

Mémoire présenté le :

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Marc-Antoine COTTIGNIES

Titre Evaluation du coût a priori de la réassurance d'une garantie plancher en cas de décès

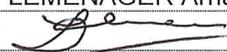
Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut
des Actuaires* signature

Entreprise : BPCI Vie

Nom : LEMENAGER Arnaud

Signature : 

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : BOULANGER Ludovic

Signature : 

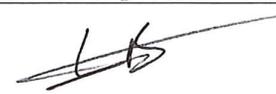
Invité :

Nom :

Signature :

*Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



MEMOIRE D'ACTUARIAT

Evaluation du coût *a priori* de la réassurance d'une garantie plancher en cas de décès

Auteur :
Marc-Antoine COTTIGNIES

Tuteur Académique :
Frédéric PLANCHET

Tuteur Entreprise :
Ludovic BOULANGER



Résumé

Mots clés : Assurance Vie, Epargne, Euro, Unités de compte, Garantie Plancher, Réassurance, Quote-Part, Puts, Mortalité, Tarification a priori, Approximation log-normale, Gentle, Monte-Carlo.

L'assurance vie est un produit d'épargne très plébiscité par les Français et constitue un outil principal dans leur stratégie patrimoniale. Dans un contexte de taux bas et de décroissance des rendements sur les fonds en euros, le marché de l'assurance vie se transforme alors au profit des unités de compte. Pour répondre à cette évolution, de nombreuses garanties adossées aux contrats d'assurance vie multisupports voient le jour.

Ce mémoire traitera le cas d'une compagnie d'assurance proposant sur ses contrats une garantie plancher qui, en cas de décès toutes causes de l'assuré, garantit le versement d'un montant minimum au(x) bénéficiaire(s), quelle que soit l'évolution de la valeur de l'ensemble des supports du contrat. L'assureur s'expose alors aux risques de décès et de baisse des marchés et se confronte potentiellement à des pertes importantes dans des scénarios de hausse de la mortalité au sein du portefeuille ou de chute des cours des unités de compte.

Pour se démunir totalement du risque associé à la garantie plancher en cas de décès, il sera supposé que la compagnie d'assurance recourt à un traité de réassurance Quote-Part par générations d'adhésions avec une cession à hauteur de 100 %. Cette solution de couverture n'est pas sans coût et une évaluation a priori du coût de la réassurance de la garantie doit être effectuée pour négocier le tarif de l'opération.

L'objectif de ce mémoire est de fournir une description complète de la garantie plancher et des méthodes d'évaluation a priori de son coût pour obtenir un taux annuel de tarification de la réassurance de la garantie. La méthode des puts par approximation log-normale, la méthode d'appariement des moments, la méthode de Gentle et la méthode de Monte Carlo seront exploitées à cet effet. L'application des méthodes est précédée d'une analyse d'un portefeuille de contrats à garantie plancher en cas de décès au 31/12/2020 nécessaire à la paramétrisation des modèles et à la construction d'hypothèses sur le profil moyen assuré des affaires nouvelles.

Abstract

Key words : Life insurance, Saving, Euro, Unit-linked insurance, Guaranteed Minimum Death Benefits, Reinsurance, Quota share, Put options, Mortality, A priori valuation, Lognormal approximation, Gentle, Monte Carlo.

Life insurance is a highly approved saving product by French people and represents a major tool in their patrimonial strategy. In a context where interest rates are low and returns on euro funds decrease, life insurance market transforms in favor of unit-linked insurance. In order to follow this evolution, new guarantees linked to life insurance contracts are emerging.

This master's thesis will deal with the case of an insurance company offering a Guaranteed Minimum Death Benefits which activates in case of death of all causes and guarantees the payment of a minimum amount to the beneficiaries whatever the evolution of all contract assets. The insurer exposes itself to death and stock market crash risks and potentially faces major losses in scenarios where the portfolio associated mortality rises and assets values decline.

In order to completely part with the GMDB associated risks, it will be supposed that the insurance company concluded a Quota-Share reinsurance treaty by underwriting generations with a cession rate of 100 %. However, this cover is not costless and an a priori evaluation of the reinsurance cost of GMDB must be done to negotiate the deal price.

This master's thesis goal is to give a complete description of GMDB and *a priori* valuation methods of its cost to get an annual reinsurance pricing rate. Puts method by lognormal approximation, matching moments method, Gentle method and Monte Carlo method will be used to this end. The exploitation of these methods is preceded by an analysis of a portfolio of contracts with GMDB on 12/31/2020 needed to the models parametrization and the hypothesis construction on the insured new businesses average profile.

Remerciements

Tout d'abord je souhaite sincèrement remercier Ludovic BOULANGER, mon tuteur en entreprise, pour m'avoir donné l'opportunité de réaliser mon mémoire d'actuariat au sein du pôle d'expertise réassurance produits de BPCE Vie et pour sa disponibilité, son soutien et ses précieux conseils tout au long de mon alternance.

Je suis reconnaissant envers Arnaud LEMENAGER, directeur Offres et Pilotage commercial du métier Assurances de Personnes, pour son accueil au sein de la direction et ses remarques pertinentes tout au long de ce travail. J'aimerais également souligner l'aide et l'écoute attentive de ma collègue Myriam FRAISSE.

Je remercie également l'ensemble de l'équipe pédagogique de l'ISFA pour la formation de qualité que j'ai eu la chance de suivre et plus particulièrement Frédéric PLANCHET, mon tuteur académique, pour son accompagnement et ses conseils avisés.

Enfin, je ne peux terminer ces remerciements sans penser à ma famille et à mes amis qui m'ont soutenu tout au long de mes études et sans lesquels cette période particulière aurait été plus difficile.

Table des matières

Introduction	1
1 L'assurance vie face à l'affaiblissement des rendements sur le fonds euros	3
1.1 L'assurance vie, support d'épargne préféré des français	3
1.1.1 Epargner avec l'assurance vie	3
1.1.2 Un régime fiscal favorable	9
1.2 Les différents types de contrats	9
1.2.1 Les contrats monosupports	9
1.2.2 Les contrats multisupports	10
1.3 Les environnements financier et réglementaire en évolution permanente	11
1.3.1 Un environnement de taux bas	11
1.3.2 Une réglementation renforcée par la loi Pacte	15
1.3.3 Un enjeu pour l'assureur	16
2 La garantie plancher en cas de décès	18
2.1 Une garantie mise en avant dans les contrats d'assurance vie qui peut s'avérer utile	18
2.1.1 Un éventail de garanties sur les contrats d'assurance vie multisupports	19
2.1.2 Une garantie qui n'échappe pas aux risques	23
2.2 Un transfert du risque associé à la garantie plancher	25
2.2.1 La couverture financière par des options de vente	25
2.2.2 La titrisation	25
2.2.3 La réassurance : clé de voûte du système assurantiel méconnue du grand public	27
2.2.4 Le risque réassuré à 100%	41
3 Méthodes de tarification de la garantie plancher en cas de décès	44
3.1 Une analyse du coût de la garantie plancher	44
3.1.1 Le cas d'un contrat avec un seul support en UC	45
3.1.2 Le cas d'un contrat à plusieurs supports en UC	56
3.2 Méthodes d'évaluation du coût d'une garantie plancher en cas de décès	57
3.2.1 Evaluation <i>a posteriori</i>	57
3.2.2 Evaluation <i>a priori</i>	57
3.3 La modélisation du fonds euros	67
3.3.1 Le taux servi	67
3.3.2 Revalorisation des encours	68

4	Application à un portefeuille d'assurés	69
4.1	Le portefeuille d'étude	69
4.1.1	Analyse globale du portefeuille	70
4.1.2	Un zoom sur les capitaux sous risque des trois dernières années	71
4.1.3	Analyse des trois dernières générations	74
4.2	Les paramètres de calcul	80
4.2.1	Taux d'intérêts sans risque	80
4.2.2	Table de mortalité	81
4.2.3	Matrice de variances-covariances et volatilité	82
4.2.4	Taux de rendement du fonds général	82
4.2.5	Rachats	83
4.2.6	Les autres paramètres	84
4.3	Calcul du coût <i>a priori</i> de la garantie plancher en cas de décès	85
4.3.1	Les premiers résultats	85
4.3.2	Des tarifs annuels différenciés selon l'âge et la part d'investissement en unités de compte	87
4.3.3	Analyses de sensibilité	96
4.3.4	L'évaluation finale	106
5	Conclusion	107
A	Article A. 132-1 du Code des assurances	109
B	Régime fiscal de l'assurance vie	110
C	Schéma de titrisation	114
	Table des figures	116
	Bibliographie	117

Introduction

L'assurance vie est un produit d'épargne qui présente de nombreux atouts grâce à son cadre juridique et fiscal unique. Ce placement très plébiscité par les Français s'inscrit comme l'une des principales composantes de leur stratégie patrimoniale.

Deux supports d'épargne sont distingués en assurance vie : les supports en euros et les supports en unités de compte. Traditionnellement, en contrepartie de versements, un support d'assurance vie en euros permet d'offrir une sécurité financière au(x) bénéficiaire(s) en garantissant une somme fixe, incrémentée des intérêts et des participations aux bénéfices, en cas de vie ou de décès de l'assuré. Dans le cas des supports en unités de compte, le capital souscrit n'est pas exprimé en euros mais converti en un nombre de parts d'unités de compte (actions, obligations, patrimoine immobilier, etc.) selon leur cours le jour de l'opération. Au terme du contrat, les bénéficiaires se verront verser la contre-valeur en espèces acquise par le nombre de parts souscrites. Le risque financier lié à un tel support est donc intégralement assumé par l'assuré qui supporte seul les éventuelles moins-values.

Pendant longtemps, les supports d'assurance vie en euros promettaient sécurité et rendement. Désormais, dans un contexte de baisse des taux et d'affaiblissement des rendements sur ces fonds, seule la première de ces promesses semble pouvoir être tenue. D'autre part, les supports en euros sont plus contraignants en matière de fonds propres et la directive européenne Solvabilité 2 incite les compagnies d'assurance à booster la collecte en unités de compte. C'est dans ce cadre qu'on peut voir sur le marché des offres proposant un fonds en euros dont la garantie est brute de frais de gestion.

De ce fait, le marché de l'assurance vie s'est vu être bouleversé et poussé à évoluer en jouant d'autant plus sur la complémentarité entre le rendement sur les unités de compte et les avantages d'une garantie en capital sur le fonds euros.

Pour répondre à cette transformation engagée du marché de l'assurance vie au profit des unités de compte, de nombreuses garanties adossées aux contrats d'assurance vie apparaissent. Les assureurs proposent ainsi un partage du risque lié aux fluctuations des marchés financiers avec l'assuré au cours de la vie du contrat. Ces garanties rendent, de cette façon, les contrats plus attractifs puisqu'elles permettent au(x) bénéficiaire(s) de profiter pleinement des performances haussières des marchés financiers tout en sécurisant l'investissement en cas de baisse de ceux-ci.

Parmi ces garanties, c'est la garantie plancher en cas de décès dans un portefeuille de contrats d'assurance vie (*GMDB : Guaranteed Minimum Death Benefit* en anglais), dont la tarification se fait *a priori*, qui sera étudiée dans ce mémoire. Une telle garantie expose l'assureur au croisement des risques de décès et de baisse des marchés et le confronte alors à un risque de perte important

en cas de chute des cours des unités de compte. Cela a été observé notamment pour les principales économies, États-Unis, Japon, Royaume-Uni ou pays de l'Union européenne où la chute des cours au printemps 2020, liée à la pandémie du COVID-19, s'est montrée violente et figure même parmi les 3 grands événements boursiers de ce début de XXI^e siècle. La quantification et la maîtrise de ce risque sont donc essentielles, bien que la prédiction fidèle des cours financiers s'avère complexe.

Afin de se démunir du risque financier de moins-value des unités de compte sur la durée contractuelle de la garantie, différentes stratégies peuvent être envisagées par l'assureur. Dans le portefeuille de contrats à garantie plancher en cas de décès étudié, il est considéré que l'assureur a fait le choix de transférer le risque via un traité de réassurance avec une cession à hauteur de 100%. Toutefois, les constats d'augmentation du taux d'unités de compte et l'introduction de la garantie sur le capital euro brute des frais de gestion sur encours entraînent une augmentation du risque et donc une révision de la tarification avec le réassureur.

Dans le but de challenger les tarifs proposés, il devient impératif d'évaluer précisément le coût *a priori* de la réassurance d'une garantie plancher en cas de décès. Pour répondre à cette problématique, l'étude délivrée par ce mémoire sera déclinée en quatre parties.

La première partie présentera de façon complète l'assurance vie par une définition des différents supports et types de contrats. Les environnements fiscaux, financiers et réglementaires seront également abordés pour contextualiser l'enjeu de la garantie plancher *a priori* en cas de décès pour l'assureur. Dans la deuxième partie, la garantie plancher et ses variantes seront définies ainsi que les risques inhérents. Une description des techniques de transfert du risque sera produite à la fin de cette partie en mettant l'accent sur celle retenue pour l'étude, à savoir la réassurance. La troisième partie sera consacrée à l'introduction de la notion d'option financière européenne de vente et des différents paramètres utiles à l'évaluation *a priori* du coût de la garantie plancher en cas de décès. Une fois l'introduction de cette notion réalisée, diverses méthodes de valorisation de la garantie seront développées. Pour terminer, la dernière partie proposera une application pratique des méthodes préalablement présentées afin d'obtenir un tarif pour les affaires nouvelles 2021. Des tests de sensibilité seront aussi réalisés pour observer les impacts des paramètres sur la tarification.

Chapitre 1

L'assurance vie face à l'affaiblissement des rendements sur le fonds euros

Placement apprécié des Français, l'assurance vie se révèle être bien souvent pertinente lorsqu'il s'agit de faire fructifier un capital, se procurer des revenus ou préparer sa retraite ou sa succession. Les nombreux avantages fiscaux et successoraux et la mise en place de garanties additionnelles visant à limiter les risques encourus par l'assuré font de l'assurance vie un moyen d'épargne attractif. Cependant, dans un contexte de taux bas et d'affaiblissement des rendements sur le fonds euros, l'évolution du marché entraîne une évolution des risques supportés par les assurés qui prendront une part d'unités de compte (UC) plus importante mais également pour l'assureur. La réduction de ces risques représentera alors un enjeu essentiel pour ce dernier.

1.1 L'assurance vie, support d'épargne préféré des français

1.1.1 Epargner avec l'assurance vie

L'assurance vie est un contrat par lequel, en contrepartie de primes, l'assureur s'engage à verser au souscripteur ou à un ou plusieurs bénéficiaires désignés au contrat une somme déterminée, sous forme de capital ou de rente, en cas de décès de la personne assurée ou de sa survie à une époque déterminée. Le contrat fait alors intervenir diverses parties :

- Un assureur : le remettant (ou promettant) ;
- Un souscripteur : le stipulant (personne physique dans le cadre d'un contrat individuel ou personne morale dans le cadre d'un contrat groupe) ;
- Un adhérent : la personne physique adhérant à un contrat groupe ;
- Un assuré : la personne physique dont le décès ou la survie entraîne une prestation de l'assureur ;
- Le ou les bénéficiaires : le tiers-bénéficiaire.

Du point de vue juridique, il s'agit d'une stipulation pour autrui puisque le souscripteur demande à l'assureur de réaliser une prestation vis-à-vis d'un tiers-bénéficiaire qu'il désigne (ou désigné par l'adhérent dans le cas d'un contrat groupe). De ce fait, par principe, l'assurance vie est insaisissable et hors succession. Il existe néanmoins des exceptions si les primes versées sont manifestement excessives au regard de l'âge du souscripteur et de sa solvabilité ou bien si la souscription se fait à un

âge avancé, ce qui pourrait entraîner la requalification des sommes versées au contrat en donation indirecte. Il est noté que le souscripteur, qui règle les cotisations et désigne le(s) bénéficiaire(s), n'est pas nécessairement l'assuré sur qui repose l'aléa lié à la durée de vie humaine.

Afin d'approvisionner son contrat d'assurance vie, différents types de versements peuvent être effectués :

- Un versement initial qui correspond au montant investi nécessaire à l'ouverture du contrat. Ce versement peut être unique et l'assureur peut également en exiger un montant minimum. Cette somme constituera ainsi le capital de départ.
- Des versements complémentaires libres réalisés de façon spontanée et ponctuelle et dont l'assureur peut exiger un montant minimum.
- Des versements complémentaires programmés effectués automatiquement selon une périodicité (mensuelle, trimestrielle, semestrielle, annuelle, etc.) choisie à la convenance du souscripteur. Un montant minimum peut aussi être demandé par l'assureur.

Ces versements, sans limite de plafond, peuvent faire l'objet de frais sur versement aussi appelés frais d'entrée, frais de souscription ou frais de charge. Destinés à la couverture des dépenses de l'assureur liées à la commercialisation du contrat, ils sont prélevés comme pourcentage du montant placé.

Les sommes ainsi investies sont protégées pour les détenteurs d'un contrat d'assurance-vie, en cas de faillite de l'assureur, par le Fonds de Garantie des Assurances de Personnes (FGAP), créé par la loi française du 25 juin 1999 relative à l'épargne et à la sécurité financière. Il prévoit en effet un montant d'indemnisation de 70 000 euros par assuré, quel que soit le nombre de contrats souscrits chez le même assureur en faillite.

Afin de diversifier son épargne, l'assurance vie offre une large gamme de supports sur lesquels investir et qui sont répartis en deux grandes familles :

- Les supports en euros ;
- Les supports en unités de compte.

Les supports en euros

Les supports en euros constituent l'option la plus prisée malgré un rendement de moins en moins attractif/performant. Historiquement, il s'agit du placement le plus sécurisé. En effet, son fonctionnement est généralement fondé sur l'effet cliquet ce qui rend la perte des sommes investies impossible et l'acquisition des intérêts générés définitive même si le rendement des placements diminue les années suivantes.

A titre illustratif, dans ce cadre, si un investisseur verse 1 000 € net de frais d'entrée sur un support en euros, le capital garanti est de 1 000 €. Si de plus, après un an, l'assureur verse des intérêts nets de frais de gestion et de prélèvements sociaux de 1%, le capital garanti après la première année sera de 1 010 €.

Toutefois, de plus en plus de contrats prévoient que la somme garantie sera imputée des éventuels frais de gestion. Cette pratique qui devient courante rend ainsi possible la réalisation de moins-values sur le fonds euros pour le souscripteur.

La composition exacte des supports euros varie d'une compagnie d'assurance à l'autre. Le fonds en euros est malgré tout majoritairement constitué d'emprunts d'Etat (obligations dites « souveraines ») et d'obligations d'entreprises généralement bien notées (obligations dites « corporate ») ce qui permet d'assurer la régularité des rendements. Dans un objectif d'amélioration des rendements, le reste est investi :

- En immobilier (notamment de bureaux ou d'entreprises) qui génère des loyers ;
- En actions qui génèrent des dividendes et qui pourraient être revendues à un meilleur prix.

Enfin, afin d'assurer les demandes de rachats et de disposer de ressources nécessaires pour l'investissement dans d'autres classes d'actifs, les fonds sont aussi constitués, en moindre mesure, de titres monétaires (liquidités).

La rémunération des supports euros est constituée de deux éléments :

- Un taux minimum garanti (TMG) ou taux d'intérêt technique régi en France par l'article A. 132-1 du Code des assurances (disponible à l'annexe A) ;
- Une participation aux bénéfices.

Le taux d'intérêt technique

Il est communément admis que le taux d'intérêt technique d'un contrat d'assurance vie correspond à un taux de rendement annuel minimum garanti pour la durée entière du contrat. Par exemple, dire qu'un contrat d'assurance-vie en euros a été établi avec un taux technique de 1% revient donc à dire que l'assureur s'engage à servir au minimum au souscripteur un rendement de 1% par an jusqu'au terme du contrat (décès ou rachat).

Légalement, l'assureur n'est pas tenu de prévoir un taux d'intérêt technique dans les conditions du contrat. Cependant, s'il est prévu, son application est obligatoire et doit être respectée jusqu'au terme du contrat.

Le taux est assujéti à des limites réglementaires, à savoir :

- 75% du taux moyen des emprunts de l'Etat français (TME) calculé sur une base semestrielle, au cours des huit premières années du contrat ;
- $\text{Min}(3,5\%, 60\% * \text{TME})$ au-delà de huit ans. Pour les contrats à primes périodiques ou à capital variable, c'est également ce plafond qui est considéré.

En application de l'article A. 132-1-1, le taux moyen des emprunts d'Etat sur base semestrielle est obtenu en calculant « la moyenne arithmétique sur les six derniers mois des taux observés sur les marchés primaire et secondaire. »

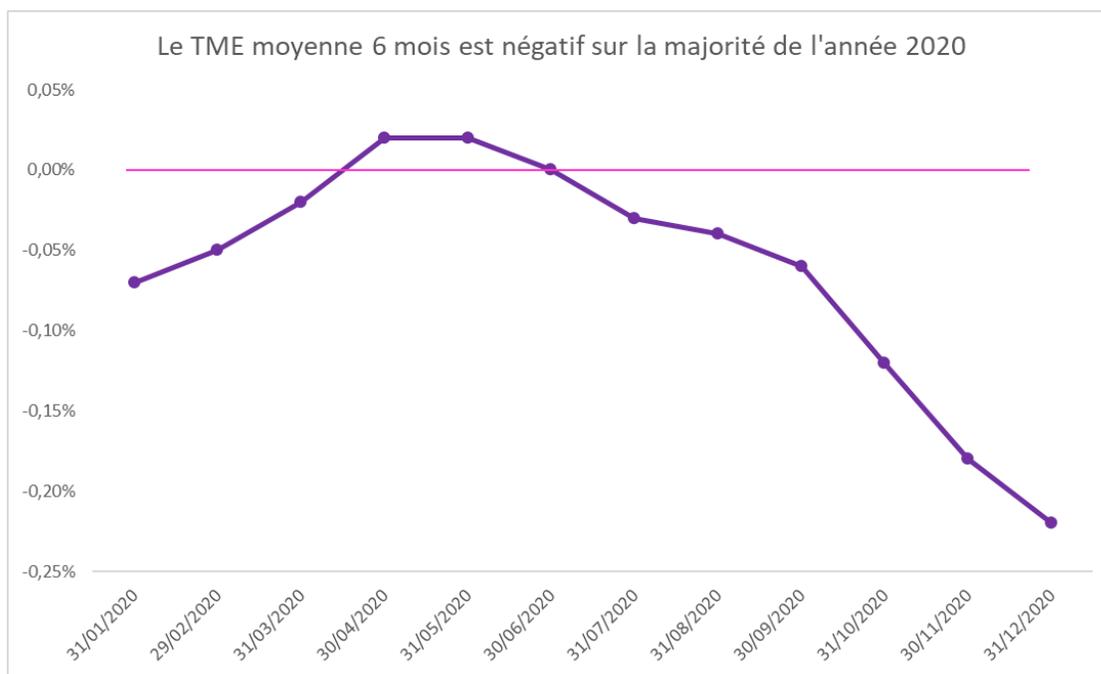


FIGURE 1.1 – Evolution du TME moyenne 6 mois en 2020

Avec un TME moyenne 6 mois historiquement bas et même négatif sur l'année 2020, tel qu'il est illustré dans le graphique précédent, les compagnies doivent trouver un bon équilibre entre sécurité et rendement. Dans un tel contexte, les taux techniques devraient être négatifs mais, comme l'impose la réglementation, ils ne peuvent descendre en dessous de 0%.

La participation aux bénéfices

En assurance-vie, les cotisations versées par le souscripteur dégagent :

- Des bénéfices techniques : bénéfices résultant de la différence entre les frais prélevés par la compagnie d'assurance et les frais réels exposés ;
- Des bénéfices financiers : bénéfices provenant des sommes versées et placées sur des titres comptabilisés à l'actif du bilan.

L'assureur doit alors redistribuer une partie de ces bénéfices qui s'ajoute au taux d'intérêt technique lors de la revalorisation des supports. Cette participation aux bénéfices est une obligation légale régie par l'article L331-3 du code des assurances selon laquelle « les entreprises d'assurance sur la vie ou de capitalisation doivent faire participer les assurés aux bénéfices techniques et financiers qu'elles réalisent, dans les conditions fixées par arrêté du ministre de l'économie et des finances. » Le reversement ne peut être inférieur à 85% du résultat financier et 90% du résultat technique.

La participation aux bénéfices n'est pas nécessairement versée l'année où des plus-values sont constatées. D'après l'article A. 331-9 du code des assurances, l'assureur dispose d'un délai maximal de 8 ans pour procéder à sa distribution. Ceci permet le lissage des taux sur la durée du contrat en conservant une partie des bénéfices les bonnes années pour ensuite remonter la rémunération des contrats lors des mauvais exercices en les affectant à ceux-ci.

L'affectation du montant des participations aux bénéficiaires est donc réalisée soit directement aux provisions mathématiques soit partiellement ou totalement à la provision pour participation aux bénéficiaires.

Enfin, l'article L132-5 impose que les contrats d'assurance-vie précisent « les conditions d'affectation des bénéficiaires techniques et financiers ».

Les assureurs sont tenus de communiquer les deux composants de la rémunération des supports en euros. Cette obligation d'information des compagnies d'assurance a notamment été renforcée par la loi Pacte qui élargit les possibilités de transfert des contrats d'assurance-vie sans perte de l'antériorité fiscale.

Les supports en unités de compte

Une unité de compte (ou UC) est un instrument financier accessible au travers d'un contrat d'assurance-vie. Le terme « unité de compte » est employé puisque le capital est libellé en parts fluctuant selon le comportement du marché financier et non en euros. Les plus-values ou moins-values fluctuent donc plus et peuvent être importantes. De ce fait, ces supports permettent un investissement diversifié et sont destinés principalement aux épargnants en recherche d'un meilleur rendement que le fonds euros.

D'après l'article L131-1 du code des assurances, ces unités de compte peuvent être « constituées de valeurs mobilières ou d'actifs offrant une protection suffisante de l'épargne investie et figurant sur une liste dressée par décret en Conseil d'Etat. »

Les sommes investies sont allouées sur des unités de compte par répartition du capital sur des supports divers énumérés par l'article R131-1 du code des assurances. De façon non exhaustive, sont mentionnées dans cet article des parts ou actions :

- De sociétés cotées en bourse (actions) ;
- D'obligations souveraines ou corporate ;
- De patrimoine immobilier : réputé moins volatil (SCPI, SCI, OPC) ;
- De valeurs mobilières : titres financiers émis par une entreprise et donnant droit à une part de son capital ou à un droit sur son patrimoine (ex : Sicav, FCP, OPC) ;
- D'*Exchange Traded Fund* (ETF aussi appelé *trackers* ou fonds indiciaires) : fonds d'investissement composé d'un panier d'actions et/ou d'obligations de plusieurs entreprises ou Etats et qui vise à suivre à la trace et répliquer l'évolution des performances d'un indice boursier.

Sur ces supports, l'épargne souscrite est convertie en un nombre de parts des unités de compte selon leur cours quotidien. La garantie est alors exprimée en nombre d'unités de compte.

Contrairement aux supports en euros qui peuvent garantir un rendement minimum au contrat, les supports en unités de compte n'offrent généralement aucune garantie sur le capital. Ils constituent, dans ce cas, l'intégralité du risque financier pour le souscripteur qui supporte seul les moins-values liées aux baisses des marchés financiers. En contrepartie, si les marchés financiers sont bien orientés, les supports en unités de compte offrent des rendements élevés.

Les unités de compte nécessitent d'être gérées avec de solides compétences financières. En fonction de son appétence pour le risque et de ses envies de gain, le souscripteur dispose de modes de gestion variés concernant les unités de compte. Cette partie sera développée ultérieurement lors de la description des contrats multisupports.

Les modalités du contrat d'assurance vie

Trois formes de contrats d'assurance vie sont à distinguer :

- L'assurance en cas de vie ;
- L'assurance en cas de décès ;
- L'assurance mixte de vie et décès.

Alors, lors de la constitution d'une épargne par un contrat d'assurance vie, l'assureur s'engage :

- Soit à reverser, à sa demande, le capital ou la rente à l'assuré lui-même en cas de vie (assurance en cas de vie) ;
- Soit à reverser le capital ou la rente au(x) tiers-bénéficiaire(s) en cas de décès de l'assuré (assurance en cas de décès).

En cours de contrat, il peut se révéler nécessaire pour le souscripteur d'effectuer un rachat, c'est-à-dire de retirer toutes ou partie des sommes épargnées disponibles sur son assurance vie. Deux formes de rachat sont ainsi opposées :

- Le rachat total où la valeur du contrat au moment du rachat appelée « valeur de rachat » , est versée au souscripteur. Ce rachat entraîne alors la fermeture du contrat. Concernant le fonds euros, le capital acquis par le contrat le jour du traitement de la demande de rachat est récupéré. Pour les unités de compte, le produit du nombre de parts par la valeur de la part au jour du traitement de la demande est versé.
- Le rachat partiel où la somme demandée par le souscripteur est versée. Sont différenciés dans ce cas :
 - Le rachat partiel ponctuel qui répond au besoin du souscripteur de récupérer la somme voulue ;
 - Le rachat partiel programmé qui peut répondre au besoin du souscripteur qui, arrivé à la retraite, souhaite disposer de versements réguliers déterminés et qui n'a pas opté pour le versement d'une rente. Cette opération permet au contrat de continuer son cours et au capital investi restant de continuer sa fructification.

L'assurance vie est souvent confondue avec l'assurance décès en raison des termes employés. Il est donc important de les dissocier. En effet, l'assurance décès relève du domaine de la prévoyance en permettant au souscripteur de couvrir ses proches par la prise de dispositions financières. Le souscripteur n'est, dans ce cas, pas le bénéficiaire de l'assurance. En revanche, l'assurance vie est un placement financier lié à un aléa (la survie ou le décès de l'assuré) et le souscripteur est libre de pouvoir racheter tout ou partie des versements réalisés.

Enfin, les contrats d'assurance-vie peuvent être assujettis à divers frais. Les principaux frais peuvent se répartir de la façon suivante :

- Les frais d'adhésion : fixes et directement liés à l'ouverture d'un contrat, ils ne sont pas nécessairement inclus dans un contrat d'assurance-vie ;
- Les frais de versement : apparaissent sous forme de pourcentage du montant investi et peuvent avoir un réel impact sur le rendement du contrat ;
- Les frais d'arbitrage : prélevés lors d'une opération d'arbitrage forfaitairement ou en pourcentage des sommes arbitrées ;
- Les frais de gestion : prélevés chaque année et exprimés en pourcentage de la valorisation du contrat. Ils peuvent différer entre les supports euros et les supports en UC.

1.1.2 Un régime fiscal favorable

Les contrats d'assurance-vie sont soumis à des prélèvements sociaux et fiscaux mais leur fiscalité avantageuse en matière de droits de succession et d'imposition des revenus reste un de leurs principaux atouts. Cette fiscalité attrayante est malgré tout complexe et les règles fiscales édictées ont beaucoup évolué.

Une présentation du régime fiscal de l'assurance-vie est disponible à l'annexe B de ce mémoire.

1.2 Les différents types de contrats

Les contrats d'assurance-vie peuvent se présenter sous différentes formes avec des caractéristiques et des supports financiers spécifiques. Selon ses ambitions lors de la constitution d'une épargne et de son versement en rente ou en capital, le choix du type de contrat d'assurance-vie ne sera pas le même. Les contrats d'assurance-vie se divisent alors en deux catégories :

- Les contrats monosupports ;
- Les contrats multisupports.

La différence entre ces deux catégories repose simplement sur le nombre de supports de placement sur lesquels repose l'investissement.

1.2.1 Les contrats monosupports

Les contrats d'assurance-vie monosupports sont des contrats d'assurance-vie en euros permettant d'investir sur un unique support : le fonds en euros. Destinés à ceux qui veulent investir de manière sécurisée, ils bénéficient généralement d'une double garantie :

- La garantie de l'épargne investie ;
- L'effet cliquet qui garantit les intérêts dégagés et qui, ajoutés au capital, produisent à leur tour des intérêts.

Ces contrats sont toutefois de moins en moins commercialisés et, depuis l'amendement Fourgous instauré dans la loi dite Breton du 26 juillet 2005, ils peuvent être transformés en contrats multisupports sans perte d'antériorité fiscale (sous réserve d'un investissement en UC de 20% minimum).

1.2.2 Les contrats multisupports

La raison d'être d'un contrat d'assurance-vie monosupport, souvent 100% euros, est aujourd'hui remise en question. En effet, la masse de rendement s'est réduite au fil des années et le marché de l'assurance vie tend à s'orienter vers des placements plus variés par l'intermédiaire des contrats multisupports.

Les contrats d'assurance-vie multisupports représentent aujourd'hui la quasi-totalité des contrats proposés sur le marché. Ces contrats comportent, comme le nom l'indique, plusieurs supports d'investissement dont certains sont exprimés en euros et d'autres en unités de compte. Dès la souscription, l'épargnant est impliqué dans la répartition de son investissement entre les différents supports. Les cotisations versées sur ces contrats sont alors investies, soit totalement sur le fonds euros, soit entièrement sur des unités de compte, soit en partie sur chaque fonds selon la répartition retenue.

Dans l'optique de protéger son épargne, le souscripteur préférera les supports avec une faible volatilité. Les supports en unités de compte seront, en conséquence, plutôt destinés à des investissements à long terme et diversifiés sur les marchés financiers, pour les souscripteurs à la recherche de rendement. Par la diversification de son investissement, l'épargnant peut ainsi répartir le risque financier entre des branches d'activité mais aussi des zones géographiques.

Arbitrage

Dans les contrats d'assurance-vie multisupports, l'épargnant a la possibilité d'effectuer des transferts entre les différents supports de tout ou partie du capital constitué. Celui-ci est alors en mesure de changer la répartition de ses avoirs pour optimiser le rendement de son contrat. Cette redistribution de l'épargne peut donc être considérée comme une opération d'achat et de vente de fonds.

Un arbitrage peut être manuel ou bien automatique et permet essentiellement de sécuriser sur le fonds euros les plus-values générées sur les supports en unités de compte. Dans l'autre sens, il permet aussi de dynamiser les plus-values générées sur le fonds en euros en les basculant sur des unités de compte plus rémunératrices. L'arbitrage est donc un élément essentiel dans la gestion du contrat du souscripteur mais des conditions limitatives peuvent lui être imposées.

Gestion

Afin que le contrat d'assurance-vie multisupport réponde aux objectifs des investissements, il est nécessaire de déterminer une stratégie de placement. Pour répondre à ce besoin, le souscripteur a le choix entre différents modes de gestion.

Gestion libre

La gestion libre est le mode de gestion par défaut d'un contrat d'assurance-vie multisupport. Le souscripteur décide lui-même des supports disponibles sur lesquels il souhaite investir son épargne et reste maître des arbitrages qu'il veut effectuer. Cette gestion suggère que le souscripteur ait la capacité d'adapter ses décisions aux évolutions des marchés financiers.

Gestion conseillée

Par une gestion conseillée, l'épargnant garde le contrôle sur ses investissements mais reçoit des conseils d'un professionnel qu'il sera libre de suivre ou non. L'expert a pour rôle de prévenir des risques encourus par les investissements et de proposer des placements répondant au profil du souscripteur. Ainsi, les conseils peuvent varier allant d'une simple newsletter à des sélections de supports ou des recommandations d'arbitrages.

Gestion profilée ou sous mandat

Dans le mode de gestion sous mandat, l'épargne est confiée à un organisme de gestion d'actifs, filiale de l'assureur ou indépendant. Le profil de risque du souscripteur est analysé et la répartition des versements et les arbitrages entre les supports sont gérés selon le profil obtenu, généralement :

- Le profil prudent (ou défensif) correspond principalement aux produits monétaires et obligataires ;
- Le profil équilibré correspond à un équilibre entre sécurité (investissement à 50% sur une base sécuritaire) et rentabilité (investissement à 50% sur le marché action) ;
- Le profil dynamique qui se concentre sur les investissements sur le marché action.

Gestion à horizon

La gestion à horizon permet une répartition de l'épargne dans le temps selon l'âge du souscripteur et ses objectifs. Les versements sont placés sur des supports risqués mais potentiellement très rémunérateurs au début du contrat puis, au fur et à mesure que le souscripteur gagne en âge, sur des supports de plus en plus prudents pour sécuriser le capital.

1.3 Les environnements financier et réglementaire en évolution permanente

Les environnements financier et réglementaire se sont profondément modifiés ces dernières années, incitant les assureurs à se réinventer pour faire face à la chute des rendements du fonds euros et pour maintenir un haut niveau de solvabilité.

1.3.1 Un environnement de taux bas

Conséquence de l'évolution démographique et du contexte économique des sociétés, l'environnement inédit de taux bas et ses impacts inquiètent les acteurs de l'assurance-vie et les autorités

chargées de veiller au maintien de la stabilité financière et de la protection des épargnants.

Les supports en euros des contrats d'assurance-vie sont historiquement, et encore actuellement, principalement composés d'obligations d'Etat. Peu consommatrices en fonds propres du point de vue de la réglementation Solvabilité 2, les obligations souveraines limitent le risque que l'actif net réévalué varie en cas de variations des taux.

Cependant, au cours des dernières années, des taux d'intérêts négatifs ont été observés pour des obligations de la zone euro. Les politiques monétaires accommodantes de soutien de l'économie adoptées par les banques centrales pendant la crise sanitaire ont accru cette tendance et rendent la combinaison « rendement – garantie de capital – liquidité instantanée » difficile.

Le cas de l'OAT 10 ans

En matière de placement sécuritaire, l'obligation assimilable du Trésor (OAT) à 10 ans sert souvent de référence. L'évolution de son taux de rendement illustre la baisse des taux et interpelle sur l'avenir de la performance du fonds euros.



FIGURE 1.2 – Evolution du taux OAT 10 ans

En effet, comme le graphique ci-dessus le montre, la baisse du taux de rendement de l'OAT 10 ans observée depuis de nombreuses années a été telle que, le 18 juin 2019, le territoire négatif a été franchi. Cet événement fort s'inscrit dans la continuité des obligations françaises de plus court terme qui se négociaient déjà à taux négatifs. Ainsi, lorsque le taux est négatif, l'assureur qui collecte sur l'actif en euros du contrat d'assurance-vie fait diminuer la rentabilité moyenne du support.

La corrélation entre le rendement du fonds euros et les taux de l'OAT 10 ans n'est pas directe et les supports en euros ne sont pas entièrement composés d'obligations d'Etat, et, à plus forte raison, d'obligations françaises. Toutefois, l'effondrement des taux obligataires devrait laisser des marques et les performances déjà en baisse des supports en euros devraient encore reculer.

Performance du fonds euros

La baisse des taux a permis aux assureurs, dans un premier temps, de dégager des plus-values latentes et ainsi offrir des rendements légèrement supérieurs aux taux sans risque. L'attractivité des contrats a également pu être maintenue grâce à la gestion de la participation aux bénéficiaires. Néanmoins, sur le long terme, cette chute constante affecte le rendement des obligations et donc du fonds euros, rendant les investissements sur ces supports beaucoup moins attractifs pour les épargnants.

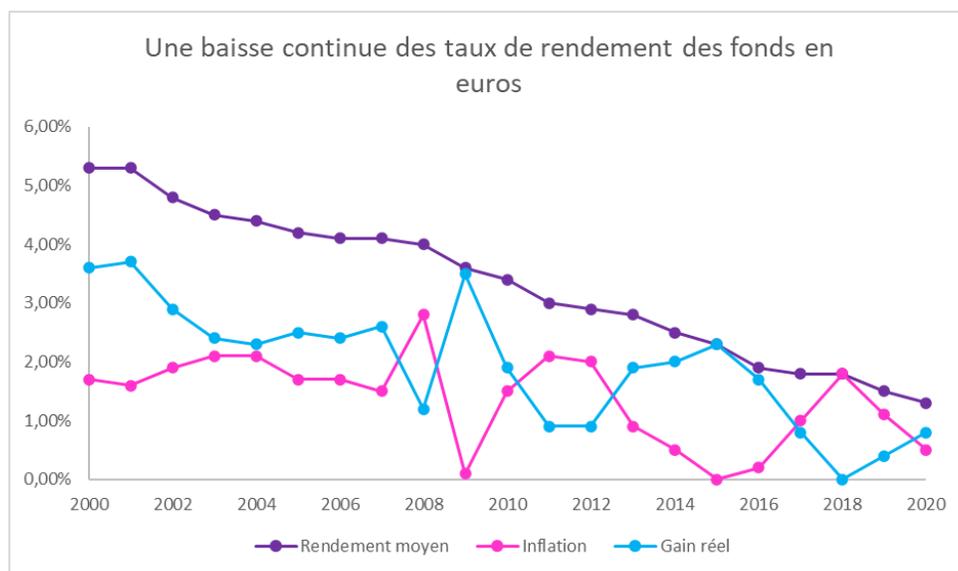


FIGURE 1.3 – Rendements moyen du fonds euros comparés à l'inflation de 2000 à 2020

Le plongeon du rendement moyen du fonds euros en assurance-vie mis en évidence par ce graphique issu des données de France Assureurs (FA) est conséquent puisqu'il a perdu plus de deux points de pourcentage en 10 ans passant de 3,4% en 2010 à 1,3% en 2020. Ces performances des fonds en euros sont dites nominales, c'est à dire nettes de frais de gestion et avant prélèvements sociaux et fiscaux.

Toutefois, compte tenu des données de l'Institut national de la statistique et des études économiques (INSEE) sur l'inflation, la situation semble envoyer des signaux d'amélioration avec 0,80 point de pourcentage de gain réel en plus entre 2018 et 2020.

Le business model impacté

Outre les effets sur la performance des contrats d'assurance-vie, l'environnement de taux bas et les risques liés à sa normalisation remettent en cause le business model du secteur de l'assurance-vie impactant alors l'exigence de fonds propres minimale imposée par Solvabilité II. En effet, différents mécanismes issus de cette remise en cause affectent le bilan des assureurs et peuvent entraîner une perte importante de fonds propres.

L'évaluation du passif

Pour l'évaluation du passif, l'assureur doit valoriser ses engagements futurs avec des taux d'actualisation en baisse ce qui implique une augmentation des provisions à passer.

Les méthodes

L'évaluation des flux futurs nécessite une bonne anticipation du comportement des différents acteurs. L'environnement de taux bas impacte de ce fait les leviers de pilotage intégrés dans les modèles qui n'ont pas été conçus dans un tel environnement. Le comportement des assurés est aussi déterminant et les modèles de rachats construits dans un contexte de baisse progressive des taux ne seraient pas forcément adaptés à une remontée. Les travaux de Recherche et Développement pour faire évoluer les modèles sont donc nécessaires.

