance non-vie. Conformément à l'article R331-6 du code des assurances, la PSAP est définie comme étant "la

valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés".

En réalité, les PSAP ont pour but de concilier le décalage entre la survenance d'un sinistre et son règlement effectif, tout en respectant le principe de comptabilisation des sinistres par exercice de survenance. Elles sont calculées exercice par exercice. La PSAP est constituée d'une provision par dossier pour l'évaluation des sinistres déjà connus, ainsi que d'une provision pour les sinistres survenus mais non déclarés (IBNR).

$$\text{PSAP} = \text{Provision dossier/dossier} + \text{IBNR}$$

Le montant brut de la PSAP doit être calculé en excluant toute considération des recours à exercer ; les recours à recevoir sont soumis à une évaluation séparée.

1.2.3 Les autres provisions techniques non-vie

- **La provision pour risque d'exigibilité (PRE)** : Cette provision est générale et concerne tous les actifs répertoriés dans *R.343 – 10* du code des assurances, notamment les actions, les OPCVM, l'immobilier et les prêts. Sa mise en place survient lorsque la valeur de marché des actifs est inférieure à leur valeur nette comptable (VNC).
- **La provision pour égalisation (PE)** : Selon les dispositions du code des assurances, "La PE est une provision visant à établir un équilibre technique entre les risques qui présentent un cycle long"⁶. Cette réserve est constituée pendant les périodes où les sinistres sont rares, dans le but de faire face à des sinistralités potentiellement plus élevées à l'avenir.
- **Provision pour risques en cours (PRC)** : Définie à l'article *R.343 – 7* du code des assurances, "la PRC a pour but de couvrir l'intégralité des contrats en cours, incluant les coûts des sinistres et des frais sur la période s'étendant de :
 1. La date d'inventaire à la date de la première échéance de prime.
 2. La date d'inventaire au terme du contrat, pour la part de ces coûts non couverte par la provision pour prime non acquise"⁷.
- **La Provision pour prime Non Acquise (PPNA)** : Cette provision est liée à deux concepts :
 1. **La Prime Émise (PE)** : Elle regroupe les revenus issus de la distribution des contrats d'assurance et des acceptations en réassurance.
 2. **La prime Acquise (PA)** : C'est le principal produit du compte de résultat d'un assureur non-vie.

La PPNA est définie à l'article *R.343.7* du Code des assurances et permet d'isoler la part des primes émises entre la date d'inventaire et la prochaine échéance de

6. R.343 du code des assurances]

7. "Les grands principes de l'actuariat", Edith Bocquaire, page 262

prime pour tous les contrats en cours. Elle correspond à la différence entre la prime émise et la prime acquise.

$$\text{PPNA} = \text{PE} - \text{PA}$$

- **La Provision pour Risques Croissants (PRC)** : La PRC est établie en vue des opérations d'assurance couvrant les risques d'invalidité et de dépendance. Elle représente la différence des valeurs actuelles des engagements pris respectivement par l'assureur et les assurés.
- **La Provision Mathématique des rentes** : Définie à l'article R.343 – 7 du code des assurances, la provision mathématique des rentes se rapporte aux situations d'incapacité de travail et d'invalidité. Son calcul s'appuie sur une loi de survie en invalidité basée sur la table de mortalité appropriée, telle que la TD 88-90, ainsi qu'un taux d'actualisation ne pouvant dépasser 60% du taux moyen des vingt-quatre derniers mois des emprunts de l'État français, sans excéder 3,5%.

1.2.4 Les triangles de liquidation

Le calcul des PSAP requiert l'utilisation de triangles de liquidation qui représentent un historique de la sinistralité passée. Les triangles de liquidation permettent en effet de classer les paiements des sinistres par :

- année de survenance : année au cours de laquelle le sinistre a lieu ;
- année de développement : elle fait référence à la segmentation de la période qui s'écoule entre l'année de survenance du sinistre et l'année de paiement de l'indemnisation correspondante.

Les lignes représentent les années de survenance, les colonnes représentent les années de développement. Quant aux diagonales, elle décrivent les années calendaires. Chaque année, le triangle est mis à jour en ajoutant une nouvelle diagonale.

Considérant un historique de $(n + 1)$ années et les notations suivantes sont adoptées conventionnellement :

- i , l'année de survenance, avec $i \in \{0, \dots, n\}$;
- j , le délai de développement, avec $j \in \{0, \dots, n\}$;
- $Z_{i,j}$, le montant des sinistres de la survenance i réglé pendant le délai de développement j ou encore la valeur des sinistres incrémentaux ; c'est également le montant décumulé ;
- $C_{i,j}$ le montant cumulé des sinistres de l'année de survenance i jusqu'au délai de développement j ;

Ainsi, un triangle de liquidation portant sur $(n + 1)$ années de survenance et $(n + 1)$ années de développement se présente sous la forme suivante :

Année d'origine	Délai								
	0	1	...	j	...	n-i	...	n-1	n
0	$Z_{0,0}$	$Z_{0,1}$...	$Z_{0,j}$...	$Z_{0,n-i}$...	$Z_{0,n-1}$	$Z_{0,n}$
1	$Z_{1,0}$	$Z_{1,1}$...	$Z_{1,j}$...	$Z_{1,n-i}$...	$Z_{1,n-1}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
i	$Z_{i,0}$	$Z_{i,1}$...	$Z_{i,j}$...	$Z_{i,n-i}$			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮					
n-j	$Z_{n-j,0}$	$Z_{n-j,1}$...	$Z_{n-j,j}$					
⋮	⋮	⋮							
n-1	$Z_{n-1,0}$	$Z_{n-1,1}$							
n	$Z_{n,0}$								

TABLE 1.1 – Triangle de paiements

Le triangle de paiements ou de liquidation contient les règlements décumulés à partir desquels nous obtenons un triangle de règlements cumulés. Ces règlements cumulés sont ensuite projetés jusqu'à l'ultime pour obtenir la charge ultime de laquelle découle les provisions pour sinistre à payer.

1.3 Synthèse

Ce chapitre a permis de faire une immersion dans le monde de l'assurance mais plus particulièrement dans celui de l'assurance non-vie. Il fait également office de lexique actuariel en donnant les définitions des notions techniques utiles à la compréhension du sujet. Dans le prochain chapitre, le cadre contextuel, la problématique et les enjeux de cette étude seront abordés.

Chapitre 2

Contexte, généralités et enjeux de l'étude

Pendant près de trois décennies, l'inflation a été pratiquement absente, mais depuis le printemps 2021, elle a pris une forte accélération. Cette hausse influe sur divers aspects de l'économie en général, et affecte tout particulièrement le domaine de l'assurance. Le but de ce chapitre est d'établir le contexte dans lequel s'inscrivent les travaux de ce mémoire. Le concept d'inflation est abordé dans un premier paragraphe, en proposant diverses définitions et en exposant les origines et les répercussions de ce phénomène. La section suivante met en avant la problématique et les enjeux de ce mémoire.

2.1 Notion d'inflation

2.1.1 Définition

La Banque Centrale Européenne définit l'inflation comme une augmentation globale et durable des prix qui est caractérisée par une baisse du pouvoir d'achat. En France, la mesure de l'inflation est basée sur l'indice des prix à la consommation (IPC) de l'INSEE, qui est un agrégat de plusieurs variations de coûts de paniers de biens spécifiques. On a inflation lorsque la moyenne de tous ces regroupements montre une hausse significative des prix.

Dans cette section, il sera question de présenter quelques causes et conséquences de l'inflation, discuter de sa mesure. Dans les parties suivantes, nous présenterons certains indices de mesure de l'inflation utilisés dans ce mémoire qui sont inhérents à la nature de l'activité et basés sur la littérature.

2.1.2 Causes et conséquences de l'inflation

2.1.2.1 Les causes

L'inflation est un phénomène complexe dont les causes sont diverses et proviennent de plusieurs sources. Les économistes en distinguent principalement les suivantes :

L'inflation par la demande : Elle s'explique par une forte croissance de la demande par rapport aux biens. Dans ce contexte, les biens sont rares. Ce déséquilibre entre l'offre et la demande conduit à une hausse des prix des biens. Ce type d'inflation profite aux entreprises et diminue le pouvoir d'achat des ménages. Cette forme se situe dans le spectre conjoncturel, il s'agit d'un phénomène transitoire comme c'est le cas dans le contexte actuel.

L'inflation par les coûts : Ce type d'inflation vient d'une augmentation des coûts de production. Les entreprises dans le souci de conserver leurs profits répercutent la montée des coûts de production sur le prix de vente.

La masse monétaire en circulation : Lorsque la masse de monnaie en circulation est importante, Nous assistons à une perte de valeur de la monnaie qui conduit à une augmentation générale des prix.

L'inflation importée : L'internationalisation croissante des échanges commerciaux entraîne l'importation de l'inflation provenant des pays partenaires. Ce type d'inflation est également lié à l'inflation par les coûts, notamment pour les entreprises dont la majeure partie des matières premières est importée. En effet, ces entreprises s'efforcent de déterminer la quantité de production optimale pour maximiser leurs profits tout en minimisant les coûts de production. Par conséquent, si les prix des matières premières nécessaires au processus de production augmentent, cette hausse se répercute sur les prix de vente des produits.

2.1.2.2 Les conséquences

L'inflation a des conséquences non négligeables sur le paysage socio-économique :

L'inflation érode l'épargne et le pouvoir d'achat : Elle nuit de manière disproportionnée aux foyers les plus modestes, qui dépensent une part supérieure à la moyenne de leur revenu pour des articles tels que la nourriture et l'énergie, et ont ainsi moins de marge de manoeuvre pour absorber les hausses de prix. Les augmentations de prix dépassent les augmentations de salaire, ce qui entraîne une baisse de leurs revenus réels.

L'inflation raccourcit les horizons des gens et entreprises : Avec des prix stables, l'agent économique n'a pas à prêter attention aux variations d'une année une autre du niveau moyen des prix. La stabilité des prix permet de planifier un avenir lointain. Si l'inflation est persistante et volatile, les entreprises auront du mal à prévoir leur rentabilité probables en termes réels, ce qui les rend moins enclines à investir dans de nouvelles opportunités.

L'inflation nuit également à la prise de décision : Les processus d'allocation des ressources dirigées vers les activités les plus méritantes sont faussées. Les entreprises ont plus de mal à faire la distinction entre les mouvements de prix qui reflètent les changements de la demande et de l'offre et ceux qui sont simplement motivés par les réactions à la baisse de la valeur de l'argent. Ainsi, les prix relatifs ne donneront plus de signaux corrects concernant les coûts de production relatifs compromettant l'efficacité de l'allocation des ressources.

L'inflation peut déstabiliser un système politique : Avec des citoyens favorables à des positions extrêmes et populistes, cela pourrait alimenter des émeutes motivées par le mécontentement et des manifestations publiques de violence et pourrait même nuire à des comportements éthiques comme la fraude à l'assurance en particulier.

L'inflation n'est cependant pas toujours néfaste pour l'économie et la Banque Centrale Européenne (BCE) fixe d'ailleurs, dans l'objectif de contenir les prix à moyen terme, un taux cible à 2%.

Elle permettra également aux économies de sortir d'une longue période de déflation et de taux d'intérêts bas, avec des effets bénéfiques tels que des rendements plus élevés pour les épargnants et la fin des bulles d'actifs par exemples.

2.1.3 Mesure de l'inflation

L'inflation est un phénomène mesurable qui se traduit par la variation du niveau global des prix entre deux périodes, désignées par les instants t et $t + s$, où ($s > 0$). Cette évolution est généralement appréhendée au moyen de l'indice des prix à la consommation (IPC), un indicateur économique qui reflète les changements généraux des prix en se

basant sur les coûts relatifs d'un ensemble de biens et services consommés par les ménages.

Cependant, il n'existe pas de définition universelle pour ce panier de biens et services, ce qui fait que chaque pays construit son indice des prix en fonction de ses propres critères d'évaluation. Cette diversité a d'ailleurs incité l'Union européenne à élaborer un indice des prix à la consommation harmonisé (IPCH) afin de faciliter les comparaisons entre les différents pays membres. Ensuite, pour tenir compte de l'importance relative des éléments sélectionnés dans les budgets des consommateurs, une pondération est attribuée à chacun de ces éléments. À titre d'exemple, la figure 2.1 présente les principales composantes de l'IPCH ainsi que leur poids dans l'indice, en se référant à la dernière pondération en vigueur, établie en 2017.

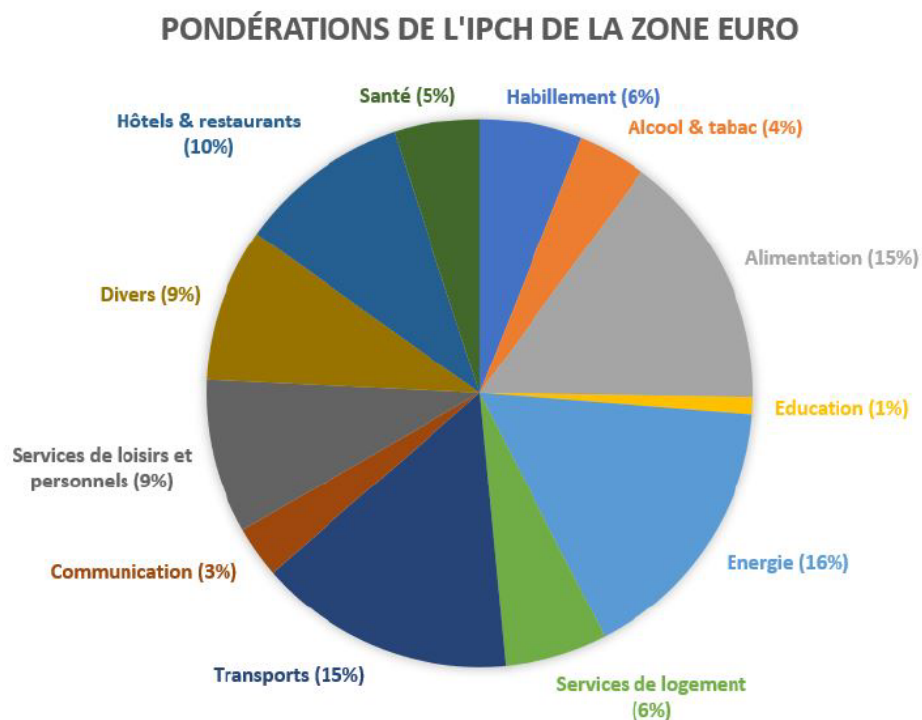


FIGURE 2.1 – Pondération des principales composantes de l'IPCH dans la zone euro
Source : EUROSTAT

Par suite, les niveaux de prix sont enregistrés chaque mois pour calculer la valeur de l'indice correspondant, comme cela est représenté de manière simplifiée dans l'exemple illustré par la figure 2.2.

	Quantité	Prix (1 ^{ère} année)	Prix (2 ^{ème} année)	Prix (3 ^{ème} année)
Sandwiches	100	EUR 1,00	EUR 1,20	EUR 0,90
Boissons non alcoolisées	50	EUR 0,50	EUR 0,40	EUR 0,70
Boissons énergétiques	10	EUR 1,50	EUR 1,70	EUR 1,20
VTT	1	EUR 160,00	EUR 173,00	EUR 223,00
Coût du panier représentatif		EUR 300,00	EUR 330,00	EUR 360,00
Indice des prix		100,00	110,00	120,00

Utilisons un exemple chiffré simple pour illustrer les considérations ci-dessus. Supposons qu'un panier représentatif des dépenses annuelles des adolescents est composé de 100 sandwiches, 50 boissons non alcoolisées, 10 boissons énergisantes et un VTT.

additionnant le tout. Entre la première et la deuxième année, le coût de ce panier de biens est passé de EUR 300 à EUR 330, soit une augmentation de 10%. Entre la première et la troisième année, le coût est passé de EUR 300 à EUR 360, soit une hausse de 20%.

L'indice des prix constitue un autre moyen d'exprimer cela. Pour calculer cet indice, le coût du panier représentatif de chaque période est divisé par le coût du panier de la période de référence. Le résultat est alors multiplié par 100. Dans le tableau ci-dessus, la 1^{ère} année représente la période de référence. Il en résulte l'indice des prix suivant pour la 3^{ème} année :

$$\text{Indice des prix} = (P_3/P_1) \times 100 = (360/300) \times 100 = 120$$

L'indice des prix cherche à donner un tableau d'ensemble de l'évolution d'un grand nombre de prix. Comme le montre l'exemple, l'indice peut enregistrer une hausse malgré la baisse de certains prix.

Le calcul du coût total du panier s'effectue en multipliant les quantités par les prix de chaque produit puis en

FIGURE 2.2 – Mesure de l'inflation sur un cas simple
Source : BCE

Il existe également d'autres indicateurs de mesure de l'inflation mais qui sont inhérents à chaque secteur d'activité par exemple. En général, comme mentionné au début de ce paragraphe, l'inflation est mesurée comme la variation en pourcentage du niveau global des prix mesuré par un indice des prix tel que l'IPC.

Cependant, les assureurs sont susceptibles d'être exposés à des composantes spécifiques de l'IPC telles que l'inflation médicale plutôt que le niveau global des variations de prix (voir par exemple, [CUMMINS et DERRIG, 1993] et [AHLGRIM et D'ARCY, 2012]). Dans ce contexte, [MASTERSON, 1968], par exemple, mesure l'impact de l'inflation sur assureurs en isolant les composantes de l'IPC qui sont liées à des branches d'activité spécifiques.

[MORROW et CONRAD, 2010] identifient les indicateurs économiques qui mesurent le mieux l'inflation inhérente aux coûts des sinistres. [AHLGRIM et D'ARCY, 2012] quant à eux, étudient les effets de l'inflation ou de la déflation sur le secteur de l'assurance en général, indiquant ainsi que les assureurs responsabilité civile sont touchés par l'inflation de plusieurs manières, par exemple au moyen des coûts des réclamations futures sur les polices en cours et calcul des provisions pour sinistres.

Concernant les provisions pour sinistres à payer, [D'ARCY *et al.*, 2009] soulignent

que les réserves pour pertes sont généralement calculées sur la base de l'hypothèse que le taux d'inflation connu dans le passé récent continue jusqu'à ce que ces réclamations soient fermées, ce qui, cependant, peut prendre des décennies. Ainsi, si l'inflation augmente, les coûts seront plus élevés que prévus, ce qui affecte en particulier les passifs à long terme. En outre, l'inflation affecte également les rendements des actifs (cf. [FAMA et SCHWERT, 1977]) et donc l'actif d'un assureur mais ici, l'accent est mis uniquement sur le passif de l'assureur.

Les indicateurs retenus dans ce mémoire sont donc basés sur la revue de littérature et sont fonction de la nature des portefeuilles que nous décrirons en détail lors de la présentation des données externes à la section 3.3.

Il est important de noter que les différents indices utilisés dans cette section sont considérés en "glissement annuel" c'est à dire obtenus de la façon suivante.

Soit $I_{t,s}$, un indicateur quelconque. Le glissement annuel entre deux instants t et $t+s$ est donné par :

$$I_{t,s} = \frac{I_{t+s} - I_t}{I_t}$$

2.2 L'inflation en France

2.2.1 Historique

L'inflation n'est pas un phénomène nouveau. Au cours de la fin de la Seconde Guerre mondiale, la France a connu une poussée sans précédent de l'inflation, atteignant un niveau record de 60%. Pour faire face à cette escalade rapide des prix, le gouvernement français a mis en place diverses mesures. Cependant, les efforts du pays vers la réhabilitation économique ont été sapés par la présence d'un marché noir, entraînant une dépréciation de la monnaie. La résurgence des tensions a été encore aggravée par la guerre d'Algérie, incitant le général de Gaulle à prendre la décision de dévaluer le franc, entraînant une baisse ultérieure des prix.

Les Français ont vu leur pouvoir d'achat croître au fil du temps, en partie grâce à la disponibilité d'une énergie bon marché et à l'évolution des habitudes de consommation. L'arrivée au pouvoir du président François Mitterrand a d'abord entraîné une augmentation du salaire minimum, mais l'inflation est rapidement revenue. Pour lutter contre cela, des gels de prix ont été mis en place. Cependant, à partir de 1984, l'inflation semble disparaître de la scène française. L'introduction de l'euro au début des années 2000 a donné l'illusion que les prix repartaient à la hausse.

2.2.2 Contexte actuel de l'inflation en France

La zone euro a connu en 2022 un taux d'inflation élevé. En France, le taux d'inflation a été de 6,08% en Août 2022 défiant ainsi les taux d'inflation observés depuis ces 37 dernières années.

Cette forte croissance de l'inflation est accompagnée d'une brusque montée des coûts des matières premières et de l'énergie. Cependant, les salaires des ménages ne connaissent presque pas d'évolution. Cette situation impacte donc aussi bien les ménages que les entreprises.

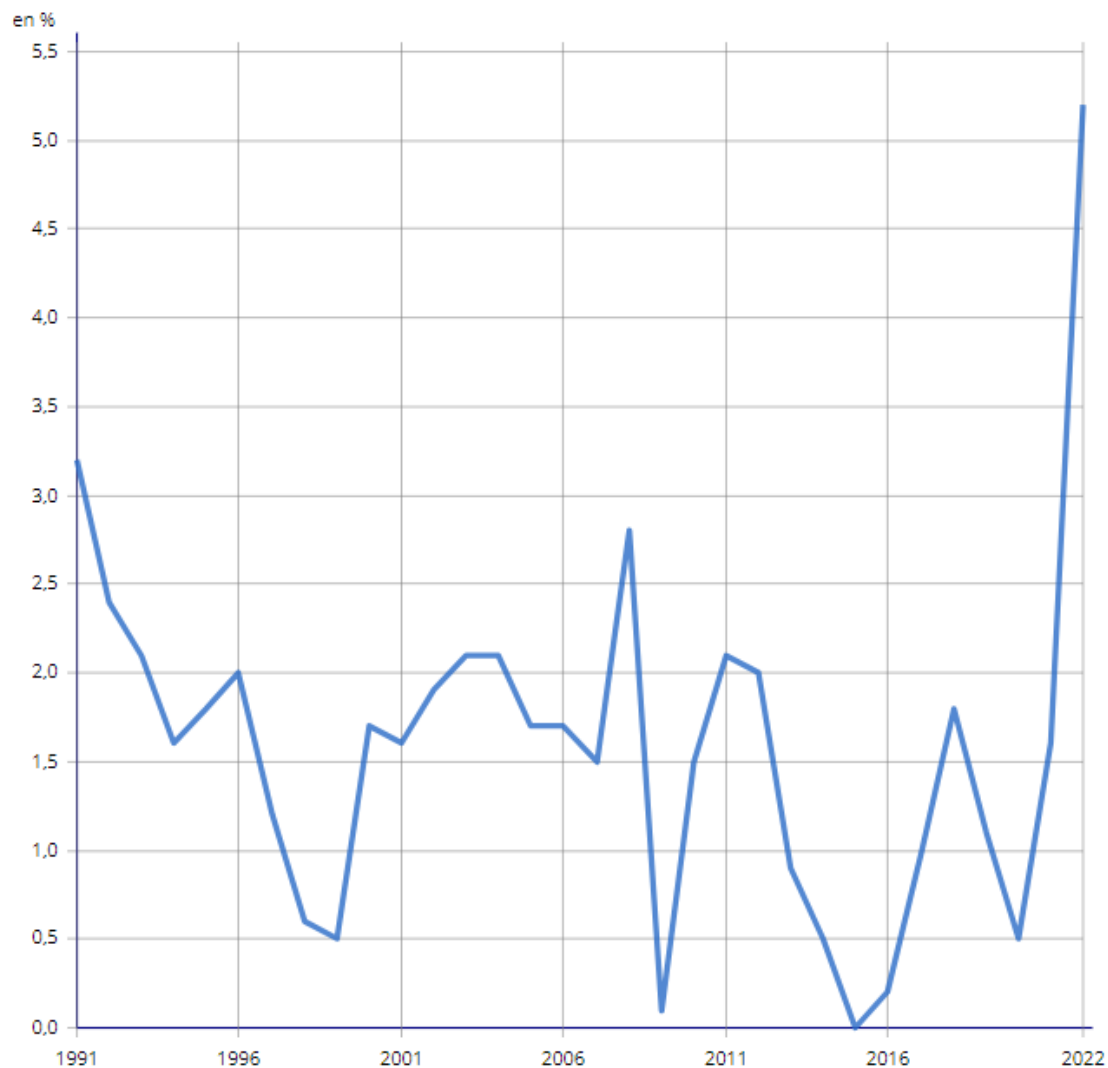


FIGURE 2.3 – Evolution des taux d'inflation en France entre 1991 et 2022

Source : INSEE, Indices des prix à la consommation.

