Institut des ACTUAIRES

ENSAE IP PARIS

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaires
le 05/03/2025

Par : Ayoub EL ARROUD EL HADARI

Titre : **Optimisation des stratégies d'investissement en assurance Vie épargne dans un environnement de taux à la hausse**

Confidentialité : ☒ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de la filière

Nom : Pierre PICARD

Membres présents du jury de l'Institut des Actuaires

Entreprise : Forvis Mazars

Signature :

Directeur du mémoire en entreprise :

Nom : Sory Ibrahima KABA, Elena LE DOZE et Mouna EL MOHANI

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels *(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du candidat

Secrétariat:

FORVIS MAZARS ACTUARIAT
Société par Actions Simplifiée
61, rue Henri Regnault - 92075 Paris La Défense Cedex
Siret : 342 405 321 00049 - APE 6920Z
RCS NANTERRE 342 405 321
Siège social : 61, rue Henri Regnault - 92400 Courbevoie

Bibliothèque:

Signature du candidat

Ecole Nationale de la Statistique et de l'Administration Economique (ENSAE)
5, avenue Henry Le Chatelier - 91120 PALAISEAU, FRANCE

Résumé

Le risque de taux d'intérêt est l'un des principaux défis auxquels les organismes financiers doivent faire face. Les assureurs de la branche Vie, en tant qu'institutions financières, ne font pas exception à cette réalité. Pour préserver leur solvabilité et éviter la faillite, ils doivent gérer ce risque avec une grande rigueur. Pendant des années, les assureurs ont évolué dans un environnement de taux bas, marqué par des taux directeurs faibles, voire négatifs, instaurés par les banques centrales, dont la Banque Centrale Européenne (BCE). Ce contexte peu favorable a conduit à une réduction des taux minimum garantis (TMG) des contrats Euro, souvent ramenés à 0%. Face à cette situation, les clients financièrement avertis et plus enclins à prendre des risques se sont tournés vers d'autres options d'investissement.

La remontée des taux d'intérêt depuis le premier semestre 2022 est donc, *a priori*, une bonne nouvelle pour les assureurs. Cependant, la rapidité et l'ampleur de cette hausse ont engendré de nombreux défis, notamment en matière de gestion actif-passif. Alors que les taux semblent désormais se stabiliser, ce mémoire vise à évaluer l'impact de cette remontée sur les assureurs et, surtout, à proposer des stratégies permettant de réduire le risque de taux et de mieux s'adapter à un tel environnement à l'avenir.

Les solutions proposées incluent la gestion de l'écart de duration entre les portefeuilles d'actifs et de passifs, en mettant en œuvre diverses actions de management. Parmi celles-ci figurent la rotation (*rolling*) du portefeuille obligataire, l'incitation aux rachats ou la fidélisation des clients, en fonction de la situation spécifique de l'assureur. Cependant, la stratégie principale retenue dans cette étude est l'utilisation d'un produit dérivé, à savoir le cap de taux, comme outil de couverture. Ce choix réfléchi s'appuie sur l'efficacité avérée des produits dérivés pour atténuer le risque de taux, démontrée dans d'autres contextes tels que le secteur bancaire. Ces mesures visent à doter les assureurs d'une meilleure résilience dans un environnement de taux d'intérêt incertain et en hausse, tout en offrant une méthodologie structurée et adaptée pour optimiser la gestion des risques liés à leurs portefeuilles.

Le mémoire analyse également l'impact de la mise en œuvre de la stratégie principale sur les indicateurs des nouvelles normes comptables IFRS 17, en particulier la marge contractuelle de service, qui reflète les profits futurs progressivement reconnus à mesure que les contrats arrivent à leur maturité, appelée *Contractual Service Margin* (CSM), ainsi que le volume des engagements de l'assureur envers les assurés, désigné par *Best Estimate of Liabilities* (BEL).

Mots-clés : Assurance Vie Epargne, gestion actif-passif, écart de duration, produits dérivés de taux, cap de taux, normes comptables IFRS 17

Abstract

Interest rate risk poses a significant challenge for financial institutions, and life insurers are no exception. As integral players in the financial ecosystem, life insurers must navigate this risk carefully to preserve their solvency and avoid bankruptcy, and must manage it with great rigor. For years, insurers operated in a low-interest-rate environment characterized by low or even negative interest rates set by central banks, such as the ECB (European Central Bank). This unfavorable context led to a reduction in the minimum guaranteed rates of Euro-denominated contracts, often brought down to 0%. In response, well-informed clients with a higher risk appetite have started turning to other investment options.

The rise in interest rates since the first half of 2022 is, therefore, seemingly good news for insurers. However, the speed and magnitude of this increase have posed significant challenges, particularly in asset-liability management. As rates now appear to stabilize, this thesis aims to assess the impact of this rise on insurers and, more importantly, to propose strategies to mitigate interest rate risk and better adapt to such an environment in the future.

The proposed solutions include monitoring the duration gap between asset and liability portfolios through various management actions, such as rolling the bond portfolio, encouraging policy surrenders, or fostering client loyalty, depending on the insurer's specific situation. However, the primary focus of this study is on the use of caps, an interest rate derivative, as a hedging tool. This deliberate choice comes from the proven effectiveness of such products in mitigating interest rate risk in contexts such as banking. Together, these measures enhance insurers' resilience in an uncertain and rising interest rate environment, offering a robust and targeted framework for risk management.

The thesis also examines the impact of implementing the primary strategy—interest rate derivatives hedging—on key indicators of the new IFRS 17 accounting standards, specifically the future expected benefits gradually recognized as contracts near maturity, known as the Contractual Service Margin (CSM), and the insurer's commitments to policyholders, referred to as the Best Estimate of Liabilities (BEL).

Key words : Savings-oriented Life insurance, asset and liability management, duration gap, interest rates derivatives, interest rates caps, IFRS 17 accounting norms

Note de synthèse

Introduction

En 2022, la hausse rapide des taux d'intérêt a profondément transformé le secteur de l'assurance-vie, notamment pour les assureurs spécialisés dans les produits d'épargne. Ce changement a été principalement entraîné par la Banque Centrale Européenne (BCE), qui a augmenté ses taux directeurs pour lutter contre l'inflation, atteignant des niveaux de +300 points de base après une longue période de taux bas, voire négatifs. Cette évolution a créé un choc pour la gestion actif-passif (ALM) des assureurs, posant des défis importants en matière de rentabilité et de solvabilité.

Pour financer les garanties des contrats d'assurance épargne en euros, les assureurs investissent majoritairement les primes collectées dans des produits à taux fixes, notamment les obligations. Par conséquent, leur portefeuille est fortement sensible aux variations de taux, qui influencent la valeur de ces instruments. Il faut noter que la hausse des taux d'intérêt présente une opportunité à long terme avec des rendements plus attractifs sur les nouvelles obligations. Cependant, la transition est difficile : les obligations à faible rendement acquises lors des périodes de taux bas continuent de peser sur les portefeuilles, générant des moins-values latentes et affaiblissant la solvabilité des assureurs.

En parallèle, la hausse des taux augmente le risque de rachats massifs de la part des assurés, attirés par des produits financiers plus rémunérateurs (comme le Livret A). Ce phénomène accentue le risque de liquidité pour les assureurs, contraints de vendre des actifs à perte pour répondre à ces demandes, dégradant encore leur situation financière. Dans ce contexte, les principaux risques auxquels font face les assureurs sont :

- **Risque de marché** : Baisse de la valeur des actifs obligataires, générant des moins-values latentes.
- **Risque de liquidité** : Hausse des rachats, forçant les assureurs à vendre des actifs à perte ce qui crée de la pression sur la liquidité de l'organisme.
- **Risque de crédit** : La montée des taux peut fragiliser certains emprunteurs, augmentant le risque de défaut sur les obligations, notamment corporate, détenues par les assureurs.
- **Risque de duration** : Désalignement entre la durée des passifs et celle des actifs, rendant les assureurs sensibles aux variations de taux.

Des travaux réalisés chez Forvis Mazars ont démontré l'efficacité de certaines stratégies pour faire face à ces risques, telles que l'arbitrage Euro-UC, la gestion dynamique de la PPE et

l'utilisation de la réserve de capitalisation pour réinvestir dans des obligations plus rentables. Le présent mémoire poursuit cette analyse en explorant des solutions internes comme **l'ajustement du gap de duration**, mais surtout des stratégies externes inspirées des pratiques bancaires, telles que **la couverture par produits dérivés de taux**. L'objectif est de concentrer l'analyse sur le risque de marché et le risque de duration, tout en évaluant les impacts sur les indicateurs IFRS 17, notamment la CSM.

Présentation des portefeuilles

— Un portefeuille mixte combinant des contrats exclusivement en euros, ainsi que de contrats multi-support Euro-UC

Indice	Groupe de contrats	Indicateur stock / NB	Année de souscription	Ancienneté en année	TMG (en %)	Taux d'affectation de PB (en %)	Nb de police	PM euro	Age moyen	% UC	PM UC
1	Mono-Support	NB	2024	1	2,50%	85%	1 755	26 000 000	65	0,00%	0
2	Mono-Support	stock	2012	12	1,25%	85%	2 194	40 000 000	55	0,00%	0
3	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2014	10	0,00%	85%	2 302	59 818 182	50	18,54%	13 611 111
4	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2015	9	0,00%	85%	2 281	52 340 909	48	28,06%	20 416 667
5	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2017	7	0,00%	85%	2 260	44 863 636	47	37,76%	27 222 222
6	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2018	6	0,00%	85%	2 260	44 863 636	45	37,76%	27 222 222
7	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2019	5	0,00%	85%	2 239	37 386 364	42	47,65%	34 027 778
8	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2020	4	0,00%	85%	2 239	37 386 364	40	47,65%	34 027 778
9	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2021	3	0,00%	85%	2 218	59 909 091	35	40,53%	40 833 333
10	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2021	3	0,00%	85%	2 197	52 431 818	33	47,61%	47 638 889

TABLE 1 – Portefeuille mixte : modèles Point du passif

Passif		**Actif VNC**		
Éléments	**Montant**	**Éléments**	**Montant**	**Allocation**
Fonds propres	70 000 000	Obligations	417 637 500	73,79%
PM	455 000 000	Actions	120 470 000	21,29%
PPE	22 750 000	Immobilier	13 921 250	2,46%
RC	18 200 000	Monétaire	13 921 250	2,46%
Total	**565 950 000**	**Total**	**565 950 000**	**100,00%**

TABLE 2 – Portefeuille mixte central : bilan

— Un portefeuille en euros dépourvu de PPE et de RC est utilisé afin d'isoler l'impact de la stratégie de gestion par cap de taux. Cette approche permet d'éliminer l'influence de la PPE et de la RC sur les résultats, assurant ainsi une évaluation précise de l'effet de cette stratégie

Indice	Groupe de contrats	Indicateur stock / NB	Annee de souscription	Anciennete en annee	TMG (en %)	Taux d'affectation de PB (en %)	Nb de police	PM euro	Age moyen	% UC	PM UC
1	Mono-Support	NB	2024	1	2,50%	85%	1 755	26 000 000	65	0,00%	0
2	Mono-Support	stock	2012	12	1,25%	85%	2 194	40 000 000	55	0,00%	0

TABLE 3 – Portefeuille euro : modèles Point du passif

Passif		Actif VNC		
Éléments	**Montant**	**Éléments**	**Montant**	**Allocation**
Fonds propres	70 000 000	Obligations	136 000 000	72,17%
PM	118 431 818	Actions	22 000 000	11,68%
PPE	0	Immobilier	15 064 326	7,99%
RC	0	Monétaire	15 367 492	8,16%
Total	**188 431 818**	**Total**	**188 431 818**	**100,00%**

TABLE 4 – Portefeuille euro central : bilan

Une distinction par niveau de RC est également prévue pour la stratégie de gestion d'écart de duration actif-passif. Ainsi, trois profils sont distingués :

— Portefeuille central : Le ratio $\frac{RC}{PM}$, appelé simplement dans la suite de la section par *ratio*, est défini comme la valeur moyenne observée sur le marché. Ainsi, le niveau de RC correspond à 4% de la provision mathématique (PM)

— Portefeuille riche en RC : Le ratio est défini comme la valeur maximale observée sur le marché. Ainsi, le RC correspond à 6% de la PM

— Portefeuille pauvre en RC : Le ratio est défini comme la valeur minimale observée sur le marché. Ainsi, le niveau de RC correspond à 2% de la PM

Verrouillage de l'écart de duration actif-passif

Méthodologie

L'objectif est de minimiser le gap de duration sur l'ensemble des périodes de projection jusqu'à l'horizon T en ajustant deux leviers :

— **Ajustement des Actifs (A_t)** : Vente ou achat d'obligations pour modifier la duration du portefeuille d'actifs.

— **Ajustement des Passifs (r_t^{servi})** : Modification du taux servi pour influencer le comportement de rachat des assurés, affectant ainsi la duration des passifs.

Le problème peut être formulé comme suit :

$$\min_{A_t, r_t^{\text{servi}}} |\Delta D_t|$$

avec comme contraintes :

— $\forall i, \forall t \, A_t^i \leq trso_t$ où A_t^i représente l'action d'achat ($A_t^i > 0$) ou de vente ($A_t^i < 0$) de l'obligation i à l'instant t et $trso_t$ la liquidité disponible à l'instant t

— $r^{\text{contrat,min}} \leq \text{r}_t^{\text{servi}}$ où $r^{\text{contrat,min}}$ est le taux minimum contractuellement garanti

Dans l'implémentation de l'algorithme, l'assureur agit d'abord sur la duration de ses actifs, tels que les achats ou ventes d'obligations, avant d'intervenir sur celle de ses passifs, qui concernent des mécanismes comme la fidélisation des assurés ou les incitations au rachat. Cette hiérarchie repose sur l'idée que l'assureur dispose d'un contrôle plus direct et réactif sur la gestion de son portefeuille d'actifs que sur celle de ses passifs. En effet, ajuster les politiques de taux servi, bien que possible, n'entraîne pas toujours les comportements escomptés chez les assurés, rendant les résultats incertains. Ainsi, l'assureur privilégie initialement l'optimisation du portefeuille d'actifs pour atteindre les objectifs fixés. Si cela s'avère insuffisant, il se tourne ensuite vers des ajustements des passifs, en modifiant par exemple les taux servis. Cependant, les effets de ces ajustements sur les passifs ne se manifestent pas immédiatement et nécessitent parfois plusieurs périodes pour devenir pleinement visibles. Cette différence dans les délais et l'efficacité des interventions justifie l'ordre d'utilisation de ces deux leviers.

Perspectives de résultats

Bien que cette stratégie semble prometteuse, la majeure partie de ce mémoire se concentre sur l'exploration de la stratégie de couverture par produits dérivés, en raison de son importance cruciale dans la gestion des risques financiers et de son efficacité démontrée dans ce domaine. L'idée initiale et centrale du projet était d'exploiter les dérivés comme outil principal de gestion. L'approche relative à la gestion du gap de duration est apparue ultérieurement, en tant que complément à la stratégie principale.

Pour cette première stratégie, les travaux ont été menés jusqu'à l'implémentation, mais certaines limitations techniques, notamment liées au code, ont freiné une mise en œuvre complète. De plus, en raison du manque de temps en fin de stage et de l'absence d'accès à l'outil ALM de Forvis Mazars après la fin de cette période, il n'a pas été possible de finaliser l'implémentation et les simulations associées.

Néanmoins, la méthodologie développée et la modélisation effectuée constituent une base solide pour de futurs travaux. Ces derniers pourraient approfondir les analyses, compléter les simulations et apporter un regard critique sur les résultats obtenus, tout en explorant les étapes suivantes de l'optimisation et de la validation des stratégies mises en place.

Couverture du risque de la hausse des taux par cap de taux

Une stratégie de gestion par cap de taux à maturité de $T = 5$ ans et de strike $K = 1\%$ a été mise en place pour le portefeuille Euro, en projetant les flux sur un horizon de 30 ans. La prime du cap vaut 2 750 000 € et est déduite des fonds propres. Pour couvrir un nominal de $N = 37\ 485\ 200$ €, qui représente l'exposition maximale estimée sur la période de couverture.

Les payoffs générés par le cap sont alloués au poste des produits financiers avant réallocation, puis redistribués via l'algorithme de partage de bénéfices. Cela permet de limiter les rachats dynamiques en servant un taux plus avantageux. Ainsi, les rachats dynamiques diminuent significativement pendant les années de couverture (les 5 premières années), mais également durant

les quelques années suivantes (jusqu'à $t = 8$). Après cette période, les rachats retrouvent leur tendance normale, en raison de l'absence de flux supplémentaires permettant de continuer à servir un taux attractif. Ce retard bénéfique dans l'augmentation des rachats même après la fin de la couverture est directement lié à la manière dont la loi de rachat dynamique est modélisée, selon les recommandations de l'ACPR [1]. En effet, cette dernière prend en compte non seulement le taux concurrent, mais également le taux servi auparavant, d'où l'effet mémoire.

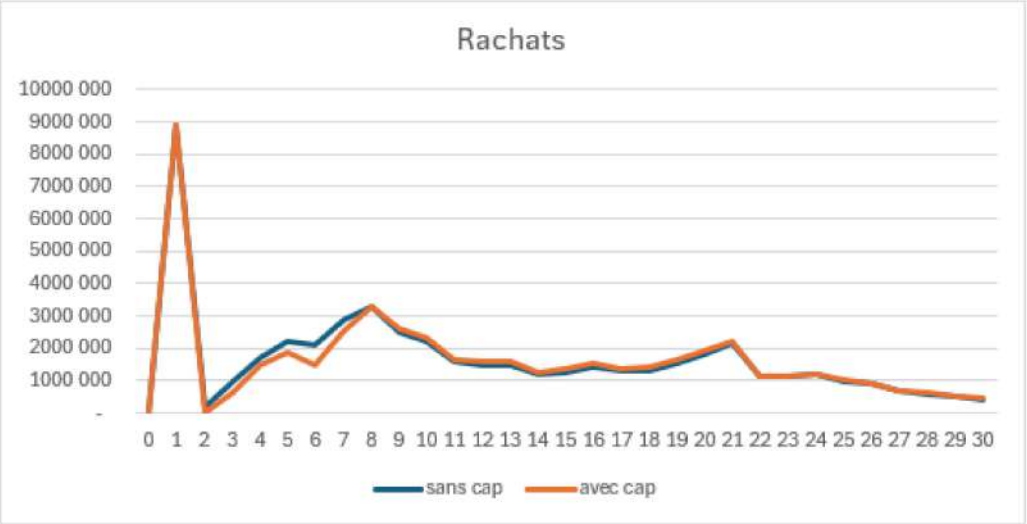

FIGURE 1 – Comparaison des niveaux de rachats en €

Le coût du cap est imputé sur les fonds propres, reflétant son utilisation purement couvrante et non spéculative. Cette approche garantit que le produit dérivé est intégré comme une mesure de gestion des risques. Malgré une diminution des effets de la couverture à la fin de la projection, l'écart entre les fonds propres dans le scénario avec couverture et sans couverture reste relativement faible (215K €). Bien que la déduction de la prime du cap à $t = 0$ entraîne une diminution des fonds propres initiaux, cette perte est compensée au cours de la projection grâce au résultat net supplémentaire généré par les payoffs du cap. À la fin de la projection, un écart significatif est observé entre les fonds propres des scénarios avec et sans cap :

$$\Delta FP_{30} := FP_{30}^{\text{sans\_cap}} - FP_{30}^{\text{avec\_cap}} = 215\ 000\,€$$

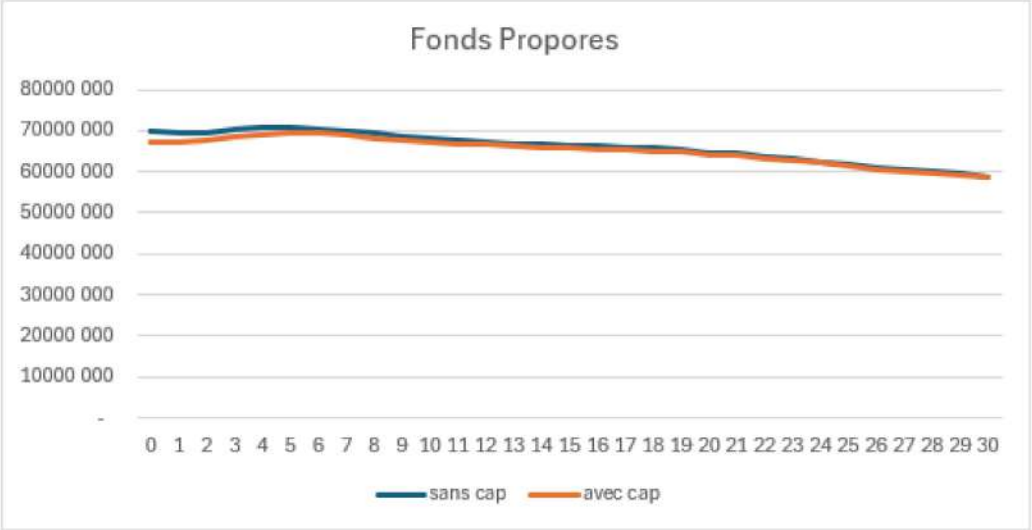

FIGURE 2 – Comparaison de l'évolution des fonds propres en €

Partant d'un déficit initial d'environ 2.75 millions (prime du cap), la baisse de cet écart est principalement due à la réduction des pertes grâce à la limitation des rachats dynamiques. Cela améliore également le résultat net à l'encaissement, en réduisant les moins-values lors des périodes de hausse des taux.

Le gain en résultat net, capitalisé à $t = 0$ est donné par :

$$\text{gain\_cap} := \sum_{k=1}^{30} (1 + r(0,k)) \cdot \Delta Res_k \tag{1}$$

où :

— $\Delta Res_k = \text{résultat\_net}^{avec\_cap} - \text{résultat\_net}^{sans\_cap}$

— $r(0,k)$ est le taux OAT de maturité k à la date de début de projection

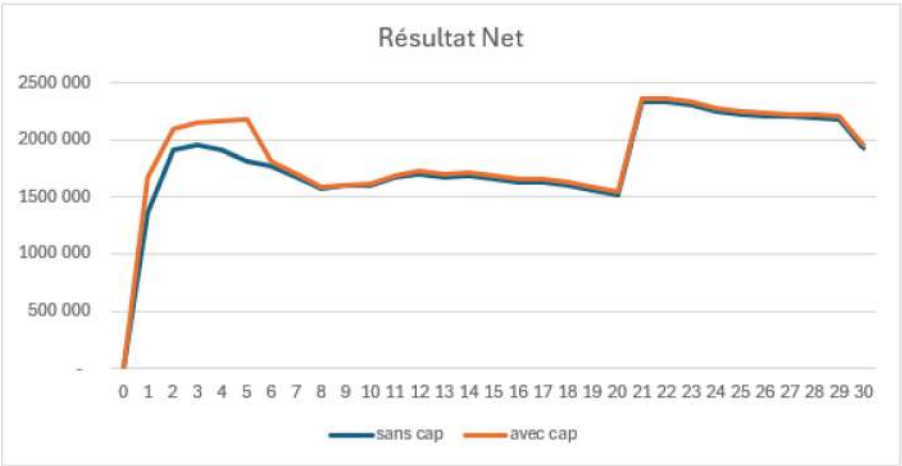

FIGURE 3 – Comparaison du résultat net en €

Tout calcul fait :

$$\boxed{\text{gain\_cap} = 1\ 956\ 632 €}$$

Ce qui, rapporté à la prime de l'instrument $t = 0$ donne :

$$\boxed{\frac{\text{gain\_cap}}{\text{prime\_cap}} = \frac{1\ 956\ 632}{2\ 750\ 000} = 71,1\%}$$

Le cap est ainsi efficace à 71,5%.

Concernant les indicateurs IFRS 17, les résultats obtenus illustrent l'impact positif de l'introduction d'une couverture par un cap sur les indicateurs clés du portefeuille. Le BEL diminue de manière notable (-1.98%), grâce à la couverture qui engendre une diminution significative des rachats sur l'ensemble de l'horizon temporel, avec un effet particulièrement marqué durant les années de couverture et dans son voisinage, jusqu'à $t = 8$. Cette réduction s'explique, comme discuté précédemment, par la stabilisation des flux financiers induite par la couverture, qui diminue l'incitation des assurés à effectuer des rachats prématurés. Une telle dynamique améliore la gestion des engagements et renforce la résilience du portefeuille face aux fluctuations économiques.

Par ailleurs, la couverture contribue également à une amélioration des indicateurs IFRS 17 du portefeuille. Le BEL diminue de manière significative, reflétant une meilleure gestion des engagements grâce à la stabilisation des flux financiers induite par la réduction des rachats. Cette dynamique exerce un effet positif sur le résultat net, se traduisant par une augmentation de la CSM. Toutefois, cette hausse reste moins marquée que celle du BEL, en raison de l'utilisation d'un ratio exogène pour le calcul de la CSM de transition dans le cadre de la méthode MRA

	Variation relative post-couverture
BEL	-1,98%
CSM	0,17%

TABLE 5 – Comparaison de l'évolution relative du BEL et de la CSM après couverture par cap en vision transition

Conclusion

Les résultats obtenus ont confirmé l'efficacité de la stratégie de gestion par cap, notamment dans la limitation des rachats dynamiques, une problématique centrale pour les assureurs. De plus, cette stratégie a montré un impact positif sur des indicateurs essentiels, comme le BEL IFRS 17, soulignant la pertinence des caps dans la gestion des risques en période de hausse des taux. En effet, l'amélioration principale réside dans la réduction significative des rachats dynamiques grâce aux payoffs générés par la couverture. De surcroît, le ratio entre la prime du cap et le payoff obtenu a démontré une efficacité jugée satisfaisante, renforçant la pertinence

économique de cette solution. Ces résultats ouvrent des perspectives intéressantes, notamment en étendant la couverture au-delà du moyen terme (cinq ans) ou en explorant un éventail plus large de maturités de cap, ajoutant ainsi la maturité comme un degré de liberté supplémentaire dans le processus d'optimisation tel que modélisé pour sélectionner l'instrument optimal.

Par ailleurs, la stratégie de verrouillage de l'écart de duration repose sur une méthodologie rigoureuse et une modélisation détaillée prenant en compte l'impact des actifs et des passifs sur cet écart. Des travaux complémentaires pourraient approfondir l'analyse des déséquilibres potentiels et intégrer les contraintes computationnelles pour améliorer l'applicabilité des solutions proposées.

Synthesis Note

In 2022, the rapid rise in interest rates profoundly transformed the life insurance sector, particularly for insurers specializing in savings products. This change was mainly driven by the European Central Bank (ECB), which raised its key interest rates to combat inflation, reaching levels of +300 basis points after a long period of low, and even negative rates. This shift created a shock for insurers' asset-liability management (ALM), posing significant challenges in terms of profitability and solvency.

To fund the guarantees of euro-denominated life insurance contracts, insurers mostly invest the collected premiums in fixed-rate products, particularly bonds. Consequently, their portfolios are highly sensitive to interest rate fluctuations, which impact the market value of these instruments. It should be noted that the increase in interest rates presents a long-term opportunity with more attractive yields on new bonds. However, the transition is challenging : Low-yield bonds acquired during periods of low rates continue to weigh on portfolios, generating latent losses and weakening the solvency of insurers.