Solvabilité II

Dans ce contexte de taux durablement bas et face à la difficulté de certains assureurs pour atteindre un niveau de fonds propres suffisant dans le cadre de Solvabilité II, la modification de l'article A132-16-1 du code des assurances par Arrêté du 2 décembre 2020 est venue assouplir les règles de calcul du ratio de solvabilité.

Pour rappel, Solvabilité II est le régime prudentiel imposé aux entreprises d'assurance et de réassurance européennes fixant les règles « prudentielles » leur permettant de calibrer un niveau de capitaux propres à immobiliser en fonction des risques auxquels elles sont confrontées.

Ainsi, d'après l'article du code des assurances, « par dérogation aux affectations prévues au premier alinéa de l'article A. 132-16 et dans des situations exceptionnelles, la provision pour participation aux bénéfiques peut être reprise après autorisation de l'Autorité de contrôle prudentiel et de résolution ».

Plus précisément, l'intégration de la provision pour participation aux bénéfiques (PPB) dans le calcul du ratio de solvabilité nécessite que l'assureur constate des pertes techniques lors du dernier exercice comptable et que la marge de solvabilité ne soit pas respectée. Dans cette configuration, l'assureur devra communiquer à l'ACPR un plan expliquant la restitution sous un délai de huit ans des montants repris sur la PPB.

Enfin, la mesure « prévoit notamment que l'organisme d'assurance ne verse pas de dividendes, ni ne rembourse et ne rémunère les certificats mutualistes tant que ces montants repris n'ont pas été restitués. »

1.3.2 Une réglementation renforcée par la loi Pacte

La loi Pacte (Plan d'action pour la croissance et la transformation des entreprises) du 22 mai 2019 vise à lever les barrières à la croissance des entreprises et, ainsi, à améliorer le financement de l'économie française et l'investissement à long terme. Considérée comme un financement de l'économie à long terme, l'assurance-vie a été intégrée dans le périmètre de cette loi. Plus précisément, elle s'est inscrite dans la continuité des directives européennes MIF II et DDA sur la protection des souscripteurs des produits d'assurance en renforçant l'obligation de transparence des assureurs envers les épargnants. En assurance-vie, la loi Pacte traite également de la transférabilité des contrats et introduit de nouveaux supports.

Renforcement des exigences d'information

Les rendements

Après souscription du contrat, pour les supports en euros, l'assureur doit suivre des mesures d'information annuelle. Dans le cadre du relevé d'information annuel, le rendement du fonds euros des contrats détenus par les souscripteurs mais aussi le taux moyen de participation aux bénéfices des contrats de même nature doivent être communiqués. Cette communication doit permettre de faciliter la comparaison des performances entre les diverses offres. Les performances doivent également être publiées chaque année sur le site internet du groupe dans un délai de trois mois à compter du 31 décembre et pour une durée minimum de cinq ans.

Les frais

Concernant les supports en unités de compte, les mesures sont aussi renforcées. En effet, conformément à l'article L522-5 du code des assurances, avant la souscription du contrat, l'assureur doit transmettre « une information détaillée précisant, pour chaque unité de compte, la performance brute de frais, la performance nette de frais et les frais prélevés, au cours d'une période définie par arrêté du ministre chargé de l'économie. »

Lorsque le contrat est souscrit, l'assureur doit communiquer annuellement les frais afférents à chaque unité de compte et les « éventuelles rétrocessions de commission perçues au titre de la gestion financière des actifs représentatifs des engagements exprimés en unités de compte. »

Élargissement de la transférabilité

Sous certaines conditions, au sein d'une même compagnie, la loi Pacte permet désormais d'offrir la possibilité aux épargnants de transférer leur épargne vers un nouveau contrat d'assurance-vie, plus rentable ou moins chargé en frais, quel que soit son support. Cet élargissement du périmètre de la transférabilité des contrats d'assurance-vie vient donc compléter l'amendement Fourgous.

Le transfert entre compagnies n'a pas été accordé par cette loi pour écarter une instabilité chez les assureurs.

Ouverture à de nouveaux supports

La loi relative à la croissance et la transformation des entreprises instaure une offre de finance durable au sein des unités de compte. Depuis le 1er janvier 2020, au moins une unité de compte estampillée ISR (Investissement Socialement Responsable) ou verte ou solidaire devra être incluse dans un contrat d'assurance-vie multisupport. A partir du 1er janvier 2022, ce type de contrat devra inclure ces trois catégories d'unités de compte. Les souscripteurs devraient alors être mieux informés sur la part de leur épargne participant à la transition écologique ou au secteur solidaire.

Articulation du PER et de l'assurance-vie

Pour finir, à travers la loi Pacte, un contrat d'assurance-vie peut être transformé en un plan d'épargne retraite (PER) commercialisé par l'assureur jusqu'à la fin de l'année 2022. Cette opération est néanmoins réservée aux détenteurs d'un contrat d'assurance-vie de plus de huit ans et dont l'assuré est à plus de cinq ans de l'âge légal du départ à la retraite. Le transfert est avantageux fiscalement mais les sommes placées sur un PER ne sont pas disponibles durant toute la vie active. La sortie en rente ou en capital ne s'effectue qu'au départ à la retraite.

1.3.3 Un enjeu pour l'assureur

Dans ce nouveau contexte de taux bas et de réglementation renforcée, les assureurs font face à d'importants enjeux en matière de rentabilité et de solvabilité. La baisse de rendement du fonds euros depuis plusieurs années et l'amélioration récente de la pédagogie sur les offres en assurance-vie accentuent la nécessité pour les assureurs de chercher à servir des taux comparables aux épargnants et idéalement supérieurs à la concurrence.

L'euro-croissance

Pour contrer la baisse de la rémunération, une nouvelle voie s'est ouverte avec l'euro-croissance. Contrairement aux supports euros, les supports euro-croissance n'offrent une garantie partielle ou totale en capital qu'à l'échéance d'une durée de détention d'au moins huit ans fixée à la souscription du contrat. A mi-chemin entre les supports en euros et les supports en unités de compte, l'euro-croissance permet une gestion plus dynamique de l'épargne du souscripteur tout en garantissant sa protection à terme. Ce support n'a pas eu le succès escompté et, fin 2019, les fonds euro-croissance ont représenté 3,1 milliards d'euros d'encours, soit 0.17% des 1 788 milliards d'euros d'encours des contrats d'assurance-vie. Le gouvernement a voulu simplifier le fonctionnement du fonds pour l'assuré en profitant de la loi Pacte qui élargit le champ des fonds éligibles et qui met place un taux de rendement unifié. Toutefois, l'euro-croissance ne fait pas consensus et n'est pas commercialisé par toutes les compagnies d'assurance.

Une augmentation des placements en UC

Alors que mai 2021 avait été marqué par un doublement du montant des cotisations brutes par rapport au même mois de l'année précédente (11,4 milliards d'euros contre 5,4 milliards d'euros), l'assurance vie a atteint des niveaux inégalés depuis plus de 10 ans en juin 2021. En effet, ce sont 13,7 milliards d'euros de cotisations récoltées sur le mois (contre 9,9 milliards en juin 2020 et 12,1 milliards en juin 2019) faisant atteindre le montant de cotisations sur le premier semestre

à plus de 77 milliards d'euros (contre 54,3 milliards d'euros en 2020 et 74 milliards d'euros en 2019).

Pour optimiser le couple rendement-risque, les compagnies d'assurance mais également l'ACPR et le gouvernement encouragent de façon consensuelle les placements plus risqués sur les unités de compte. En effet, une part trop importante de placements sur les fonds en euros dans un environnement de taux bas pourrait impacter négativement le ratio de solvabilité des assureurs dans le cadre de Solvabilité II.

Le message auprès des assurés semble donc avoir été bien reçu puisque la collecte sur les unités de compte a été en nette augmentation jusqu'à atteindre une part de 41% des cotisations en juin 2021 et même 38% en moyenne depuis le début de l'année (contre 35% sur l'année 2020). C'est donc une évolution du marché vers un nouvel équilibre entre fonds euros et unités de compte qui se confirme avec +19,3 milliards d'euros nets en unités de compte collectés au premier semestre 2021.

Cependant, des placements plus complexes sur des classes d'actifs alliant espérance de rendement plus élevée et protection des revenus peuvent conduire à des coûts importants en cas de mauvaise anticipation des marchés financiers. Il apparaît donc indispensable pour l'assureur de veiller à des études poussées pour mesurer les conséquences des allocations stratégiques sur les comptes sociaux et sa solvabilité.

La mise en place d'une garantie

Afin de permettre aux épargnants d'aller chercher du rendement sereinement, la grande majorité des assureurs met aussi en place des stratégies s'appuyant sur les produits existants. Parmi ces mesures, apparaît notamment la garantie plancher qui permet à l'assuré de se couvrir contre le risque financier. Cette option de prévoyance dont le dénouement est généralement lié au décès de l'assuré présente néanmoins un coût pour l'assuré mais aussi pour l'assureur. L'assureur n'est jamais parfaitement préparé à ce coût puisque la provision pour garantie plancher, basée sur des méthodes financières, est très sensible aux variations des cours des marchés. Le résultat de l'assureur peut donc être fortement impacté d'une année sur l'autre et d'autant plus avec l'augmentation des parts des placements en unités de compte. L'évolution des marchés financiers et de la réglementation implique une évolution du risque sur la garantie plancher et il apparaît donc de plus en plus important pour l'assureur de couvrir cette garantie.

Chapitre 2

La garantie plancher en cas de décès

La baisse du rendement du fonds euros conduit les épargnants à s'orienter vers des placements en unités de compte sur leur contrat d'assurance-vie. Cependant, face à la crainte d'une baisse conséquente des marchés financiers, le souscripteur peut se tourner vers une option souvent proposée, parfois obligatoire, par les assureurs pour protéger ses efforts d'épargne au profit du ou des bénéficiaires. Cette option appelée « garantie plancher » peut s'appliquer en cas de vie ou de décès. Dans ce mémoire, sauf mention du contraire, la garantie plancher en cas de décès sera traitée.

2.1 Une garantie mise en avant dans les contrats d'assurance vie qui peut s'avérer utile

Definition

La garantie plancher est un engagement pris par l'assureur afin que les bénéficiaires désignés au contrat d'assurance vie en unités de compte ou multisupport récupèrent au minimum le capital investi (net de frais d'entrée généralement), quelle que soit la valeur des unités de compte au moment du décès de l'assuré. Au cours de la durée de vie du contrat, le risque lié aux fluctuations des marchés financiers est alors partagé entre l'assureur et l'épargnant ce qui le rend plus sécurisé, et donc plus attractif. Obligatoire ou optionnelle, cette garantie peut être vue comme une garantie décès juxtaposée au contrat d'assurance-vie et cesse souvent au-delà d'un certain âge ou d'une certaine durée. L'évaluation de son coût prend principalement en compte le type de la garantie, le capital sous risque et l'âge de l'assuré. Le capital sous risque est la différence entre le capital minimum garanti en cas de décès et la valeur atteinte de l'épargne.

L'évolution du cadre réglementaire de la garantie

Avant la réforme du cadre réglementaire en 1992, les contrats d'assurance-vie en unités de compte étaient obligatoirement accompagnés d'une garantie plancher comme spécifié au dernier alinéa de l'article L. 131-1 du code des assurances : « Le montant des sommes garanties par l'assureur lors de la réalisation du risque décès ne peut toutefois être inférieur à celui du capital ou de la rente garantis, calculé sur la base de la valeur de l'unité de compte à la date de prise d'effet du contrat ou, s'il y a lieu, de son dernier avenant. »

La loi du 11 septembre 1992 précisant la valeur de référence des contrats d'assurance sur la vie ou de capitalisation se référant à des unités de compte a accordé plus de souplesse à ces contrats. L'alinéa traitant du caractère obligatoire de la garantie plancher est alors abrogé puisqu'une telle garantie était en contradiction avec la notion d'unité de compte qui présente un risque financier pour l'assureur.

Mise en avant dans l'offre d'assurance

Dans l'offre d'assurance, la garantie plancher en cas de décès peut-être mise en avant dans les documents contractuels et dans la fiche produit envoyée aux adhérents lors de la souscription.

La garantie peut également être un véritable argument de vente en étant mise en avant par les commerciaux au moment de la vente des produits.

2.1.1 Un éventail de garanties sur les contrats d'assurance vie multisupports

Dans un contrat d'assurance-vie multisupport, plusieurs types de garanties plancher peuvent être distingués.

Soient $V_0 = PM_0$ le versement initial, net de frais de souscription, de l'épargnant à l'année de souscription $i = 0$ et PM_T le montant de la provision mathématique à la date du décès T de l'assuré. Soit K le cumul des investissements sur le contrat multisupport, nets de frais de souscription et de rachats éventuels.

Garantie plancher classique

La garantie plancher classique aussi dite « simple » garantit aux bénéficiaires une prestation dont le montant est au moins égal au cumul des sommes versées nettes de frais d'entrée par le souscripteur sur le contrat. La perte du capital investi est, de ce fait, écartée.

A la date du décès T de l'assuré, l'assureur va devoir verser au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) au contrat une prestation égale à :

$$\text{Max}(K, PM_T)$$

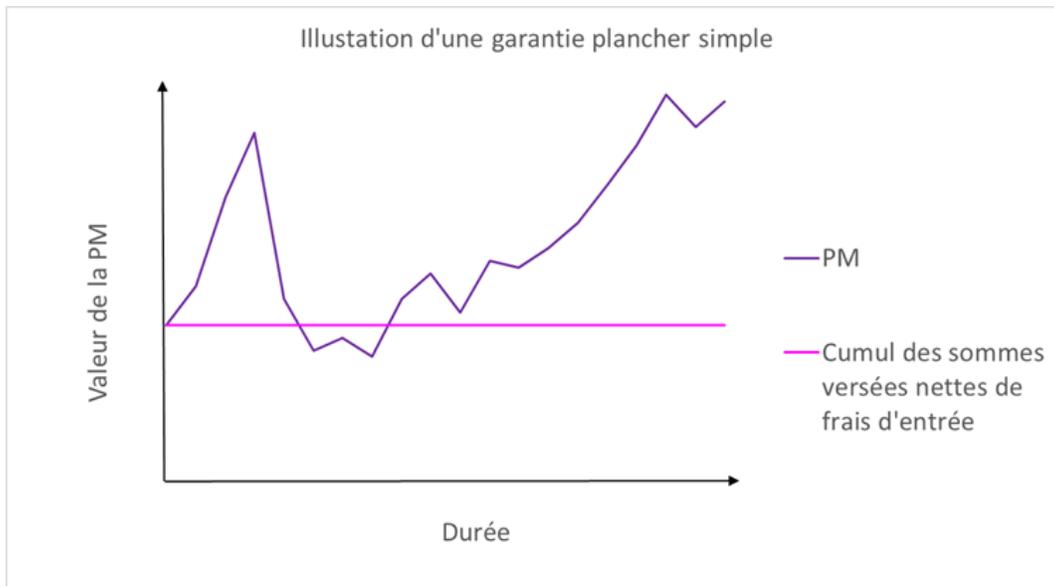


FIGURE 2.1 – Garantie plancher classique

A titre illustratif cette garantie portant sur $K = 50\,000$ euros, deux situations peuvent se présenter au décès de l'assuré :

- Une hausse des unités de compte a eu lieu et le capital a atteint 65 000 euros. C'est alors ce montant de 65 000 euros qui sera versé aux bénéficiaires ;
- Une baisse des unités de compte a eu lieu et le capital n'est plus que de 45 000 euros. Au titre de la garantie, les bénéficiaires toucheront 50 000 euros.

Le capital sous risque est la différence entre le capital minimum garanti K et le montant PM_T de la provision mathématique à la date du décès T de l'assuré.

Garantie plancher indexée

Le fonctionnement de la garantie plancher indexée est basé sur celui de la garantie plancher simple. Il consiste à appliquer annuellement au cumul des sommes placées un taux d'indexation r pour déterminer le capital minimum garanti aux bénéficiaires. Le taux d'indexation est fixé par l'assureur. A la date du décès T de l'assuré, le montant versé par l'assureur au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) au contrat est :

$$\text{Max}\left(\sum_{i=0}^T V_i e^{r*(T-i)}, PM_T\right)$$

où V_i est le montant total des versements effectués l'année i .

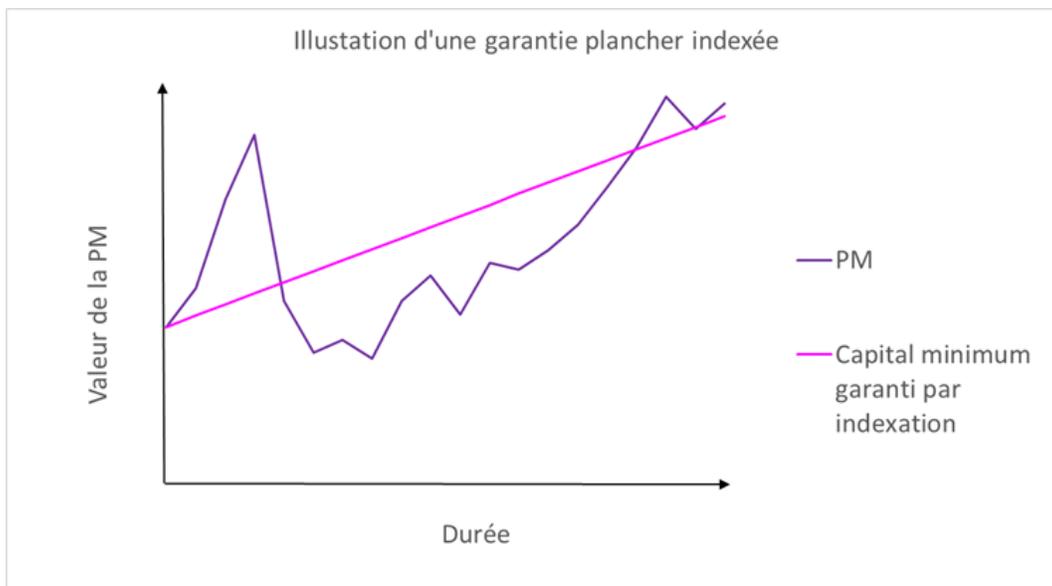


FIGURE 2.2 – Garantie plancher indexée

En prenant l'exemple simple d'un contrat multisupport avec un versement unique du souscripteur de $V_0 = 50\,000$ euros et qui inclut cette garantie avec un taux d'indexation annuel $r = 1\%$, le capital minimum garanti si l'assuré décède $T = 20$ ans après la souscription est de :

$$\text{Max}(V_0 e^{rT}, PM_T) = 50000 * e^{1\%*20} = 61\,070 \text{ €}$$

Au décès de l'assuré, deux scénarios potentiels se présentent alors :

- Le capital a atteint 65 000 euros à la suite d'une hausse des unités de compte. Les 65 000 euros seront alors versés au(x) bénéficiaire(s) ;
- Une hausse des unités de compte a eu lieu et le capital a atteint 60 000 euros. Les bénéficiaires toucheront alors 61 070 euros grâce à la garantie.

Garantie majorée ou vie entière

Par une garantie plancher majorée, le souscripteur peut décider lui-même du capital minimum garanti que l'assureur devra verser au(x) bénéficiaire(s). Pour cela, dans les limites imposées par l'assureur, il fixe le coefficient de majoration m à appliquer au cumul des investissements K .

A la date du décès T de l'assuré, l'assureur va devoir verser au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) au contrat une prestation égale à :

$$\text{Max}(K * m, PM_T)$$

Le fonctionnement de cette garantie s’approche de celui d’une assurance décès. S’appliquant de façon systématique, elle est donc plus coûteuse qu’une garantie plancher simple.

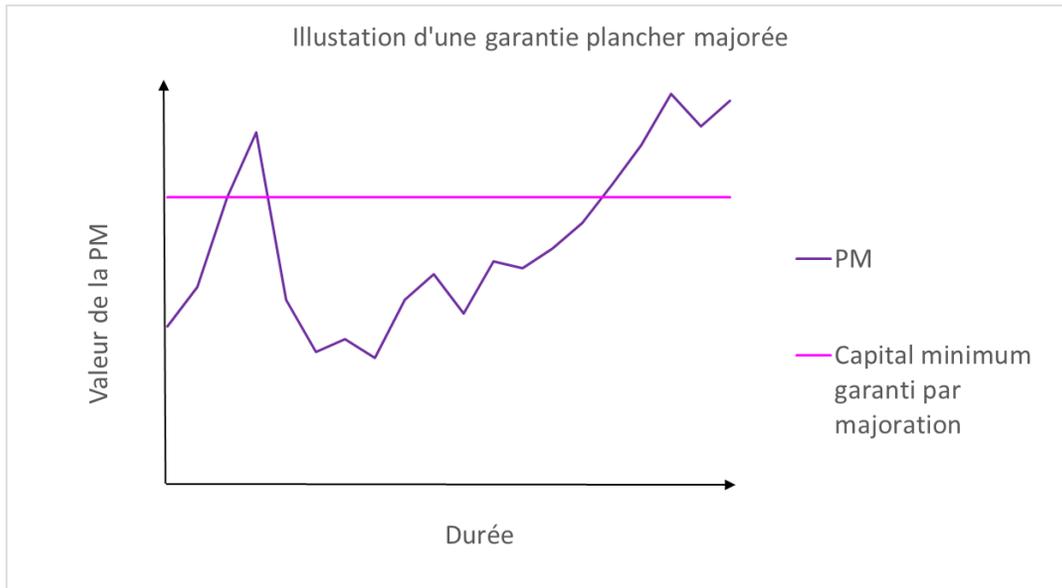


FIGURE 2.3 – Garantie plancher majorée

En guise d’illustration, pour un souscripteur d’un contrat multisupport qui inclut une garantie indexée portant sur $K = 50\,000$ euros avec un coefficient de majoration de 110%, le capital minimum garanti au décès T de l’assuré est de $50000 * 110\% = 55\,000$ euros.

Garantie cliquet

L’effet cliquet intervient dans une garantie plancher cliquet. Par conséquent, en vertu de cet effet, le capital minimum garanti par l’assureur correspond à la plus haute valeur prise par l’épargne au cours de la durée du contrat.

A la date du décès T de l’assuré, le montant versé par l’assureur au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) au contrat est :

$$\text{Max}(\text{Max}(PM_i)_{i=0,\dots,T}, PM_T)$$

où PM_i est la valeur de la PM l’année i .

La garantie plancher cliquet a donc un effet mémoire qui empêche de revenir en arrière dans l’acquisition des droits.

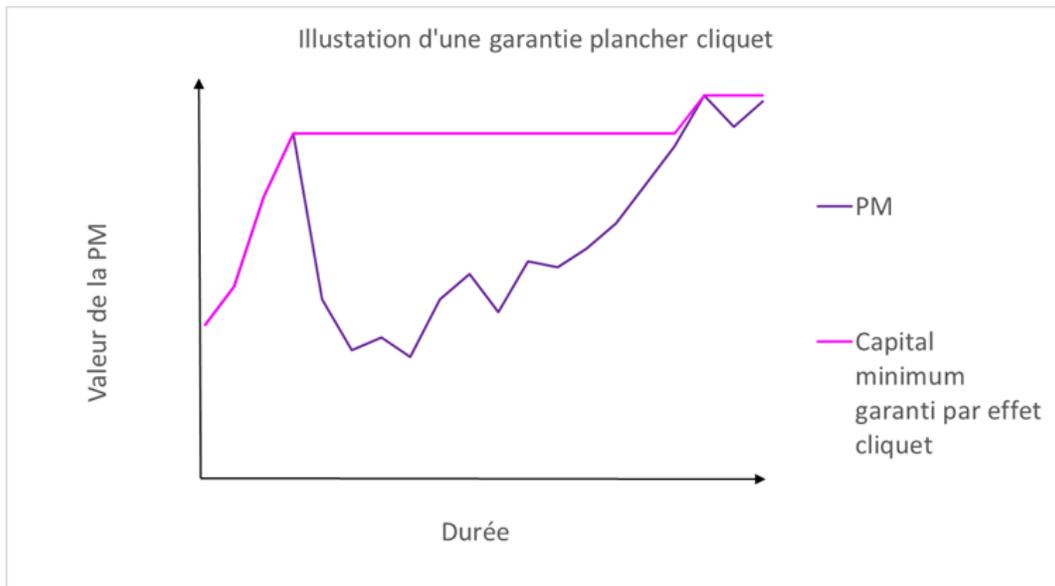


FIGURE 2.4 – Garantie plancher cliquet

Par exemple, soit un contrat multisupport dont la plus haute valeur atteinte au cours de sa durée est de 70 000 euros et dont la valeur au décès de l'assuré est de 60 000 euros. La somme versée au(x) bénéficiaire(s) de ce contrat sera égale à $Max(70000, 60000) = 70\ 000$ euros.

2.1.2 Une garantie qui n'échappe pas aux risques

Les contrats d'assurance-vie multisupports qui garantissent un capital minimum au(x) bénéficiaire(s) en cas de décès de l'assuré sont soumis à un risque qui combine le risque de mortalité provenant de la garantie et le risque de marché provenant des placements en unité de compte.

Le risque de mortalité

Le risque de mortalité est un risque classique et bien maîtrisé par les assureurs dans un contrat d'assurance-vie multisupport avec une garantie plancher en cas de décès. Ce risque mutualisable traduit l'écart entre l'évolution de la mortalité observée et la table de mortalité utilisée lors de l'évaluation du risque pour le provisionnement et la tarification. Une mauvaise évaluation de ce risque pourrait avoir un fort impact sur les provisions techniques et n'est donc pas négligeable même s'il reste plus maîtrisable que le risque de marché.

Le risque de marché

Le risque de marché est le risque global associé aux pertes financières résultant des variations des valeurs des instruments financiers d'un portefeuille. Si ce risque n'est pas géré correctement, il peut avoir des conséquences importantes comme l'a montré la crise financière mondiale de 2007-2008. Plus précisément, le risque de marché peut se partager en quatre types de risques.

Le risque de taux d'intérêt

Le risque de taux d'intérêt est le risque associé à la volatilité du marché par fluctuation des taux d'intérêts. Autrement dit, il s'agit du risque financier qu'un actif perde de la valeur à la suite d'une variation des taux d'intérêts. En effet, les investissements et les dépenses dans une économie sont liés aux comportements des taux, qu'ils soient fixes ou variables, ce qui impacte la valorisation des instruments financiers.

Le risque action

En investissant dans des actions, il est possible d'essuyer une perte en capital entre le moment de l'achat et de la revente des actifs puisque leur cours peut être très volatil. Le risque de rencontrer cette perte est appelé « risque action ».

La prime de risque ou « *equity risk premium* » qui traduit l'écart entre le rendement d'un actif sans risque (souvent l'OAT 10 ans en France) et celui d'une action tient compte du risque d'action.

Le risque de change

Comme son nom l'indique, le risque de change est le risque qui pèse sur une position liée à une devise par rapport à une autre et qui peut être fortement influencée par la fluctuation du cours du change. Ce risque affecte en particulier les entreprises dont la rentabilité financière de leurs opérations financières peut varier entre la signature du contrat et le paiement dans une autre devise.

Le risque sur les matières premières

Dans un contexte de changement politique ou réglementaire, les prix des matières premières peuvent être très volatils. Les variations des valeurs des matières premières peuvent alors avoir un impact plus ou moins important sur les activités des producteurs et consommateurs mais aussi des entreprises et des investisseurs. Ce risque est le risque « matières premières ».

Le risque de marché ne se mutualise pas et est donc délicat à maîtriser. Une modélisation des cours boursiers sera nécessaire pour évaluer le risque.

La notion d'un risque systémique

Les fluctuations des marchés financiers peuvent se répercuter de manière systémique et provoquer une réaction en chaîne sur tous les contrats. Cela peut alors entraîner un cumul de risque entre les différents contrats et l'assureur peut voir ses ressources propres affectées. Cette notion de risque « systémique » liée aux contrats peut ainsi réduire la capacité de l'assureur à faire face aux engagements conclus.

2.2 Un transfert du risque associé à la garantie plancher

Le risque ne disparaît jamais mais il peut se recomposer ou se transférer. Dans l'objectif de transférer le risque financier de moins-value des unités de compte sur la durée contractuelle de la garantie plancher combiné avec le risque de mortalité, diverses stratégies peuvent être envisagées.

2.2.1 La couverture financière par des options de vente

Pour couvrir la garantie plancher en cas de décès, les compagnies d'assurance peuvent céder l'essentiel du risque financier par l'achat d'options de vente. La définition d'une option et le lien établi avec la valorisation de la garantie seront développés dans la troisième partie de ce mémoire.

2.2.2 La titrisation

Le principe

La titrisation offre la possibilité de « décomposer » un risque global et de le répartir entre de multiples investisseurs financiers. Cette technique financière appartenant à la famille des financements structurés transforme, par l'intermédiaire d'une société ad-hoc, des actifs traditionnellement illiquides (créances commerciales, prêts en cours, ...) en titres liquides et négociables et peut s'accompagner d'une reconfiguration des titres pour leur donner des caractéristiques différentes de celles des actifs sous-jacents. Un tel dispositif permet donc, en pratique, une collecte du capital auprès d'un plus large public et pas seulement auprès d'un réassureur par exemple.

Le mécanisme

Une opération de titrisation passe par plusieurs étapes pour être mise en place et fait intervenir toute une série d'acteurs.

Les investisseurs veulent une diversification de leurs investissements et souhaitent éviter le risque de défaut du cédant. De son côté, le cédant a besoin d'un intermédiaire pour réduire le risque que les investisseurs ne peuvent ou ne veulent pas payer (en cas de pandémie par exemple). Une entreprise est alors créée spécialement pour procéder à l'opération de titrisation. Appelée SPV (*Special Purpose Vehicle*) ou FCT (Fonds Commun de Titrisation) dans le droit français, cette société se porte acquéreur des actifs cédés par l'établissement de crédit en émettant des titres de créance négociables placés auprès d'investisseurs après évaluation du risque inhérent au montage par une agence de notation. Les investisseurs s'engageront selon leur appétit du risque et le rendement espéré. La mise en place d'une titrisation fait intervenir un arrangeur qui sollicite les cédants potentiels et imagine une structure pour que le produit financier rencontre une demande satisfaisante.

Le montage d'une telle opération est très complexe avec une composante juridique importante puisque les SPV sont généralement situées dans un pays présentant des avantages fiscaux et réglementaires. Le schéma de titrisation de François Leroux (HEC Montréal) de l'annexe C illustre cette complexité et la diversité des acteurs intervenant.

Deux formes de titrisation

Reprise de la distinction habituelle faite aux Etats-Unis, la nomenclature des titrisations peut faire ressortir deux formes de titrisation.

Mortgage Backed Securities

Les *Mortgage Backed Securities* (MBS) sont des titres issus de refinancements de prêts hypothécaires liés au financement de biens immobiliers résidentiels ou d'entreprises. Ils se divisent en *Residential MBS* (RMBS) qui concernent les prêts immobiliers aux particuliers et en *Commercial MBS* (CMBS) pour les prêts immobiliers commerciaux.

Ce marché est très important dans de nombreux pays et doit son essor à son homogénéité et à un historique détaillé de la défaillance des prêteurs. Cependant, les MBS ont joué un rôle important dans la crise des subprimes de 2008 et sont aujourd'hui davantage réglementés.

Asset Backed Securities

Les *Asset Backed Securities* sont des produits de placement dont les flux sont adossés à ceux d'un ou plusieurs actifs. Ils regroupent notamment les prêts à la consommation, les prêts étudiants, les prêts automobiles, les créances commerciales, etc.

Une famille spécifique est adossée aux ABS et constituée de *Collateralized Debt Obligations* (CDO) qui représentent des créances bancaires de diverses natures (essentiellement des obligations avec les *Collateralized Bond Obligation* et des prêts commerciaux avec les *Collateralized Loan Obligation*) et émettent différentes tranches de titres plus ou moins risquées.

Le cas des Insurance Linked Securites

Dans un environnement de quête de financement et de gain de solvabilité, un nouvel actif alternatif est apparu sur le marché de la titrisation. Cet instrument financier appelé « *Insurance Linked Securities* » (ILS) est issu des risques d'assurance. Il est émis par une société ad hoc qui s'occupe de convertir un contrat d'assurance ou de réassurance en titres négociables. Par l'intermédiaire des ILS, les investisseurs peuvent donc obtenir une prime de risque diversifiée et des rendements non corrélés au cycle économique ce qui rend le profil risque-rendement attractif.

Bien qu'ils recouvrent essentiellement les risques en assurance non-vie, les ILS couvrent aussi certains risques en assurance vie comme le risque de mortalité et les risques liés à la santé.

La titrisation n'a pas pour vocation de se substituer à la réassurance traditionnelle mais elle peut la compléter en apportant des solutions alternatives dans la couverture des risques. Dans le cadre de ce mémoire, c'est par l'intermédiaire de la réassurance traditionnelle seulement que le transfert des risques adossés à la garantie plancher s'effectue.

2.2.3 La réassurance : clé de voûte du système assurantiel méconnue du grand public

Le fonctionnement général de « l'assureur des assureurs »

D'une manière simpliste, la réassurance pourrait être définie comme « l'assurance de l'assurance » mais une définition plus complète est transcrite à l'article L310-1-1 du code des assurances : « La réassurance est l'activité d'un organisme, autre qu'un véhicule de titrisation mentionné à l'article L. 310-1-2, qui consiste à accepter des risques cédés, soit par une entreprise d'assurance, une autre entreprise de réassurance ou un fonds de retraite professionnelle supplémentaire, soit par des mutuelles, leurs unions ou une mutuelle ou union de retraite professionnelle supplémentaire, régies par le livre II du code de la mutualité, soit par des institutions de prévoyance, leurs unions ou une institution ou union de retraite professionnelle supplémentaire, régies par le titre 3 du livre 9 du code de la sécurité sociale soit par tout membre de l'association des souscripteurs dénommée "Lloyd's". »

L'entité qui cède partiellement ou totalement des risques est alors appelée « cédante » tandis que l'organisme réassureur qui accepte les risques cédés est dénommé « cessionnaire ». L'engagement entre ces deux parties est contractualisé par un traité de réassurance qui définit une catégorie de risques et des conditions ou des limites de souscription.

Au même titre qu'un assuré envers l'assureur, en contrepartie d'une cession de ses risques, la cédante versera une prime dite « prime de réassurance » au cessionnaire. A cet effet, en cas de sinistre, l'intégralité ou une partie des sommes versées aux assurés est remboursée par le réassureur. Cependant, la réassurance est une technique de partage « vertical » des risques et non « horizontal » comme dans le cas de la coassurance puisqu'il n'existe pas de liens juridique et contractuel directs entre le souscripteur et le réassureur. L'indemnisation envers l'assuré est donc uniquement gérée par l'assureur.

La répartition du risque d'une cédante par le biais de la réassurance peut se faire sur plusieurs cessionnaires. Un des réassureurs est alors désigné pour représenter les autres et est en charge entre autres de l'élaboration du traité et des négociations éventuelles (ajout postérieur d'une clause, intégration d'un risque spécifique, etc.). Ce réassureur appelé « apériteur » ou « *leader* » est généralement le cessionnaire qui détient la plus grosse part des risques cédés mais ceci n'est pas systématique. Il peut arriver que l'apériteur ait des conditions plus favorables que les autres réassureurs au titre du travail de mise en place du traité et de gestion.

Afin de définir ses besoins en matière de réassurance et d'être représentée auprès des réassureurs pour placer ses couvertures, la cédante peut faire appel aux services et conseils d'un courtier de réassurance en contrepartie de frais de courtage. Cet intermédiaire entre la cédante et le cessionnaire joue un rôle important en réassurance.

Enfin, pour information, les réassureurs peuvent à leur tour être réassurés auprès de compagnies de réassurance appelées « rétrocessionnaires ». Un réassureur peut donc très bien faire de la réassurance tout en ayant en même temps des traités de rétrocession.

Des objectifs divers

La réassurance présente de nombreuses utilités dans le pilotage stratégique d'une compagnie d'assurance et permet de répondre aux exigences de la réglementation Solvabilité II.

Le transfert de risque au cœur de l'activité

L'objectif principal de la réassurance reste la réduction de l'exposition aux risques d'assurance et prend en compte non seulement le niveau de cession recherché, mais aussi la maîtrise budgétaire du coût de la réassurance et la qualité de la contrepartie.

Néanmoins, le transfert de risque effectué à ces fins est opéré contre un risque de contrepartie, c'est-à-dire contre le risque que le cessionnaire, par sa défaillance, ne puisse plus respecter ses engagements. Cela explique la nécessité pour la cédante, dans certains cas, de faire appel à plusieurs cessionnaires dans la répartition du risque ou bien à mettre en place des solutions de garantie type :

- Dépôt : il correspond aux espèces déposées par le cessionnaire chez la cédante qui le rémunère. C'est alors la cédante qui gère le risque des placements qu'elle fait avec ces dépôts ;
- Ou nantissement : il désigne les titres déposés en caution et comptabilisés hors bilan chez l'assureur. Le cessionnaire reste propriétaire de ces titres nantis non rémunérés et en assure la gestion y compris celle liée au risque.

Une protection du résultat

La technique de la cession de réassurance s'inscrit dans l'objectif global de la maîtrise des risques d'assurance et de la protection des résultats. Elle prend en charge les effets non attendus de la sinistralité répartie en trois catégories :

- Des sinistres extrêmes isolés dits « de pointe » ou « d'intensité » qui ont un coût très élevé ;
- Des sinistres de fréquence qui peuvent exprimer une dérive technique au sein d'une branche par exemple ;
- Des sinistres de type catastrophe comme les catastrophes naturelles ou les pandémies.

Ainsi, en pratique, la réassurance permet de limiter la perte maximale annuelle et de lisser le résultat technique en réduisant sa volatilité et en contribuant à une plus grande mutualisation des risques.

Une augmentation de la capacité de souscription

En recevant une part des risques et en fournissant des réserves additionnelles à la cédante, la réassurance permet à cette dernière de développer son portefeuille même si elle ne dispose pas encore suffisamment de capacités financières pour le faire seule.

Une source de capital avec Solvabilité II

Dans un contexte de forts risques de volatilité des marchés financiers, la réassurance apparaît de plus en plus comme une source de financement complémentaire voire alternative aux sources habituelles. Lors du transfert de risque, la cédante demande en quelques sortes au cessionnaire de lui prêter des fonds propres en échange d'une rémunération.

La solution de réassurance se distingue des autres sources de capital puisqu'elle permet pour la cédante d'avoir un capital reconstituable. En effet, dans le cas où le réassureur effectue un règlement de sinistres supérieur au montant attendu, ce sont les fonds propres de ce dernier qui seront essentiellement mis à contribution.

Alors que l'accès aux marchés financiers est parfois plus complexe, la cédante peut affiner sa stratégie à ses besoins de capitaux lorsqu'elle a recours à la réassurance. Grâce à cette solution, la cédante peut réduire, en fonction des risques et selon les options retenues, l'exigence en capital et, donc, limiter le besoin de fonds propres. Elle peut aussi améliorer le ratio de couverture de l'exigence de capital de solvabilité requis (SCR) et en limiter la volatilité.

Un conseiller à part entière

La réassurance permet également de structurer des partenariats financiers, techniques, stratégiques ou commerciaux et de jouer un rôle de conseiller auprès de la cédante. Le développement de l'assurance en période de lancement d'une nouvelle activité ou de commercialisation d'un risque spécifique ou peu connu peut ainsi être facilité grâce à l'apport d'une expertise technique dédiée du cessionnaire. Des assistances peuvent aussi être fournies en matière d'évaluation des réserves, d'audit, de développement de couverture, etc.

Le réassureur peut, par exemple, intervenir financièrement pour aider au développement d'une branche ou d'un portefeuille. Pour cela, il apporte une commission initiale qui sera remboursée par la cédante pendant une période définie avec les marges intégrées dans les produits concernés.

La réassurance préférée à la titrisation et à la couverture financière

Les risques inhérents à l'opération de titrisation diffèrent de ceux liés à la réassurance. En effet, bien que le risque de contrepartie présent en réassurance disparaisse avec la titrisation, cette dernière entraîne d'autres risques pour l'assureur :

- Le risque d'inadéquation de la couverture au risque d'assurance effectivement supporté par l'assureur ;
- Des risques juridiques, opérationnels, etc.

Les relations diffèrent aussi puisqu'il est question d'une relation entre l'assureur et des investisseurs « anonymes » lors d'une titrisation et d'une relation commerciale entre l'assureur et le(s) réassureur(s) lors d'une opération de réassurance.

Concernant la couverture financière, bien qu'elle permette, en théorie, de céder l'essentiel du risque aux marchés financiers, les options de vente nécessaires pour couvrir le risque lié à la garantie plan-

cher ont une échéance éloignée. Cela nécessite alors des positions à terme sur des titres sous-jacents ce qui rend la politique de couverture financière plus complexe. Ce type de couverture financière est davantage attendu à être rencontrée chez les réassureurs puisqu'ils gèrent des encours de risque suffisamment importants pour justifier un investissement en ingénierie financière dans sa mise en place.

Ces raisons peuvent expliquer en partie pourquoi la solution de réassurance est privilégiée par certaines compagnies d'assurance. Néanmoins, l'évolution des instruments financiers tend à mener une réflexion plus profonde sur les solutions alternatives à la réassurance qui se sont beaucoup développées et sont aujourd'hui davantage utilisées.

Des traités de différents types

Un conseiller à part entière

La réassurance se décline en plusieurs branches et sous-branches qui suivent, dans les grandes lignes, celles des compagnies d'assurance. Une première différence est exercée entre :

- La réassurance vie et santé (*Life & Health Reinsurance*) ;
- La réassurance non-vie (*Property & Casualty Reinsurance*).

Au sein de ces branches, des sous-branches se dessinent comme par exemple :

- La prévoyance, la santé, la dépendance, l'épargne en réassurance vie et santé ;
- L'incendie, les catastrophes naturelles, la construction, la responsabilité civile automobile, les risques agricoles en réassurance non-vie.

Des lignes d'activité spécifiques peuvent être retrouvées en réassurance avec l'aviation et le spatial, le terrorisme, les risques politiques, etc.

Les types de réassurance

En réassurance traditionnelle, trois modes de réassurance se distinguent :

- La réassurance obligatoire qui est matérialisée par traités et qui couvre une catégorie de risques et définit des conditions ou limites de souscription. Par un traité de réassurance, la cédante a l'obligation de céder, sans sélection, les risques concernés par les conditions définies au contrat et le réassureur a l'obligation de les accepter sans sélection également ;
- La réassurance facultative qui permet à la cédante de céder des risques à sa convenance, dans la limite et aux conditions qu'il souhaite, au réassureur qui est libre de les accepter en posant ses conditions ou de les refuser. Ce type de réassurance qui est historiquement le plus ancien s'établit par risque individuel clairement identifiable sur une période similaire à la police d'assurance couverte ;
- La réassurance facultative-obligatoire où la cédante est maître du système et agit de façon à ne conserver que les risques qu'elle souhaite (par exemple ceux porteurs de bénéfices) et céder au cessionnaire des risques plus lourds. Dans une telle configuration, le réassureur a l'obligation d'accepter de couvrir les risques choisis par la cédante.