L'Observatoire français des conjonctures économiques (OFCE) prévoit que la France connaîtra une forte inflation jusqu'à fin 2023, avec des fluctuations allant de 5,5% à 6,5%. Cependant, d'ici la fin de 2024, il devrait diminuer à environ 3%. Cette hausse des prix devrait entraîner une baisse du pouvoir d'achat des ménages, estimée à 1,2% entre 2022 et 2024.

"La hausse de l'indice des prix à la consommation est supérieure à la hausse des salaires nominaux", a souligné le sous-directeur du service des analyses et des prévisions à l'OFCE.

2.3 Problématique et enjeux du mémoire

2.3.1 Problématique

L'évaluation des réserves d'un assureur non-vie est un enjeu crucial pour garantir sa stabilité financière et sa capacité à faire face aux sinistres futurs. Cependant, l'inflation est un facteur qui peut considérablement impacter ces réserves, rendant l'estimation des montants futurs incertaine. De plus, les portefeuilles en assurance ne couvrent ni les mêmes risques, ni ne sont régis par les mêmes activités. Il est donc possible de supposer que les sinistres d'un portefeuille ne sont pas soumis à la même inflation (typologie et intensité) qu'un autre portefeuille. Cette inflation constatée peut donc être propre à la nature même des sinistres du portefeuille. L'objectif étant de calculer et obtenir les réserves, il faut tenir compte de cette inflation (*implicite*) dans l'estimation des sinistres futurs. Suite à ces différents constats, surtout dans le contexte inflationniste actuel, les interrogations suivantes sont posées :

1. **Comment extraire l'inflation des triangles de règlement ?**
2. **Quels sont les facteurs économiques qui régissent l'inflation de ces sinistres particuliers ?**
3. **Comment calibrer cette l'inflation future ?**
4. **Comment constituer une méthode de provisionnement prenant en compte cette inflation future dans l'établissement des réserves totales ?**

Les réponses à ces questions constituent les principaux enjeux de ce mémoire.

2.3.2 Enjeux

Ce mémoire se concentrant exclusivement sur le passif, vise à relever plusieurs enjeux importants dans le domaine de l'évaluation des réserves pour un assureur non-vie, en mettant l'accent sur l'impact de l'inflation stochastique :

1. **Compréhension des facteurs économiques** : Identifier les facteurs économiques qui influencent l'inflation des sinistres spécifiques permettra de mieux anticiper les variations potentielles de l'inflation à l'avenir. Cette compréhension approfondie facilitera la prise de décision éclairée dans la gestion des risques liés aux réserves.

2. **Développement de méthodes de calibrage fiables** : La recherche et la comparaison de diverses méthodes de calibrage de l'inflation future fourniront une base solide de comparaison. Cela contribuera à la construction d'un modèle de provisionnement robuste et adaptatif.
3. **Application de la procédure paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010]** : En utilisant la procédure paramétrique développée par [BJÖRKWALL *et al.*, 2010], ce mémoire offrira un cadre méthodologique concret pour intégrer l'inflation future dans l'évaluation des réserves, fournissant ainsi aux acteurs de l'assurance non-vie un outil pratique pour prendre en compte l'incertitude inflationniste.
4. **Estimation précise des réserves** : L'inflation peut affecter de manière significative les montants futurs des sinistres, impactant ainsi les réserves nécessaires pour couvrir les engagements de l'assureur. La mise en place d'une procédure paramétrique ajustée à l'inflation future vise à améliorer l'exactitude de l'évaluation des réserves et à minimiser les risques de sous- ou sur-provisionnement.

2.4 Synthèse

Ce chapitre nous a permis de poser le cadre contextuel des travaux réalisés et de faire un résumé de la situation inflationniste historique et actuelle en France. La problématique étant de pouvoir constituer des réserves qui tiennent compte de l'inflation spécifique des sinistres, les enjeux en découlant ont été relevés. Répondre à cette question passe inéluctablement par l'utilisation de données correctes retraitées, cohérentes et utiles pour l'atteinte de nos objectifs.

Le chapitre suivant sera consacré à la présentation détaillée de ces données et des différents retraitements effectués.

Chapitre 3

Présentation de la base de données

Il s'agit dans cette partie de présenter les données qui ont servi à notre étude. Passage incontournable afin de mieux comprendre les interprétations des résultats qui sont liées à la nature de celles-ci, une description détaillée des données interne et externe est effectuée tout en rappelant quelques définitions importantes quant à leur bonne compréhension.

3.1 Préambule

Il sera présenté dans ce chapitre l'ensemble des données qui ont servi à la réalisation de notre étude ainsi que les différents traitements qui en ont été faits.

Toutes les données utilisées dans le cadre de ce mémoire ne sont pas des données réelles de l'entreprise. Celles-ci ont été modifiées afin de respecter les clauses de confidentialité et de non divulgation de données personnelles. Il convient de rappeler également qu'il s'agit de l'assurance d'entreprises (assurance de groupe) et non de personnes.

Parmi les données utilisées dans cette étude, une distinction est établie entre celles qui sont internes à CHUBB et qui peuvent être consultées à partir du système d'information¹ de la compagnie. Le premier paragraphe suivant traite de ces données internes. Par ailleurs, des informations externes sont obtenues grâce à des recherches, principalement issues d'internet via des sites de documentation officiels et fondées sur la littérature sont exposées dans une seconde partie.

3.2 Les données internes

Cette étude exploite les informations issues de la base de données de CHUBB. La structure de l'extrait de notre base d'informations est la suivante :

- La ligne de business² ;
- La date de survenance ;
- La date de développement ;
- Le type de sinistre ;
- La cause du sinistre ;
- Le nombre de sinistres.

Dans le but de capturer et de quantifier le phénomène inflationniste, nous avons choisi d'examiner un ensemble de données étendu. Nous avons ainsi fait le choix de concentrer notre étude sur **les sinistres attritionnels i.e dont le montant est inférieur à 250 000\$ USD de CHUBB EUROPEAN GROUP, une compagnie d'assurance non-vie, jusqu'à la clôture annuelle de décembre 2021**. Cette décision découle de la portée définie dans les paragraphes précédents, englobant spécifiquement la provision pour sinistres à payer (PSAP) brute ainsi que les recours liés aux lignes de business 8 (Incendie et éléments naturels) et 13 (Responsabilité civile générale).

1. Qlik View

2. Terme usuel pour désigner les branches chez CHUBB

L'objectif de cette étude consiste à évaluer l'impact de l'inflation, notamment en utilisant le coût moyen. Cependant, plusieurs limites concernant les données doivent être prises en compte. Premièrement, les règlements sont nets de franchises, qui d'ailleurs ne sont pas répertoriées dans la base de données. Cela signifie également qu'il n'est pas possible de suivre l'évolution des franchises. De plus, il est à noter que les recours encaissés pourraient potentiellement introduire des variations indésirables dans l'évaluation des niveaux d'inflation. Par conséquent, ces recours ont été exclus dans cette étude.

En dernier lieu, il est important de noter que le nombre total de sinistres pris en compte dans cette étude exclut les cas classés comme "sans suite", c'est-à-dire les dossiers pour lesquels aucune prestation n'a été versée. Cette exclusion **affine** ainsi le calcul du coût moyen réel des sinistres considérés. En ce qui concerne la période d'observation, les données utilisées couvrent les années allant de l'exercice initial de 2009 jusqu'à l'année 2021 pour chacun des portefeuilles étudiés.

Il est maintenant présenté les retraitements effectués, définitions et spécificités de nos portefeuilles qui sont nécessaires afin de donner une meilleure vision rétrospective.

3.2.1 Le portefeuille Responsabilité Civile Générale

Traduction du nom original présent dans la base *GL Primary*³, le portefeuille Responsabilité Civile Générale comprend l'ensemble des sinistres commis dans le cadre de l'exercice de l'activité d'une entreprise.

En effet, une entreprise peut être légalement responsable des préjudices qu'elle aurait provoqués dans le cadre de ses opérations, ainsi que des préjudices résultant des actions de son personnel, des biens qu'elle commercialise, installe ou répare, et ainsi de suite. Le contrat d'assurance peut aussi prendre en charge les dommages associés aux travaux effectués après leur achèvement, ainsi que les dommages liés aux produits une fois qu'ils ont été livrés.

Dans tous les cas, l'étendue de la garantie et ses éventuelles extensions tiendront compte des particularités de l'activité et des personnes qui y participent (membres de la famille, associés, stagiaires, apprentis, etc.). Les risques liés à l'activité peuvent être couverts par différentes garanties en fonction du type de dommages, leur étendue étant plus ou moins large en fonction des contrats.

Enfin, l'employeur peut également se couvrir pour les dommages que ses employés pourraient subir et qui ne sont pas pris en charge par le régime des accidents du travail. C'est par exemple le cas des dommages pouvant être causés aux véhicules de ses salariés dès lors que ceux-ci stationnent sur le parking de l'entreprise.

3. General Liability Primary

Nous faisons un filtre pour ce portefeuille sur les types de sinistres. Les sinistres de ce portefeuille sont classés en 3 types : BI^4 , PD^5 et les non-classés qui ne sont ni BI ni PD. Nous avons pour cette étude, retenu les sinistres BI et PD.

Une particularité de ce portefeuille est qu'il est à *développement long*, c'est-à-dire qu'il faut en moyenne plus de 5 à 7 ans ou plus pour régler totalement un sinistre.

3.2.2 Le portefeuille Incendie et éléments naturels

Traduction du nom original présent dans la base *Fire Commercial*⁶, le portefeuille Incendie et éléments naturels comprend l'ensemble des sinistres causés par le feu, la foudre, les dégâts des eaux, l'intervention des pompiers ou des secours, etc ; en somme des dommages aux biens.

Nous faisons par-contre pour ce portefeuille un filtre sur les causes de sinistres. Les causes des sinistres de ce portefeuille sont nombreuses. Nous avons pour cette étude, effectué un filtre sur les causes de sinistres contenant les mots : *Water*⁷, *Thief*⁸

Une particularité de ce portefeuille est qu'il est à *développement court*, c'est-à-dire qu'il faut en moyenne au plus entre 1 et 3 ans pour régler totalement un sinistre.

Il convient de souligner que les filtres appliqués sur les différentes données de nos portefeuilles ont été effectués dans le but de constituer des données dites *homogènes*. La politique de souscription et de gestion des risques pour chacun des portefeuilles n'ayant pas changé sur la période de l'étude, cet effet n'interfère pas et permet d'obtenir des données correctes et cohérentes avec la méthodologie qui sera appliquée dans la suite.

Nous désignerons dans la suite, par portefeuille "Responsabilité civile générale" le portefeuille d'assurance responsabilité civile générale et par portefeuille "Dommages aux biens" le portefeuille dommages aux biens contenant toutes les garanties liées à la branche incendie et éléments naturels.

3.3 Les données externes

Elles sont constituées de séries chronologiques qui servent à étalonner et à quantifier le phénomène inflationniste. Cela se fait en considérant, d'une part, les attentes des marchés financiers et, d'autre part, l'évolution des coûts des sinistres. Dans le premier cas, les données sont soit des prix, soit des taux actuariels, tandis que dans le second cas,

4. Bodily Injury (Dommages corporels)

5. Property Damage (Dommages matériels)

6. Appellation de la commercialisation de la garantie Incendie

7. Pour la garantie : Dégâts des eaux

8. Pour la garantie : Vol

elles sont exprimées sous forme de nombres dépourvus de dimension.

L'acquisition de ces valeurs sur des périodes s'étendant sur plusieurs années s'est avérée être, contre toute attente, une tâche exigeante.

Ces indices sont émis par divers organismes nationaux tels que l'INSEE⁹, ainsi que des organisations internationales telles qu'EUROSTAT¹⁰, l'OCDE¹¹, ainsi que des associations sectorielles telles que la FFA et la FFB¹². Ces entités publient une variété d'indices et d'index¹³ à l'intention de leurs professionnels, membres ou du public en général.

Nous avons retenu les onze séries qui suivent, en privilégiant d'une part la représentativité d'un indice ainsi que sa notoriété, et d'autre part, la diversité des publications :

- IPC hors tabac (indice des prix à la consommation hors tabac publié par l'INSEE et présenté dans l'annexe B.1) ;
- IPCH hors tabac (indice des prix à la consommation harmonisé hors tabac publié par EUROSTAT et présenté dans l'annexe B.2) ;
- ICC INSEE (indice du coût de la construction publié par l'INSEE et présenté dans l'annexe B.3) ;
- ICC FFB (indice du coût de la construction publié par la FFB et présenté dans l'annexe B.4) ;
- Index BT01 (index BT01 publié par l'INSEE) B.5
- PIB réel (publié par EUROSTAT et présenté dans l'annexe B.6) ;
- Salaires réels (publié par l'INSEE et présenté dans l'annexe B.7) ;
- Cours des matières premières (publié par l'INSEE et présenté dans l'annexe B.8)
- Dépenses totales de santé (publié par l'OCDE et présenté dans l'annexe B.9) ;
- Dépenses totales de santé en achat de bien médicaux (publié par l'OCDE et présenté dans l'annexe B.10) ;
- ICC (indice de confiance du consommateur publié par l'OCDE et présenté dans l'annexe B.11).

La figure 3.1 ci-dessous illustre les 11 séries choisies pour cette étude, couvrant la période de 2010 à 2021. Cette représentation offre la possibilité de les comparer sur cet intervalle temporel.

9. Institut National de la Statistique et des Études Économiques

10. Selon l'INSEE : "Eurostat est l'une des directions générales de la Commission européenne. Elle est l'autorité statistique communautaire désignée par la Commission pour développer, produire et diffuser des statistiques européennes."

11. Organisation de coopération et de développement économiques

12. Fédération Française du Bâtiment

13. Un indice est une valeur dépourvue de dimension qui évolue au fil du temps, ce qui permet de

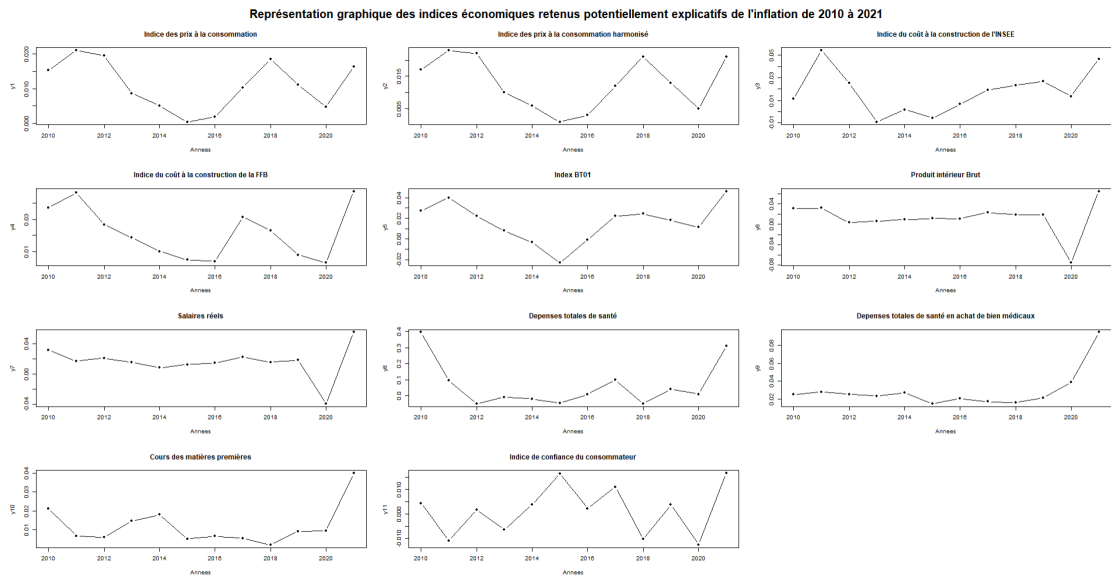


FIGURE 3.1 – Évolution des indices potentiellement explicatifs de l'inflation des sinistres entre 2010 et 2022

3.4 Synthèse

Il a été présenté dans ce chapitre les différentes données utilisées. Elles sont constituées d'une part de données internes au travers des portefeuilles d'assurance Responsabilité civile générale et Dommages aux biens. Nous avons ensuite des données externes principalement faisant référence à des indices économiques traduisant l'inflation de secteurs d'activités spécifiques. Ces informations permettront, dans la partie suivante, d'entamer le processus de constitution des réserves.

suivre une grandeur économique telle qu'un bien ou un service. Le terme "index" désigne quant à lui un nombre abstrait qui résulte généralement d'une synthèse linéaire d'un ou de plusieurs indices.

Chapitre 4

Méthodes de provisionnement en assurance non-vie

Dans ce chapitre, nous rappelons dans un premier temps quelques notions mathématiques essentielles. Ensuite il sera d'une part, présenté les méthodes de provisionnement usuelles utilisées en assurance non-vie et d'autre part, des méthodes de provisionnement permettant de capter l'inflation.

4.1 Méthodes classiques de provisionnement

L'un des objectifs de ce mémoire est le développement de nouveaux modèles de provisionnement en assurance non-vie. Il est pour cela nécessaire de bien comprendre et maîtriser les méthodes classiques, qu'elles soient déterministes ou stochastiques.

Le modèle de régression log-normale a été introduit par [KREMER, 1982]. Il a par la suite donné lieu à de nombreux développements : [ZENHWIRTH, 1994], [RENSHAW, 1989], [VERRALL, 1991] et [CHRISTOFIDES, 1990] notamment.

Ce modèle adopte une structure de modèles log-linéaires, ce qui signifie qu'il s'exprime de manière linéaire dans les logarithmes des incréments. Cette formulation globale réinterprète le modèle Chain-Ladder en intégrant les tendances observées à la fois pour les années d'accident et les années de développement. Mais pour les méthodes classiques de base qui suivent, ces tendances ne sont pas prises en compte. Nous implémenterons d'ailleurs ces méthodes en guise de référence.

4.1.1 Méthode de Chain Ladder déterministe

La méthode de la Chaîne Ladder demeure largement privilégiée au sein des compagnies d'assurance en tant qu'approche déterministe prédominante. Sa simplicité et son ancienneté en font ses principaux atouts, malgré les limitations théoriques qui lui sont attribuées. De plus, elle sert de repère pour les autres méthodes.

Présentation de la méthode

Le calcul de la provision englobe la prévision du montant final des sinistres (appelé charge ultime), avec pour objectif de constituer des réserves pour les paiements qui restent à effectuer. En substance, cette démarche implique de projeter la partie inférieure du triangle représentant l'estimation des paiements futurs, ce qui permet ensuite de déduire la provision requise.

Elle suppose que les sinistres liés à une année de survenance sont réglés au bout de n années de développement. Ce modèle repose sur les deux hypothèses suivantes :

- (H_1) : Les montants cumulés par année de survenance sont indépendants :
En supposant deux années de survenance n_1 et n_2 , nous avons :

$$\{C_{n_1,0}, \dots, C_{n_1,n}\} \perp\!\!\!\perp \{C_{n_2,0}, \dots, C_{n_2,n}\}$$

- (H_2) : Les facteurs de développement \hat{f}_j sont stables par année de survenance et l'évolution de la charge de sinistre est globalement identique :

$$E(C_{i,j+1}|C_{i,0}, \dots, C_{i,j}) = f_j \cdot C_{i,j}.$$

La validation de cette hypothèse peut être faite graphiquement. Dans ce cas, il est représenté sur un même graphe pour chaque année de développement j , les couples

$(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ et une droite passant par l'origine. Si cette hypothèse est vérifiée, les nuages de points devraient être situés le long de la droite.

Cette hypothèse peut également être vérifiée en faisant une régression de chaque vecteur $C_{i,j+1}$ sur le vecteur $C_{i,j}$. Un modèle globalement significatif avec un coefficient de détermination linéaire de Pearson R^2 ($> 50\%$) relativement élevé permet de valider cette hypothèse.

- A partir du triangle de liquidation (contenant les paiements non cumulés), il est calculé le montant des règlements cumulés $C_{i,j}$, pour une année de survenance i jusqu'au délai de règlement j :

$$C_{i,j} = \sum_{k=0}^j Z_{i,k}$$

- Pour chaque année de développement j et chaque année de survenance i , il est calculé les facteurs de développement individuels $f_{i,j}$

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

Ce facteur représente pour une année de survenance i donnée, l'accroissement des paiements cumulés d'un développement j à $j + 1$.

- Pour chaque année de développement j , il est estimé le facteur de développement \hat{f}_j qui permet d'obtenir les paiements cumulés d'une année de survenance par rapport à une année de développement à l'autre par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}, j \in \{0, \dots, n\},$$

- Le triangle supérieur et les facteurs de développement ainsi estimés permettent d'obtenir un triangle inférieur contenant l'estimation des paiements futurs cumulés :

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i} \hat{f}_{n-i} \dots \hat{f}_{j-1}$$

- A partir des données cumulées, une estimation de la charge ultime $C_{i,n}$ par année de survenance est faite pour $i \in \{1, \dots, n\}$. La provision R_i et la provision globale R représentant la somme des provisions à constituer par année de survenance sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \hat{C}_{i,n} &= C_{i,n-i} \left(\prod_{k=n-i}^{n-1} \hat{f}_k \right) \\ R_i &= \hat{C}_{i,n} - \hat{C}_{i,n-i} \\ R &= \sum_{i=1}^n R_i \end{aligned}$$

Méthode de Chain Ladder actualisée

Afin de pouvoir être considéré comme un Best Estimate, le montant des provisions pour sinistres doit être actualisé. Pour cela, nous réécrivons \hat{R}_i sous la forme :

$$\hat{R}_i = \sum_{j=n-i+2}^n \hat{C}_{ij} \quad \forall i \in \{2, \dots, n\}$$

Le montant total actualisé $\hat{R}^{actualisé}$ de provisions pour sinistres est alors obtenu par :

$$\hat{R}^{actualisé} = \sum_{j=2}^n \hat{R}_i^{actualisé} \quad \text{avec} \quad \hat{R}_i^{actualisé} = \sum_{j=n-i+2}^n \frac{\hat{C}_{ij}}{(1 + r_{i+j-1-n})^{i+j-1-n}}$$

où r_k est le taux d'actualisation de maturité k .

Applications

Application au portefeuille Responsabilité civile générale

L'application de la méthode chain ladder au portefeuille Responsabilité civile générale conduit aux facteurs de développement et cadences du tableau 4.1.

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f_j	3,13	1,38	1,20	1,16	1,10	1,06	1,07	1,05	1,01	1,02	1,04	1,00
c_j	11,2%	23,8%	13,4%	10,1%	9,4%	7,3%	4,5%	5,9%	4,9%	1,8%	2,4%	4,5%

TABLE 4.1 – Facteurs de développement et cadences de règlement obtenus par *Chain-ladder* pour le portefeuille Responsabilité civile générale

Il en découle, selon le tableau 4.2, la provision par année d'origine ainsi qu'une provision globale de 33,4 M\$.

Exercice	$C_{i,n-i}$	Charge ultime	Réserves R_i
2009	6 392 454	6 392 454	0
2010	6 447 158	6 488 981	41 824
2011	6 164 328	6 496 992	332 665
2012	6 983 194	7 549 588	566 394
2013	6 499 228	7 166 420	667 192
2014	6 076 705	7 081 363	1 004 658
2015	6 422 156	8 043 648	1 621 492
2016	6 226 647	8 261 619	2 034 972
2017	5 579 101	8 200 502	2 621 400
2018	3 814 667	6 512 157	2 697 480
2019	3 760 368	7 758 494	3 998 125
2020	3 513 914	10 030 445	6 516 530
2021	1 427 241	12 768 813	11 341 571

TABLE 4.2 – Règlements cumulés, charges ultimes et réserves obtenus par *Chain-ladder* pour le portefeuille Responsabilité civile générale

Nous cherchons maintenant à vérifier les hypothèses de Chain-Ladder afin d'être confiant quant aux réserves fournies par ladite méthode.

La figure 4.1 présente le triangle des facteurs de développement individuels $f_{i,j}$ et est complété par le tableau 4.3 qui présente des statistiques de base .

Exercice\Développement	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	2,544	1,400	1,126	1,245	1,146	1,021	1,131	1,034	1,009	1,009	1,035	1,006	
2010	3,094	1,501	1,215	1,182	1,095	1,100	1,029	1,079	1,036	1,040	1,059		
2011	3,433	1,401	1,116	1,099	1,061	1,065	1,083	1,041	1,057	1,029			
2012	3,041	1,434	1,267	1,162	1,102	1,025	1,048	1,051	0,987				
2013	3,153	1,438	1,184	1,156	1,113	1,079	1,124	1,080					
2014	4,302	1,365	1,511	1,155	1,078	1,083	1,043						
2015	3,496	1,229	1,193	1,125	1,130	1,054							
2016	3,058	1,422	1,184	1,122	1,132								
2017	3,262	1,311	1,119	1,226									
2018	2,428	1,445	1,239										
2019	2,972	1,367											
2020	3,328												
2021													

FIGURE 4.1 – Facteurs de développement individuels appliqués au portefeuille Responsabilité civile générale.