At the same time, the rise in rates increases the risk of mass surrenders by policyholders, attracted by more rewarding financial products (such as the Livret A). This phenomenon exacerbates the liquidity risk for insurers, who are forced to sell assets at a loss to meet these demands, further degrading their financial situation. In this context, the main risks facing insurers are :

— **Market risk** : Decline in the value of bond assets, generating latent losses.

— **Liquidity risk** : Increase in surrenders levels, forcing insurers to sell assets at a loss to meet liquidity needs.

— **Credit risk** : The rise in rates can weaken certain borrowers, increasing the risk of default on bonds held by insurers.

— **Duration risk** : Mismatch between the duration of liabilities and assets, making insurers more sensitive to interest rate changes.

Recent work has demonstrated the effectiveness of certain strategies to address these risks, such as dynamic management of the PPE (provision for profit-sharing) and the use of the capitalization reserve to reinvest in more profitable bonds. This thesis builds on this analysis by exploring internal solutions such as **dynamic duration gap adjustment**, and external strategies inspired by banking risk management practices, such as **hedging through interest rate derivatives**. The aim is to focus the analysis on market and duration risk, while evaluating the impacts on IFRS 17 indicators, notably the annual CSM (Contractual Service Margin).

Presentation of portfolios

— A mixed portfolio combining euro-denominated contracts, and multi-support contracts including UC arbitration

Index	Group of Contracts	Stock / NB Indicator	Subscription Year	Seniority in Years	TMG (in %)	PB Allocation Rate (in %)	Number of Policies	Euro PM	Average Age	% UC	UC PM
1	Mono-Support	NB	2024	1	2.50%	85%	1 755	26 000 000	65	0.00%	0
2	Mono-Support	stock	2012	12	1.25%	85%	2 194	40 000 000	55	0.00%	0
3	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2014	10	0.00%	85%	2 302	59 818 182	50	18.54%	13 611 111
4	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2015	9	0.00%	85%	2 281	52 340 909	48	28.06%	20 416 667
5	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2017	7	0.00%	85%	2 260	44 863 636	47	37.76%	27 222 222
6	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2018	6	0.00%	85%	2 260	44 863 636	45	37.76%	27 222 222
7	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2019	5	0.00%	85%	2 239	37 386 364	42	47.65%	34 027 778
8	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2020	4	0.00%	85%	2 239	37 386 364	40	47.65%	34 027 778
9	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2021	3	0.00%	85%	2 218	59 909 091	35	40.53%	40 833 333
10	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2021	3	0.00%	85%	2 197	52 431 818	33	47.61%	47 638 889

TABLE 6 – Mixed portfolio : liability model points

Liabilities		**Assets VNC**		
Elements	**Amount**	**Elements**	**Amount**	**Allocation**
Equity	70 000 000	Bonds	417 637 500	73.79%
PM	455 000 000	Equities	120 470 000	21.29%
PPE	22 750 000	Real Estate	13 921 250	2.46%
RC	18 200 000	Money Market	13 921 250	2.46%
Total	**565 950 000**	**Total**	**565 950 000**	**100.00%**

TABLE 7 – Central (in terms of RC level) mixed portfolio : balance sheet

— A euro-denominated portfolio was designed without PPE or RC to isolate the impact of derivative product management. This approach avoids PPE and RC influencing the results, ensuring a clear evaluation of the strategy's effect

Index	Group of Contracts	Stock / NB Indicator	Subscription Year	Seniority in Years	TMG (in %)	PB Allocation Rate (in %)	Number of Policies	Euro PM	Average Age	% UC	UC PM
1	Mono-Support	NB	2024	1	2.50%	85%	1 755	26 000 000	65	0.00%	0
2	Mono-Support	stock	2012	12	1.25%	85%	2 194	40 000 000	55	0.00%	0

TABLE 8 – Euro portfolio : liability model points

Liabilities		Assets VNC		
Elements	**Amount**	**Elements**	**Amount**	**Allocation**
Equity	70 000 000	Bonds	136 000 000	72.17%
PM	118 431 818	Equities	22 000 000	11.68%
PPE	0	Real Estate	15 064 326	7.99%
RC	0	Money Market	15 367 492	8.16%
Total	**188 431 818**	**Total**	**188 431 818**	**100.00%**

TABLE 9 – Central (in terms of RC level) euro portfolio : balance sheet

A distinction by RC level is also planned for the active-passive duration gap management strategy. Thus, three profiles are distinguished :

— Central portfolio : The ratio $\frac{RC}{PM}$, hereafter referred to as *ratio*, is defined as the average observed market value. Thus, the RC level corresponds to 4% of the mathematical provision (PM).

— RC-rich portfolio : The ratio is defined as the maximum observed market value. Thus, RC corresponds to 6% of the PM.

— RC-poor portfolio : The ratio is defined as the minimum observed market value. Thus, the RC level corresponds to 2% of the PM.

Locking the asset-liability duration Gap

Methodology

The objective is to minimize the duration gap across all projection periods up to the horizon T by adjusting two levers :

— **Adjustment of Assets (A_t)** : Selling or purchasing bonds to modify the duration of the asset portfolio.

— **Adjustment of Liabilities (r_t^{servi})** : Modifying the credited rate to influence policyholder surrender behavior, thereby affecting the duration of liabilities.

The problem can be formulated as follows :

$$\min_{A_t, r_t^{\text{servi}}} |\Delta D_t|$$

with the following constraints :

— $\forall\, i, \forall\, t\; A_t^i \leq trso_t$ where A_t^i represents the action of buying ($A_t^i > 0$) or selling ($A_t^i < 0$) the bond i at time t, and $trso_t$ is the liquidity available at time t

— $r^{\text{contrat,min}} \leq r_t^{\text{servi}}$ where $r^{\text{contrat,min}}$ is the contractually guaranteed minimum rate

In the implementation of the algorithm, the insurer first acts on the duration of its assets, such as through purchases and sales of bonds, before addressing the duration of its liabilities, which involves mechanisms such as policyholder retention or surrender incentives. This hierarchy is based on the idea that the insurer has more direct and responsive control over its asset portfolio management than over its liabilities. In fact, adjusting served rate policies, while possible, does not always yield the expected behavior of policyholders, making the results uncertain. Thus, the insurer initially prioritizes optimizing the asset portfolio to meet the set objectives. If this proves insufficient, adjustments are then made to liabilities, such as modifying credited rates. However, the effects of these liability adjustments do not manifest immediately and may take several periods to fully materialize. The difference in timelines and effectiveness of the intervention justify the order in which these two levers are utilized.

Results perspective

Although this strategy appears promising, most of this report focuses on exploring the hedging strategy through derivative products, due to its crucial importance in financial risk management and its proven effectiveness in this area. The initial and central idea of the project was to leverage derivatives as the primary risk management tool. The approach to managing the duration gap emerged later as a complement to the main strategy.

For this first strategy, the work was carried out up to the implementation stage, but certain technical limitations, particularly related to coding, hindered a complete implementation. Furthermore, due to time constraints at the end of the internship and the lack of access to the Forvis Mazars ALM tool after this period, it was not possible to finalize the implementation and associated simulations.

However, the methodology and modeling developed provide a solid foundation for future work. These could deepen the analyses, complete the simulations, and provide a critical view of the results obtained, while exploring subsequent steps for optimizing and validating the implemented strategies.

Interest rate risk hedging using interest rate caps

An interest rate cap strategy with a maturity of $T = 5$ years and a strike of $K = 1\%$ was implemented for the euro portfolio, projecting cash flows over a 30-year horizon. The cap premium is 2 750 000 € and is deducted from equity. This covers a nominal amount of $N = 37\ 485\ 200$ €, representing the maximum estimated exposure during the coverage period.

The payoffs generated by the cap are allocated to the financial products prior to reallocation and then redistributed through the profit-sharing algorithm. This limits dynamic surrenders by serving a more advantageous rate. As a result, dynamic surrenders decrease significantly during the coverage years (the first 5 years) and also in the subsequent few years (up to $t = 8$). After this period, the surrenders return to their normal trend as a result of the absence of additional flows to continue serving an attractive rate. This "beneficial delay" in the increase in surrenders even

after the end of coverage is directly related to the way the dynamic surrender law is modeled, based on ACPR recommendations [1]. This law considers not only the competitive rate but also the previously served rate, hence the memory effect.

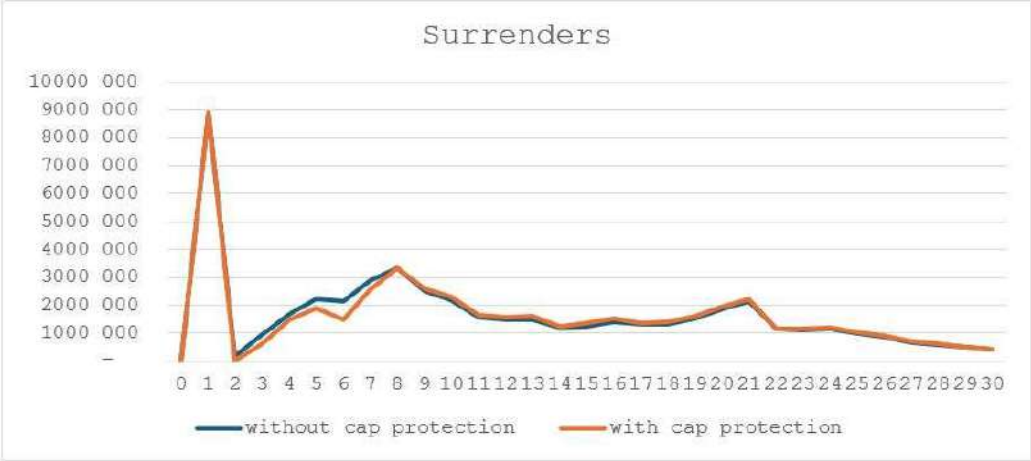

FIGURE 4 – Comparison of surrender levels in €

The cost of the cap is charged to the insurer's own funds, reflecting its purely hedging purpose and non-speculative nature. This approach ensures that the derivative product is integrated as a risk management measure. Despite a decrease in coverage effects at the end of the projection, the gap between equity in the scenario with coverage and without coverage remains relatively small (215 000 €). Although the deduction of the cap premium at $t = 0$ reduces initial own funds, this loss is offset over the projection by the additional net income generated by the cap payoffs. At the end of the projection, a significant gap is observed between own funds level in the scenarios with and without the cap :

$$\Delta FP_{30} := FP_{30}^{\text{without\_cap}} - FP_{30}^{\text{with\_cap}} = 215\ 000\,€$$

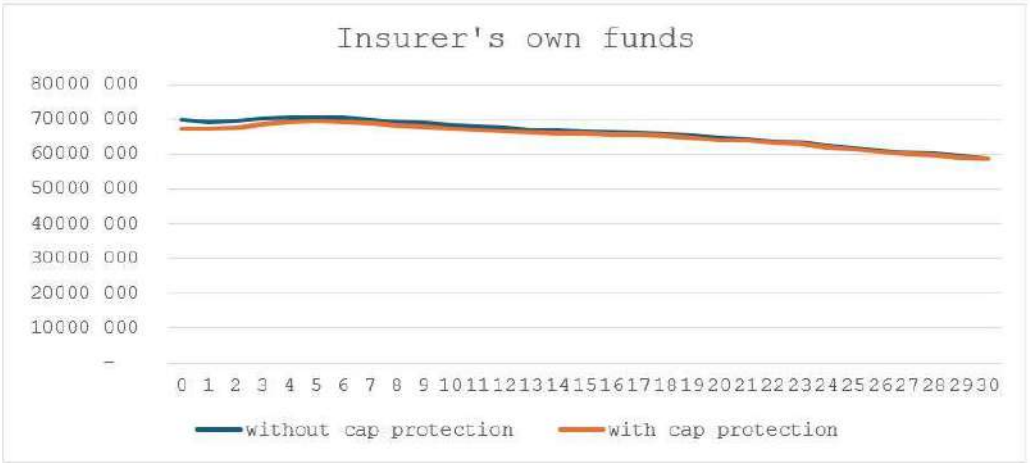

FIGURE 5 – Comparison of insurer's own funds evolution in €

Starting from an initial deficit of approximately 2.75 million €(cap premium), the reduction in this gap is mainly due to the mitigation of losses by limiting dynamic surrenders. This also improves net income upon collection by reducing losses during periods of rising rates.

The net income gain, discounted at $t = 0$, is given by :

$$\text{gain\_cap} := \sum_{k=1}^{30} (1 + r(0,k)) \cdot \Delta Res_k \tag{2}$$

where :

— $\Delta Res_k = \text{net\_income}^{with\_cap} - \text{net\_income}^{without\_cap}$

— $r(0,k)$ is the OAT rate for maturity k at the projection start date

FIGURE 6 – Comparison of net income in €

In conclusion :

$$\boxed{\text{cap\_gain} = 1\ 956\ 632\,€}$$

Which, compared to the instrument's premium at $t = 0$, yields :

$$\boxed{\frac{\text{gain\_cap}}{\text{prime\_cap}} = \frac{1\ 956\ 632}{2\ 750\ 000}} = 71.7\%$$

Thus, the cap is 71.7% effective.

Regarding IFRS 17 indicators, the results illustrate the positive impact of introducing a cap hedge on the portfolio's key indicators. The BEL decreases significantly (-1.98%) due to the hedge, as it significantly reduces surrenders over the entire time horizon, with a particularly marked effect during the coverage years and its vicinity, up to $t = 8$. This reduction is explained, as previously discussed, by the stabilization of financial flows induced by the hedge, which diminishes policyholders' incentives for premature surrenders. Such dynamics improve liability

management and strengthen the portfolio's resilience to economic fluctuations.

Furthermore, the hedging contributes to an overall improvement in the IFRS 17 indicators of the portfolio, assessed at a specific point in time and accounting for both initial recognition and transition. The BEL decreases significantly, reflecting enhanced liability management driven by the stabilization of cash flows and a reduction in surrenders. This dynamic positively impacts the net result, leading to an increase in the CSM. However, this increase is less pronounced compared to the BEL, primarily due to the use of an exogenous ratio for calculating the transition CSM under the MRA framework.

	Relative Variation Post-Hedge
BEL	-1.98%
CSM	0.17%

TABLE 10 – Comparison of the relative evolution of the BEL and the CSM after cap hedging

Conclusion

The results confirmed the effectiveness of the cap management strategy, particularly in limiting dynamic surrenders, a central issue for insurers. Furthermore, this strategy demonstrated a positive impact on key indicators, such as the IFRS 17 BEL, highlighting the relevance of caps in risk management during periods of rising interest rates. Notably, the primary improvement lies in the significant reduction of dynamic surrenders through the payoffs generated by the hedging mechanism. Additionally, the ratio between the cap premium and the resulting payoff demonstrated a satisfactory level of efficiency, further reinforcing the economic relevance of this solution. These findings open promising avenues, such as extending coverage beyond the medium term (five years) or exploring a broader range of cap maturities, thereby introducing a new degree of freedom to the optimization process.

Moreover, the duration gap locking strategy demonstrated its robustness through a rigorous methodology and detailed modeling that accounted for the impact of assets and liabilities on the gap. Further research could deepen the analysis of potential imbalances and incorporate computational constraints to enhance the applicability of the proposed solutions.

Remerciements

Je remercie les associés de Forvis Mazars Actuariat, Alexandre GUCHET, Grégory BOUTIER et Alice THOU, pour m'avoir permis de réaliser ce mémoire au sein de leur cabinet.

Je remercie également mes encadrants en entreprise, Sory Ibrahima KABA, Eléna LE DOZE et Mouna EL MOHANI, pour leur accompagnement tout au long de cette expérience. Par extension, je tiens à remercier toute l'équipe d'actuariat du cabinet pour son accueil.

Je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance à mon tuteur académique, M. Pierre Picard, pour sa disponibilité, ses conseils avisés et la clarté de ses retours, qui m'ont véritablement aidé à structurer et approfondir ma réflexion.

Enfin, je remercie chaleureusement Mme. Caroline Hillairet, responsable de la formation Actuariat, pour son soutien durant la période de stage, la qualité de son enseignement, ainsi que pour les nombreuses opportunités offertes tout au long de la formation.

Table des matières

Note de synthèse **1**

Synthesis Note **8**

1 Cadre de travail et contexte **20**
1.1 Assurance Vie 20
1.2 Risque de taux 23
1.3 Remontée des taux et incidence sur les organismes d'assurance Vie 24
1.4 Travaux antérieurs, positionnement et problématique 26
1.5 Construction de portefeuilles fictifs 27
1.5.1 Distinction par composition Euro/UC 27
1.5.2 Distinction par niveau de réserve de capitalisation (RC) 29
1.5.3 Affectation de la variation de la RC entre différents profils au poste *Monétaire* de l'actif 30
1.5.4 Perspectives de distinction par PPE 31

2 Norme comptable IFRS 17 : notions clés et implémentation **32**
2.1 Introduction 32
2.2 Regroupement de contrats 32
2.3 Le passif selon IFRS 17 33
2.4 Modèle VFA (Variable Fee Approach) 34
2.5 Hypothèses et implémentation 35
2.5.1 Courbe d'actualisation 35
2.5.2 Calcul du BEL 36
2.5.3 Analyse de variations 36
2.5.4 Gestion de la transition 38

3 Outil ALM et GSE **40**
3.1 Outil ALM Forvis Mazars 40
3.2 Première phase de l'action du management 41
3.3 Deuxième phase de l'action du managament 41
3.3.1 Modélisation de l'actif 42
3.3.2 Modélisation du passif 42
3.3.3 Modélisation du portefeuille des contrats 44
3.4 Modélisation des éléments biométriques et comportementaux 45

3.4.1 Décès . . . 45
3.4.2 Rachats structurels . . . 45
3.4.3 Rachats dynamiques . . . 46
3.4.4 Taux de revalorisation cible . . . 47
3.5 Générateur de scénarios économiques . . . 48
3.5.1 Modèle de taux . . . 50
3.5.2 Modèle des actions et de l'immobilier . . . 52
3.5.3 Tests de martingalité . . . 52

4 Gestion de l'écart de duration actif-passif 56
4.1 Définitions . . . 56
4.2 Ecart de duration . . . 60
4.3 Approximations et hypothèses . . . 60
4.4 Gestion de l'écart de duration : Actif . . . 61
4.5 Gestion de l'écart de duration : Passif . . . 62
4.6 Formulation du problème d'optimisation . . . 62
4.7 Algorithme d'optimisation pour un scénario donné . . . 63
4.8 Implémentation opérationnelle . . . 64
4.9 Perspectives de résultats et conclusion . . . 66

5 Couverture par produits dérivés de taux 67
5.1 Notions de taux . . . 67
5.2 Principal instrument de couverture : le cap . . . 71
5.2.1 Présentation et motivation . . . 71
5.2.2 Évaluation par changement de numéraire . . . 71
5.2.3 Choix du sous-jacent . . . 73
5.3 Cadre réglementaire pour l'utilisation des produits dérivés en assurance . . . 73
5.4 Détermination du nominal de l'instrument . . . 73
5.4.1 Première approche . . . 73
5.4.2 Deuxième approche . . . 74
5.4.3 Troisième approche (approche retenue) . . . 78
5.5 Evaluation du prix du cap . . . 79
5.5.1 Modèle de Black . . . 79
5.5.2 Volatilités implicites . . . 79
5.5.3 Prix du cap : Impact comptable et financier . . . 81
5.6 Stratégie de couverture . . . 82
5.6.1 Fixation de la maturité du cap . . . 82
5.6.2 Choix du cap optimal . . . 83
5.6.3 Mise en place de la stratégie . . . 84
5.7 Etude de l'efficacité de la couverture et de l'impact sur les indicateurs IFRS 17 . . . 91
5.7.1 Présentation . . . 91
5.7.2 Résultats observés . . . 92
5.7.3 Analyse des résultats . . . 94
5.7.4 Indicateurs IFRS 17 . . . 96

5.8 Conclusion 97

Bibliographie **99**

Annexes **100**

A Méthodes numériques **101**

Chapitre 1

Cadre de travail et contexte

1.1 Assurance Vie

L'assurance Vie est la branche d'assurance traitant des aléas liés à la durée de vie humaine. Elle garantit le versement d'un capital ou d'une rente aux assurés ou à des bénéficiaires désignés dans le contrat, en contrepartie de versements de primes uniques ou périodiques. Les contrats d'assurance Vie offrent ainsi trois types de garanties :

— La garantie en cas de vie : où une indemnisation (capital ou rente) est versée au terme du contrat, permettant ainsi à l'assuré de constituer une épargne, notamment en vue de sa retraite, tout en bénéficiant d'avantages fiscaux selon un échéancier de retrait défini contractuellement.

— La garantie en cas de décès : destinée à protéger la famille et les proches de l'assuré en versant un capital ou une rente aux bénéficiaires désignés en cas de décès avant le terme du contrat. Il s'agit également d'un outil efficace pour organiser la transmission patrimoniale dans un cadre fiscal avantageux.

— La garantie mixte (vie/décès) : combinant les deux garanties précédentes, elle prévoit le versement d'un capital ou d'une rente soit à l'échéance au bénéfice de l'assuré s'il est en vie, soit aux bénéficiaires désignés si le décès survient avant cette échéance.

Par ailleurs, on distingue principalement deux catégories de contrats d'épargne :

— Les contrats en euros : qui offrent, à échéance, le versement d'une somme garantie assortie d'éventuelles participations aux bénéfices techniques et financiers.

— Les contrats en unités de compte (UC) : qui ne garantissent pas un capital fixe mais un nombre déterminé de parts d'actifs diversifiés (actions, SCPI, SICAV, etc.), faisant varier la valeur finale selon les fluctuations des marchés financiers.

Ce mémoire se concentre spécifiquement sur le contrat d'**Epargne Individuelle (Euro/UC)**. Bien que souscrit individuellement, la gestion financière et technique du contrat est assurée collectivement par l'assureur, qui mutualise ainsi certains risques et frais au sein de son portefeuille d'assurés partageant des caractéristiques homogènes telles que l'âge, la durée d'épargne prévue et le profil d'investissement.

En 2023, selon un rapport publié par France Assureurs [3], les cotisations sont en augmentation par rapport à l'année d'avant, et atteignent 152,4 milliards d'euros. Comme en 2022, 40% de ces cotisations concernent les placements en unités de compte. Ces derniers sont à l'origine d'une collecte nette globale (cotisations - prestations) légèrement positive sur l'année qui s'établit à 1,3 milliard d'euros. Le total des prestations a augmenté de 14,3% par rapport à l'année 2022, atteignant ainsi 151,1 milliards d'euros. En effet, la collecte nette sur les supports en unités de compte a été fortement positive (+30,2 milliards d'euros) et fortement négative pour les supports euros (-28,9 milliards d'euros).

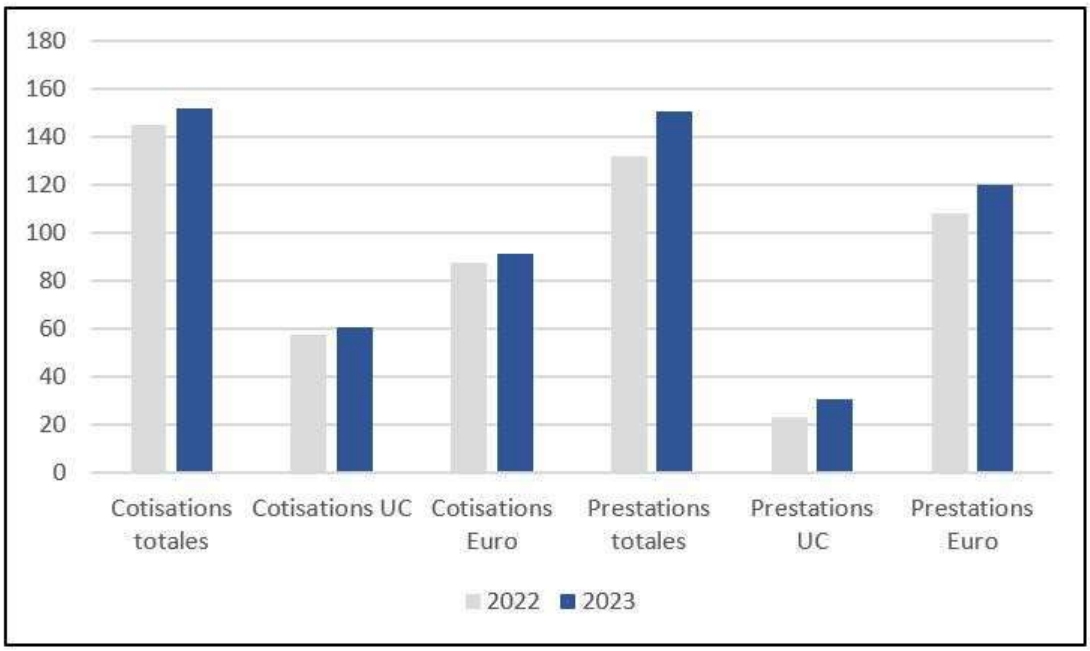

FIGURE 1.1 – Evolution des cotisations et prestations en assurance Vie entre 2022 et 2023 en Mds €

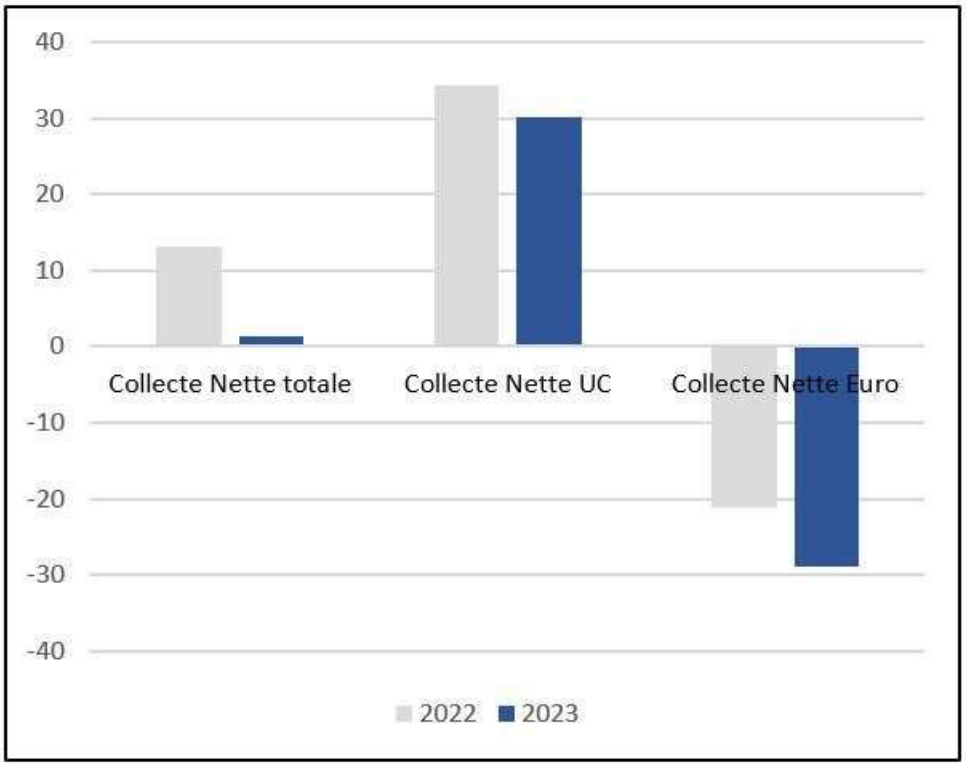

FIGURE 1.2 – Evolution de la collecte nette entre 2022 et 2023 en Mds €

Le montant des provisions mathématiques, qui représentent les engagements futurs des assureurs vis-à-vis des assurés, atteint 1848,4 milliards d'euros au 31 décembre 2023, en augmentation de +3,2% sur un an. Les provisions en unités de compte ont particulièrement augmenté de +13,9 % pour atteindre 531,6 milliards d'euros, représentant désormais 29 % de l'ensemble des provisions mathématiques, contre 26 % à la fin de 2022. À la même date, la provision pour participation aux bénéfices s'établit à 60,3 milliards d'euros, en baisse de 10,3 % par rapport à la fin de 2022. Enfin, les encours totaux de l'assurance vie (provisions mathématiques et participation aux bénéfices) atteignent 1908,7 milliards d'euros, en hausse de +2,7 % sur l'année.