Par ailleurs, en réassurance traditionnelle, les traités de réassurance sont variés et sont regroupés en deux grandes natures de traités qui sont les traités de réassurance proportionnelle et les traités de réassurance non-proportionnelle.

Les traités proportionnels

Les traités de réassurance proportionnelle font intervenir une participation du réassureur proportionnelle aux gains (primes) et aux pertes (sinistres) de la cédante. Autrement dit, en contrepartie de la prise en charge d'une part de risques de la cédante, le réassureur recevra une part identique des primes des assurés et prendra en charge les sinistres dans les mêmes proportions. Les résultats du cessionnaire seront donc directement liés à la qualité de souscription de la cédante.

La réassurance proportionnelle présente deux formes classiques de traités : la Quote-Part (QP, *Quota Share* en anglais) et l'Excédent de Plein (XP, *Surplus* en anglais).

Traité Quote-Part QP (ou *Quota Share* QS)

A travers un traité de réassurance Quote-Part, le cessionnaire partage un pourcentage appelé « taux de cession » équivalent des primes et des sinistres du portefeuille réassuré de la cédante. Les sorts de la cédante et du réassureur sont donc liés puisqu'en échange d'un pourcentage de la prime perçue par la cédante pour le portefeuille, le réassureur s'engage à un versement à la cédante du même pourcentage des sinistres du portefeuille nécessitant une indemnisation. Ce taux de cession étant identique pour tous les risques d'un même portefeuille, le profil de portefeuille restera identique à transformation homothétique près.

Généralement, un tel traité peut mettre en place un calendrier comptable de calcul par la cédante de son résultat technique. Le résultat technique de la cédante peut alors être défini par :

$$\text{Résultat technique} = \text{Prime de réassurance} - \text{Sinistres} - \text{Commission} - \text{Override} - \text{Courtage}$$

La commission de réassurance désigne le montant versé à la cédante par le cessionnaire au titre des frais de gestion et d'acquisition associés au portefeuille, et peut être complétée par une sur-commission appelée « *override* ». Lorsque le traité est mis en place par l'intermédiaire d'un courtier, des frais de courtage sont prélevés sur la prime. Ainsi, lorsque le résultat technique est négatif, le réassureur versera à la cédante le pourcentage défini au traité de la perte. Dans le cas d'un résultat positif, la cédante verse au réassureur ce pourcentage du résultat.

Lorsqu'il est complété par un traité de réassurance non-proportionnelle sur des tranches plus élevées, il est courant de retrouver un plafond dans le traité. S'il est mis en place, le réassureur n'interviendra plus pour la part des sinistres d'un montant supérieur au plafond. Ceci est illustré dans le schéma suivant :

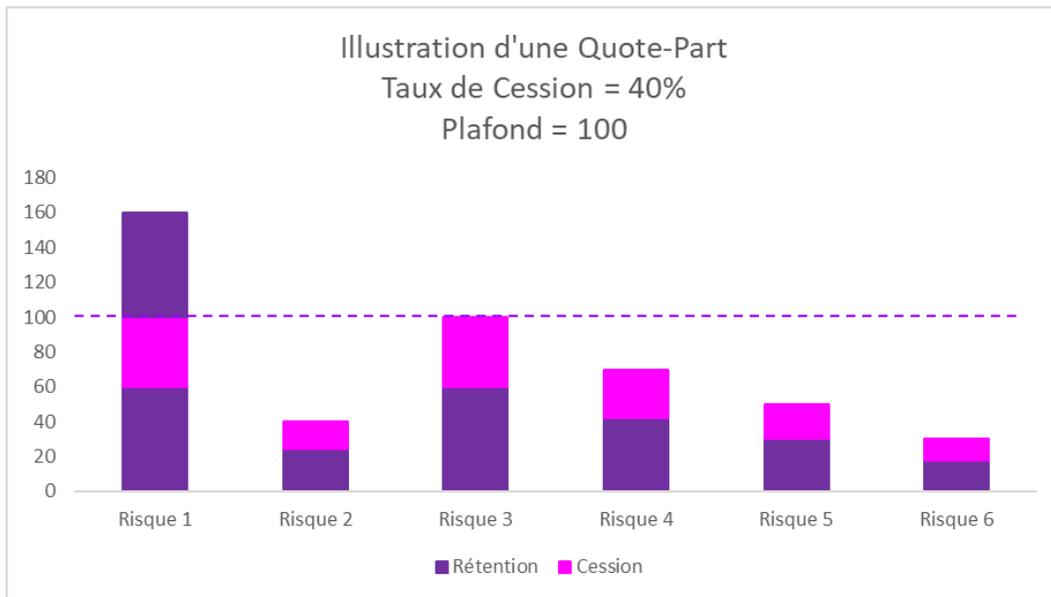


FIGURE 2.5 – Exemple traité Quote-Part

Il est clairement constaté sur ce schéma que la part à la charge du réassureur varie avec le montant du sinistre.

Un traité en Quote-Part contribue à l'amélioration de la marge de solvabilité de la cédante et l'aide à souscrire davantage. Elle est souvent utilisée pour les risques mal maîtrisés ou pour le développement de produits avec des services associés. Bien que les deux parties présentent le même ratio sinistres/primes, l'identité de sort n'est pas le moyen le plus efficace pour réduire, dans le temps, la volatilité des résultats.

Pour corriger la faiblesse du traité qui correspond au fait de céder des risques qu'elle aurait la capacité de conserver sans faire appel à la réassurance, la cédante peut utiliser un autre traité en réassurance proportionnel : l'excédent de plein.

Traité Excédent de capitaux/de plein XP (ou *Surplus*)

Le fonctionnement par police d'un traité en excédent de plein est le même que pour un traité Quote-Part puisque les primes et les sinistres sont partagés selon un ratio défini à l'avance. Cependant, dans ce type de traité, le taux de cession est calculé par risque une fois les affaires souscrites.

Pour calculer le taux de cession, il faut au préalable définir le plein de rétention qui correspond au niveau de capital maximal que la cédante souhaite conserver par affaire et la capacité du traité qui désigne l'engagement maximal que le réassureur est autorisé à avoir sur un contrat donné. Soient :

- S_i la valeur assurée du risque i ;
- L : le plein de rétention ;
- C : la capacité du traité.

Alors, le taux de cession pour le risque i est défini par :

$$\text{Taux de cession}_i = \text{Min}(\text{Max}(\frac{S_i - L}{S_i}, 0), \frac{C}{S_i})$$

Le plein de conservation pourra être défini par la cédante en fonction de plusieurs critères comme sa puissance financière et ses règles de solvabilité, de son appétence au risque, du coût de la réassurance, etc. Il pourra aussi être exprimé en capitaux ou bien en Sinistre Maximum Possible (SMP) par exemple.

Les risques dont la valeur assurée est plus faible que le plein de rétention correspondent généralement à un grand nombre de polices et donc à une grande partie des primes récoltées. En conservant une grande partie des primes tout en bénéficiant d'une couverture proportionnelle pour les plus grands risques, un traité en excédent de plein présente donc l'avantage d'homogénéiser le portefeuille. Il élimine alors les risques de pointe et réduit la volatilité ce qui offre à la cédante la possibilité d'avoir une politique d'investissement à long terme dans un objectif de rendement supérieur.

Cependant, bien que les systèmes informatiques soient aujourd'hui plus développés, la lourdeur administrative et les frais de gestion liés à ce type de traité le rendent coûteux en temps et en frais pour la cédante puisque les taux de cession sont déterminés police par police.

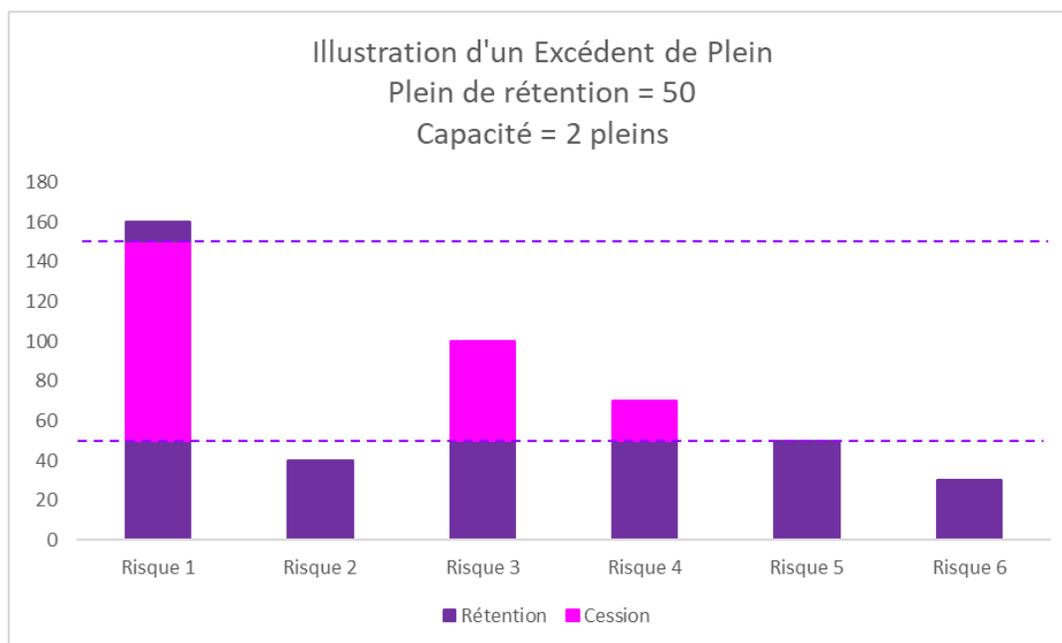


FIGURE 2.6 – Exemple traité Excédent de plein

Ce schéma met en évidence l'engagement limité de l'assureur sur chaque sinistre. Contrairement au cas précédent le réassureur n'interviendra pas sur les « petits » sinistres.

Les traités non-proportionnels

La relation de proportionnalité entre les primes cédées et la prise en charge des sinistres par le cessionnaire disparaît lorsque la réassurance non-proportionnelle intervient. Alors que la réassurance proportionnelle s'appuie sur la somme assurée, la réassurance non proportionnelle prévoit une couverture selon la taille des sinistres.

Dans ce système, le réassureur, en échange d'une prime calculée sur l'ensemble du portefeuille de la couverture, n'intervient que pour des sinistres ou des pertes de la cédante qui dépasseraient un certain seuil appelé « priorité » (*priority*) et dans la limite d'un engagement maximum nommé « portée » (*limit*). La partie conservée par la cédante est appelée « rétention ». Contrairement à la réassurance proportionnelle, les sorts de la cédante et du réassureur sont ici beaucoup moins liés. Elle permet une protection de la cédante contre la survenance d'évènements catastrophiques et de sinistres à fréquence élevée par exemple.

La réassurance non-proportionnelle propose deux grands types de traités de réassurance : l'Excédent de Sinistre (XS, *Excess of Loss* en anglais) et l'Excédent de Perte annuelle (SL, *Stop Loss* en anglais).

Traité Excédent de sinistre XS (ou *Excess of Loss* XS)

Le fonctionnement d'un traité en excédent de sinistre est semblable à un contrat d'assurance où la priorité jouerait le rôle d'une franchise déductible. Pour tous les sinistres, le réassureur s'engage alors à payer le montant qui dépasse la priorité dans la limite de la portée. Il est courant d'utiliser le terme « plafond » pour faire référence à la somme de la portée et de la priorité et de noter le traité « portée XS priorité ». Ainsi, le montant pris en charge par le cessionnaire pour un sinistre de montant S dans le cadre d'un traité « portée XS priorité » est :

$$S_{\text{réass}} = \begin{cases} 0 & \text{si } S \leq \text{priorité} \\ S - \text{priorité} & \text{si } \text{priorité} < S \leq \text{plafond} \\ \text{Portée} & \text{si } \text{plafond} < S \end{cases}$$
$$= \text{Min}(\text{Max}(S - \text{priorité}, 0), \text{portée})$$

Le traité en excédent de sinistre peut lui-même être partagé en deux catégories :

- Un Excédent de Sinistre par risque où le réassureur assure la prise en charge de tout ou partie des risques sinistrés d'une même police. Un tel traité favorise la protection de la cédante contre les déviations de grandes sinistralités et présente usuellement des frais de gestion inférieurs à ceux d'un traité excédent de plein. Il existe tout de même une volatilité du prix en fonction de l'expérience avec ce traité ce qui peut peser sur le business plan de l'assureur ;
- Un Excédent de Sinistre par évènement où le cessionnaire est chargé de la prise en charge de la totalité des sinistres issus d'un même évènement (catastrophe naturelle, pandémie, attentat, ...). La définition de l'évènement est parfois difficile et peut donner lieu à contestation et arbitrage comme cela a été le cas lors des attentats du 11 septembre 2001 par

exemple. Il est donc nécessaire de stipuler l'évènement de façon claire et précise dans le traité. La protection de la cédante contre des évènements catastrophiques devient insatisfaisante contre une déviation de la fréquence et le coût du traité est très volatil ce qui est source d'incertitude dans la définition budgétaire de la cédante.

A noter que la configuration d'un traité en Excédent de Sinistre par risque et par évènement est possible.

Un traité en Excédant de Sinistre est généralement découpé en plusieurs tranches cotées distinctement et des réassureurs différents peuvent se positionner sur chaque tranche en fonction de leur appétence. Pour mesurer l'efficacité de la réassurance non-proportionnelle avec ce traité, deux mesures sont couramment utilisées :

- Le $Payback = \frac{\text{Portée}}{\text{Prime}}$ qui s'interprète comme le nombre d'années nécessaire d'encaissement des primes pour prendre en charge la couverture ;
- Le $ROL = \frac{1}{\text{Payback}}$ qui s'interprète comme le coût d'un euro pour la couverture.

Enfin, le prix de ce type de traité dépend de paramètres variés comme l'exposition de la couverture et sa modélisation, de la vision du marché, de la concurrence, etc. La prime de réassurance est souvent exprimée en pourcentage de l'encaissement de la cédante sur la période concernée mais elle peut aussi ne pas être reliée de façon directe à l'encaissement et donc être exprimée en montant.

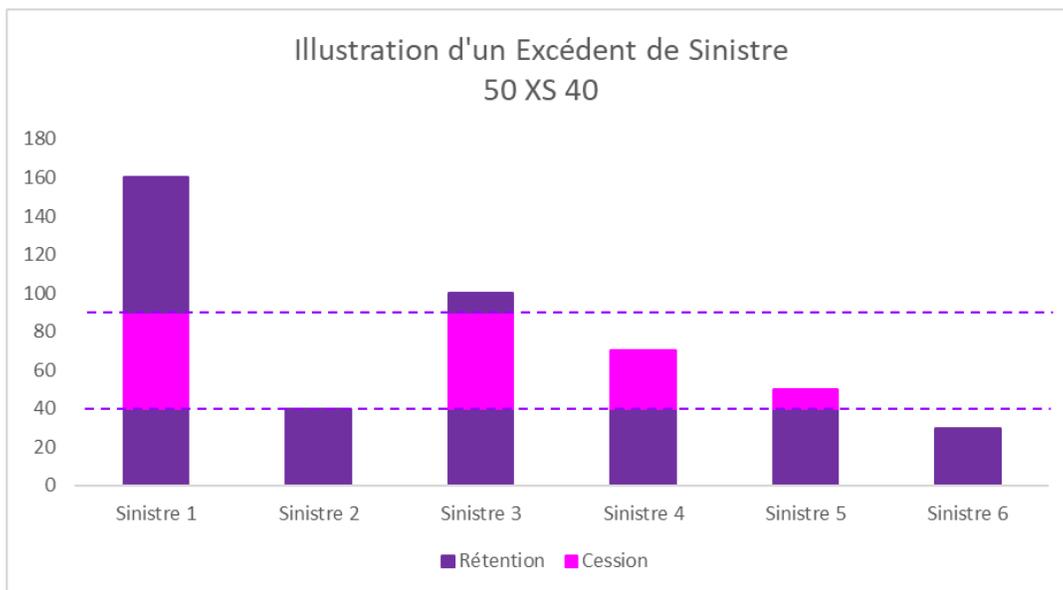


FIGURE 2.7 – Exemple traité Excédent de Sinistre

Le schéma montre bien que, dans ce type de traité, le réassureur ne va prendre en charge qu'une partie du sinistre au-delà de la priorité (40 ici). L'ajout d'une deuxième tranche pourrait être envisagée pour prendre en charge la partie des sinistres excédant le plafond (40 + 50 = 90 dans l'exemple).

Traité Excédent de perte annuelle SL (ou *Stop Loss SL* ou *Aggregate Loss*)

Lorsque la cédante est positionnée sur un traité en Excédent de Perte, elle souhaite protéger son ratio Sinistres/Primes (S/P) annuel. Le traité fonctionne de manière équivalente au traité en Excédent de Sinistre à la différence que la portée et la priorité, exprimées en valeur absolue ou en pourcentage de la prime perçue par l'assureur dans une branche, concernent le ratio S/P. Il est important de formuler précisément les paramètres et la période considérés dans le calcul du ratio pour avoir une bonne vision du traité.

Ainsi, lors de l'exercice N , en notant S la charge totale des sinistres nette de réassurance et P le montant total des primes émises net de réassurance, la charge liée au traité en excédent de perte annuelle est :

$$S_{\text{réass}} = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{S}{P} \leq \text{priorité} \\ (\frac{S}{P} - \text{priorité}) * P & \text{si } \text{priorité} < \frac{S}{P} \leq \text{plafond} \\ \text{Portée} * P & \text{si } \text{plafond} < \frac{S}{P} \end{cases}$$

$$= \text{Min}(\text{Max}(\frac{S}{P} - \text{priorité}, 0), \text{portée}) * P$$

Une illustration de ce type de traité est présentée dans le schéma suivant :

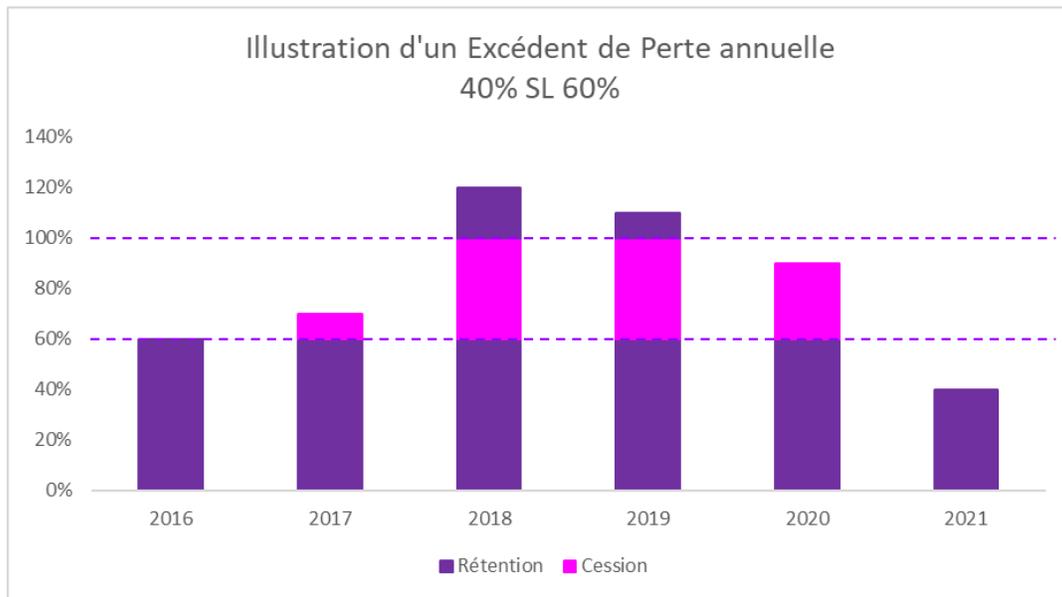


FIGURE 2.8 – Exemple traité Excédent de perte

Il est d'usage d'utiliser ce traité comme protection contre une forte déviation de la sinistralité sur une branche à caractère volatil ou de la fréquence de petits sinistres. Son utilisation s'est aussi développée dans un objectif d'amélioration de la couverture du bilan face à une déviation de la sinistralité sur un ensemble de branches.

La gestion d'un traité en Excédent de Perte est assez aisée pour les branches à déroulement court mais ce type de couverture aura un prix d'autant plus élevé que sa probabilité d'être activé sera élevée et que sa priorité sera faible. La tarification d'un tel traité est bien souvent complexe et si la priorité est trop basse, le coût de la réassurance peut s'avérer être très élevé.

Une solidité du marché de la réassurance en 2020

Pour un traité de réassurance, la cédante s'appuie sur de multiples critères pour sélectionner le(s) réassureur(s) que ce soit sur le prix, la solidité financière du réassureur ou la qualité des partenariats historiques et des services.

La notation des réassureurs

La solidité financière du réassureur prend d'ailleurs une place importante sous la directive Solvabilité II. En effet, bien que la réassurance soit un bon moyen pour la cédante d'optimiser le coût de son SCR (*Solvency Capital Requirement*)¹ de souscription², elle représente également un risque de contrepartie c'est-à-dire un risque, par sa défaillance, de ne plus pouvoir respecter ses engagements. Ce risque n'est pas négligeable car la faillite d'un réassureur n'est pas opposable à l'assuré et l'assureur sera tenu d'honorer ses engagements. Par conséquent, le coût en capital lié à ce risque sera d'autant plus faible que les traités de réassurance feront intervenir des cessionnaires avec une signature de qualité.

La notation (rating) est un indicateur clé sur la capacité d'un réassureur à remplir ses obligations vis-à-vis de la cédante. Les agences de notation ont pour principale activité d'évaluer cette capacité et proposent des échelles de notation différentes selon les entités notées et la période d'évaluation (court terme ou long terme). Trois agences occupent à elles seules la majorité du marché mondial : Standard Poor's, Fitch Ratings et Moody's. Les notations de ces agences ont un impact direct sur les marchés boursiers et une dégradation d'une note entraînerait une baisse des cours des titres visés.

Depuis les catastrophes naturelles qui ont fortement impacté les résultats de 2017 et 2018, aucun réassureur ne possède une notation AAA par Standard Poor's.

1. Le montant de fonds propres économiques nécessaire à la compagnie d'assurance pour pouvoir faire face à une ruine économique avec probabilité 99,5 % à horizon un an.

2. Le risque de souscription est lié à une tarification insuffisante lors de la souscription ou du rachat de contrats, à une mauvaise estimation des provisions et à une sinistralité importante et inattendue qualifiée de catastrophique.

En 2020, la répartition des notations et des perspectives des 40 premiers réassureurs en matière de primes de réassurance nettes souscrites est décrite dans les graphiques suivants :

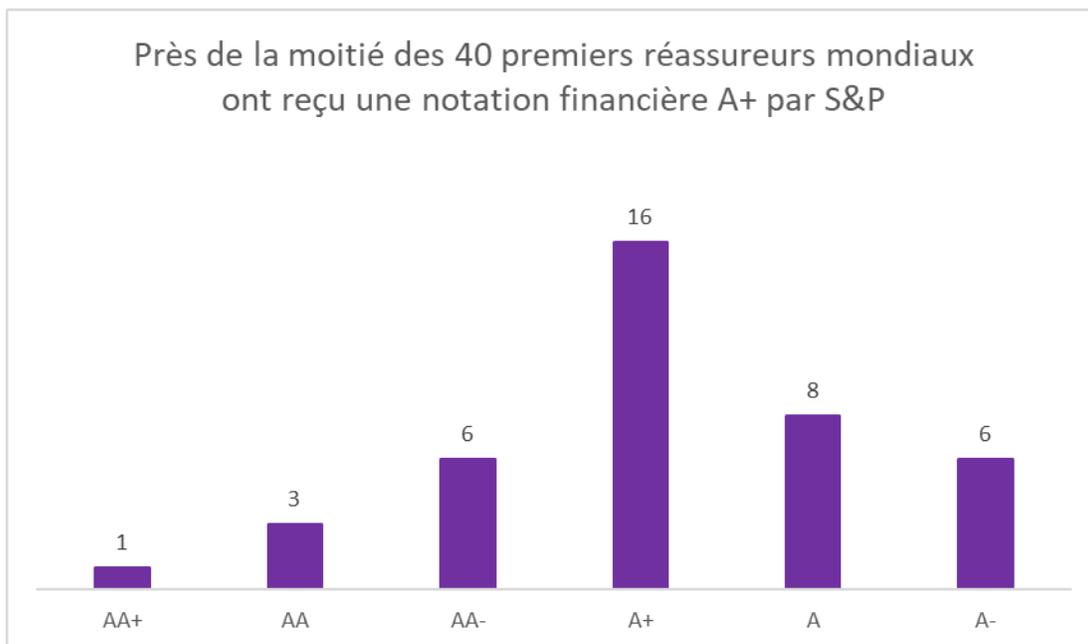


FIGURE 2.9 – Répartition des notations des 40 premiers réassureurs en 2020

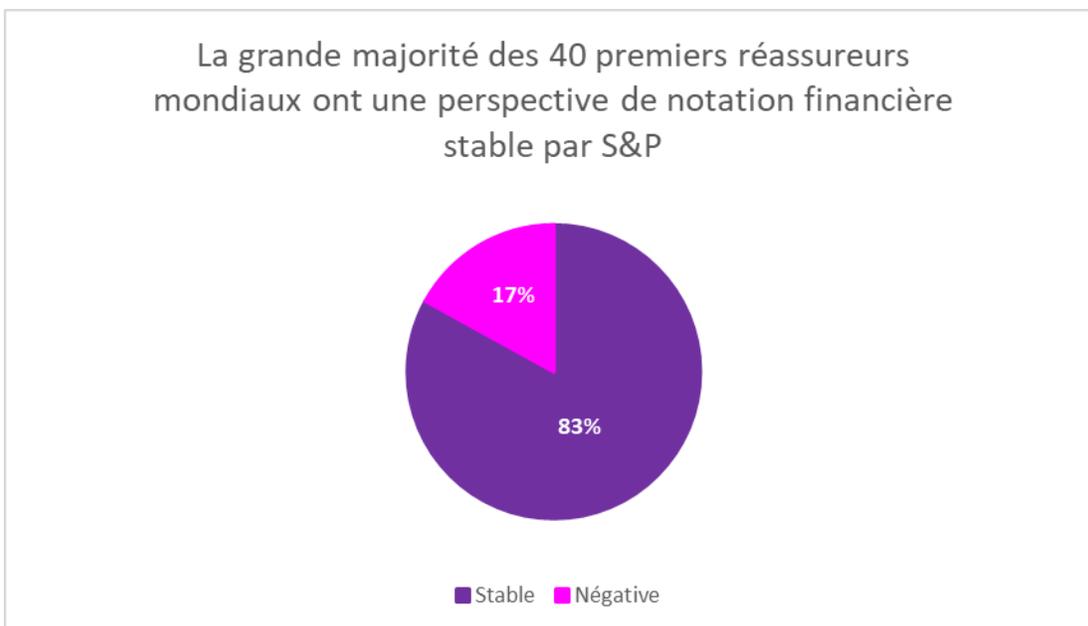


FIGURE 2.10 – Répartition des perspectives de notation des 40 premiers réassureurs en 2020

La meilleure notation AA+ est ainsi détenue par Berkshire Hathaway et la majorité de ces 40 réassureurs dispose d'une notation A+.

Le marché de réassurance

Le classement des 10 premiers réassureurs selon les primes de réassurance émises brutes est disponible dans le tableau suivant :

Rang	Compagnie	Chiffre d'affaires 2020 (en Mds USD)		
		Total	Non vie	Vie
1	Munich Re	45,846	30,237	15,609
2	Swiss Re	36,579	21,512	15,067
3	Hannover Re	30,421	20,568	9,853
4	SCOR	20,106	8,795	11,311
5	Berkshire Hathaway	19,195	13,333	5,862
6	China Re	16,665	6,422	10,243
7	Lloyd's	16,511	16,511	-
8	Canada Life Re	14,552	-	14,552
9	Reinsurance Group of America	12,583	-	12,583
10	Korean Re	7,777	6,427	1,35

FIGURE 2.11 – Classement des 10 premiers réassureurs en 2020

A l'échelle mondiale, sur les dernières années, le chiffre d'affaires des réassureurs est en nette augmentation. Ainsi, en 2020, environ 320 milliards USD de primes de réassurance ont été émises soit environ 11% de plus par rapport à 2019.

La majorité du chiffre d'affaires total de 2020 est réalisée par les activités de réassurance non-vie. De plus, sur ce total de primes, près de 26% correspondent aux deux premiers réassureurs alors que les 10 premiers réassureurs en réalisent environ 69%.

Pour illustrer ces propos, une répartition des primes brutes émises totales est disponible dans les graphiques suivants :

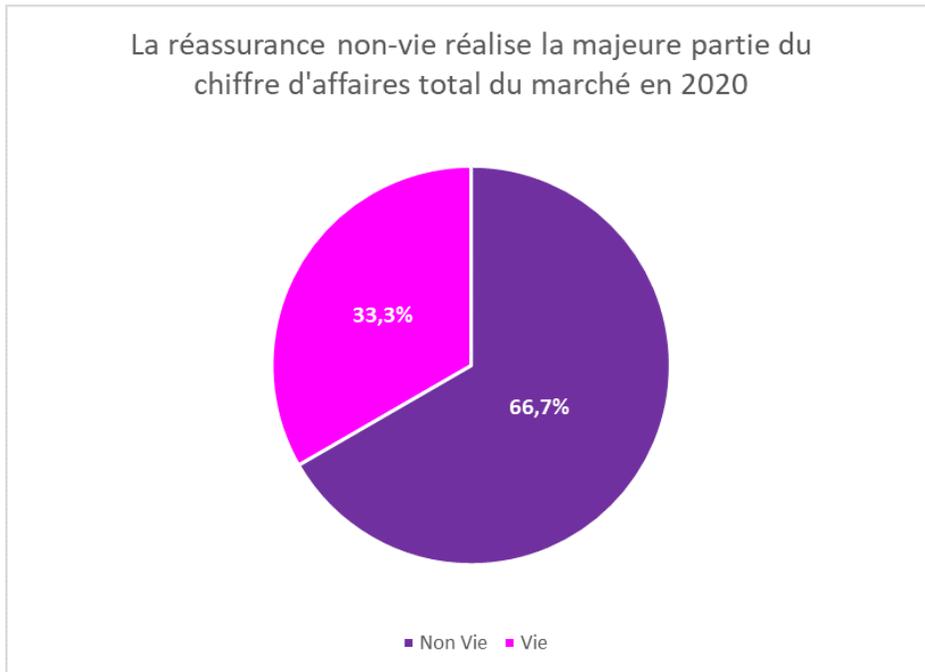


FIGURE 2.12 – Répartition Vie/Non-vie des primes brutes émises

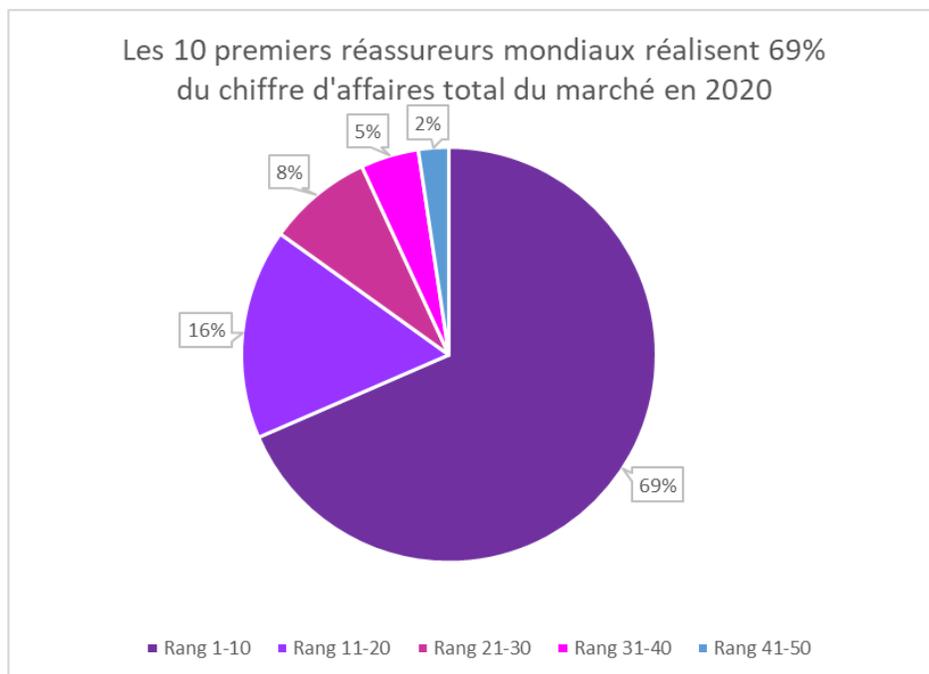


FIGURE 2.13 – Répartition des primes brutes émises par classe de rang des réassureurs

Enfin, le marché de la réassurance est aussi représenté par l'intervention des courtiers. En effet, comme décrit dans la partie précédente, le courtier est un acteur important en réassurance qui gère l'intermédiation entre la cédante et les cessionnaires.

Le classement des 5 premiers courtiers en 2020 est affiché dans le tableau suivant :

Rang	Compagnie	Revenus 2020 (en millions USD)
1	Aon's Reinsurance Solutions	1 814
2	Guy Carpenter	1 696
3	Willis Re	745
4	TigerRisk Partners LLC	140
5	Gallagher Re	130

FIGURE 2.14 – Classement des 5 premiers courtiers en 2020

2.2.4 Le risque réassuré à 100%

La forte expertise des réassureurs au niveau mondial et les atouts d'une telle stratégie rendent cette solution de couverture de risque intéressante pour un assureur. En choisissant de réassurer le risque associé à la garantie plancher, il transfère alors ce risque ce qui lui permet de réduire la volatilité sur son propre résultat. Toutefois, face à l'enjeu tarifaire de l'opération de réassurance, la cédante se doit de maîtriser l'exercice de tarification sur ce risque.

Le traité de réassurance

Dans ce mémoire, il est admis que l'assureur ne souhaite pas conserver le risque de marché financier c'est-à-dire le risque de baisse des unités de compte sur la durée contractuelle d'engagement de la garantie plancher.

Le risque associé à la garantie plancher est donc transféré au réassureur à 100%, selon les conditions de souscription, sous forme d'une Quote-Part par générations d'adhésions, renouvelable annuellement.

Ce choix de traité de réassurance est le plus simple pour l'objectif recherché. Il est équivalent à un traité en Excédent de perte à 0% mais cette configuration n'est pas commune, d'où le choix final d'une quote-part.

La clause de révision annuelle et les échanges en place permettent de déterminer la poursuite ou non de la protection en réassurance, sur le périmètre des affaires garanties jusqu'à expiration naturelle du contrat d'assurance.

La garantie

Le traité Quote-Part de la garantie plancher couvre la garantie plancher obligatoire en cas de décès toutes causes pour les contrats d'assurance vie multisupports. Celle-ci concerne tous les supports, y inclus les fonds en euros et est définie dans le traité comme la différence positive entre :

- Les versements nets des frais d'entrée réduits proportionnellement au(x) rachat(s) partiel(s) qui sont effectués par l'adhérent ;
- La somme calculée au moment du décès de l'assuré :
 - du montant de l'épargne acquise sur les fonds en UC ;
 - du montant de l'épargne revalorisée sur les fonds en euros avec un minimum égal au cumul des versements nets de frais d'entrée (sauf stipulation contraire des polices) sur ces fonds et des éventuels arbitrages entrants également sur ces fonds en euros.

Le périmètre réassuré

Les produits réassurés pour la garantie plancher par application du traité Quote-Part concerneront les contrats multisupports distribués par l'assureur.

Dans l'hypothèse où la cédante décide d'ajouter un nouveau produit au Traité ou de modifier un produit réassuré, l'accord du réassureur apériteur est nécessaire.

La durée de l'engagement

Le réassureur reste engagé sur les souscriptions effectuées pendant la période couverte par les affaires nouvelles sur le périmètre réassuré jusqu'à la première des dates suivantes :

- La résiliation par la cédante du groupe ouvert de la garantie plancher possible annuellement ;
- L'expiration naturelle des polices ;
- Le 85^{ème} anniversaire de l'assuré.

Un risque sur le fonds en euros

Historiquement, il n'existait aucun risque sur le Fonds garanti qui pouvait même venir compenser les pertes sur les UC.

Depuis, de nouvelles offres ont modifié la définition de la garantie en capital sur le fonds euros. Dans cette étude, ce montant garanti sera égal à la somme des versements, y compris ceux issus du transfert le cas échéant, et des arbitrages en entrée à laquelle auront été soustraits les différents frais (frais à l'entrée, frais sur versement, frais de gestion sur encours, frais d'arbitrage), le montant des éventuels rachats partiels effectués (avant impôts, prélèvements sociaux et des indemnités de rachat le cas échéant) et des éventuels arbitrages en sortie (avant frais d'arbitrage).

Il est donc possible, sur ces nouvelles offres, d'avoir des capitaux sous risque sur le fonds garanti du fait du prélèvement des frais de gestion sur encours. Ceci a pour conséquence une augmentation du risque pour l'assureur qui peut se retrouver à rembourser les frais de gestion sur encours en cas de décès si la revalorisation venait à être négative sur le fonds euros.

Cette évolution doit donc être prise en compte lors de la tarification de la garantie plancher en cas de décès puisqu'elle accroît le risque financier associé à la garantie.

Un enjeu de tarification

Pour faire face aux engagements liés à une garantie plancher en cas de décès d'un contrat d'assurance vie multisupport, de nouvelles méthodes sont développées et de nouveaux outils sont adoptés, entremêlant des techniques traditionnelles d'assurance avec des modélisations purement financières déjà largement adoptées dans les salles de marchés.

De nombreuses compagnies spécialisées dans la réassurance ont vu le jour et couvrent tout le marché de l'assurance mondiale. Bien que les réassureurs aient dû s'adapter à la nouveauté des problématiques et aux nouvelles méthodes mathématiques et technologiques, la tarification juste reste un enjeu majeur.

Afin de trouver un tarif représentant une vision commune du risque de la garantie par l'assureur et par le(s) réassureur(s) lors de la négociation tarifaire, il est important que la cédante puisse avoir une bonne connaissance des risques qu'elle cède. Les risques induits par l'application d'une garantie plancher en cas de décès nécessitent donc d'être étudiés et l'exercice de tarification en particulier doit être maîtrisé de bout en bout par toutes les parties du traité.

Chapitre 3

Méthodes de tarification de la garantie plancher en cas de décès

L'activité d'assurance se caractérise par une inversion du cycle de production c'est-à-dire que la prime est encaissée avant même que la prestation et l'indemnisation n'interviennent. La détermination du tarif est donc un sujet central pour les assureurs qui doivent identifier les critères ayant une incidence sur la sinistralité future et déterminer le montant de la prime pure nécessaire pour la financer.

Par conséquent, à partir d'une base de données sur les contrats d'un portefeuille, l'assureur doit mettre en œuvre des modèles prédictifs déterministes ou stochastiques de la sinistralité en s'appuyant sur des approches statistiques. La construction d'un tarif doit être équilibrée sans quoi le redressement tarifaire sera difficile et constituera un impact sur les provisions pour risques en cours.

Pour évaluer le coût *a priori* de la réassurance par Quote-Part de la garantie plancher en cas de décès, il est important de se familiariser avec les notions de table de mortalité et de loi de rachats ainsi qu'avec l'évaluation des options financières.

Dans le cas d'un important/matériel portefeuille, l'hypothèse de mutualisation des décès est considérée comme suffisante. Aucun ajustement tenant compte d'une imperfection de couverture n'est alors effectué. Cette hypothèse sera supposée vérifiée dans la suite de ce mémoire.

Enfin, dans la suite de ce mémoire, les hypothèses d'absence d'arbitrages et de versements libres ou réguliers ultérieurs au versement initial seront retenues.

3.1 Une analyse du coût de la garantie plancher

Afin de mieux comprendre la démarche pour analyser le coût de la garantie plancher en cas de décès, il conviendra de traiter, dans un premier temps, le cas « académique » d'un contrat avec un seul support en unités de compte. Le cas des contrats multisupports sera étudié dans un dernier temps et, quel que soit le cas présenté, il sera supposé que les cours des actifs sous-jacents sont modélisés par des mouvements browniens géométriques.

Un mouvement brownien géométrique de valeur initiale S_0 donnée, de dérive (ou *drift*) μ et de coefficient de diffusion σ est un processus $(S_t)_{t \geq 0}$ défini par :

$$S_t = S_0 e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t}$$

où $(W_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien standard réel.

Un processus $X = (X_t)_{t \geq 0}$ issu de 0 et à valeurs réelles est un mouvement brownien standard s'il vérifie l'une des deux conditions équivalentes suivantes :

- X est un processus gaussien centré de covariance $E[X_s * X_t] = \text{Min}(s, t)$, avec $s, t \in \mathbb{R}$;
- X est un processus de Levy, c'est à dire à accroissements :
 - Indépendants : Pour tout $s \leq t$, $X_t - X_s \perp \sigma(X_u, u \leq s)$ (tribu du passé avant s) ;
 - Stationnaires : La loi de $X_t - X_s$ ne dépend que de $t - s \Leftrightarrow$ pour tout $s \leq t$, $X_t - X_s \stackrel{\mathcal{L}}{=} X_{t-s}$

Ces accroissements sont tels que $X_t \sim \mathcal{N}(0, t)$ pour tout $t \geq 0$.

3.1.1 Le cas d'un contrat avec un seul support en UC

En cas de décès de l'assuré d'un contrat d'assurance vie avec un unique support en unités de compte, le coût de la garantie plancher correspond au financement par l'assureur de la différence entre le capital minimum garanti et la part inférieure de la valeur du support à ce capital.

Formalisation

Soient T une variable aléatoire absolument continue dans \mathbb{R}_+ représentant la survie à la naissance et x l'âge de l'assuré en années. La durée de survie résiduelle de l'assuré d'âge x est $T_x = T - x$ (pour $T > x$).

Soient K'_t le capital minimum (fonds euros et UC) garanti par l'assureur à la date t et PM_t la provision mathématique du contrat à la date t .

Soit S_t le cours à la date t de l'unique actif sous-jacent de ce contrat tel que :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

Soit M la maturité en années de la garantie plancher.

Dans le cadre d'une répartition uniforme des décès sur l'année et d'un versement des prestations décès à la fin de l'année, si l'assuré décède, l'assureur s'engage à verser au(x) bénéficiaire(s) du contrat la prestation :

$$\text{Max}(K'_{T_x}, PM_{T_x}) \mathbf{1}_{T_x \leq M} = (PM_{T_x} + [K'_{T_x} - PM_{T_x}]^+) \mathbf{1}_{T_x \leq M}$$

où $[K'_{T_x} - PM_{T_x}]^+ = \text{Max}(0, K'_{T_x} - PM_{T_x})$.