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	3,17	1,39	1,21	1,16	1,10	1,06	1,07	1,05	1,02	1,02	1,04	1,00
σ	45,7%	7,0%	11,0%	4,5%	2,7%	2,8%	4,0%	1,9%	2,7%	1,3%	1,2%	0,0%
cv	14,4%	5,0%	9,0%	3,9%	2,4%	2,6%	3,7%	1,8%	2,6%	1,3%	1,2%	0,0%

TABLE 4.3 – Statistiques sur les facteurs de développement individuels : cas du portefeuille Responsabilité civile générale.

Nonobstant le fait que le premier facteur des exercices 2014 et 2017 soit sensiblement différent des autres années d'origine, les statistiques du tableau 4.3 indiquent une faible volatilité des facteurs qui décroît dans le temps. Ces statistiques, selon [PARTRAT *et al.*, 2007] sont également un moyen de validation de la méthode Chain Ladder.

Pour la deuxième hypothèse, un test de linéarité des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ par une méthode de régression linéaire est effectué en réalisant une régression des vecteurs $C_{i,j+1}$ sur les vecteurs $C_{i,j}$. Les résultats montrent que le modèle est globalement significatif au seuil de 5% avec un coefficient de détermination linéaire de Pearson $R^2 > 50\%$. L'existence d'une relation linéaire est donc vérifiée.

Application au portefeuille Dommages aux biens

L'application de la méthode chain ladder au portefeuille Dommages aux biens conduit aux facteurs de développement et cadences du tableau 4.4.

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f_j	2,61	1,15	1,03	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99
c_j	30,8%	49,7%	12,8%	3,5%	1,6%	0,4%	0,4%	0,4%	0,1%	0,3%	0,3%	0,0%

TABLE 4.4 – Facteurs de développement et cadences de règlement obtenus par *Chain-ladder* pour le portefeuille Dommages aux biens

Il en découle, selon le tableau 4.5, la provision par année d'origine ainsi qu'une provision globale de 5,04 M\$.

Exercice	$C_{i,n-i}$	Charge ultime	Réserves R_i
2009	8 117 478	8 117 478	0
2010	7 691 443	7 698 724	7 281
2011	8 239 080	8 251 039	11 959
2012	8 622 634	8 639 626	16 992
2013	7 717 963	7 740 142	22 178
2014	7 800 803	7 840 735	39 932
2015	7 742 843	7 795 405	52 561
2016	8 224 675	8 308 492	83 817
2017	8 056 760	8 173 190	116 430
2018	8 030 557	8 286 705	256 148
2019	5 826 211	6 238 224	412 012
2020	4 745 059	5 888 288	1 143 229
2021	1 286 091	4 168 313	2 882 222

TABLE 4.5 – Règlements cumulés, charges ultimes et réserves obtenus par *Chain-ladder* pour le portefeuille Dommages aux biens

Nous cherchons maintenant à vérifier les hypothèses de Chain-Ladder afin d'être confiant quant aux réserves fournies par ladite méthode.

Pour ce faire, nous effectuons la même analyse que précédemment au travers de la figure 4.2 qui présente le triangle de développement des facteurs individuels et du tableau 4.6, qui fournit également des statistiques de base.

Exercice\Développement	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	2,406	1,174	1,023	1,016	1,005	1,001	1,007	0,999	1,014	1,001	0,992	0,999	
2010	2,779	1,158	1,045	1,008	0,999	1,002	1,000	1,001	1,001	1,000	1,000		
2011	2,676	1,125	1,062	1,014	1,001	1,001	1,002	1,001	1,000	1,008			
2012	2,283	1,176	1,020	1,014	0,988	1,003	1,010	1,003	0,999				
2013	2,696	1,118	1,026	1,013	1,002	1,004	1,003	1,003					
2014	3,165	1,143	1,009	1,004	1,007	1,001	1,000						
2015	2,412	1,106	1,039	1,042	1,008	1,011							
2016	2,464	1,139	1,025	1,027	1,025								
2017	2,544	1,140	1,041	1,018									
2018	2,409	1,164	1,092										
2019	2,977	1,390											
2020	3,141												
2021													

FIGURE 4.2 – Facteurs de développement individuels appliqués au portefeuille Dommages aux biens.

Malgré que le premier facteur des exercices 2014 et 2020 présente des différences notables par rapport aux autres années d'origine, les données du tableau 4.6 mettent en évidence une certaine stabilité et une faible volatilité des facteurs, avec une tendance à la baisse au fil du temps. Ces statistiques, toujours selon [PARTRAT *et al.*, 2007], valident également la méthode Chain Ladder pour ce portefeuille.

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	2,66	1,17	1,04	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
σ	28,6%	7,3%	2,3%	1,0%	0,9%	0,3%	0,3%	0,1%	0,6%	0,4%	0,4%	0,0%
cv	10,7%	6,3%	2,2%	1,0%	0,9%	0,3%	0,4%	0,1%	0,6%	0,4%	0,4%	0,0%

TABLE 4.6 – Statistiques sur les facteurs de développement individuels : cas du portefeuille Dommages aux biens.

Pour la deuxième hypothèse, un test de linéarité des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ par une méthode de régression linéaire est effectué en réalisant une régression des vecteurs $C_{i,j+1}$ sur les vecteurs $C_{i,j}$. Les résultats montrent que le modèle est globalement significatif au seuil de 5% avec un coefficient de détermination linéaire de Pearson $R^2 > 50\%$. La deuxième hypothèse est donc également vérifiée pour ce portefeuille car on peut affirmer l'existence d'une relation linéaire entre les charges de deux années de développement consécutive pour une même année de survénance.

Inconvénients de la méthode

L'un des principaux inconvénients de cette méthode est qu'elle repose sur des hypothèses fortes, pas toujours vérifiées en réalité :

- L'hypothèse (H_1) présuppose la stabilité des années calendaires. Elle ne prend notamment pas en compte la possibilité de changements législatifs ou l'existence d'inflation.
- L'hypothèse (H_2) suppose que la fréquence de règlement demeure constante pour toutes les années de survénance. Cette hypothèse n'est plus vérifiée en cas de modifications dans la gestion des sinistres, par exemple.

L'un des autres inconvénients de cette méthode est que, pour les années de survénance récentes, l'incertitude liée à l'estimation est particulièrement élevée : la charge ultime est évaluée à partir d'un nombre important de facteurs de développement et le dernier facteur de développement n'est estimé qu'à partir de deux observations.

Enfin, cette méthode ne permet pas de mesurer l'erreur d'estimation des provisions, qui mesure l'incertitude liée à l'estimation des facteurs de développement.

Dans une optique de meilleure gestion des risques, notamment avec l'entrée en vigueur des nouvelles réglementations, les compagnies d'assurance peuvent avoir intérêt à utiliser des méthodes stochastiques. Les méthodes stochastiques permettent notamment de palier le problème lié au dernier point soulevé.

4.1.2 Modèle de Mack

Le modèle de [MACK, 1993] propose une extension stochastique au modèle de Chain Ladder. Il a été présenté en 1993 dans l'article "*Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates*".

Hypothèses du modèle

Son modèle repose sur trois hypothèses :

- (H1) : Pour tout i, i' dans $1, \dots, n$ tels que $i \neq i'$: $C_{i,1}, \dots, C_{i,n}$ et $C_{i',1}, \dots, C_{i',n}$ sont indépendants.
- (H2) : Pour chaque j dans $1, \dots, n-1$, il existe un f_j tel que pour tout i dans $1, \dots, n$:

$$\mathbb{E}[C_{i,j+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = f_j C_{ij}$$

- (H3) : Pour tout j dans $1, \dots, n-1$, il existe un paramètre v_j^2 tel que pour tout i dans $1, \dots, n$:

$$\mathbb{V}[C_{i,j+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = v_j^2 C_{ij}$$

Estimation des paramètres

Sous ces hypothèses, les facteurs de développement obtenus par la méthode de Chain Ladder et notés \hat{f}_j sont sans biais.

En effet, pour $j \in \{1, \dots, n-j\}$, nous avons :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\hat{f}_j) &= \mathbb{E}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{ij}}\right) \\ &= \mathbb{E}\left(\mathbb{E}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{ij}} \middle| C_{k,l}, k \in \{1, \dots, n-j\}, l \in \{1, \dots, n-j\}\right)\right) \\ &= \mathbb{E}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n-j} \mathbb{E}(C_{i,j+1}|C_{k,l}, k \in \{1, \dots, n-j\}, l \in \{1, \dots, n-j\})}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{ij}}\right) \\ &= \mathbb{E}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n-j} \mathbb{E}[C_{i,j+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}]}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{ij}}\right) \quad \text{d'après (H1)} \\ &= \mathbb{E}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n-j} f_j C_{ij}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{ij}}\right) \quad \text{d'après (H2)} \\ &= f_j \mathbb{E}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{ij}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{ij}}\right) \\ &= f_j \end{aligned}$$

Pour j dans $\{1, \dots, n-2\}$, la variance v_j s'estime par :

$$\hat{v}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} C_{ij} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{ij}} - \hat{f}_j\right)^2$$

La valeur de \hat{v}_{n-1} est obtenue par extrapolation en utilisant l'égalité :

$$\frac{\hat{v}_{n-3}^2}{\hat{v}_{n-2}^2} = \frac{\hat{v}_{n-2}^2}{\hat{v}_{n-1}^2}$$

Nous obtenons :

$$\hat{v}_{n-1}^2 = \min\left(\frac{\hat{v}_{n-2}^2}{\hat{v}_{n-3}^2}, \hat{v}_{n-3}^2, \hat{v}_{n-2}^2\right)$$

Sous les hypothèses du modèles de Mack, ces estimateurs sont sans biais.

Nous notons D^n l'information connue au temps $t = 0$:

$$D^n = \{X_{ij}, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n - i + 1\}$$

Pour i et j vérifiant $i + j - 1 > n$, nous estimons, conditionnellement à D^n , le montant de règlements cumulés futurs par :

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i+1} \prod_{k=n-i+1}^{j-1} \hat{f}_k$$

où $C_{i,n-i+1}$ est le dernier montant cumulé connu relatif à l'année de survenance i .

On obtient ensuite une estimation du montant des réserves conditionnellement à D^n par :

$$\begin{aligned} \hat{R}_i &= \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1} \\ &= C_{i,n-i+1} \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k - C_{i,n-i+1} \\ &= C_{i,n-i+1} \left(\prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k - 1 \right) \end{aligned}$$

Erreur quadratique moyenne

Nous cherchons à évaluer la qualité de l'estimateur \hat{R}_i . Pour cela, nous étudions l'erreur quadratique moyenne de l'estimateur \hat{R}_i de R_i , que nous notons $mse(\hat{R}_i)$, défini par :

$$mse(\hat{R}_i) = \mathbb{E}[(R_i - \hat{R}_i)^2 | D_n] = \mathbb{V}(R_i | D_n) + (\mathbb{E}[(R_i | D_n) - \hat{R}_i])^2$$

Dans cette formule, le terme $\mathbb{V}(R_i | D_n)$ mesure l'erreur de processus, c'est-à-dire à l'écart entre le montant espéré des réserves et le montant réel, dû à la variabilité intrinsèque des paiements futurs. Le terme $(\mathbb{E}[(R_i | D_n) - \hat{R}_i])^2$ mesure l'erreur d'estimation.

Mack montre que l'erreur quadratique moyenne de \hat{R}_i est égale à celle de $\hat{C}_{i,n}$:

$$mse(\hat{R}_i) = mse(\hat{C}_{i,n})$$

A partir de cette observation, il démontre que l'erreur quadratique moyenne de \hat{R}_i peut être estimée par :

$$mse(\hat{R}_i) = \hat{C}_{i,n}^2 \sum_{k=n-i+1}^{n-j} \frac{\hat{v}_k}{\hat{f}_k} \left(\frac{1}{\hat{C}_{i,k}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{n-k} C_{j,k}} \right)$$

Avantages et inconvénients

La méthode de Mack présente les avantages suivants :

- elle est très facile à interpréter et à mettre en oeuvre ;
- elle reproduit les évaluations de la méthode Chain Ladder.

Cependant, cette approche ne facilite pas l'obtention d'une distribution des provisions et, par conséquent, ne permet pas le calcul d'une Value at Risk (*VaR*). Pour remédier à cela, il est nécessaire de formuler une hypothèse concernant la loi de distribution des provisions. Dans la plupart des cas, les provisions sont supposées suivre une loi log-normale.

4.2 Méthodes de provisionnement permettant de capter l'inflation

Les méthodes de provisionnement usuelles n'intègrent pas de composante "diagonale" permettant de prendre en compte les facteurs d'influence propres à une année calendaire, comme l'inflation. Pourtant, lorsque ces facteurs ont un impact important sur les règlements, ces méthodes peuvent conduire à des montants de provisions faussés. Dans le cadre de ce mémoire, nous cherchons à isoler l'influence de l'inflation sur le montant des provisions. Il nous est donc nécessaire de nous tourner vers d'autres méthodes de provisionnement.

4.2.1 Modèle de Christophides

Ce modèle adopte une structure de modèles log-linéaires, ce qui signifie qu'il s'exprime de manière linéaire dans les logarithmes des incréments. Dans la continuation, nous utiliserons comme défini à la sous-section 1.2.4 la notation $Z_{i,j}$ pour représenter les incréments correspondant à l'année de survenance i et l'année de développement j . De plus, nous introduirons la notation $Y_{i,j} = \log(Z_{i,j})$, où i et $j \in \mathbb{N}$.

Alternative

Dans son article, Christophides propose une autre manière de paramétrer le modèle. Pour le portefeuille qu'il étudie, il remarque en effet que le logarithme des paiements décroît de manière linéaire entre la deuxième et la dernière année de déroulement. Il décide alors de poser l'hypothèse supplémentaire suivante :

$$\beta_1 = b \quad \text{et} \quad \beta_j = sj \quad \forall j > 1$$

où b et s sont des paramètres à estimer. Cette hypothèse sera nécessaire pour rendre identifiable le modèle. La prolongation du modèle est développée dans la partie ci-dessous.

Prolongation du modèle et intégration d'un paramètre inflation

A partir de ce modèle, nous voulons voir s'il est possible d'intégrer une composante permettant de capter l'inflation. Jusqu'à présent, le modèle comprend une composante propre à l'année de survenance i , $C_{i,n}$, et une composante propre à l'année de déroulement j , r_j . L'idée est d'y ajouter une composante diagonale propre à l'année calendaire $i+j-1$. Soit l_{i+j-1} ce paramètre. Le modèle se réécrit :

$$\mathbb{E}(Z_{i,j}) = C_{i,n} r_j l_{i+j-1}$$

En passant aux logarithmes, nous obtenons le modèle log-linéaire suivant :

$$Y_{i,j} = \ln Z_{i,j} = \alpha_i + \beta_j + \gamma_{i+j-1} + \epsilon_{i,j} \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\} \quad \text{avec} \quad \gamma_k = \log(l_k)$$

où les $\epsilon_{i,j}$ sont toujours supposés indépendants et identiquement distribués, de loi normale de moyenne nulle et de variance $\sigma_{i,j}$. Il convient désormais de chercher les conditions nécessaires pour rendre ce modèle identifiable. Dans le modèle initial de Christophides, il suffit de poser $\beta_1 = 0$. Avec la nouvelle composante, ces conditions ne sont plus suffisantes. Pour pallier ce problème d'identifiabilité, nous commençons par normaliser l'inflation de première année à 1, c'est-à-dire en posant $l_1 = 1$ et donc $\gamma_1 = 0$. Néanmoins, cette hypothèse n'est pas suffisante pour assurer l'identifiabilité du modèle. Il est nécessaire d'effectuer une hypothèse sur la cadence des règlements. Nous décidons de poser la condition suivante, issue du modèle alternatif défini par Christophides :

$$\beta_1 = b \quad \text{et} \quad \beta_j = sj \quad \forall j > 1$$

où b et s sont des paramètres à estimer.

Dans cette extension, les paramètres sont toujours estimés à l'aide de la méthode des moindres carrés ordinaires. Dans la pratique, ce genre de méthodes est assez peu prédictif, surtout pour les branches à développement long pour lesquelles l'erreur d'approximation s'accumule. C'est pourquoi nous décidons de nous orienter vers une autre méthode, qui, à partir des règlements, permet d'identifier la composante inflation.

4.2.2 Les méthodes de séparation de Taylor

Initiée par [VERBEEK, 1972], la méthode a été généralisée en approche déterministe par [TAYLOR, 1977]. L'intérêt de cette technique repose sur le calcul de la provision de sinistres dans un triangle soumis, ce qui est généralement le cas, à une inflation inconnue non nécessairement constante au cours des exercices calendaires. Si les deux premiers paragraphes qui suivent présentent deux options théoriquement possibles, seul le premier fait l'objet d'une application aux différentes catégories d'assurance au sein d'une dernière section, puis se trouve développée, ensuite, dans le cadre de cette étude.

4.2.2.1 La méthode arithmétique

Facteurs influençant la variation des montants des sinistres

Plusieurs facteurs déterminent la variation des règlements de sinistres d'une année à l'autre. Parmi ces facteurs nous distinguons :

- L'évolution du nombre de sinistres ;
- Des facteurs endogènes tels que les changements dans la gestion des risques ;
- Des facteurs exogènes relatifs à une année calendaire comme le taux d'inflation.

Dans un environnement où la charge de sinistre n'est pas stable d'une année à l'autre, afin d'éliminer l'effet des variations dues à l'évolution du nombre de sinistre, la méthode de séparation arithmétique de Taylor se base sur un triangle de règlement rapporté au nombre total de sinistres survenu pendant l'année de survenance que nous notons $X_{i,j}$ tel que :

$$X_{i,j} = \frac{Z_{i,j}}{N_i}$$

Avec N_i le nombre total de sinistres survenus au cours de l'année i et $Z_{i,j}$ les incréments.

En effet, l'idée de division des incréments par les nombres de sinistres a pour objectif de neutraliser les variations de montant de règlement ayant pour cause l'évolution du nombre de sinistres d'une année à l'autre.

La méthode de séparation arithmétique de Taylor suppose que les $X_{i,j}$ sont de la forme suivante :

$$X_{i,j} = v_j \cdot \lambda_{i+j}, \quad \forall i, j \in \{0, \dots, n\}$$

Avec l'hypothèse selon laquelle $\sum_{j=0}^n v_j = 1$, pour des besoins d'identification du modèle et :

- v_j représentant la cadence de règlement et s'interprétant comme la part moyenne des sinistres payée la $j^{\text{ème}}$ année de développement et est indépendant des années de survenance.
- λ_{i+j} permettant de mesurer l'impact des facteurs exogènes comme l'inflation.

On posera $i + j = t$ pour des besoins de simplification du modèle où t représente la diagonale de l'année de survenance de l'accident i et de l'année de développement j . Il est présenté dans la suite la composition du triangle utilisé dans la méthode de séparation de Taylor.

L'exogénéité future est à déterminer, et ce en tenant compte de la composante inflation qui régit les données. Nous nous attelons à cela dans le chapitre 5.

Inflation des sinistres : dérivée empirique

Il a précédemment été expliqué que les valeurs présentées dans le triangle de Taylor sont les produits de facteurs exogènes du portefeuille et d'une cadence de règlement. L'objectif de cette sous-section est de rechercher les λ_t et v_j du triangle.

Année d'origine	Délai de règlement								
	0	1	...	j	...	n-i	...	n-1	n
0	$v_0\lambda_0$	$v_1\lambda_1$...	$v_j\lambda_j$...	$v_{n-i}\lambda_{n-i}$...	$v_{n-1}\lambda_{n-1}$	$v_n\lambda_n$
1	$v_0\lambda_1$	$v_1\lambda_2$...	$v_j\lambda_{j+1}$...	$v_{n-i}\lambda_{n-i+1}$...	$v_{n-1}\lambda_n$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
i	$v_0\lambda_i$	$v_1\lambda_{i+1}$...	$v_j\lambda_{i+j}$...	$v_{n-i}\lambda_n$			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮					
n-j	$v_0\lambda_{n-j}$	$v_1\lambda_{n-j+1}$...	$v_j\lambda_n$					
⋮	⋮	⋮							
n-1	$v_0\lambda_{n-1}$	$v_1\lambda_n$							
n	$v_0\lambda_n$								

TABLE 4.7 – Présentation du triangle de Taylor

Le vecteur $(v_j)_{j=0,\dots,n}$ correspond aux taux de paiements non cumulés en termes constants, tandis que le vecteur $(\lambda_t)_{t=0,\dots,n}$ peut être compris comme les coûts moyens des règlements pour l'exercice comptable t .

En effet, les $(2n + 2)$ variables inconnues peuvent être déterminées de manière unique en utilisant le vecteur des diagonales $(d_t)_{t=0,\dots,n}$ et le vecteur de la somme de chaque colonne $(c_j)_{j=0,\dots,n}$, dont les éléments s'expriment respectivement pour $t \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} d_t &= \sum_{i=0}^t X_{i,t-i} \\ &= \lambda_t \sum_{j=0}^t v_j \end{aligned}$$

et pour $j \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} c_j &= \sum_{i=0}^{n-j} X_{i,j} \\ &= v_j \sum_{t=j}^n \lambda_t \end{aligned}$$

On peut observer que la diagonale d_n correspondant au dernier exercice calendaire du triangle est égale à λ_n , ce résultat découle de la somme totale des cadences v_j qui est égale à 1.

En effet, soit t une diagonale donnée avec $t \in \{0, \dots, n\}$, pour $t = n$:

$$\begin{aligned} d_n &= v_0\lambda_n + v_1\lambda_n + \dots + v_{n-1}\lambda_n + v_n\lambda_n \\ &= \lambda_n \sum_{j=0}^n v_j \\ &= \lambda_n \end{aligned}$$

Partant de l'égalité $d_n = \lambda_n$, on en déduit que :

$$v_n = \frac{c_n}{\lambda_n},$$

puis les autres paramètres de proche en proche selon les formules suivantes, $\forall h \neq n$:

$$\lambda_h = \frac{d_h}{1 - \sum_{j=h+1}^n v_j}$$

et

$$v_h = \frac{c_h}{\sum_{t=h}^n \lambda_t}$$

Une fois les facteurs exogènes historiques trouvés, les facteurs exogènes (*encore inconnus*) du triangle inférieur de liquidation sont à déterminer. Ceux-ci se définissent comme suit en bleu :

Année d'origine	Délai de règlement								
	0	1	...	j	...	n-i	...	n-1	n
0	$v_0\lambda_0$	$v_1\lambda_1$...	$v_j\lambda_j$...	$v_{n-i}\lambda_{n-i}$...	$v_{n-1}\lambda_{n-1}$	$v_n\lambda_n$
1	$v_0\lambda_1$	$v_1\lambda_2$...	$v_j\lambda_{j+1}$...	$v_{n-i}\lambda_{n-i+1}$...	$v_{n-1}\lambda_n$	$v_n\lambda_{n+1}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	$v_0\lambda_i$	$v_1\lambda_{i+1}$...	$v_j\lambda_{i+j}$...	$v_{n-i}\lambda_n$...	$v_{n-1}\lambda_{n+i-1}$	$v_n\lambda_{n+i}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n-j	$v_0\lambda_{n-j}$	$v_1\lambda_{n-j+1}$...	$v_j\lambda_n$...	$v_{n-i}\lambda_{2n-i-j}$...	$v_{n-1}\lambda_{2n-j-1}$	$v_n\lambda_{2n-j}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n-1	$v_0\lambda_{n-1}$	$v_1\lambda_n$...	$v_j\lambda_{n-j-1}$...	$v_{n-i}\lambda_{2n-i-1}$...	$v_{n-1}\lambda_{2n-2}$	$v_n\lambda_{2n-1}$
n	$v_0\lambda_n$	$v_1\lambda_{n+1}$...	$v_j\lambda_{n+j}$...	$v_{n-i}\lambda_{2n-i}$...	$v_{n-1}\lambda_{2n-1}$	$v_n\lambda_{2n}$

TABLE 4.8 – Triangle inférieur de Taylor

L'exogénéité future *i.e* les λ_t , $\forall t \in \{n+1, \dots, 2n\}$ est donc à déterminer tout en tenant compte de l'inflation (stochastique et implicite) contenue dans les données. Elle se fera en se basant sur l'historique des taux d'inflation obtenus pour modéliser l'inflation future au moyen de diverses méthodes (déterministes et stochastiques) que nous verrons plus en détail au chapitre 5.

Les taux d'inflation historiques sont obtenus à partir du taux de variation des facteurs exogènes :

$$r_t = \frac{\lambda_t}{\lambda_{t-1}} - 1 \quad \forall t \in \{0, \dots, n\}$$

Puis les facteurs exogènes inconnus sont estimés selon la formule suivante :

$$\hat{\lambda}_t = \hat{\lambda}_{t-1} \cdot (1 + r_t) \quad \forall t \in \{n + 1, \dots, 2n\}$$

4.2.2.4 Inflation des sinistres : détermination des principaux facteurs économiques

L'un des objectifs de ce mémoire est de pouvoir clairement identifier les facteurs économiques qui régissent l'inflation des sinistres de nos portefeuilles d'activité.