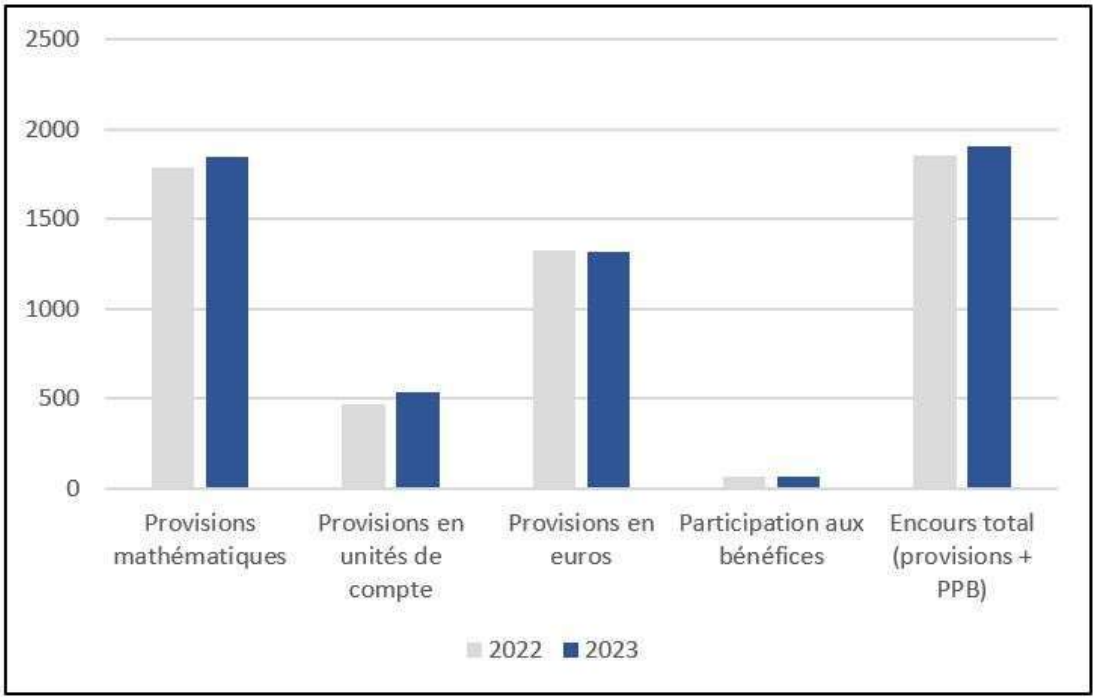

FIGURE 1.3 – Evolution des cotisations et prestations en assurance Vie entre 2022 et 2023 en Mds €

Selon un article apparu sur l'Argus de l'Assurance [11] en septembre 2024, **l'encours se rapproche de la barre symbolique des 2000 milliards d'euro et atteint 1970 milliards d'euros en août 2024**, toujours selon les chiffres communiqués par France Assureurs.

Étant donné l'ampleur significative des montants en jeu, il apparaît essentiel de renforcer les portefeuilles d'investissement en adoptant une approche prudente et rigoureuse. La gestion des risques doit être placée au cœur de la gestion actif-passif, afin d'anticiper et de mitiger les éventuelles fluctuations du marché dues aux taux. Ainsi, la mise en œuvre d'une politique de diversification robuste, ainsi que l'utilisation d'instruments de couverture appropriés, permettront de limiter l'exposition aux risques financiers tout en assurant la pérennité des rendements à long terme. Une telle démarche est indispensable pour préserver l'équilibre entre la sécurité des actifs et la recherche de performance dans un environnement économique incertain.

1.2 Risque de taux

Les taux d'intérêt représentent le rendement d'un placement d'une unité de devise sur une période donnée. D'un côté, ce taux mesure la préférence des individus pour le présent par rapport à la consommation immédiate. D'un autre côté, il reflète la politique monétaire de la Banque Centrale. Cette dernière contrôle le niveau des taux courts : elle peut baisser ses taux d'intérêt pour encourager le crédit et donc stimuler la croissance, comme elle peut augmenter les taux d'intérêt pour freiner l'inflation, éventuellement au détriment de la croissance. Depuis le premier

trimestre de l'année 2022, la grande majorité des économies mondiales s'est retrouvée dans le deuxième cas de figure.

Le risque de taux, en assurance comme en banque, se concrétise par la variation de la valeur d'un élément du bilan, actif comme passif, suite à une fluctuation des taux d'intérêt en jeu. Il existe en effet plusieurs taux d'intérêt : taux sur la dette publique, taux de marché interbancaire, taux sur le monétaire, etc. Afin de gérer ce risque, les acteurs du marché mettent en place une gestion actif-passif. Parmi les stratégies de cette gestion, on retrouve d'abord l'adossement du passif par un actif de même maturité. Un tel adossement permet une évolution similaire des flux actif-passif. Mais il arrive néanmoins que le passif soit retiré avant maturité, et avec une quantité supérieure à ce qui a été anticipé par la banque ou l'assureur. C'est le cas respectivement dans le cas d'un bank-run et de rachats conjoncturels des contrats d'épargne Vie. Dans ce cas, l'organisme est contraint de vendre la partie de l'actif adossée au passif racheté en encaissant la moins-value (rarement des plus-values, étant donné que dans ces cas, l'économie entière et les marchés évoluent dans des conditions défavorables). Pour cette raison, l'organisme se doit de se couvrir par d'autres moyens, notamment par des produits dérivés. Par ailleurs, la bonne modélisation du comportement des clients est un enjeu majeur qui permet de limiter l'exposition au risque de taux.

1.3 Remontée des taux et incidence sur les organismes d'assurance Vie

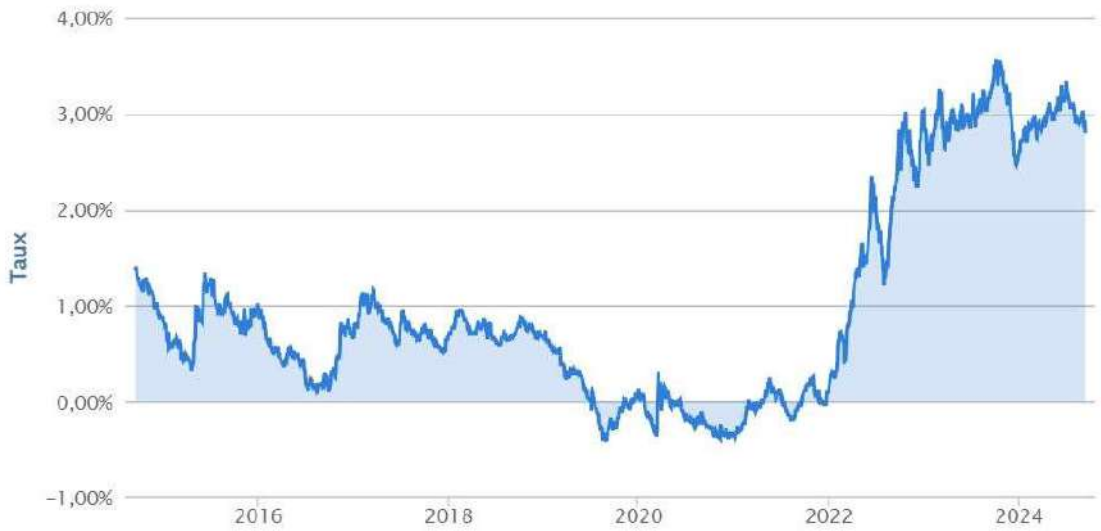

FIGURE 1.4 – Rendement des OAT 10 ans entre 2014 et 2024, *source : MeilleurTaux.com*

En 2022, la remontée rapide des taux d'intérêt a fondamentalement bouleversé le secteur de l'assurance Vie, en particulier pour les assureurs spécialisés dans les produits d'épargne. Cette hausse des taux a été principalement motivée par les efforts de la Banque Centrale Européenne

(BCE) pour juguler l'inflation galopante en augmentant ses taux directeurs de manière significative. Après une longue période de taux bas, voire négatifs, le passage à des niveaux de +300 points de base a créé un choc dans la gestion actif-passif (ALM) des assureurs. Cet environnement inédit a soulevé des défis majeurs liés à la rentabilité et à la solvabilité des compagnies d'assurance.

En général, pour financer les garanties offertes par un contrat en assurance épargne en euros par exemple, l'assureur place les primes collectées principalement dans des produits à taux fixe, en particulier des obligations. Par conséquent, une large partie de son portefeuille est sensible aux variations de taux, qui influent sur la valeur de marché de ces instruments. Afin de maximiser ses rendements, l'assureur diversifie ses investissements dans d'autres classes d'actifs, ce qui le confronte à de nouveaux risques de marché. Il est important de noter que cette diversification, bien qu'elle permette de réduire la dépendance directe aux fluctuations des taux d'intérêt, augmente paradoxalement l'exposition globale à ce risque. En diminuant la part des obligations alignées sur ses engagements, un décalage se crée entre des passifs pleinement exposés aux variations de taux et des actifs devenant moins sensibles. L'assureur se retrouve alors vulnérable au risque de taux, en raison de l'incertitude liée aux rachats des contrats du passif, tout en étant tenu de garantir une valeur de rachat à tout moment.

La hausse des taux d'intérêt a donc constitué un tournant majeur pour les assureurs, ouvrant certes à terme la possibilité d'améliorer la rentabilité de leurs portefeuilles obligataires grâce à l'acquisition de nouvelles obligations à rendement plus élevé. Cependant, cette transition présente des défis importants à court terme. En effet, les anciennes obligations à faible rendement, acquises durant les périodes de taux bas, continuent de grever la performance globale des portefeuilles d'actifs détenus par les assureurs. Ces obligations, acquises antérieurement à des périodes où les taux étaient bas, sont désormais moins attractives puisque leur rendement est inférieur à celui offert par les nouvelles obligations émises sur le marché. Cela entraîne mécaniquement une diminution de la valorisation des actifs, ce qui peut accentuer le besoin en capital. Dans le secteur assurantiel européen, ce besoin est notamment mesuré dans le cadre du référentiel Solvabilité 2, bien qu'il ne constitue pas le cœur du présent travail. Dans ce cadre, le besoin en capital s'exprime à travers le capital de solvabilité requis (SCR) du sous-module marché, et une dévalorisation des actifs peut entraîner une baisse des fonds propres éligibles ($FP_{\text{eligibles}}$). Cette diminution impacte directement le ratio de solvabilité $\frac{FP_{\text{eligibles}}}{SCR}$, un indicateur clé qui mesure la capacité d'un assureur à couvrir les risques auxquels il est exposé (risques de marché, de crédit, d'assurance, etc.). Ainsi, une baisse de ce ratio implique une fragilisation de la situation financière des assureurs.

Du côté du passif, qui représente les engagements de l'assureur envers les assurés, les provisions mathématiques voient leur valeur actualisée diminuer en raison de la hausse des taux, car elles sont actualisées à un taux plus élevé. Cependant, un risque majeur apparaît : celui des rachats massifs. En effet, avec des alternatives plus attractives sur le marché (comme le Livret A ou d'autres produits financiers à rendement supérieur), de nombreux assurés peuvent être incités à racheter leurs contrats d'assurance vie, surtout ceux souscrits avec des taux garantis faibles dans l'ancien environnement de taux bas. Ce phénomène, amplifié par la concurrence accrue sur les marchés financiers, accentue le risque de liquidité pour les assureurs, qui doivent répondre à

ces rachats en libérant des liquidités. Cela peut forcer les assureurs à vendre des actifs à perte pour honorer ces rachats, ce qui dégraderait encore davantage leur situation financière.

Dans ce nouveau contexte, la cartographie des risques permettant de comprendre les enjeux auxquels les assureurs doivent faire face peut être résumée ainsi :

- Risque de marché : Baisse de la valeur des actifs obligataires avec des moins-values latentes importantes
- Risque de liquidité : Accroissement des rachats dynamiques, poussant les assureurs à vendre des actifs à perte pour honorer les demandes des assurés
- Risque de crédit : Avec la montée des taux, certains emprunteurs (notamment les entreprises) pourraient rencontrer des difficultés à honorer leurs obligations, augmentant ainsi le risque de défaut dans le cas où l'assureur détient des obligations corporate
- Risque de duration : Conséquence du risque de rachats, dû à un désalignement entre la duration des passifs et celle des actifs, et qui traduit la vulnérabilité des assureurs face à des variations de taux d'intérêt plus marquées

1.4 Travaux antérieurs, positionnement et problématique

Ce mémoire s'inscrit dans la continuité des efforts menés par l'équipe Actuariat du cabinet Forvis Mazars afin de cerner les répercussions d'un changement d'environnement de taux aussi brutal que celui ayant eu lieu en 2022 et de proposer des stratégies permettant d'y faire face afin de garantir la rentabilité et la solvabilité des organismes d'assurance. Ces efforts se traduisent notamment dans le mémoire réalisé par mon encadrante Mouna EL MOHANI, qui porte sur l'optimisation des politiques commerciales et des stratégies d'investissement dans un contexte de remontée de taux [10]. Ledit mémoire explore différentes approches pour minimiser les pertes liées aux mouvements haussiers des taux, que nous résumons dans les points suivants.

Augmentation de la part des fonds en euros par rapport aux unités de compte (UC)

- La hausse des taux améliore l'attractivité des fonds en euros grâce à des rendements obligataires supérieurs
- Une réorientation trop forte vers les fonds en euros réduit néanmoins la valeur actuelle des profits futurs (PVFP) des UC
- Cette stratégie réduit les exigences en capital réglementaire (SCR marché), améliorant ainsi le ratio de solvabilité

Reprise dynamique de la provision pour participation aux excédents (PPE)

- Stratégie d'utilisation flexible de la PPE pour maintenir des rendements compétitifs face au marché
- Nécessite une gestion prudente pour éviter un épuisement rapide de la PPE
- L'analyse de sensibilité montre que l'efficacité dépend fortement du niveau initial de PPE disponible

Mobilisation de la réserve de capitalisation (RC)

- Vente des anciennes obligations à faible rendement au profit de nouvelles obligations plus rémunératrices
- La réserve de capitalisation absorbe les moins-values réalisées à la vente, permettant d'améliorer la performance
- Une utilisation intensive améliore rapidement les résultats financiers mais diminue les fonds propres éligibles ; une approche modérée préserve davantage les fonds propres à moyen terme

Modification de l'allocation d'actifs

- Augmentation de la proportion d'obligations par rapport aux actions, profitant ainsi des rendements obligataires plus élevés et réduisant l'exposition au risque
- Cette stratégie améliore la PVFP globale et augmente le ratio de solvabilité grâce à une baisse du SCR marché

Les travaux présentés dans le mémoire de El Mohani [10] ont permis de démontrer l'efficacité de diverses stratégies d'investissement et de politiques commerciales. Dans cette perspective, le présent mémoire poursuit cette approche en explorant des solutions de pilotage interne, comme **l'ajustement de la cible de l'écart de duration**, tout en se concentrant sur une stratégie externe inspirée des pratiques de gestion du risque de taux dans le secteur bancaire, à savoir **la couverture par des produits dérivés de taux** afin de couvrir l'ensemble des risques exposés dans la cartographie à la fin de la section (1.3). L'étude se veut également complémentaire par rapport à [10] en proposant d'évaluer les impacts non pas sur les indicateurs Solvabilité 2, mais plutôt sur les indicateurs IFRS 17, notamment la marge de service contractuelle (CSM).

1.5 Construction de portefeuilles fictifs

Pour tester les stratégies et leur efficacité tout en restant fidèle aux réalités du marché et aux diverses situations rencontrées par les assureurs, les portefeuilles fictifs utilisés dans cette étude sont distingués selon deux critères principaux : leur composition en euros et en unités de compte (UC), ainsi que leur niveau de réserve de capitalisation (RC), défini ci-après (cf section (1.5.2)). La combinaison de ces deux critères permet de refléter les différents profils d'assureurs, constituant ainsi une base représentative pour l'analyse des performances dans le cadre de cette étude.

1.5.1 Distinction par composition Euro/UC

La distinction entre les portefeuilles repose d'abord sur la nature des contrats qui les composent. Deux types de portefeuilles sont ainsi considérés :

- Un portefeuille mixte combinant des contrats exclusivement en euros, ainsi que de contrats muti-support Euro-UC

Indice	Groupe de contrats	Indicateur stock / NB	Année de souscription	Ancienneté en année	TMG (en %)	Taux d'affectation de PB (en %)	Nb de police	PM euro	Age moyen	% UC	PM UC
1	Mono-Support	NB	2024	1	2,50%	85%	1 755	26 000 000	65	0,00%	0
2	Mono-Support	stock	2012	12	1,25%	85%	2 194	40 000 000	55	0,00%	0
3	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2014	10	0,00%	85%	2 302	59 818 182	50	18,54%	13 611 111
4	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2015	9	0,00%	85%	2 281	52 340 909	48	28,06%	20 416 667
5	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2017	7	0,00%	85%	2 260	44 863 636	47	37,76%	27 222 222
6	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2018	6	0,00%	85%	2 260	44 863 636	45	37,76%	27 222 222
7	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2019	5	0,00%	85%	2 239	37 386 364	42	47,65%	34 027 778
8	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2020	4	0,00%	85%	2 239	37 386 364	40	47,65%	34 027 778
9	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2021	3	0,00%	85%	2 218	59 909 091	35	40,53%	40 833 333
10	Multi-Support€>0_UC>0	stock	2021	3	0,00%	85%	2 197	52 431 818	33	47,61%	47 638 889

TABLE 1.1 – Portefeuille mixte : modèles Point du passif

Passif		**Actif VNC**		
Éléments	**Montant**	**Éléments**	**Montant**	**Allocation**
Fonds propres	70 000 000	Obligations	417 637 500	73,79%
PM	455 000 000	Actions	120 470 000	21,29%
PPE	22 750 000	Immobilier	13 921 250	2,46%
RC	18 200 000	Monétaire	13 921 250	2,46%
Total	**565 950 000**	**Total**	**565 950 000**	**100,00%**

TABLE 1.2 – Portefeuille mixte central : bilan

— Un portefeuille en euros dépourvu de PPE (cf section 1.5.4 pour la définition) et de RC est utilisé afin d'isoler l'impact de la stratégie de gestion par produits dérivés (chapitre 5). Cette approche permet d'éliminer l'influence de la PPE et de la RC sur les résultats, assurant ainsi une évaluation précise de l'effet de cette stratégie

Indice	Groupe de contrats	Indicateur stock / NB	Année de souscription	Ancienneté en année	TMG (en %)	Taux d'affectation de PB (en %)	Nb de police	PM euro	Age moyen	% UC	PM UC
1	Mono-Support	NB	2024	1	2,50%	85%	1 755	26 000 000	65	0,00%	0
2	Mono-Support	stock	2012	12	1,25%	85%	2 194	40 000 000	55	0,00%	0

TABLE 1.3 – Portefeuille euro : modèles Point du passif

Passif		**Actif VNC**		
Éléments	**Montant**	**Éléments**	**Montant**	**Allocation**
Fonds propres	70 000 000	Obligations	136 000 000	72,17%
PM	118 431 818	Actions	22 000 000	11,68%
PPE	0	Immobilier	15 064 326	7,99%
RC	0	Monétaire	15 367 492	8,16%
Total	**188 431 818**	**Total**	**188 431 818**	**100,00%**

TABLE 1.4 – Portefeuille euro central : bilan

1.5.2 Distinction par niveau de réserve de capitalisation (RC)

Définition

La réserve de capitalisation (RC) est une provision technique définie par le Code des Assurances, visant à gérer les plus-values réalisées lors de la cession d'actifs financiers, principalement obligataires. Elle permet aux assureurs de constituer une réserve destinée à compenser d'éventuelles moins-values futures, notamment en cas de fluctuations des taux d'intérêt ou de baisse de la valeur des actifs. La RC contribue ainsi à la stabilité des résultats financiers de l'assureur, tout en assurant une gestion prudente des engagements envers les assurés. Sa constitution et son utilisation sont strictement encadrées par les articles du Code des assurances, notamment pour garantir la solvabilité et la résilience des entreprises d'assurance.

Distinction des profils des assureurs par niveau de RC

Dans le cadre de notre étude, en particulier pour la stratégie de verrouillage de l'écart de duration, la capacité de l'assureur à mobiliser des ressources pour effectuer le rolling du portefeuille et ajuster sa duration est cruciale. Une hausse brutale des taux d'intérêt entraîne deux impacts majeurs : d'une part, l'inertie du portefeuille, qui limite sa réactivité face à l'évolution des marchés, et d'autre part, la diminution de la valeur de marché des obligations en portefeuille.

Idéalement, l'assureur devrait remplacer les obligations à faible rendement et en moins-value par de nouvelles obligations offrant des rendements supérieurs. Cependant, cette stratégie de réinvestissement dépend fortement du niveau de réserve de capitalisation (RC) dont dispose l'assureur. Ainsi, et en nous basant sur le portefeuille mix Euro-UC, dont le passif est donné dans le tableau (1.1), on distingue les profils des assureurs par leur niveau de RC selon les niveaux suivants :

— Portefeuille central : Le ratio $\frac{RC}{PM}$, appelé simplement dans la suite de la section par *ratio*, est défini comme la valeur moyenne observée sur le marché [10]. Ainsi, le niveau de RC correspond à 4% de la provision mathématique (PM)

Passif		**Actif VNC**		
Éléments	**Montant**	**Éléments**	**Montant**	**Allocation**
Fonds propres	70 000 000	Obligations	417 637 500	73,79%
PM	455 000 000	Actions	120 470 000	21,29%
PPE	22 750 000	Immobilier	13 921 250	2,46%
RC	18 200 000	Monétaire	13 921 250	2,46%
Total	**565 950 000**	**Total**	**565 950 000**	**100,00%**

TABLE 1.5 – Portefeuille mixte central : bilan

— Portefeuille riche en RC : Le ratio est défini comme la valeur maximale observée sur le marché [10]. Ainsi, le RC correspond à 6% de la PM

Passif		Actif VNC		
Éléments	**Montant**	**Éléments**	**Montant**	**Allocation**
Fonds propres	70 000 000	Obligations	417 637 500	72,63%
PM	455 000 000	Actions	120 470 000	20,95%
PPE	22 750 000	Immobilier	13 921 250	2,42%
RC	27 300 000	Monétaire	23 021 250	4,00%
Total	**575 050 000**	**Total**	**575 050 000**	**100,00%**

TABLE 1.6 – Portefeuille mixte riche en RC : bilan

— Portefeuille pauvre en RC : Le ratio est défini comme la valeur minimale observée sur le marché [10]. Ainsi, le niveau de RC correspond à 2% de la PM

Passif		Actif VNC		
Éléments	**Montant**	**Éléments**	**Montant**	**Allocation**
Fonds propres	70 000 000	Obligations	417 637 500	75,00%
PM	455 000 000	Actions	120 470 000	21,63%
PPE	22 750 000	Immobilier	13 921 250	2,50%
RC	9 100 000	Monétaire	4 821 250	0,87%
Total	**556 850 000**	**Total**	**556 850 000**	**100,00%**

TABLE 1.7 – Portefeuille mixte pauvre en RC : bilan

1.5.3 Affectation de la variation de la RC entre différents profils au poste *Monétaire* de l'actif

Afin d'évaluer avec précision l'impact de la réserve de capitalisation (RC) sur la capacité de rolling en cas de hausse des taux, sur la limitation des rachats et, *in fine*, sur l'amélioration des résultats de l'assureur, les éléments du passif (fonds propres, provisions mathématiques et provisions pour participation aux excédents) sont fixés pour les trois profils définis (central, riche et pauvre en RC). Seul le niveau de la RC varie, et cette variation doit être reflétée dans l'actif du bilan. Il reste à savoir lequel des quatre postes est le plus pertinent pour cette allocation.

Le choix a été fait par exclusion. En effet, la réserve de capitalisation (RC) est en partie constituée de plus-values latentes sur les obligations, qui augmentent en période de baisse des taux d'intérêt. Cependant, lors d'une hausse des taux, ces plus-values se transforment en moins-values, réduisant ainsi la RC et exposant l'assureur à des pertes latentes. Dès lors, il n'est pas judicieux d'allouer le surplus de RC par rapport au profil pauvre à la poche obligataire, afin d'éviter une concentration excessive sur des obligations, dont la valeur pourrait continuer à se déprécier dans un tel environnement.

De plus, allouer cette variation au poste Actions pose également des problématiques. D'une part, il existe une corrélation entre la valeur des actions et les taux d'intérêt, que l'EIOPA estime à $\rho := 0,5$ dans la formule standard pour le calcul du SCR [8]. D'autre part, conserver une réserve destinée à effectuer un lissage intertemporel sous la forme d'actifs aussi volatils que des actions semble peu pertinent.

L'immobilier, en raison de son caractère intrinsèquement illiquide, a naturellement été écarté. Par conséquent, le surplus de RC a été alloué au poste Monétaire. Cela reste également justifié par la faible quantité de ce surplus par rapport au profil faible en RC, relativement aux provisions mathématiques : 2% et 4% respectivement pour le profil central et le profil riche.

Une idée intéressante, qui pourrait être explorée dans de futurs travaux, serait d'utiliser ce surplus pour investir dans des produits dérivés de taux, en conformité avec l'encadrement réglementaire de l'usage de produits dérivés en assurance (cf. section 5.3). Cela permettrait d'évaluer en parallèle l'impact combiné des deux stratégies développées dans ce mémoire.

1.5.4 Perspectives de distinction par PPE

Définition

La provision pour participation aux excédents (PPE) est une réserve constituée par les assureurs pour stocker une part des bénéfices réalisés, en vue de les redistribuer ultérieurement aux assurés sous forme de participation aux bénéfices. Elle joue un rôle essentiel dans la gestion des contrats en euros, permettant de lisser les rendements sur plusieurs années.

Distinction par niveau de PPE

Comme mentionné dans le mémoire de EL MOHANI [10], une distinction des profils des assureurs peut également être établie en fonction du niveau de la PPE. En effet, cette dernière peut jouer un rôle dans la modification du taux servi dans les contrats avec une composante Euro, contribuant ainsi à la fidélisation des assurés ou au contraire, à leur incitation aux rachats, dans le but d'atteindre l'objectif de verrouillage de l'écart de duration, conformément aux objectifs de la stratégie comme définis dans la section (4.5)).

Cependant, la présentation des portefeuilles ci-dessus a été revue *a posteriori*, en ne conservant que les éléments ayant été testés, à savoir les niveaux de RC utilisés pour influencer la duration de l'actif. En effet, le niveau de RC intervient en amont de l'influence sur la duration du passif, comme expliqué dans la section relative à la mise en place de l'algorithme de gestion de duration (cf. (4.7)). Étant donné que cette partie n'a pas été développée jusqu'à obtention de résultats définitifs (cf. section(4.9)), seuls les portefeuilles tels qu'ils ont été testés ont été présentés dans ce chapitre.