L'investissement PM_{T_x} de l'assuré est disponible dans le portefeuille d'actifs de l'assureur. Cette partie du versement ne constitue donc pas un coût pour ce dernier.

Finalement, au moment du décès de l'assuré, le coût de la garantie plancher sur ce contrat est égal à :

$$[K'_{T_x} - PM_{T_x}]^+ \mathbb{1}_{T_x \leq M}$$

Autrement dit, si $K'_{T_x} \leq PM_{T_x}$, la garantie plancher ne coûtera rien à l'assureur.

Le caractère déterministe du scénario lié au fonds en euros permet de se concentrer sur la partie UC en se ramenant à $K_{T_x} = K'_{T_x} - PM_{T_x}^{Euro}$ qui représente la différence entre le capital minimum garanti par l'assureur et l'investissement euro revalorisé à la date de décès de l'assuré. Alors :

$$\begin{aligned} [K'_{T_x} - PM_{T_x}]^+ \mathbb{1}_{T_x \leq M} &= [K'_{T_x} - PM_{T_x}^{Euro} - S_{T_x}]^+ \mathbb{1}_{T_x \leq M} \\ &= [K_{T_x} - S_{T_x}]^+ \mathbb{1}_{T_x \leq M} \end{aligned}$$

Cette formule fait apparaître le *payoff* d'une option de vente européenne.

Les options financières

Une option financière est un produit financier dérivé donnant le droit d'acheter (option d'achat aussi dite « *call* ») ou de vendre (option de vente aussi appelée « *put* ») une quantité fixée d'un actif sous-jacent (action, indice boursier, matière première, obligation, ...) à un prix d'exercice prédéterminé K . Pour une option européenne, l'opération s'effectue uniquement à une date d'exercice d'échéance T donnée contrairement à une option américaine où elle peut avoir lieu à tout moment pendant une période d'exercice convenue à l'avance.

La rémunération du risque est le fondement des options qui peuvent être utilisées pour spéculer ou couvrir le risque à la hausse ou à la baisse. Le gain à terme pour le détenteur de l'option est appelé « *payoff* » de l'option.

Ces options dites vanilles sont les plus simples et les premières apparues. Il existe toutefois d'autres options appelées « options exotiques » comme par exemple :

- Les options binaires de *payoff* : $\mathbb{1}_{S_t \geq K}$;
- Les options asiatiques de *payoff* : $[\frac{1}{T} \int_0^T S_t dt - K]^+$;
- Les options sur panier dont l'actif sous-jacent est une combinaison linéaire d'actifs.

Les options peuvent également être retrouvées en dehors des marchés financiers. En effet, dans certains contrats d'assurance vie, des clauses contractuelles peuvent être interprétées comme des options. A titre d'exemple, en épargne, des clauses permettent au souscripteur de racheter son contrat avant une échéance correspondant à un avantage de défiscalisation. Ces clauses peuvent ainsi être évaluées comme des options cachées et les méthodes d'évaluation utilisées sont directement inspirées de celles employées pour les options financières.

Le modèle *Black & Scholes*

Les travaux de Fisher Black et Myron Scholes publiés en 1973 et repris par Robert Merton ont proposé un modèle mathématique pour évaluer les titres d'options. Ce modèle appelé « *Black & Scholes* » met en rapport le prix implicite de l'option avec les variations du cours de l'actif sous-jacent. Ces travaux furent récompensés par le prix Nobel d'économie en 1997.

Les hypothèses

L'hypothèse principale du modèle est la modélisation de la dynamique de l'actif sous-jacent par un mouvement brownien géométrique. Le modèle repose néanmoins sur un certain nombre d'autres hypothèses :

- Le marché est liquide, c'est-à-dire qu'il est possible d'acheter ou de vendre à tout instant ;
- Le marché fonctionne en temps continu ;
- Tous les sous-jacents sont idéalement divisibles à l'infini (il est possible d'acheter un dixième d'action) ;
- Il est envisageable de procéder à des ventes à découvert ;
- Il n'y a pas d'échanges avec coût de transaction ;
- Les emprunts et prêts illimités sont autorisés pour tous les agents à un taux d'intérêt sans risque constant et connu à l'avance ;
- L'actif sous-jacent ne verse aucun dividende pour toute la durée de l'option.

La formule

Sous ces hypothèses, dans le modèle de *Black & Scholes*, le prix d'un put européen à la date t est :

$$P_t = Ke^{-r(T-t)} * N(-d_2) - S_t * N(-d_1)$$

où :

- $d_1 = \frac{\ln(\frac{S_t}{K}) + (r + \frac{\sigma^2}{2}) * (T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}$;
- $d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$;
- S_t est le cours de l'actif sous-jacent à la date t ;
- T est la maturité de l'option ;
- K est le prix d'exercice (*strike*) de l'option ;
- r est le taux d'intérêt sans risque ;
- σ est la volatilité du cours du sous-jacent ;
- N est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$ c'est-à-dire que
$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

La formule de parité Call-Put, $C_t = P_t + S_t - Ke^{-r(T-t)}$, permet également d'obtenir le prix d'un call européen à la date t :

$$C_t = S_t * N(d_1) - Ke^{-r(T-t)} * N(d_2)$$

Bien que la formule explicite la relation causale entre toutes les variables influençant le prix des options, la modélisation présente des limites. Pour commencer, les paramètres du modèle de *Black & Scholes* sont supposés constants ce qui est peu réaliste sur les marchés financiers. Ainsi, en théorie, dans ce modèle, la volatilité implicite devrait être égale à la volatilité historique. Cependant, en pratique, la volatilité implicite, qui dépend de la maturité et du strike de l'option, est généralement plus grande que la volatilité historique. L'hypothèse centrale du modèle sur le caractère gaussien des variations du sous-jacent est aussi limitée dans la réalité. Les phénomènes de dévissages brutaux et importants des variations de cours tels que les krachs ou les bulles sont effectivement sous-estimés dans ce modèle.

Malgré ces critiques à l'égard du modèle de *Black & Scholes*, il reste aujourd'hui très utilisé par les professionnels des salles de marchés pour son caractère simple et pratique.

La valeur des options influencée

Le prix d'une option n'est pas seulement déterminé par l'offre et la demande sur le marché. Il dépend aussi des anticipations faites sur les résultats à l'échéance. La valeur d'une option est donc, en général, une fonction croissante de sa durée.

Néanmoins, de nombreux facteurs peuvent influencer la valeur d'une option.

Le cours du sous-jacent

La variation du prix du marché d'un actif sous-jacent a un effet direct sur le prix de l'option. A prix d'exercice fixé, lorsque le cours du sous-jacent augmente, les primes d'options d'achat augmentent tandis que les primes d'options de vente diminuent.

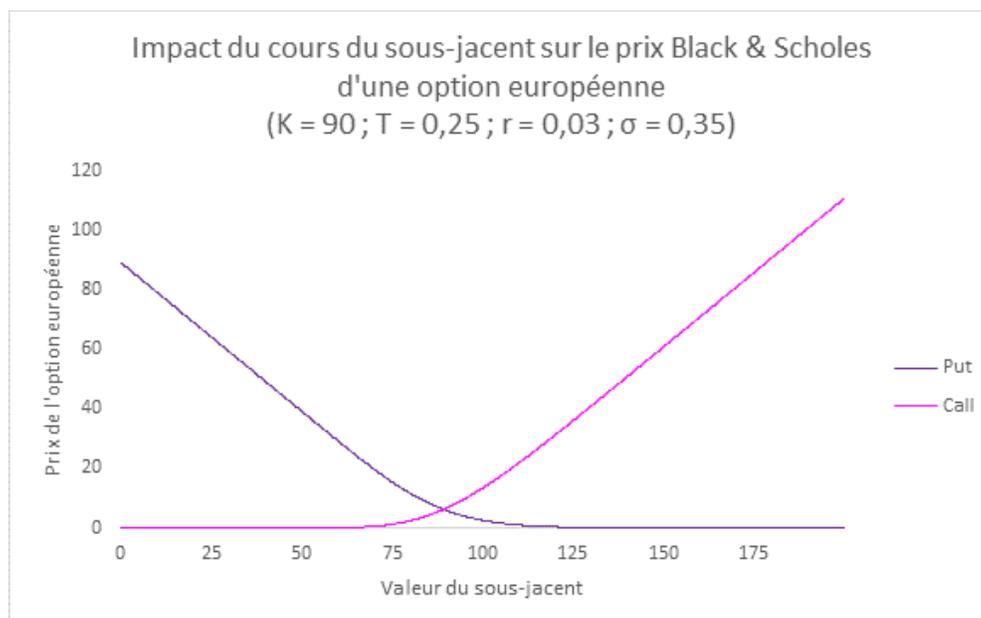


FIGURE 3.1 – Variation du prix de l'option selon le cours du sous-jacent

Le prix d'exercice

Différents prix d'exercice pour une option montrent une réponse différente à l'évolution du cours de l'actif sous-jacent. En effet, la position du *strike* de l'option par rapport au prix du sous-jacent impacte à la fois la valeur intrinsèque et la valeur temps de l'option. La valeur intrinsèque est la valeur réelle de l'option à savoir le profit qui serait directement obtenu si l'option était exercée. L'effet de la position relative entre le cours du sous-jacent et le prix d'exercice est donc immédiat sur cette valeur.

La valeur temps correspond à la probabilité que, d'ici l'échéance, le prix du sous-jacent varie encore et entraîne un accroissement de la valeur intrinsèque. Cette valeur est influencée par la position du *strike* relativement au cours du sous-jacent puisque plus le prix d'exercice de l'option est proche du prix sous-jacent, plus la probabilité d'exercer l'option à l'échéance est grande.

Ainsi, plus le *strike* est élevé, plus le *put* est cher car c'est le montant que le détenteur du *put* récupèrera. C'est l'effet inverse qui est constaté pour le *call* puisque le détenteur d'une option d'achat paie le prix d'exercice.

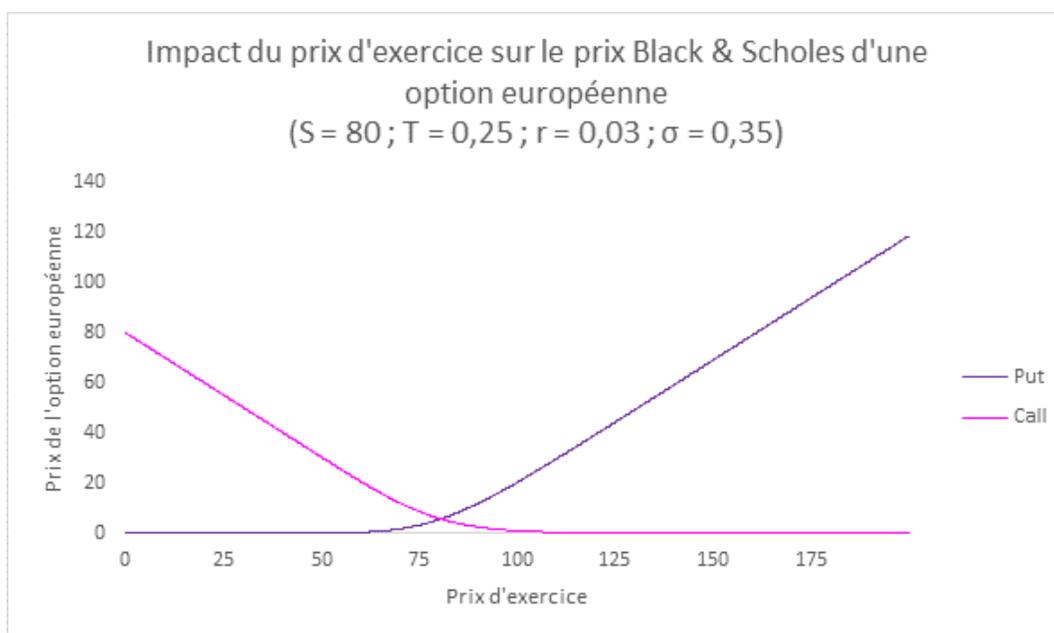


FIGURE 3.2 – Variation du prix de l'option selon le prix d'exercice

La volatilité

La volatilité du prix du sous-jacent est mesurée par l'écart-type de la distribution du taux de rentabilité du sous-jacent. De ce fait, elle mesure les fluctuations possibles du cours de l'actif sous-jacent pour une période donnée.

Deux types de volatilité sont à distinguer dans le cadre des options :

- La volatilité historique qui décrit le passé en mesurant les variations historiques du sous-jacent ;
- La volatilité implicite qui reflète les anticipations des acteurs du marché concernant les amplitudes des fluctuations à venir.

C'est la volatilité implicite qui impacte la valeur des options. En effet, plus elle sera importante, plus la probabilité que le cours de l'actif sous-jacent évolue conformément à l'anticipation de rentabilité sera grande. Par conséquent, les options de vente et d'achat sont d'autant plus chères que la volatilité du sous-jacent est forte.

La volatilité est également corrélée avec un facteur de « peur ». Il est courant d'observer une augmentation de la volatilité avant une grande annonce qui peut avoir un impact sur le marché. Ainsi, les primes d'options peuvent également être plus hautes par rapport aux jours de bourse sans événement.

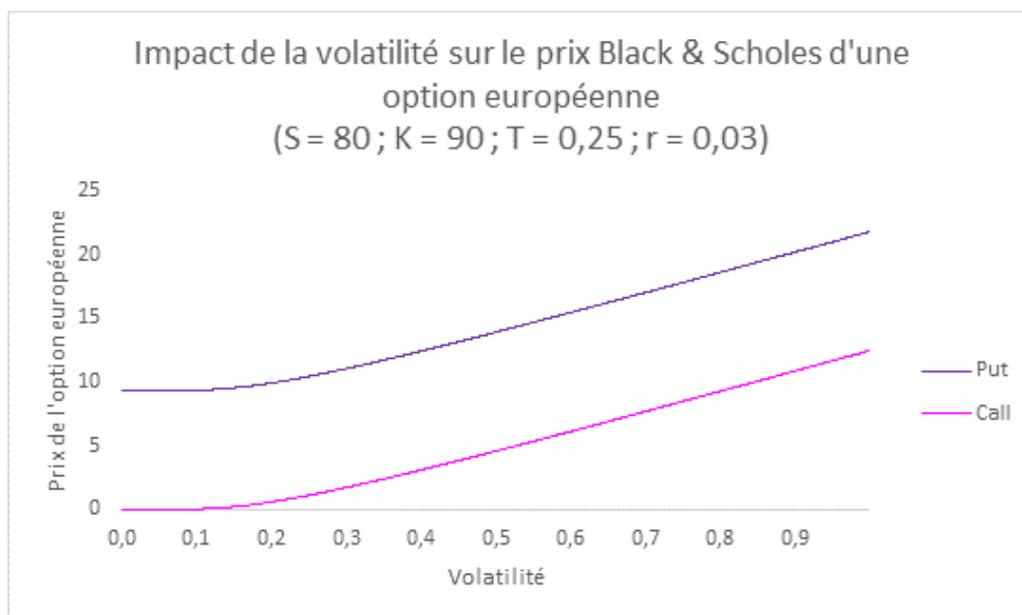


FIGURE 3.3 – Variation du prix de l'option selon la volatilité

La maturité

Le temps restant jusqu'à l'échéance de l'option est un facteur important à ne pas négliger. En effet, cette durée exerce un effet sur la valeur de l'option qui est double : par la volatilité d'une part et le loyer de l'argent d'autre part.

Sur le sujet de la volatilité, une échéance lointaine augmente la probabilité que le cours du sous-jacent s'écarte du strike et donc que l'acheteur d'une option réalise un profit.

Concernant le loyer de l'argent, l'effet de l'échéance ne sera pas le même pour un *call* et un *put*. Ainsi, pour un *call*, l'effet à travers le loyer de l'argent s'additionne à celui de la volatilité et, plus l'échéance est éloignée, plus l'option d'achat sera chère. Ceci s'explique par le fait que, si elle est exercée, le décaissement de son prix d'exercice se tiendra plus tardivement. Dans le cas d'un *put*, l'effet joue un rôle inverse et en contradiction avec l'effet de volatilité ce qui peut rendre un *put* européen plus ou moins cher qu'une option d'achat identique d'échéance plus courte. Pour une option de vente américaine, l'effet du loyer de l'argent est nul.

La valeur temps de l'option diminue au cours de la vie de l'option et la diminution tend à s'accélérer lorsque l'échéance est proche. Ce phénomène de décroissance temporelle (*Time Decay* en anglais) offre de nombreux potentiels pour les stratégies sur options des investisseurs qui vont chercher à mesurer avec précision l'incidence et le taux de décroissance à prendre en compte pour réagir correctement.

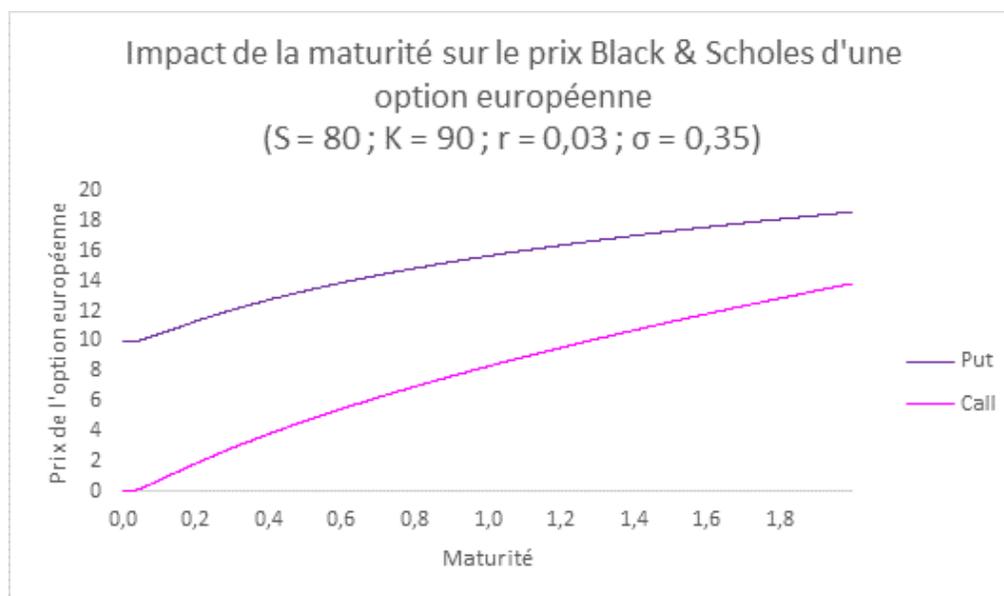


FIGURE 3.4 – Variation du prix de l'option selon la maturité

Le taux d'intérêt sans risque

L'incidence du taux sans risque sur le prix de l'option est généralement faible. Plus le taux d'intérêt sans risque est élevé, plus le prix d'une option d'achat augmente et celui d'une option de vente diminue.

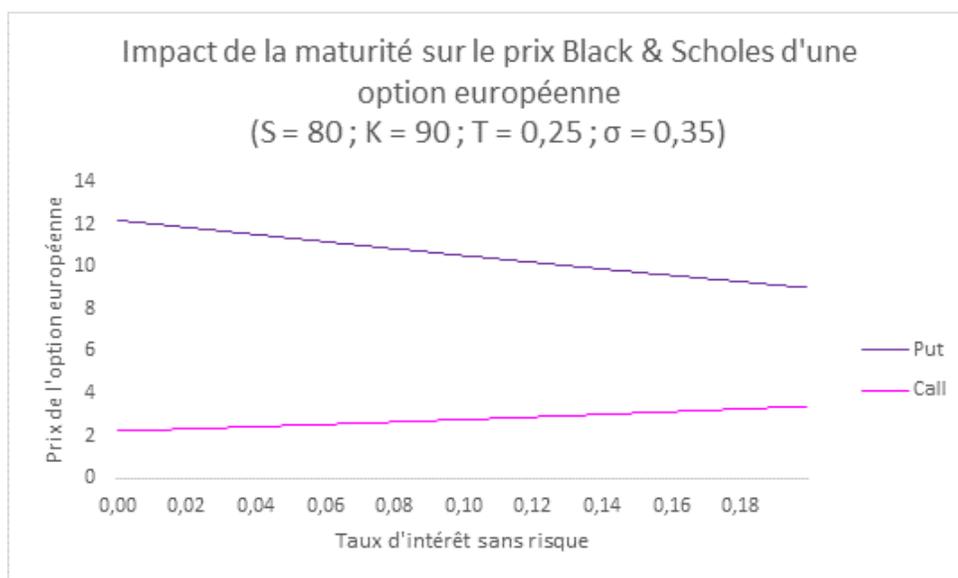


FIGURE 3.5 – Variation du prix de l'option selon le taux sans risque

Les tables de mortalité

La prise en compte du risque de mortalité dans le calcul du coût de la garantie plancher en cas de décès intervient par l'utilisation d'une table de mortalité.

Une table de mortalité est une table permettant de communiquer, pour chaque âge, la probabilité annuelle pour un individu de décéder. Etablie selon des données statistiques, elle est généralement utilisée par les assureurs pour tarifier et provisionner à partir de l'observation, sur plusieurs exercices, d'une population importante. Les tables de mortalité du moment et les tables de mortalité par génération sont alors différenciées.

La table de mortalité du moment est réalisée en considérant une génération fictive qui compte arbitrairement 100 000 individus et auxquels sont appliquées les conditions de mortalité à un moment donné et pour chaque âge. Ainsi, en général, elle présente pour chaque âge x :

- Le nombre d'individus vivants, noté l_x , éventuellement regroupés par sexe, par catégorie socioprofessionnelle, ... ;
- Le nombre d'individus décédés, noté d_x ;
- La probabilité d'être vivant à l'âge $x + 1$, notée p_x ;
- La probabilité de décéder dans l'année, notée q_x ;
- L'espérance de vie, notée E_x .

La table de mortalité par génération est construite par observation des niveaux réels de mortalité d'une génération particulière. Plus représentative de la réalité, l'extinction de la génération doit cependant être atteinte pour que la table soit construite et que les probabilités de décès soient appliquées.

En France, d'après l'article A132-18 du code des assurances, deux tables peuvent être distinguées en assurance :

- Des tables réglementaires qui sont « homologuées par arrêté du ministre de l'économie et des finances, établies par sexe, sur la base de populations d'assurés pour les contrats de rente viagère, et sur la base de données publiées par l'Institut national de la statistique et des études économiques pour les autres contrats » ;
- Des tables d'expérience « établies ou non par sexe par l'entreprise d'assurance et certifiées par un actuaire indépendant de cette entreprise, agréé à cet effet par l'une des associations d'actuaires reconnues par l'autorité mentionnée à l'article L. 310-12 [l'ACPR]. » Ces tables « sont établies d'après des données d'expérience de l'entreprise d'assurance, ou des données d'expérience démographiquement équivalentes. »

Les tables réglementaires

Deux familles de tables réglementaires sont couramment utilisées :

- Les tables TH 00-02 et TF 00-02 établies à partir de la table INSEE 2000-2002 et lissées, respectivement pour la population masculine et pour la population féminine. Il s'agit des tables réglementaires applicables pour les contrats d'assurance vie souscrits depuis le 1er janvier 1993 et en cas de décès. Un correctif d'âge pour tenir compte des écarts de mortalité permet d'utiliser ces tables pour les assurances en cas de vie (sauf rentes viagères) ;
- Les tables par génération TGH 05 – TGF 05 introduites en 2007 pour la prise en compte des opérations de rentes viagères et créées à partir de méthodes prospectives. Elles fournissent les données sur la mortalité, âge par âge, pour les hommes et pour les femmes, pour toutes les générations entre 1900 et 2005.

L'arrêté de décembre 2012, qui fait suite à l'arrêt dit « Test-achats » de la CJUE du 1er mars 2011, réaffirme le principe général d'interdiction de discrimination entre les hommes et les femmes. Ainsi, depuis cet arrêté, à défaut de tables mixtes, les tables de mortalité femme (qui sont plus prudentes) doivent être utilisées pour les contrats postérieurs au 20 décembre 2012.

Les tables d'expérience

Pour certains assureurs, il peut apparaître opportun de détecter le plus justement possible tout comportement de la mortalité de la population assurée qui serait différent de celui des tables réglementaires.

Pour cela, ils peuvent utiliser des tables d'expérience mises en place, en pratique, en trois étapes :

- La construction de la table à partir du portefeuille d'assurés ;
- L'obtention d'une certification par un actuairé indépendant agréé à cet effet ;
- Un suivi annuel pour vérifier la pérennité du droit d'utiliser la table. En absence de suivi, les tables ne sont plus valides deux ans après leur certification.

La validité des tables de mortalité ne peut excéder cinq années.

Coût de la garantie

Pour un assuré d'âge x , le flux actualisé auquel doit faire face l'assureur pour une garantie plancher en cas de décès est égal à :

$$F = e^{-rT_x} [K_{T_x} - S_{T_x}]^+ \mathbf{1}_{T_x \leq M}$$

où r est le taux d'intérêt sans risque.

Il est alors possible d'exprimer le coût de la garantie de manière formelle en exprimant la valeur à l'origine de ce flux. Sous l'hypothèse de mutualisation parfaite des décès et en conditionnant par la survenance du décès, la théorie des probabilités totales donne la valeur à l'origine suivante :

$$\begin{aligned} P &= E^{P^a \otimes Q^f} [F] \\ &= E^{P^a \otimes Q^f} [e^{-rT_x} [K_{T_x} - S_{T_x}]^+ \mathbf{1}_{T_x \leq M}] \\ &= \sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} * q_{x+t-1} * E^{Q^f} [e^{-rt} [K_t - S_t]^+] \end{aligned}$$

Cette formule est une conséquence directe de l'application du cadre de valorisation « économique » imposé par le dispositif prudentiel où :

- P^a est la probabilité historique associée aux risques mutualisables et non répliquables de l'assurance « classique » ;
- Q^f est la probabilité risque neutre associée aux risques répliquables et non mutualisables de la finance de marché ;
- l_x est le nombre d'individus vivants, pour l'âge x , de la table de mortalité utilisée ;
- q_x est la probabilité de décès dans l'année pour l'âge x fournie par la table de mortalité utilisée.

Par application de la formule de *Black & Scholes* d'une option de vente, le coût de la garantie plancher en cas de décès s'écrit alors :

$$P = \sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} * q_{x+t-1} * [K_t e^{-rt} * N(-d_2(t)) - S_0 * N(-d_1(t))] * \mathbf{1}_{K_t > 0}$$

où $d_1(t) = \frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r + \frac{\sigma^2}{2})t}{\sigma\sqrt{t}}$ et $d_2(t) = d_1(t) - \sigma\sqrt{t}$.

Lorsque K_t devient négatif ou nul, cela signifie que l'investissement sur le fonds euros revalorisé est suffisant pour couvrir les pertes potentielles liées au fonds UC. Dans ce cas, lors du calcul du coût de la garantie plancher en cas de décès, le terme de la somme associé à la date t est nul. Ceci explique la présence de $\mathbb{1}_{K_t > 0}$ dans la somme.

La prise en compte des rachats

Jusqu'ici, le coût de la garantie plancher en cas décès n'a été évalué qu'en l'absence de rachats potentiels. Ainsi, lorsque le souscripteur décide de retirer toutes ou partie des sommes disponibles sur son contrat d'assurance vie, le risque associé à la garantie plancher évolue et impacte directement la valorisation de la garantie.

Comme cela a été présenté dans la première partie, des avantages fiscaux dépendront de l'âge du contrat et pourront justifier une volonté du souscripteur d'effectuer des rachats sur son contrat. La prise en compte d'un taux de rachat qui varie selon l'ancienneté du contrat est, de ce fait, légitime.

Soit α_i le taux de rachat pour une ancienneté $i \in \mathbb{N}$ du contrat. La probabilité que l'assuré soit encore en vie et que le contrat n'ait pas été racheté à la date t est :

$$\frac{l_{x+t-1}}{l_x} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i)$$

Le coût de la garantie plancher en cas de décès devient alors :

$$C = \sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i) * q_{x+t-1} * [K_t e^{-rt} * N(-d_2(t)) - S_0 * N(-d_1(t))] * \mathbb{1}_{K_t > 0}$$

Financement de la garantie par lissage de son coût

Lors de la tarification de la garantie plancher, l'entreprise d'assurance peut s'interroger sur le type de chargement à appliquer.

Dans ce qui précède, le cas d'un chargement unique pour se couvrir contre le risque de baisse de la valeur de l'unité de compte a été étudié. L'assureur peut néanmoins préférer lisser le coût de la garantie plancher en cas de décès sur la durée du contrat et la financer par un prélèvement annuel sur l'encours.

Soit α_x le taux naturel de prélèvement annuel sur l'encours des placements pour un assuré d'âge x . Les valeurs actuelles probables des engagements de l'assureur et de l'assuré sont fonction de α_x et s'écrivent :

$$\begin{aligned} VAP^{Assureur}(\alpha_x) &= \sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i) * q_{x+t-1} * E^{Q^f} [e^{-rt} [K'_t - PM_t (1 - \alpha_x)^t]^+] \\ &= \sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i) * q_{x+t-1} * E^{Q^f} [e^{-rt} [K'_t - PM_t^{Euro} (1 - \alpha_x)^t - S_t (1 - \alpha_x)^t]^+] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
VAP^{\text{assuré}}(\alpha_x) &= \sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i) * \alpha_x * E^{Q^f} [e^{-r(t-1)} PM_{t-1}] * (1 - \alpha_x)^{t-1} \\
&= \alpha_x * \sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} * \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i) * (1 - \alpha_x)^{t-1} * (e^{-r(t-1)} PM_{t-1}^{\text{Euro}} + E^{Q^f} [e^{-r(t-1)} S_{t-1}]) \\
&= \alpha_x * \sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} * \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i) * (1 - \alpha_x)^{t-1} * (e^{-r(t-1)} PM_{t-1}^{\text{Euro}} + S_0)
\end{aligned}$$

Cette valorisation de la garantie suppose une gestion dynamique où les cotisations sont perçues pendant la durée de survie de l'assuré et la prestation est versée au moment du décès de ce dernier.

L'approche permet alors de proposer une tarification différenciée selon l'âge en choisissant le taux de prélèvement annuel α_x de sorte que la valeur actuelle probable de la garantie plancher en cas de décès $VAP^{GP}(\alpha_x)$ soit nulle à savoir $VAP^{GP}(\alpha_x) = VAP^{\text{assureur}}(\alpha_x) - VAP^{\text{assuré}}(\alpha_x) = 0$.

Une tarification selon l'âge est cependant plus difficile à appliquer en pratique puisqu'elle engendre des complexités de gestion et le tarif d'équilibre dépendra fortement de la structure de l'âge des assurés au sein du portefeuille.

3.1.2 Le cas d'un contrat à plusieurs supports en UC

Les contrats multisupports proposent généralement un éventail de supports en unités de compte de nature variée.

Soient un contrat d'assurance vie composé de n supports, σ_i la volatilité du cours du $i^{\text{ème}}$ support et S_t^i le cours du $i^{\text{ème}}$ support à la date t tels que $\frac{dS_t^i}{S_t^i} = rdt + \sigma_i dW_t^i$ et $dW^i dW^j = \rho_{i,j} dt$ avec $\rho_{i,j}$ le coefficient de corrélation entre les $i^{\text{ème}}$ et $j^{\text{ème}}$ supports.

Au moment du décès de l'assuré d'âge x , le coût de la garantie plancher sur ce contrat est égal à :

$$[K_{T_x} - \sum_{i=1}^n \omega_i S_{T_x}^i]^+ \mathbf{1}_{T_x \leq M}$$

où ω_i est le poids de l'investissement total du souscripteur sur le $i^{\text{ème}}$ support.

Cette formule fait apparaître le *payoff* d'une option sur panier. Contrairement au cas d'un contrat d'assurance vie avec un seul support en unités de compte qui fait intervenir l'évaluation d'un *put* européen, il n'existe pas de formule fermée exacte pour évaluer une option sur panier. En effet, en théorie, une combinaison linéaire d'actifs avec une distribution log-normale ne suit pas une distribution log-normale. Toutefois, des méthodes d'approximation qui seront développées dans la suite de ce mémoire permettent d'obtenir des formules fermées approchées pour évaluer une telle option et donc pour calculer le coût de la garantie plancher en cas de décès d'un contrat d'assurance vie avec plusieurs supports en unités de compte.

3.2 Méthodes d'évaluation du coût d'une garantie plancher en cas de décès

L'évaluation d'une garantie plancher en cas de décès d'un contrat d'assurance vie peut se faire selon deux approches distinctes :

- *A posteriori* : l'assureur utilise l'information passée et se base sur les CSR *a posteriori* pour adapter le tarif au cours de la vie du contrat ;
- *A priori* : l'assureur s'adapte à l'évolution du risque en cherchant à prévoir la charge de sinistralité future des assurés dès leur entrée en portefeuille.

3.2.1 Evaluation *a posteriori*

Lors de la conception d'une évaluation *a posteriori*, l'assureur fixe en amont un taux de prime à appliquer aux CSR. Ce taux peut être variable selon l'âge et est revu en fonction de la sinistralité et selon des conditions définies. L'application du taux de prime sur les CSR donne alors, à chaque période (généralement le mois) la prime pour la garantie plancher en cas de décès.

Ce mode d'évaluation permet d'adapter progressivement les prélèvements au risque porté par les CSR mais peut entraîner une décorrélation entre les primes perçues et le risque selon la périodicité d'évaluation des CSR (si le prélèvement est annuel, ce risque est fort par exemple). Ce fonctionnement nécessite donc un contrôle régulier des capitaux sous risque qui seront d'autant plus élevés que la valeur des UC baisse, augmentant, de fait, les prélèvements. Cette manière de tarifier dépend des conditions futures mais doit rester encadrée selon des modalités précisées lors de la souscription.

Enfin, à variations près des sous-jacents entre deux dates de retarification, le risque associé à la garantie plancher est semblable à celui d'une garantie temporaire décès . En effet, il n'y a pas besoin d'anticiper l'évolution (financière) des CSR puisque la prime est directement basée sur ce paramètre. Il est possible de couvrir ces variations à l'aide d'options courtes achetées sur le marché.

3.2.2 Evaluation *a priori*

L'évaluation *a priori* de la garantie plancher en cas de décès est une approche usuelle où l'assureur fixe un taux de prélèvement unique ou périodique, généralement sur les encours, pour recourir à une couverture du risque associé. L'assuré connaît à l'avance le taux de prélèvement qui peut être intégré aux autres frais (tarification implicite) ou distingué de ceux-ci (tarification explicite).

Au regard de la maturité des passifs, les stratégies de couverture peuvent néanmoins s'avérer coûteuses et impliquer une gestion complexe. En effet, même si le risque de décès est mutualisable, l'assureur s'expose à un risque financier important puisqu'une chute des marchés affecterait l'ensemble des assurés.

Pour déterminer le taux de prélèvement lors d'une évaluation *a priori* de la garantie plancher en cas de décès, diverses méthodes, également utilisées pour le provisionnement, peuvent être appliquées. Une liste non exhaustive de méthodes est présentée dans la suite.

La méthode déterministe

Des scénarios de marché et de mortalité

Dans cette méthode, l'évaluation de la garantie plancher est établie à partir de scénarios déterministes sur l'évolution des marchés financiers. Différents scénarios plus ou moins pessimistes peuvent être envisagés :

- Une baisse continue des cours ;
- Une baisse suivie d'une hausse des marchés ;
- Une baisse suivie d'une stabilité des marchés ;
- Une stabilité des cours.

Des scénarios liés à des chocs de mortalité peuvent également être appliqués puisque le risque de mortalité est un facteur clé du coût de la garantie plancher en cas de décès.

Il est possible d'inclure des chocs historiques dans les scénarios à envisager comme par exemple celui de l'épidémie de COVID-19 qui a conduit à une hausse de la mortalité et à un ralentissement de l'économie déjà caractérisée par un environnement de taux d'intérêts bas. Néanmoins, beaucoup de discussions peuvent survenir au moment de la sélection des paramètres.

Modélisation

Les chocs de marché s'appliquent sur les fonds en euros et en unités de compte.

Soient fg^{Euro} et fg^{UC} les frais de gestion respectivement des fonds Euros et UC. En reprenant les notations de la partie précédente et en notant c_t^{Euro} et c_t^{UC} les taux de choc appliqués respectivement sur les fonds euros et UC à la date t , il est possible de calculer les montants suivants :

- La provision mathématique associée au fonds en euros :

$$PM_t^{Euro} = PM_0^{Euro} * (1 - fg^{Euro})^t * \prod_{i=1}^t (1 + c_i^{Euro})$$

- La provision mathématique associée au fonds UC :

$$S_t = S_0 * (1 - fg^{UC})^t * \prod_{i=1}^t (1 + c_i^{UC})$$

Ici, la somme pondérée des actifs sous-jacents aux supports UC $\sum_{i=1}^n \omega_i S_t^i$ est considérée comme un seul actif de cours S_t sur lequel est appliqué le choc.

Le coût de la garantie plancher est alors calculé en intégrant ces montants dans la formule suivante :

$$\sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i) * q_{x+t-1} * e^{-rt} * [K_t - S_t]^+$$

Comme dit précédemment, un taux d_t correspondant à un choc de mortalité à la date t peut aussi être appliqué dans cette méthode, transformant la formule du coût par :

$$\sum_{t=1}^M d_t * \frac{l_{x+t-1}}{l_x} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i) * q_{x+t-1} * e^{-rt} * [K_t - S_t]^+$$

Limites

La méthode déterministe utilise peu d'informations et est, à première vue, simple à appréhender et à mettre en place.

Cependant, l'utilisation de cette méthode pose un certain problème pratique et théorique lorsqu'il s'agit de choisir et de justifier l'utilisation d'un scénario plutôt qu'un autre. Le choix du niveau de baisse du marché peut ainsi être délicat et une ventilation des scénarios par type d'unités de compte apparaît plus pertinente mais impliquera un nombre plus élevé de paramètres à fixer.

Enfin, dans le cadre d'une tarification, le tarif obtenu dépendra fortement des paramètres utilisés. Dans le cadre d'une couverture de la garantie par réassurance, la sélection de ceux-ci doit être motivée lors des négociations entre le cessionnaire et la cédante.

La méthode stochastique des puts

Dans la méthode stochastique des *puts*, la garantie plancher en cas de décès est évaluée comme une série d'options de vente pondérées par les probabilités de décès des assurés. Sous hypothèse de log-normalité des cours des unités de compte, les options sont valorisées, dans ce mémoire, à l'aide du modèle mathématique le plus répandu, à savoir, celui de *Black & Scholes*.

Le résultat de cette méthode représente alors la vision financière de l'engagement de l'assureur qui doit mettre en œuvre une couverture répliquant les options. Une couverture par achat des options correspondantes reste néanmoins théorique aujourd'hui car ces options n'existent pas sur le marché (principalement pour des raisons de maturités trop longues).

Cette méthode cohérente avec la pratique des marchés financiers est plus prudente que la méthode déterministe lorsque les capitaux sous risque sont faibles puisqu'elle ne prévoit pas une évolution ultérieure défavorable mais elle devient moins prudente à fur et à mesure que les CSR augmentent puisqu'elle suppose une remontée moyenne de la valeur de l'unité de compte à court terme.

Différentes approches peuvent être envisagées dans l'application de la méthode pour contourner le problème lié à l'absence de formule fermée exacte dans l'évaluation d'une option sur panier.

Dans la suite de cette partie, un contrat à n supports en unités de compte est considéré.

L'approximation log-normale simple

L'approche utilisée en interne dans le cadre du provisionnement de la garantie plancher en cas de décès consiste à considérer la somme pondérée des cours des différents supports UC comme un unique actif A dont l'évolution du cours est log-normale. Cette approximation permet d'utiliser la valorisation d'une option de vente européenne par la formule de *Black & Scholes* pour évaluer le

coût de la garantie.

Mesure phare de la finance de marché, la volatilité réalisée d'un actif correspond à sa propension à subir des variations de prix plus ou moins prononcées, et donc le risque qu'il implique pour son détenteur. Pour mesurer la volatilité réalisée d'un actif, ses log-rendements sont étudiés sur une période préalablement déterminée. Le choix de la période est important puisque plus celle-ci sera longue, plus les pics isolés des variations seront dilués dans le temps. La volatilité est finalement annualisée en considérant qu'il y'a 252 jours de trading par an.

Les logs-rendements du $i^{\text{ème}}$ support sont donnés par la formule suivante :

$$\text{log-rendement}^i = Ln\left(\frac{S_t^i}{S_{t-1}^i}\right)$$

La volatilité réalisée annuelle du $i^{\text{ème}}$ support sur la base de N observations s'écrit donc :

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{252}{N} \sum_{t=1}^N (Ln\left(\frac{S_t^i}{S_{t-1}^i}\right))^2}$$

Dans ce mémoire, la matrice de variance-covariance $C = (C_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$ est calculée sur la base des taux d'évolution journaliers historiques et est calibrée sur les trois dernières années. A partir de cette matrice, la volatilité annuelle de l'actif A est calculé par :

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j C_{i,j}}$$

Le coût de la garantie plancher pour l'assureur est finalement exprimé de la façon suivante :

$$\sum_{t=1}^M \frac{l_{x+t-1}}{l_x} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \alpha_i) * q_{x+t-1} * [K_t e^{-rt} * N(-d_2(t)) - S_0 * N(-d_1(t))] * \mathbb{1}_{K_t > 0}$$

où σ est remplacé par σ_A dans les expressions de $d_1(t)$ et $d_2(t)$.

L'approximation par technique d'appariement des moments

Dans l'objectif d'approcher la somme pondérée des cours des différents supports UC du contrat multisupport, la technique d'appariement des moments est une solution envisagée. La distribution du panier sous-jacent à l'option étant inconnue, l'idée clé d'une telle approximation analytique consiste à la remplacer par une distribution connue dans la littérature et qui présente des caractéristiques attrayantes, et ce, en appariant les moments des deux distributions. De nombreuses méthodologies faisant appel à la distribution log-normale ont été développées dans un premier temps, puis, voyant que l'utilisation de cette distribution ne fournissait pas toujours des résultats satisfaisants, d'autres lois ont été exploitées.

La structure de corrélation de l'option sur panier dans l'évaluation de la garantie plancher en cas de décès du contrat multisupport est notée $(\rho_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$. De plus, pour un instant $t \geq 0$, soient $A_t = \sum_{i=1}^n \omega_i S_t^i$ le panier sous-jacent à l'option et $F_t = \sum_{i=1}^n \omega_i F_t^i$ où $F_t^i = S_0^i e^{rt}$ est le prix forward de l'actif S^i en 0 pour une livraison en t .