C'est pourquoi, à la lumière des taux historiques d'inflation des sinistres tirés empiriquement des données relatives aux sinistres, émerge une question significative quant aux moteurs économiques majeurs de l'inflation des sinistres. Cette inflation pourrait s'écarter de l'indice traditionnel d'inflation des prix à la consommation (*i.e* l'inflation générale), tel qu'exposé dans la sous-section 2.1.3. De manière spécifique, les raisons sous-jacentes de l'inflation superposée (c'est-à-dire l'inflation en sus de l'IPC) ont été débattues dans la littérature académique. Parmi ces raisons, figurent notamment les évolutions juridiques et législatives entraînant des augmentations moyennes des paiements des sinistres, comme évoquées par [LEWIN, 2009] et [BRICKMAN *et al.*, 2005].

De plus, l'inflation superposée résulte de l'évolution des conventions sociales et des coûts médicaux où l'inflation des coûts médicaux comprend également les progrès de la technologie médicale, ce qui crée de nouvelles options de traitement qui modifient les coûts de traitement et augmente la durée de vie des demandeurs gravement blessés.

[CUTTER, 2009] souligne également que les pratiques de gestion des sinistres peuvent également contribuer à une inflation superposée. En outre, selon [BRICKMAN *et al.*, 2005], l'inflation des salaires, les modifications des limites de polices et les décisions de souscriptions peuvent également jouer un rôle pertinent.

Conformément à ces observations, il a été démontré que différents indices économiques individuels sont liés à l'inflation des sinistres spécifiques des branches d'activité. En effet, [MORROW et CONRAD, 2010] ont identifié certains indicateurs économiques qui expliquent le mieux l'inflation des sinistres, tels que l'IPC et l'IPC-soins médicaux totaux par exemple.

Ainsi la détermination d'indices économiques explicatifs peut contribuer à une meilleure compréhension des facteurs déterminants de l'inflation des sinistres et donc améliorer le calcul des provisions pour sinistres ainsi que la politique de gestion actif-passif.

4.3 Synthèse

Ce chapitre a présenté les méthodes classiques de provisionnement usuelles telle que la méthode de Chain Ladder qui fera office de "*benchmark*"¹ dans cette étude.

Une démarche progressive nous a permis d'aboutir à l'extraction de nos taux d'inflation empiriques, et ce grâce à la méthode de séparation arithmétique de Taylor qui permet d'isoler les facteurs exogènes (traduisant ici l'inflation) des triangles de règlement.

Toutefois cette méthode a de nombreuses limites. Cette méthode repose sur des hypothèses simplificatrices, telles que l'indépendance des sinistres et le maintien des taux de sinistres, qui peuvent ne pas être toujours valables dans la réalité. Elle est également basée sur l'analyse des données historiques des sinistres et des primes. Si les données historiques sont inadéquates, biaisées ou non représentatives de l'avenir, les provisions calculées peuvent être incorrectes. En outre, elle fournit des estimations déterministes des provisions, ce qui signifie qu'elle ne tient pas compte de l'incertitude inhérente aux prévisions. Les incertitudes liées aux tendances futures des sinistres, des taux de sinistres et des taux d'actualisation ne sont pas prises en compte.

Le prochain chapitre sera entièrement consacré aux méthodes de modélisation et calibration de ces tendances futures.

1. Terme utilisé pour désigner une valeur référence dans un domaine.

Chapitre 5

Modélisation et calibrage de l'inflation des sinistres

Dans ce chapitre, il sera question de modéliser l'inflation future, toujours dans la continuité de pouvoir projeter les facteurs exogènes afin de déterminer des réserves prenant en compte l'inflation. Cette modélisation se fera en usant de méthodes déterministes simples et de méthodes stochastiques un peu plus complexes dont la régression linéaire multiple afin de répondre à l'un de nos objectifs spécifiques qui est de déterminer les facteurs économiques inhérents à l'inflation des sinistres de nos portefeuilles.

5.1 Modélisation déterministe

5.1.1 Taux moyen d'inflation

Il est d'une part fait l'hypothèse forte que l'inflation moyenne de l'historique des taux d'inflation extraits du portefeuille se poursuivra jusqu'à notre horizon de projection.

D'autre part, la méthode du taux constant par morceaux est appliquée, toujours sur ces historiques de taux afin d'effectuer la projection.

5.1.2 Taux constant par morceaux

Cette méthode, simple se fait selon les étapes suivantes :

1. **Identification des paliers** : Elle consiste en une analyse des données historiques et une identification des périodes où un changement de tendance apparaît. Dans notre cas, la résurgence des taux d'inflation a eu lieu à partir du printemps 2021.
2. **Calcul des taux de croissance** : Pour chaque période identifiée, on calcule le taux de croissance moyen. Il est obtenu selon la formule suivante :

$$\text{Taux de croissance sur une période} = \left(\frac{\text{Valeur finale}}{\text{Valeur initiale}} \right)^{(1/\text{Nombre d'années})} - 1,$$

où "Valeur finale" désigne la valeur de la variable à la fin de la période, "Valeur initiale" représente la valeur de la variable au début de la période, et "Nombre d'années" est la durée de la période en années.

3. **Projection et obtention des valeurs futures** : Une fois les taux de croissance moyens pour chaque période obtenus, ils sont appliqués afin de projeter les valeurs futures. Pour ce faire, on multiplie la valeur initiale de chaque période par le taux de croissance moyen correspondant pour obtenir la valeur projetée pour la période suivante.

NB : Il convient de noter que la méthode du taux constant par morceaux suppose que le taux de croissance ou de décroissance reste constant sur chaque période spécifique. Dans la réalité, les variables peuvent fluctuer et les taux peuvent changer. Par conséquent, cette méthode est une simplification et les résultats doivent être et seront interprétés avec prudence.

5.2 Modélisation stochastique

5.2.1 Régression linéaire multiple pas à pas

Description du modèle

Le modèle de régression multiple est une extension du modèle de régression linéaire simple qui permet de modéliser la relation entre une variable dépendante (ou variable cible) et plusieurs variables indépendantes (ou variables explicatives) simultanément. Il est utilisé dans divers domaines, notamment en statistique, en économie, en sciences sociales et dans de nombreuses autres disciplines pour analyser et prédire des phénomènes complexes.

Nous utilisons une régression pas à pas pour déterminer les facteurs déterminants économiques pertinents de l'inflation des sinistres. La régression pas à pas combine la sélection vers l'avant avec l'élimination vers l'arrière afin de sélectionner le meilleur sous-ensemble de variables prédictives, c'est-à-dire qu'à chaque étape, une variable peut être ajoutée au modèle ou en être retiré. Pour ce type de modèle, nous utilisons le critère d'information commun d'[AKAIKE, 1973] (AIC), et choisissons le modèle qui minimise l'AIC afin de retenir le meilleur modèle.

La sélection des variables explicatives potentielles à inclure dans les différentes régressions multiples se fonde sur des arguments économiques prenant en compte la littérature académique et une analyse des spécificités du métier (cf. [VERBEEK, 1972], en particulier ici la nature du secteur d'activité des sinistres de nos portefeuilles.

L'analyse est principalement fondée sur les indices et attributs qui permettent de mieux expliquer les coûts des sinistres de nos portefeuilles respectifs. Le modèle de régression multiple peut-être écrit comme suit :

$$r_t = c + \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot I_{t,j} + \varepsilon_t, \quad (5.1)$$

Avec :

- r_t , l'inflation des sinistres comme variable cible dépendante du temps avec $t \in \{0, 1, \dots, n\}$;
- c , la constante ;
- $I_{t,j}$, la variable explicative (ici nos indices économiques) dépendante du temps avec $t \in \{0, 1, \dots, n\}$;
- β_j , le coefficient de régression ;
- ε_t , le terme d'erreur.

Le modèle de régression linéaire multiple peut être comparé au modèle d'investissement stochastique de [WILKIE, 1986], où le comportement de divers facteurs est décrit par une série chronologique stochastique. Il comprend plusieurs variables distinctes, basée sur l'inflation des prix comme force motrice. Ainsi, l'inflation est décrite en premier

et les variables restantes sont ensuite construites sur la base de la modélisation de la ou les variables précédentes.

Dans ce mémoire, l'accent est mis sur la modélisation de l'inflation des sinistres à partir des indices explicatifs selon le modèle décrit dans l'équation 5.1. De plus avant que ce modèle puisse être utilisé pour prévoir l'inflation des sinistres, les variables explicatives doivent être prédites dans le futur.

Prédiction des variables explicatives

Comme nous l'avons mentionné tantôt à la section 3.3, les variables explicatives sont des séries chronologiques. Leur prédiction passe par l'utilisation classique de modèles de série temporelles afin d'établir des prévisions.

N'ayant pas de saisonnalité observée sur la période de l'étude pour l'ensemble des indices, nous optons pour le modèle ARIMA(p,d,q) qui nous donne très rapidement des prévisions constantes dans le temps. Ce phénomène est dû à un faible historique de données et au long horizon de projection nécessaire dans cette étude (voir annexe E).

Le problème rencontré au cours de l'application des méthodes de prévision est double :

- La prévision veut être effectuée sur un horizon long (horizon de projection pour le remplissage du triangle inférieur qui est ici de 12 ans) tout en ayant un historique de 12 années seulement ;
- Les indices économiques retenus qui constituent les séries chronologiques de notre étude sont tous "**non-stationnaires**" (voir l'annexe D).

Il est décidé, sur la base de ce constat d'utiliser la moyenne estimée empiriquement des indices explicatifs retenus \bar{I}_j qui est constante pour $t \in \{n + 1, \dots, 2n\}$ et implique moins de volatilité pour le modèle, réduisant par conséquent le risque de modèle qui pourrait potentiellement provenir de l'agrégation de plusieurs processus stochastiques.

Finalement, le modèle de régression multiple utilisé pour la prédiction de l'inflation future est de la forme suivante :

$$r_t = c + \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot \bar{I}_j + \varepsilon_t, \quad (5.2)$$

Où r_t et ε_t représentent respectivement :

- L'inflation au temps futur avec $t \in \{n + 1, \dots, 2n\}$;
- ε_t , le terme d'erreur.

De plus la constante c , et les coefficients β_j sont déjà obtenus en calibrant le modèle à l'équation 5.1.

5.3 Synthèse

Ce chapitre permet de mettre en place le modèle qui nous permettra de trouver les déterminants et moteurs économiques de l'inflation des sinistres de nos deux portefeuilles, ainsi que les projections et calibration de cette inflation aux horizons futurs.

Les différentes applications sont effectuées au chapitre 7 où le modèle de régression multiple est retenu car c'est un modèle adaptatif qui permettra d'anticiper l'inflation future.

Chapitre 6

Modélisation et mise en place d'une méthode de provisionnement prenant en compte l'inflation des sinistres

Nous avons émis dans le chapitre précédent des hypothèses de calibration de l'inflation future. Il sera question dans celui-ci de développer une méthode de provisionnement prenant en compte cette inflation future pour chacune de ces hypothèses. Nous utilisons pour cela la procédure de bootstrap paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010]. Cette procédure permet d'obtenir une distribution prédictive des provisions pour sinistres pour la méthode de séparation et est dans une certaine mesure pour la méthode de séparation ce qu'est la méthode de [MACK, 1993] pour la méthode de Chain Ladder c'est-à-dire un prolongement stochastique.

6.1 Prélude et notations

6.1.1 Notations

Certaines notations utilisées dans la suite notamment à la sous-section 6.2.3 doivent être explicitées afin de faciliter la compréhension de la procédure.

Par conséquent il est noté :

1. L'indice $*$ pour les variables aléatoires ou les estimateurs dans le monde bootstrap qui correspondent aux observations ou aux estimateurs dans le monde réel ;
2. L'indice $**$ pour les variables aléatoires dans le monde bootstrap lorsque dans le monde réel, les équivalents ne sont pas observés ;
3. ∇ pour désigner le triangle supérieur c'est-à-dire qu'on a $i, j \in \nabla$ où $\nabla = \{i = 0, \dots, n; j = 0, \dots, n - i\}$;
4. Δ pour désigner le triangle inférieur c'est-à-dire qu'on a $i, j \in \Delta$ où $\Delta = \{i = 0, \dots, n; j = n - i + 1, \dots, n\}$;
5. ∇N et ΔN pour désigner respectivement les triangles supérieurs et inférieurs des nombres de sinistres incrémentaux ;
6. ∇C et ΔC pour désigner respectivement les triangles supérieurs et inférieurs des coûts de sinistres incrémentaux ;
7. n_{ij} (où $n_{ij} = \mathbb{E}(N_{ij})$) pour désigner l'espérance du nombre de sinistres attendus. \hat{n}_{ij} , estimateur des n_{ij} est obtenu par la méthode de Chain-Ladder afin de remplir le triangle inférieur du nombre des sinistres.

6.1.2 Prélude

Comme application principale et afin d'identifier l'impact de l'inflation stochastique des sinistres, nous calculons les provisions au moyen de la méthode de séparation (voir chapitre 4, sous-section 4.2.2) avec l'inflation stochastique des sinistres pour les effets de l'année civile.

Lors de l'extrapolation des effets de l'année civile pour fournir un estimateur des sinistres futurs et de la réserve totale au moyen de la méthode de séparation, nous distinguons 4 cas conformément aux hypothèses de calibration de l'inflation future vues au chapitre précédent.

Il est d'abord supposé que le taux d'inflation r_t est déterministe au cours du temps (pour $t \in \{n + 1, \dots, 2n\}$) et ce, selon 2 approches :

- une approche où nous faisons l'hypothèse forte que l'inflation moyenne du portefeuille se poursuit dans le temps ;
- la seconde prend en compte la relative remontée des taux au cours de notre période d'étude et utilise la méthode du taux constant par morceaux afin d'isoler les effets de cette hausse partielle sur la période sur un palier de projection précis.

Par la suite, l'inflation future est modélisée stochastiquement respectivement au travers des modèle de régression multiple (cf. l'équation 5.1) et modèle de [VASICEK, 1997] (cf. l'équation ??).

En appliquant les estimateurs de l'inflation r_t pour $t \in \{n+1, \dots, 2n\}$, les effets calendaires ou facteurs exogènes futurs inconnus $\hat{\lambda}_t$ pour $t \in \{n+1, \dots, 2n\}$ peuvent être calculés selon la formule suivante :

$$\hat{\lambda}_t = \hat{\lambda}_{t-1} \cdot (1 + r_t), \quad (6.1)$$

où $\hat{\lambda}_n$ est déjà connu (voir équation 4.2.2). Les futurs sinistres incrémentaux $\hat{Z}_{i,j}$ ($i, j \in \Delta$ où $\Delta = \{i = 0, \dots, n; j = n - i + 1, \dots, n\}$ désignant le futur triangle encore inobservé) dans le triangle inférieur peuvent être prédit par la méthode de séparation selon la formule suivante : $\hat{Z}_{i,j} = N_i v_j \hat{\lambda}_t$ avec v_j représentant la cadence de règlement issu de l'équation 4.2.2 et $\hat{\lambda}_t$ issu de l'équation 6.1 dans laquelle le taux d'inflation futur r_t est modélisé par le modèle de régression multiple. N_i représentant le nombre total de sinistres par année de survenance n'est pas supposé connu (surtout à partir de $i \geq 1$) et fera l'objet d'un traitement particulier dans la suite.

Nous obtenons par la suite un estimateur des réserves totales qui est donné par :

$$\hat{R} = \sum_{\Delta} \hat{Z}_{i,j} \quad (6.2)$$

La méthode de séparation est une méthode déterministe similaire à la méthode classique de Chain-Ladder à la différence près qu'elle prend en compte les effets calendaires de l'année civile. [MACK, 1993], pour fournir une distribution prédictive complète, calcule l'erreur quadratique moyenne de prédiction (MSEP) pour la méthode de Chain-Ladder alors que [ENGLAND et VERRALL, 1999] introduisent le bootstrap en utilisant les modèles linéaires généralisés (GLM).

Le modèle de Chain-Ladder s'applique sur les ratio d'évolution et donc permet d'éviter le problème de "sinistres en commun". De plus, le calcul analytique de la MSEP nécessite une expression concrète de celle-ci et l'existence d'autres hypothèses de distribution (cf. [BJÖRKWALL *et al.*, 2010]).

Par conséquent, nous construisons une méthode de provisionnement prenant en compte l'inflation future des sinistres en appliquant la procédure de bootstrapping paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] afin d'obtenir la distribution prédictive des provisions pour sinistres pour la méthode de séparation.

6.2 Procédure paramétrique de BJÖRKWALL et al.

Le point de départ de cette procédure est le triangle de règlement supérieur. En se basant sur les données de sinistres disponibles, l'objectif est d'obtenir une distribution prédictive complète des provisions pour sinistres. Ainsi, au lieu d'une estimation ponctuelle

déterministe qui peut être obtenue par la méthode de séparation de [TAYLOR, 1977], la procédure bootstrap permet d'obtenir une distribution complète des provisions pour sinistres.

Comme mentionné plus haut, le nombre de total de sinistres par année de survenance n'est pas connu et suppose un traitement particulier, une hypothèse stochastique est donc effectuée. Il en sera de même pour les sinistres incrémentaux.

6.2.1 Nombre de sinistres distribués de façon stochastique

La méthode décrite par [TAYLOR, 1977] pour le comptage des sinistres est sans distribution alors que [VERBEEK, 1972] a adopté une distribution de Poisson.

Selon [BJÖRKWALL *et al.*, 2010], l'hypothèse d'un comptage des sinistres indépendant et distribué par une loi de Poisson donne un modèle très raisonnable pour le processus d'échantillonnage.

On suppose donc que :

$$N_{ij} \in \mathcal{P}(n_{ij}) \quad (6.3)$$

6.2.2 Coût des sinistres gamma-distribués

En outre il est supposé que les sinistres incrémentaux $Z_{i,j}$ sont indépendants et gamma-distribués, c'est-à-dire :

$$Z_{i,j} \sim \Gamma\left(\frac{N_i}{\phi}, v_j \lambda_t \phi\right), \quad (6.4)$$

ayant une moyenne donnée par :

$$\mathbb{E}(Z_{i,j}) = N_i \lambda_t v_j, \quad (6.5)$$

et une variance donnée par :

$$\mathbb{V}(Z_{i,j}) = N_i (\lambda_t v_j)^2 \phi \quad (6.6)$$

qui correspond à un GLM pondéré sous l'hypothèse d'une fonction de lien "log" et d'une distribution gamma. ϕ est une estimation de type Pearson tel que :

$$\phi = \frac{1}{|\nabla| - q} \sum_{\nabla} N_i \frac{(Z_{i,j} - \mathbb{E}(Z_{i,j}))^2}{(\mathbb{E}(Z_{i,j}))^2} = \frac{1}{|\nabla| - q} \sum_{\nabla} N_i \frac{(Z_{i,j} - N_i v_j \lambda_t)^2}{(N_i v_j \lambda_t)^2}, \quad (6.7)$$

où $|\nabla| = (n+1)(n+1)/2$ est le nombre d'observations dans ∇C et $q = 2n + 1$ est le nombre de paramètres à estimer par la méthode de séparation, c'est-à-dire v_j pour $j \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ et λ_t pour $t \in \{0, 1, \dots, n\}$.

La relation entre les réserves réelles R et son estimateur \hat{R} dans le monde réel est, substituée dans le monde bootstrap par leur contrepartie bootstrap. Par conséquent, l'erreur

de processus est inclus dans R^{**} , c'est-à-dire les réserves réelles dans le monde bootstrap, tandis que l'erreur d'estimation est incluse dans \hat{R}^* , c'est-à-dire les réserves estimées dans le monde bootstrap.

6.2.3 Mise en place et implémentation de la méthode

L'approche bootstrap paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] peut-être mise en oeuvre pour la méthode de séparation en utilisant 6.3 de la façon suivante.

Nous tirons B fois :

$$N_{ij}^* \in \mathcal{P}(n_{ij}) \quad \text{et} \quad N_{ij}^{**} \in \mathcal{P}(n_{ij}), \quad (6.8)$$

$\forall i, j \in \nabla$ et $\forall i, j \in \Delta$ respectivement. Nous obtenons ainsi les B pseudos-triangles ΔN^* et ΔN^{**} .

Ainsi, le nombre ultime de sinistres par année de survenance dans le monde bootstrap est donnée par :

$$N_i^{**} = \sum_{j \in \nabla_i} N_{ij}^* + \sum_{j \in \Delta_i} N_{ij}^{**} \quad (6.9)$$

Une fois les N_i^{**} calculés, Z_{ij}^* est simulé B fois selon 6.4 c'est-à-dire :

$$Z_{i,j}^* \sim \Gamma\left(\frac{N_i^{**}}{\phi}, v_j \lambda_t \phi\right), \quad (6.10)$$

$\forall i, j \in \nabla$, ce qui donne les pseudos-triangles ∇C^* .

Le processus d'estimation des v_j et λ_t sont calculés et répétés B fois pour chaque paire de pseudo-triangle.

Les nombres de sinistres sont prédits par $\nabla \hat{n}^*$ et obtenus par la méthode de Chain-Ladder pour ∇N^* dans le but d'estimer le nombre total de sinistres par année de survenance selon l'équation suivante :

$$\hat{N}_i^* = \sum_{j \in \nabla_i} N_{ij}^* + \sum_{j \in \Delta_i} \hat{n}_{ij}^* \quad (6.11)$$

Finalement les estimateurs pour les réserves dans le monde bootstrap sont obtenus par $\hat{R}_i^* = \sum_{j \in \Delta_i} \hat{Z}_{i,j}^*$ et $\hat{R}^* = \sum_{\Delta} \hat{Z}_{i,j}^*$.

Afin de générer les vraies réserves dans le monde bootstrap, c'est-à-dire les individuelles via $\hat{R}_i^{**} = \sum_{j \in \Delta_i} \hat{Z}_{i,j}^{**}$ et la totale via $\hat{R}^{**} = \sum_{j \in \Delta} \hat{Z}_{i,j}^{**}$, nous simulons encore une fois, toujours selon 6.4, pour tout $i, j \in \Delta$ afin d'avoir ΔC^{**} .

La distribution des $Z_{i,j}^{**}$ est paramétrée sur les estimations des v_j et λ_t , qui dans le monde bootstrap sont considérées comme constants au lieu de variables stochastiques. Par conséquent, les $Z_{i,j}^{**}$ sont simulés indépendamment les uns des autres, ce qui implique

une indépendance stochastique entre les R_i^{**} .

La dernière étape de la procédure de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] est de calculer les B erreurs de prédictions. La procédure est dite standardisée ou non standardisée selon la façon dont sont calculées les erreurs de prédiction.

Selon [BJÖRKWALL *et al.*, 2010], il est dit que pour de nombreuses procédures de bootstrapping, le rééchantillonnage de quantités standardisées augmente souvent la précision par rapport à celles non standardisées.

Nous résumons dans la figure 6.1 suivante l'ensemble des étapes qui viennent d'être décrites précédemment.

Etape 1 : Monde Réel

Sous-étape 1.1 : Le triangle du nombre de sinistres ∇N

- Prédire les valeurs futures du $\Delta \hat{n}$ en utilisant la méthode de Chain Ladder et une fois les valeurs obtenues, calculer les nombres de sinistres totaux par année de survenance \hat{N}_t .

Sous-étape 1.2 : Le triangle de paiement ∇C

- Utiliser les \hat{N}_t de la sous-étape précédente afin de prédire les $\Delta \hat{Z}$ et calculer les $\nabla \hat{Z}$ en utilisant la méthode de séparation.
- Estimer ensuite les réserves $\hat{R} = \sum_{\Delta} \hat{Z}_{ij}$ et calculer ϕ pour le processus d'échantillonnage.

Etape 2 : Monde Bootstrap

Sous-étape 2.1 : L'estimation des réserves pour sinistres

Sous-étape 2.1.1 : Le pseudo triangle du nombre de sinistres ∇N^*

- Simuler pour chaque $i, j \in \nabla$, le nombre de sinistres suivant une loi de poisson : $P(\hat{n}_{ij})$ afin d'obtenir dans la pseudo réalité ∇N^* ; puis prédire les valeurs futures du $\Delta \hat{n}^*$ en utilisant la méthode de Chain Ladder.
- Une fois les valeurs obtenues, calculer les nombres de sinistres totaux par année de survenance \hat{N}_t^* .