Chapitre 2

Norme comptable IFRS 17 : notions clés et implémentation

2.1 Introduction

Entrée en vigueur le 1er janvier 2023, la norme IFRS 17 est la nouvelle norme comptable qui vient remplacer IFRS 4 pour l'évaluation des passifs des compagnies d'assurance. L'objectif de la norme est de standardiser la comptabilisation des contrats d'assurance pour garantir une plus grande transparence et comparabilité des états financiers des compagnies d'assurance. Elle vise à fournir une représentation plus cohérente et fidèle des obligations et des performances financières des assureurs, en alignant mieux les pratiques comptables avec les autres normes IFRS. En conséquence, elle renforce la compréhension des informations financières par les investisseurs et les parties prenantes, et contribue à une meilleure prise de décision économique.

Afin de mettre en œuvre cette nouvelle norme, les entités concernées doivent suivre le processus suivant :

1. Regrouper leurs contrats selon des critères définis
2. Réaliser une première évaluation du passif du groupe constitué. Il s'agit de la **comptabilisation initiale**
3. Réévaluer le passif à chaque fin d'année et constituer le compte de résultat. Il s'agit de la **comptabilisation ultérieure**

2.2 Regroupement de contrats

Dans le cadre de la norme IFRS 17, les groupes de contrats d'assurance représentent la maille de base pour le calcul des passifs d'assurance. Ces groupes sont ensuite agrégés pour la présentation des états financiers. Les critères permettant de regrouper les contrats d'assurance sont les suivants :

— Les contrats d'un même groupe doivent présenter des risques similaires et être gérés ensemble.

— Les contrats doivent être regroupés en cohortes générationnelles distinctes pour éviter la dilution des résultats entre différentes périodes, favorisant ainsi la transparence des informations. Cependant, ce critère a été assoupli pour les contrats d'épargne afin de préserver la mutualisation intergénérationnelle.

— Les contrats doivent être classés selon trois niveaux de profitabilité, décidés lors de la comptabilisation initiale :
  - Contrats identifiés comme déficitaires (onéreux) dès la comptabilisation initiale
  - Contrats avec une faible probabilité de devenir déficitaire dans le futur
  - Contrats profitables

2.3 Le passif selon IFRS 17

Le passif se construit selon la norme IFRS 17 comme dans la figure suivante :

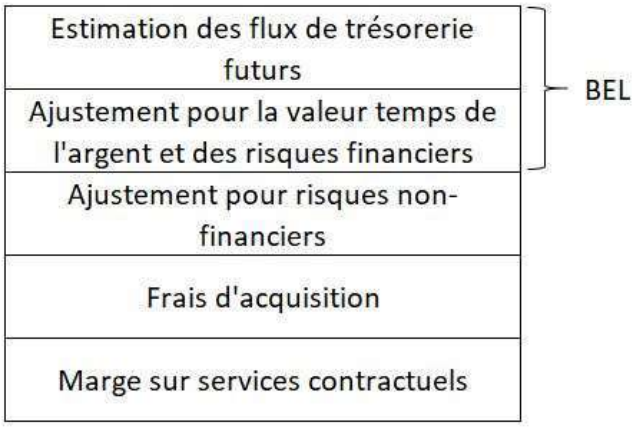

FIGURE 2.1 – Aperçu du passif IFRS 17 lors de la comptabilisation initiale

— L'estimation des flux de trésorerie futurs représente la valeur actualisée, ajustée en fonction des probabilités, des flux financiers futurs entrants et sortants sur l'ensemble de la période de couverture du groupe. Cette évaluation prend en compte toutes les informations disponibles. L'actualisation sert à refléter non seulement la valeur temps de l'argent, mais aussi les risques financiers, tels que le risque de crédit et de liquidité, à condition qu'ils ne soient pas déjà pris en compte dans l'estimation des flux de trésorerie futurs. D'ailleurs, la sélection de la courbe d'actualisation est laissée au choix de l'assureur. Deux approches sont proposées :
  - L'approche *Top-Down* qui consiste à partir d'une courbe de rendement d'un portefeuille composé d'actifs de référence. Celle-ci est ensuite ajustée afin d'exclure les éléments non liés aux risques spécifiques au groupe de contrats, tels que le risque de défaut des actifs de référence
  - L'approche *Bottom-Up* qui consiste à construire la courbe d'actualisation en prenant comme base une courbe de taux sans risque, à laquelle une prime d'illiquidité est ajoutée. Cette méthode s'approche de celle adoptée sous Solvabilité 2

— L'ajustement pour la valeur temps de l'argent et des risques financiers, dite également TVOG (Time Value of Options and Guarantees), représente la valeur des asymétries d'ajustement pour la valeur et non-linéarités associées aux options et garanties financières intégrées dans les contrats d'assurance. Elle reflète l'impact de l'incertitude et du passage du temps sur ces éléments, tels que les garanties de taux minimum, les options de rachat ou les mécanismes de participation aux bénéfices.

— Les frais d'acquisition sont les dépenses engagées par l'assureur pour l'acquisition du groupe de contrats, telles que les frais administratifs, les coûts liés à la publicité, les commissions de courtage, etc.

— L'ajustement pour risque non-financiers, dit RA (*Risk Adjustment*) reflète l'indemnité que l'entité exige pour la prise en charge de l'incertitude entourant le montant et l'échéancier des flux de trésorerie qui est engendrée par le risque non-financier. C'est une mesure de l'appétence au risque de l'entité.

— La marge de service contractuelle, dite CSM (*Contractual Service Margin*), est un élément clé dans la norme. Elle représente un stock pour les profits futurs. L'entité ne peut comptabiliser la CSM qu'au fur et à mesure que le service d'assurance est fourni. Elle est amortie dans les résultats tout au long de la période de couverture. Ainsi, l'évaluation de la CSM pose un véritable défi pour les compagnies d'assurance, puisqu'elle impacte directement le compte de résultat annuel. Son amortissement est réalisé en unités de couvertures, mesurées en nombre de contrats, provisions mathématiques, etc. La CSM ne peut être négative : en cas de contrat onéreux, un élément de perte (LC : *Loss Component*) est constitué et reconnu en résultat.

2.4 Modèle VFA (Variable Fee Approach)

La norme prévoit que les contrats à participation directe, dont font partie les contrats d'épargne, soient évalués selon le modèle VFA. En effet, un contrat d'épargne mono-support en euros par exemple garantit à l'assuré la préservation du capital grâce à un taux annuel garanti (TMG) en plus d'une participation aux bénéfices d'au moins 85%. La norme stipule ainsi qu'une part significative de la variation de la juste valeur des actifs sous-jacents devra être redistribuée aux assurés. L'assureur, quant à lui, conservera une portion de cette variation en tant que rémunération, appelée *Variable Fee*. Cette dernière est prise en compte dans le calcul du stock de profits puisque par définition, elle renvoie à la portion des rendements des actifs sous-jacents qui n'est pas reversée aux assurés. Elle est d'abord incluse, avec d'autres éléments de profit, dans le stock de profit CSM. Ce dernier est ensuite réparti dans les résultats en fonction du service fourni par l'assureur au cours de l'exercice. Ainsi, les profits liés aux placements financiers ne sont pas reconnus immédiatement dans les résultats, leur reconnaissance étant liée à la progression des services rendus.

En effet, à la date de clôture, l'entité doit réévaluer ses estimations du BEL et de la RA pour chaque groupe existant et calculer leurs variations sur l'exercice. Ces variations peuvent être attribuées soit à des changements dans les hypothèses utilisées pour estimer les flux futurs, soit à l'écoulement du temps. Comme une année s'est écoulée depuis la dernière évaluation, il

est nécessaire d'actualiser les hypothèses en fonction de l'expérience passée. De plus, une année de flux a été écoulée, et les flux futurs se rapprochent de la nouvelle date d'évaluation, ce qui réduit leur valeur temporelle. La norme stipule que les variations liées à l'écoulement du temps soient directement comptabilisées dans les résultats, tandis que celles résultant de modifications d'hypothèses intègrent le stock de profit CSM, car elles affectent directement le volume des services d'assurance rendus. Cela inclut les ajustements concernant les risques techniques ou non-financiers, ainsi que les risques financiers lorsqu'il existe des garanties d'assurance financières (par exemple, un taux minimum garanti), car un changement d'hypothèse impacte la valeur de ces garanties. En revanche, en l'absence de garanties financières, les variations liées aux risques financiers sont directement inscrites dans les résultats. Le graphe suivant résume comment la *Variable Fee* à la date t intègre la CSM après calcul des variations du BEL et du RA :

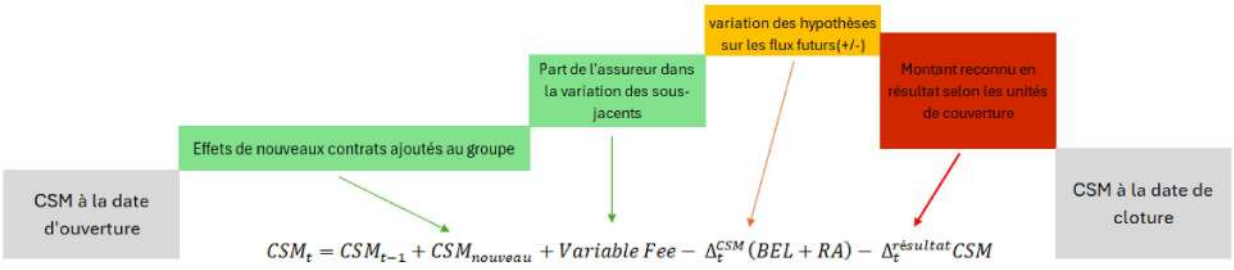

FIGURE 2.2 – Calcul de la CSM et dégagement de la *Variable Fee*, source : [5]

Avec :

— $\Delta_t^{CSM}(BEL + RA)$ la variation des flux et du RA due aux changement d'hypothèses à la date t par rapport à la date $t-1$

— $\Delta_t^{rsultat} CSM$ la part de la CSM à la date $t-1$ comptabilisée en résultat à la date t

2.5 Hypothèses et implémentation

2.5.1 Courbe d'actualisation

La courbe d'actualisation retenue dans cette étude est la courbe EIOPA, identique à celle utilisée dans le cadre prudentiel de Solvabilité 2. Ce choix résulte d'une réflexion approfondie, appuyée par des échanges avec plusieurs consultants du cabinet, visant à garantir une cohérence méthodologique tout en optimisant la gestion du temps consacré à cette partie de l'analyse.

En effet, la construction d'une courbe de taux spécifique à IFRS 17 dépend étroitement de la nature du portefeuille. Or, notre étude s'appuie sur plusieurs portefeuilles fictifs, rendant l'élaboration d'une courbe distincte pour chacun d'entre eux complexe. De plus, la dimension IFRS 17, bien que présente dans le mémoire, n'occupe pas une position centrale. Il est donc apparu plus opportun de limiter l'investissement de ressources sur cet aspect, afin de pouvoir se focaliser sur le cœur du mémoire, à savoir l'évaluation des stratégies de gestion du risque de taux envisagées.

Par ailleurs, la courbe EIOPA est construite selon une approche comparable à une méthode de type « bottom-up », qui part d'une courbe de taux sans risque et ajoute progressivement des ajustements pour refléter les particularités réglementaires et de marché. Cette similarité avec les méthodes proposées pour IFRS 17 garantit une certaine cohérence conceptuelle, sans nécessiter la mise en place d'un dispositif plus élaboré et spécifique à la norme comptable.

2.5.2 Calcul du BEL

Le *Best Estimate of Liabilities* au titre de la couverture restante est calculé en déterministe comme en stochastique dans le modèle ALM.

$$BEL_{det} = \sum_{k=1}^{30} \delta_k^{scnario\_eq\_certain} \times F_k^{scnario\_eq\_certain} \tag{2.1}$$

où :

— $\delta_k^{scnario\_eq\_certain}$ est le facteur d'actualisation en l'année k du scénario équivalent certain

— $F_k^{scnario\_eq\_certain}$ est le flux de trésorerie en l'année k du scénario équivalent certain (moyen)

$$\begin{aligned} BEL_{sto} &= \mathbb{E}_t^Q \left[\sum_{k=1}^{30} \delta_k \times F_k \right] \\ &\approx \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} \sum_{k=1}^{30} \delta_k^i \times F_k^i \end{aligned} \tag{2.2}$$

où :

— δ_k^i est le facteur d'actualisation en l'année k du i^{me} scénario

— F_k^i est le flux de trésorerie en l'année k du i^{me} scénario

Les flux de trésorerie incluent :

— Les primes futurs en cas de possibilité de versements libres

— Les prestations de rachats et et décès

— Les frais d'acquisition, de placements financiers, d'administration et de gestion des sinistres

2.5.3 Analyse de variations

La TVOG correspond à la différence entre une évaluation stochastique complète et une évaluation déterministe. Elle est réévaluée régulièrement pour refléter les variations des marchés financiers ou des comportements des assurés. En assurant une prise en compte économique précise des obligations, la TVOG influence directement la profitabilité et la transparence des contrats d'assurance.

$$TVOG = BEL_{sto} - BEL_{det} \tag{2.3}$$

Le relâchement de la TVOG et sa réévaluation sont deux choses différentes : la première se base sur le fait que les risques financiers diminuent avec le temps, la deuxième sur les services

futurs liés à une évolution des risques financiers. La norme n'est pas précise quand il s'agit de décider quelle contrepartie comptable est concernée par le relâchement.

Les articles IFRS.41 et IFRS.42 de la norme indiquent que toutes les variations de la TVOG sont comptabilisées dans le résultat financier, sauf celles qui impactent la CSM. Précisément :

Article 41 : L'entité doit comptabiliser dans les produits et charges suivants les variations décrites ci-après de la valeur comptable du passif au titre de la couverture restante :

i) Produits des activités d'assurance - la diminution du passif au titre de la couverture restante en raison des services fournis au cours de la période, évaluée selon les paragraphes B120 à B124

ii) Charges afférentes aux activités d'assurance - les pertes sur les groupes de contrats déficitaires et les reprises de telles pertes

iii) **Produits financiers ou charges financières d'assurance - l'effet de la valeur temps de l'argent du risque financier, comme spécifié au paragraphe 87**

Article 42 : L'entité doit comptabiliser dans les produits et charges suivants les variations décrites ci-après de la valeur comptable du passif au titre des sinistres survenus :

i) Charges afférentes aux activités d'assurance - l'augmentation du passif en raison des sinistres survenus et des charges engagées au cours de la période, à l'exclusion des composants investissements

ii) Charges afférentes aux activités d'assurance - les variations ultérieures des flux de trésorerie d'exécution relatifs aux sinistres survenus et aux charges engagées

iii) **Produits financiers ou charges financières d'assurance - l'effet de la valeur temps de l'argent du risque financier, comme spécifié au paragraphe 87**

L'article IFRS.87 rappelle la définition des produits financiers ou charges financières d'assurance :

Article 87 : Les produits financiers ou charges financières d'assurance sont constitués de la variation de la valeur comptable du groupe de contrats d'assurance qui découle de ce qui suit :

i) l'effet de la valeur temps de l'argent et des ses variations

ii) l'effet du risque financier et ses variations

iii) exception faite, dans le cas de groupes de contrats d'assurance avec participation directe, des variations qui entraîneraient un ajustement de la marge sur service contractuels, si ce n'était de l'application des paragraphes 45(b)(ii), 45(b)(iii), 45(c)(ii) ou 45(c)(iii). Ces variations sont incluses dans les charges afférentes aux activités d'assurance.

L'analyse effectuée dans [7] conduit à conclure qu'il existe deux approches possibles pour la comptabilisation du relâchement de la TVOG, soit en CSM soit en P&L financier ou même P&L technique. Toujours en s'inspirant de [7], et dans un souci de simplicité, le relâchement prévu durant l'année sera estimé à partir de la différence entre la moyenne des flux de l'année suivante calculés en stochastique et les flux du scénario central.

L'analyse de variation est réalisée grâce aux sorties extraites de chaque jeu de simulation. Il existe trois contreparties comptables qui sont impactées lors d'une analyse de variation sur le BEL comme sur la TVOG :

— CSM

— P&L technique

— P&L financier, ou OCI si option

	BEL	**TVOG**
CSM	Effet de l'ajout des primes, écart d'expérience sur les exercices futurs, impact de la mise à jour des hypothèses techniques	Effet de l'ajout de primes reçus durant l'exercice, réévaluation de la TVOG
P&L technique	Prestation et frais prévus	
P&L financier (ou OCI si option)	Capitalisation, impact de la mise à jour des hypothèses financières, impact de la mise à jour des hypothèses d'actualisation	Capitalisation, relâchement de la TVOG

TABLE 2.1 – Contreparties comptables concernées par l'analyse de variations (AoM)

A noter que dans le cadre de notre étude, l'option OCI est désactivée. En fait, l'objectif principal de l'étude est d'évaluer l'impact direct des stratégies de gestion des taux sur les résultats financiers. L'utilisation de l'option OCI, qui permet de comptabiliser les variations de valeur des actifs financiers directement dans les capitaux propres, risque de diluer ou de masquer les effets réels des stratégies sur le compte de résultat. Par conséquent, en ne recourant pas à l'option OCI, il devient possible de :

— Observer directement l'impact des variations de taux d'intérêt sur les résultats nets

— Analyser de manière plus transparente la performance des stratégies mises en œuvre

2.5.4 Gestion de la transition

Les portefeuilles considérés peuvent inclure des contrats déjà existants (stock) ainsi que des nouveaux contrats (*new business* (NB)). Contrairement à Solvabilité 2, IFRS 17 ne fonctionne pas en mode « run-off » ; il est donc nécessaire de prendre en compte, dès l'entrée en vigueur de la norme, les contrats nouvellement souscrits après cette date.

Dans le cadre de la transition vers IFRS 17, plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour estimer la CSM à la date de première application. Parmi ces approches, la *Modified Retrospective Approach* (MRA) est souvent retenue lorsqu'il est difficile, voire impossible, de reconstituer de manière pleinement rétrospective l'historique et les hypothèses nécessaires pour appliquer la méthode rétrospective complète. La MRA offre un compromis entre la simplicité de l'approche dite « prospective » et l'exhaustivité de la méthode totalement rétrospective, en imposant toutefois certaines approximations et raccourcis méthodologiques.

Concrètement, la MRA permet de reconstruire, de façon partiellement rétrospective, la CSM à la date de transition à partir des données disponibles, tout en respectant le cadre global d'IFRS 17. Cette approche a fait l'objet de travaux de recherche et d'implémentation, notamment au sein du cabinet par Dusseaux [6], dont les travaux ont inspiré la mise en place opérationnelle utilisée dans cette étude. Les ajustements apportés aux hypothèses et aux paramètres de la MRA reflètent les spécificités de notre échantillon de contrats et du contexte d'analyse. Ainsi, la MRA constitue un outil pratique pour parvenir à une estimation raisonnable de la CSM, s'intégrant de manière cohérente dans l'approche méthodologique globale retenue dans ce travail.

La CSM est alors estimée en appliquant un ratio, calculé à partir du BEL, en prenant la moyenne de deux portefeuilles de deux clients du cabinet ayant des caractéristiques similaires à celles du portefeuille d'épargne centrale décrit dans la section (1.5). Pour des raisons de confidentialité, ces deux clients sont désignés comme « client 1 » et « client 2 ». Cette approche permet d'obtenir une estimation cohérente et opérationnelle de la CSM, adaptée aux spécificités de l'échantillon de contrats considérés.

	Client 1	**Client 2**	**Retenu (moyenne)**
Ratio CSM Transition	2%	13%	8%

TABLE 2.2 – Ratio CSM de transition

Chapitre 3

Outil ALM et GSE

Ce chapitre présente l'outil ALM utilisé dans les projections ainsi que les différents modèles de facteurs de risque utilisés dans le générateur de scénarios économiques.

3.1 Outil ALM Forvis Mazars

Le fonctionnement de l'outil ALM Forvis Mazars utilisé dans la projection des flux peut être résumé par le schéma suivant :

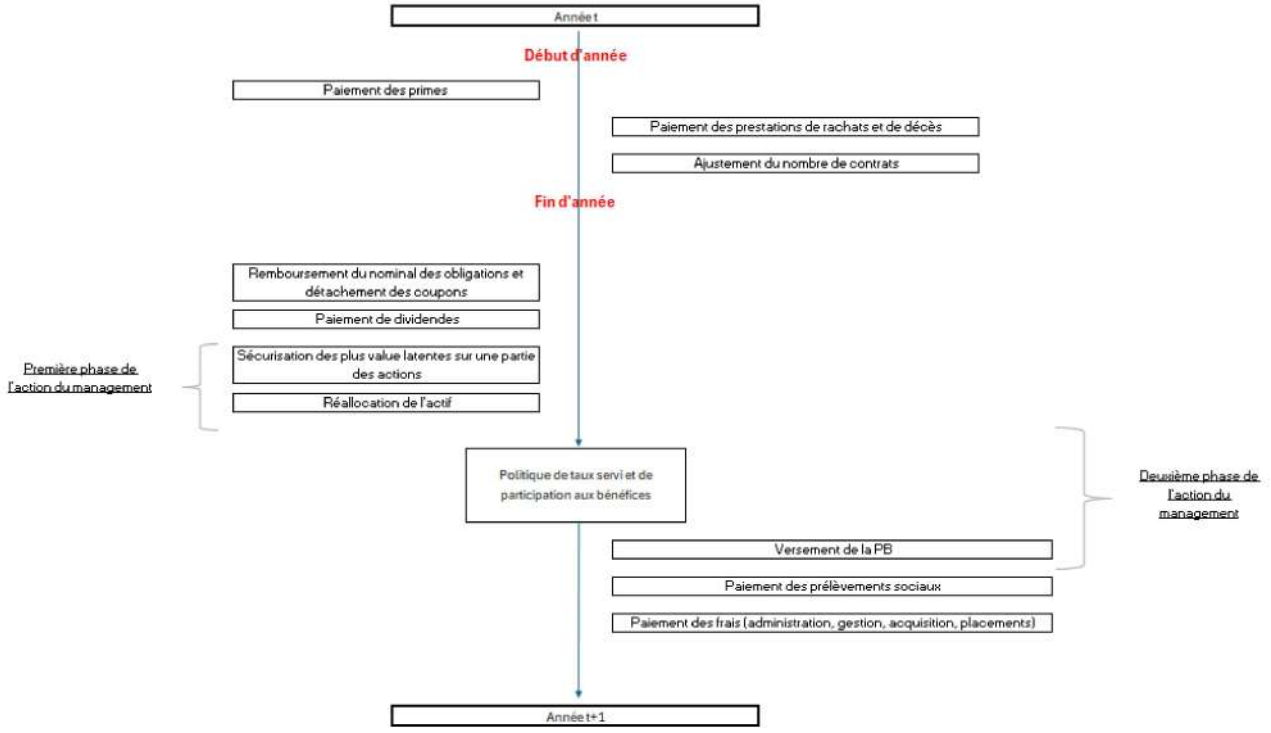

FIGURE 3.1 – Etapes du modèle ALM

3.2 Première phase de l'action du management

Après que le portefeuille d'actifs ait subi les effets du vieillissement (comme l'encaissement des coupons, le remboursement des obligations arrivant à échéance, et la fluctuation de la valeur de marché en fonction des conditions économiques) et qu'une partie des plus-values latentes a été sécurisée, la composition initiale des actifs s'éloigne de l'allocation cible de l'entité. Lors de cette seconde étape, l'organisme ajuste son portefeuille afin de se réaligner sur son allocation cible, en procédant à l'achat ou à la vente de certains actifs. Cette réallocation est expliquée dans la section (3.3.1)

3.3 Deuxième phase de l'action du managament

L'objectif de l'organisme en matière de revalorisation est d'atteindre le taux le plus élevé entre le taux contractuel de revalorisation (incluant le TMG et le taux de participation aux bénéfices contractuels) et celui de la concurrence.

La première étape consiste à garantir le minimum de revalorisation prévu par le contrat. Pour ce faire, et si les revenus financiers générés par les actifs représentant les engagements de l'assureur envers les assurés n'y suffisent pas, des mesures supplémentaires sont mises en place pour combler ce déficit. L'organisme mobilise ses ressources alors selon l'ordre suivant :

— Réalisation des plus-values latentes sur les actions

— Renoncement à toute ou partie de la marge de l'assureur, i.e. des revenus financiers générés par les actifs en représentation des fonds propres et de la réserve de capitalisation.

— Réalisation de pertes sur fonds propres

Dans un second temps, si l'assureur n'a pas eu besoin de réduire ses marges pour atteindre le minimum contractuel, il cherchera à atteindre le taux cible de revalorisation en utilisant les ressources disponibles dans l'ordre suivant :

— Utilisation de 15% de la provision pour participation aux excédents (PPE) à l'ouverture

— Utilisation de jusqu'à 85% des produits financiers, part assurés

Si l'organisme cherche encore à atteindre le taux cible de revalorisation, alors les actions suivantes sont effectuées :

— Utilisation de la provision pour participation aux excédents (PPE) sans dépasser 85% de son montant initial

— Mobilisation des produits financiers, part assurés restants (soit les 15% restants des produits financiers)

— Réalisation de plus-values latentes additionnelles sur les actions

Si, malgré ces actions, l'organisme n'atteint toujours pas le taux concurrent, des rachats conjoncturels sont activés l'année suivante. Ces rachats dépendent de l'écart entre le taux servi et celui de la concurrence.

Dans le cas où, lors de la première étape, l'organisme a dû renoncer à une partie de ses marges pour satisfaire la revalorisation contractuelle minimale, alors la seconde étape ne s'applique pas. Seule une reprise de 15% de la provision pour excédents d'ouverture (PEE) est alors distribuée aux assurés. Dans ce scénario, des rachats conjoncturels peuvent également être déclenchés.

Pour plus de détails concernant la politique des taux servis, le lecteur peut se référer au chapitre 2 du mémoire réalisé par Alia ZOUINE [12].

3.3.1 Modélisation de l'actif

Pour modéliser les actifs d'un organisme d'assurance hypothétique, le portefeuille est supposé se composer de quatre classes d'actifs : actions, obligations, immobilier et instruments monétaires, chaque catégorie étant représentée à l'aide d'un modèle simplifié. Ces classes d'actifs reflètent majoritairement la composition des placements financiers courants des assureurs. Les hypothèses suivantes sont formulées :

- La valeur des actions est synthétisée dans un seul indice boursier
- Les obligations sont des OAT (Obligation Assimilable du Trésor) à taux fixe avec des maturités différentes
- Les placements monétaires sont associés au rendement du taux sans risque
- Le rendement de l'immobilier est modélisé de façon similaire aux rendements des actions

La stratégie d'allocation d'actifs repose sur un principe simple : chaque début d'année, l'assureur ajuste la répartition de son portefeuille pour atteindre une allocation cible, déterminée à l'avance en valeur de marché, et définie comme entrée de l'outil de gestion actif-passif (ALM). Les fractions associées aux différentes classes de l'actif sont :

- α_a^t : pourcentage représentatif des actions à l'instant t
- α_o^t : pourcentage représentatif des obligations à l'instant t
- α_i^t : pourcentage représentatif de l'immobilier à l'instant t
- α_m^t : pourcentage représentatif du monétaire à l'instant t

Ces fractions doivent respecter la contrainte suivante pour tout $t \geq 0$:

$$\alpha_a^t + \alpha_o^t + \alpha_i^t + \alpha_m^t = 1.$$

Dans le cadre de cette étude, il est supposé que les fractions de l'allocation cible demeurent constantes au fil du temps. Par conséquent :

$$\forall t \geq 0 \, \forall j \in \{a, i, o, m\} \, \alpha_j^t = \alpha_j^0$$

Les modèles retenus pour chaque classe de l'actif sont détaillés dans la section (3.5).