La division de A_t par F , notée A_t^* , est centrée, c'est-à-dire que $E[A_t^*] = 1$ et son moment d'ordre 2 est :

$$E[(A_t^*)^2] = \frac{1}{F^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j F_i F_j e^{\rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j t}$$

Distribution log-normale

Si une variable aléatoire X suit une loi log-normale $LN(\mu, \sigma)$, son moment d'ordre $i \in \mathbb{N}$ est défini par :

$$M_i = E[X^i] = e^{i\mu + \frac{i^2 \sigma^2}{2}}$$

L'appariement des moments dans une approximation log-normale se traduit alors par la résolution du système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} = E[A_t^*] = 1 \\ M_2 = e^{2\mu + 2\sigma^2} = E[(A_t^*)^2] = \frac{1}{F^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j F_i F_j e^{\rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j t} \end{array} \right.$$

\Leftrightarrow

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = -\frac{\sigma^2}{2} \\ \sigma^2 = Ln\left(\frac{1}{F^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j F_i F_j e^{\rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j t}\right) \end{array} \right.$$

Le prix de l'option sur panier de maturité t est finalement donné par :

$$OP_{LN} = K_t e^{-rt} * N\left(-\frac{Ln\left(\frac{F_t}{K_t}\right) - \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma}\right) - F_t e^{-rt} * N\left(-\frac{Ln\left(\frac{F_t}{K_t}\right) + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma}\right)$$

Distribution gamma inverse

L'utilisation de cette loi a été proposée par Milevsky et Posnet en 1998 et motivée par le fait que, dans le cas des options asiatiques, une somme de variables aléatoires log-normales converge en limite vers une variable aléatoire de loi gamma inverse. Cependant, bien que les options asiatiques présentent une certaine similarité avec les options sur panier, celles-ci se distinguent par leur structure de corrélation. Ainsi, plus la structure de corrélation de l'option sur panier diffère de celle asiatique, plus la justification théorique devient caduque.

Si une variable aléatoire X suit une loi gamma $\Gamma(\alpha, \beta)$, sa fonction de densité est définie par $f_X(x) = \frac{\beta^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}$ où $\Gamma : x \rightarrow \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ et $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha \Gamma(\alpha)$. Si une variable aléatoire Y est distribuée selon une loi gamma inverse $Inv.\Gamma(\alpha, \beta)$ de densité $g_Y(y) = \frac{f_X(\frac{1}{y})}{y^2}$, alors $\frac{1}{Y}$ suit une loi gamma $\Gamma(\alpha, \beta)$.

Le moment d'ordre $i \in \mathbb{N}$ de Y est alors donné par la formule suivante :

$$M_i = E[Y^i] = \frac{1}{\beta^i \prod_{k=1}^i (\alpha - k)}$$

Le système d'équation lié à l'appariement des moments dans une approximation gamma inverse s'écrit alors :

$$\begin{cases} M_1 = \frac{1}{\beta(\alpha-1)} = E[A_t^*] = 1 \\ M_2 = \frac{1}{\beta^2(\alpha-1)(\alpha-2)} = E[(A_t^*)^2] = \frac{1}{F^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j F_i F_j e^{\rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j t} \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{cases} \alpha = \frac{2M_2 - 1}{M_2 - 1} \\ \beta = 1 - \frac{1}{M_2} \end{cases}$$

Le prix de l'option sur panier de maturité t est finalement donné par :

$$OP_{Inv.\Gamma} = K_t e^{-rt} * [1 - G(\frac{F_t}{K_t}, \alpha, \beta)] - F_t e^{-rt} * [1 - G(\frac{F_t}{K_t}, \alpha - 1, \beta)]$$

où $G(x, \alpha, \beta)$ est la fonction de répartition de la loi gamma $\Gamma(\alpha, \beta)$.

L'approximation de Gentle

Pour rappel, sous la probabilité risque neutre, le prix d'une option de maturité t sur panier de n supports est formulé sous forme d'espérance par :

$$OP_{Gentle} = E^Q[e^{-rt} [K_t - \sum_{i=1}^n \omega_i S_t^i]^+]$$

En notant $\omega_i^* = \frac{\omega_i S_0^i}{\sum_{j=1}^n \omega_j S_0^j} = \frac{\omega_i F_t^i}{\sum_{j=1}^n \omega_j F_t^j}$, $K_t^* = \frac{K_t e^{-rt}}{\sum_{j=1}^n \omega_j S_0^j}$ et $S_t^{*i} = \frac{S_t^i}{S_0^i} e^{-rt}$ il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} e^{-rt} [K_t - \sum_{i=1}^n \omega_i S_t^i]^+ &= \sum_{j=1}^n \omega_j S_0^j * \left[\frac{K_t e^{-rt}}{\sum_{j=1}^n \omega_j S_0^j} - \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i}{\sum_{j=1}^n \omega_j S_0^j} S_t^i e^{-rt} \right]^+ \\ &= \sum_{j=1}^n \omega_j S_0^j * \left[K_t^* - \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i^*}{S_0^i} S_t^i e^{-rt} \right]^+ \\ &= \sum_{j=1}^n \omega_j S_0^j * \left[K_t^* - \sum_{i=1}^n \omega_i^* S_t^{*i} \right]^+ \end{aligned}$$

L'approximation de Gentle est également une technique d'appariement des moments basée sur la technique de Vorst (1992) et présentée par Gentle en 1993 pour tarifier les options sur panier. Cependant, comme la distribution du panier sous-jacent à l'option est inconnue, Gentle propose d'approcher la somme pondérée arithmétique des actifs log-normaux du panier par leur somme pondérée géométrique dont la distribution est log-normale.

De ce fait, la méthode conduit à l'approximation $\sum_{i=1}^n \omega_i^* S_t^{*i} \approx E^Q[\sum_{i=1}^n \omega_i^* S_t^{*i} - \prod_{i=1}^n (S_t^{*i})^{\omega_i^*}] + \prod_{i=1}^n (S_t^{*i})^{\omega_i^*}$ qui est d'autant plus satisfaisante que l'échéance est rapprochée. Ceci donne :

$$e^{-rt}[K_t - \sum_{i=1}^n \omega_i S_t^i]^+ = \sum_{j=1}^n \omega_j S_0^j * [K_t^* - E^Q[\sum_{i=1}^n \omega_i^* S_t^{*i} - \prod_{i=1}^n (S_t^{*i})^{\omega_i^*}] - \prod_{i=1}^n (S_t^{*i})^{\omega_i^*}]^+$$

Or : $S_t^{*i} = e^{-\frac{\sigma_i^2}{2}t + \sigma_i W_t^i}$ car $S_t^i = S_0^i e^{(r - \frac{\sigma_i^2}{2})t + \sigma_i W_t^i}$.

Par conséquent :

$$\prod_{i=1}^n (S_t^{*i})^{\omega_i^*} = e^{-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \frac{\sigma_i^2}{2}t + \sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i W_t^i}$$

Or :

$$E^Q[-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \frac{\sigma_i^2}{2}t + \sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i W_t^i] = -\sum_{i=1}^n \omega_i^* \frac{\sigma_i^2}{2}t + \sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i E^Q[W_t^i] = -\sum_{i=1}^n \omega_i^* \frac{\sigma_i^2}{2}t$$

$$\begin{aligned} Var^Q[-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \frac{\sigma_i^2}{2}t + \sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i W_t^i] &= Var^Q[\sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i W_t^i] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i^* \omega_j^* \sigma_i \sigma_j E[W_t^i W_t^j] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i^* \omega_j^* \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} t \\ &= v^2 t \end{aligned}$$

où $v^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i^* \omega_j^* \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j}$.

Ainsi, comme la moyenne géométrique est log-normale, son espérance s'écrit :

$$E^Q[\prod_{i=1}^n (S_t^{*i})^{\omega_i^*}] = E^Q[e^{-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \frac{\sigma_i^2}{2}t + \sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i W_t^i}] = e^{(-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \frac{\sigma_i^2}{2} + v^2) \frac{t}{2}}$$

Les prix actualisés étant des martingales sous la probabilité risque neutre, ce résultat conduit à :

$$E^Q\left[\prod_{i=1}^n (S_t^{*i})^{\omega_i^*} - \sum_{i=1}^n \omega_i^* S_t^{*i}\right] = e^{(-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i^2 + v^2) \frac{t}{2}} - \sum_{i=1}^n \omega_i^* \frac{E^Q[e^{-rt} S_t^i]}{S_0^i} = e^{(-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i^2 + v^2) \frac{t}{2}} - 1$$

La dernière étape de cette preuve nécessite l'application du lemme suivant qui sera admis :

Lemme 1 *Soit X une variable aléatoire gaussienne centrée et de variance $\sigma^2 > 0$ sous la probabilité risque neutre. Pour tout $a, b \in \mathbb{R}$:*

$$E^Q[[b - ae^{X - \frac{\sigma^2}{2}}]^+] = b * N(-c + \sigma) - a * N(-c)$$

$$\text{où } c = \frac{1}{\sigma} \text{Ln}\left(\frac{a}{b}\right) + \frac{\sigma}{2}$$

Finalement, en choisissant $a = e^{(-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i^2 + v^2) \frac{t}{2}}$, $b = K_t^* + e^{(-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i^2 + v^2) \frac{t}{2}} - 1$ et $X = \sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i W_t^i \sim \mathcal{N}(0, v^2 t)$, le prix de l'option panier est :

$$OP_{Gentle} = \sum_{i=1}^n \omega_i S_0^i * [(K_t^* + e^{(-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i^2 + v^2) \frac{t}{2}} - 1) * N(-l_2(t)) - e^{(-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i^2 + v^2) \frac{t}{2}} * N(-l_1(t))]$$

$$\text{où } l_{1,2}(t) = \frac{(-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i^2 + v^2) \frac{t}{2} - \text{Ln}(K_t^* + e^{(-\sum_{i=1}^n \omega_i^* \sigma_i^2 + v^2) \frac{t}{2}} - 1) \pm \frac{v^2 t}{2}}{v\sqrt{t}}$$

La méthode de Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo permet d'évaluer des quantités déterministes grâce à la simulation de variables aléatoires. La simplicité, l'efficacité et la flexibilité de cette méthode en font un outil de référence intéressant.

Lors de l'évaluation d'une option, la méthode de Monte Carlo consiste à estimer :

$$E[f(S_T)]$$

où f est la fonction payoff de l'option et T la maturité.

Pour cela, les différentes étapes à suivre sont :

- Simuler un grand nombre de trajectoires de la valeur du ou des actifs sous-jacents de l'option ;
- Calculer le payoff de chaque trajectoire ;
- Estimer le prix de l'option en calculant la moyenne empirique de ces payoffs actualisés.

Convergence de la méthode

Sous l'hypothèse que $E[f(S_T)]$ existe, la loi des grands nombres assure la convergence de la méthode de Monte Carlo. L'énoncé de cette loi mathématiques (Kolmogorov, 1929) est le suivant :

Proposition 1 *Soit une suite de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées. Les assertions suivantes sont équivalentes :*

1. $E[|X_1|] < \infty$
2. La suite $Y_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ converge presque sûrement

Si l'une de ces conditions est vérifiée, alors la suite Y_n converge presque sûrement vers $E[X_1]$.

Cette loi n'apporte pas d'information pratique sur l'erreur d'estimation commise lorsque la méthode est appliquée. En revanche, si $E[f(S_T)^2] < \infty$, il est possible d'apporter une précision sur le comportement de la convergence à l'aide du Théorème Central-Limite :

Théorème 1 (Théorème Central-Limite) *Soient $(X_n)_{n>0}$ une suite de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées d'espérance finie μ et d'écart-type fini non nul σ et $Y_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$. La suite $Z_n = \frac{Y_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ converge en loi vers la loi normale centrée réduite lorsque n tend vers l'infini i.e $Z_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, 1)$.*

Sous les hypothèses de ce théorème, il est alors possible de déduire l'intervalle de confiance bilatéral symétrique asymptotique pour un niveau de confiance de $1 - \alpha$:

$$IC_{1-\alpha} = [Y_n - q_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, Y_n + q_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}]$$

où $q_{1-\frac{\alpha}{2}}$ est défini tel que $N(q_{1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

Théorème 2 (Théorème de Slutsky) *Le théorème de Slutsky affirme que si une suite de variables aléatoires T_n converge en loi vers T , et si une suite de variables aléatoires U_n converge en probabilité vers une constante c , alors le couple (T_n, U_n) converge en loi vers le couple (T, c) et, en particulier, $U_n T_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{\mathcal{L}} cT$.*

Ainsi, en substituant σ^2 par un estimateur asymptotique sans biais $\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_k - Y_n)^2$, le résultat précédent sur l'intervalle de confiance est conservé :

$$IC_{1-\alpha} = [Y_n - q_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_n^2}{n}}, Y_n + q_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_n^2}{n}}]$$

A titre d'exemple, pour le niveau de confiance usuel $1 - \alpha = 95\%$, l'intervalle de confiance est :

$$IC_{95\%} = [Y_n - 1.96\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_n^2}{n}}, Y_n + 1.96\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_n^2}{n}}]$$

Principe

Soit un contrat à n supports en unités de compte. Les différents actifs sous-jacents n'évoluent pas de façon indépendante. En moyenne, ils tendent plutôt à varier à la hausse et à la baisse ensemble.

Ce phénomène est modélisé en introduisant la notion de corrélation entre les mouvements browniens de sorte que :

$$E[W_T^i W_T^j] = \Omega_{i,j} T$$

où $\Omega_{i,j}$ est le coefficient de corrélation entre les mouvements browniens associés aux $i^{\text{ème}}$ et $j^{\text{ème}}$ supports. De façon plus générale, la matrice de corrélation symétrique définie positive est telle que :

$$E[W_T {}^t W_T] = \Omega T$$

où ${}^t W_T$ est la transposée du vecteur W_T de mouvements browniens et Ω la matrice de corrélation.

De plus, soit x un vecteur de variables aléatoires gaussiennes centrées réduites indépendantes. Soient L une matrice et $y = Lx$ un vecteur. Chaque composante du vecteur y est gaussienne avec :

- $E[y] = LE[x] = 0$
- $E[y {}^t y] = E[L x {}^t x {}^t L] = L E[x {}^t x] {}^t L = L {}^t L$

En effet, $E[x {}^t x] = Id$ (où Id est la matrice identité) car les composantes de x sont indépendantes et de variance unitaire.

Afin d'obtenir $E[y {}^t y] = \Omega$ et ainsi générer les W_T^i , il est nécessaire de trouver la matrice L telle que $L {}^t L = \Omega$. A cet effet, la décomposition de Cholesky est utilisée en considérant que L est une matrice réelle triangulaire inférieure.

Ainsi, pour le $i^{\text{ème}}$ support, après simulation d'une gaussienne centrée réduite X^i , W_T^i est générée par $W_T^i = LX^i$.

Une fois les browniens générés, les cours des actifs sous-jacents sont générés à l'aide du modèle de *Black & Scholes*. En itérant ce processus un nombre N de fois, N trajectoires pour chaque sous-jacent sont obtenues et il est alors possible de calculer le *payoff* de l'option panier pour chaque trajectoire. La moyenne empirique des *payoffs* actualisés de l'option estime alors le coût pour l'assureur de la garantie plancher en cas de décès.

Limites

Une telle approche est le plus souvent consommatrice en temps d'exécution et son application est guidée par le contrôle de sa variance. Les deux facteurs influant sur la performance de la méthode sont le nombre de simulations N et la variance σ^2 (ou variance empirique $\hat{\sigma}_n^2$). Certaines techniques permettent alors de réduire sa complexité en augmentant N au détriment du temps de calcul ou en réduisant la variance (à l'aide d'une variable de contrôle par exemple).

3.3 La modélisation du fonds euros

Pour déterminer le prix d'exercice K_t de l'option de vente à la date t dans l'évaluation du coût de la garantie plancher en cas de décès, l'évolution de la provision mathématique adossée au fonds euros doit être modélisée.

3.3.1 Le taux servi

Pour modéliser la revalorisation des encours adossés au fonds euros, une chronique de taux de rendement de l'actif brut (TRA) de l'assureur est utilisée.

Cette chronique est calculée sur un horizon 30 ans, puis la valeur de la trentième année est reconduite sur les 83 années suivantes de façon à obtenir une chronique de TRA à horizon 113 ans.

A partir de cette chronique, le taux servi est alors défini comme suit :

$$\text{Taux Servi}_t = \text{Max}(TMG - fg^{Euro}, TRA_t * TAF - fg^{Euro})$$

où :

- t : année ;
- TMG : taux minimum garanti ;
- TRA_t : taux de rendement de l'actif de l'assureur l'année t ;
- TAF : taux d'affectation des produits financiers ;
- fg^{Euro} : taux de frais de gestion sur encours adossés au fonds euros.

Comme cela a été mentionné dans la partie précédente, la garantie plancher en cas de décès des produits réassurés intègre la minoration de la garantie en capital du fonds en euros pour les nouvelles affaires. Ce taux servi peut donc être négatif.

3.3.2 Revalorisation des encours

Le prix d'exercice K_t de l'option de vente à la date t est égal au montant des primes nettes versées non rachetées diminuées de la provision mathématique adossée au fonds en euros revalorisée la même année :

$$K_t = K'_t - PM_0^{Euro} * \prod_{t=1}^M (1 + \text{Taux Servi}_t)$$

où K'_t correspond aux primes nettes versées non rachetées en t et M est la maturité en années de la garantie plancher.

Une fois les différentes méthodes d'évaluation de la garantie plancher en cas de décès présentées, il reste à les appliquer sur un portefeuille de contrats à garantie plancher au 31/12/2020. Cette application fera l'objet de la partie suivante complétée par une analyse de sensibilité des évaluations en fonction des paramètres des modèles.

Chapitre 4

Application à un portefeuille d'assurés

A ce stade de l'étude, un outil fonctionnel construit sous R permet de déterminer le prix d'une garantie plancher en cas de décès pour les affaires nouvelles en appliquant différentes méthodes. Il reste toutefois à préciser les différentes hypothèses à intégrer aux modèles qui doivent représenter fidèlement le périmètre d'étude.

L'objectif de cette partie sera donc de déterminer ces hypothèses à partir d'une base de données d'un portefeuille de contrats à garantie plancher en cas de décès au 31/12/2020. L'impact des différents paramètres sur la valorisation de la garantie sera également examiné.

Dans le cadre de ce mémoire, par soucis de confidentialité, aucune données réelles ne seront utilisées. Pour que l'analyse reste pertinente, des données arbitraires respectant les mêmes ordres de grandeur que la réalité seront définies.

4.1 Le portefeuille d'étude

La base de données du portefeuille d'assurés à fin 2020 contient initialement 59 variables. Les variables retenues pour l'application des différentes méthodes sont :

- L'année d'effet du contrat ;
- L'âge de l'assuré ;
- La provision mathématique sur la part euro ;
- Les provisions mathématiques afférentes à chaque support en unités de compte ;
- Les poids des investissements sur chaque support en unités de compte ;
- Le capital garanti ;
- La durée de l'engagement.

Un « nettoyage » des données est effectué pour supprimer les données aberrantes qui peuvent altérer l'analyse ainsi que pour garder uniquement les contrats entrant dans le périmètre de notre étude.

Cette étape consiste principalement à vérifier :

- la date de naissance de l'assuré : si la date de naissance n'est pas renseignée ou si l'année de naissance est supérieure à l'année de la date d'effet, le contrat est rejeté ;
- son âge à l'inventaire : si l'âge de l'assuré à la date d'inventaire est supérieur à 113 ans, le contrat est rejeté ;
- Les PM : si les PM sont inférieures à 0, le contrat est rejeté.

Ces anomalies ne sont pas conséquentes puisqu'au T4 2020, la provision mathématique totale rejetée est de 0 euro.

4.1.1 Analyse globale du portefeuille

Une vision globale du portefeuille

Pour avoir une vision globale du risque porté par le portefeuille, il est judicieux de comparer les CSR aux PM et capitaux décès minimum garantis.

Cette approche permet en effet d'avoir une première idée de l'état financier du portefeuille en s'intéressant aux contrats de toutes les générations concernées par l'étude.

Génération	PM totale	Capital décès minimum garanti total	CSR
2011	3 648 672	2 990 537	7 598
2012	6 685 948	5 249 564	0
2013	34 270 847	30 107 136	14 612
2014	212 251 580	195 656 276	109 107
2015	715 914 164	663 706 407	514 120
2016	1 589 688 911	1 503 634 850	863 745
2017	3 053 916 084	2 963 371 363	8 135 342
2018	2 912 889 343	2 845 145 636	7 128 393
2019	2 866 160 501	2 826 261 289	9 587 554
2020	2 271 899 470	2 229 437 453	7 490 939
Total	13 667 325 519	13 265 560 510	33 851 407

FIGURE 4.1 – Un portefeuille en bonne forme à première vue

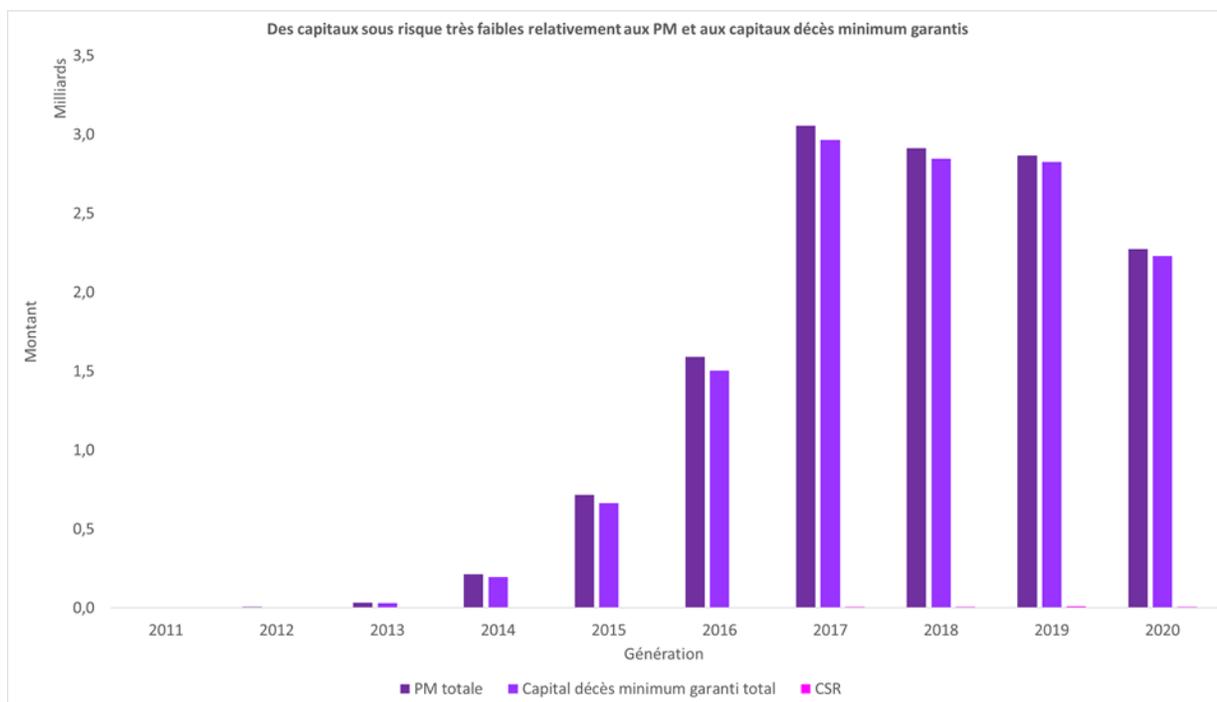


FIGURE 4.2 – PM, Capitaux décès minimum garantis et CSR par génération

Les données du tableau précédent, illustrées par le diagramme à barres ci-dessus, attestent, à première vue, de la bonne performance du portefeuille. En effet, pour chaque génération, les CSR sont très faibles en comparaison des provisions mathématiques et des capitaux décès minimum garantis.

Néanmoins, cette image à un instant précis du portefeuille cache en réalité le risque qu'il porte sur les capitaux. Pour s'en rendre compte, une analyse plus fine des CSR doit être réalisée.

4.1.2 Un zoom sur les capitaux sous risque des trois dernières années

L'historique des variations trimestrielles des CSR sur les trois dernières années est observé afin de vérifier si les CSR sont plutôt stables dans le temps.

L'idée ici est donc de repérer si l'évolution des CSR est telle qu'elle représente effectivement un risque conséquent pour l'assureur au point de justifier un recours à la réassurance de la garantie.

Année	Trimestre	CSR	Nombre contrats	CSR moyen par contrat	Evolution
2018	T1	22 918 561	528 703	43	
	T2	22 015 711	549 093	40	-7,5%
	T3	24 554 053	562 093	44	9,0%
	T4	172 431 864	572 314	301	589,7%
2019	T1	41 218 062	594 821	69	-77,0%
	T2	27 464 331	609 155	45	-34,9%
	T3	18 396 479	617 812	30	-34,0%
	T4	16 187 627	626 751	26	-13,3%
2020	T1	316 682 888	641 781	493	1810,5%
	T2	124 183 923	644 957	193	-61,0%
	T3	110 706 708	657 986	168	-12,6%
	T4	33 851 407	671 083	50	-70,0%

FIGURE 4.3 – Le CSR trimestriel moyen par contrat est volatil

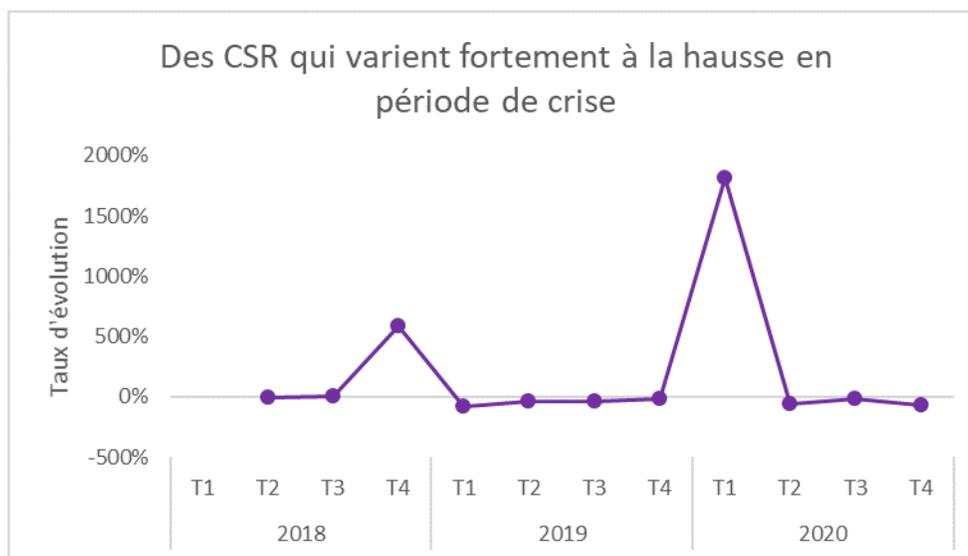


FIGURE 4.4 – Evolution trimestrielle des CSR moyens par contrat depuis 2018

Les données du tableau précédent, illustrées par le graphique ci-dessus, montrent que les CSR sont volatils et qu'ils varient d'autant plus en période de crise.

Pour compléter cette observation, le graphique suivant de l'évolution trimestrielle du CAC 40 depuis 2018 montre que les capitaux sous risque suivent, comme attendu, une tendance inverse à celle du CAC 40.

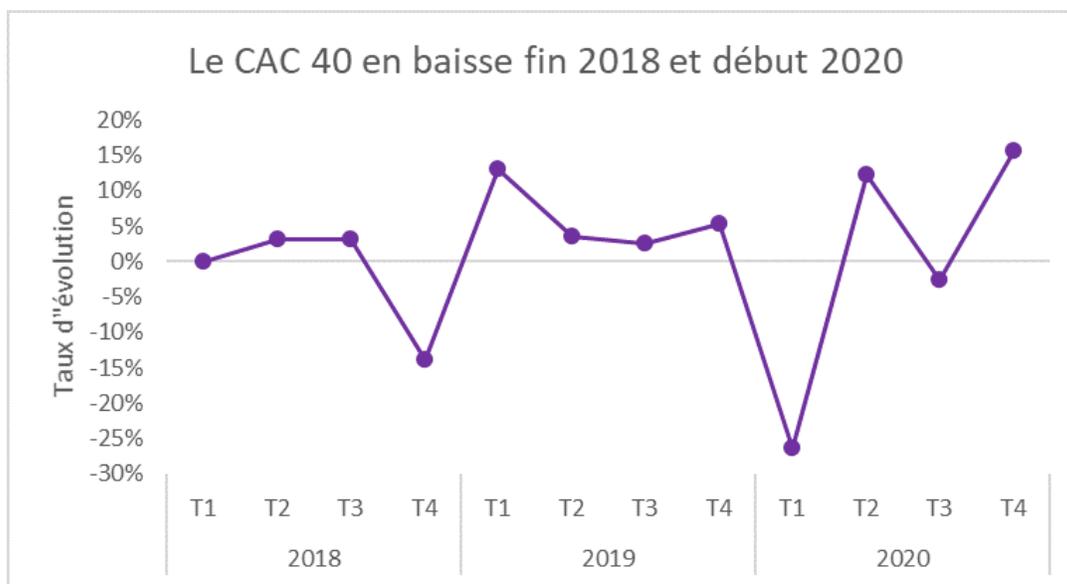


FIGURE 4.5 – Evolution trimestrielle du CAC 40 depuis 2018

Tout d’abord, les marchés financiers ont connu en 2018 une tendance à la baisse avec un CAC 40 en recul de 13 % par exemple. Cette baisse des marchés s’est intensifiée au mois de Décembre entraînant un saut du CSR moyen par contrat de près de 590 % au T4 2018.

Le 1er trimestre 2020 a aussi été marqué par l’onde de choc liée à la propagation de la COVID 19. Cette pandémie a provoqué une incertitude sur les marchés entraînant une chute boursière et une hausse de la volatilité. Ainsi, au T1 2020, le CSR moyen par contrat a une évolution de 1 810,5 %.

L’effet des marchés financiers sur les CSR n’est donc pas négligeable et, cumulé à une hausse de la mortalité, il peut avoir des fortes conséquences sur la sinistralité associée à la garantie plancher en cas de décès.

Ainsi, même si au global les CSR sont plus faibles que les PM et les capitaux minimum garantis, cela ne veut pas dire que le risque n’existe pas. Au contraire, la volatilité des CSR confirme la présence du risque pour l’assureur et conforte l’idée de recourir à la réassurance pour s’en démunir.

La répartition des CSR au T4 2020 dans le portefeuille est aussi étudiée. Le résumé statistique des CSR est donné par le tableau suivant :

Résumé Statistique des CSR	
Min	1
1er Quartile	15,5
Médiane	67,5
Moyenne	243,1
3ème Quartile	233
Max	41 064
Somme	33 851 407

Les capitaux sous risque au T4 2020 concernent 12,49% des contrats du portefeuille et le contrat avec le plus gros CSR ne représente que 0,12% des CSR totaux.

Le risque ne semble pas porter sur un profil de contrat particulier mais est réparti sur un ensemble de contrats. Les crises financières vont avoir un impact global sur les cours et une hausse des décès (comme par exemple lors d'une pandémie) affectera un ensemble d'assurés. La prévision ciblée de ces impacts apparaît donc complexe et motive une nouvelle fois le choix de la réassurance.

4.1.3 Analyse des trois dernières générations

Une fois que la couverture de la garantie par réassurance est confortée par l'analyse des CSR, il est choisi de s'intéresser aux trois dernières générations du portefeuille. En effet, l'objectif final de cette partie sera de valoriser le coût de la garantie plancher en cas de décès pour les affaires nouvelles. L'étude de ces générations permettra, lors de la tarification, de faire des hypothèses sur le profil de la génération future des contrats réassurés.

Le capital garanti

Les primes nettes non rachetées des générations retenues sont observées dans un premier temps. Ces montants correspondent au capital garanti lors de la souscription. Les données du tableau suivant feront ainsi mention du Capital Garanti.

Toutefois, bien que les hypothèses d'absence d'arbitrages et de versements libres ou réguliers ultérieurs au versement initial sont retenues dans ce mémoire, la garantie sur le capital euro brute des frais de gestion sur encours fait que le capital garanti pourrait être amené à varier dans le temps.

Le capital garanti intervient directement dans l'évaluation du coût *a priori* de la garantie plancher en cas de décès puisqu'il correspond au *strike* des *puts* à valoriser. Son étude est donc importante puisqu'elle permet d'avoir une première vision du risque.

Génération	Nombre contrats	Capital Garanti	Capital Garanti moyen par contrat	Evolution
2018	158 752	2 870 882 802	18 084,07	-
2019	109 876	2 643 871 113	24 062,32	33,06%
2020	99 449	2 702 517 467	27 175,05	12,94%

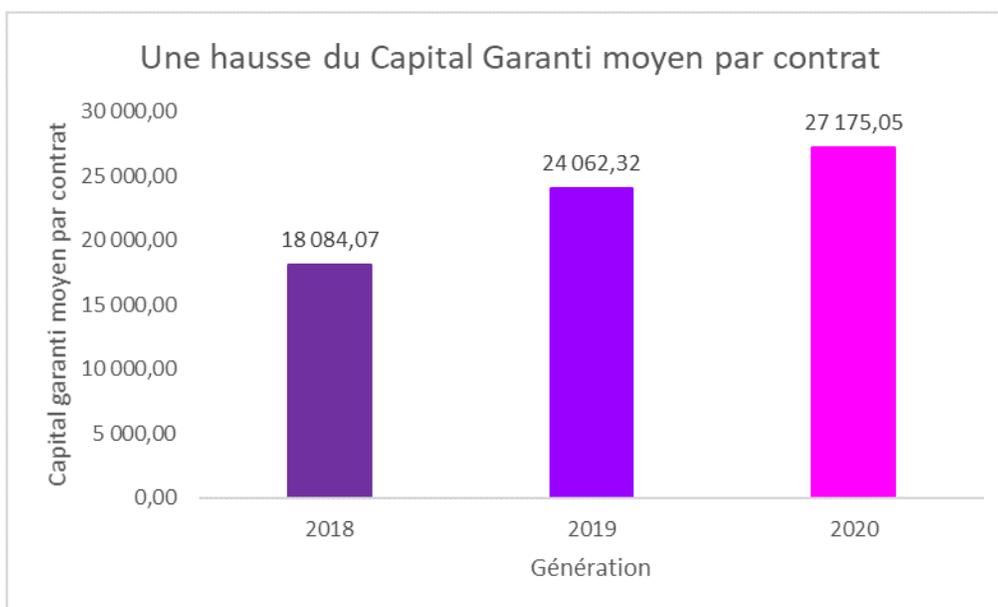


FIGURE 4.6 – Capital garanti moyen par contrat des générations 2018 à 2020

Le graphique en barres ci-dessus met en évidence l'augmentation du capital garanti à chaque génération. Comme cela a été vu dans la partie précédente, pour des paramètres de *put* identiques à chaque génération, une augmentation du capital garanti (et donc du *strike*) augmente le prix des *puts* et, in fine, le coût *a priori* de la garantie plancher.

La répartition des investissements

Il est aussi intéressant de s'interroger sur la répartition des investissements initiaux effectués par les souscripteurs.

Il est observé sur le graphique suivant qu'une part majoritaire des primes nettes non rachetées sont investies sur le fonds euros. Néanmoins, entre les générations 2018 et 2020, la part en UC des investissements initiaux a augmenté de +3 %. Cette hausse s'inscrit bien dans la volonté de l'assureur d'augmenter la collecte sur l'UC bien que cela augmente *de facto* le risque qu'il supporte au titre de la garantie plancher.

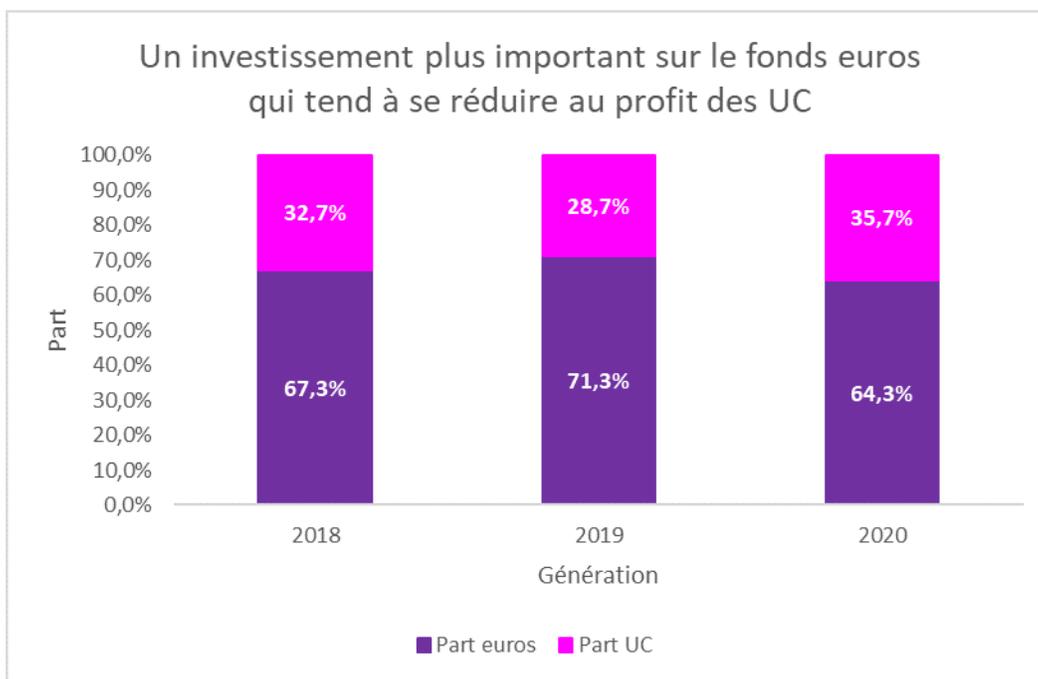


FIGURE 4.7 – Répartition Euros/UC des investissements initiaux des générations 2018 à 2020

Concernant la répartition des investissements toujours, il est considéré que les assurés peuvent investir sur 5 familles de supports en UC qui sont :

- Les actions ;
- Les obligations ;
- L’immobilier ;
- Le monétaire ;
- Les fonds à formules (FAF).

Type	Génération		
	2018	2019	2020
Action	65,94%	47,17%	49,16%
FAF	28,66%	46,07%	25,70%
Obligation	3,93%	5,25%	16,30%
Immobilier	1,39%	1,47%	8,82%
Monétaire	0,08%	0,04%	0,03%

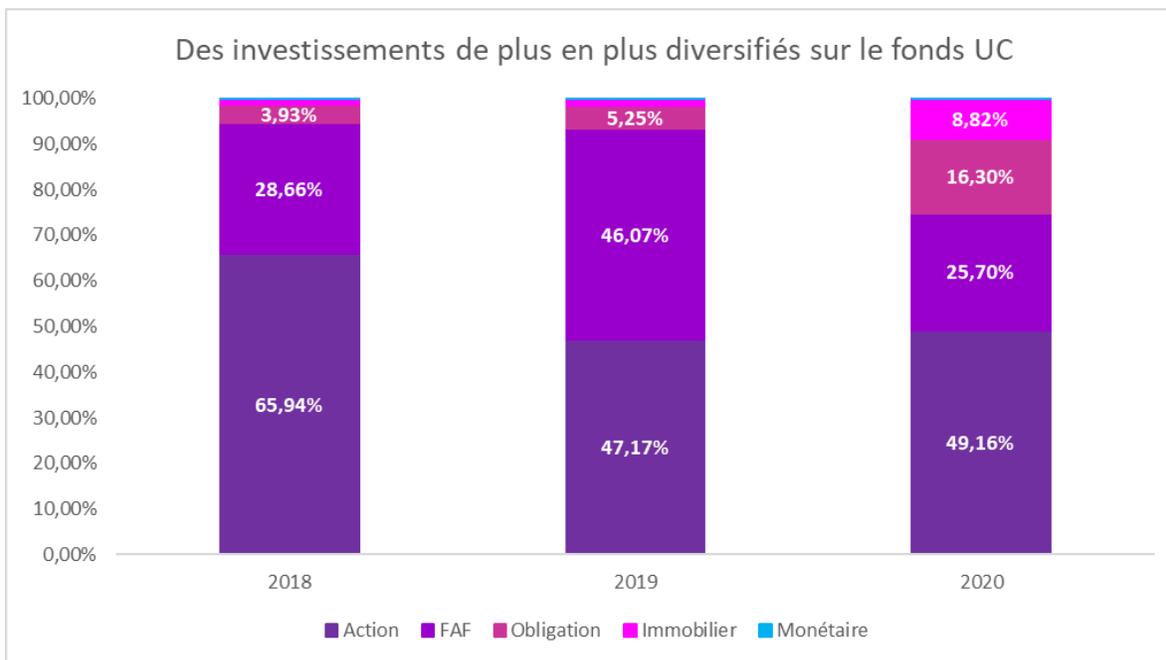


FIGURE 4.8 – Parts des investissements sur les types de supports UC pour les générations 2018 à 2020

Les investissements sur le support « Monétaire » restent largement minoritaires pour les trois générations et les investissements sur le support « Action » sont, quant à eux, encore majoritaires puisqu'ils représentent un peu plus de 49 % des investissements pour la génération 2020.

Cependant, le graphique ci-dessus qui illustre les données du tableau précédent met en avant la diversification de plus en plus importante des investissements sur les familles de supports en UC pour les générations 2018 à 2020. A titre d'illustration, les investissements en obligations représentent 16,30 % des investissements en UC pour la génération 2020 contre 3,93% pour la génération 2018, soit plus de 12 points de pourcentage de plus.

Une fois encore, il est constaté que le contexte a un impact sur le comportement des assurés qui se dirigent vers des investissements plus sûrs lors des périodes de crises. Les assurés sont tout aussi capables de profiter des opportunités des marchés financiers lorsqu'elles se présentent.

L'âge

La structure générale

Pour terminer l'analyse des trois dernières générations, l'âge de l'assuré a une influence directe sur la valorisation *a priori* de la garantie plancher en cas de décès. Effectivement, l'âge de l'assuré intervient dans la maturité des *puts*, dans les probabilités de décès et dans les probabilités de rachat total. Le paramètre de l'âge est donc essentiel et nécessite une bonne connaissance de sa structure dans le portefeuille d'étude.