Sous-étape 2.1.2 : Le pseudo triangle de paiement ∇C^*

- Simuler pour chaque $i, j \in \Delta$, le nombre de sinistres suivant une loi de poisson : $P(\hat{n}_{ij})$ afin d'obtenir dans la pseudo réalité ΔN^* ; puis déterminer les nombres de sinistres totaux par année de survenance N_t^{**} en utilisant le triangle inférieur ∇N^* obtenu en 2.1.1 et le triangle supérieur ΔN^* calculé précédemment.
- Simuler pour chaque $i, j \in \nabla$, les valeurs incrémentales des sinistres qui suivent une loi gamma : $Z_{i,j} \sim \Gamma\left(\frac{N_t^{**}}{\phi}, \lambda_t v_j \phi\right)$ afin d'obtenir dans la pseudo réalité ∇C^* .
- Utiliser les \hat{N}_t^* issus du 2.1.1 afin de déterminer les \hat{Z}_{ij}^* du triangle inférieur grâce à la méthode de séparation et estimer ensuite les réserves $\hat{R}^* = \sum_{\Delta} \hat{Z}_{ij}^*$.

Sous-étape 2.2 : Les vraies réserves pour sinistres

- Simuler pour chaque $i, j \in \Delta$, les valeurs incrémentales des sinistres qui suivent une loi gamma : $Z_{i,j}^* \sim \Gamma\left(\frac{N_t^{**}}{\phi}, \lambda_t v_j \phi\right)$ afin d'obtenir dans la pseudo réalité ΔC^{**} .
- Estimer ensuite les réserves $R^{**} = \sum_{\Delta} \hat{Z}_{ij}^{**}$.
- Stocker les erreurs soit de façon normalisée ou non.
- Pour terminer, on retourne au début de l'étape 2 et on répète le tout B fois.

Etape 3 : Analyse de la distribution prédictive

On obtient la distribution prédictive des réserves R, les vraies dans le monde réel selon la méthode standardisation retenue :

- $\hat{R}^{**} = \hat{R} + pe^{**} \sqrt{Var(\hat{R})}$ pour la procédure standardisée.
- $\hat{R}^{**} = \hat{R} + pe^{**}$ pour la procédure non standardisée.

On peut représenter la distribution des B valeurs obtenues.

FIGURE 6.1 – Résumé de la procédure paramétrique.

Source : Résumé de la procédure dans l'article de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010].

6.3 Synthèse

Ce chapitre nous a permis de poser le cadre théorique pour l'implémentation de la procédure paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010]. Cette procédure permet de construire une méthode de provisionnement permettant de prendre en compte l'inflation des sinistres. Elle sera effectuée pour chacune des méthodes de projection de l'inflation future. Dans le prochain chapitre, il sera mis en place, sur la base de ces taux d'inflation futurs l'application de cette méthode et la présentation de l'ensemble des résultats de cette étude.

Chapitre 7

Applications : cas de l'assurance responsabilité civile générale et dommages aux biens

Ce chapitre présente une analyse empirique et numérique de l'inflation des sinistres des portefeuilles de l'étude. Le processus de calibrage et de simulation de l'inflation des sinistres est réalisé pour chaque portefeuille. Enfin, il est mis en application la méthode de provisionnement précédemment décrite et des tests de sensibilité sont effectués afin d'estimer le potentiel impact sur le taux d'inflation et par ricochet sur les réserves finales.

7.1 Analyse empirique de l'inflation

La méthode de séparation arithmétique de Taylor est utilisée pour les différents portefeuilles d'assurance de cette étude, en se basant sur le coût moyen. Pour obtenir ce triangle de coût moyen, on réalise une division entre le triangle des règlements incrémentaux et le triangle correspondant du nombre de sinistres.

Application au portefeuille Responsabilité civile générale

La méthode de séparation de Taylor permet d'aboutir aux cadences et aux facteurs d'inflation présentés dans le tableau 7.1. En comparaison, les cadences obtenues à l'aide de la méthode Chain-ladder dans le tableau 4.1 se situaient à 11,2%, 23,8% et 13,4% pour les premières années de développement. On peut observer une différence d'environ 3%, 5% et 3% respectivement par rapport aux valeurs obtenues avec la méthode de Taylor.

j	v_j	Exercice	$\lambda_{\text{Exercice}}$
0	14,4%	2009	5 214
1	28,3%	2010	4 089
2	14,3%	2011	4 512
3	10,1%	2012	4 917
4	9,0%	2013	5 466
5	6,5%	2014	5 252
6	3,7%	2015	5 746
7	4,5%	2016	6 915
8	3,5%	2017	7 277
9	1,2%	2018	7 876
10	1,5%	2019	6 748
11	2,7%	2020	8 755
12	0,3%	2021	11 616

TABLE 7.1 – Facteurs exogènes et cadences de règlement obtenus par la méthode arithmétique de Taylor pour le portefeuille Responsabilité civile générale

Application au portefeuille Dommages aux biens

La méthode de séparation de Taylor a donné les cadences et les facteurs d'inflation présentés dans le tableau 7.2. En parallèle, la méthode Chain ladder a fourni des cadences de 30,8%, 49,7% et 12,8% pour les premières années de développement, comme illustré dans le tableau 4.4. Ces valeurs présentent des variations minimales de respectivement 0,3%, 0,4% et 0,1% en comparaison avec les résultats issus de la méthode de Taylor. Néanmoins, on remarque que la cadence cumulée sur les deux premières années demeure constante à 80,6%, quelle que soit la méthode utilisée.

j	v_j	Exercice	$\lambda_{\text{Exercice}}$
0	30,5%	2009	2 741
1	50,1%	2010	2 235
2	12,9%	2011	2 249
3	3,5%	2012	2 278
4	1,6%	2013	2 103
5	0,4%	2014	2 229
6	0,3%	2015	2 300
7	0,4%	2016	2 255
8	0,1%	2017	2 195
9	0,3%	2018	2 479
10	0,3%	2019	2 124
11	0,0%	2020	2 239
12	0,0%	2021	3 284

TABLE 7.2 – Facteurs exogènes et cadences de règlement obtenus par la méthode arithmétique de Taylor pour le portefeuille Dommages aux biens

Grâce à la méthode de séparation arithmétique de Taylor, on obtient pour chaque portefeuille les effets de l'année civile λ_t de l'année 2009 à 2021 et l'inflation spécifique des sinistres r_t pour les années 2010 à 2021, inflation qui est calculée comme le glissement annuel ou encore le taux de variation entre deux années consécutives (cf. l'équation 6.1).

L'inflation moyenne en assurance responsabilité civile générale est de 8,03% pour une inflation totale se situant entre -21,58% et 32,68%. Concernant le portefeuille dommages aux biens, avec une inflation moyenne de 2,58%, l'inflation totale oscille entre -18,45% et 46,63% (voir le tableau 7.3).

La figure 7.1 illustre l'évolution historique extraite de l'inflation des sinistres sur la période de l'étude.

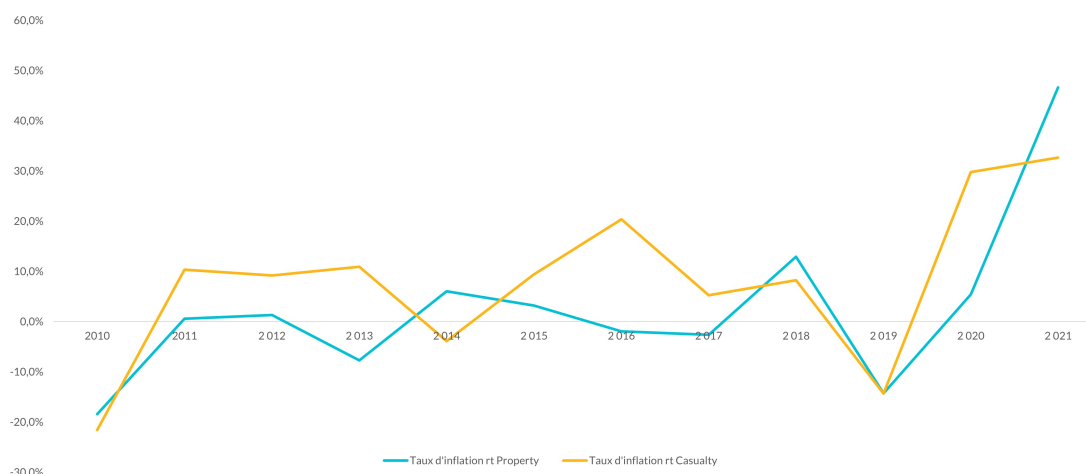


FIGURE 7.1 – Evolution historique de l'inflation des sinistres sur la période 2010-2021

7.2 Analyse numérique et calibrage de l'inflation

Nous étudions plus en détail l'inflation observée empiriquement en identifiant les facteurs déterminants économiques pertinents dans le cas de l'inflation spécifique des sinistres inhérente à chaque portefeuille.

Comme mentionné précédemment à la section 2.1.3, l'ensemble des variables retenues (les indices économiques) à inclure dans le modèle régression multiple pas à pas est basé sur des arguments économiques et se concentre sur les attributs qui caractérisent le mieux, de près ou de loin les coûts de la branche d'activité respective.

D'une part, concernant l'assurance responsabilité civile générale, les responsabilités peuvent découler de blessures corporelles ou de dommages matériels causés ou subis par l'employeur et/ou l'employé dans le cadre de l'exercice de son activité. Ainsi, les réclamations peuvent être divisées en blessures corporelles et dégâts matériels. Partant de ce constat, les indices liés au logements, aux bâtiments, et aux dépenses de santé pourraient être explicatifs de l'inflation des sinistres de ce type de portefeuille.

D'autre part, dans le cas de l'assurance dommages aux biens, les responsabilités découlent principalement de dégâts matériels. Étant en assurance d'entreprise et professionnelles, ces dégâts peuvent être très importants et pourraient s'expliquer par des indices principalement liés à l'évolution des coûts des matériaux et au logement.

La sphère économique étant imbriquée et surtout considérant que le niveau des prix est également dictée par une confrontation perpétuelle entre l'offre et la demande, d'autres indices économiques ont également été considérés afin de prendre en compte par exemple l'*inflation importée*¹.

1. Inflation due à une augmentation des coûts des produits importés. Elle prend tout son sens dans le contexte actuel avec la hausse des coûts des matières premières suite à la guerre en Ukraine.

Il est fourni dans le tableau suivant des statistiques descriptives sur l'échantillon de variables explicatives retenues² et de plus amples informations sur l'estimation de l'inflation des sinistres dans chacun de nos portefeuilles.

	<i>Intervalle</i>	<i>N</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Ecart-type</i>	<i>Minimum</i>	<i>Maximum</i>
Taux d'inflation r_t Responsabilité civile générale	2010 – 2021	12	8,03%	15,21%	-21,58%	32,68%
Taux d'inflation r_t Dommages aux biens	2010 – 2021	12	2,58%	15,69%	-18,45%	46,63%
Indice des prix à la consommation (IPC)	2010 – 2021	12	1,35%	1,44%	0,04%	2,11%
Indice des prix à la consommation harmonisé (IPCH)	2010 – 2021	12	1,57%	1,62%	0,10%	2,30%
Indice du coût de la construction INSEE (ICC_INSEE)	2010 – 2021	12	2,07%	2,53%	-0,91%	5,45%
Indice du coût de la construction FFB (ICC_FFB)	2010 – 2021	12	2,34%	2,37%	0,28%	4,76%
Index BT01 (Indice_BT01)	2010 – 2021	12	1,60%	1,83%	-2,33%	4,61%
PIB réel (PIB)	2010 – 2021	12	1,04%	3,29%	-7,54%	6,44%
Salaires réels (Salaires)	2010 – 2021	12	1,76%	2,44%	-3,95%	5,47%
Cours des matières premières (MP)	2010 – 2021	12	4,48%	11,45%	-4,98%	31,09%
Dépenses totales de santé (Depenses_sante)	2010 – 2021	12	2,97%	2,28%	1,44%	9,51%
Dépenses totales de santé en acbm ³ (Depenses_bm)	2010 – 2021	12	1,38%	1,26%	0,20%	3,99%
Indice de confiance du consommateur (ICC)	2010 – 2021	12	0,16%	0,97%	-1,27%	1,67%

TABLE 7.3 – Estimation de l'inflation des sinistres des portefeuilles responsabilité civile générale et dommages aux biens et sélection des variables explicatives : statistiques descriptives.

Afin de répondre d'une part, à l'un de nos objectifs spécifiques qui est de déterminer les facteurs explicatifs les plus pertinents inhérents à l'inflation des sinistres de nos portefeuilles, nous effectuons la procédure de régression pas à pas.

D'autre part, nous utilisons l'historique empirique des taux d'inflation extraits afin de calibrer le modèle de Vasicek.

2. Nous donnons l'intitulé total des variables et précisons entre parenthèses le nom des variables dans les différents modèles implémentés pour la suite.

7.2.1 Résultats du modèle de régression multiple

Portefeuille Responsabilité civile générale

Le tableau 7.4 présente les résultats du modèle final de régression multiple dans le cas de l'assurance responsabilité civile générale. On remarque particulièrement que l'indice des prix à la consommation harmonisé et l'indice des dépenses de santé en achat de biens médicaux montrent une relation significative statistiquement élevée avec le taux d'inflation des sinistres de la branche dommages aux biens. Ainsi, une augmentation des dépenses de santé et les progrès de la médecine affecteraient fortement les coûts des dommages corporels. Un constat qui est conforté en effectuant une analyse descriptive des sinistres du portefeuille qui a montré qu'il est constitué à plus de 85% de sinistres BI⁴. Les indices de salaire et du coût de la construction FFB présentent quant à eux une relation également positive avec le taux d'inflation mais qui n'est cependant pas significative au seuil requis de 5%.

	<i>Coefficients de régression β_j</i>	<i>Erreur Standard</i>	<i>Moyenne empirique</i>
Intercept	-0,047	0,014	–
IPCH	1,256**	0,682	0,021
ICC_FFB	0,908	0,447	0,023
Depenses_bm	0,757**	0,236	0,014
Salaires	0,179	0,023	0,016

*Métriques : **' Significativité au seuil de 5% , ***' Significativité au seuil de 1% , R-carré = 0,69 ; AIC = -26,13 ; p-value = 0,024 ; VIF = 2,06*

TABLE 7.4 – Estimation du modèle de régression linéaire multiple pour le portefeuille Responsabilité civile générale (observations annuelles de 2009 à 2021).

L'établissement du modèle conduit à un AIC de $-26,13$, un R -carré de $0,69$, une p – value significative et une VIF⁵ de $2,06$ qui rejette la multicolinéarité.

En observant l'évolution de l'indice des dépenses en achats de biens médicaux, on pourrait souligner que l'effet COVID a eu un impact sur la variation de celui-ci d'où son impact sur l'inflation ce qui ne serait pas le cas en temps normal. Ce impact observé met en exergue un effet de corrélation plutôt qu'un effet de causalité.

Les différentes métriques (p-value, R-carré, AIC) nous permettent de valider néanmoins de valider le modèle et les résultats confirment que les déterminants de l'inflation des sinistres varient en fonction du portefeuille et du secteur d'activité.

4. Bodily Injury : Dommages Corporels

5. Variance Inflation Factor. Des valeurs inférieures de VIF indiquent une multicolinéarité (des valeurs supérieures à 5 ou 10. La littérature ne s'accorde pas toujours sur laquelle de ces deux valeurs est à utiliser.

Portefeuille Dommages aux biens

Le tableau 7.5 présente les résultats du modèle final de régression multiple dans le cas de l'assurance dommages aux biens. On remarque ici que l'indice BT01 qui reflète l'évolution des coûts dans le secteur du bâtiment (salaires et charges, coût des matériaux, coût du matériel, frais de transports, frais d'énergie,...) et l'indice du coût de la construction publié par l'INSEE, qui mesure la fluctuation des prix de construction des nouveaux bâtiments résidentiels non communautaires en France, montrent une relation statistiquement significative et marquée avec le taux d'inflation des sinistres dans la branche des dommages aux biens pour les garanties examinées. Ainsi, une augmentation du prix des matériaux et du coût de la construction aurait un impact non négligeable sur les coûts des dommages matériels. En effectuant une analyse descriptive des sinistres du portefeuille, on remarque qu'il est constitué à 97% de sinistres en rapport avec la garantie "dégâts des eaux" et à 76% concerne les parcs immobiliers (bureaux). Les indices du coût de la construction FFB et le PIB présentent quant à eux une relation également positive avec le taux d'inflation mais qui n'est cependant pas significative au seuil requis de 5%. Le PIB apparaît toutefois comme une variable très intéressante ici car il relève l'aspect de risque de perte d'exploitation qui est pris en compte dans la couverture des entreprises du portefeuille. En effet, une entreprise qui ne peut poursuivre son activité suite à un sinistre subi, se verra rembourser sur sa période d'inactivité partiellement ou totalement son chiffre d'affaires, chiffre d'affaires qui rentre en compte dans le calcul de l'agrégat des valeurs ajoutées brutes pour l'établissement du PIB.

	<i>Coefficients de régression β_j</i>	<i>Erreur Standard</i>	<i>Moyenne empirique</i>
Intercept	-0,131	0,053	-
ICC_INSEE	0,183*	0,052	0,021
ICC_FFB	1,574	0,621	0,023
Indice_BT01	0,091**	0,023	0,018
PIB	2,101	0,845	0,010

*Métriques : *** Significativité au seuil de 5% , ***** Significativité au seuil de 1% ,
R-carré = 0,73 ; AIC = -20,43 ; p-value = 0,024 ; VIF = 1,62

TABLE 7.5 – Estimation du modèle de régression linéaire multiple pour le portefeuille Dommages aux biens (observations annuelles de 2009 à 2021).

L'établissement du modèle conduit à un AIC de $-20,43$, un *R-carré* de $0,73$, une *p-value* significative et une VIF de $1,62$ qui rejette la multicolinéarité.

Nous remarquons donc que les indices retenus contribuent dans une grande mesure à l'inflation des sinistres observée des portefeuilles d'assurance responsabilité civile et/ou dommages aux biens. Ils permettent de comprendre les mieux moteurs économiques régissant ceux-ci et restent également pertinents dans la gestion actif-passif pour prédire, par exemple, l'impact sur les réserves.

7.3 Impact de l'inflation des sinistres : mise en place du modèle de provisionnement stochastique

Nous analysons dans cette section l'impact de l'inflation des sinistres sur les réserves en comparant les distributions prédictives obtenues après application de la procédure de bootstrap paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] (voir section 6.2) incluant les taux d'inflation des sinistres déterministes et stochastiques pour chaque portefeuille. Nous comparons par ailleurs ces résultats obtenus pour les deux types de procédures (standardisée et non-standardisée) au benchmark que constitue la méthode classique de Chain-Ladder.

Les paramètres d'entrée résultants pour le modèle de [VASICEK, 1997] sont donnés dans les tableaux ?? et ??, tandis que ceux donnés par la calibration du modèle de régression multiple sont consignés dans les tableaux 7.4 et 7.5.

Pour calculer les provisions pour sinistres, nous simulons le taux d'inflation pour nos deux modèles avec 10000 simulations⁶. De plus, nous appliquons respectivement les taux d'inflation constants de 8,03% et 2,58% qui représentent les inflations moyennes des portefeuilles Responsabilité civile générale et Dommages aux biens ; puis nous effectuons également la méthode du taux constant par morceaux sur l'historique d'inflation empirique extrait par la méthode de [TAYLOR, 1977]. La procédure de bootstrap paramétrique de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] décrite en 6.2 est ensuite appliquée avec $B = 10000$ simulations pour chaque prédiction. Nous obtenons ensuite les résultats suivants :

Portefeuille Responsabilité civile générale

Le tableau 7.6 présente les différents montants de provisions obtenus selon les différentes méthodes de projections pour chacun des types de procédure pour le portefeuille Responsabilité civile générale. Les provisions obtenues sont toutes supérieures à la réserve fournie par la méthode de Chain-Ladder sauf la méthode du taux constant par morceaux. Cela s'explique par le fait que les taux projetés par cette méthode sous-estiment l'impact de l'inflation car elle ne tient pas compte des fluctuations potentielles entre les paliers choisis pour la projection.

Ainsi la méthode classique de Chain-Ladder sous-estimerait les réserves pour sinistres car elle ne serait pas en mesure de prendre en compte les changements imprévisibles des effets de l'année civile. Ce constat conforte et souligne l'importance de traiter explicitement l'inflation des sinistres lors du calcul des réserves.

On remarque également que les provisions obtenues selon la procédure standardisée ne sont pas très éloignées de celles obtenues par la non-standardisée bien qu'elles soient légèrement supérieures pour les 4 méthodes, ce qui est cohérent avec la revue de littérature (voir [BJÖRKWALL *et al.*, 2010]). Dans la suite, l'accent est mis sur les résultats obtenus par la procédure standardisée qui se veut plus prudente pour l'assureur.

6. Nous avons choisi un nombre de simulations suffisamment grand afin que les résultats soient stables.

<i>Méthode de projection</i>	<i>Provisions selon la procédure paramétrique standardisée(en M USD)</i>	
	<i>Moyenne</i>	<i>Volatilité</i>
Taux constant (modèle de référence)	38,43	13
Modèle de régression multiple	39,85	19
Chain Ladder	33,44	11

TABLE 7.6 – Estimation des provisions pour sinistres calculées selon la procédure paramétrique de Bjorkwall and al. pour différentes méthodes de projection : cas du portefeuille Responsabilité civile générale.

Le tableau 7.7 quant à lui présente à des fins de comparaisons, les réserves individuelles obtenues dans le cas de la procédure standardisée pour chacune des méthodes de projections et les compare à celles fournies par la méthode de Chain-Ladder.

<i>Années</i>	<i>Taux d'inflation constant moyen</i>	<i>Modèle de régression multiple</i>	<i>Chain Ladder</i>
2010	44 395	50 135	41 824
2011	488 168	549 561	332 665
2012	801 649	882 302	566 394
2013	808 848	846 608	667 192
2014	1 278 559	1 336 508	1 004 658
2015	2 178 772	2 299 402	1 621 492
2016	2 368 202	2 481 251	2 034 972
2017	3 275 386	3 407 439	2 621 400
2018	3 921 136	4 064 640	2 697 480
2019	5 415 951	5 581 220	3 998 125
2020	6 339 572	6 493 688	6 516 530
2021	11 508 905	11 859 459	11 341 571
Total	38 429 542	39 852 213	33 444 303

TABLE 7.7 – Estimation des réserves individuelles calculées selon la procédure paramétrique standardisée pour différentes méthodes de projection : cas du portefeuille Responsabilité civile générale.

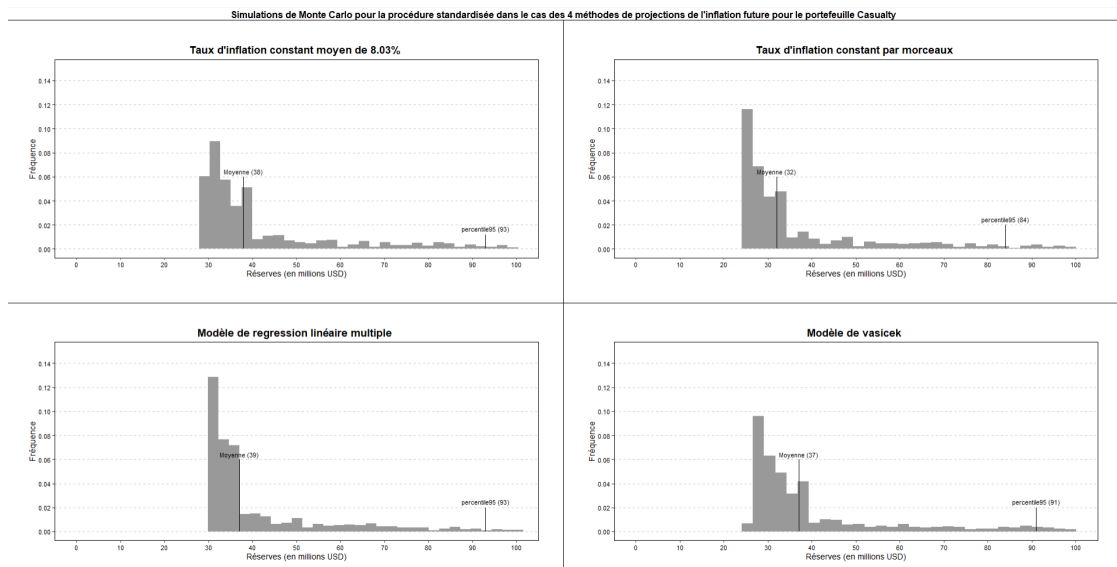


FIGURE 7.2 – Répartition des provisions pour sinistres calculées en utilisant différents taux d’inflation des sinistres à la suite de la simulation de Monte Carlo pour le portefeuille Responsabilité civile générale.