3.3.2 Modélisation du passif

Les éléments du passif modélisés sont les fonds propres de la compagnie, la provision pour participation aux excédents, la réserve de capitalisation et les provisions mathématiques. Ces éléments sont passés en entrée du modèle ALM à la date d'arrêté correspondant à la date de début de la projection.

Fonds propres

Les fonds propres (FP) sont alimentés à la clôture de chaque pas de temps par le résultat réalisé durant l'exercice.

$$\text{FP}_{\text{clôture}} = \text{FP}_{\text{ouverture}} + \text{Résultat}_{\text{clôture}} \tag{3.1}$$

Provision pour participation aux excédents

La PPE est une réserve réglementaire constituée par l'assureur à partir d'une fraction des bénéfices techniques et financiers non immédiatement redistribués aux assurés.

Afin d'éviter une accumulation excessive de la provision pour participation aux excédents (PPE) et de respecter la contrainte de redistribution sous huit ans, conformément à l'article A132-16 du Code des assurances, son évolution est modélisée de la manière suivante :

- Chaque année, 15% de la PPE initiale est redistribuée aux assurés, garantissant ainsi un alignement progressif avec l'obligation légale de distribution sous huit ans
- La PPE est mobilisée dans l'algorithme de calcul du taux servi afin d'atteindre l'objectif de revalorisation cible, contribuant ainsi à lisser les rendements et à limiter les effets de volatilité sur les performances des contrats
- Une dotation est effectuée afin de respecter le seuil réglementaire de participation aux bénéfices (PB), en conformité avec l'article A331-3 du Code des assurances. Cet article impose aux assureurs de redistribuer :
  - Au moins 90% du résultat technique du contrat aux assurés
  - Au moins 85% du résultat financier réalisé par les actifs adossés aux provisions mathématiques (PM) et à la PPE

Cette approche permet d'assurer une gestion conforme aux exigences réglementaires tout en maintenant une flexibilité dans l'utilisation de la PPE pour optimiser les rendements servis aux assurés.

Réserve de capitalisation

La réserve de capitalisation est une provision réglementaire que les compagnies d'assurance doivent constituer pour amortir les fluctuations de valeur de leurs placements obligataires. Elle est principalement alimentée par les plus-values réalisées lors de la cession d'obligations, conformément aux dispositions de l'article A343-4 du Code des assurances.

Pour assurer une gestion efficace de cette réserve et respecter la répartition cible des actifs, l'assureur effectue des opérations d'achat et de vente d'obligations tout au long de la période étudiée. Les principes de fonctionnement de la réserve de capitalisation sont les suivants :

- Alimentation de la réserve : Lors de la cession d'obligations, les plus-values réalisées sont affectées à la réserve de capitalisation. Cette pratique permet de constituer une réserve destinée à compenser les moins-values éventuelles futures.

— Utilisation de la réserve : En cas de cession d'obligations générant des moins-values, l'assureur peut puiser dans la réserve de capitalisation pour absorber ces pertes, stabilisant ainsi les résultats financiers de l'entreprise.

— Interdiction de solde négatif : Le montant de la réserve de capitalisation ne peut jamais être négatif. Cette règle garantit que les assureurs maintiennent une gestion prudente de leurs investissements obligataires, en évitant une surexposition aux risques de marché.

Provision mathématique

La PM représente la dette de l'assureur envers ses assurés et correspond à la somme des engagements futurs pris par la compagnie d'assurance au titre des contrats d'épargne ou de retraite. Elle est calculée en actualisant les flux futurs attendus (prestations dues aux assurés et primes à encaisser), conformément aux hypothèses financières et biométriques utilisées dans la tarification des contrats. Elle constitue ainsi l'élément principal du passif des assureurs en assurance Vie.

La provision mathématique (PM) en fin d'année correspond à la PM d'ouverture, diminuée des prestations versées pour les décès, des rachats, des arbitrages sortants dans le cas d'un contrat multi-supports, et augmentée des arbitrages entrants dans ce même cas, des primes nettes et des frais d'acquisition, ajustée par la revalorisation des contrats et d'autres flux selon la formule :

$$\begin{aligned} PM_{\text{clôture}} = PM_{\text{ouverture}} &- \text{Décès} - \text{Rachats} + \text{arbitrages}_{entrant} - \text{arbitrages}_{sortant} \\ &+ \text{Primes} - \text{Chargement d'acquisition} + \text{Revalorisation} \\ &- \text{Chargement sur encours} - \text{Prélèvement Sociaux} \end{aligned} \tag{3.2}$$

3.3.3 Modélisation du portefeuille des contrats

Le modèle prend en entrée le portefeuille de contrats de l'assureur, qui est organisé en différents modèles Points. On en distingue deux catégories : les modèles Points mono-supports et multi-supports. Chaque modèle Point possède plusieurs caractéristiques, notamment :

— Type de contrat (mono-support ou multi-support)

— Année de souscription

— Ancienneté

— Âge moyen des assurés

— Nombre de polices

— Taux de PB contractuel

— Taux Minimum Garanti (TMG) si le contrat contient des supports en euros

— Montant des provisions mathématiques en distinguant bien la proportion allouée aux fonds en euros de celle allouée aux fonds en UC

3.4 Modélisation des éléments biométriques et comportementaux

3.4.1 Décès

La table de mortalité utilisée pour modéliser le taux de décès est la table TF 00-02. Le choix de cette table se justifie par la prudence qu'elle introduit dans les estimations. En effet, la garantie prévue dans le contrat étant accordée en cas de vie et non en cas de décès, l'utilisation de cette table permet d'évaluer la mortalité des assurés de manière prudente. Cela permet de calibrer avec précaution les garanties associées aux contrats (individuels) proposés.

Le graphe suivant représente la probabilité de décès Q_x pour l'âge x ainsi que le nombre de survivants d'âge x L_x en partant d'une population initiale $L_0 = 100000$.

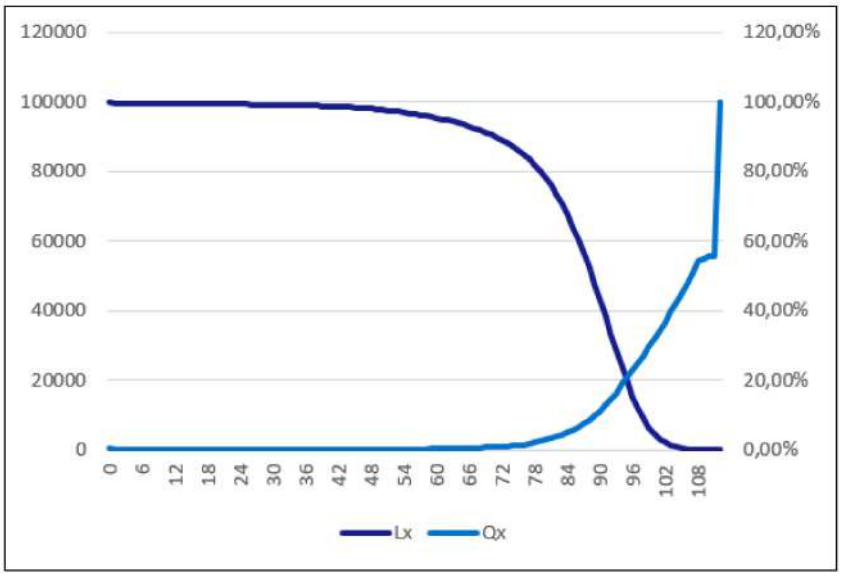

FIGURE 3.2 – Evolution du taux de mortalité

3.4.2 Rachats structurels

La loi de finances pour 2018 [9] a modifié la fiscalité applicable aux retraits des contrats d'assurance Vie, en instaurant le Prélèvement Forfaitaire Unique (PFU) pour les versements effectués après le 27 septembre 2017. Ce PFU, également connu sous le nom de « flat-tax », impose les gains à un taux global de 30%, comprenant un impôt sur le revenu de 12,8% et des prélèvements sociaux de 17,2%. L'un des principaux avantages fiscaux des contrats d'assurance Vie, à savoir l'abattement annuel de 4 600 € (ou 9 200 € pour un couple), reste en vigueur mais uniquement après huit ans de détention, ce qui marque une évolution par rapport aux conditions antérieures. De plus, pour les contrats dont les versements cumulés sont inférieurs à 150 000 €, les gains sont soumis à un taux réduit de 7,5%, tandis que les gains excédant ce seuil sont taxés à 12,8%.

Cependant, afin de simplifier notre étude, et compte tenu du fait que la majorité des contrats des portefeuilles fictifs ont été souscrits avant l'entrée en vigueur de cette réforme, nous conservons une modélisation unique basée sur une fiscalité avantageuse après 8 ans, mais aussi après 4 ans. Cette approche permet d'éviter une complexité excessive dans la simulation.

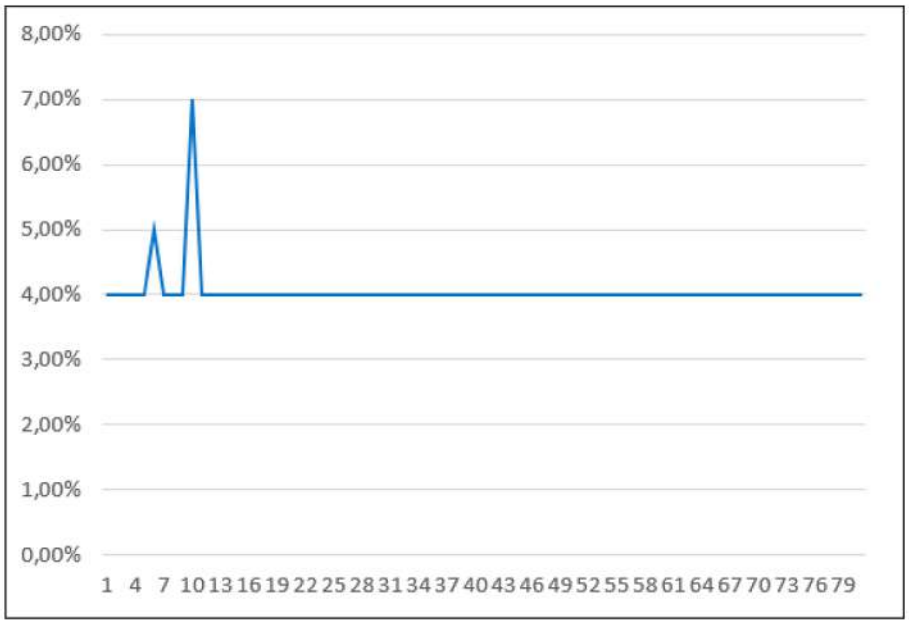

FIGURE 3.3 – Rachats structurels en nombre

3.4.3 Rachats dynamiques

Les rachats conjoncturels, contrairement aux rachats structurels, qui sont plus facilement prévisibles, dépendent fortement des conditions économiques, ce qui complique leur modélisation pour les assureurs. L'absence de données historiques fiables rend la calibration de la loi de rachat conjoncturel particulièrement complexe. Pour pallier cette difficulté, la loi recommandée par l'ACPR [1] est couramment utilisée. Cette méthode s'appuie sur l'analyse de l'écart entre le taux de rendement servi par l'assureur (TS) et le taux de rendement attendu par les assurés (TA). Le taux attendu (TA) est estimé par le taux OAT à 10 ans. La loi de rachat (RC) est alors définie par :

$$RC = \begin{cases} RC_{\max} & \text{si } TS - TA < \alpha \\ RC_{\max} \times \dfrac{TS - TA - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha \leq TS - TA < \beta \\ 0 & \text{si } \beta \leq TS - TA < \gamma \\ RC_{\min} \times \dfrac{TS - TA - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma \leq TS - TA < \delta \\ RC_{\min} & \text{si } \delta \leq TS - TA \end{cases} \tag{3.3}$$

L'ACPR propose la calibration suivante, comportant une borne inférieure et une borne supérieure pour les six paramètres. Nous avons choisi de calibrer la loi de rachat du modèle ALM en affectant à chaque paramètre la valeur moyenne de ces bornes :

Paramètres	Plafond min	**Valeur retenue (moyenne)**	Plafond max
α	-6%	-5%	-4%
β	-2%	-1%	0%
γ	1%	1%	1%
δ	2%	3%	4%
$RC_{\min}$	-6%	-5%	-4%
$RC_{\max}$	20%	30%	40%

TABLE 3.1 – Calibrage de la loi de rachat dynamique

3.4.4 Taux de revalorisation cible

Le taux attendu influence fortement les décisions des assurés concernant la résiliation de leurs contrats. Si le taux proposé par la concurrence dépasse celui de l'assureur, les assurés peuvent être tentés de transférer leurs investissements vers des offres plus attractives. Pour rester compétitives, les compagnies d'assurance adaptent donc leurs taux de revalorisation en fonction de ce taux de référence, qui varie en fonction des informations disponibles pour les assurés. La modélisation de ce taux est complexe en raison de la diversité des acteurs et des produits sur le marché. Cependant, pour simplifier, un taux unique est souvent utilisé pour représenter la concurrence.

L'outil ALM simule cette concurrence en introduisant l'arrivée d'un nouvel assureur qui investit au taux de l'OAT à 10 ans, représentant le taux attendu, noté précédemment TA dans l'équation (3.3). **Ce taux sera désormais appelé « taux concurrent », noté TC_t à l'instant t.** Pendant ce temps, les assureurs existants possèdent des obligations à des rendements anciens. En cas de hausse des taux, ce nouvel entrant peut donc proposer des revalorisations plus attractives.

Pour limiter les résiliations, un assureur peut ajuster son taux de revalorisation afin de répondre aux attentes des assurés. Selon la loi des rachats mentionnée précédemment, les assurés restent satisfaits tant que ce taux reste dans une certaine marge par rapport aux taux concurrents. L'assureur cherche donc à proposer un taux compétitif sans forcément s'aligner complètement sur celui des concurrents, mais en offrant un taux suffisamment attractif pour ses clients. À noter que le comportement des assurés est un sujet complexe à modéliser et ne fait pas l'objet du présent mémoire. Comme cela est souligné dans le mémoire de EL MOHANI [10], ayant utilisé une modélisation identique des rachats dynamiques, les assurés se souviennent du taux servi l'année précédente et comparent le nouveau taux à celui dont ils ont bénéficié. Ainsi, le taux de revalorisation cible, noté TRC, prend en compte à la fois le rendement d'un nouvel entrant et le taux servi l'année précédente. Ce taux est modélisé à l'instant t de la manière suivante :

$$TRC(t) = \max\Big[85\% \cdot TS_{t-1}; \\ TS_{t-1} + \frac{1}{3}\max\left(0; (TC_t - TS_{t-1})\right) + \frac{1}{2}\min\left(0; (TC_t - TS_{t-1})\right)\Big] \tag{3.4}$$

avec :

— TC_t est le taux concurrentiel à l'année t

— TS_{t-1} est le taux servi par l'assureur à l'année $t-1$

Cette formule peut être simplifiée en définissant l'écart entre le taux concurrentiel observé à l'année t et le taux servi par l'assureur l'année précédente, $t-1$: $S_t := TC_t - TS_{t-1}$

$$TRC(t) = \begin{cases} TS_{t-1} + \frac{1}{3}S_t & \text{si } S_t > 0 \\ \max\left[85\% \cdot TS_{t-1}; TS_{t-1} + \frac{1}{2}S_t\right] & \text{si } S_t \leq 0 \end{cases} \tag{3.5}$$

Ou encore :

$$TRC(t) = \begin{cases} TS_{t-1} + \frac{1}{3}S_t & \text{si } S_t > 0 \\ \max\left[85\% \cdot TS_{t-1}; \frac{1}{2}\left(TC_t + TS_{t-1}\right)\right] & \text{si } S_t \leq 0 \end{cases} \tag{3.6}$$

Ce mécanisme fonctionne de la manière suivante :

— Dans le cas où l'écart est positif, l'assureur maintient le taux de l'année précédente en y ajoutant un tiers de l'écart dans l'espoir que ce soit suffisant pour fidéliser les assureurs et de freiner les résiliations dynamiques

— Lorsque l'écart S_t est négatif, l'assureur ajuste son taux en le plaçant légèrement au-dessus de celui du marché, tout en le fixant en dessous du taux de l'année précédente. Cela lui permet lui évite de servir un taux très important tout en limitant les rachats dynamiques, puisque la borne minimale du taux servi est fixée à 85% du taux de l'année précédente.

3.5 Générateur de scénarios économiques

Les générateurs de scénarios économiques (GSE) jouent un rôle crucial dans le secteur de l'assurance Vie, en particulier pour la gestion des risques et la conformité avec les nouvelles directives et normes assurantielles, notamment Solvabilité 2, Ces outils permettent de projeter des scénarios financiers futurs en intégrant des variables économiques telles que les taux d'intérêt, l'inflation, et la volatilité des actifs. Leur objectif principal est d'aider les assureurs à évaluer les provisions techniques, notamment le *Best Estimate* des engagements futurs, et à s'assurer que leur gestion actif-passif est cohérente avec les conditions de marché.

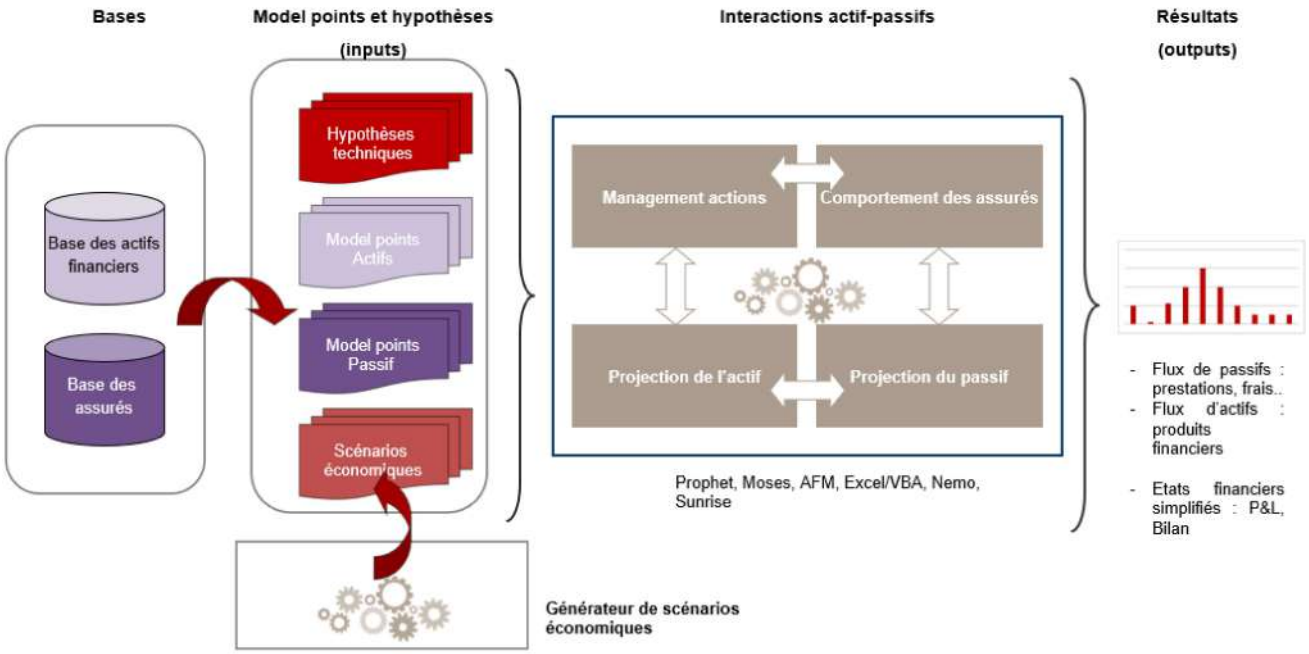

FIGURE 3.4 – Rôle du GSE dans l'architecture générale du modèle ALM

L'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) met en avant plusieurs recommandations pour une utilisation efficace des GSE en assurance vie [2]. Elle insiste notamment sur l'importance d'effectuer un nombre suffisant de simulations (généralement entre 1000 et 3000) pour garantir des résultats fiables et une incertitude limitée dans l'estimation des provisions techniques. Les GSE doivent également être capables de modéliser des situations extrêmes, telles que des crises économiques ou des taux négatifs, observés dans les environnements récents. Un autre aspect fondamental est la validation des scénarios, qui inclut des comparaisons avec les prix de marché réels pour garantir leur cohérence avec la réalité financière.

Les scénarios doivent respecter la courbe des taux sans risque fournie par l'EIOPA à la date de calcul, une référence essentielle pour garantir que les taux utilisés reflètent adéquatement les conditions de marché, tant à court qu'à long terme. Les modèles doivent également garantir l'absence d'opportunités d'arbitrage (AOA), un principe qui interdit toute possibilité de tirer parti de divergences entre les prix projetés et les prix du marché, assurant ainsi une cohérence parfaite avec le marché financier (principe de *market consistency*).

La neutralité au risque est souvent utilisée dans les modèles de Monte-Carlo appliqués aux GSE, car elle permet de calculer des prix d'actifs en lien direct avec des marchés financiers réels tout en réduisant l'impact des biais subjectifs liés à la prime de risque. Dans un tel univers, les actifs rapportent en moyenne le taux sans risque, la seule distinction entre eux étant leur volatilité. Cette hypothèse est basée sur des marchés complets, où tous les risques peuvent être couverts sans arbitrage, ce qui est une condition essentielle pour garantir la validité des scénarios.

Ces principes permettent aux assureurs de simuler les prix des actifs et les flux financiers avec

une grande précision, tout en assurant une cohérence stricte avec les conditions économiques actuelles. La validation des GSE doit tenir compte de ces aspects et inclure des tests statistiques rigoureux pour s'assurer que les scénarios projetés ne s'écartent pas de manière significative des prix observés sur les marchés financiers.

3.5.1 Modèle de taux

Le modèle G2++ est un modèle mathématique utilisé pour modéliser l'évolution des taux d'intérêt à court terme. Il appartient à la famille des modèles à facteurs et est basé sur une dynamique gaussienne. Il s'agit d'une extension du modèle Vasicek, offrant une plus grande flexibilité pour ajuster la courbe des taux observée, tout en conservant des propriétés analytiques utiles. Ainsi, il permet de retrouver la structure à terme des taux d'intérêt observée. De plus, il offre la possibilité de dériver des formules analytiques pour évaluer divers produits financiers liquides, tels que les obligations et les swaptions, qui peuvent être utilisés pour ajuster le modèle. Sous la probabilité risque-neutre $\mathbb{Q}$, la dynamique du modèle G2++ s'exprime de la manière suivante :

$$r_t = x_t + y_t + \phi(t) \quad ; \quad r_0 = r_0 \tag{3.7}$$

où r_t est le taux court, ϕ une fonction déterministe telle que $\phi_0 = r_0$ et $x_t, t \geq 0$ et $y_t, t \geq 0$ sont deux processus ayant pour dynamiques :

$$\begin{aligned} dx_t &= -ax_t dt + \sigma dW_t^1 \quad ; \quad x_0 = 0 \\ dy_t &= -by_t dt + \eta dW_t^2 \quad ; \quad y_0 = 0 \end{aligned}$$

Avec :

— σ, η sont respectivement les volatilités des processus x et y

— a, b sont deux constantes positives qui traduisent la propriété de retour à la moyenne, propre à la famille de processus d'Ornstein-Uhlenbeck dont fait partie ces processus

— W_t^1, W_t^2 sont des mouvements browniens de corrélation instantanée ρ :

$$dW_t^1 \cdot dW_t^2 = \rho dt$$

En intégrant entre t et $s \leq t$, la solution de l'équation (3.7) est donnée par

$$\boxed{r_t = x(s)e^{-a(t-s)} + y(s)e^{-b(t-s)} + \sigma \int_s^t e^{-a(t-u)} dW_u^1 + \eta \int_s^t e^{-b(t-u)} dW_u^2 + \phi(t)} \tag{3.8}$$

D'après [4], conditionnellement à la filtration F_s, engendrée par les processus x et y r_t suit une loi gaussienne d'espérance :

$$E[r_t | F_s] = x(s)e^{-a(t-s)} + y(s)e^{-b(t-s)} + \phi(t) \tag{3.9}$$

et de variance :

$$\text{Var}[\mathrm{r}_t|F_s] = \frac{\sigma^2}{2a}\left(1-e^{-2a(t-s)}\right) + \frac{\eta^2}{2b}\left(1-e^{-2b(t-s)}\right) + 2\rho\frac{\eta\sigma}{a+b}\left(1-e^{-(a+b)(t-s)}\right) \tag{3.10}$$

En particulier :

$$\mu_r := E[r_t|F_0] = \phi(t)$$

$$\sigma_r := \text{Var}[r_t|F_0] = \frac{\sigma^2}{2a}\left(1-e^{-2at}\right) + \frac{\eta^2}{2b}\left(1-e^{-2bt}\right) + 2\rho\frac{\eta\sigma}{a+b}\left(1-e^{-(a+b)t}\right)$$

Le modèle permet ainsi de générer des taux négatifs du fait de cette propriété gaussienne :

$$\mathbb{Q}(r(t)<0) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[\mathbf{1}_{\{r(t)<0\}}] = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left[\mathbf{1}\left\{\frac{r(t)-\mu_T}{\sigma_T} < 0\right\}\right] = \Phi\left(\frac{-\mu_T}{\sigma_T}\right) > 0 \tag{3.11}$$

Avec Φ la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite.

Le prix d'une obligation zéro-coupon de maturité T est défini comme :

$$P(t,T) = \mathbb{E}_t^Q\left(e^{-\int_t^T r_t\,dt}\right) \tag{3.12}$$

Ainsi, dans le cadre de modélisation par le modèle G2++, et selon [4], le prix de l'obligation est donné par :

$$\boxed{P(t,T) = \exp\left(-\int_t^T \phi(u)du - \frac{1-e^{-a(T-t)}}{a}x(t) - \frac{1-e^{-b(T-t)}}{b}y(t) + \frac{1}{2}V(t,T)\right)} \tag{3.13}$$

avec $V(t,T)$ la variance du processus $A(t,T) := \int_t^T [x(s)+y(s)]ds$ conditionnellement à F_t

D'après [4], le processus $A(.,T)$ suit une loi normale conditionnellement à F_t, et :

$$\begin{aligned} V(t,T) &= \mathbb{V}\left[\int_t^T (x(s)+y(s))ds \mid \mathcal{F}_s\right] \\ &= \frac{\sigma^2}{a^2}\left((T-t) - \frac{3}{2a} + \frac{2e^{-a(T-t)}}{a} - \frac{e^{-2a(T-t)}}{2a}\right) \\ &+ \frac{\eta^2}{b^2}\left((T-t) - \frac{3}{2b} + \frac{2e^{-b(T-t)}}{b} - \frac{e^{-2b(T-t)}}{2b}\right) \\ &+ 2\rho\frac{\sigma\eta}{ab}\left((T-t) + \frac{e^{-b(T-t)}-1}{b} + \frac{e^{-a(T-t)}-1}{a} - \frac{e^{-(a+b)(T-t)}-1}{a+b}\right) \end{aligned} \tag{3.14}$$

3.5.2 Modèle des actions et de l'immobilier

La dynamique des rendements des actions ainsi que du rendement immobilier est modélisée par le modèle de Black-Scholes. Sous la probabilité risque-neutre $\mathbb{Q}$, la dynamique de l'actif S à l'instant t est modélisée par :

$$\frac{dS_t}{S_t} = r(t)dt + \sigma dW_t \tag{3.15}$$

Cette équation admet comme solution :

$$S_t = S_0 \exp\left(r(t) - \frac{\sigma^2}{2}t + \sigma W_t\right) \tag{3.16}$$

L'approximation discrète exacte de cette dynamique pour un pas de temps $\delta > 0$ est donnée par :

$$S_{t+\delta} = S_t \exp\left(\left(\frac{r(t+\delta) - \sigma^2}{2}\right)(t+\delta) - \left(\frac{r(t) - \sigma^2}{2}\right)t + \sigma(W_{t+\delta} - W_t)\right) \tag{3.17}$$

ou encore :

$$S_{t+\delta} \overset{loi}{=} S_t \exp\left(\frac{(t+\delta)r(t+\delta) - tr(t)}{2} - \frac{\sigma^2}{2}\delta + \sigma W_\delta\right) \tag{3.18}$$

Puisque $(W_{t+\delta} - W_t) \overset{loi}{=} W_\delta \sim \mathcal{N}(0, \delta)$ par propriété de distribution stationnaire des accroissements du mouvement brownien.