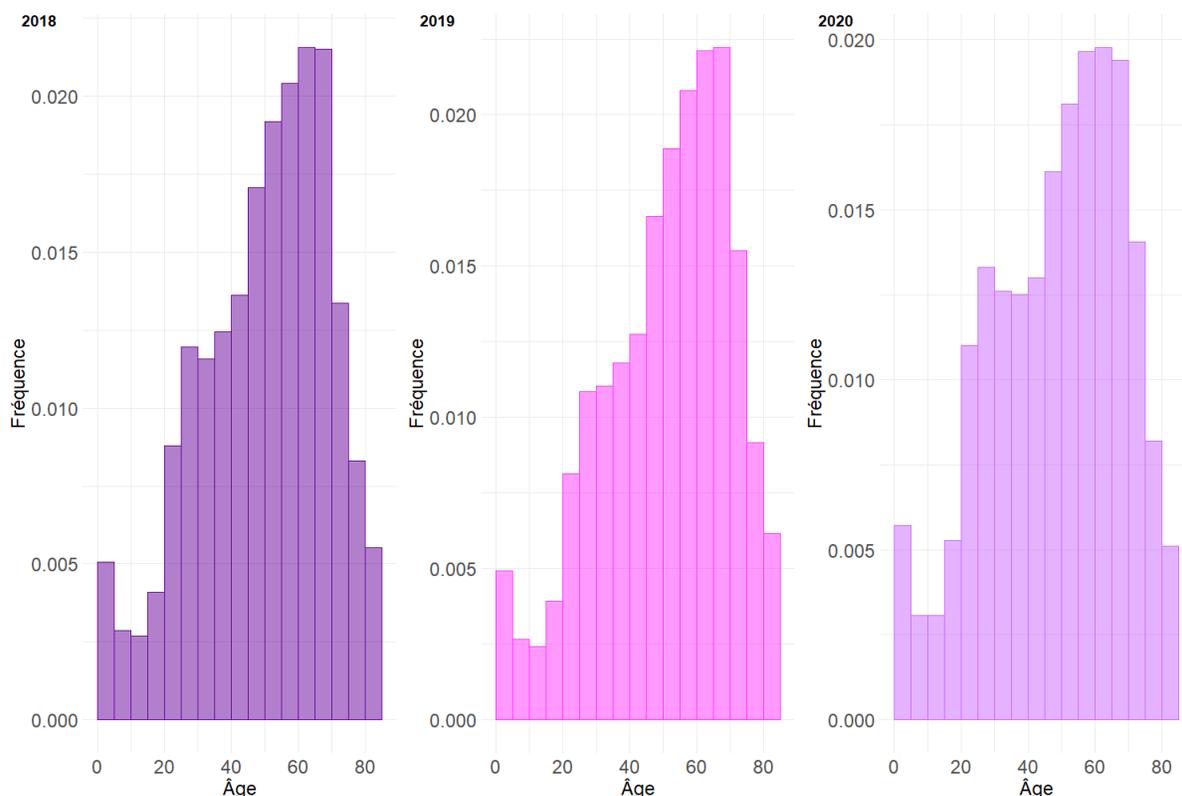


FIGURE 4.9 – Histogrammes des âges des assurés des générations 2018 à 2020

D'après le graphique du dessus, la structure du portefeuille en matière d'âge ne semble pas vraiment différer entre les générations 2018 et 2019. Néanmoins, celle-ci a légèrement bougé pour la génération 2020 avec une population assurée plus jeune et plus concentrée entre 20 ans et 40 ans par rapport aux deux autres générations.

Génération	Moyenne âge
2018	50,21
2019	51,28
2020	48,96

Comme l'indique le tableau précédent, une baisse de la moyenne d'âge est d'ailleurs bien constatée entre les générations 2018 et 2020.

Prise en compte des capitaux décès minimum garantis

Le montant moyen des primes nettes non rachetées augmente avec l'âge pour chaque génération. Cette observation est mise en avant dans le graphique suivant.

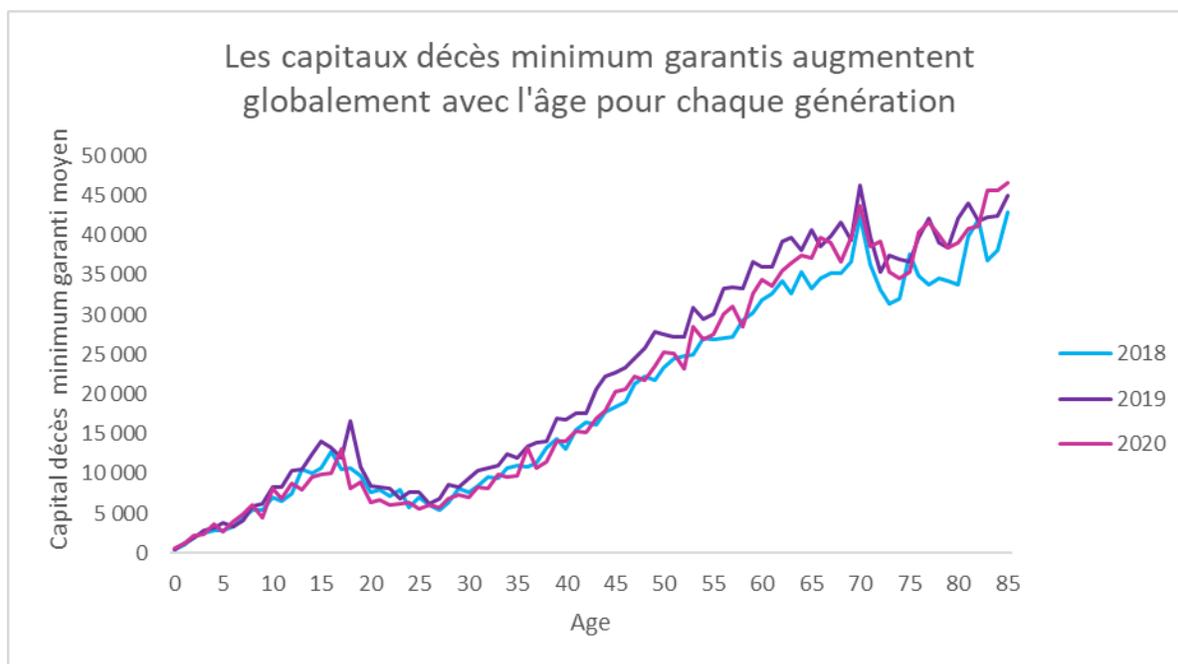


FIGURE 4.10 – Capital décès minimum garanti moyen selon l'âge pour les générations 2018 à 2020

Dans une situation de chute des marchés financiers croisée à une hausse de la mortalité au sein du portefeuille, la sinistralité potentielle sera donc d'autant plus importante en montant que l'assuré sera âgé.

Pour chaque génération, il est alors intéressant de s'interroger sur l'âge moyen des assurés pondéré par les capitaux décès minimum garantis. Comme le tableau suivant l'indique, lorsque qu'elle est pondérée par les capitaux garantis, cette moyenne d'âge est quasiment la même pour chaque génération, à savoir autour de 59 ans.

Génération	Moyenne d'âge pondérée par les capitaux garantis
2018	59,20
2019	59,78
2020	59,34

Remarque générale

L'analyse des évolutions entre les trois dernières générations permet d'avoir une meilleure connaissance du portefeuille et des profils assurés afin de déterminer les paramètres nécessaires à l'évaluation *a priori* de la garantie plancher en cas de décès.

Il est observé que chaque génération diffère en fonction des mouvements des marchés financiers. Les Bourses ont connu de fortes baisses en 2018 puis la situation s'est améliorée en 2019 avant la pandémie mondiale de 2020 et les impacts négatifs financiers qu'elle a entraînés. Le comportement des assurés est sensible à l'évolution des marchés financiers et peut également l'être aux offres de l'assureur.

4.2 Les paramètres de calcul

Les différentes méthodes d'évaluation abordées dans le cadre de notre étude utilisent de nombreux paramètres. Le choix de ces paramètres est déterminant dans la valorisation du coût *a priori* de la garantie plancher en cas de décès. Il est donc essentiel de bien les définir.

4.2.1 Taux d'intérêts sans risque

Un taux sans risque est le taux d'intérêt qui rémunère un placement sans risque de défaut à une date et maturité données.

La courbe des taux zéro-coupon publiée par l'Institut des Actuaire (IA) peut être utilisée pour le calcul de la Provision pour Garantie Plancher (PGP). Pour information, cette courbe est mise à jour chaque fin de mois par le comité scientifique « Indices et références de marché » constitué au sein de l'IA, avec l'aide de SIX Telekurs France, un des leaders européens de l'information financière. La mise en place de cette courbe fait suite à l'arrêté du 26 décembre 2000 qui modifie les articles A332 et A334 du code des assurances et introduit de nouvelles exigences pour les compagnies d'assurances dans la gestion actif-passif. Elle répond ainsi au nouveau besoin créé par cet arrêté et se destine à servir de courbe de référence. Les détails concernant la méthodologie de construction de cette courbe sont disponibles dans INSTITUT DES ACTUAIRES [2006].

Cependant, à date de cette étude, la courbe n'a pas été publiée sur le site internet de l'IA depuis fin juin 2020. Dans le cadre de ce mémoire, c'est donc la courbe de l'Autorité Européenne des Assurances et des Pensions Professionnelles (AEAPP ou EIOPA en anglais pour *European Insurance and Occupational Pensions Authority*) qui sera utilisée.

L'EIOPA, qui a pour rôle d'assurer la stabilité et l'efficacité du système financier dans l'Union Européenne à court, moyen et long termes notamment dans le secteur de l'assurance-réassurance, publie en effet tous les mois une courbe des taux sans risque annuels construite à l'aide de la méthode de *Smith Wilson*.

Le taux retenu pour l'étude est annuel et la courbe utilisée pour évaluer le coût *a priori* de la garantie plancher en cas de décès est affichée au graphique suivant :

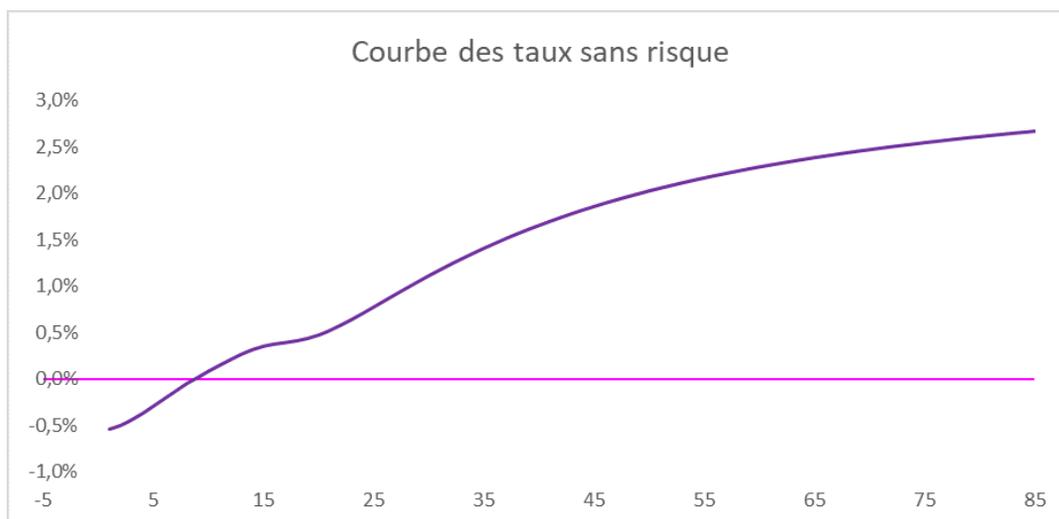


FIGURE 4.11 – Courbe des taux sans risque au 31/05/2021 (source : EIOPA)

4.2.2 Table de mortalité

En l'absence de table d'expérience, la table de mortalité réglementaire TH-TF 00-02 serait choisie. Dans le cadre de ce mémoire, c'est une table de mortalité best estimate certifiée qui est utilisée.

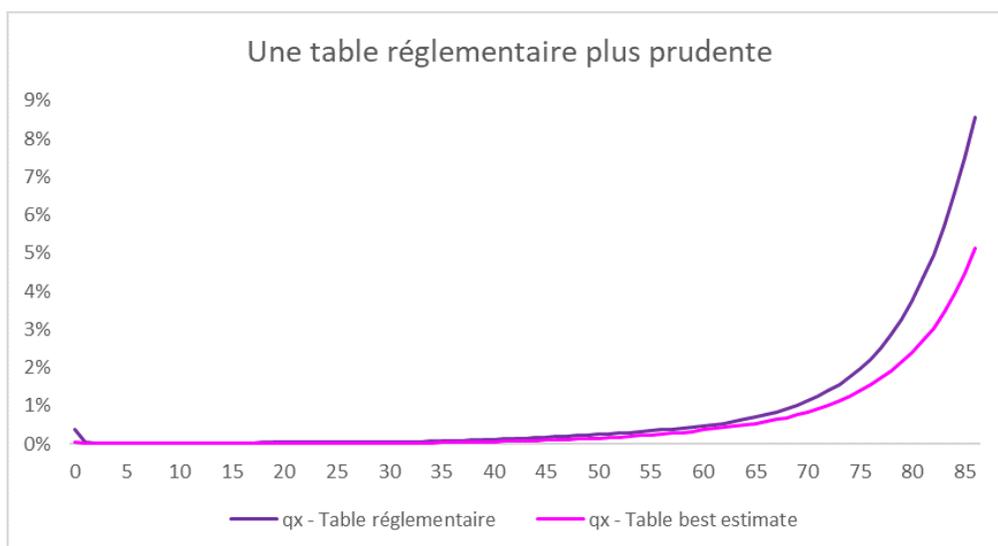


FIGURE 4.12 – Probabilité de décès des tables TH-TF 00-02 et best estimate selon l'âge

Sur le graphique précédent, la comparaison des probabilités de décès des deux tables selon l'âge montre que la table réglementaire est plus prudente que la table best estimate et d'autant plus aux âges élevés. Le choix de la table a donc un effet immédiat sur la valorisation de la garantie qui sera étudiée ultérieurement.

4.2.3 Matrice de variances-covariances et volatilité

A chaque famille de support (hors fonds général) est associé un indice dont les taux d'évolution journaliers des valeurs liquidatives sur 3 ans d'historique permet de déterminer la matrice de variance-covariance. Les indices suivants sont ainsi retenus :

- *Euro Stoxx 50* pour les actions et les fonds à formules ;
- *Euro Mts* pour les obligations ;
- *Euronext IEIF SIIC France* pour l'immobilier ;
- *Taux EONIA* pour le monétaire.

Par application de la méthode de calcul expliquée dans la partie précédente, la matrice de variance-covariance suivante est obtenue :

	Euronext IEIF SIIC France	DJ EUROSTOXX 50	EONIA	EUROMTS GLOBAL	DJ EUROSTOXX 50
Euronext IEIF SIIC France	0,07035211	0,036986895	3,42408E-07	0,001142404	0,036986895
DJ EUROSTOXX 50	0,036986895	0,047887329	-2,73778E-07	0,000212508	0,047887329
EONIA	3,42408E-07	-2,73778E-07	3,05354E-08	2,69781E-07	2,30509E-06
EUROMTS GLOBAL	0,001142404	0,000212508	2,69781E-07	0,001777575	0,001825226
DJ EUROSTOXX 50	0,036986895	0,047887329	2,30509E-06	0,001825226	0,047887329

FIGURE 4.13 – Matrice de variance-covariance

Cette matrice est aussi déterminante dans les modèles d'application. En effet, celle-ci aura une influence sur la prédiction des cours des différents supports et donc sur le prix des *puts* qui interviennent dans la valorisation de la garantie plancher en cas de décès.

La matrice de variance-covariance permettra de calculer la volatilité annuelle pour les affaires nouvelles qui sera utile à l'application de la formule de *Black & Scholes*.

4.2.4 Taux de rendement du fonds général

Afin de modéliser l'évolution du fonds euros, la chronique du taux de rendement de l'actif brut de l'assureur est un paramètre indispensable puisqu'il permettra de calculer le taux servi défini auparavant.

Le taux servi aura un impact immédiat sur le prix d'exercice des options de vente de la formule de valorisation de la garantie. Un taux servi plus important entraînera, en effet, un *strike* plus faible et inversement.

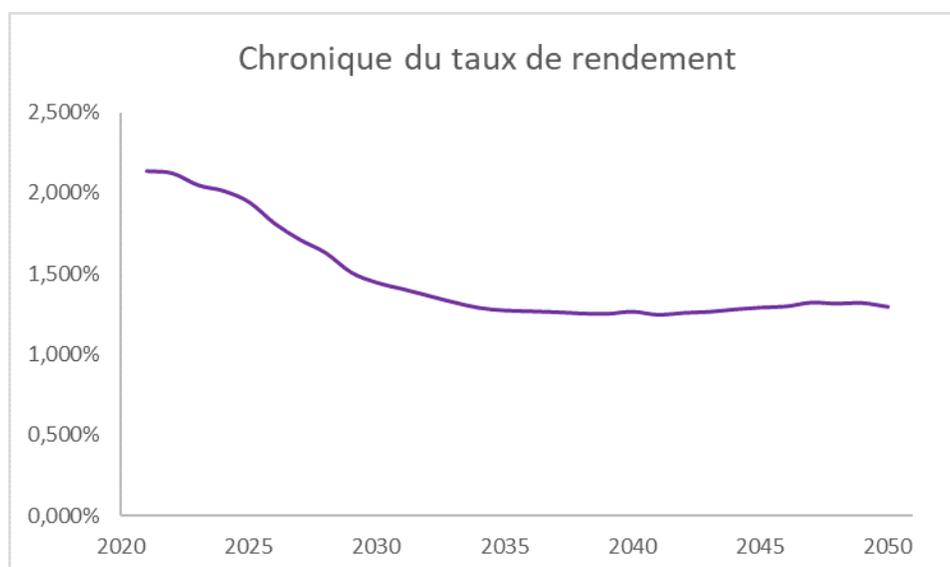


FIGURE 4.14 – Projection du taux de rendement du fonds euros

Le graphique précédent affiche, à partir de 2021, l'évolution annuelle du taux de rendement du fonds euros. Bien que la forme de l'évolution soit représentative des données réelles, ces dernières ont été créées pour la représentation graphique par souci de confidentialité.

Il est ainsi observé que le taux de rendement diminue plus fortement lors des 10 premières années pour finir par se stabiliser les années suivantes. Pour rappel, la valeur de la trentième année est reconduite sur les 83 années suivantes.

Les projections du rendement sont telles que le taux servi calculé ne sera pas négatif. Il sera tout de même intéressant de regarder, par la suite, l'impact qu'aurait une chute plus marquée du taux de rendement et/ou plus longue. Pour cela, différents scénarios pourraient être envisagés. Ce point précis sera abordé dans une prochaine section.

4.2.5 Rachats

Ici la mention de rachats renvoie aux rachats totaux qui interviennent immédiatement dans le calcul du coût *a priori* de la garantie plancher en cas de décès.

La garantie plancher assurée s'active uniquement en cas de décès. Ainsi, l'intégration des taux de rachat dans la formule de calcul diminue le coût puisque, si un contrat est totalement racheté, l'assureur ne porte plus le risque associé à la garantie sur ce contrat.

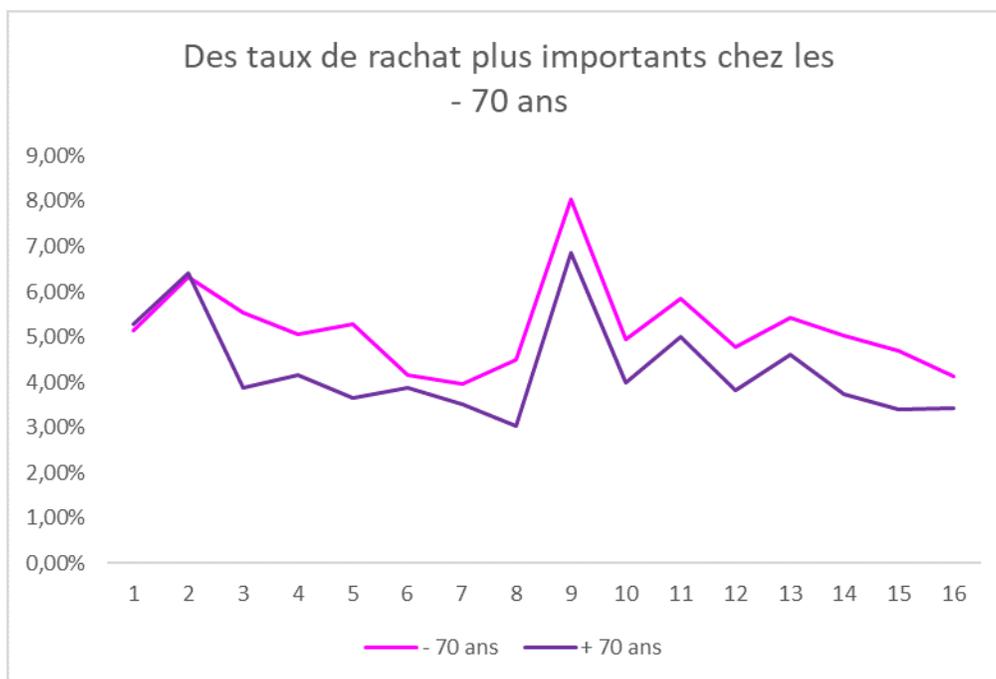


FIGURE 4.15 – Evolution des taux de rachat chez les - 70 ans et les + 70 ans selon l’ancienneté

Il est constaté sur le graphique du dessus que les taux de rachat des assurés de moins de 70 ans sont plus élevés que ceux des assurés de plus de 70 ans. Néanmoins, les tendances des rachats totaux sont les mêmes quel que soit l’âge des assurés. Un pic de rachat est d’ailleurs constaté pour les deux catégories d’âge au bout de 9 ans d’ancienneté.

Il n’est pas étonnant d’observer un pic de taux de rachat au-delà de 8 ans d’ancienneté. En effet, c’est après cette durée d’épargne que la fiscalité de l’assurance vie devient avantageuse en permettant un abattement non négligeable.

Pour finir, le taux de rachat correspondant à 16 ans d’ancienneté est maintenu pour toutes les anciennetés supérieures dans la paramétrisation des modèles.

4.2.6 Les autres paramètres

D’autres paramètres qui auront une influence sur la valorisation de la garantie sont à prendre en compte dans l’étude.

Les frais

Les frais sont fixes et définis dans les polices d’assurance du périmètre de l’étude. Les frais retenus pour la suite de ce mémoire sont :

- $fg^{Euro} = 0,6 \%$ des encours adossés au fonds euros ;
- $fg^{UC} = 0,8 \%$ des encours UC.

Les autres taux

Pour le calcul du taux servi, deux autres taux (cf. 3.3.1) sont fixés :

- TMG = 0 %;
- TAF = 95 %.

Le taux servi est donc défini à une date t par :

$$\text{Taux Servi}_t = \text{Max}(-0,006; TRA_t * 0,95 - 0,006)$$

Une fois l'étape de paramétrisation effectuée, il reste à lancer les différents modèles pour obtenir des tarifs selon les hypothèses faites sur le profil moyen des assurés pour les affaires nouvelles.

4.3 Calcul du coût *a priori* de la garantie plancher en cas de décès

En tenant compte de la mortalité dans l'évaluation *a priori* du coût de la garantie, il convient de s'intéresser, dans un premier temps, à un tarif annuel différencié selon l'âge de l'assuré. Le risque financier portant sur l'évolution des cours des différents supports en UC, il est également naturel d'établir une tarification annuelle fonction de la proportion investie par l'épargnant en unités de compte.

Toutefois, il est important de bien comprendre l'impact des différents paramètres sur les tarifs. Ainsi, dans un second temps, des tests de sensibilité seront nécessaires afin d'avoir une meilleure compréhension de l'influence de ces facteurs dans le processus de tarification.

La volonté d'une gestion simplifiée du traité conduit finalement à retenir un tarif annuel unique pour les affaires nouvelles 2021.

Dans toute la suite de ce mémoire, les tarifs seront exprimés en pourcentage à appliquer aux encours en euros et en unités de compte.

4.3.1 Les premiers résultats

Plusieurs modèles ont été présentés dans le chapitre précédent. En observant les premiers résultats, il sera alors possible de détecter les modèles proposant des résultats satisfaisants.

Les hypothèses de portefeuille

Pour finaliser la paramétrisation des modèles, différentes hypothèses doivent être établies sur le portefeuille des affaires nouvelles 2021.

Tout d'abord, en accord avec la section 2.2.4, la maturité M pour la garantie plancher est de 84 ans puisque la garantie cesse le jour des 85 ans de l'assuré.

Enfin, à partir des analyses réalisées sur les trois générations antérieures, des hypothèses sont communiquées dans le tableau suivant :

Paramètres	
Age	49
Investissement initial	23657
Volatilité globale	0,19
Part d'investissement Euro	0,62
Part d'investissement UC	0,38

Poids des investissements en UC	
Poids Action	0,54
Poids Obligation	0,08
Poids Immobilier	0,04
Poids Monétaire	0,00
Poids FAF	0,34

Les résultats

L'ensemble des paramètres retenus conduisent, après application des différents modèles (cf. 3.2.2), aux résultats suivants :

	Tarif annuel				
	Méthode 1	Méthode 2	Méthode 3	Gentle	Monte Carlo
Tarif	0,0257%	0,0288%	0,0174%	0,0242%	0,0265%
Ecart absolu (en points de %)	0,0008	0,0023	0,0091	0,0023	-

Dans ce tableau :

- **Méthode 1** désigne l'approximation log-normale simple ;
- **Méthode 2** désigne l'approximation par technique d'appariement des moments avec la distribution log-normale ;
- **Méthode 3** désigne l'approximation par technique d'appariement des moments avec la distribution gamma inverse.

La méthode de Monte Carlo est choisie comme référence pour comparer la qualité de l'évaluation *a priori* du coût de la garantie plancher en cas de décès de chaque méthode. De ce fait, en regardant les écarts absolus entre le tarif obtenu par Monte Carlo et ceux obtenus par application des autres méthodes, il est remarqué que la technique d'appariement des moments avec la distribution gamma inverse n'est pas très adaptée.

La méthode 3 n'étant pas satisfaisante, il est décidé de ne pas la retenir pour la suite.

4.3.2 Des tarifs annuels différenciés selon l'âge et la part d'investissement en unités de compte

Dans cette section, la tarification annuelle de la garantie sera étudiée pour chaque méthode d'évaluation retenue. Des tarifs annuels fonction de l'âge et de la proportion investie en unités de compte seront alors proposés.

L'approximation log-normale simple

L'approximation log-normale simple permet de construire la cartographie des tarifs annuels suivante :

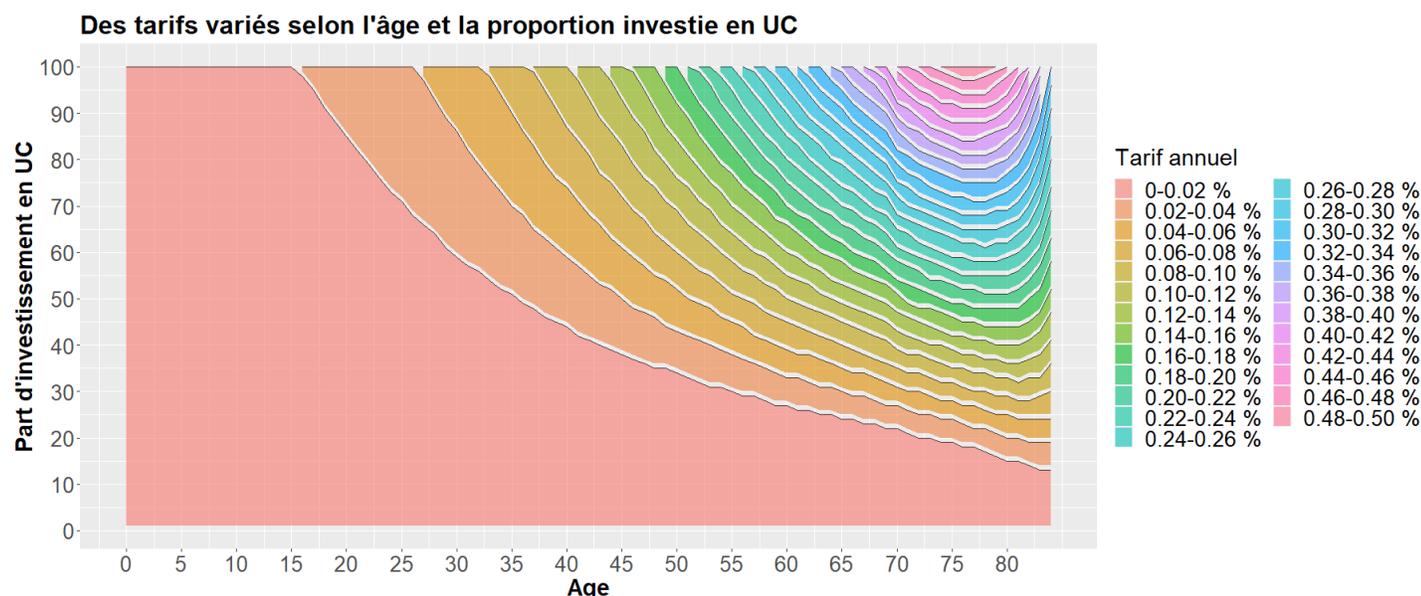


FIGURE 4.16 – Tarif annuel en fonction de l'âge et la part d'investissement en unités de compte - Approximation log-normale simple

Cette répartition de la tarification annuelle montre que l'âge de l'assuré et la répartition de l'épargne ont un effet immédiat sur la valorisation *a priori* de la garantie plancher en cas de décès.

Il est ainsi observé que plus l'âge de l'assuré est élevé, plus le tarif annuel sera différencié par la proportion de l'épargne investie en unités de compte.

A titre d'exemple, pour un assuré de 20 ans, la part investie en UC doit excéder 85 % pour que le tarif annuel passe de la tranche 0 – 0,02 % à 0,02 – 0,04 %. Pour un assuré de 75 ans, le tarif annuel dépendra fortement de la proportion d'investissement en unités de compte. Si 20 % de l'épargne est placée en unités de compte, le tarif annuel appartiendra à la tranche 0–0,02 % mais si elle est investie à 30 % en unités de compte, le tarif annuel appartiendra à la tranche 0,04–0,06 %.

En reprenant les hypothèses de départ sur le profil assuré, il est aussi intéressant de regarder l'évolution du tarif annuel seulement selon l'âge ou la part d'investissement en unités de compte.

La tarification selon la part d'investissement en unités de compte pour un assuré âgé de 49 ans (âge moyen du portefeuille retenu en hypothèse pour les affaires nouvelles 2021) est illustrée comme suit :

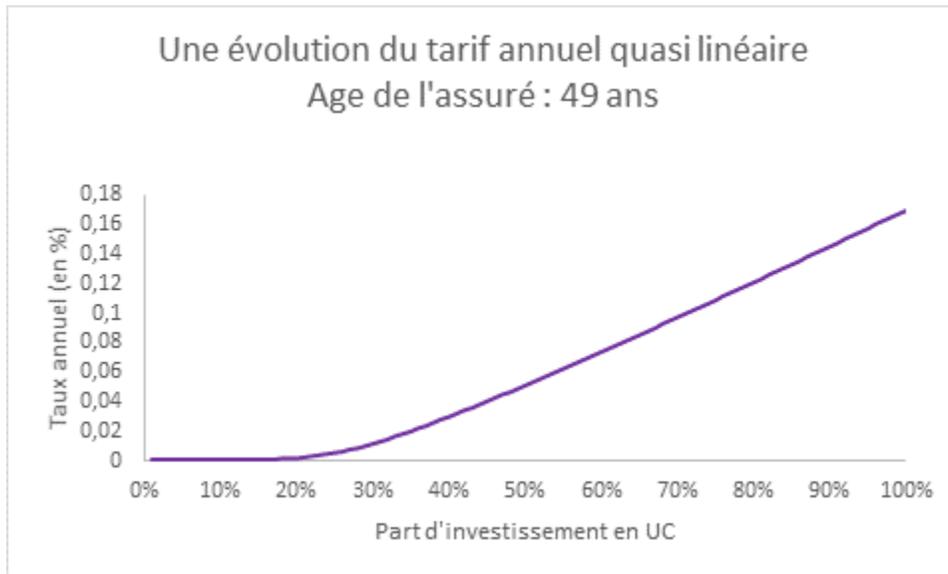


FIGURE 4.17 – Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Approche log-normale simple

Pour un âge donné, la proportion investie en unités de compte joue un rôle primordial dans la tarification. Son effet sur le tarif annuel est d'ailleurs quasi linéaire au-delà de 20 %.

La tarification selon l'âge pour une épargne investie à 38 % (hypothèse retenue pour les affaires nouvelles 2021 représentative du portefeuille sous-jacent) en unités de compte conduit au graphique suivant :

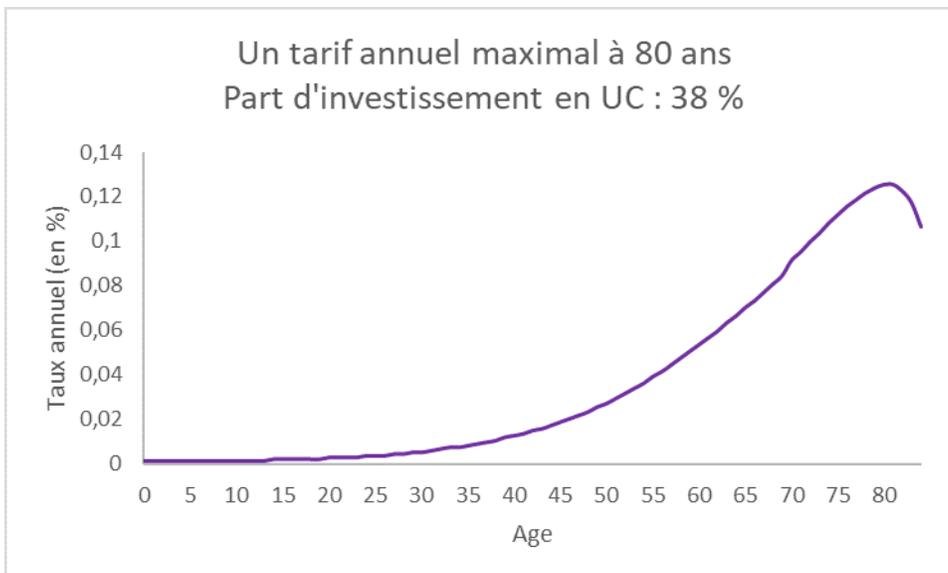


FIGURE 4.18 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Approche log-normale simple

La tarification est sensible à l'âge de l'assuré et d'autant plus aux âges élevés avec un pic de tarif

annuel observé à 80 ans. Ce pic s'explique par deux phénomènes qui se confrontent :

- Plus l'assuré est âgé à la souscription, plus le risque de décès est élevé ce qui entraîne un coût de la garantie plus important ;
- Dans un même temps, plus l'âge de l'assuré à la souscription est proche de l'âge limite de la garantie, moins celle-ci est coûteuse du fait d'une durée d'engagement plus faible.

Ainsi, au delà de 80 ans, le deuxième phénomène l'emporte sur le premier et fait diminuer le tarif.

L'approximation par appariement des moments avec la distribution log-normale

L'approximation par appariement des moments avec la distribution log-normale conduit à la cartographie des tarifs annuels suivante :

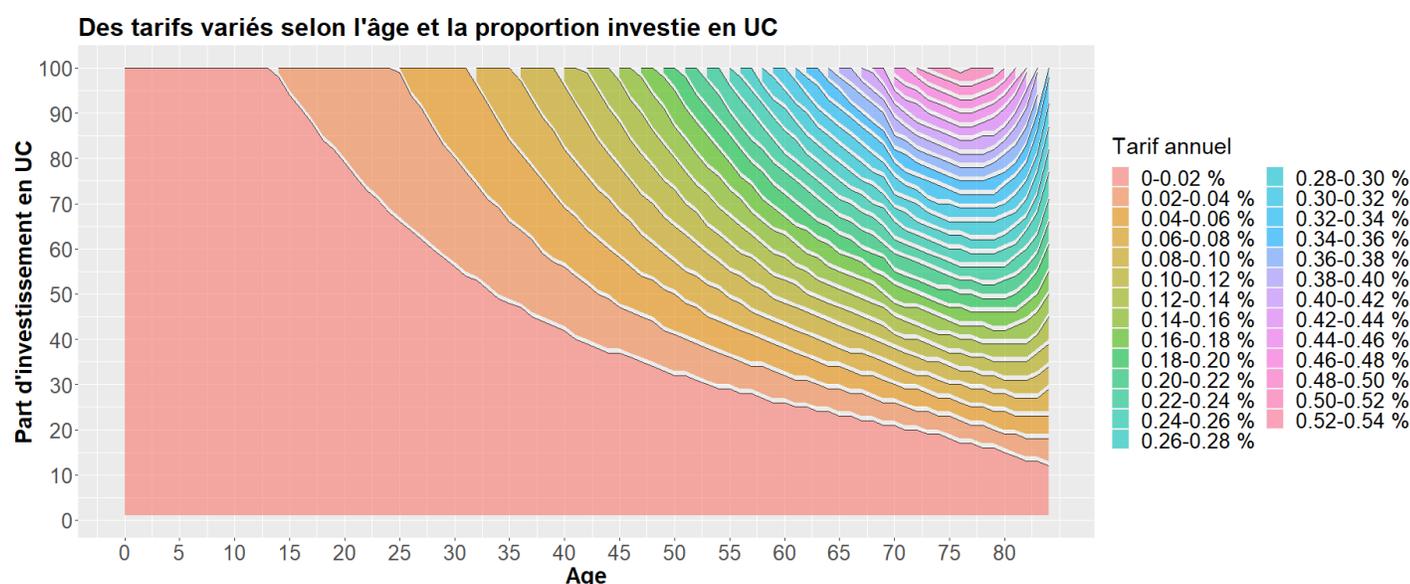


FIGURE 4.19 – Tarif annuel en fonction de l'âge et la part d'investissement en unités de compte - Approximation par appariement des moments avec la distribution log-normale

Ici encore, la répartition de la tarification annuelle montre les effets directs de l'âge de l'assuré et de la répartition de l'épargne sur l'évaluation *a priori* de la garantie.

Cependant, avec cette approche, les tarifs annuels sont plus élevés ce qui entraîne l'apparition de deux nouvelles tranches dans la cartographie pour tenir compte des tarifs annuels allant de 0,5 % à 0,54 %.

Ainsi, par exemple, pour un assuré de 75 ans :

- Si 20 % de l'épargne est placée en unités de compte, le tarif annuel appartiendra à la tranche 0,02 – 0,04 % (contre 0 – 0,02 % avec la première approche) ;
- Si l'épargne est investie à 30 % en unités de compte, le tarif annuel appartiendra à la tranche 0,06 – 0,08 % (contre 0,04 – 0,06 % avec la première approche).

La tarification selon l'âge pour une épargne investie à 38 % en unités de compte donne le graphique suivant :

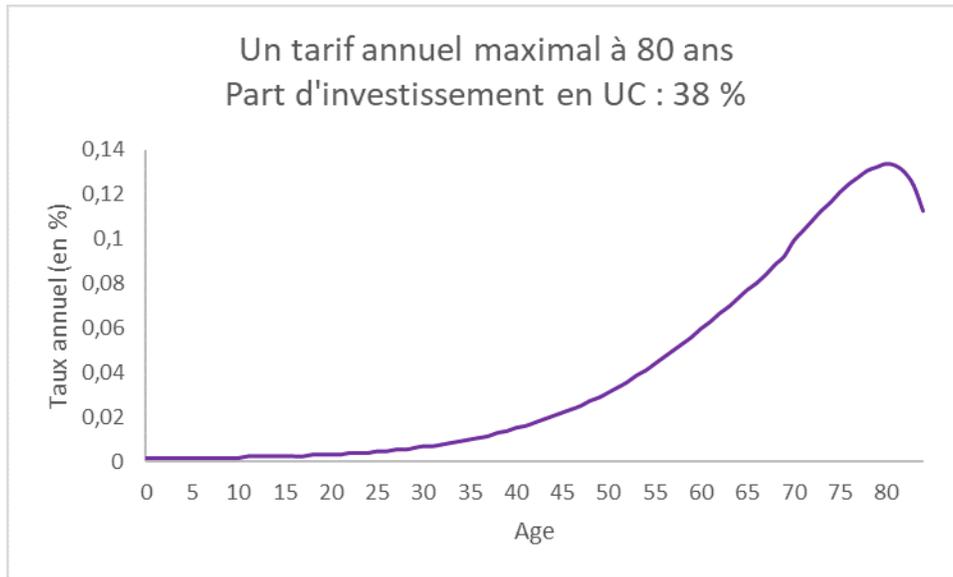


FIGURE 4.20 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Approche d'appariement des moments avec la distribution log-normale

Ici aussi la tarification est sensible à l'âge de l'assuré et d'autant plus aux âges élevés avec un pic de tarif annuel observé à 80 ans. Les tarifs sont cependant plus hauts que ceux obtenus avec la première approche. Ceci pourra être observé graphiquement dans la partie *Synthèse* page 94.

Pour un assuré d'âge 49 ans, la tarification selon la part d'investissement en unités de compte est observée comme suit :

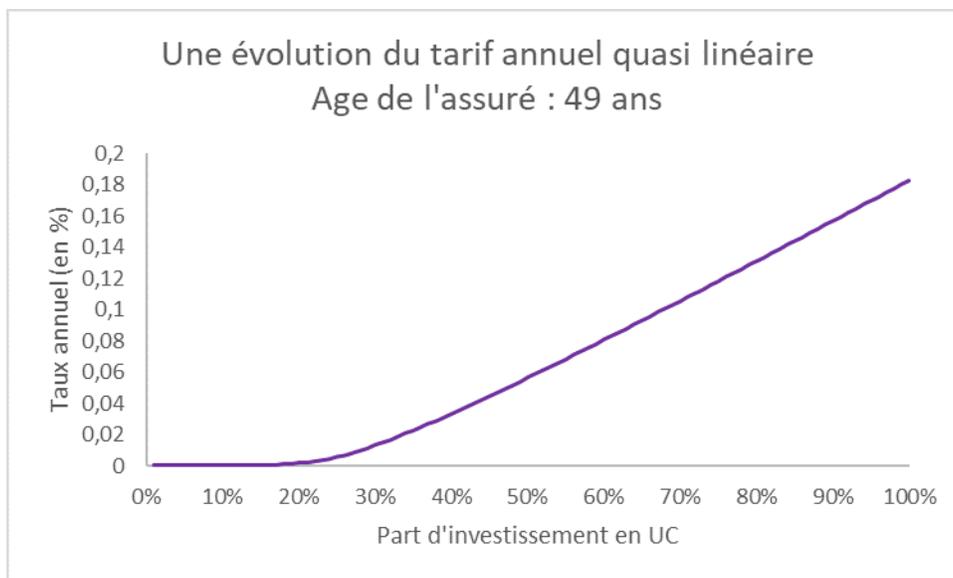


FIGURE 4.21 – Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Approche d'appariement des moments avec la distribution log-normale

Pour un âge donné, l'effet de la part investie en UC sur le tarif annuel est quasi linéaire au delà de 20 %. La hausse des tarifs par comparaison à la première approche est aussi constatée.