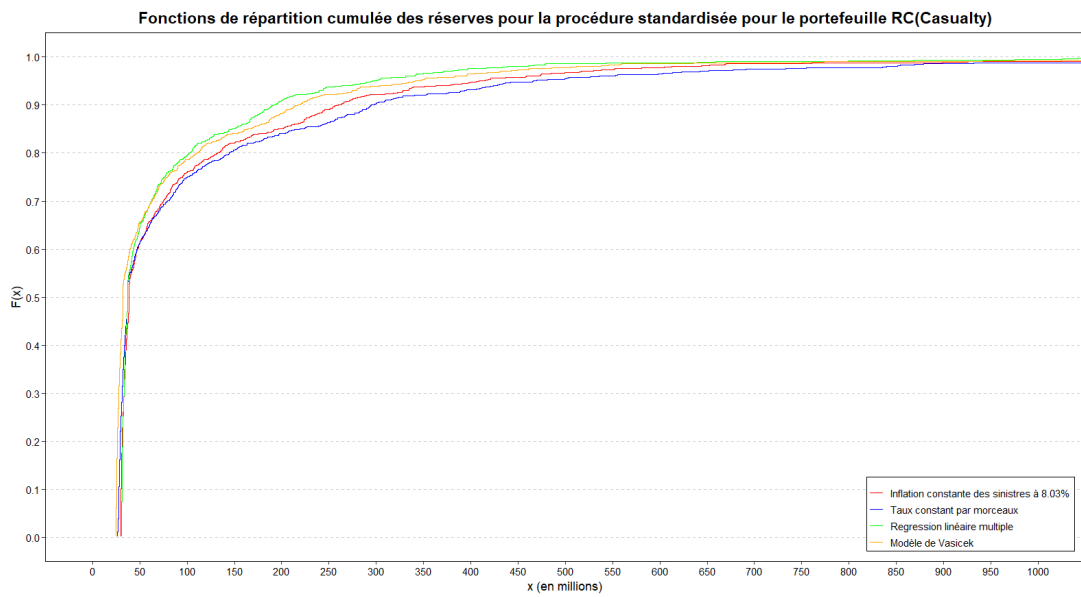


FIGURE 7.3 – Fonctions de distributions cumulées des provisions pour sinistres de la figure 7.2.

Nous représentons à la figure 7.2 les distributions prédictives des réserves obtenues pour la méthode standardisée qui est beaucoup plus *prudente*.

Pour l'ensemble des graphiques dans les quatre cadrans, on observe une distribution décalée vers la droite, chose logique pouvant s'expliquer par l'hypothèse faite lors de la configuration de la procédure qui suppose que les sinistres incrémentaux sont gamma-distribués. Les écarts-types sont respectivement (en millions USD) de 13, 19 et 11.

Afin de comparer encore plus les résultats des provisions calculées selon ces divers modèles, nous déterminons et représentons à la figure 7.3 les fonctions cumulées des provisions obtenues. Les résultats montrent que les réserves obtenues avec le modèle de régression multiple sont plus grandes que les trois autres. Il s'en suit le modèle de [VASICEK, 1997] et on constate que la méthode du taux constant par morceaux est dominée par les trois autres.

Il est également important de souligner toujours selon la figure 7.3, que le modèle de régression multiple conduit à des réserves supérieures dans le cadre actuel. Cette observation pourrait s'expliquer par le contexte inflationniste auquel nous faisons face. En effet, ce modèle présente bien des avantages en son sens où il est dynamique et permettrait à l'assureur d'ajuster ses taux d'inflation en fonction de la hausse ou la baisse d'un des indices explicatifs et facilite d'office les anticipations futures. Le modèle de [VASICEK, 1997] quant à lui est statique. Il n'est pas adaptatif et en situation inflationniste, le montant des réserves ne serait pas impacté.

En résumé, l'inflation n'ajoute pas beaucoup de volatilité par rapport à la volatilité naturelle hors inflation.

Portefeuille Dommages aux biens

Le tableau 7.8 présente les différents montants de provisions obtenus selon les différentes méthodes de projections pour chacun des types de procédure pour le portefeuille Dommages aux biens. Les provisions obtenues sont toutes supérieures à la réserve fournie par la méthode de Chain-Ladder.

On remarque également que tout comme dans le cas du portefeuille Responsabilité civile générale, les valeurs des réserves selon les deux types de procédures sont relativement proches ce qui est en accord avec la revue de littérature (voir [BJÖRKWALL *et al.*, 2010]). Le tableau 7.9, quant à lui présente les réserves individuelles obtenues pour la procédure standardisée.

<i>Méthode de projection</i>	<i>Provisions selon la procédure paramétrique standardisée(en M USD)</i>	
	<i>Moyenne</i>	<i>Volatilité</i>
Taux constant (modèle de référence)	7,23	5
Modèle de régression multiple	8,19	9
Chain Ladder	7,76	4

TABLE 7.8 – Estimation des provisions pour sinistres calculées selon la procédure paramétrique de Bjorkwall and al. pour différentes méthodes de projections : cas du portefeuille Dommages aux biens.

Années	<i>Taux d'inflation constant moyen</i>	<i>Modèle de régression multiple</i>	<i>Chain Ladder</i>
2010	7 466	9 281	7 281
2011	9 433	14 170	11 959
2012	21 007	24 811	16 992
2013	24 439	25 017	22 178
2014	51 185	63 898	39 932
2015	52 122	68 779	52 562
2016	75 738	88 804	83 818
2017	118 317	140 827	116 430
2018	226 304	271 031	256 148
2019	532 104	634 786	412 013
2020	1 987 281	1 696 429	1 143 230
2021	4 125 976	5 147 448	2 882 222
Total	7 231 371	8 185 279	5 044 766

TABLE 7.9 – Estimation des réserves individuelles calculées selon la procédure paramétrique standardisée pour différentes méthodes de projection : cas du portefeuille Dommages aux biens.

Nous présentons à la figure 7.4 les distributions prédictives des réserves obtenues pour la méthode standardisée. Pour l'ensemble des graphiques dans les quatre cadrans, on observe également une distribution décalée vers la droite, tout comme pour le portefeuille Responsabilité civile générale. Les écarts-types sont respectivement (en millions USD) en allant de la méthode du taux constant (inflation moyenne) au modèle de [VASICEK, 1997] de 5, 2, 9 et 7.

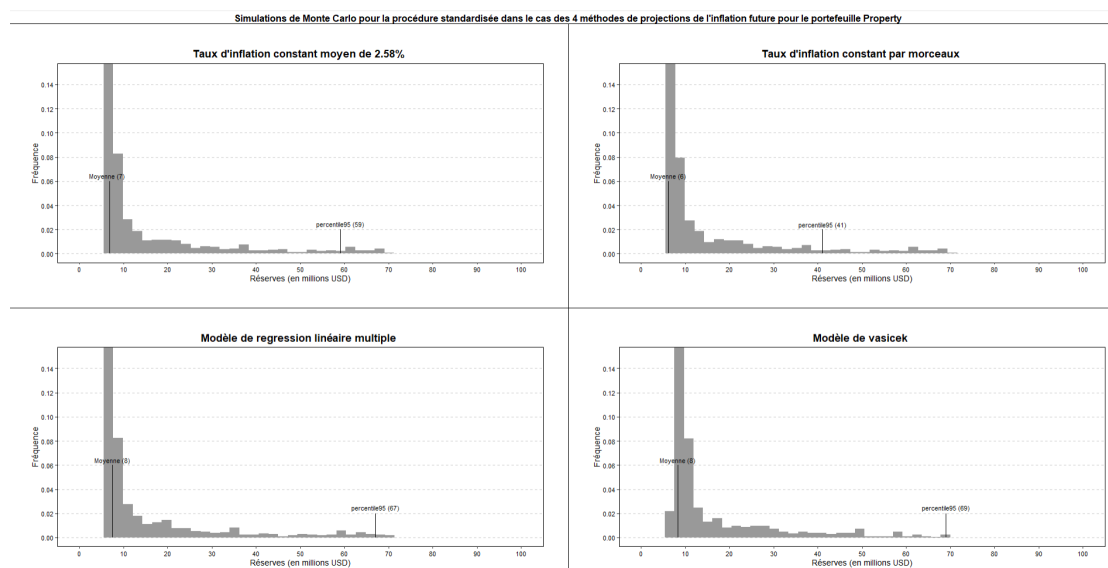


FIGURE 7.4 – Répartition des provisions pour sinistres calculées en utilisant différents taux d’inflation des sinistres à la suite de la simulation de Monte Carlo : cas du portefeuille Dommages aux biens.

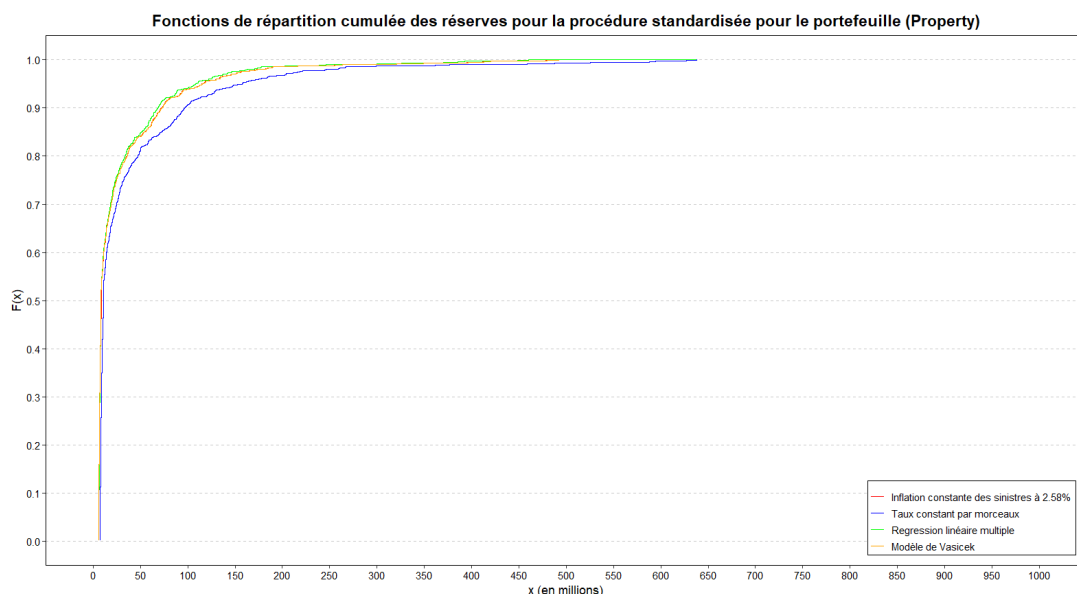


FIGURE 7.5 – Fonctions de distributions cumulées des provisions pour sinistres de la figure 7.4.

Afin de comparer encore plus les résultats des provisions calculées selon ces divers modèles pour ce portefeuille, nous déterminons et représentons les fonctions cumulées des provisions obtenues par celles-ci à la figure 7.5. Les résultats et conclusions restent

les mêmes que celles présentées dans le cas de l'assurance responsabilité civile générale.

Note : Les graphiques présentés précédemment sont également disponibles pour les deux portefeuilles dans le cas de la procédure non-standardisée à l'annexe F.

7.4 Analyse et Tests de sensibilité

Il est réalisé dans ce paragraphe des tests de sensibilité afin de voir l'impact de "chocs" sur le taux d'inflation et par ricochet sur les réserves. Les résultats sont présentés explicitement pour la procédure paramétrique standardisée.

Ces tests de sensibilité seront effectués pour le modèle de régression multiple et principalement sur les variables explicatives relevées par le modèle pour chacun des portefeuilles. Un scénario extrême à la hausse est envisagé :

- **Cas Limite Supérieur** : Dans ce scénario, nous supposons que l'environnement économique *explose*. Il est donc fait l'hypothèse que les variables (indices économiques) sur la période de l'étude sont toutes à leur maximum.

Nous étendons spécifiquement pour cette partie, la période de l'étude à 2022 afin de fournir un cadre plus réaliste, surtout que lors de cette année plus récente, les taux ont atteint, de manière générale, un pic plus élevé.

Portefeuille Responsabilité civile générale

Cas limite supérieur

	<i>Coefficients de regression B_j</i>	<i>Maximum</i>	<i>Impact sur le taux d'inflation</i>	<i>Réserve</i>
Intercept	-0,047	-		
IPCH	1,256	5,90%		
ICC_FFB	0,908	8,12%	14,08%	50 378 519
Depenses_bm	0,757	3,99%		
Salaires	0,179	5,47%		

TABLE 7.10 – Scénario à la hausse : cas du portefeuille d'assurance Responsabilité civile

Portefeuille Dommages aux biens

Cas limite supérieur

	<i>Coefficients de regression B_j</i>	<i>Maximum</i>	<i>Impact sur le taux d'inflation</i>	<i>Réserve</i>
Intercept	-0,131	-		
ICC_INSEE	0,183	7,93%		
ICC_FFB	1,574	8,12%	18,86%	12 270 776
Indice_BT01	0,091	4,61%		
PIB	2,101	8,24%		

TABLE 7.11 – Scénario à la hausse : cas du portefeuille d'assurance Dommages aux biens

La réalisation de ces tests de sensibilité nous permet de mettre en évidence deux aspects que nous jugeons particulièrement intéressants.

Le premier est l'aspect adaptatif du modèle utilisant les indices économiques. Il permet de tenir compte, à juste titre de potentiels changements de la conjoncture et de réagir en conséquence en proposant des provisions qui y sont associées.

Le deuxième demeure une continuité du premier aspect. Il s'agit de la construction de scénarios. L'application pratique nous a permis de constituer pour chacun des portefeuilles une *fourchette* (bien qu'elle soit large due aux scénarios envisagés) de provisions dans lesquelles l'actuaire chargé du provisionnement pourrait faire ses ajustements.

Chapitre 8

Apports, limites et ouvertures de l'étude proposée

Ce chapitre fait office de synthèse au niveau de l'apport de cette étude tant sur le plan qualitatif que quantitatif. Il est également question de présenter les difficultés rencontrées dans la réalisation de cette étude et de discuter des possibilités d'amélioration dans des études ultérieures.

8.1 Apports de l'étude

Dans ce mémoire, nous analysons l'inflation des sinistres dans le domaine de l'assurance non-vie, en se basant sur des données empiriques provenant de deux types d'assurance spécifique : la responsabilité civile générale et les dommages aux biens. Ces assurances professionnelles, fournies par une compagnie d'assurance non-vie majeure, servent de fondement à notre étude. Notre contribution à la littérature s'articule autour de deux axes principaux.

Premièrement, nous identifions les principaux éléments qui sous-tendent l'inflation des sinistres, en se basant sur les données empiriques des portefeuilles mentionnés précédemment. Cette démarche enrichit la compréhension du marché en fournissant des informations uniques. Pour ce faire, nous commençons par isoler les effets des années civiles à l'aide d'une approche de séparation inspirée de [TAYLOR, 1977]. Ensuite, nous utilisons des régressions linéaires multiples pour déterminer les facteurs clés (indices économiques) qui influent sur le risque d'inflation spécifique à chaque portefeuille. C'est une approche qui nous donne une perspective centrale sur les principaux moteurs de l'inflation des sinistres, propres à chaque type d'assurance. Par exemple, les résultats obtenus mettent en avant l'impact significatif des avancées technologiques dans le domaine médical, qui dépassent nettement l'inflation standard mesurée par l'indice des prix à la consommation. Ainsi, une augmentation des prix de certaines thérapies peut avoir un impact à la hausse sur les coûts des dommages corporels, par exemple dans le cadre de l'assurance civile générale. Cependant, cette même augmentation n'affecte pas les coûts pour d'autres secteurs d'activité tels que l'assurance dommages aux biens. Nous avons ainsi montré que le risque d'inflation est étroitement lié au domaine d'activité et que les facteurs déterminants de cette inflation spécifique peuvent différer de façon significative.

Deuxièmement, notre travail propose une approche de modélisation en plusieurs étapes pour traiter l'inflation des sinistres en assurance non-vie, en mettant l'accent sur le provisionnement pour sinistres à payer. Nous appliquons cette approche à un ensemble de données soigneusement sélectionné, constitué de triangles de paiement de sinistres pour les portefeuilles d'assurance responsabilité civile générale et dommages aux biens. Notre contribution à la littérature se situe au niveau de l'analyse des effets de l'inflation superposée (discutée dans le paragraphe précédent) sur le provisionnement des sinistres dans le contexte spécifique de l'activité d'assurance considérée. Pour ce faire, nous adoptons une méthode de bootstrap paramétrique pour la méthode de séparation introduite par [BJÖRKWALL *et al.*, 2010], où les paiements supplémentaires de sinistres sont supposés suivre une distribution gamma. Cette approche nous permet d'obtenir des estimations prédictives des provisions pour sinistres, tout en prenant en compte l'impact de l'extrapolation de l'inflation future à partir des indices économiques clés. De plus, pour mieux appréhender les effets des années civiles, nous modélisons l'inflation des sinistres à l'aide de régressions linéaires multiples et du modèle de [VASICEK, 1997], élargissant ainsi le cadre proposé par [BJÖRKWALL *et al.*, 2010]. Les résultats obtenus mettent en évi-

dence l'importance substantielle du risque d'inflation et soulignent la pertinence de notre approche pour un calcul précis des provisions pour sinistres.

8.2 Limites et ouvertures possibles

8.2.1 Concernant la segmentation et la nature du risque

Dans le but d'améliorer la précision des résultats, il serait judicieux d'approfondir la sélection des garanties ou des types de sinistres. Par exemple, dans le domaine de l'assurance Responsabilité civile générale, les sinistres impliquant des dommages corporels diffèrent notablement des sinistres matériels. En conséquence, l'inflation des sinistres peut varier pour ces deux catégories distinctes de dommages.

Par conséquent, une stratégie à envisager serait de subdiviser davantage le portefeuille initial en sous-portefeuilles distincts ou de réaliser des analyses au niveau des polices d'assurance. Cette approche permettrait d'améliorer l'estimation en proposant des analyses plus ciblées. Dans le contexte de cette étude, en raison de la structure et de la disponibilité des données, nous avons utilisé des données qui agrègent les deux types de dommages à un niveau global. Il serait également pertinent de considérer une segmentation géographique pour les sinistres corporels. En effet, vu que le risque "dommages corporels" dépend du portefeuille, une segmentation géographique serait intéressante à appliquer (campagnes versus villes) et les assureurs devraient en tenir compte lors de l'étude de l'inflation des sinistres (voir [BOHNERT *et al.*, 2015]). De plus, on pourrait également considérer une analyse par type d'industrie car les secteurs d'activité des entreprises étant divers et variés et donc soumis à l'inflation de façon différente.

8.2.2 Concernant les données externes sélectionnées

Les données externes, principalement constituées d'indices économiques, ont été utilisées dans le cadre de cette étude pour analyser les moteurs économiques de l'inflation des sinistres pour chaque portefeuille considéré (Responsabilité civile générale et Dommages aux biens). Cependant, il est important de noter que ces données ne sont pas exhaustives et qu'il est possible que certaines variables ayant un impact sur l'inflation n'aient pas été prises en compte. Par conséquent, cette étude pourrait bénéficier d'une expansion en incluant d'autres sources de données externes.

Un phénomène significatif, de plus en plus prévalent aux États-Unis et qui pourrait potentiellement toucher la France, est l'inflation sociale. La convergence des tendances sociétales et juridiques a conduit à une augmentation des litiges. En effet, lors du règlement des sinistres, les assurés ont souvent recours aux tribunaux, ce qui peut aboutir à des coûts de règlement finaux qui diffèrent grandement des estimations initiales. Par conséquent, intégrer la mesure de cette dimension de l'inflation pourrait contribuer à des estimations plus précises lors de l'établissement des réserves.

Un autre aspect à prendre en considération est celui de la fraude. Avec les avancées technologiques, notamment l'intelligence artificielle, le phénomène de fraude pourrait potentiellement s'amplifier et avoir un impact sur les coûts de règlement. À cet égard, une directive sur la responsabilité en matière d'intelligence artificielle a été élaborée pour compléter et moderniser le cadre de responsabilité civile de l'Union Européenne, en introduisant pour la première fois des règles spécifiques pour les dommages causés par les systèmes d'intelligence artificielle.

8.2.3 Concernant les méthodes utilisées

Les méthodes employées au sein de ce mémoire sont adaptées en fonction des exigences et des ressources informatiques disponibles. Une optimisation de ces méthodes pourrait potentiellement engendrer une amélioration de la qualité des résultats obtenus.

En ce qui concerne la projection du taux d'inflation au moyen d'indices économiques pertinents, il serait possible d'obtenir des résultats considérablement améliorés en effectuant des prévisions de ces indices sur l'horizon souhaité en se basant sur un historique plus étendu. Cependant, en raison de restrictions liées aux données, l'approche adoptée dans cette étude consiste à utiliser la moyenne historique. Néanmoins, il serait envisageable de recourir aux modèles classiques de séries temporelles et/ou aux modèles d'apprentissage automatique afin de générer des prévisions plus pertinentes. Cette approche permettrait d'obtenir des taux d'inflation plus réalistes et des estimations de réserves plus précises.

Une autre limite à l'étude est que nous présumons que le passé est prédictif. Or, il peut y avoir des facteurs imprévisibles qui entrent en jeu. Par exemple un choc d'inflation lié à une catastrophe naturelle en Dommages aux biens (pénurie de matières premières et de main d'œuvre), ou encore plus usuel : un contexte nouveau de mouvement social impactant l'inflation.

Conclusion

Étude principalement menée sur le côté droit du bilan de l'assureur, les travaux effectués dans ce mémoire ont pour objectif général de mesurer l'impact de l'inflation spécifique des sinistres sur les provisions d'un assureur non-vie pour des portefeuilles d'assurance responsabilité civile générale et dommages aux biens des entreprises.

Ainsi, nous avons dans un premier temps extrait les facteurs exogènes grâce à la méthode de séparation arithmétique de [TAYLOR, 1977], puis déterminé les taux d'inflation empiriques qui correspondent aux taux de variations de ces facteurs exogènes pour chaque portefeuille.

Ces taux d'inflation obtenus ont été calibrés pour obtenir l'inflation future selon diverses méthodes : deux méthodes déterministes que sont le taux constant d'inflation moyen et la méthode du taux constant par morceaux et deux méthodes stochastiques que sont le modèle de régression multiple pas à pas et le modèle de [VASICEK, 1997].

Nos résultats au travers de l'utilisation du modèle de régression multiple montrent que l'inflation des sinistres est particulièrement influencée par des facteurs et indices économiques liés aux dépenses de santé, aux prix à la consommation et à l'évolution du coût des matériaux et de la construction. Ces résultats varient en fonction de la nature de chaque portefeuille et montrent la nécessité de traiter spécifiquement l'inflation des sinistres de l'assureur car l'ampleur et les moteurs de l'inflation des sinistres dépendent fortement de la branche d'activité considérée.

Il est par suite construit une méthode de provisionnement prenant en compte l'inflation spécifique des sinistres. La distribution prédictive des réserves est obtenue pour chacune des méthodes de calibration de l'inflation future et permet d'évaluer la robustesse de chacune en effectuant des comparaisons. De plus, nos résultats soulignent que les réserves calculées selon la méthode classique de Chain Ladder peuvent être mal estimées par rapport aux modèles de provisionnement stochastiques qui tiennent compte explicitement des effets de l'inflation stochastique de l'année civile et prennent en considération les indices économiques inhérents à cette inflation.

Pour conclure, nos résultats mettent en exergue l'importance de traiter adéquatement

le risque d'inflation lors du calcul des provisions, car une analyse des facteurs d'influence déterminants de l'inflation des sinistres reste d'une grande pertinence pour la gestion des risques lorsqu'on considère les différents impacts de l'inflation sur les actifs et les passifs. En effet, suite à une inflation, l'actif est indirectement impacté à cause de la réaction des banques centrales concernant le taux sans risque. La relation inverse entre ce taux et le prix des obligations implique qu'une hausse du taux sans risque provoque une baisse du cours des obligations et donc une baisse de l'actif, ce qui a un impact sur les fonds propres de l'assureur et peut remettre en cause la solvabilité de ce dernier.

Partant de ce constat, des recherches supplémentaires demeurent nécessaires dans l'optique d'une évaluation complète de l'actif et du passif.

Annexe A

Les branches de l'assurance non-vie

1. Accidents
2. Maladies
3. Corps de véhicules terrestres, autres que ferroviaires
4. Corps de véhicules ferroviaires
5. Corps de véhicules aériens
6. Corps de véhicules maritimes, lacustres et fluviaux
7. Marchandises transportées
8. Incendies et éléments naturels
9. Autres dommages aux biens
10. R.C véhicules terrestres automoteurs
11. R.C véhicules aériens
12. R.C véhicules maritimes, lacustres et fluviaux
13. R.C générale
14. Crédit
15. Caution
16. Pertes pécuniaires diverses
17. Protection juridique
18. Assistance

Annexe B

Etude des indices

B.1 L'indice des prix à la consommation

Selon l'INSEE : "L'indice des prix à la consommation (IPC) est l'instrument de mesure de l'inflation. Il permet d'estimer, entre deux périodes données, la variation moyenne des prix des produits consommés par les ménages. C'est une mesure synthétique de l'évolution de prix des produits, à qualité constante."