La calibration des modèles a été effectuée par le pôle Ingénierie Financière de Forvis Mazars.

3.5.3 Tests de martingalité

Les tests de martingalité jouent un rôle essentiel pour garantir la qualité et la fiabilité du générateur de scénarios économiques. Ils permettent de vérifier que les scénarios générés respectent les principes de neutralité au risque, ce qui est une condition clé pour la valorisation des produits financiers. Ces tests s'assurent que les prix simulés ne présentent pas de biais systématique et reflètent une évolution conforme aux attentes théoriques des marchés financiers. En particulier, ils vérifient que l'espérance conditionnelle d'un prix d'actif à l'avenir, étant donné l'information disponible, correspond à son prix actuel actualisé au taux sans risque.

Ces tests contribuent à renforcer la précision des projections de flux financiers et à s'assurer que les modèles sont en accord avec les observations du marché. Ils sont donc indispensables pour les assureurs, tant pour la gestion des risques que pour la conformité avec les exigences de Solvabilité 2, qui impose une gestion rigoureuse des engagements et une estimation précise des risques.

La condition de martingalité pour un actif financier S_t, sous une probabilité risque-neutre $\mathbb{Q}$, s'écrit comme suit :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[S_T \mid \mathcal{F}_t] = e^{r(T-t)} S_t \tag{3.19}$$

où :

— T : Horizon temporel

— S_t : Prix de l'actif à l'instant t

— S_T : Prix de l'actif à l'instant futur $T > t$

— $\mathcal{F}_t$: Filtration (ensemble d'informations disponibles à l'instant t).

— r : Taux d'intérêt sans risque, supposé constant dans cette illustration par simplification

— $\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[\cdot]$: Espérance sous la probabilité risque-neutre $\mathbb{Q}$.

Dans le cas des taux d'intérêt stochastiques, la martingalité pour le prix d'une obligation zéro-coupon $P(t,T)$, sous une probabilité risque-neutre $\mathbb{Q}$

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{P(s,T)}{B(s)} \mid \mathcal{F}_t\right] = \frac{P(t,T)}{B(t)}, \quad \forall\, t \leq s \leq T, \tag{3.20}$$

où :

— $P(t,T)$ est le prix de l'obligation à l'instant t avec une échéance à T

— $r(.)$ est le taux d'intérêt court terme (stochastique)

— $B(t)$ est le prix de l'actif sans risque, défini par $B(t) = \exp\left(\int_0^t r(u)\, du\right)$

— $\mathcal{F}_t$ est la filtration représentant l'information disponible jusqu'à l'instant t

Ci-dessous les résultats de ces tests sur les différents facteurs de risque :

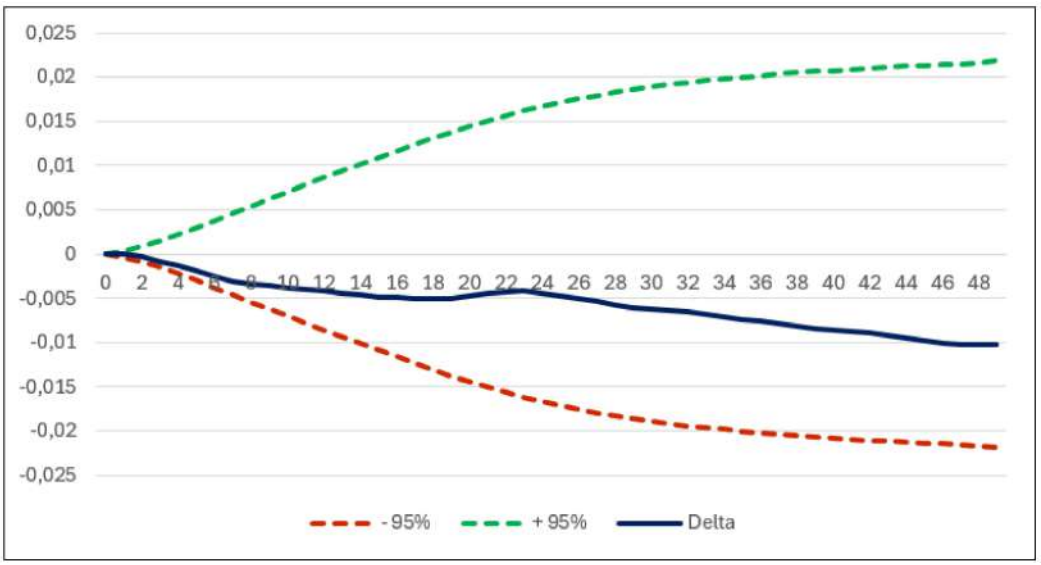

FIGURE 3.5 – Test de martingalité des scénarios des taux d'intérêt

La courbe bleue représente l'écart entre la moyenne des taux simulés sur plusieurs scénarios de taux d'intérêt et le taux initial observé à $t = 0$. Dans le cadre d'une martingale parfaite, cette courbe devrait rester proche de zéro, indiquant que la moyenne des taux simulés ne s'éloigne pas du taux initial au fil du temps. Cette courbe tend à rester proche de zéro au début, mais elle s'écarte progressivement dans le temps, tout en restant à l'intérieur des bornes des intervalles de confiance. Cela suggère qu'à court terme, le modèle maintient un comportement martingale, mais qu'à plus long terme, la moyenne des scénarios s'écarte du taux initial. Néanmoins, l'écart devient relativement important à partir de (t>30) ce qui indique une légère dérive dans les scénarios simulés, suggérant que le modèle présente une tendance à dévier de la martingale au fil du temps.

Les courbes « - 95% » (ligne rouge pointillée) et « + 95% » (ligne verte pointillée) délimitent les intervalles de confiance à 95% pour les scénarios simulés. Ces courbes représentent les bornes inférieure et supérieure de la variabilité des taux simulés. Si le modèle est martingale, le delta devrait en principe rester à l'intérieur de ces bornes la plupart du temps. Le fait que les bornes « -95% » et « +95% » divergent de plus en plus avec le temps est attendu et montre la dispersion croissante des scénarios simulés par le modèle. Cela traduit une incertitude plus grande quant à l'évolution des taux d'intérêt sur le long terme.

Le test de martingalité indiquer alors que le modèle GSE respecte la propriété de martingale sur une période initiale, mais présente de légères déviations sur le long terme. Toutefois, comme les écarts restent dans les intervalles de confiance, le modèle reste globalement cohérent.

On effectue également les tests de martingalité des rendements des actions et de l'immobilier :

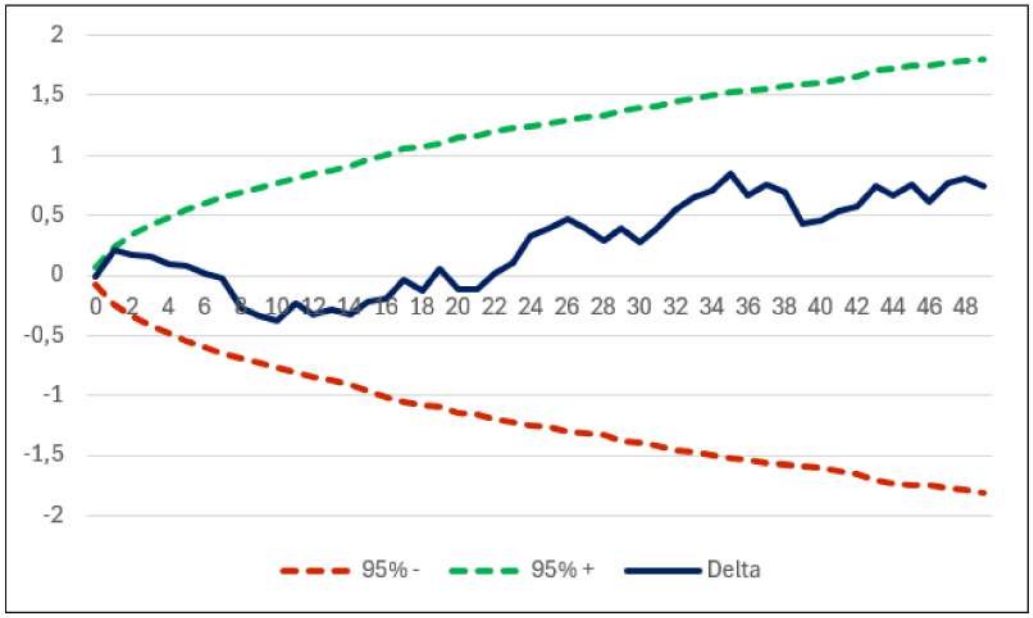

FIGURE 3.6 – Test de martingalité des scénarios Immobilier

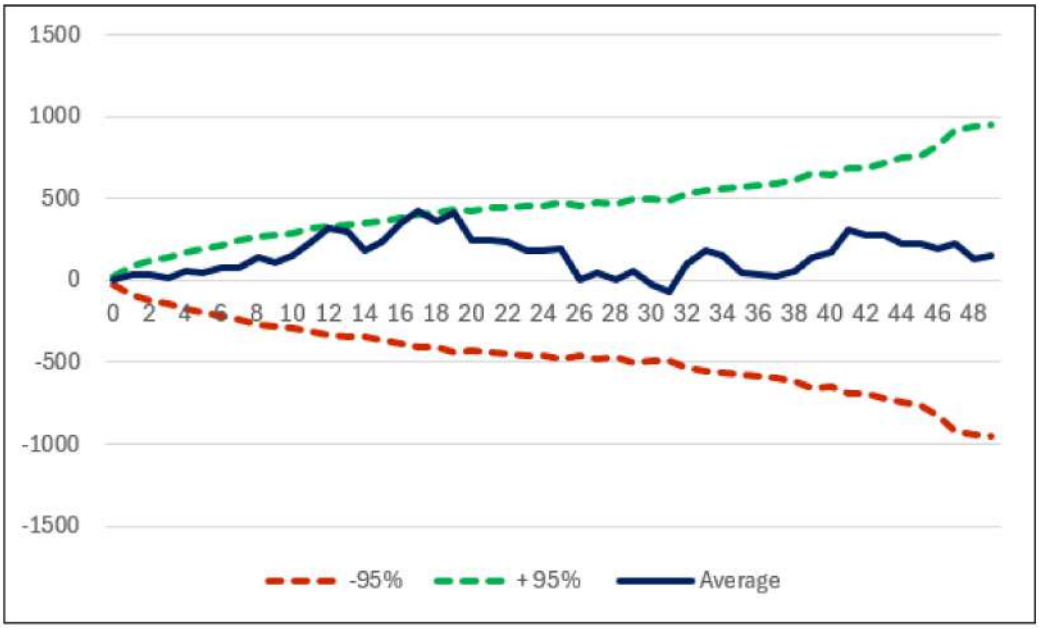

FIGURE 3.7 – Test de martingalité des scénarios Equity

La moyenne des valeurs actualisées diffère encore de zéro, mais le test est considéré concluant en pratique, car la moyenne des trajectoires escomptées et la valeur de l'actif en $t = 0$ se situent à l'intérieur de l'intervalle de confiance défini.

Chapitre 4

Gestion de l'écart de duration actif-passif

Ce chapitre traite de la première stratégie proposée pour faire face à la hausse des taux. Elle consiste en l'alignement de la duration de l'actif et du passif à travers le verrouillage de l'écart de duration. Cette stratégie est présentée en premier car elle s'inscrit dans une démarche préventive de gestion des risques, permettant d'éviter un recours immédiat à l'achat de dérivés ou à une autre stratégie externe par l'assureur.

4.1 Définitions

Point de départ

De manière générale, nous pouvons approcher le prix d'un instrument en fonction de son taux actuariel en appliquant la formule de Taylor au voisinage d'une valeur de taux actuariel r_0 :

$$P(r) \simeq P(r_0) + P'(r_0) \cdot (r - r_0) + \frac{P^{(2)}(r_0)}{2!} \cdot (r - r_0)^2$$

Où :

— r est le taux actuariel

— $P(r)$ est le prix de l'instrument en fonction du taux actuariel

— $P'(t) = \frac{dP(r)}{dr}$ est la dérivée du prix de l'instrument par rapport au taux actuariel

— $P^{(2)}(r) = \frac{dP^2(r)}{dr^2}$ est la dérivée seconde du prix de l'instrument

Ainsi :

$$dP(r) \underset{r \to r_0}{\simeq} P'(r) \cdot dr + \frac{P^{(2)}(r)}{2!} \cdot dr^2$$

Ou encore :

$$\frac{dP(r)}{P(r)} \underset{r \to r_0}{\simeq} \frac{P'(r)}{P(r)} \cdot dr + \frac{P^{(2)}(r)}{2P(r)} \cdot dr^2$$

En identifiant les termes, on définit la **duration modifiée** (D_m) et la **convexité** (C) :

$$D^{mod}(r) := -\frac{P'(r)}{P(r)}, \quad C(r) := \frac{P^{(2)}(r)}{P(r)}. \tag{4.1}$$

Ainsi, la variation relative du prix de l'obligation peut être reformulée comme suit :

$$\frac{dP(r)}{P(r)} \simeq -D^{mod}(r) \cdot dr + \frac{1}{2} C(r) \cdot dr^2. \tag{4.2}$$

La duration modifiée mesure la sensibilité linéaire du prix de l'obligation aux variations du taux d'intérêt. Elle représente l'élasticité du prix par rapport au taux et est utilisée comme principal indicateur de gestion du risque de taux. La convexité, quant à elle, affine cette mesure en tenant compte de la non-linéarité de la relation entre prix et taux. Elle intervient principalement pour corriger l'erreur de l'approximation linéaire de la duration lorsque les variations de taux sont importantes.

Toutefois, dans un cadre opérationnel, il est fréquent de ne considérer que la duration pour jauger le risque de taux. Cette approche se justifie par plusieurs raisons :

— La duration est largement adoptée par les acteurs du marché et les fournisseurs de données financières comme mesure standard de sensibilité aux taux.

— L'intégration de la convexité complexifie la modélisation sans apporter un gain significatif en gestion opérationnelle.

Par conséquent, nous nous limitons à l'utilisation de la duration pour quantifier le risque de taux, assurant ainsi une approche efficace et conforme aux pratiques de marché.

Retour sur la duration : De la duration de Macaulay à l'élasticité

La **duration de Macaulay** mesure la durée moyenne pondérée des flux de trésorerie futurs actualisés. Elle représente la période pendant laquelle il faut détenir le titre afin de récupérer le montant investi. Sa valeur en t est notée D_t, et est calculée selon la formule :

$$\boxed{D_t := \frac{\sum_{k=1}^{T-t} k \cdot \frac{F_{t+k}}{(1+r_t)^k}}{\sum_{k=1}^{T-t} \frac{F_{t+k}}{(1+r_t)^k}}} \tag{4.3}$$

Où :

— t est la date de calcul et donc d'actualisation des flux

— T est la date d'échéance, i.e. de réception du dernier flux

— F_{t+k} est le flux à recevoir en à la date $t+k$

— r_t est le taux de rendement interne de l'investissement, appelé également taux actuariel Le taux actuariel à l'instant t est calculé en prenant en compte la valeur de marché de l'investissement en t, notée P_t. Ce taux doit vérifier l'équation :

$$P_t - \sum_{k=1}^{T-t} \frac{F_{t+k}}{(1+r_t)^k} = 0 \tag{4.4}$$

La résolution de cette équation de manière analytique est compliquée car le taux actuariel apparaît à plusieurs puissances dans l'équation. Nous pouvons la résoudre numériquement en utilisant la méthode de Newton-Raphson, expliquée dans l'annexe A.

À titre d'exemple, dans le cas d'une obligation de maturité T :

$$P_t = \sum_{k=1}^{T-t} \frac{F_{t+k}}{(1 + R(t, t+k))^k} \tag{4.5}$$

Avec $R(t, t+k)$ le taux zéro-coupon en t de maturité $t+k$, et une convention annuelle de composition des taux.

On remarque qu'à une date t donnée :

$$\begin{aligned} \frac{dP_t}{dr_t} &\simeq -\sum_{k=1}^{T-t} \frac{k \cdot F_{t+k}}{(1+r_t)^{k+1}} \\ &\simeq -\sum_{i=1}^{n} \frac{k \cdot F_{t+k}}{(1+r)^k} \cdot \frac{1}{1+r_t} \\ &\simeq -\frac{D_t \cdot P_t}{1+r_t} \end{aligned} \tag{4.6}$$

On définit ainsi **la duration modifiée** :

$$\boxed{D_t^{mod} := \frac{D_t}{1+r_t}} \tag{4.7}$$

et donc selon (4.6) :

$$\boxed{\frac{dP_t}{dr_t} \simeq -P_t \cdot D_t^{mod}} \tag{4.8}$$

La duration modifiée mesure la sensibilité du prix d'un titre à la variation du taux actuariel, et donc à la variation des taux d'intérêt, comme on peut déduire des équations (4.4) et (4.5). **Elle représente l'élasticité du prix de l'obligation par rapport au taux d'intérêt**, en quantifiant la variation en pourcentage du prix pour un changement de 1% des taux d'intérêt. Ainsi, si les taux augmentent de 1%, le prix du titre diminue d'un pourcentage égal à la duration modifiée, et inversement.

A titre d'exemple, une obligation avec une duration modifiée de 5 verra son prix diminuer d'environ 5% si les taux d'intérêt augmentent de 1%. Cela signifie que les titres avec une duration élevée sont plus sensibles aux fluctuations des taux d'intérêt, car une petite variation des taux entraîne une variation plus importante de leur valeur.

Duration d'un portefeuille obligataire et duration de l'actif

La duration d'un portefeuille d'obligations est calculée comme une moyenne pondérée des durations des obligations individuelles, où les poids sont les valeurs de marché des obligations respectives. Sa formule à un instant t est donnée par :

$$\boxed{D_t^{\text{obligs}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} D_t^i \times VM_t^i}{\sum_{i=1}^{n_t} VM_t^i}} \tag{4.9}$$

où :

— D_t^{obligs} est la duration globale du portefeuille d'obligations à l'instant t

— D_t^i est la duration de l'obligation i à l'instant t

— VM_t^i est la valeur de marché de l'obligation i à l'instant t

— n_t est le nombre d'obligations dans le portefeuille à l'instant t

En général, la duration est utilisée pour les instruments à revenu fixe, car leurs flux de paiements futurs sont connus et peuvent être actualisés en fonction des taux d'intérêt. Le calcul de la duration d'une action est complexe, principalement en raison de l'incertitude entourant la distribution des dividendes, bien que les variations des taux d'intérêt influencent également la valeur des actions. Pour simplifier, les actions sont exclues de la modélisation en raison de cette complexité. Par ailleurs, il est supposé que les loyers issus du portefeuille immobilier et les placements monétaires sont négligeables comparés aux flux générés par les obligations. Cette hypothèse a été prise en compte lors de la création des portefeuilles fictifs dans la section (1.5). Ainsi, **la duration globale de l'actif est assimilée à celle du portefeuille obligataire.**

$$\boxed{D_t^{\text{actif}} = D_t^{\text{obligs}}} \tag{4.10}$$

Duration du passif

Quant au passif, la duration est calculée de la même façon que dans (4.3) :

$$\boxed{D_t^{passif} := \frac{\sum_{k=1}^{T-t} k \cdot \frac{F_{t+k}}{(1+r_t)^k}}{\sum_{k=1}^{T-t} \frac{F_{t+k}}{(1+r_t)^k}}} \tag{4.11}$$

Le taux de rendement interne r_t doit vérifier :

$$\sum_{k=1}^{T-t} \frac{F_{t+k}}{(1+r_t)^k} = Valeur\,Actuelle\,des\,Passifs \tag{4.12}$$

La valeur actuelle du passif s'obtient à travers le BEL (*Best Estimate of Liabilities*) présenté dans la section (2.3). Le taux de rendement interne r_t doit vérifier :

$$\sum_{k=1}^{T-t} \frac{F_{t+k}}{(1+r_t)^k} = BEL_t \tag{4.13}$$

En résolvant l'équation pour r_t, la duration du passif à l'instant t s'obtient en utilisant l'équation (4.11). La duration modifiée du passif est calculée selon l'équation (4.7).

4.2 Ecart de duration

L'écart de duration actif-passif est un indicateur clé pour les assureurs Vie afin de gérer efficacement les risques de taux d'intérêt. Il se définit comme **la différence entre la duration modifiée des actifs et celle des passifs** :

$$\Delta D_t = D_t^{actif,mod} - D_t^{passif,mod} \tag{4.14}$$

où :

- ΔD_t est l'écart de duration à l'instant t
- $D_t^{actif,mod}$ est la duration modifiée de l'actif à l'instant t, notée désormais D_t^{actif} pour alléger les notations.
- D_t^{passif} est la duration modifiée du passif à l'instant t, notée désormais D_t^{passif} pour alléger les notations.

Ainsi :

$$\boxed{\Delta D_t = D_t^{actif} - D_t^{passif}} \tag{4.15}$$

La gestion de l'écart de duration est cruciale pour les assureurs Vie en raison de la nature à long terme de leurs engagements. Un écart de duration nul ou proche de 0 permet de coordonner les versements des actifs et des passifs. Autrement dit, les revenus générés par les actifs tels que les coupons des obligations ou les remboursements de nominal, arrivent au bon moment pour couvrir les sorties de fonds nécessaires pour payer les engagements de l'assureur envers les assurés. Dans ce cas, la valeur des actifs et des passifs évolue de manière similaire lorsque les taux d'intérêt varient. **L'objectif est donc de maintenir cet écart aussi proche que possible de zéro pour assurer une stabilité financière face aux fluctuations des taux d'intérêt.**

4.3 Approximations et hypothèses

Pour intégrer la stratégie dans l'outil ALM et exploiter ses résultats, certaines hypothèses ont été nécessaires, notamment concernant le calcul de la duration et le choix du taux d'actualisation. Calculer un taux actuariel à chaque étape dans un cadre de flux stochastiques étant complexe à mettre en œuvre, il a été décidé d'utiliser un taux d'actualisation unique pour l'actif et le passif, afin de rendre leurs durations comparables. Dans le modèle ALM, le déflateur utilisé pour actualiser les flux est basé sur les taux zéro-coupon. Ainsi, les formules des durations de l'actif et du passif sont adaptées de (4.3) comme suit :

$$D_t^{actif} := \frac{\sum_{k=1}^{T^a-t} k \cdot \frac{F_{t+k}^a}{(1+r)^k}}{\sum_{k=1}^{T^a-t} \frac{F_{t+k}^a}{(1+r)^k}} \tag{4.16}$$

$$D_t^{passif} := \frac{\sum_{k=1}^{T^p-t} k \cdot \frac{F_{t+k}^p}{(1+r)^k}}{\sum_{k=1}^{T^p-t} \frac{F_{t+k}^p}{(1+r)^k}} \tag{4.17}$$

où

— $r := r(t, t+k)$ est le taux d'actualisation correspondant au taux spot : taux d'intérêt à la date t d'une obligation zéro-coupon de maturité $t+k$

— T^a et T^p sont les échéances respectives des éléments de l'actif et du passif

— F^a_{t+k} et F^p_{t+k} sont respectivement les flux de l'actif et du passif

L'écart de duration à optimiser repose désormais sur la duration de modifiée, car ainsi les deux durations sont comparables, étant actualisées au même taux :

$$\Delta D_t = D_t^{actif} - D_t^{passif} \tag{4.18}$$

4.4 Gestion de l'écart de duration : Actif

Sur le marché, on observe que les assureurs vie maintiennent généralement une duration de leurs actifs relativement courte, ce qui leur permet de réagir plus rapidement à l'évolution des taux d'intérêt. Autrement dit, disposer d'actifs à courte maturité procure une forme de protection en quelque sorte naturelle face à une remontée des taux. Plus précisément, cela permet :

— Une meilleure réactivité en cas de hausse des taux : des actifs arrivant à échéance plus fréquemment permettent de saisir plus rapidement des conditions de marché plus favorables

— Un maintien adéquat de liquidité : si l'assureur doit faire face à des sorties imprévues (rachats ou prestations), une duration plus courte de l'actif facilite la gestion de trésorerie

Ainsi, l'impact concret d'une hausse de taux dépend fortement de la composition du portefeuille de chaque assureur vie. Deux configurations principales se dégagent :

1. **Portefeuilles majoritairement investis en obligations à longues maturités**

   — La duration des actifs peut alors surpasser celle des passifs, créant un écart de duration positif

   — En cas de hausse des taux, la valeur de ces obligations à long terme diminue plus fortement que celle des engagements au passif. Les assureurs concernés sont alors amenés à réduire leurs positions longues, enregistrant au passage des moins-values latentes

   — L'enjeu central est de gérer à la fois les rachats (certains assurés pouvant se tourner vers des produits plus rémunérateurs) et la réallocation du portefeuille vers des maturités plus courtes, en limitant au maximum l'ampleur des pertes pour préserver la solvabilité

2. **Portefeuilles majoritairement investis en obligations à maturités plus courtes**

   — La duration des actifs est ici inférieure à celle des passifs, d'où un écart de duration négatif

   — Dans un contexte de remontée des taux, la duration du passif diminue plus rapidement, tandis que les actifs plus courts peuvent être réinvestis rapidement à des conditions plus favorables

— Bien qu'il facilite la réallocation en cas de hausse des taux, un gap négatif peut engendrer un risque de refinancement si les taux de marché s'avèrent très volatils ou si l'assureur doit fréquemment renouveler son portefeuille. Il peut également réduire les possibilités de verrouiller des taux attractifs sur le long terme, et se traduire par une moindre visibilité sur le rendement futur si les taux venaient à baisser

4.5 Gestion de l'écart de duration : Passif

Il est aussi possible pour un assureur de gérer l'écart de duration en intervenant directement sur le passif, en influençant les comportements de ses assurés. En effet, plutôt que de se concentrer uniquement sur l'ajustement des actifs, l'assureur peut moduler la durée de ses engagements en incitant certains groupes d'assurés à racheter leurs contrats ou, au contraire, à les fidéliser en fonction de ses objectifs de gestion.