Bien que les tarifs annuels obtenus avec la deuxième méthode soient un peu plus élevés, les résultats obtenus par application des deux premières approches sont semblables.

L'approximation de Gentle

Le modèle de Gentle présente une limite due à la formule fermée approchée du prix des options sur panier. En effet, la fonction logarithme présente dans la formule n'est pas définie pour des valeurs négatives. Ainsi, pour certains âges et certaines parts d'investissement en unités de compte, le modèle ne peut être appliqué.

La tarification selon l'âge pour une épargne investie à 38 % en unités de compte donne le graphique suivant :

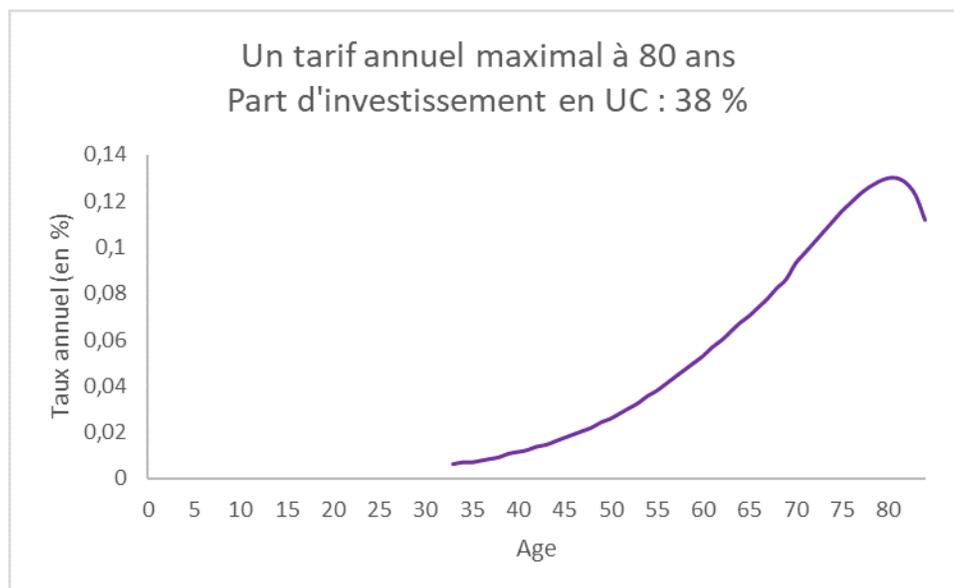


FIGURE 4.22 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Approche de Gentle

Sous les hypothèses fixées du départ, le modèle n'est défini qu'à partir de 33 ans. Sur le graphique, les tarifs annuels sont globalement croissants avec l'âge avec un pic atteint à 80 ans.

Pour un assuré d'âge 49 ans, le modèle n'est défini que pour les parts d'investissement en unités de compte supérieures à 27 %.

L'effet de la proportion investie en UC sur le tarif annuel est encore quasi linéaire comme cela peut être remarqué dans le graphique qui suit.

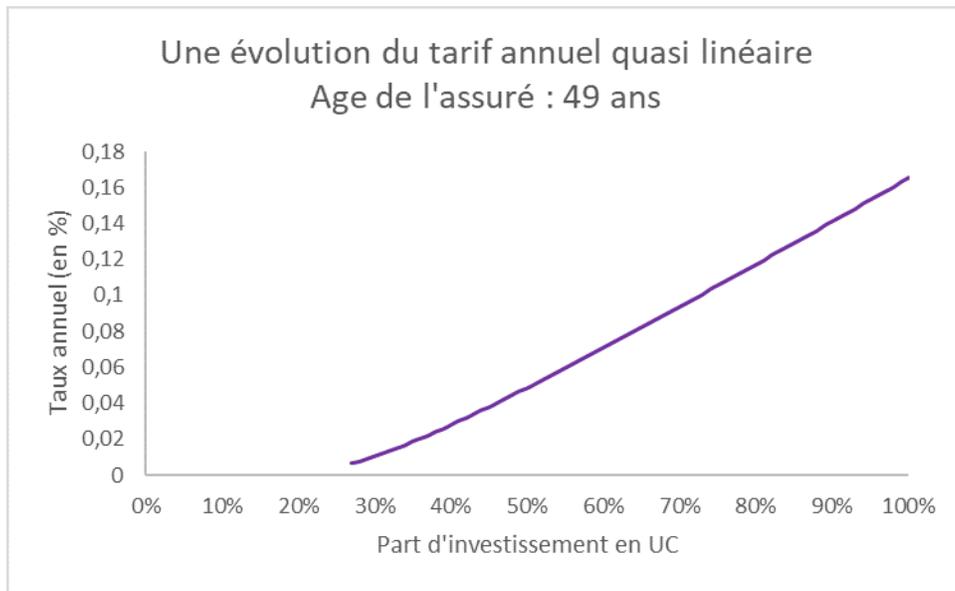


FIGURE 4.23 – Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Approche de Gentle

L'approximation Monte Carlo

Pour définir le nombre de simulations optimal à effectuer, il faut regarder la convergence de la moyenne des simulations Monte Carlo du prix de l'option à évaluer.

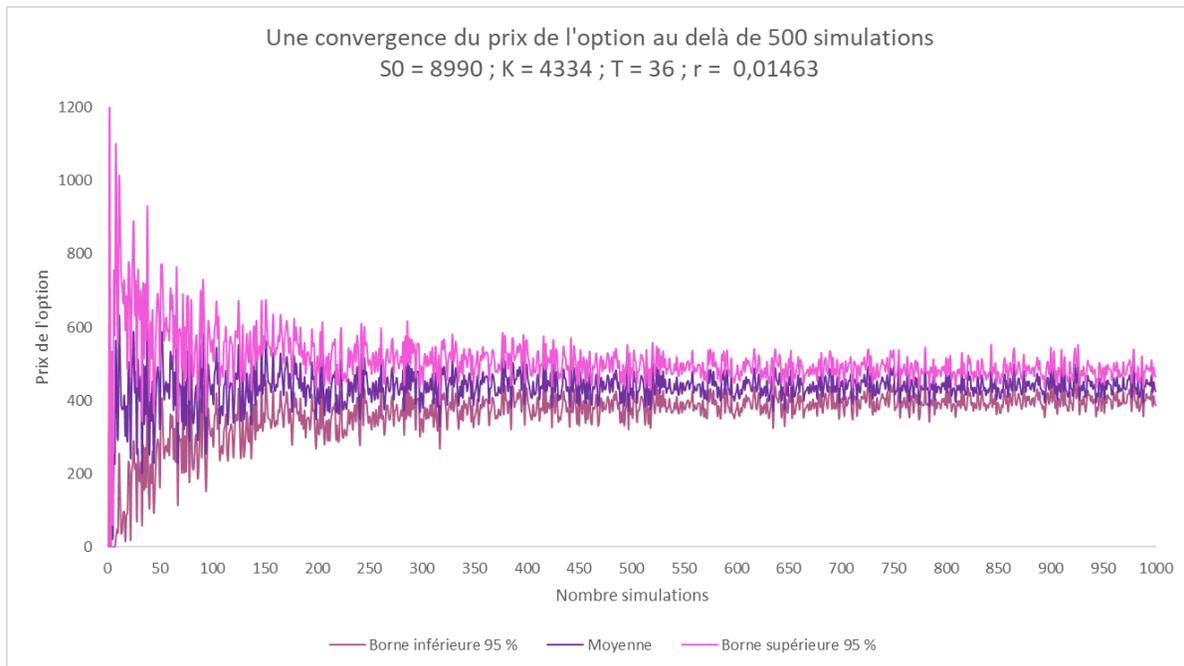


FIGURE 4.24 – Prix de l'option selon le nombre de simulations

Le graphique ci-dessus trace la convergence du prix d'une option à caractéristiques données en fonction du nombre de simulations Monte Carlo. Plus le nombre de simulations augmente, meilleure est la convergence. Le nombre de simulations optimal retenu est de 500 car la convergence du prix est considérée comme suffisamment stable au-delà de ce nombre.

Lorsque la tarification est appliquée selon l'âge pour une épargne investie à 38 % en unités de compte ou selon la part d'investissement en unités de compte pour un assuré d'âge 49 ans, les graphiques suivants sont obtenus :

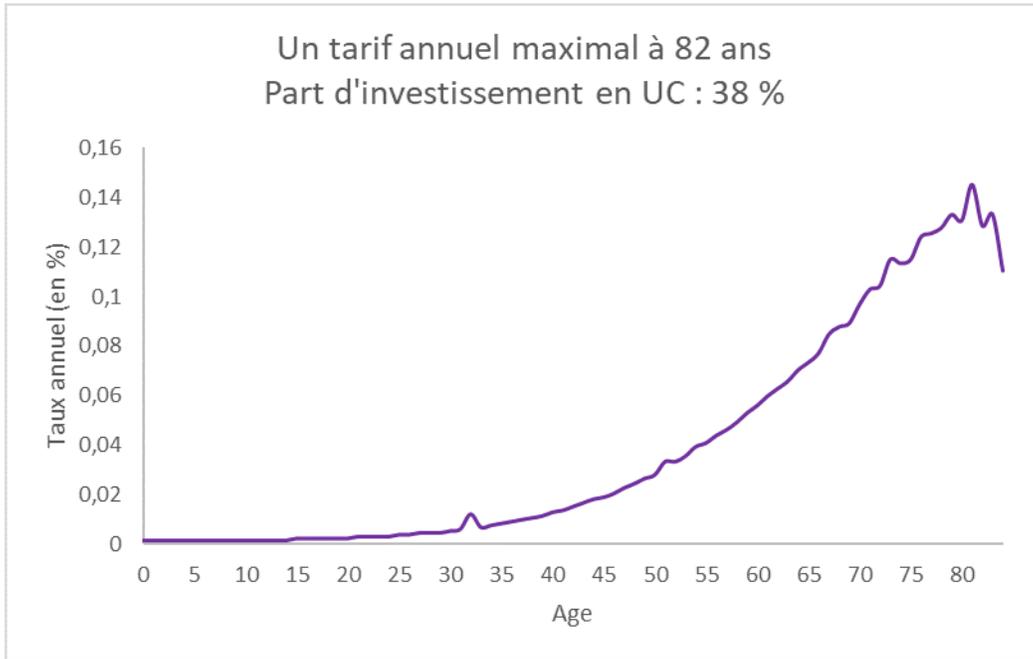


FIGURE 4.25 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Approche Monte Carlo

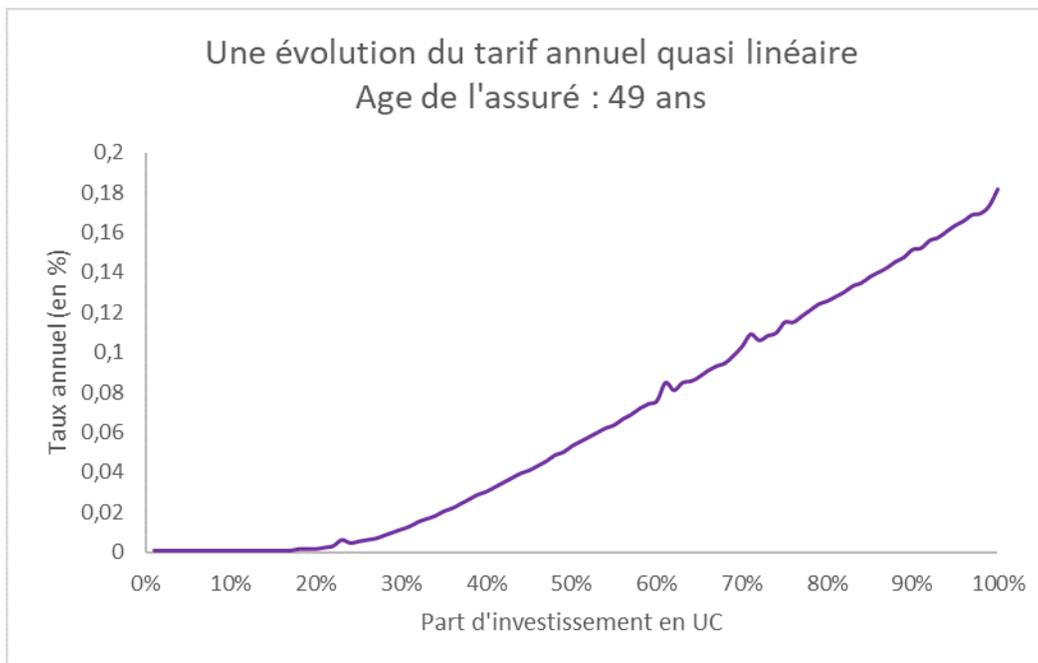


FIGURE 4.26 – Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Approche Monte Carlo

Les courbes de ces graphiques sont similaires à celles obtenues avec les trois méthodes précédentes.

Synthèse

Pour résumer les résultats sortis jusqu'à présent, il est possible de tracer, sur un même graphique, l'évolution des tarifs annuels obtenus avec chaque méthode selon l'âge pour une épargne investie à 38 % en unités de compte. Les écarts absolus entre les tarifs annuels obtenus par Monte Carlo et les tarifs des autres méthodes sont également observés selon l'âge sur un même graphique.

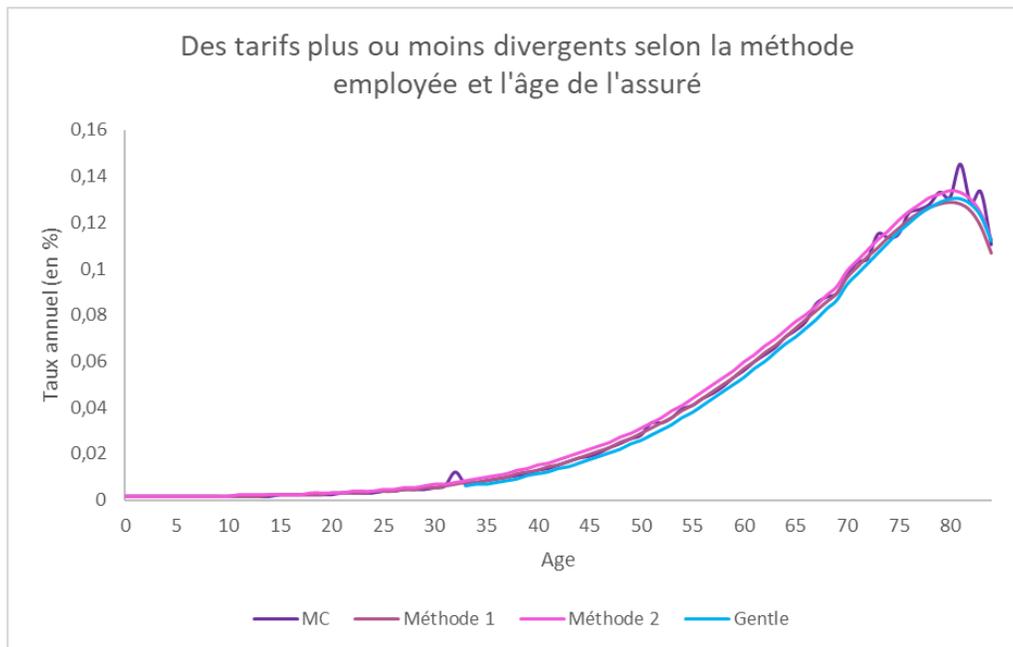


FIGURE 4.27 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Synthèse

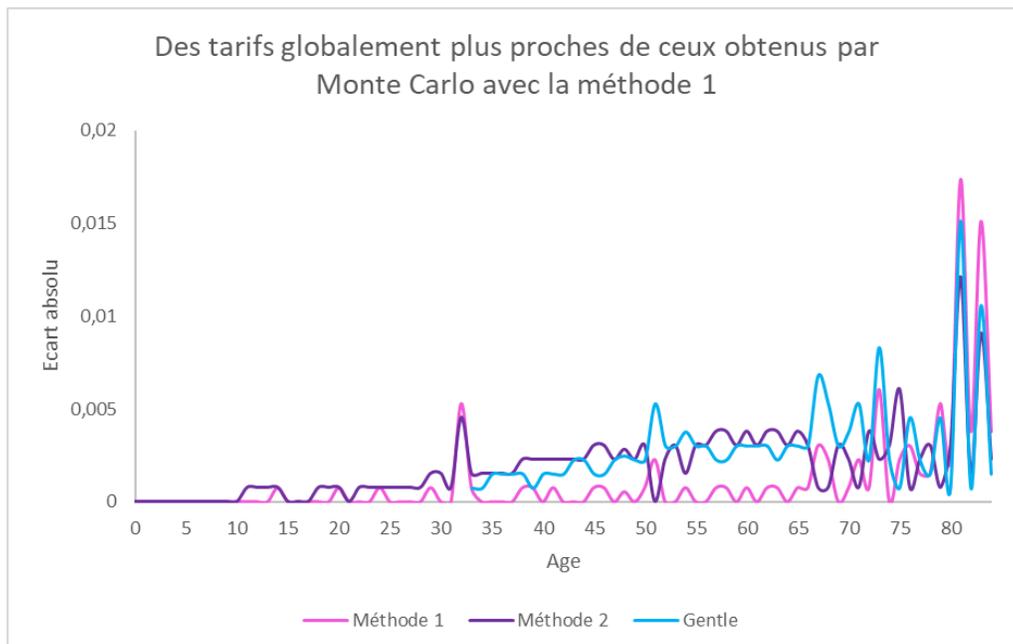


FIGURE 4.28 – Ecart absolu en fonction de l'âge - Synthèse

Les écarts absolus sont globalement plus faibles entre les tarifs annuels de l'approche Monte Carlo et ceux de la première méthode. Au-delà de 80 ans, la deuxième méthode semble meilleure mais, d'après l'étude du portefeuille, ce cas concerne peu d'assurés.

Il est également possible de s'intéresser aux mêmes types de graphiques selon la proportion investie en unités de compte pour un assuré âgé de 49 ans.

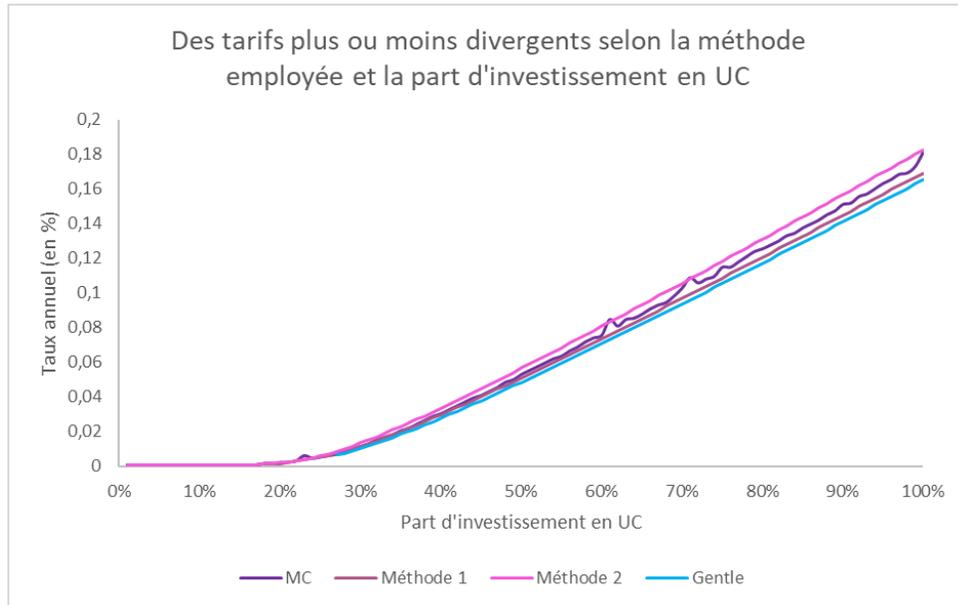


FIGURE 4.29 – Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Synthèse

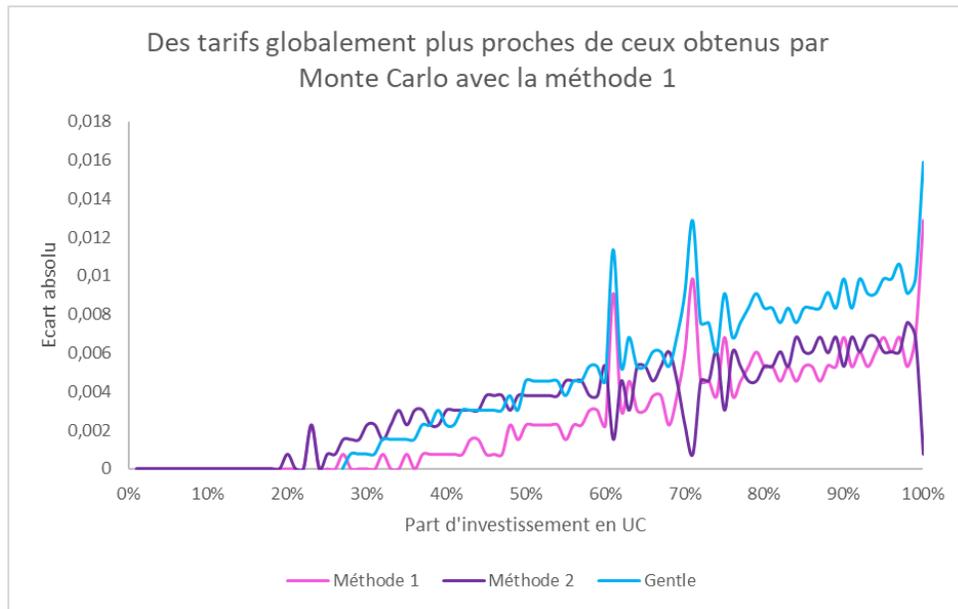


FIGURE 4.30 – Ecart absolu en fonction de la part d'investissement en UC - Synthèse

Encore une fois, les écarts absolus sont globalement plus faibles avec l'approche log-normale simple.

Au regard des dernières remarques, cette méthode d'approximation apparaît comme la meilleure méthode d'évaluation *a priori* du coût de la garantie plancher en cas de décès parmi celles étudiées.

Ainsi, la méthode d'**approximation log-normale simple** sera retenue pour la suite des analyses dans ce mémoire.

4.3.3 Analyses de sensibilité

Lors des différentes analyses de sensibilité, les hypothèses d'un assuré de 49 ans ayant placé 38 % de son investissement en unités de compte seront conservées. Les tests de sensibilité seront effectués sur les paramètres présentés à la section 4.2.

Sensibilité sur la volatilité

Suite à la pandémie, la volatilité sous-jacente au portefeuille était passée de 8,3 % au T4 2019 à 15 % au T4 2020, soit presque le double en un an. Face à des scénarios potentiels de choc sur la volatilité, l'objectif du test de sensibilité sur ce paramètre est d'étudier son effet sur le tarif annuel de la garantie plancher en cas de décès.

L'idée est de s'intéresser à l'évolution tarifaire pour plusieurs valeurs de la volatilité. En utilisant des valeurs comprises entre 10 % et 90 %, des scénarios de stabilité des marchés financiers plus ou moins extrêmes sont ainsi considérés.

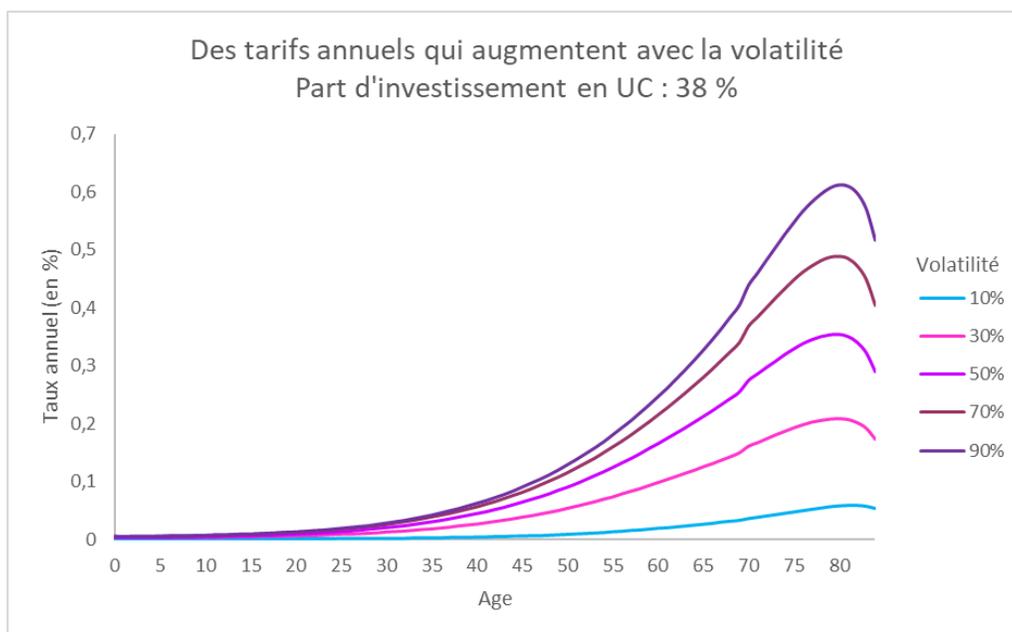


FIGURE 4.31 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur la volatilité

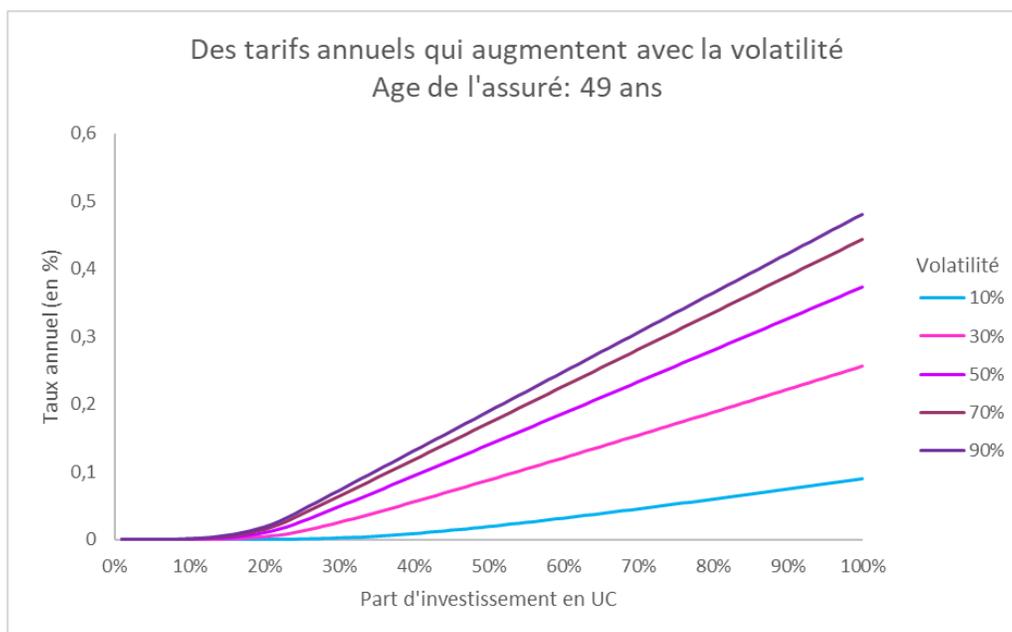


FIGURE 4.32 – Tarif annuel en fonction de la part d’investissement en UC - Sensibilité sur la volatilité

Sur les graphiques précédents, l’observation de la variation des tarifs annuels selon l’âge ou la proportion investie en unités de compte pour des valeurs de volatilité données permet de constater qu’une augmentation de la volatilité entraîne une hausse du tarif. Ceci était attendu puisque le prix d’une option européenne de vente augmente avec la volatilité.

Pour le profil d’assuré retenu, à savoir un assuré âgé de 49 ans avec une part d’investissement de 38 % en unité de compte, le graphique suivant est obtenu :

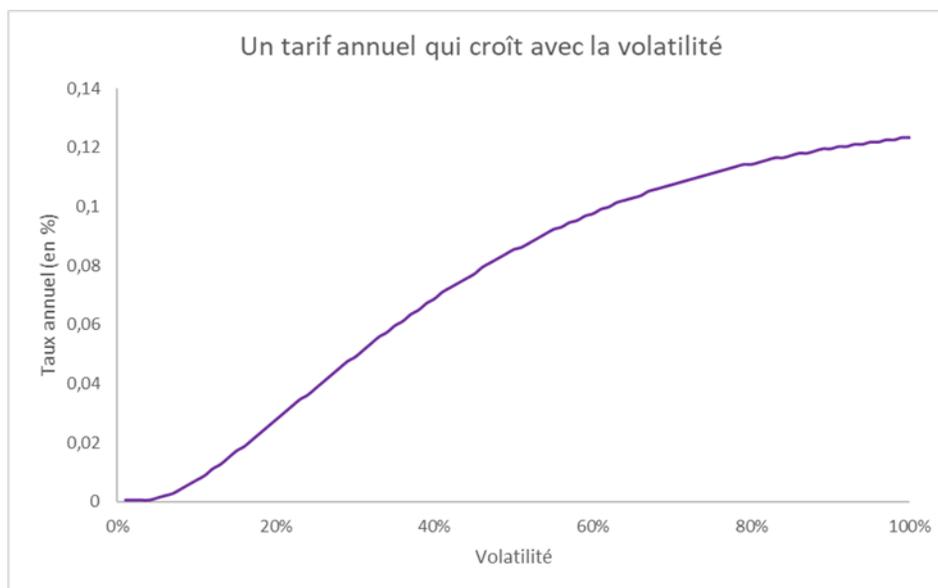


FIGURE 4.33 – Tarif annuel du profil retenu en fonction de la volatilité

Il est remarqué que la tarification est très sensible à la volatilité. Ainsi, comparativement au tarif de 0,0257 % pour une volatilité de 0,19 %, les tarifs peuvent vite être très élevés en cas de hausse du paramètre.

Le tarif annuel est obtenu pour une volatilité calculée à partir de l'historique des variations des cours des supports en unités de compte. De ce fait, une crise comme celle de la Covid-19 impactant les marchés financiers augmentera la volatilité et donc le tarif. Mais la volatilité peut être amenée à baisser les années suivantes ce qui aurait diminué le coût de la garantie. Bien que le paramètre soit calculé sur un historique de 36 mois pour réduire l'effet des mouvements, cette limite de la modélisation liée à la volatilité pourrait être contournée en utilisant une chronique de volatilités implicites qui mesurent l'amplitude des variations à court terme du prix du sous-jacent d'une option, telle qu'elles sont anticipées par le marché.

Sensibilité sur la mortalité

L'analyse de la sensibilité du tarif à la mortalité est réalisée en appliquant un coefficient d'ajustement sur la table de mortalité best estimate. La table de mortalité réglementaire est aussi employée comme paramètre dans le test de sensibilité pour voir l'impact que le choix d'une table best estimate a eu sur le tarif annuel.

Ici encore, le choix des coefficients d'ajustement a été effectué de sorte que divers scénarios de mortalité plus ou moins forts soient pris en compte. Parmi ces scénarios, celui constaté en 2020 suite à la pandémie de Covid-19 a été retenu avec un coefficient de majoration de 108 %. En effet, dans l'année 2020, 668 800 décès ont été recensés en France toutes causes confondues, soit 55 500 de plus qu'en 2019. Selon l'INSEE, à espérance de vie constante depuis 2019, la hausse de la population et son vieillissement en 2020 auraient entraîné une augmentation des décès d'environ 14 000. En revanche, si les gains d'espérance de vie s'étaient poursuivis au même rythme que lors de la dernière décennie, l'augmentation aurait été de l'ordre de 6 000. Enfin, environ 1800 décès de l'écart entre 2019 et 2020 s'expliquent par le fait que l'année 2020 est bissextile. Ainsi, l'INSEE estime que 39 700 à 47 700 personnes de plus qu'attendu en l'absence de pandémie sont décédées en 2020, soit, un choc de mortalité compris entre +6 % et +8 %.

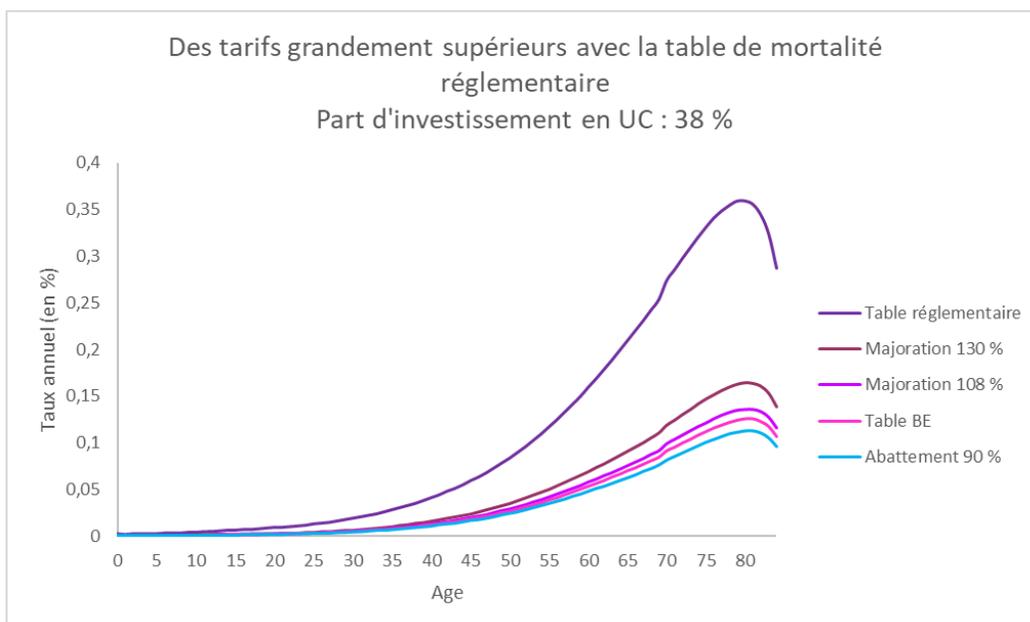


FIGURE 4.34 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur la mortalité

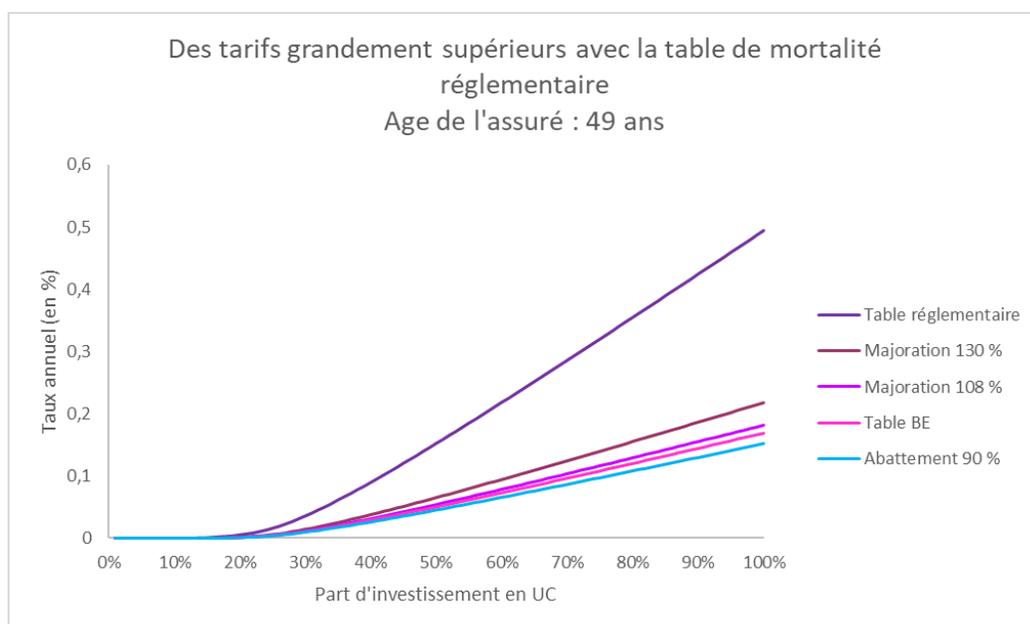


FIGURE 4.35 – Tarif annuel en fonction de la part d'investissement en UC - Sensibilité sur la mortalité

Sur ces derniers graphiques, la tarification selon l'âge ou la proportion investie en unités de compte pour des tables de mortalité fixées augmente logiquement avec le coefficient d'ajustement. La sensibilité est globalement faible sauf avec la table réglementaire où les tarifs annuels sont très élevés par rapport à ceux des autres scénarios. Le choix d'une telle table de mortalité n'aurait donc pas été judicieux dans notre projet de tarification.

Pour le profil assuré retenu, les tarifs annuels sont affichés sur le graphique suivant :

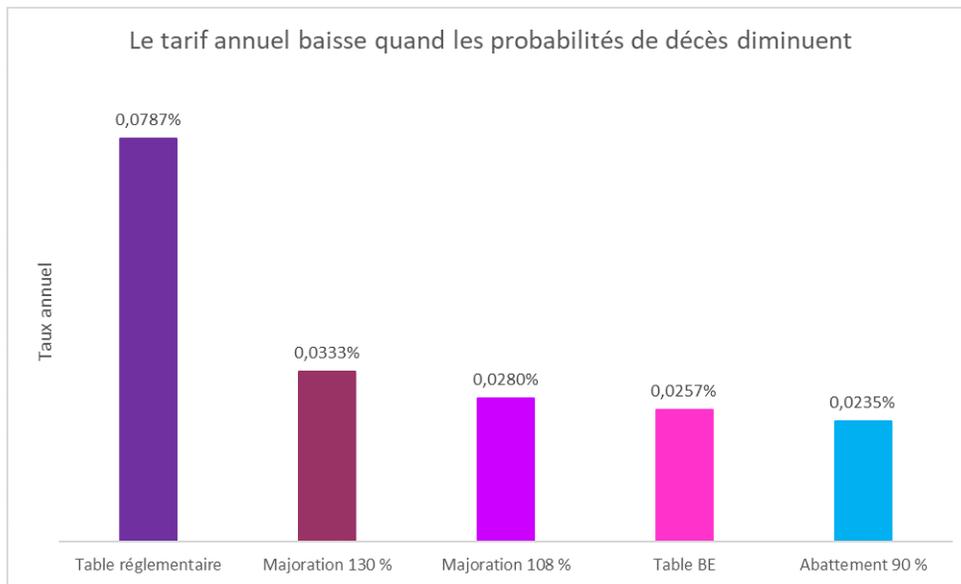


FIGURE 4.36 – Tarif annuel du profil retenu en fonction de la mortalité

Sensibilité sur le rachat

Pour l'analyse de la sensibilité du tarif aux rachats, des coefficients d'ajustement sont également appliqués sur la table *best estimate* des rachats totaux utilisée en interne.

Sur les graphiques suivants peuvent être observées les courbes de tarifs annuels selon l'âge ou la proportion investie en unités de compte pour différents coefficients d'ajustement sur les tables des rachats.

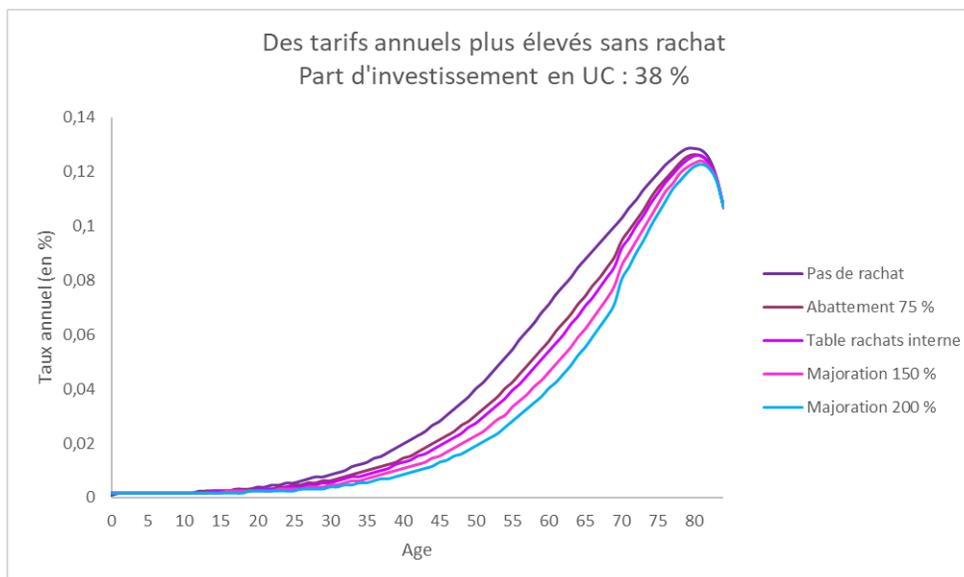


FIGURE 4.37 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur les rachats

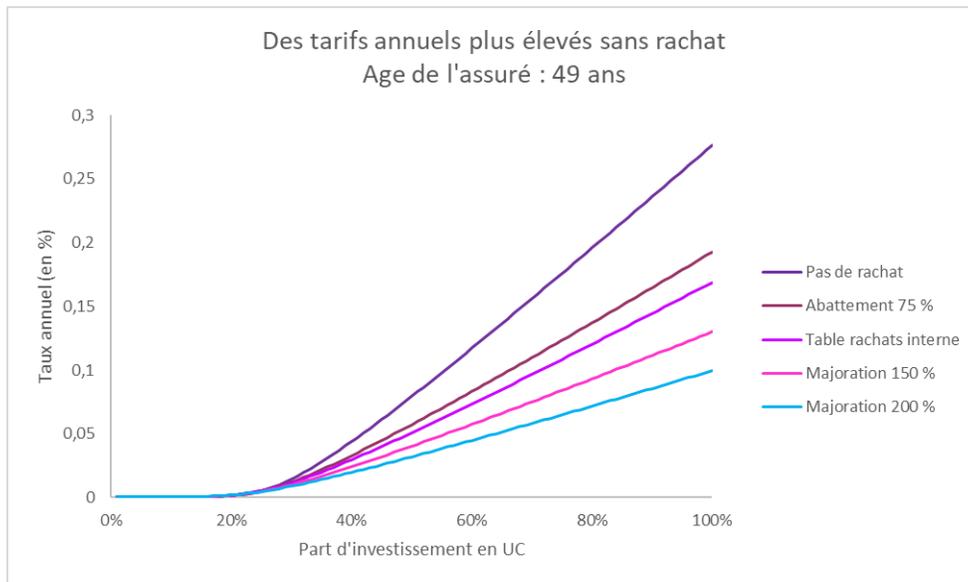


FIGURE 4.38 – Tarif annuel en fonction de la part d'investissement en UC - Sensibilité sur les rachats

Lorsque les taux de rachat augmentent, les tarifs annuels diminuent logiquement puisque les assurés ont une probabilité plus importante de sortir du portefeuille sans être décédés. La sensibilité au rachat est globalement faible sauf dans le scénario où le rachat n'est pas pris en compte dans le modèle. Effectivement, dans ce cas, le coût *a priori* de la garantie plancher en cas de décès est significativement plus élevé notamment pour des proportions d'investissement en unités de compte supérieures à 30 %.