B.2 L'indice des prix à la consommation harmonisé

D'après l'INSEE, l'indice des prix à la consommation harmonisé (IPCH) joue un rôle crucial en garantissant le respect du critère de convergence relatif à la stabilité des prix au sein de l'Union européenne. Étant donné que les méthodes de calcul des indices de prix nationaux peuvent varier entre les États membres, cela peut entraîner une absence de comparabilité. C'est pourquoi les indices de prix à la consommation harmonisés sont calculés au moyen d'une méthode uniforme visant à améliorer la comparabilité. Concrètement, l'IPCH ne prend en compte que le pourcentage de la charge supportée par le consommateur (après remboursement).

B.3 L'indice du coût de construction de l'INSEE

Selon l'INSEE : "L'indice du coût de la construction (ICC) est un indice trimestriel qui mesure l'évolution du prix de construction des bâtiments neufs à usage principal d'habitation non communautaire en France métropolitaine (entre 1953 et 1956 il a réellement mesuré l'évolution des coûts, et son nom a perduré). Il est calculé par l'Insee en collaboration avec le service statistique du ministère en charge du logement."

B.4 L'indice du coût de construction de la FFB

D'après la Fédération Française du Bâtiment (FFB), cet indice est dérivé du coût de construction d'un immeuble locatif standard à Paris. Il enregistre les variations des coûts des différentes composantes de la construction. Néanmoins, ce calcul exclut la valeur des terrains. Publié trimestriellement, cet indice a une base de référence de 1 au 1er janvier 1941.

B.5 L'index BT01

Indice national du bâtiment, il constitue la référence officielle de révision des prix de construction qui mesure l'évolution du coût des facteurs de production dans le bâtiment.

B.6 Le PIB réel

Le déflateur du PIB est une grandeur utilisée pour la mesure de l'inflation des prix et est égale au rapport entre le PIB nominal et le PIB réel. Contrairement à l'indice des prix à la consommation qui est basé sur un panier de biens donné, le déflateur du PIB prend en compte la variation de prix de tous les biens et services de l'économie donnant ainsi une mesure plus représentative de l'inflation.

B.7 Les salaires réels

Le salaire réel désigne la part effective de la valeur ajoutée qui est allouée aux employés. Cette notion est en étroite relation avec la notion de pouvoir d'achat, qui repose sur le revenu disponible.

B.8 Le cours des matières premières

Selon l'INSEE : "L'indice des prix des matières premières (hors énergie) vise à refléter l'évolution des cours des principales matières premières importées par la France. Les prix à un niveau désagrégé, par matière première, sont également disponibles."

B.9 Les dépenses totales de santé

À partir de l'année 2006, l'Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE), Eurostat et l'Organisation mondiale de la santé (OMS) ont adopté conjointement un concept universel pour la comparaison des dépenses de santé au sein de leurs membres : cette approche repose sur la notion de dépense totale de santé.

Selon l'OCDE : "les dépenses totales de santé correspondent à la consommation finale de produits et de services de santé plus les dépenses d'investissement dans l'infrastructure

B.10. LES DÉPENSES TOTALES DE SANTÉ EN ACHAT DE BIEN MÉDICAUX⁸⁵

des soins de santé. Elles incluent les dépenses des agents publics et privés (y compris les ménages) en biens et services médicaux ou consacrées aux programmes de santé publique et de prévention et à l'administration."

B.10 Les dépenses totales de santé en achat de bien médicaux

Elles comprennent de façon spécifique les dépenses des agents publics et privés en achat de biens et fourniture de services médicaux.

B.11 L'indice de confiance du consommateur

Selon l'OCDE : "L'indice de confiance des consommateurs repose sur les prévisions d'achats importants et sur la situation économique des ménages, tant actuellement qu'à court terme. On recueille les opinions par rapport à la normale ; l'écart entre les réponses positives et négatives fournit un indice qualitatif des conditions économiques."

Annexe C

Modèles factoriels : Le modèle de De Vylder

La méthode s'applique aux montants non cumulés $Z_{i,j}$ (ou aux taux de sinistres correspondants) sous la forme d'un produit de paramètres attribués à chaque direction du triangle de liquidation, tel qu'illustré dans la figure C.1.

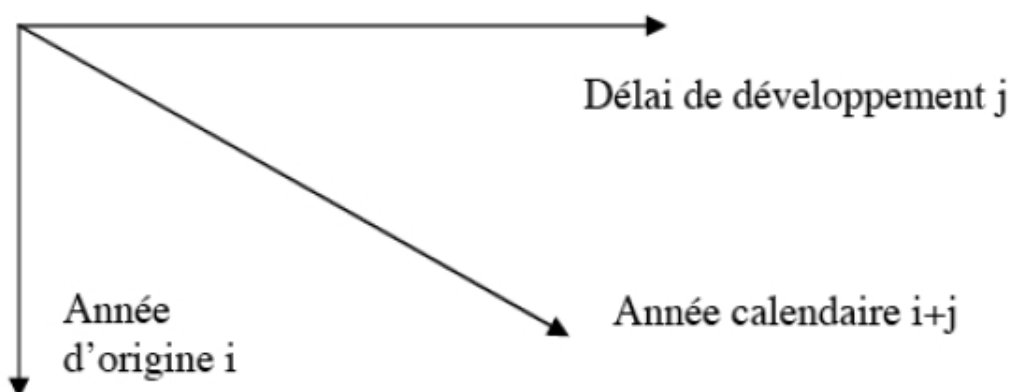


FIGURE C.1 – Orientation des triangles pour les modèles factoriels.

Le modèle de De Vylder est un modèle factoriel où les paiements incrémentiels sont exprimés comme suit : pour tout $0 \leq i \leq I$, $0 \leq j \leq J$, $Z_{i,j} = x_i y_j \lambda_{i+j}$. Les paramètres des trois directions sont x_i , y_j et λ_t . Ce modèle implique un nombre substantiel de paramètres $(2I + J + 1)$, qui reste néanmoins inférieur au nombre total de paramètres lorsque $I > 4$.

Dans cette formulation, les trois facteurs ne sont pas identifiables, car les vecteurs $[(x_i), (y_j), (\lambda_t)]$ et $[(ax_i), (\frac{y_i}{a}), (\lambda_t)]$ conduisent aux mêmes valeurs de $Z_{i,j}$. En supposant une inflation annuelle constante, le paramètre $\lambda_{i+j} = (1 + \tau)^{i+j}$ peut être intégré

dans les autres paramètres. Par conséquent, le modèle retenu est le suivant : pour tout $0 \leq i \leq I$, $0 \leq j \leq J$, $Z_{i,j} = x_i y_j$.

Remarque :

- En imposant la contrainte $\sum_{j=0}^J y_j = 1$, les paramètres (x_i) et (y_j) deviennent interprétables. Plus précisément, $\sum_{j=0}^J X_{i,j} = x_i \sum_j y_j = x_i$ implique que x_i représente la charge sinistre ultime de l'année i . De plus, $y_j = \frac{x_{i,j}}{x_i}$ indique la part de cette charge payée au cours de la j -ième année de développement.
- En utilisant l'équation $X_{i,j} = x_i y_j$, on obtient : $C_{i,j} = \sum_{h=0}^j X_{i,h} = x_i Y_j$ en posant $Y_j = \sum_{h=0}^j y_h$, d'où :

$$\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} = \frac{x_i Y_{j+1}}{x_i Y_j} = \frac{Y_{j+1}}{Y_j} \text{ indépendant de } i \text{ (cf. Chain-Ladder).}$$

Les paramètres (x_i) et (y_j) sont estimés par moindres carrés pondérés. Il faut minimiser l'expression :

$$\Delta = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^{J-i} w_{i,j} [x_{i,j} - x_i y_j]^2.$$

Après dérivation par rapport à x_i et y_j , le programme de minimisation précédent revient à résoudre les équations suivantes : $\forall 0 \leq i \leq I$ et $\forall 0 \leq j \leq J$,

$$x_i = \frac{\sum_{j=0}^{J-i} w_{i,j} Z_{i,j} y_j}{\sum_{j=0}^{J-i} w_{i,j} y_j^2},$$

$$y_j = \frac{\sum_{i=0}^{J-i} w_{i,j} Z_{i,j} x_i}{\sum_{i=0}^{J-i} w_{i,j} x_i^2}.$$

Une solution $((\hat{x}_i), (\hat{y}_j))$ de ce système écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} x_i &= f_i(y_0, \dots, y_J), \\ y_j &= g_j(x_0, \dots, x_I). \end{aligned}$$

s'obtient de manière récursive, par convergence des suites $\left(\left(x_i^{(m)}\right)\right)$ et $\left(\left(y_j^{(m)}\right)\right)$ définies, de proche en proche, à partir d'une valeur initiale $\left(y_j^{(0)}\right)_{j=0, \dots, J}$:

$\forall m \geq 1$,

$$\begin{aligned} x_i^{(m-1)} &= f_i\left(y_0^{(m-1)}, \dots, y_n^{(m-1)}\right), \\ y_j^{(m)} &= g_j\left(x_1^{(m-1)}, \dots, x_n^{(m-1)}\right). \end{aligned}$$

La convergence est très rapide si la valeur initiale est "bien" choisie. Son choix pourrait s'appuyer sur les égalités $\frac{x_{i,j}}{x_{i,0}} = \frac{x_i y_j}{x_i y_0} = \frac{y_j}{y_0}$ soit par exemple $y_0^{(0)} = 1$ et $y_j^{(0)} = \frac{x_{0,j}}{x_{0,0}}$ pour

tout $j \geq 1$. Le vecteur de solutions $((\hat{x}_i), (\hat{y}_j))$ du système dépend entièrement du choix de la valeur initiale. Par contre, toutes les solutions conduisent aux mêmes valeurs & prévues is : $\hat{Z}_{i,j} = \hat{x}_i \hat{y}_j$.

Des valeurs "prévues" par ce modèle, $\hat{Z}_{i,j}$ du triangle inférieur, on déduit $\hat{R}_i = \sum_{h=J-i+1}^J \hat{x}_{i,h}$ et $\hat{R} = \sum_i \hat{R}_i$.

Annexe D

Analyse de la Stationnarité des Indices retenus

Nous présentons dans les tableaux suivants, les résultats des tests de stationnarité effectués pour l'ensemble des indices retenus pour cette étude.

Analyse de la stationnarité avant différenciation

Variable	P_Value	Conclusion
IPC	0,912766439	Non-stationnaire
IPCH	0,939725803	Non-stationnaire
MP	0,899937491	Non-stationnaire
ICC_INSEE	0,115850448	Non-stationnaire
ICC_FFBB	0,905762172	Non-stationnaire
PIB	0,488823045	Non-stationnaire
Salaires	0,676484339	Non-stationnaire
Depenses_sante	0,99	Non-stationnaire
Depenses_bm	0,99	Non-stationnaire
Indice_BT01	0,906075156	Non-stationnaire
ICC	0,591728524	Non-stationnaire

TABLE D.1 – Test de [DICKEY et FULLER, 1979] avant différenciation.

Analyse de la stationnarité après une différenciation

Variable	P_Value	Conclusion
IPC	0,612907739	Non-stationnaire
IPCH	0,581354509	Non-stationnaire
MP	0,617415393	Non-stationnaire
ICC_INSEE	0,677505842	Non-stationnaire
ICC_FFBS	0,077108113	Non-stationnaire
PIB	0,979028016	Non-stationnaire
Salaires	0,96112387	Non-stationnaire
Depenses_sante	0,99	Non-stationnaire
Depenses_bm	0,96592374	Non-stationnaire
Indice_BT01	0,418438724	Non-stationnaire
ICC	0,916873947	Non-stationnaire

TABLE D.2 – Test de [DICKEY et FULLER, 1979] après la première différenciation.**Analyse de la stationnarité après deux différenciations**

Variable	P_Value	Conclusion
IPC	0,776086307	Non-stationnaire
IPCH	0,734046952	Non-stationnaire
MP	0,830335237	Non-stationnaire
ICC_INSEE	0,901506235	Non-stationnaire
ICC_FFBS	0,569894236	Non-stationnaire
PIB	0,683954901	Non-stationnaire
Salaires	0,424789046	Non-stationnaire
Depenses_sante	0,99	Non-stationnaire
Depenses_bm	0,172346276	Non-stationnaire
Indice_BT01	0,846564071	Non-stationnaire
ICC	0,975245907	Non-stationnaire

TABLE D.3 – Test de [DICKEY et FULLER, 1979] après la seconde différenciation.

Annexe E

Prévision des Indices retenus

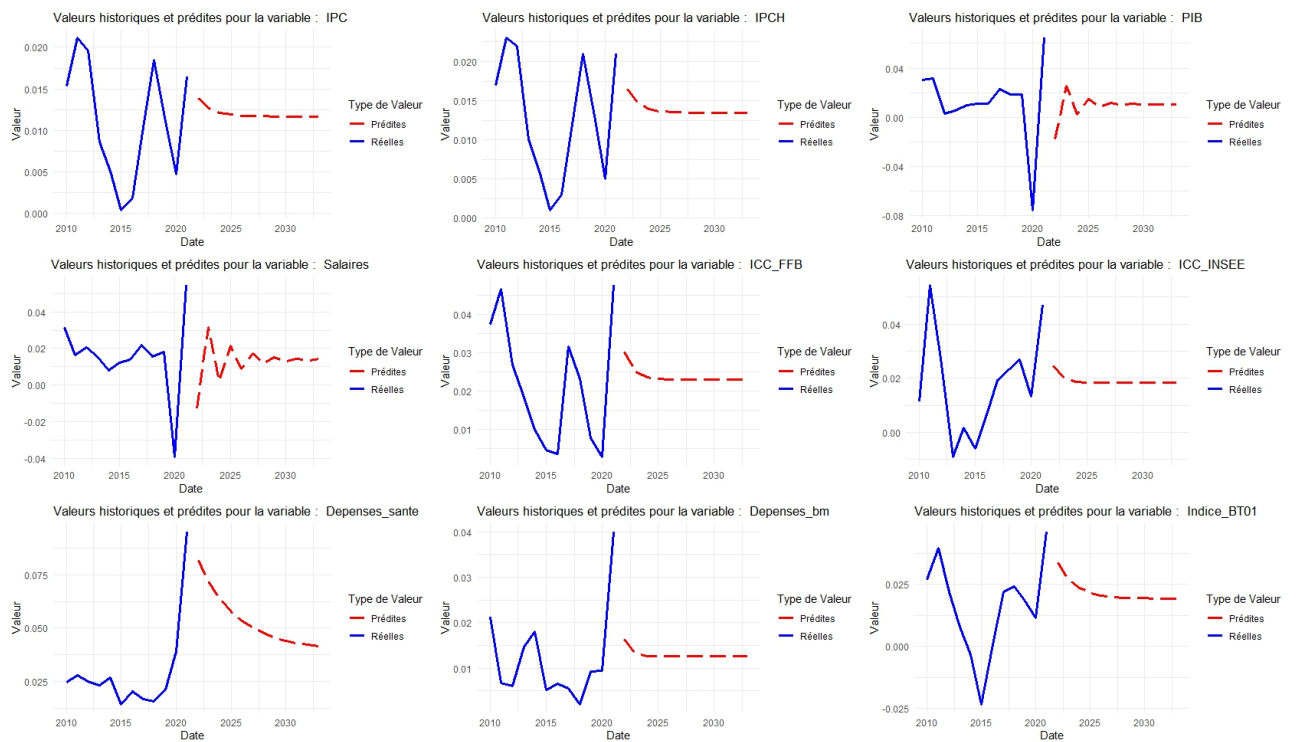


FIGURE E.1 – Prévision des indices par le modèle $ARIMA(1, 0, 1)$.

Annexe F

Résultats de la procédure paramétrique non-standardisée de [BJÖRKWALL *et al.*, 2010]

Nous présentons ici les résultats des simulations pour la procédure non-standardisée. Les résultats ne sont pas très éloignées de ceux présentés dans le corps du mémoire et font office de comparaison.

Portefeuille Responsabilité civile générale

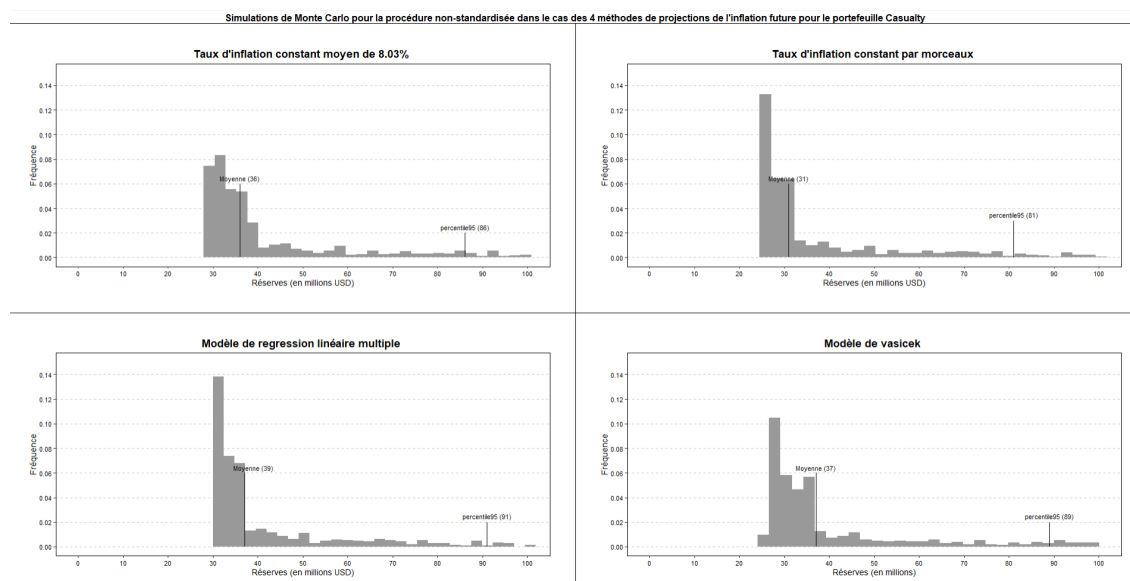


FIGURE F.1 – Répartition des provisions pour sinistres calculées en utilisant différents taux d'inflation des sinistres à la suite de la simulation de Monte Carlo pour le portefeuille Responsabilité civile générale.

Portefeuille Dommages aux biens

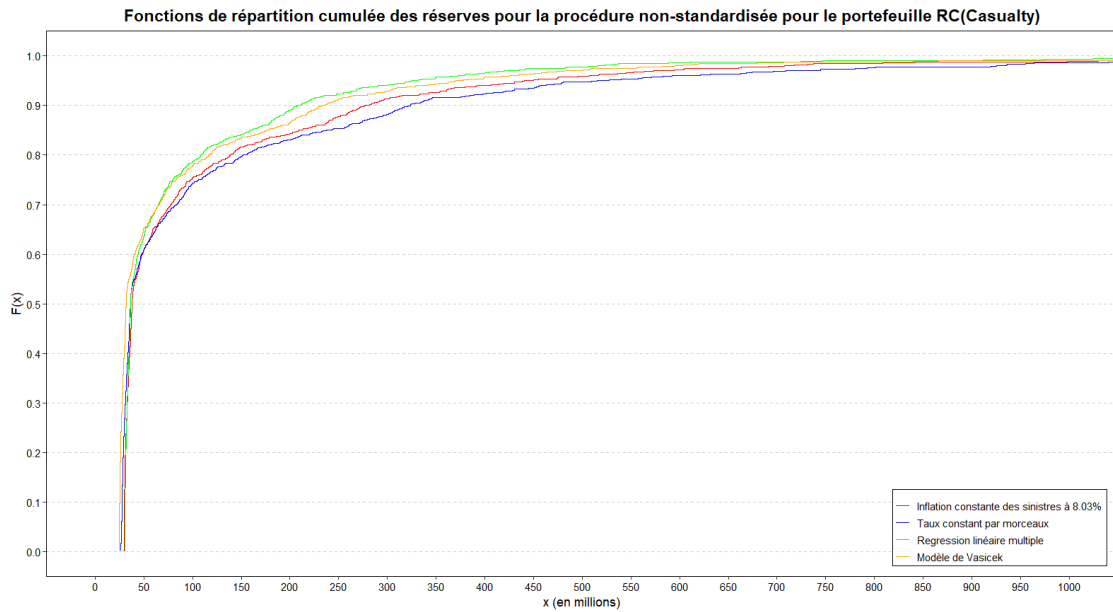


FIGURE F.2 – Fonctions de distributions cumulées des provisions pour sinistres de la figure F.1

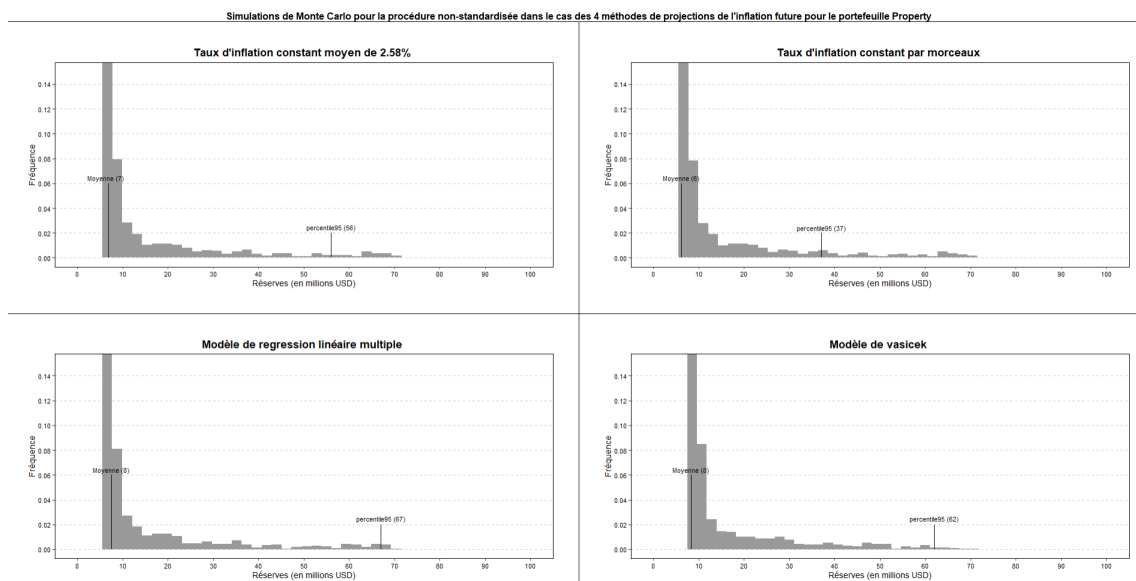


FIGURE F.3 – Répartition des provisions pour sinistres calculées en utilisant différents taux d’inflation des sinistres à la suite de la simulation de Monte Carlo pour le portefeuille Dommages aux biens.

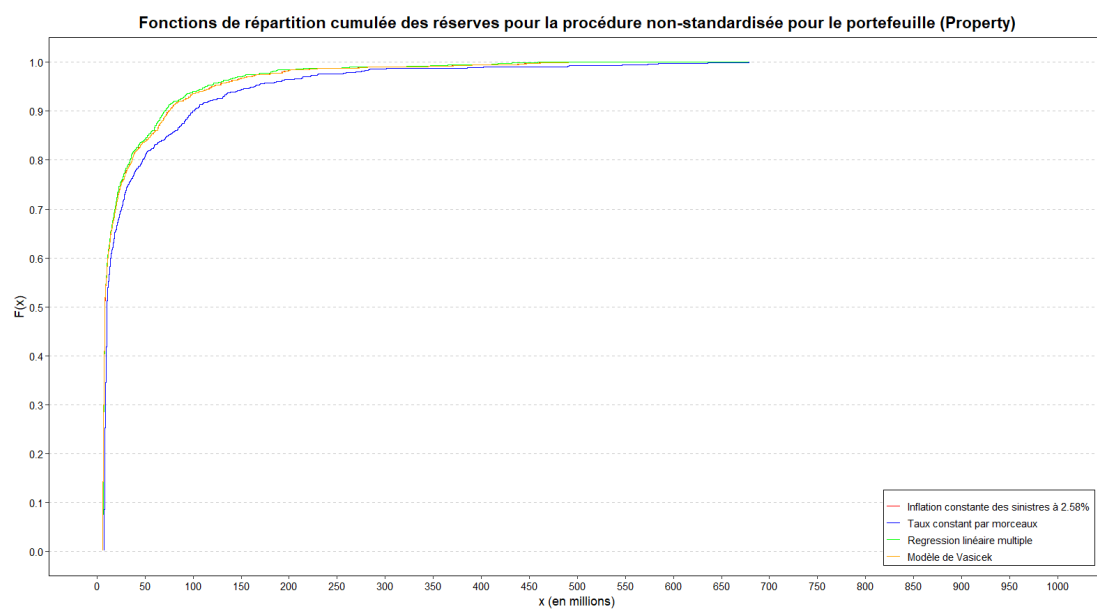


FIGURE F.4 – Fonctions de distributions cumulées des provisions pour sinistres de la figure F.3.