Par exemple, si l'assureur souhaite réduire la duration de ses passifs, il peut cibler les assurés les plus jeunes, dont les contrats ont une durée potentielle plus longue. En offrant des incitations financières telles que des taux de rachats attractifs, ou en pénalisant par rapport à des contrats de maturité plus courte, l'assureur peut influencer le comportement de ses assurés et les encourager à racheter leurs contrats plus tôt que prévu. Cela lui permettrait de raccourcir la durée des engagements sur le long terme en réduisant le risque de portefeuilles de passifs trop exposés à des durées prolongées dans un contexte de hausse des taux d'intérêt.

Inversement, si l'assureur cherche à prolonger la duration de ses passifs pour aligner leurs échéances avec celles de ses actifs, il peut adopter une stratégie de fidélisation auprès des assurés. Il peut notamment proposer des rendements plus élevés ou offrir des bonus de maintien pour inciter les assurés à garder leur contrat sur le long terme, augmentant ainsi la durée de ses engagements.

En intervenant ainsi sur le passif à travers l'influence sur le comportement des assurés, l'assureur peut ajuster la composition temporelle de ses passifs et améliorer la gestion de l'écart de duration de manière dynamique, en fonction des évolutions des conditions de marché et de ses objectifs financiers, notamment en termes d'allocation cible de ses actifs.

4.6 Formulation du problème d'optimisation

L'objectif est de minimiser le gap de duration sur l'ensemble des périodes de projection jusqu'à l'horizon T en ajustant deux leviers :

— **Ajustement des Actifs (A_t)** : Vente ou achat d'obligations pour modifier la duration du portefeuille d'actifs.

— **Ajustement des Passifs (r_t^{servi})** : Modification du taux servi pour influencer le comportement de rachat des assurés, affectant ainsi la duration des passifs.

Le problème peut être formulé comme suit :

$\min_{A_t, r_t^{\text{servi}}} |\Delta D_t|$ avec comme contraintes :

— $\forall i, \forall t \, A_t^i \leq trso_t$ où A_t^i représente l'action d'achat ($A_t^i > 0$) ou de vente ($A_t^i < 0$) de l'obligation i à l'instant t et $tréso\_t$ la liquidité disponible à l'instant t

— $r^{\text{contrat,min}} \leq \text{r}_t^{\text{servi}}$ où $r^{\text{contrat,min}}$ est le taux minimum contractuellement garanti

4.7 Algorithme d'optimisation pour un scénario donné

L'idée centrale derrière cet algorithme est que l'assureur a un contrôle plus direct sur la gestion de ses actifs que sur celle de ses passifs. En effet, les ajustements des politiques de taux servi ne produisent pas toujours les effets escomptés sur les comportements des assurés. C'est pourquoi l'assureur privilégie d'abord l'ajustement du portefeuille d'actifs. Si cet ajustement ne permet pas d'atteindre l'objectif visé, l'assureur procède alors à une modification des passifs via le taux servi. De plus, les effets de ces ajustements sur les passifs ne sont pas immédiatement visibles et peuvent se matérialiser progressivement sur plusieurs périodes. D'où l'ordre d'intervention des leviers.

Étant donné qu'en pratique, un écart de duration nul est difficile à atteindre, l'assureur définit un niveau de tolérance *Tolérance*, et l'objectif est considéré comme atteint dès que :

$$|\Delta D_t| \leq \text{Tolérance} \tag{4.19}$$

Algorithm 1 Minimisation de l'Ecart de Duration

Initialisation :
  Définir le portefeuille initial avec $D_0^{\text{actif}} = D_0^{\text{passif}}$
pour chaque période $t = 1$ à T **faire**
  Étape 1 : Calcul des Durations
    Calculer D_t^{actif} à partir des obligations en portefeuille
    Simuler les flux futurs de passifs en fonction du scénario économique
    Calculer D_t^{passif} en tenant compte des rachats dynamiques
  Étape 2 : Calcul du Gap de Duration
    Calculer $\Delta D_t = D_t^{\text{actif}} - D_t^{\text{passif}}$
  Étape 3 : Ajustement des Actifs
  si $|\Delta D_t| >$ Tolérance **alors**
    si $\Delta D_t > 0$ **alors**
      Vendre des obligations à longue maturité
      Acheter des obligations à courte maturité
    sinon
      Vendre des obligations à courte maturité
      Acheter des obligations à longue maturité
    fin si
  fin si
  Étape 4 : Recalcul du Gap de Duration
    Calculer $\Delta D_t = D_t^{\text{actif}} - D_t^{\text{passif}}$
  Étape 5 : Ajustement des Passifs
  si $|\Delta D_t| >$ Tolérance **alors**
    si $\Delta D_t > 0$ **alors**
      Augmenter r_t^{servi} pour les contrats jeune et pénaliser les
      contrats âgés pour augmenter D_t^{passif}
    sinon
      Diminuer r_t^{servi} pour les contrats jeunes afin d'inciter
      les rachats parmi cette population et faire baisser D_t^{passif}
    fin si
  fin si
  Étape 6 : Mise à Jour du Portefeuille
    Mettre à jour les valeurs de marché des obligations après ajustement
    Mettre à jour les provisions mathématiques des passifs en fonction de r_t^{servi}
fin pour

4.8 Implémentation opérationnelle

Le problème tel que formulé présente une mise en œuvre opérationnelle complexe, pour deux principales raisons :

— Le caractère intertemporel de la dépendance. En effet, chercher à aligner la duration du passif en $t-1$ par une intervention sur l'actif (par exemple, via l'achat ou la vente d'obligations) modifie non seulement la structure de l'actif en t, mais affecte également le passif en t. Autrement dit, les décisions prises à l'instant $t-1$ influencent simultanément les deux

composantes du bilan à l'instant t.

— Même en contournant ce problème, le calcul de la duration du passif exige de disposer des BEL sur l'ensemble des années futures, ce qui implique de générer un GSE à chaque pas de temps futur. Si cette approche reste envisageable en anticipant la courbe EIOPA sur un horizon d'un an, étendre la prévision à plus long terme fragilise la cohérence des hypothèses, notamment concernant les rendements actions et immobiliers supposés constants. Ce postulat peut être acceptable sur un horizon d'un an, mais l'est beaucoup moins sur un horizon plus étendu.

Il a donc été nécessaire d'adapter la stratégie initiale tout en respectant son esprit, mais en prenant en compte les contraintes pratiques susmentionnées. Pour cela, la démarche suivante a été adoptée :

1. Réaliser une simulation complète et, *a posteriori*, estimer la duration du passif.
2. Conserver la valeur de la duration du passif dans un vecteur. Il apparaît, conformément aux échanges avec des consultants spécialisés, que l'écart de duration est souvent négatif dans le contexte des assureurs Vie en France. Effectivement, les simulations effectuées sur le portefeuille fictif mixte ont révélé un écart de duration négatif. Cette observation a orienté le processus d'optimisation vers une réduction de cet écart, afin de rapprocher la duration globale du seuil de tolérance par la borne inférieure.
3. Relancer une simulation en ajustant, à chaque pas de temps, la position afin de réduire l'écart de duration identifié précédemment. Répéter ce processus jusqu'à ce que cet écart soit inférieur à un seuil donné, pour que que l'écart réel de duration (issu de la méthode de simulation) s'approche le plus de zéro.
4. Effectuer une dernière simulation pour vérifier et valider la qualité de l'approche.

Dans ce cadre, une modification spécifique a été apportée à la fonction d'achat qui intervient dans l'outil de projection ALM. Contrairement à l'approche déjà implémentée, qui répartissait l'investissement proportionnellement à un vecteur de poids prédéfini, la nouvelle implémentation priorise explicitement les obligations à longue maturité. Cette adaptation repose sur un tri préalable des obligations disponibles, basé sur leur maturité décroissante. La logique ainsi introduite garantit que le flux disponible est alloué en priorité aux obligations dont la maturité est la plus élevée.

Concrètement, cette modification a consisté à réorganiser le tableau des obligations dans la base des titres éligibles à l'investissement pour l'assureur, en les classant par maturité décroissante. Ce réagencement a été réalisé après un enrichissement de la base avec des données d'obligations conformes aux tendances observées sur le marché en 2023, Cette nouvelle approche permet de diversifier les obligations dans lesquelles investir tout en augmentant la proportion des titres à longue maturité dans le portefeuille, contribuant ainsi directement à l'objectif d'allongement de la duration. Par ailleurs, cette mise à jour n'altère en rien la structure fonctionnelle globale et s'intègre harmonieusement à la stratégie itérative décrite dans la section (3.1). Elle répond pleinement aux contraintes opérationnelles tout en respectant le principe fondamental de la stratégie.

4.9 Perspectives de résultats et conclusion

La majeure partie de ce mémoire se concentre sur l'exploration de la stratégie de couverture par produits dérivés, en raison de son importance cruciale dans la gestion des risques financiers et de son efficacité démontrée dans ce domaine. L'idée initiale et centrale du projet a été d'exploiter les dérivés comme outil principal de gestion. L'approche relative à la gestion des gaps est apparue ultérieurement, en tant que complément à la stratégie principale.

Pour cette première stratégie, les travaux ont été menés jusqu'à l'implémentation, mais certaines limitations techniques, notamment liées au code, ont freiné une mise en œuvre complète. De plus, en raison du manque de temps en fin de stage et de l'absence d'accès à l'outil ALM de Forvis Mazars après la fin de cette période, il n'a pas été possible de finaliser l'implémentation et les simulations associées. Néanmoins, la méthodologie développée et la modélisation effectuée constituent une base solide pour de futurs travaux. Ces derniers pourraient approfondir les analyses et compléter les simulations en explorant des proxys permettant de contourner les limitations computationnelles due au caractère de dépendance intertemporelle discuté ci-dessus.

Chapitre 5

Couverture par produits dérivés de taux

Ce chapitre présente la seconde stratégie envisagée pour répondre à la problématique de la hausse des taux. Cette stratégie a bénéficié d'une allocation significative des ressources temporelles, reflétant son importance dans le cadre de l'étude et l'ampleur des travaux nécessaires à sa mise en œuvre. L'analyse se concentre spécifiquement sur l'utilisation des caps de taux comme outil de couverture.

5.1 Notions de taux

Le taux d'intérêt est un réel r qui peut être compris comme le loyer de l'argent. Ainsi, la valeur dans un an du placement de valeur V_0 au taux annuel r sera de manière certaine :

$$V_0 \cdot (1 + r)$$

Si la valeur acquise chaque année est réinvestie sur n années, la valeur du placement sera, encore de manière certaine :

$$V_0 \cdot (1 + r)^n$$

Si les taux d'intérêts sont versés non pas annuellement mais m fois dans l'année et réinvestis à mesure qu'ils sont perçus, la valeur du placement atteindra au bout de n années :

$$V_0 \cdot (1 + \frac{r}{m})^{n \cdot m}$$

Taux Court

Quand la fréquence de versement des intérêts tend vers l'infini, les intérêts sont composés en continu et la valeur du placement devient :

$$V_n = \lim_{m \to \infty} V_0 \cdot (1 + \frac{r}{m})^{n \cdot m} = V_0 \cdot e^{r \cdot n}$$

Le taux r est le taux court. Dans un monde stochastique, ce taux dépend du temps et est noté r_t à la date t. Il s'agit d'une grandeur fondamentale des modèles de taux et de la théorie d'évaluation par non-arbitrage. La valeur du placement en t suit l'équation :

$$\boxed{dV_t = r_t \cdot V_t \cdot dt} \tag{5.1}$$

et la valeur acquise par le placement au bout d'un temps T est :

$$\boxed{V_T = V_0 e^{\int_0^T r_t \, dt}} \tag{5.2}$$

Zéro-Coupon

Le zéro-coupon de maturité T est le titre financier qui verse un unique flux de 1 euro, ou plus généralement d'une unité monétaire, à la date T. Sa valeur en $t \leq T$ sera notée $P(t,T)$. Cette grandeur est également appelée facteur d'actualisation (*Discount Factor*). Il existe sur le marché quelques obligations zéro-coupon dits *strips* qui délivrent un seul flux à leur échéance égale à leur valeur nominale, mais elles demeurent très minoritaires par rapport aux obligations classiques à coupons. Cependant, elles jouent un rôle fondamental dans l'évaluation des différentes classes d'actifs.

Sous l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA), il existe une mesure dite *risque-neutre* qui rend martingale le prix des actifs actualisés. Dans le cas du zéro-coupon, cela implique :

$$\boxed{P(t,T) = \mathbb{E}_t^Q \left(e^{-\int_t^T r_t \, dt} \right)} \tag{5.3}$$

où l'opérateur $\mathbb{E}_t^Q$ désigne l'espérance sous mesure risque-neutre, sachant l'information disponible à la date t

Taux Zéro-Coupon

Le taux zéro-coupon de maturité T est le taux associé au zéro-coupon de même maturité. Il est noté $R(t,T)$ et défini dans la convention de taux continu par :

$$P(t,T) = e^{-R(t,T)(T-t)}$$

Dans le cas de taux simplement composé :

$$\boxed{P(t,T) = \frac{1}{1+R(t,T)(T-t)}} \tag{5.4}$$

Zéro-Coupon Forward

Soit $t \leq T < S$. Le prix du zéro-coupon T-forward de maturité S représente à la date t le prix à payer en T pour recevoir 1 euro à la date S.

Il sera noté $P(t,T,S)$. Sa valeur est obtenue via le raisonnement de non-arbitrage suivant en notant le prix du contrat, fixe $F := P(t,T,S)$

Stratégie	**t**	**T**	**S**
Achat de ZC de maturité S	$P(t,S)$	-	1
Achat de ZC de maturité T en t et utilisation du produit pour acheter une obligation ZC de maturité S	$F \cdot P(t,T)$	$F = P(t,T,S)$	1

Par AOA :

$$\boxed{P(t,T,S) = \frac{P(t,T)}{P(t,S)}} \tag{5.5}$$

Ainsi, si les zéro-coupon de maturités T et S sont assez liquides, il est possible de se garantir dès aujourd'hui (date t) un taux d'emprunt pour la période future $[T,S]$: c'est le taux forward défini ci-après.

Taux Forward

Le taux forward $F(t,T,S)$ est le taux tel que :

$$\boxed{P(t,T,S) = e^{-F(t,T,S)(S-T)}}$$

Dans le cas de taux simplement composé :

$$\boxed{P(t,T,S) = \frac{1}{1+R(t,T)(T-t)}}$$

A partir de la relation (5.5), le lien entre le taux forward et le prix des zéro-coupons se déduit dans le cas de taux simplement composés :

$$\boxed{F(t,T,S) = \frac{1}{S-T}\frac{P(t,T)}{P(t,S)} - 1} \tag{5.6}$$

Taux Forwad Instantané

Le taux forward instantané de maturité T, noté $f(t,T)$, est le taux forward portant sur la période d'intérêt débutant en T et finissant un instant (infinement petit) plus tard. Il s'obtient donc comme :

$$f(t,T) = \lim_{S \to T} F(t,T,S)$$

Naturellement, le taux court r_t est égal à $f(t,t)$.

Ce taux forward n'a aucune réalité de marché, mais s'avère incontournable dans la modélisation de la courbe de taux, notamment dans le cadre Heath-Jarrow-Morton *HJM*.

La relation entre le taux forward instantané et le prix zéro-coupon est déduite à partir de l'équation (5.6) :

$$\begin{aligned}\lim_{S\to T} F(t,T,S) &= -\lim_{S\to T} \frac{1}{P(t,S)} \frac{P(t,T)-P(t,S)}{S-T} \\ &= -\frac{1}{P(t,T)} \frac{\partial P(t,T)}{\partial T} \\ &= -\frac{\partial \ln(P(t,T))}{\partial T}\end{aligned} \tag{5.7}$$

Taux IBOR

Les taux IBOR (*Interbank Offered Rate*) sont des taux de dépôts entre banques de premier plan pour les maturités de 1 semaine à 12 mois. Ce mémoire se concentre exclusivement sur les taux Euribor, qui représentent les taux interbancaires utilisés au sein de la zone euro pour les transactions en euro. Ces taux sont publiés chaque matin à 11 heures par la Banque Centrale Européenne (BCE) et sont calculés à partir d'un échantillon de 43 grandes banques de la zone euro.

Le taux Euribor est caractérisé par une valeur de fixing R à la date t, la date de début T_{debut} qui est de deux jours suivant la date du fixing et la date de fin T_{fin} qui est décalée si elle tombe un weekend ou un jour férié (convention *Modified Following*). Le nominal N est donc placé entre les dates T_{debut} et T_{fin} et les intérêts engendrés sont calculés selon la base de calcul temporelle *Exact/360* :

$$\text{Intérêts} = N \cdot R \cdot \delta$$

avec :

$$\delta = \frac{T_{fin} - T_{debut}}{360}$$

Soit $L(t, T_{debut}, T_{fin})$ la valeur du taux Euribor fixant à la date t pour la période d'intérêt $[T_{debut}, T_{fin}]$. Les flux actualisés de l'opération d'emprunt vérifient :

$$-N \cdot P(t, T_{debut}) + N \cdot (1 + \delta \cdot L(t, T_{debut}, T_{fin})) = 0$$

Soit :

$$\boxed{L(t, T_{debut}, T_{fin}) = \frac{1}{\delta}\left(\frac{P(t, T_{debut})}{P(t, T_{fin})} - 1\right)} \tag{5.8}$$

5.2 Principal instrument de couverture : le cap

5.2.1 Présentation et motivation

Un **cap** est un produit dérivé financier permettant de se protéger contre une **hausse des taux d'intérêt**. Il donne à son détenteur le droit de recevoir un paiement à chaque date de constatation si le taux d'intérêt de référence dépasse un certain seuil prédéfini.

Les paramètres clés d'un cap sont :

— **Strike (ou taux d'exercice)** K : le niveau de taux d'intérêt au-dessus duquel le cap commence à verser des paiements. C'est le seuil de protection.

— **Maturité** T : la durée totale du cap, c'est-à-dire jusqu'à quand la protection est active. Elle est souvent répartie sur plusieurs périodes (ex. : trimestrielle sur 3 ans).

— **Sous-jacent** L : le taux d'intérêt de référence sur lequel le cap est basé ; C'est ce taux que l'on compare au strike à chaque date de constatation.

Un cap est généralement structuré comme une série d'options de type *call* sur taux d'intérêt, appelées *caplets*, chacune correspondant à une période.

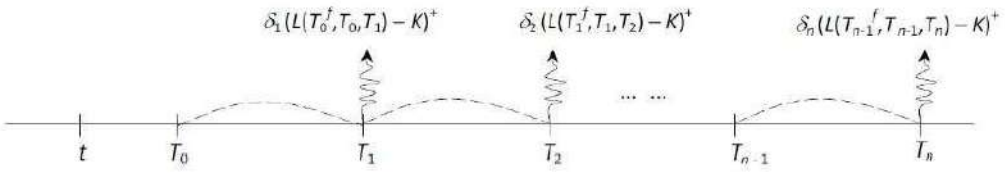

FIGURE 5.1 – Structure d'un cap en caplets

Si un emprunteur s'endette à taux variable indexé sur L et craint une remontée des taux, il peut acquérir un cap de strike K. Ainsi, il ne paiera jamais plus que K : le cap lui verse la différence positive $(L-K)_+$, ce qui revient à plafonner son coût d'emprunt à hauteur du strike.

Formellement, si l'on suppose un taux variable L pour la période $\left[T_{i-1}, T_i\right]$, on peut réécrire :

$$(L-K)_+ - L = -\min(L,K).$$

Autrement dit, payer le flux variable L et recevoir le cap $(L-K)_+$ équivaut à payer $\min(L,K)$ au total, d'où l'intérêt pour un emprunteur de se couvrir grâce à un cap.

5.2.2 Évaluation par changement de numéraire

Pour valoriser un caplet payé à la date T_i, on se place sous la mesure forward associée à cette date de paiement. Le payoff du caplet pour la période $\left[T_{i-1}, T_i\right]$ versé à T_i est :

$$\delta_i \left(L(T_i^f, T_{i-1}, T_i) - K\right)_+,$$

Sa valeur actualisée à la date $t < T_{i-1}$ s'écrit :

$$PV^i_{caplet}(t) \;=\; \delta_i \; P(t,T_i) \; \mathbb{E}_t^{Q^{T_i}} \Big[\big(L(T_i^f, T_{i-1}, T_i) - K \big)_+ \Big]$$

où

— $P(t,T_i)$ est le prix à la date t d'un zéro-coupon (ZC) échéant en T_i

— $\mathbb{E}_t^{Q^{T_i}}[\cdot]$ désigne l'espérance sous la mesure forward-neutre associée à T_i

Le taux Euribor $L(\cdot)$ est, par construction, une martingale sous la mesure considérée puisqu'il s'exprime comme un actif du marché ($\frac{1}{\delta_i}$ du portefeuille constitué de l'achat d'un zéro-coupon de maturité T_{i-1} et de la vente d'un zéro-coupon de maturité T_i), exprimé en unité de numéraire $P(t,T_i)$:

$$L(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{\frac{1}{\delta_i} \left(P(t,T_{i-1}) - P(t,T_i) \right)}{P(t,T_i)}$$

L'évolution de ce taux est modélisée à l'aide du modèle log-normal de Black. On suppose alors :

$$dL(t, T_{i-1}, T_i) \;=\; \sigma(t,T_i) \, L(t, T_{i-1}, T_i) \, dW_t^{Q^{T_i}},$$

où $W_t^{Q^{T_i}}$ est un mouvement brownien sous la mesure Q^{T_i}, et $\sigma(t,T_i)$ une fonction de volatilité. Sous cette hypothèse, la formule de Black s'applique directement pour valoriser le call caplet. On obtient donc :

$$\boxed{PV^i_{caplet}(t) = \delta_i \; P(t,T_i) \; BS_{\text{call}}\big(T^f_{i-1} - t, \; K, \; L(t, T_{i-1}, T_i), \; \sigma(t,T_i)\big),}$$

avec

$$BS_{\text{call}}(\tau, \; K, \; F, \; \sigma) = F \, \mathcal{N}(d_1) \; - \; K \, \mathcal{N}(d_2),$$

$$d_1 = \frac{\ln\!\left(\frac{F}{K}\right) \; + \; \frac{1}{2}\sigma^2 \, \tau}{\sigma \, \sqrt{\tau}} \quad \text{et} \quad d_2 = d_1 \; - \; \sigma \, \sqrt{\tau},$$

$\mathcal{N}$ désignant la fonction de répartition de la loi normale centrée-réduite.

Le prix d'un cap complet est la somme des valeurs actualisées de ses caplets :

$$\boxed{PV_{cap}(t) = \sum_{i=1}^{n} PV^i_{caplet}(t)}$$

L'évaluation des caps et s'effectue via la technique du changement de numéraire. Pour davantage de détails, le lecteur peut consulter [4].

5.2.3 Choix du sous-jacent

Dans le cadre des travaux sur la stratégie de gestion par cap, le sous-jacent considéré a été l'Euribor 12 mois plutôt qu'un taux CMS de maturité plus longue (par exemple, 10 ans). Ce choix est motivé par le fait que le modèle G2++ implémenté dans le GSE et utilisé en amont de l'outil ALM est mieux adapté pour reproduire l'évolution de la partie courte de la courbe. Par conséquent, il était plus pertinent de recourir à un taux court comme sous-jacent pour l'instrument de couverture, afin d'éviter la réimplémentation et la recalibration d'un nouveau modèle qui imposerait une refonte du cadre GSE interne du cabinet.

Il est toutefois reconnu que, dans la pratique, les assureurs utilisent plutôt le CMS 10 ans comme sous-jacent. Ce dernier s'avère plus adapté pour suivre la partie longue de la courbe des taux, offrant ainsi une meilleure représentation des engagements de long terme. Le recours à l'Euribor reste quant à lui principalement motivé par des contraintes opérationnelles.

5.3 Cadre réglementaire pour l'utilisation des produits dérivés en assurance

L'éligibilité de la couverture constitue un enjeu central. Étant donné que ce mémoire porte sur l'assurance Vie Epargne en France, il était essentiel de se référer au cadre réglementaire de Solvabilité 2 afin de garantir la conformité de la stratégie de couverture mise en place.

Conformément à l'article 132 de la directive, l'utilisation des produits dérivés est strictement encadrée : ils ne peuvent être employés qu'à des fins de réduction des risques, de gestion efficace du portefeuille ou de gestion actif-passif, excluant toute finalité spéculative.

Cette exigence a été rigoureusement respectée, notamment en évitant toute situation de surcouverture. Ce principe fondamental guide le choix du nominal des instruments de couverture, lequel est ajusté en fonction de l'exposition du portefeuille obligataire, telle que projetée par le GSE – projection qui sera détaillée dans la section suivante.

5.4 Détermination du nominal de l'instrument

Une étape importante dans la stratégie est la détermination du nominal de l'instrument de couverture. Ce nominal est fonction de la perte à laquelle s'attend l'assureur en cas de hausse des taux.

5.4.1 Première approche

Soit t_h une date à laquelle la hausse est prévue. Soit VM_t^i la valeur de marché de l'obligation i, de nominal N^i, payant un coupon C^i et de maturité T^i à la date t. A la date 0, sa valeur de

marché est :

$$VM_0 = \sum_{j=1}^{T^i} \frac{flux_j^i}{(1 + L(0,j))^j}$$

avec $L(0,j)$ le taux observé pour la période j et :

$$flux_j^i = \begin{cases} C^i \cdot N^i & \text{si } j < T^i \\ (1 + C^i) \cdot N^i & \text{si } j = T^i \end{cases}$$

Vu en l'instant $t = 0$, la valeur de marché de l'obligation est obtenue via les taux forward comme approximation des taux réels futurs :

$$\boxed{VM_t = \sum_{j=1}^{T^i - t} \frac{flux_j^i}{(1 + L(0,t,t+j))^j}} \tag{5.9}$$

avec $L(0,t,t+j)$ le taux t-forward de maturité j.

La perte engendrée par une hausse brutale de taux à la date t_h, notée P_{t_h}, peut être définie comme la différence entre la véritable valeur de marché à l'instant t_h et la valeur de marché au même instant si les taux étaient montés sans dépasser le seuil de tolérance de la compagnie, noté s :

$$\boxed{P_{t_h}^{forward} := -\Delta VM_{t_h} = -\left[\sum_{j=1}^{T^i - t_h} \frac{flux_j^i}{(1 + L(0,t,t+j) + \delta_{t_h})^j} - \sum_{j=1}^{T^i - t_h} \frac{flux_j^i}{(1 + L(0,t,t+j))^j}\right]} \tag{5.10}$$

5.4.2 Deuxième approche

Nous proposons une méthode alternative pour l'estimation de la valeur de marché en utilisant le modèle autorégressif vectoriel pour la prévision des séries temporelles, appliqué aux taux d'intérêts annuels futurs. Cette approche est motivée par l'observation des corrélations entre les prix zéro-coupon, et donc les taux zéro-coupons, pour différentes dates et différentes maturités jusqu'à $T = 30$:

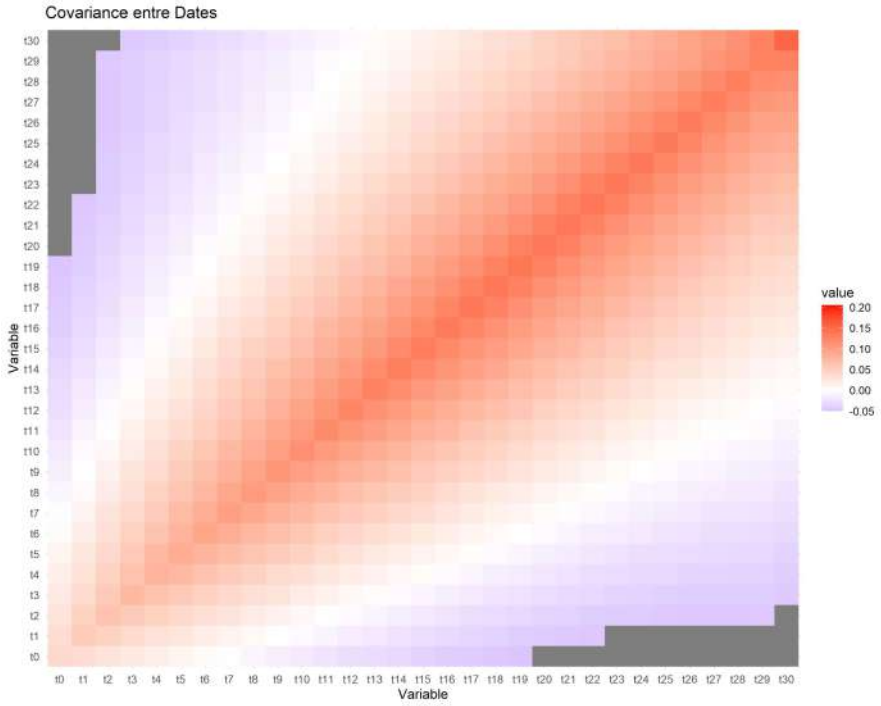

FIGURE 5.2 – Corrélation des prix Zéro-Coupon par dates

On constate une corrélation positive du même niveau que celle de la variance entre $P(t,T)$ et $P(t+1,T)$.