Il est déduit que l'intégration des rachats dans la modélisation est importante puisqu'elle permet non seulement d'être plus proche de ce qu'il se passe dans la réalité mais aussi d'avoir des tarifs plus raisonnables et ajustés au risque réel. Pour le profil assuré retenu, les tarifs annuels sont affichés sur le graphique suivant :

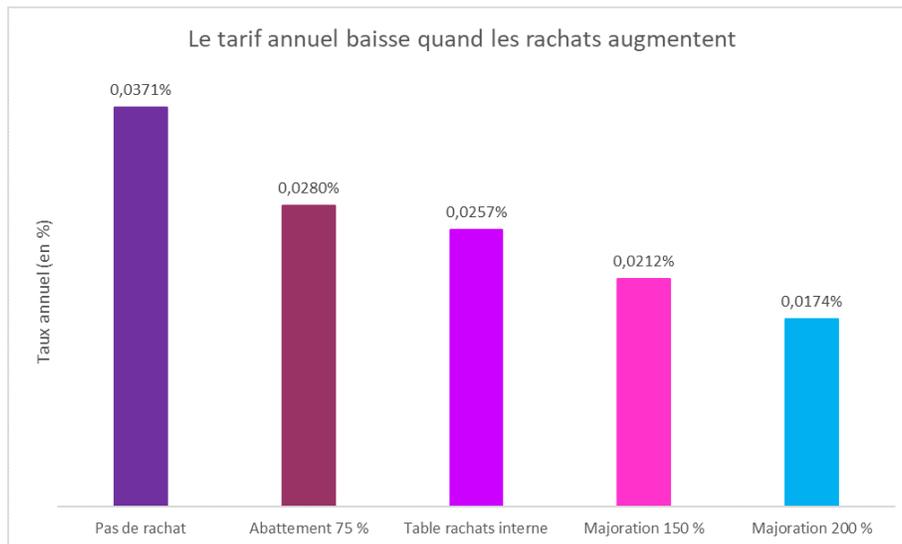


FIGURE 4.39 – Tarif annuel du profil retenu en fonction des rachats

Dans le scénario d'absence de rachat, le tarif annuel obtenu est de 0,0371 % contre 0,0257 % avec la table des rachats interne, soit 0,0114 points de pourcentage en plus.

Sensibilité sur le taux sans risque

Dans l'étude de la sensibilité du tarif aux taux sans risque, les courbes de taux de 2017 à 2021 sont utilisées. Ces courbes sont représentées sur le graphique qui suit :

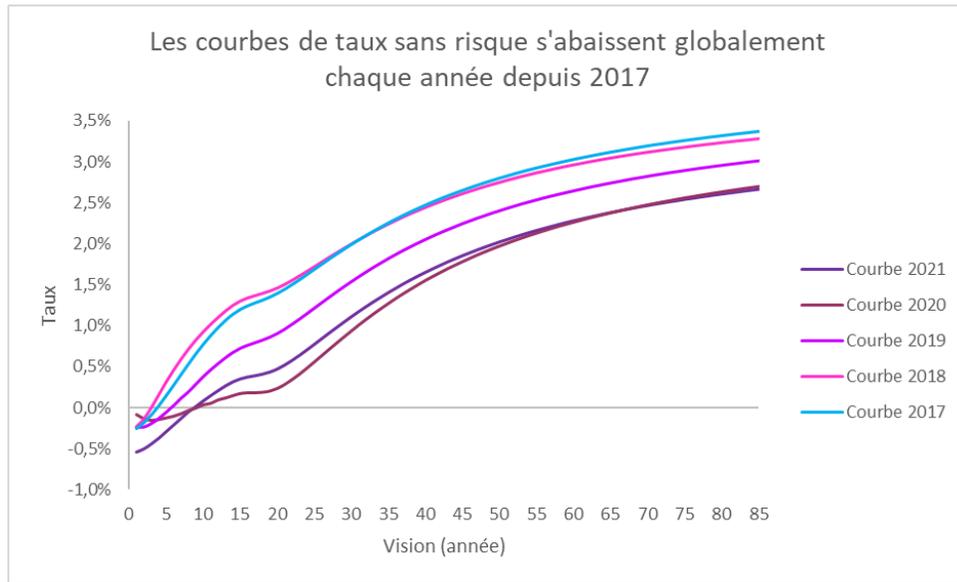


FIGURE 4.40 – Courbes de taux sans risque de 2017 à 2021 (source : EIOPA)

Depuis 2017, les courbes de taux sans risque s'abaissent et offrent donc la possibilité de disposer de divers scénarios dans ce test de sensibilité. Ces courbes sont toutes issues de l'EIOPA.

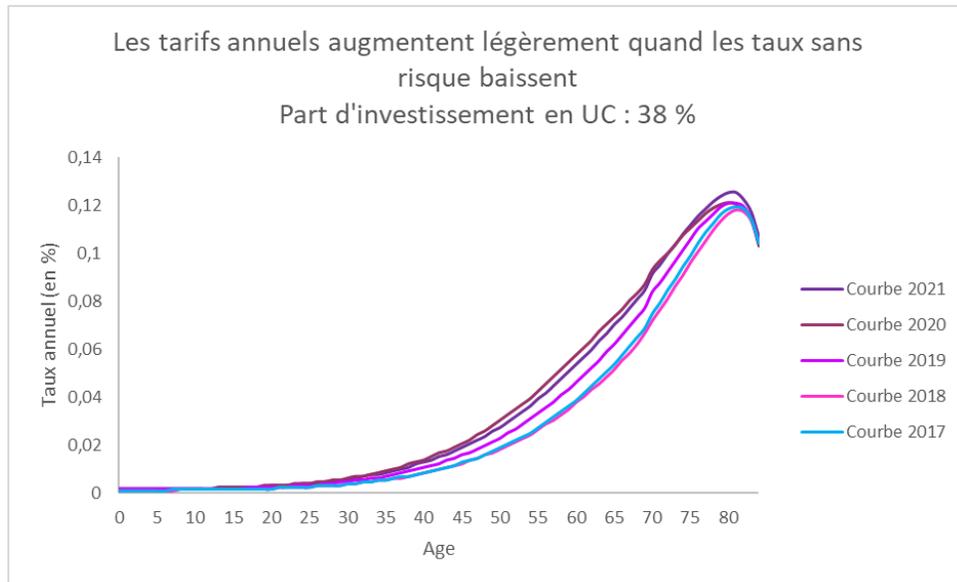


FIGURE 4.41 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur les taux sans risque

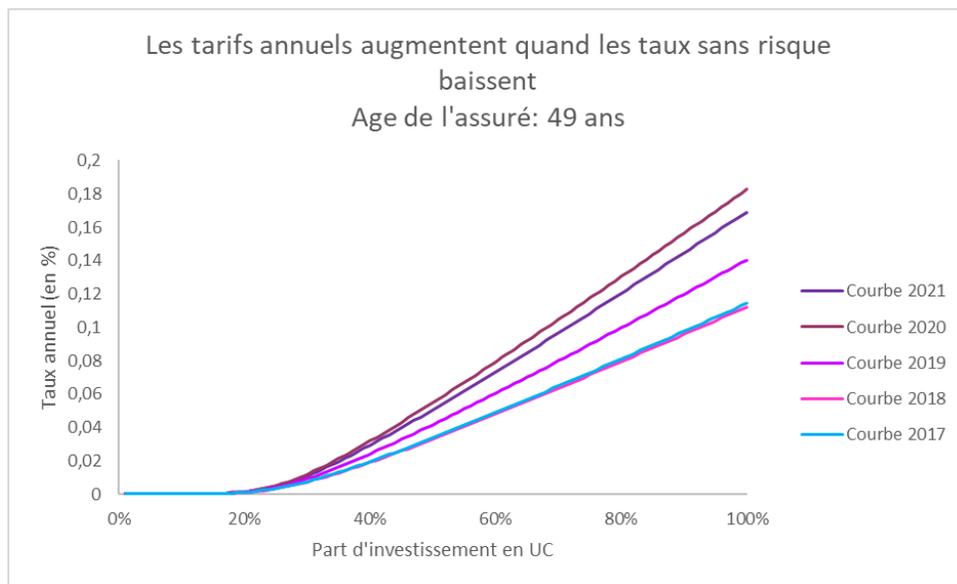


FIGURE 4.42 – Tarif annuel en fonction de la part d'investissement en UC - Sensibilité sur les taux sans risque

Les deux graphiques qui précèdent affichent les courbes de tarifs annuels selon l'âge ou la proportion investie en unités de compte pour chaque courbe de taux sans risque.

Comme cela a été vu dans la section 3.1.1, l'effet du taux sans risque est généralement faible sur le prix d'une option. Malgré tout, il est globalement observé que les tarifs annuels sont plus hauts lorsque les courbes de taux sans risque s'abaissent. Autrement dit, moins de rendement attendu implique un risque plus élevé d'être en moins-value. Ainsi, avec la courbe de taux de 2017, les tarifs annuels sont moins élevés que ceux affichés avec la courbe de taux sans risque de 2021.

Pour le profil assuré retenu, les tarifs annuels sont affichés sur le graphique suivant :

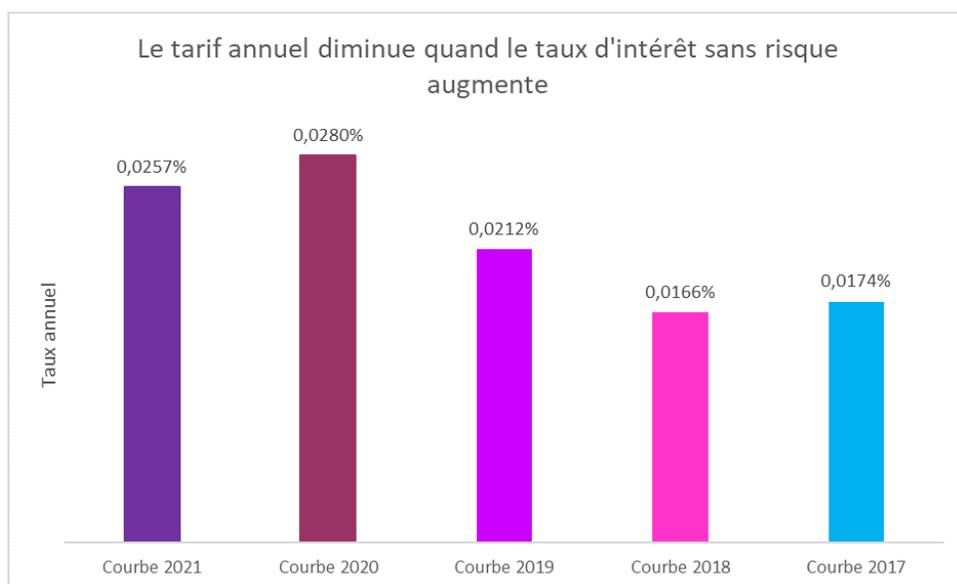


FIGURE 4.43 – Tarif annuel du profil retenu en fonction de la courbe de taux sans risque

Sensibilité sur le rendement du fonds en euros

Pour terminer, la sensibilité du tarif au rendement sur le fonds en euros est analysée en appliquant un coefficient d'ajustement sur la chronique du taux de rendement utilisée jusqu'à présent.

Les graphiques suivants représentent les courbes de tarifs annuels selon l'âge ou la proportion investie en unités de compte pour différents coefficients d'ajustement sur la chronique des taux de rendement.

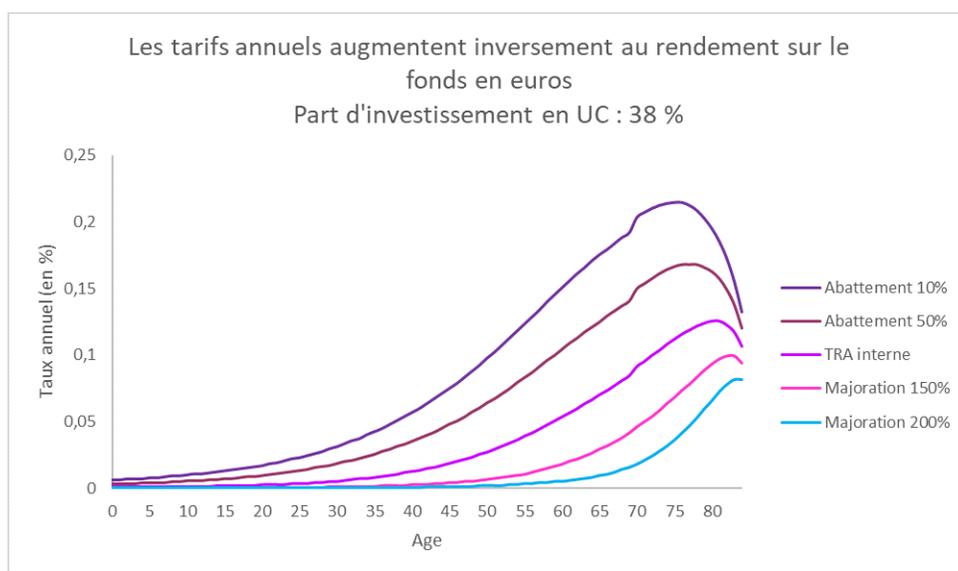


FIGURE 4.44 – Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur le rendement du fonds en euros

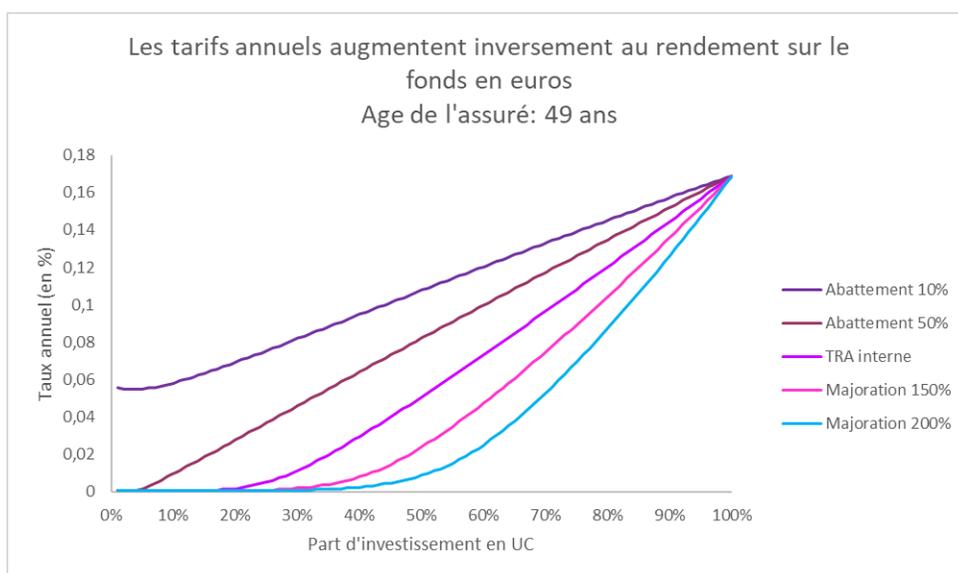


FIGURE 4.45 – Tarif annuel en fonction de la part d'investissement en UC - Sensibilité sur le rendement du fonds en euros

Comme cela a été vu dans la section 4.2.4, le taux de rendement aura un impact immédiat sur le prix d'exercice des options de vente. En effet, un rendement plus important entraînera une baisse du *strike* et donc une baisse du prix de l'option. Ceci explique pourquoi les tarifs annuels sont d'autant plus bas que le coefficient d'ajustement appliqué sur la chronique du TRA interne est important.

Ici, la sensibilité de la tarification à la chronique du rendement sur le fonds euros est significative et avec l'intégration de la minoration de la garantie en capital du fonds euros, les taux servis peuvent être négatifs ce qui accentue le risque porté par la garantie plancher et donc le coût *a priori*.

Pour le profil assuré retenu, les tarifs annuels sont affichés sur le graphique suivant :

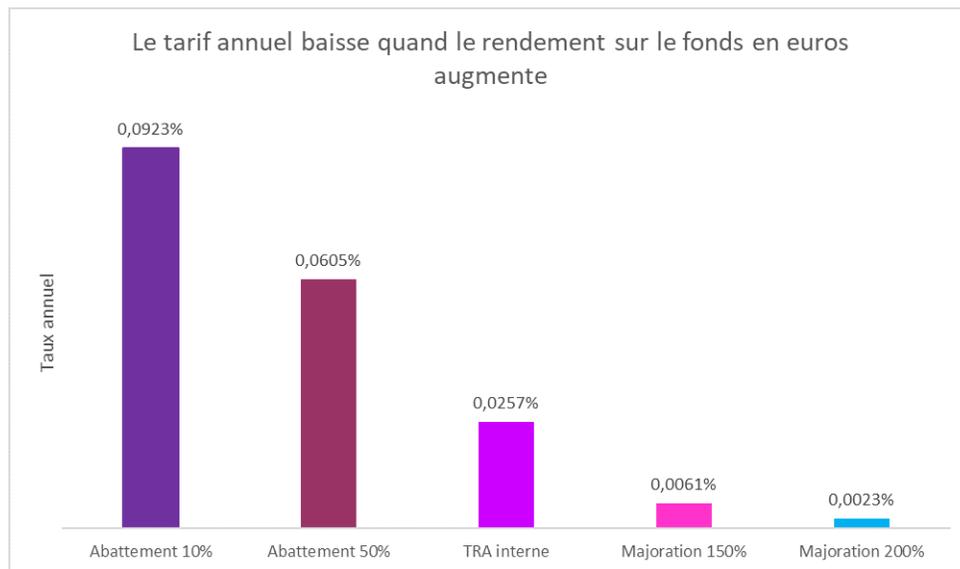


FIGURE 4.46 – Tarif annuel du profil retenu en fonction du rendement sur le fonds en euros

Avec l'abattement de 10 % sur la chronique du TRA interne, les taux servis sont négatifs et le tarif annuel est près de 4 fois plus élevé que celui obtenu avec la chronique du TRA interne.

Les différents résultats de ce test de sensibilité montrent aussi l'impact de l'environnement de taux bas sur l'évaluation du coût *a priori* de la garantie plancher. En effet, en comparaison du tarif obtenu avec la chronique de TRA interne, dans l'hypothèse d'un environnement de taux plus élevés et donc de taux de rendement plus hauts, le tarif annuel est plus de 4 fois moins important avec un coefficient de majoration de 150% et plus de 11 fois moins élevé avec une majoration de 200%.

Remarque générale

Certains paramètres ont un impact plus ou moins fort sur la tarification. Néanmoins, chaque paramètre du modèle est important et nécessaire pour avoir un tarif annuel reflétant au mieux le coût *a priori* du risque. La vision de ces impacts rendue possible grâce aux tests de sensibilités permet de mieux anticiper les possibles évolutions tarifaires pour les prochaines générations. Une bonne prévision de ces paramètres permettrait alors une meilleure maîtrise de l'évaluation *a priori* de la garantie plancher en cas de décès.

4.3.4 L'évaluation finale

Pour terminer, l'utilisation de la méthode d'approximation log-normale simple conduit au tarif annuel de **0,0257 %**. En supposant que l'assureur a recours au courtage pour la mise en place du traité Quote-Part, le tarif de réassurance à appliquer sur l'encours total doit intégrer des frais de courtage. Ainsi, en fixant, pour ce mémoire, un taux de courtage à 10 %, le tarif de réassurance obtenu s'élève finalement à **0,0283 %**.

Le tarif étant appliqué pour une génération de souscription, il pourrait être judicieux d'intégrer à cette prime annuelle une marge de prudence en cas de dérive de sinistralité et d'intégrer le coût d'immobilisation du capital pour le portage de la provision pour garantie plancher. Un pourcentage de la PGP pourrait par exemple être imaginé à cet effet.

Chapitre 5

Conclusion

Conclusion générale

Dans un environnement de taux bas et de dégradation des rendements sur le fonds euros, la garantie plancher en cas de décès d'un contrat d'assurance vie multisupport offre des arguments commerciaux intéressants pour les adhérents qui souhaitent dynamiser leur épargne tout en apportant une certaine sécurité. En effet, cette garantie permet de transférer une partie du risque de marché, jusqu'alors porté entièrement par l'assuré, à l'assureur.

Ce transfert du risque et les récentes crises financières motivent l'assureur à trouver un moyen pour faire face aux engagements liés à la garantie. Bien que les techniques de titrisation et de couverture financière proposent des solutions intéressantes et mériteraient une réflexion plus approfondie face à l'évolution des instruments financiers, c'est le choix d'un recours à la réassurance qui a été privilégié pour ce mémoire.

Par l'intermédiaire d'un traité Quote-Part par générations d'adhésions, renouvelable annuellement, avec un taux de cession de 100%, l'assureur souhaite ainsi se démunir du risque de marché. Néanmoins, la hausse du taux d'unités de compte et l'introduction de la garantie sur le capital euro brute des frais de gestion sur encours accroissent le risque. Dans le cadre d'une négociation tarifaire avec le(s) réassureur(s), l'exercice de tarification de la garantie est donc essentiel.

Dans cette étude, différentes méthodes classiquement retrouvées en finance de marché ont été utilisées pour calculer le coût *a priori* de la réassurance d'une garantie plancher en cas de décès d'un contrat multisupport. En effet, en évaluant les flux liés à une telle garantie, il est possible d'établir une analogie avec les flux associés à une option européenne de vente sur panier.

De ce fait, le coût *a priori* de la garantie peut être exprimé comme une somme d'options sur panier pondérées par les probabilités de décès et les taux de rachats totaux. En lissant ce coût sur la durée contractuelle de la garantie, il est possible de définir un taux annuel de tarification pour un âge donné de l'assuré.

Les techniques présentées dans ce mémoire ont été appliquées sous des hypothèses d'absence d'arbitrages et de versements libres ou réguliers ultérieurs au versement initial.

De plus, la détermination des hypothèses à intégrer aux différents modèles d'évaluation est une étape indispensable et primordiale. Les options financières sont en effet très sensibles à certains paramètres et les choix concernant les tables de mortalité et les lois des rachats auront un impact important sur le tarif final.

Une étude approfondie d'un portefeuille de contrats à garantie plancher en cas de décès au 31/12/2020 permet de bien comprendre l'intérêt de réassurer la garantie lorsque la volatilité des CSR trimestriels est observée sur les trois dernières années. L'analyse de la structure du portefeuille sera enfin déterminante pour fixer les paramètres des modèles.

L'analyse des investissements des contrats d'assurance vie et de la structure d'âge du portefeuille, ainsi que la bonne compréhension de tous les paramètres retenus sont nécessaires pour utiliser correctement l'outil qui a été développé sous R. Les premiers résultats obtenus par application des méthodes stochastiques ont permis de proposer une cartographie des tarifs selon l'âge et la proportion investie en unités de compte. La comparaison de ces résultats a conduit à retenir la méthode d'approximation log-normale simple pour calculer le tarif annuel de réassurance pour les affaires nouvelles 2021 et pour étudier les impacts des paramètres sur le coût *a priori* de la garantie plancher en cas de décès.

Après intégration du taux de courtage, l'étude développée dans ce mémoire a permis de construire un tarif annuel de réassurance de **0,0283 %** à appliquer sur l'encours total (euros et UC). Ce tarif ne tient néanmoins pas compte d'une marge de prudence et du coût d'immobilisation du capital.

Ouverture

De manière générale, les pics de production aux périodes haussières des marchés et de rachats lors de la baisse des cours démontrent une forme d'insuffisance de la compréhension des produits avec des fonds en unité de compte. Les sujets liés à ce type de produits sont donc variés.

Ce mémoire a traité le cas d'une garantie plancher en cas de décès d'un contrat d'assurance vie multisupport. Cependant, les produits d'assurance évoluent en permanence et il pourrait être intéressant de s'interroger sur la mise en place d'une garantie plancher en cas de vie, moins répandue sur le marché français, et au coût que cela pourrait représenter pour l'assureur, notamment dans un contexte de baisse des rendements sur le fonds euros.

Annexe A

Article A. 132-1 du Code des assurances

Version en vigueur depuis le 07 septembre 2017

Modifié par Arrêté du 14 août 2017 - art. 1

Les tarifs pratiqués par les entreprises pratiquant des opérations mentionnées au 1° de l'article L. 310-1, en ce compris celles mentionnées à l'article L. 143-1 et par les fonds de retraite professionnelle supplémentaire mentionnés à l'article L. 381-1 doivent être établis d'après un taux au plus égal à 75 % du taux moyen des emprunts de l'Etat français calculé sur une base semestrielle sans pouvoir dépasser, au-delà de huit ans, le plus bas des deux taux suivants : 3,5 % ou 60 % du taux moyen indiqué ci-dessus. Pour les contrats à primes périodiques ou à capital variable, quelle que soit leur durée, ce taux ne peut excéder le plus bas des deux taux suivants : 3,5 % ou 60 % du taux moyen indiqué ci-dessus.

En ce qui concerne les contrats libellés en devises étrangères, le taux d'intérêt technique ne sera pas supérieur à 75 % du taux moyen des emprunts d'Etat à long terme du pays de la devise concernée calculé sur base semestrielle ou, à défaut, de la référence du taux à long terme pertinente pour la devise concernée et équivalente à la référence retenue pour l'euro.

Pour les contrats au-delà de huit ans, le taux du tarif ne pourra en outre être supérieur au plafond établi par les réglementations en vigueur dans le pays de chaque devise concernée, pour les garanties de même durée, sans pouvoir excéder 60 % du taux moyen visé à l'alinéa précédent. Il en est de même pour les contrats à primes périodiques.

Le taux moyen des emprunts d'Etat à retenir est le plus élevé des deux taux suivants : taux à l'émission et taux de rendement sur le marché secondaire.

Les règles définies au présent article sont à appliquer en fonction des taux en vigueur au moment de la souscription et ne sont pas applicables aux opérations de prévoyance collective visées au chapitre Ier du titre IV du livre IV du code des assurances. Dans le cas de versements non programmés aux termes du contrat, ces règles sont à apprécier au moment de chaque versement.

Annexe B

Régime fiscal de l'assurance vie

Impôt sur le revenu

Le régime fiscal est basé sur deux points :

- Tant qu'aucun rachat n'est effectué pendant la durée du contrat d'assurance-vie, les gains ne sont pas soumis à l'impôt sur le revenu ;
- En cas de rachat total ou partiel du contrat, seule la fraction de l'épargne correspondant aux plus-values est fiscalisée.

La fiscalité des contrats d'assurance-vie en cas de rachat diffère selon si les versements ont été effectués avant le 27 septembre 2017 ou à partir de cette date.

Pour les versements effectués à compter du 27 septembre 2017, les plus-values des contrats d'assurance-vie afférents à ces versements sont imposées généralement en deux temps :

- Une imposition au prélèvement forfaitaire non libératoire (PFNL) lors de leur versement au taux de 12,8% avant huit ans et 7,5% après huit ans. Les personnes dont le revenu fiscal de référence de l'avant-dernière année précède la perception des revenus ne dépasse pas 25 000 € pour une personne seule ou le double pour un couple soumis à l'imposition commune, peuvent demander une dispense de ce prélèvement ;
- Une régularisation au prélèvement forfaitaire unique (PFU) ou, sur option, à l'impôt sur le revenu, sous déduction du PFNL.

Pour les contrats d'assurance-vie d'une durée inférieure à 8 ans, le taux de prélèvement forfaitaire unique est de 12,8% alors que pour les contrats d'une durée supérieure à 8 ans, deux situations se déclinent en fonction du montant des primes versées sur l'ensemble des contrats du bénéficiaire :

- Si ce montant est inférieur ou égale à 150 000 €, le taux du PFU est de 7,5% ;
- Si ce montant excède 150 000 €, le taux de PFU de 7,5% ne s'applique qu'à la fraction des primes des contrats associés aux primes versées n'excédant pas 150 000 €. La partie excédentaire est soumise au taux de 12,8%.

Prélèvements sociaux

Les contrats d'assurance-vie sont aussi soumis aux prélèvements sociaux dont le taux global est, depuis le 1er janvier 2019, de 17,2% et se décompose de la manière suivante :

- Cotisation sociale généralisée (CSG) : 9,2% ;
- Prélèvement de solidarité : 7,5% ;
- Contribution pour le remboursement de la dette sociale (CRDS) : 0,5%.

De façon générale, il est possible de synthétiser ces informations dans le tableau suivant :

Durée du contrat	Primes versées avant le 27/09/2017	Primes versées après le 27/09/2017
	Par défaut soumis au barème de l'IR sauf option pour le PFL	Par défaut Flat Tax sauf option pour l'IR
Moins de 4 ans	(35% ou IR) + PS	Flat Tax 30% ou IR
De 4 à 8 ans	(15% ou IR) + PS	Flat Tax 30% ou IR
8 ans et plus	Abattement sur plus-values : 4 600 € (personne seule) ou 9 200 € (couple)	
	(7,5% ou IR) + PS	7,5% + PS si cumul versements < 150 000 € tous contrats confondus
		Flat Tax 30% pour les plus- values issues de versements > 150 000 € tous contrats confondus

A titre informatif, la flat tax introduite en 2018 par la loi de finances correspond au 12,8% prélevés au titre de l'impôt sur le revenu et au 17,2% au titre des prélèvements sociaux, soit une taxe totale de 30%.

La non-imposition des arbitrages

Lorsqu'une opération d'arbitrage est réalisée, celui-ci ne donne pas lieu à une imposition.

La fiscalité de l'assurance vie en cas de décès

L'assurance-vie présente des avantages successoraux lorsque le souscripteur souhaite transmettre un capital au(x) bénéficiaire(s) en cas de décès de l'assuré. Le régime fiscal des cotisations versées dépend de l'âge de l'épargnant (avant ou après 70 ans), de la date d'ouverture du contrat (avant ou après le 20 novembre 1991) et de la date des versements (avant ou après le 12 octobre 1998).

	Contrats souscrits avant le 20 novembre 1991		Contrats souscrits avant le 20 novembre 1991	
Date du versement des primes	Age de l'assuré au jour du versement et régime fiscal applicable			
	Moins de 70 ans	Plus de 70 ans	Moins de 70 ans	Plus de 70 ans
Avant le 13 octobre 1998	Exonération	Exonération	Exonération	Article 757 B CGI
Après le 13 octobre 1998	Article 990 I CGI	Article 990 I CGI	Article 990 I CGI	Article 757 B CGI

L'impôt sur la fortune immobilière

Depuis janvier 2018, l'impôt sur la fortune immobilière (IFI) qui concerne les personnes dont le montant net du patrimoine immobilier dépasse 1,3 millions d'euros a remplacé l'impôt sur la solidarité de la fortune (ISF). Les placements sur des actifs immobiliers d'un contrat d'assurance-vie sont pris en compte dans l'assiette de calcul de l'IFI et les personnes concernées doivent déclarer la valeur associée.

Ainsi, avec la loi de finance de 2018, seule la proportion de la valeur de rachat des contrats d'assurance-vie liée aux versements sur des unités comptes d'actifs immobiliers est imposable.

Il existe toutefois des exclusions à l'assiette de cet impôt. Sont ainsi exclues les parts ou actions d'organismes de placement collectif en valeurs mobilières (OPCVM) investis à moins de 20% en biens ou droits immobiliers lorsque les droits de l'OPCVM sont détenus à moins de 10%.

Les actions de sociétés d'investissements immobiliers sont également exclues si le capital et les droits de vote de la société sont détenus à moins de 5

Les cas d'exonération

Enfin, il existe divers cas d'exonération dans le régime fiscal des contrats d'assurance vie communiqués sur le site internet impots.gouv.fr :

- « les produits des bons ou des contrats souscrits avant le 1er janvier 1983, à l'exception des produits perçus à compter du 1er janvier 2020 et se rattachant à des primes versées depuis le 10 octobre 2019 ;
- les produits des bons ou des contrats en unité de compte d'une durée au moins égale à 8 ans et principalement investis en actions (dits contrats DSK ou contrats NSK) ;
- pour les bons ou contrats d'une durée au moins égale à 8 ans (ou 6 ans pour les contrats souscrits avant le 1er janvier 1990) souscrits avant le 26.9.1997 auprès d'une entreprise d'assurance établie en France, les produits acquis ou constatés à compter du 1.1.1998 et attachés aux versements suivants :
 - versements effectués avant le 26.9.1997 ;
 - versements effectués à compter du 26.9.1997 sur des contrats à primes périodiques lorsqu'ils correspondent aux primes initialement prévues par le contrat ;

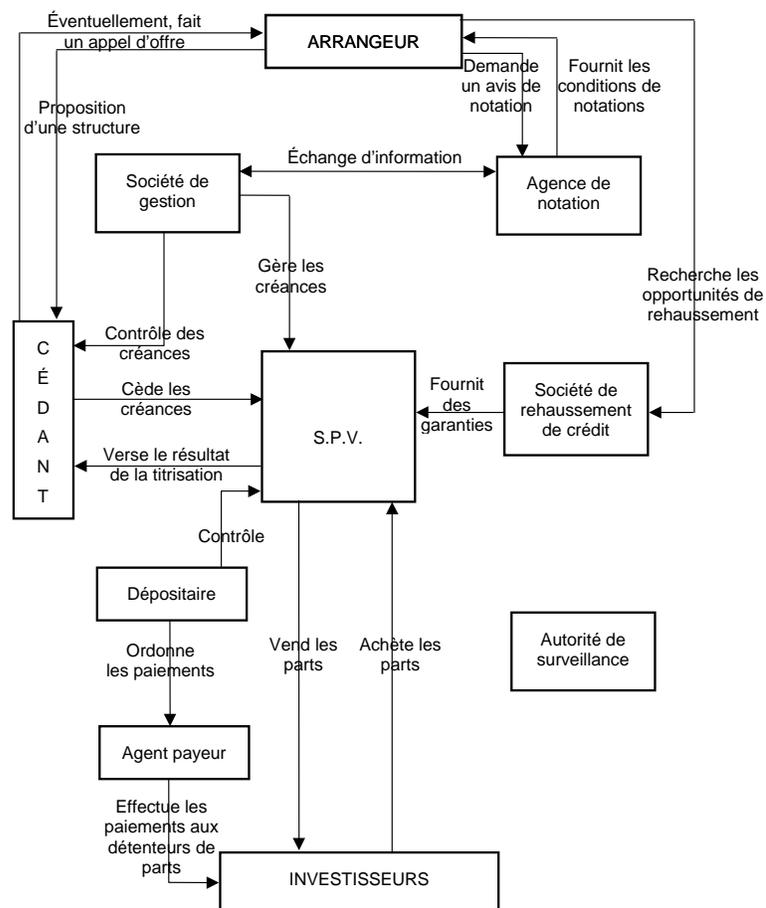
- versements programmés effectués entre le 26.9.1997 et le 31.12.1997, en exécution d'un engagement pris avant le 26.9.1997 et le 31.12.1997 ;
- versements libres, dans la limite de 200 000 F soit 30 490 € par souscripteur, effectués entre le 26.9.1997 et le 31.12.1997. »

Les produits exonérés restent néanmoins soumis aux prélèvements sociaux.

Annexe C

Schéma de titrisation

2.2 Schéma de titrisation :



MIC16.7

Table des figures

1.1	Evolution du TME moyenne 6 mois en 2020	6
1.2	Evolution du taux OAT 10 ans	12
1.3	Rendements moyen du fonds euros comparés à l'inflation de 2000 à 2020	13
2.1	Garantie plancher classique	20
2.2	Garantie plancher indexée	21
2.3	Garantie plancher majorée	22
2.4	Garantie plancher cliquet	23
2.5	Exemple traité Quote-Part	32
2.6	Exemple traité Excédent de plein	33
2.7	Exemple traité Excédent de Sinistre	35
2.8	Exemple traité Excédent de perte	36
2.9	Répartition des notations des 40 premiers réassureurs en 2020	38
2.10	Répartition des perspectives de notation des 40 premiers réassureurs en 2020	38
2.11	Classement des 10 premiers réassureurs en 2020	39
2.12	Répartition Vie/Non-vie des primes brutes émises	40
2.13	Répartition des primes brutes émises par classe de rang des réassureurs	40
2.14	Classement des 5 premiers courtiers en 2020	41
3.1	Variation du prix de l'option selon le cours du sous-jacent	48
3.2	Variation du prix de l'option selon le prix d'exercice	49
3.3	Variation du prix de l'option selon la volatilité	50
3.4	Variation du prix de l'option selon la maturité	51
3.5	Variation du prix de l'option selon le taux sans risque	52
4.1	Un portefeuille en bonne forme à première vue	70
4.2	PM, Capitaux décès minimum garantis et CSR par génération	71
4.3	Le CSR trimestriel moyen par contrat est volatil	72
4.4	Evolution trimestrielle des CSR moyens par contrat depuis 2018	72
4.5	Evolution trimestrielle du CAC 40 depuis 2018	73
4.6	Capital garanti moyen par contrat des générations 2018 à 2020	75
4.7	Répartition Euros/UC des investissements initiaux des générations 2018 à 2020	76
4.8	Parts des investissements sur les types de supports UC pour les générations 2018 à 2020	77
4.9	Histogrammes des âges des assurés des générations 2018 à 2020	78
4.10	Capital décès minimum garanti moyen selon l'âge pour les générations 2018 à 2020	79
4.11	Courbe des taux sans risque au 31/05/2021 (source : EIOPA)	81
4.12	Probabilité de décès des tables TH-TF 00-02 et best estimate selon l'âge	81

4.13	Matrice de variance-covariance	82
4.14	Projection du taux de rendement du fonds euros	83
4.15	Evolution des taux de rachat chez les - 70 ans et les + 70 ans selon l'ancienneté	84
4.16	Tarif annuel en fonction de l'âge et la part d'investissement en unités de compte - Approximation log-normale simple	87
4.17	Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Approche log-normale simple	88
4.18	Tarif annuel en fonction de l'âge - Approche log-normale simple	88
4.19	Tarif annuel en fonction de l'âge et la part d'investissement en unités de compte - Approximation par appariement des moments avec la distribution log-normale	89
4.20	Tarif annuel en fonction de l'âge - Approche d'appariement des moments avec la distribution log-normale	90
4.21	Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Approche d'appariement des moments avec la distribution log-normale	90
4.22	Tarif annuel en fonction de l'âge - Approche de Gentle	91
4.23	Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Approche de Gentle	92
4.24	Prix de l'option selon le nombre de simulations	92
4.25	Tarif annuel en fonction de l'âge - Approche Monte Carlo	93
4.26	Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Approche Monte Carlo	93
4.27	Tarif annuel en fonction de l'âge - Synthèse	94
4.28	Ecart absolu en fonction de l'âge - Synthèse	94
4.29	Tarif annuel en fonction de la part investie en UC - Synthèse	95
4.30	Ecart absolu en fonction de la part d'investissement en UC - Synthèse	95
4.31	Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur la volatilité	96
4.32	Tarif annuel en fonction de la part d'investissement en UC - Sensibilité sur la volatilité	97
4.33	Tarif annuel du profil retenu en fonction de la volatilité	97
4.34	Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur la mortalité	99
4.35	Tarif annuel en fonction de la part d'investissement en UC - Sensibilité sur la mortalité	99
4.36	Tarif annuel du profil retenu en fonction de la mortalité	100
4.37	Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur les rachats	100
4.38	Tarif annuel en fonction de la part d'investissement en UC - Sensibilité sur les rachats	101
4.39	Tarif annuel du profil retenu en fonction des rachats	101
4.40	Courbes de taux sans risque de 2017 à 2021 (source : EIOPA)	102
4.41	Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur les taux sans risque	102
4.42	Tarif annuel en fonction de la part d'investissement en UC - Sensibilité sur les taux sans risque	103
4.43	Tarif annuel du profil retenu en fonction de la courbe de taux sans risque	103
4.44	Tarif annuel en fonction de l'âge - Sensibilité sur le rendement du fonds en euros	104
4.45	Tarif annuel en fonction de la part d'investissement en UC - Sensibilité sur le ren- dement du fonds en euros	104
4.46	Tarif annuel du profil retenu en fonction du rendement sur le fonds en euros	105

Bibliographie

- [1] ACPR. Le marché de l'assurance vie pendant la crise sanitaire. Analyses et synthèses n°121-2021, 2021.
- [2] Association des Professionnels de la Réassurance En France (APREF). <https://www.apref.org/>.
- [3] Atlas Magazine. <https://www.atlas-mag.net/>.
- [4] BROCHARD F. Etude du coût de la couverture de la garantie plancher en cas décès. Mémoire d'actuariat, UPMC, 2009.
- [5] CHENUT X. Pricing and risk management of guarantees in unit-linked life insurance. Présentation PowerPoint, 2007.
- [6] Code des assurances. <https://www.legifrance.gouv.fr/>.
- [7] COTTIN M. Provisionnement de la garantie plancher : alternatives de modélisations. Mémoire d'actuariat, Université Paris-Dauphine, 2014.
- [8] DELACROIX A. Réassurance non vie. Support de cours ISFA, 2021.
- [9] EIOPA. Monthly Technical information 2021, <https://www.eiopa.europa.eu/>, 2021.
- [10] EYRAUD-LOISEL A. Théorie des options. Cours de Théorie Financière, Support de cours ISFA, 2010.
- [11] FAVREAU L. LEBELA ONGSABOYEMAGNE O.A. Tarification de la garantie plancher en cas de décès sur un contrat d'assurance vie. Mémoire d'actuariat, ENSAE, 2014.
- [12] France Assureurs (FA). <https://www.franceassureurs.fr/>.
- [13] GILES M. Monte carlo methods. Support de cours Oxford University Mathematical Institute, 2016.
- [14] Institut des Actuaire. Une courbe de taux pour les assureurs. <https://www.institutdesactuaire.com/>, 2006.

- [15] L'Argus de l'assurance. <https://www.argusdelassurance.com/>.
- [16] LEROUX F. La titrisation. Note pédagogique MIC n°16, 2021.
- [17] PEQUEUX O. MERLUS S. Les garanties plancher des contrats d'assurance-vie en unités de compte : tarification et couverture. Mémoire d'actuariat, ENSAE, 2000.
- [18] PLANCHET F. Les garanties « plancher » sur les contrats en unités de compte (gmdb). Modèles financiers en assurance et analyses dynamiques, Support de cours ISFA, 2021.
- [19] POSNER S.E. MILEVSKY M.A. A closed-form approximation for valuing basket options. The Journal of Derivatives, 1998.
- [20] S&P GLOBAL RATINGS. Global reinsurance highlights 2020, 2020.
- [21] Site internet de Frédéric PLANCHET. <http://www.ressources-actuarielles.net/>.
- [22] SPAC Actuaire. <https://www.spac-actuaire.fr/>.