Annexe G

Rappels mathématiques

Cette section issue principalement du cours de [NILS, 2014] permet de poser les bases de notre cadre théorique.

G.0.1 Préliminaires et rappels

Nous rappelons dans ce paragraphe quelques notions de base de théorie de la mesure et de probabilités. Soit Ω un ensemble non vide, et soit \mathcal{F} une *tribu* sur Ω , c'est-à-dire une collection de sous-ensembles de Ω , contenant Ω et stable par une réunion dénombrable et complémentaire. On dit que (Ω, \mathcal{F}) forme un *espace mesurable*. Une mesure sur (Ω, \mathcal{F}) est une application $\mu : \mathcal{F} \rightarrow [0; \infty]$ telle que $\mu(\emptyset) = 0$ et satisfaisant

$$\mu\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n) \quad (\text{G.1})$$

pour toute famille A_n d'éléments deux à deux disjoints de \mathcal{F} (*σ -additivité*). Si $\mu(\Omega) = 1$, on dit que c'est une *mesure de probabilité*, qu'on notera souvent \mathbb{P} . Le triplet $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ est appelé un *espace probabilisé*.

Si (E, ε) est un espace mesurable, une application $f : \Omega \rightarrow E$ est dite *$\mathcal{F} - \varepsilon -$ mesurable* si elle satisfait

$$f^{-1}(A) \in \mathcal{F} \quad \forall A \in \varepsilon \quad (\text{G.2})$$

Une *variable aléatoire à valeurs dans* (E, ε) sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ est une application *$\mathcal{F} - \varepsilon -$ mesurable* $X : \Omega \rightarrow E$. Nous aurons souvent affaire au cas $E = \mathbb{R}$, avec ε la tribu des boréliens \mathcal{B} . Dans ce cas, nous dirons simplement que X est *$\mathcal{F} -$ mesurable*, et écrirons $X \subseteq \mathcal{F}$. La *loi* d'une variable aléatoire X à valeurs dans (E, ε) est l'application

$$\begin{aligned} \mathbb{P}X^{-1} : \quad \varepsilon &\rightarrow [0; 1] \\ A &\mapsto \mathbb{P}(X^{-1}(A)) = \mathbb{P}\{X \in A\} \end{aligned} \quad (\text{G.3})$$

L'*espérance* d'une variable aléatoire X est définie comme l'intégrale de Lebesgue

$$\mathbb{E}(X) = \int_{\Omega} X d\mathbb{P} \quad (\text{G.4})$$

Il est important de noter que cette intégrale est définie en approchant X par une suite de fonction étagées $X_n = \sum_i a_i 1_{A_i}$, pour lesquelles $\int_{\Omega} X_n d\mathbb{P} = \sum_i a_i \mathbb{P}(A_i)$.

G.0.2 Sous-tribu et filtrations

Soit (Ω, \mathcal{F}) un espace mesurable. Une sous-tribu de \mathcal{F} est une sous-famille $\mathcal{F}_1 \subset \mathcal{F}$ qui est également une tribu. On dit parfois que la tribu \mathcal{F}_1 est plus grossière que la tribu \mathcal{F} et que \mathcal{F} est plus fine que \mathcal{F}_1 . On notera que si X est une variable aléatoire réelle, on a l'implication

$$X \subset \mathcal{F}_1 \Rightarrow X \subset \mathcal{F} \quad (\text{G.5})$$

Une fonction non mesurable peut donc être rendue mesurable en choisissant une tribu plus fine.

Définition 1 (Filtration, processus adapté)

1. Soit $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé. Une filtration de $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ est une suite croissante de sous tribus

$$\mathcal{F}_0 \subset \mathcal{F}_1 \subset \dots \subset \mathcal{F}_n \subset \dots \subset \mathcal{F} \quad (\text{G.6})$$

On dit alors que $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_n, \mathbb{P})$ est un espace probabilisé filtré.

2. Soit $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ un processus stochastique sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. On dit que le processus est adaptée à la filtration \mathcal{F}_n pour tout n .

Un choix minimal de filtration adaptée est la *filtration canonique* (ou *naturelle*)

$$\mathcal{F}_n = \sigma(X_0, X_1, \dots, X_n) \quad (\text{G.7})$$

Dans ce cas, \mathcal{F}_n représente l'information disponible au temps n , si l'on observe le processus stochastique.

G.0.3 Espérance conditionnelle

Dans cette section, nous fixons un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ et une sous-tribu $\mathcal{F}_1 \subset \mathcal{F}$. Nous avons vu que \mathcal{F}_1 représente une information partielle sur l'espace, obtenue par exemple en observant une variable aléatoire X_1 . L'espérance conditionnelle d'une variable aléatoire X par rapport à \mathcal{F}_1 représente la meilleure estimation que l'on puisse faire de la valeur de X à l'aide l'information contenue dans \mathcal{F}_1 .

Définition 2 (Espérance conditionnelle)

Soit X une variable aléatoire réelle sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ telle que $\mathbb{E}(|X|) < \infty$. On appelle espérance conditionnelle de X sachant \mathcal{F}_1 , et on note $\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)$, toute variable aléatoire Y satisfaisant les conditions suivantes :

1. $Y \subseteq \mathcal{F}_1$, c'est-à-dire que Y est \mathcal{F}_1 -mesurable ;
2. Pour tout $A \in \mathcal{F}_1$, on a

$$\int_A X d\mathbb{P} = \int_A Y d\mathbb{P}$$

Si Z est une variable aléatoire réelle sur $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, nous abrégons $\mathbb{E}(X|\sigma(Z))$ par $\mathbb{E}(X|Z)$.

Nous présentons maintenant quelques théorèmes et propriétés de l'espérance conditionnelle que nous ne démontrerons pas mais qui nous seront utiles dans la suite.

Théorème

1. L'espérance conditionnelle $\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)$ existe ;
2. L'espérance conditionnelle est unique dans le sens que si Y et Y' sont deux versions de $\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)$, alors $Y = Y'$ presque sûrement ;
3. On a $\mathbb{E}(\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)) = \mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{E}(\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)) \leq \mathbb{E}(|X|)$.

Proposition 1

L'espérance conditionnelle a les propriétés suivantes :

1. *Linéarité* : $\mathbb{E}(aX + Y|\mathcal{F}_1) = a\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1) + \mathbb{E}(Y|\mathcal{F}_1)$;
2. *Monotonie* : Si $X \leq Y$ alors $\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1) \leq \mathbb{E}(Y|\mathcal{F}_1)$;
3. *Convergence monotone* : Si $X_n \geq 0$ est une suite croissante telle que $X_n \nearrow X$ avec $\mathbb{E}(X) < \infty$ alors $\mathbb{E}(X_n|\mathcal{F}_1) \nearrow \mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)$;
4. *Inégalité de Jensen* : Si φ est convexe et $\mathbb{E}(|X|)$ et $\mathbb{E}(|\varphi(X)|)$ sont finies alors

$$\varphi(\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)) \leq \mathbb{E}(\varphi(X)|\mathcal{F}_1);$$

5. *Contraction dans L^P* pour $p \geq 1$: $\mathbb{E}(|\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)|^p) \leq \mathbb{E}(|X|^p)$.

Proposition 2

Si $\mathcal{F}_1 \subset \mathcal{F}_2$, alors

1. $\mathbb{E}(\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)|\mathcal{F}_2) = \mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)$;
2. $\mathbb{E}(\mathbb{E}(X|\mathcal{F}_2)|\mathcal{F}_1) = \mathbb{E}(X|\mathcal{F}_1)$.

Annexe H

Types de procédures

Cas de la procédure standardisée

Dans le cas de la procédure standardisée, l'erreur de prédiction (respectivement individuelle et totale) est de la forme suivante :

$$pe_i^{**} = \frac{R_i^{**} - \hat{R}_i^*}{\sqrt{\widehat{Var}(R_i^{**})}} \quad \text{et} \quad pe^{**} = \frac{R^{**} - \hat{R}^*}{\sqrt{\widehat{Var}(R^{**})}} \quad (\text{H.1})$$

Les distributions prédictives des réserves individuelle et totale sont obtenues en représentant graphiquement :

$$\tilde{R}_i^{**} = \hat{R}_i + pe_i^{**} \sqrt{\widehat{Var}(R_i)} \quad \text{et} \quad \tilde{R}^{**} = \hat{R} + pe^{**} \sqrt{\widehat{Var}(R)}, \quad (\text{H.2})$$

pour chaque simulation.

Il apparaît clairement que certaines variables nous sont inconnues, il faudra donc les déterminer.

Premièrement, en partant de l'indépendance conditionnelle des $Z_{i,j}$ par rapport aux N_i (cf. 6.4), la variance des réserves réelles individuelles est donnée par :

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_i) &= E(\text{Var}(R_i|N_i)) + \text{Var}(E(R_i|N_i)) \\ &= E\left(\sum_{j \in \Delta_i} \phi N_i (v_j \lambda_t)^2\right) + \text{Var}\left(\sum_{j \in \Delta_i} N_i v_j \lambda_t\right) \\ &= \phi E(N_i) \sum_{j \in \Delta_i} (v_j \lambda_t)^2 + \text{Var}(N_i) \left(\sum_{j \in \Delta_i} v_j \lambda_t\right)^2 \\ &= \left(\phi \sum_{j \in \Delta_i} (v_j \lambda_t)^2 + \left(\sum_{j \in \Delta_i} v_j \lambda_t\right)^2\right) \left(\sum_{j \in \nabla_i \cup \Delta_i} n_{ij}\right), \end{aligned}$$

car

$$E(N_i) = \text{Var}(N_i) = \sum_{j \in \nabla_i \cup \Delta_i} n_{ij} \quad (\text{H.3})$$

Par conséquent, en introduisant les estimateurs, on obtient l'estimateur de la variance des réserves réelles individuelles :

$$\widehat{\text{Var}}(R_i) = \left(\hat{\phi} \sum_{j \in \Delta_i} (\hat{v}_j \hat{\lambda}_t)^2 + \left(\sum_{j \in \Delta_i} \hat{v}_j \hat{\lambda}_t \right)^2 \right) \left(\sum_{j \in \nabla_i \cup \Delta_i} \hat{n}_{ij} \right), \quad (\text{H.4})$$

puis par la suite l'estimateur de la variance des réserves réelles totales :

$$\widehat{\text{Var}}(R) = \sum_i \left(\hat{\phi} \sum_{j \in \Delta_i} (\hat{v}_j \hat{\lambda}_t)^2 + \left(\sum_{j \in \Delta_i} \hat{v}_j \hat{\lambda}_t \right)^2 \right) \left(\sum_{j \in \nabla_i \cup \Delta_i} \hat{n}_{ij} \right) \quad (\text{H.5})$$

De plus, les expressions des variances des réserves réelles respectivement individuelle et totale (*dans le monde bootstrap*) apparaissant au H.1 sont données par :

$$\widehat{\text{Var}}(R_i^{**}) = \left(\hat{\phi}^* \sum_{j \in \Delta_i} (\hat{v}_j^* \hat{\lambda}_t^*)^2 + \left(\sum_{j \in \Delta_i} \hat{v}_j^* \hat{\lambda}_t^* \right)^2 \right) \left(\sum_{j \in \nabla_i \cup \Delta_i} \hat{n}_{ij}^* \right), \quad (\text{H.6})$$

et

$$\widehat{\text{Var}}(R^{**}) = \sum_i \left(\hat{\phi}^* \sum_{j \in \Delta_i} (\hat{v}_j^* \hat{\lambda}_t^*)^2 + \left(\sum_{j \in \Delta_i} \hat{v}_j^* \hat{\lambda}_t^* \right)^2 \right) \left(\sum_{j \in \nabla_i \cup \Delta_i} \hat{n}_{ij}^* \right), \quad (\text{H.7})$$

où

$$\hat{\phi}^* = \frac{1}{|\nabla| - q} \sum_{\nabla} \hat{N}_i^* \frac{(C_{ij}^* - \hat{N}_i^* \hat{r}_j^* \hat{\lambda}_k^*)^2}{(\hat{N}_i^* \hat{r}_j^* \hat{\lambda}_k^*)^2} \quad (\text{H.8})$$

toujours selon 6.7.

Cas de la procédure non standardisée

Selon [BJÖRKWALL *et al.*, 2010], il est dit que pour de nombreuses procédures de bootstrapping, le ré-échantillonnage de quantités standardisées augmente souvent la précision par rapport à celles non standardisées.

$$pe_i^{**} = R_i^{**} - \hat{R}_i^* \quad \text{et} \quad pe^{**} = R^{**} - \hat{R}^* \quad (\text{H.9})$$

Toujours selon eux, les erreurs non-standardisées restent utiles car elles sont toujours définies.

Les distributions prédictives des réserves individuelle et totale sont obtenues en représentant graphiquement :

$$\tilde{R}_i^{**} = \hat{R}_i + pe_i^{**} \quad \text{et} \quad \tilde{R}^{**} = \hat{R} + pe^{**}. \quad (\text{H.10})$$

Table des figures

1	Évolution historique de l'inflation des sinistres sur la période 2010-2021 . . .	vi
2	Étapes de la procédure de [BJÖRKWALL <i>et al.</i> , 2010]	viii
3	Historical evolution of claims inflation rates over the period 2010-2021. . .	xii
4	Steps of the procedure by [BJÖRKWALL <i>et al.</i> , 2010].	xiv
1.1	Schéma général de l'assurance. Source : Open Classroom, Cours : Environnement de l'assurance.	6
2.1	Pondération des principales composantes de l'IPCH dans la zone euro Source : EUROSTAT	14
2.2	Mesure de l'inflation sur un cas simple Source : BCE	15
2.3	Evolution des taux d'inflation en France entre 1991 et 2022 Source : INSEE, Indices des prix à la consommation.	17
3.1	Évolution des indices potentiellement explicatifs de l'inflation des sinistres entre 2010 et 2022	26
4.1	Facteurs de développement individuels appliqués au portefeuille Responsabilité civile générale.	32
4.2	Facteurs de développement individuels appliqués au portefeuille Dommages aux biens.	33
6.1	Résumé de la procédure paramétrique. Source : Résumé de la procédure dans l'article de [BJÖRKWALL <i>et al.</i> , 2010].	57
7.1	Evolution historique de l'inflation des sinistres sur la période 2010-2021 . .	62
7.2	Répartition des provisions pour sinistres calculées en utilisant différents taux d'inflation des sinistres à la suite de la simulation de Monte Carlo pour le portefeuille Responsabilité civile générale.	68
7.3	Fonctions de distributions cumulées des provisions pour sinistres de la figure 7.2.	68
7.4	Répartition des provisions pour sinistres calculées en utilisant différents taux d'inflation des sinistres à la suite de la simulation de Monte Carlo : cas du portefeuille Dommages aux biens.	71

7.5	Fonctions de distributions cumulées des provisions pour sinistres de la figure 7.4.	71
C.1	Orientation des triangles pour les modèles factoriels.	87
E.1	Prévision des indices par le modèle $ARIMA(1, 0, 1)$	93
F.1	Répartition des provisions pour sinistres calculées en utilisant différents taux d'inflation des sinistres à la suite de la simulation de Monte Carlo pour le portefeuille Responsabilité civile générale.	95
F.2	Fonctions de distributions cumulées des provisions pour sinistres de la figure F.1	96
F.3	Répartition des provisions pour sinistres calculées en utilisant différents taux d'inflation des sinistres à la suite de la simulation de Monte Carlo pour le portefeuille Dommages aux biens.	96
F.4	Fonctions de distributions cumulées des provisions pour sinistres de la figure F.3.	97

Liste des tableaux

1	Provisions obtenues par application de la méthode de Taylor pour le portefeuille Responsabilité civile général.	vii
2	Estimation des provisions pour sinistres calculées selon la procédure paramétrique de Bjorkwall and al. pour différentes méthodes de projection : cas du portefeuille Responsabilité civile générale.	ix
3	Reserves obtained by applying the Taylor method for the general liability portfolio.	xiii
4	Estimation of provisions for claims calculated using the parametric procedure by Bjorkwall et al. for different projection methods : case of the General Liability portfolio.	xv
1.1	Triangle de paiements	10
4.1	Facteurs de développement et cadences de règlement obtenus par <i>Chain-ladder</i> pour le portefeuille Responsabilité civile générale	30
4.2	Règlements cumulés, charges ultimes et réserves obtenus par <i>Chain-ladder</i> pour le portefeuille Responsabilité civile générale	31
4.3	Statistiques sur les facteurs de développement individuels : cas du portefeuille Responsabilité civile générale.	32
4.4	Facteurs de développement et cadences de règlement obtenus par <i>Chain-ladder</i> pour le portefeuille Dommages aux biens	32
4.5	Règlements cumulés, charges ultimes et réserves obtenus par <i>Chain-ladder</i> pour le portefeuille Dommages aux biens	33
4.6	Statistiques sur les facteurs de développement individuels : cas du portefeuille Dommages aux biens.	34
4.7	Présentation du triangle de Taylor	40
4.8	Triangle inférieur de Taylor	41
7.1	Facteurs exogènes et cadences de règlement obtenus par la méthode arithmétique de Taylor pour le portefeuille Responsabilité civile générale	60
7.2	Facteurs exogènes et cadences de règlement obtenus par la méthode arithmétique de Taylor pour le portefeuille Dommages aux biens	61

7.3	Estimation de l'inflation des sinistres des portefeuilles responsabilité civile générale et dommages aux biens et sélection des variables explicatives : statistiques descriptives.	63
7.4	Estimation du modèle de régression linéaire multiple pour le portefeuille Responsabilité civile générale (observations annuelles de 2009 à 2021). . .	64
7.5	Estimation du modèle de régression linéaire multiple pour le portefeuille Dommages aux biens (observations annuelles de 2009 à 2021).	65
7.6	Estimation des provisions pour sinistres calculées selon la procédure paramétrique de Bjorkwall and al. pour différentes méthodes de projection : cas du portefeuille Responsabilité civile générale.	67
7.7	Estimation des réserves individuelles calculées selon la procédure paramétrique standardisée pour différentes méthodes de projection : cas du portefeuille Responsabilité civile générale.	67
7.8	Estimation des provisions pour sinistres calculées selon la procédure paramétrique de Bjorkwall and al. pour différentes méthodes de projections : cas du portefeuille Dommages aux biens.	69
7.9	Estimation des réserves individuelles calculées selon la procédure paramétrique standardisée pour différentes méthodes de projection : cas du portefeuille Dommages aux biens.	70
7.10	Scénario à la hausse : cas du portefeuille d'assurance Responsabilité civile	73
7.11	Scénario à la hausse : cas du portefeuille d'assurance Dommages aux biens	73
D.1	Test de [DICKEY et FULLER, 1979] avant différenciation.	91
D.2	Test de [DICKEY et FULLER, 1979] après la première différenciation. . .	92
D.3	Test de [DICKEY et FULLER, 1979] après la seconde différenciation. . . .	92

Bibliographie

- [AHLGRIM et D'ARCY, 2012] AHLGRIM, K. et D'ARCY, S. (2012). *The Effect of Deflation or High Inflation on the Insurance Industry*. Working Paper, Illinois State University, University of Illinois at Urbana- Champaign.
- [AKAIKE, 1973] AKAIKE, H. (1973). *Akademiai Ki à do, Budapest*. Information theory and the maximum likelihood principle in 2nd International Symposium on Information Theory (B.N. Petrov and F. Cs à ki, eds.).
- [BJÖRKWALL *et al.*, 2010] BJÖRKWALL, S., HÖSSJER, O. et OHLSSON, E. (2010). *Bootstrapping the Separation Method in Claims Reserving*. ASTIN Bulletin 40(2), 845-869.
- [BOHNERT *et al.*, 2015] BOHNERT, A., GATZERT, N. et KOLB, A. (2015). *Assessing Inflation Risk in Non-Life Insurance*. Department of Insurance Economics and Risk Management Friedrich-Alexander University Erlangen-Nürnberg (FAU).
- [BRICKMAN *et al.*, 2005] BRICKMAN, S., FOSTER, W. et SHEAF, S. (2005). *Claims Inflation Uses and Abuses*. The Scarlet Pimpernel of Actuarial Work, GIRO Conference.
- [CHARPENTIER et DENUIT, 2004] CHARPENTIER, A. et DENUIT, M. (2004). *Mathématiques de l'assurance non-vie - tome 1*. Economica.
- [CHRISTOFIDES, 1990] CHRISTOFIDES, S. (1990). *REGRESSION MODELS BASED ON LOG-INCREMENTAL PAYMENTS*. Journal of the Institute of Actuaries 116, 559-587.
- [CUMMINS et DERRIG, 1993] CUMMINS, D. et DERRIG, R. (1993). *Fuzzy Trends in Property-Liability Insurance Claim Costs*. Journal of Risk and Insurance 60(3), 429-465.
- [CUTTER, 2009] CUTTER, K. (2009). *Measuring and Understanding Superimposed Inflation in CTP Schemes*. Institute of Actuaries of Australia, Australia.
- [DE MONTBRIAL, 2009] DE MONTBRIAL, Thierry et FAUCHART, E. (2009). *Introduction à l'économie*. Economica, 3ème édition, 2004, 323-355.
- [DICKEY et FULLER, 1979] DICKEY, D. et FULLER, W. (1979). *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*. Journal of the American Statistical Association 74, 427-431.

- [D'ARCY *et al.*, 2009] D'ARCY, S., AU, A. et ZHANG, L. (2009). *Property-Liability Insurance Loss Reserve Ranges Based on Economic Value*. *Variance*, 42-61.
- [ENGLAND et VERRALL, 1999] ENGLAND, P. et VERRALL, R. (1999). *Analytic and Bootstrap Estimates of Prediction Errors in Claims Reserving*. *Insurance : Mathematics and Economics* 25, 281-293.
- [FAMA et SCHWERT, 1977] FAMA, E. et SCHWERT, G. (1977). *Asset Returns and Inflation*. *Journal of Financial Economics* 5(2), 115-146.
- [KREMER, 1982] KREMER, E. (1982). *IBNR-Claims and the Two-way model of ANOVA*. *Scandinavian Actuarial Journal*, 47-55.
- [LEWIN, 2009] LEWIN, D. (2009). *Inflation : Implications for Long-Tail (Re)insurance*. <http://www.gccapitalideas.com>.
- [MACK, 1993] MACK, T. (1993). *Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates*. *ASTIN Bulletin* 23(2), 213-225.
- [MASTERSON, 1968] MASTERSON, N. (1968). *Economic Factors in Liability and Property Insurance Claims Costs*. *Proceedings of the CAS* 55, 61-89.
- [MORROW et CONRAD, 2010] MORROW, M. et CONRAD, T. (2010). *Practical Considerations in Assessing the Impact of Inflation on Carried Reserves*. *CAS E-Forum* (fall).
- [NILS, 2014] NILS, B. (2014). *Martingales et calcul stochastique*. Université d'Orléans, Master 2 Recherche de Mathématiques.
- [PARTRAT *et al.*, 2007] PARTRAT, C., NESSI, J., NISIPASU, E. et LECOEUR, E. (2007). *Provisionnement Technique En Assurance NON-Vie Perspective actuarielles modernes*. *Economica*.
- [RENSHAW, 1989] RENSHAW, A. (1989). *Chain ladder and interactive modelling (Claims reserving and GLIM)*. *Journal of the Institute of Actuaries* 116, 559-587.
- [SOPIPAN *et al.*, 2012] SOPIPAN, N., KANJANAVAJEE, W. et SATTAYATHAM, P. (2012). *Multiple Regression based on Principal Component Analysis*. *Journal of Applied Finance and Banking*.
- [TAYLOR, 1977] TAYLOR, G. (1977). *Separation of inflation and other effects from the distribution of non-life insurance claim delays*. Macquarie University, Australie et Government's Actuary Department, UK.
- [VASICEK, 1997] VASICEK, O. (1997). *An Equilibrium Characterization of the Term Structure*. *Journal of Financial Economics* 5, 177-188.
- [VERBEEK, 1972] VERBEEK, H. G. (1972). *An approach to the analysis of claims experience in Motor Liability Excess of Loss Reinsurance*. *ASTIN Bulletin* 6(3), 195-202.
- [VERRALL, 1991] VERRALL, R. (1991). *On the estimation of reserves from log-linear models*. *Insurance : Mathematics and Economics* 10, 75-80.
- [WILKIE, 1986] WILKIE, A. (1986). *A Stochastic Investment Model for Actuarial Use*. *Transactions of the Faculty of Actuaries* 39, 341-403.

-
- [ZENHWIRTH, 1994] ZENHWIRTH, B. (1994). *Probabilistic development factors with applications to loss reserve variability, prediction intervals, and risk based capital*. Casualty Actuarial Society Forum, Spring 1994, 447–605.