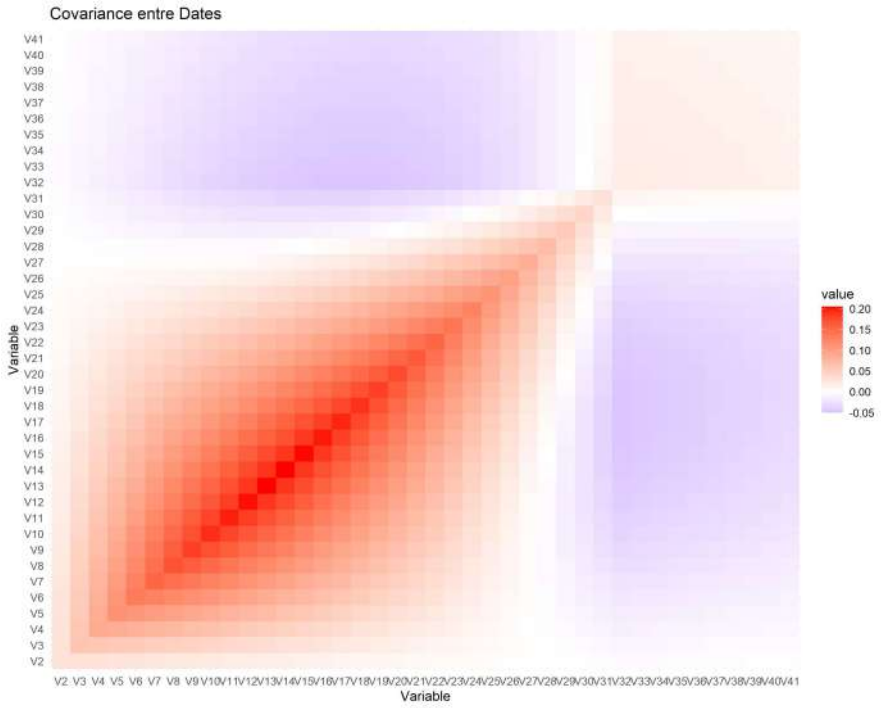

FIGURE 5.3 – Corrélation des prix Zéro-Coupon par maturités

On constate également une corrélation positive du même niveau que celle de la variance entre $P(t,T)$ et $P(t,T+1)$ avec $T \leq 30$

On se propose alors d'estimer le taux futurs via un modèle autorégressif vectoriel.

Modèle Autoregressif Vectoriel (VAR)

Le modèle autorégressif vectoriel (VAR) est un modèle qui généralise le concept de modèle autorégressif (AR) pour les séries temporelles multivariées. Supposons que nous disposons de K séries temporelles $Y_t = \begin{pmatrix} y_t^1 \\ y_t^2 \\ \vdots \\ y_t^K \end{pmatrix}$, où Y_t est un vecteur $K \times 1$ représentant les valeurs des T séries à l'instant t.

Le modèle VAR(p) de ces séries temporelles est donné par l'équation suivante :

$$y_t = c + \sum_{i=1}^{p} A_i y_{t-i} + \epsilon_t$$

où :

- c est un vecteur $K \times 1$ de constantes (termes d'interception).
- A_i sont des matrices $K \times K$ de coefficients pour $i = 1, 2, \ldots, p$.
- ϵ_t est un vecteur $K \times 1$ de termes d'erreurs aléatoires à instant t, supposés être un bruit blanc avec $\mathbb{E}(\epsilon_t) = 0$ et $\mathbb{E}(\epsilon_t \epsilon_t') = \Sigma_\epsilon$, où Σ_ϵ est la matrice de covariance des résidus.

Dans le cas particulier d'un modèle VAR(1) où $p = 1$, l'équation du modèle se simplifie en :

$$Y_t = c + AY_{t-1} + \epsilon_t$$

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons aux T séries temporelles que représentent les prix de zéro-coupons pour différentes maturités j, $j = 1, ..., T$:

	t 0	t 1	t 2	t 3	t 4	t 5	t 6	t 7	t 8	t 9	t 10	t 11	t 12	t 13	t 14
T = 1	0,997695324	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 2	0,995117949	0,99739645	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 3	0,991350217	0,993559742	0,996173432	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 4	0,985964435	0,988062073	0,990641216	0,994506857	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 5	0,978725864	0,980669516	0,983169723	0,98702606	0,992578131	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 6	0,969765182	0,971514779	0,973893354	0,977693444	0,983252422	0,990744509	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 7	0,958923399	0,960440778	0,962656432	0,966354097	0,97186799	0,979371891	0,988700523	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 8	0,945798755	0,947047913	0,949060791	0,952610204	0,958026138	0,965481221	0,974814772	0,986174021	0	0	0	0	0	0	0
T = 9	0,930963737	0,931912756	0,933687107	0,937047017	0,942317345	0,949668942	0,958945749	0,97029554	0,984156307	0	0	0	0	0	0
T = 10	0,914933739	0,915554508	0,917058537	0,920192216	0,925274547	0,932474053	0,941639213	0,952917817	0,966743804	0,982603409	0	0	0	0	0
T = 11	0,897593752	0,897861392	0,899066203	0,901939384	0,906793304	0,913793579	0,922793134	0,933939205	0,947660586	0,963458301	0,980850727	0	0	0	0
T = 12	0,880624242	0,880517362	0,881399191	0,883985752	0,888582589	0,895352132	0,904151372	0,915126681	0,9287014	0,944390868	0,961728098	0,980877847	0	0	0
T = 13	0,863425661	0,862924891	0,863461439	0,865735673	0,870045907	0,876550993	0,885111701	0,895873119	0,909252534	0,924779439	0,942001389	0,961085346	0,980234113	0	0
T = 14	0,847605628	0,846692344	0,846864134	0,848806536	0,852810783	0,859032053	0,867334337	0,877861289	0,891024323	0,906366018	0,92344752	0,942437866	0,961580398	0,981421982	0
T = 15	0,83023914	0,828899373	0,828688014	0,83027422	0,83394129	0,839840097	0,847837765	0,858075864	0,870958697	0,886042436	0,902902344	0,921708816	0,940749336	0,960564007	0,979236729
T = 16	0,814710784	0,81292781	0,81231673	0,813531511	0,816847821	0,822412214	0,830094318	0,840033544	0,852627495	0,867444608	0,884073033	0,902684462	0,921607055	0,941374995	0,960115344
T = 17	0,798827994	0,796590003	0,795564735	0,796390382	0,79933454	0,804539041	0,811875731	0,82148142	0,833746362	0,848251093	0,864596522	0,882955128	0,901696728	0,921348989	0,940083727
T = 18	0,782762414	0,780059632	0,778608008	0,779029523	0,781583326	0,786406158	0,79337178	0,802613988	0,81451513	0,828667569	0,84468474	0,862739409	0,881243607	0,900717969	0,919380152
T = 19	0,767854362	0,764673807	0,762782732	0,762787537	0,764939	0,769368639	0,775951617	0,784818535	0,796343945	0,810131064	0,82580494	0,843538427	0,861783539	0,881054243	0,899611974
T = 20	0,752044138	0,748382307	0,746044897	0,745621726	0,747354605	0,751369359	0,757542366	0,766000518	0,777109681	0,790484021	0,80576029	0,823110764	0,841029315	0,860022222	0,87839721
T = 21	0,734531409	0,730393218	0,727609374	0,726751522	0,728051681	0,731629396	0,737362234	0,745372734	0,756016825	0,768920111	0,783731493	0,800621809	0,818130156	0,83675354	0,854850147
T = 22	0,71586215	0,711255023	0,708027849	0,706732965	0,70759199	0,710717735	0,715988852	0,723523006	0,733665227	0,746052754	0,7603468	0,776716015	0,793746878	0,811925892	0,82966448
T = 23	0,696182162	0,691117483	0,687454093	0,685724043	0,686138028	0,688801725	0,693594779	0,700629503	0,710239178	0,722072795	0,735803952	0,751598402	0,768091767	0,785758906	0,803066776
T = 24	0,675823008	0,67031434	0,666224503	0,664064577	0,664033951	0,666230867	0,670535828	0,677055415	0,686110497	0,697361778	0,710495151	0,725672844	0,741580639	0,758680836	0,775497358
T = 25	0,655142305	0,649204152	0,644699209	0,642117211	0,641646004	0,643376174	0,647188931	0,653184817	0,661671848	0,672322223	0,684833877	0,699364989	0,714651744	0,731143223	0,747420836
T = 26	0,634189032	0,627838703	0,622932846	0,619939541	0,619034905	0,620301699	0,623621696	0,629089144	0,636998821	0,647034202	0,658904987	0,672764823	0,687400375	0,703246904	0,718943608
T = 27	0,613338718	0,606592602	0,601299918	0,597907094	0,596578475	0,597388906	0,600220546	0,605161178	0,612492173	0,621907894	0,633129374	0,646305353	0,660272295	0,675451305	0,690538784
T = 28	0,592643677	0,585519632	0,579855825	0,576077104	0,574336037	0,5746995	0,577049877	0,581468357	0,588222797	0,59701805	0,607586048	0,62007029	0,633356221	0,647850521	0,66230602
T = 29	0,571989459	0,564508734	0,558492631	0,55434443	0,552204924	0,552132988	0,554011118	0,557913791	0,564095235	0,57227048	0,582181986	0,593967684	0,606561366	0,62035497	0,63415715
T = 30	0,551746242	0,543927059	0,537575421	0,533073347	0,530549972	0,530056204	0,531474497	0,534872581	0,540491134	0,548054893	0,557316329	0,568407604	0,580309505	0,593399192	0,606539719

	t 15	t 16	t 17	t 18	t 19	t 20	t 21	t 22	t 23	t 24	t 25	t 26	t 27	t 28	t 29
T = 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 16	0,981002293	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 17	0,961013828	0,980191715	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 18	0,940279464	0,959559523	0,979556244	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 19	0,920445479	0,939785705	0,959924168	0,980602669	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 20	0,899077531	0,918387533	0,938570512	0,959380097	0,979039377	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 21	0,875269785	0,894439901	0,914549424	0,93536436	0,955157333	0,976324641	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 22	0,849733302	0,868669627	0,888603561	0,909313761	0,929126117	0,9503763	0,974176791	0	0	0	0	0	0	0	0
T = 23	0,82270189	0,841317054	0,860979599	0,881480972	0,901203511	0,922417533	0,946211545	0,972084006	0	0	0	0	0	0	0
T = 24	0,794628987	0,812847887	0,832155752	0,852356759	0,871891904	0,892962594	0,916631139	0,942422311	0,970313253	0	0	0	0	0	0
T = 25	0,765993579	0,783754815	0,802638881	0,822462468	0,841726407	0,862560922	0,886000468	0,911596016	0,939336226	0,968938348	0	0	0	0	0
T = 26	0,736907978	0,754155933	0,772552984	0,791928042	0,810842665	0,831353887	0,854466769	0,87975821	0,907227759	0,936613622	0,967538294	0	0	0	0
T = 27	0,707860562	0,724554485	0,74241697	0,761288712	0,779791862	0,799909608	0,822616702	0,847515367	0,87461533	0,903675222	0,9343421	0,966625749	0	0	0
T = 28	0,678957065	0,695062362	0,712349222	0,730669634	0,748705956	0,768367154	0,790596907	0,815022037	0,841661697	0,870294299	0,900590993	0,93257258	0,965743115	0	0
T = 29	0,650110649	0,665594326	0,682266122	0,699988846	0,717504791	0,736648084	0,758330441	0,782202574	0,808292258	0,836397006	0,866211543	0,897767047	0,930597662	0,964615809	0
T = 30	0,621783613	0,636627312	0,652660306	0,669755638	0,686714325	0,705296354	0,726381243	0,749642608	0,77511603	0,802617244	0,831863736	0,862896366	0,895278773	0,928937955	0,964057723

TABLE 5.1 – Prix Zéro-Coupon, Scénario Fil Rouge

En partant des remarques faites sur la corrélation des prix des zéro-coupon, le modèle permet d'écrire y_t^T comme combinaison de y_{t-1}^T et y_{t-1}^{T-1}, tout en tenant compte de la contrainte $t < T$

selon :

$$y_t^T = c_T + \alpha y_{t-1}^T + \beta y_{t-1}^{T-1}$$

avec α, β des paramètres réels estimés par moindres carrées.

La matrice A s'écrit alors comme :

$$A = \begin{pmatrix} \beta & \alpha & 0 & \cdot s & 0 \\ 0 & \beta & \alpha & \cdot s & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdot s & 0 & \beta & \alpha \end{pmatrix}$$

Performance du modèle

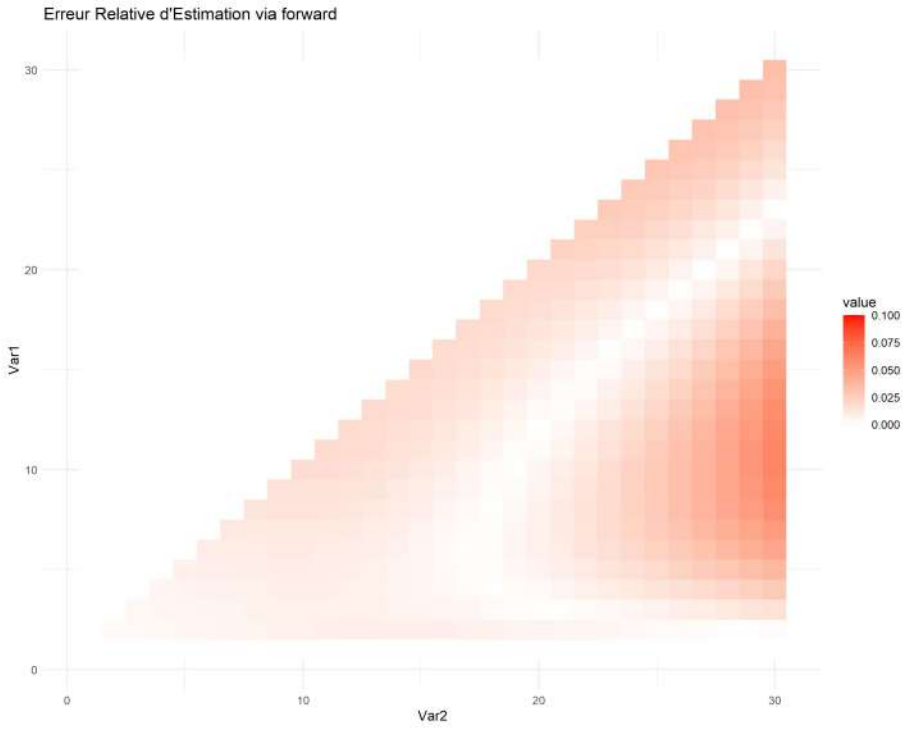

FIGURE 5.4 – Erreur relative d'estimation des taux réels futurs via taux forward

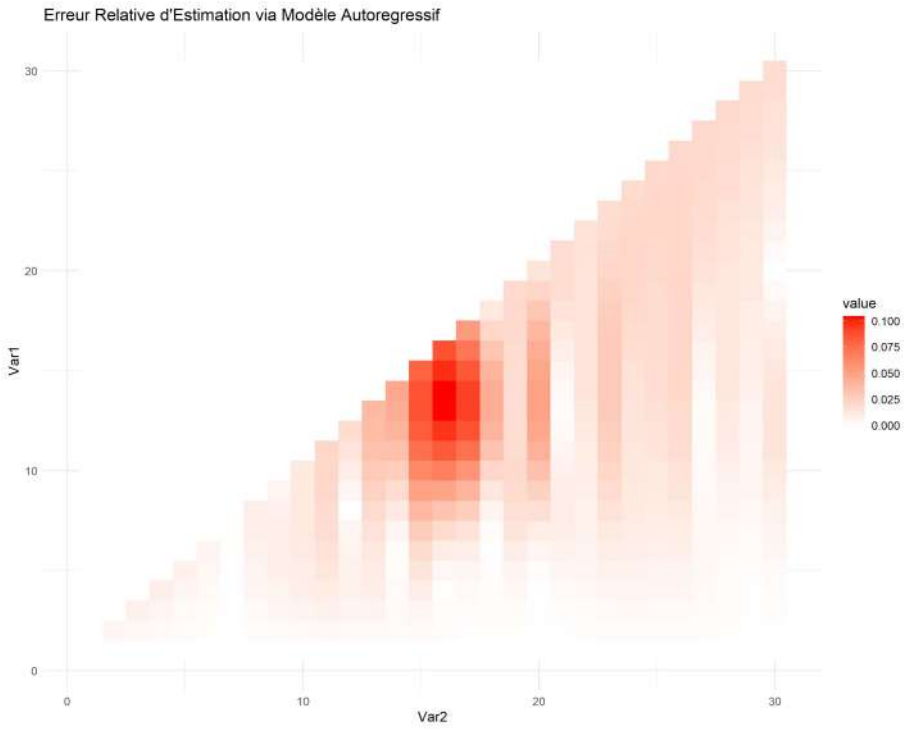

FIGURE 5.5 – Erreur relative d'estimation des taux réels futurs via le modèle VAR

On constate que la méthode d'estimation via le modèle auto-régressif (VAR) s'avère nettement plus performante que l'estimation via la méthode « forward », sauf pour les maturités courtes et moyennes à certaines dates comprises entre $t = 8$ et $t = 17$. Cet écart peut être attribué à la construction intrinsèque des scénarios. Une des pistes envisagées serait d'utiliser une combinaison des deux méthodes, en pondérant les estimations issues du modèle VAR et des taux forward en fonction de l'erreur relative, afin de tirer parti des forces de chacune.

Cependant, il est important de noter que les coefficients du modèle VAR sont recalibrés pour chaque scénario. Si cette méthode présente un intérêt certain dans le cadre du GSE pour améliorer l'estimation des pertes, son application en dehors de ce contexte, notamment pour une meilleure anticipation des taux futurs, reste limitée. En effet, les caractéristiques propres à la calibration des scénarios réduisent sa pertinence dans un usage généralisé.

Néanmoins, il nous semblait essentiel de présenter cette approche, ne serait-ce que pour explorer les potentialités de ce type de modèle et évaluer son intégration potentielle avec d'autres méthodologies, comme les taux forward. Cette réflexion témoigne de notre volonté d'investiguer des approches variées afin d'améliorer la robustesse et la précision des estimations tout en élargissant les perspectives d'application des modèles au-delà du cadre du GSE.

5.4.3 Troisième approche (approche retenue)

Finalement, c'est une mesure d'exposition basée sur la duration qui est utilisée.

$$exposition_t^i = -D_t^i \cdot \Delta_t r \cdot V_t^i \tag{5.11}$$

où :

— D_t^i représente la duration de l'obligation i à la date t

— $\Delta_t r$ représente la variation des taux ZC 1 an entre les dates t et $t-1$

— V_t^i représente la valeur de marché de l'obligation i à la date t

La duration est une mesure très pertinente pour évaluer l'exposition d'un portefeuille obligataire. En effet, comme cela a été expliqué dans le chapitre (4), elle permet de quantifier la sensibilité des obligations aux variations de taux d'intérêt, offrant ainsi une estimation précise de la fluctuation de la valeur du portefeuille pour une variation de 1% des taux. Cela permet une meilleure comparabilité entre obligations de différentes maturités en ramenant leur sensibilité à une échelle temporelle commune. Elle a également été utilisée dans la première stratégie d'alignement de la duration des actifs sur celle des passifs, et est relativement simple à calculer.

5.5 Evaluation du prix du cap

5.5.1 Modèle de Black

Le modèle utilisé pour les taux forward est le modèle de Black explicité dans la section (5.2). Sa dynamique est donnée par l'équation :

$$dL(t, T_{i-1}, T_i) = \sigma(t, T_i)\, L(t, T_{i-1}, T_i)\, dW_t^{Q^{T_i}} \tag{5.12}$$

où $W^{Q^{T_i}}$ est un Q^{T_i}-mouvement brownien, et $\sigma(t, T_i)$ est la volatilité implicite pour la maturité de l'option T_i.

5.5.2 Volatilités implicites

Afin d'évaluer les caps, nous récupérons les volatilités implicites pour chaque maturité, exprimées en points BP (*Basis Point*). La volatilité implicite est un paramètre clé dans la modélisation qui mesure l'anticipation du marché quant à la variabilité future des taux d'intérêt. Plus la volatilité implicite est élevée, plus il est probable que le taux d'intérêt dépasse le strike de l'option, ce qui augmente la valeur de l'option. En effet, dans le cadre du modèle de Black, une volatilité plus élevée conduit à des valeurs de caplets plus importantes en raison de l'augmentation de la probabilité que le taux forward dépasse le strike à l'échéance.

Maturité	0,25%	0,5%	1%	1,5%	2%	2,25%	2,50%	3%	3,50%	4%	4,5%	5%	6%	7%	10%
1	124,76	95,04	67,83	52,99	43,00	39,11	35,80	30,90	28,47	28,21	29,23	30,76	33,98	36,87	43,39
18Mo	121,74	92,37	66,41	52,68	43,68	40,22	37,28	32,87	30,71	30,56	31,50	32,79	35,41	37,69	42,74
2	130,53	97,85	70,25	56,12	47,03	43,57	40,63	36,15	33,85	33,55	34,28	35,35	37,53	39,44	43,66
3	131,24	97,58	70,80	57,71	49,53	46,46	43,89	39,92	37,52	36,72	36,97	37,60	38,94	40,07	42,54
4	132,76	97,16	70,44	57,82	50,10	47,25	44,87	41,22	38,93	37,99	37,91	38,15	38,79	39,35	40,68
5	132,05	95,30	68,98	56,85	49,55	46,88	44,67	41,28	39,12	38,10	37,80	37,80	37,99	38,20	38,87
6	130,52	93,05	67,32	55,74	48,85	46,35	44,27	41,12	39,07	38,02	37,61	37,46	37,38	37,40	37,67
7	130,28	91,59	66,14	54,88	48,24	45,84	43,85	40,81	38,81	37,72	37,11	37,05	36,80	36,70	36,67
8	128,70	90,42	65,30	54,17	47,78	45,50	43,51	40,51	38,52	37,50	36,98	36,87	36,52	36,39	36,29
9	128,35	90,21	65,14	54,10	47,67	45,37	43,34	40,35	38,35	37,34	36,81	36,66	36,24	36,12	35,99
10	127,01	89,13	64,34	53,51	47,32	45,04	43,05	40,08	38,09	37,07	36,54	36,35	35,88	35,77	35,66
12	122,48	86,83	62,68	52,47	46,56	44,42	42,51	39,61	37,61	36,60	36,05	35,80	35,31	35,16	34,99
15	115,08	82,94	60,08	50,89	45,22	43,20	41,41	38,64	36,60	35,59	34,98	34,53	34,06	33,85	33,63
20	124,72	101,59	64,05	51,73	45,10	42,78	40,88	37,98	35,92	34,46	33,39	32,54	31,25	30,32	28,70
25	NA	135,84	70,25	55,05	47,40	44,80	42,69	39,51	37,28	35,71	34,56	33,66	32,32	31,37	29,78
30	NA	498,75	79,68	59,42	50,21	47,17	44,76	41,15	38,66	36,90	35,61	34,61	33,12	32,08	30,32

TABLE 5.2 – Volatilités implicites des caps au 01/01/2023, date de début de projection, *Source : Bloomberg*

Les deux valeurs manquantes, situées aux deux dernières lignes de la première colonne, sont d'abord estimées par extrapolation linéaire. Ensuite, une interpolation par splines cubiques est appliquée sur chaque colonne pour compléter les données restantes. Cette méthode, détaillée dans l'annexe A, est mise en œuvre à l'aide de la fonction ***spline*** du logiciel **R**.

Les volatilités obtenues après traitement aux dates $t \in [1, 30]$ sont données dans le tableau suivant :

Maturité	0,25%	0,5%	1%	1,5%	2%	2,25%	2,50%	3%	3,50%	4%	4,5%	5%	6%	7%	10%
1	124,76	95,04	67,83	52,99	43,00	39,11	35,80	30,90	28,47	28,21	29,23	30,76	33,98	36,87	43,39
2	130,53	97,85	70,25	56,12	47,03	43,57	40,63	36,15	33,85	33,55	34,28	35,35	37,53	39,44	43,66
3	131,24	97,58	70,80	57,71	49,53	46,46	43,89	39,92	37,52	36,72	36,97	37,60	38,94	40,07	42,54
4	132,76	97,16	70,44	57,82	50,10	47,25	44,87	41,22	38,93	37,99	37,91	38,15	38,79	39,35	40,68
5	132,05	95,30	68,98	56,85	49,55	46,88	44,67	41,28	39,12	38,10	37,80	37,80	37,99	38,20	38,87
6	130,52	93,05	67,32	55,74	48,85	46,35	44,27	41,12	39,07	38,02	37,61	37,46	37,38	37,40	37,67
7	130,28	91,59	66,14	54,88	48,24	45,84	43,85	40,81	38,81	37,72	37,11	37,05	36,80	36,70	36,67
8	128,70	90,42	65,30	54,17	47,78	45,50	43,51	40,51	38,52	37,50	36,98	36,87	36,52	36,39	36,29
9	128,35	90,21	65,14	54,10	47,67	45,37	43,34	40,35	38,35	37,34	36,81	36,66	36,24	36,12	35,99
10	127,01	89,13	64,34	53,51	47,32	45,04	43,05	40,08	38,09	37,07	36,54	36,35	35,88	35,77	35,66
11	125,46	88,45	63,81	53,19	47,10	44,85	42,89	39,94	37,96	36,94	36,43	36,23	35,75	35,62	35,50
12	122,48	86,83	62,68	52,47	46,56	44,42	42,51	39,61	37,61	36,60	36,05	35,80	35,31	35,16	34,99
13	119,95	85,46	61,76	51,89	46,09	44,05	42,12	39,27	37,26	36,25	35,67	35,37	34,87	34,70	34,51
14	117,48	84,16	60,89	51,37	45,64	43,61	41,75	38,95	36,93	35,92	35,32	34,94	34,46	34,27	34,05
15	115,08	82,94	60,08	50,89	45,22	43,20	41,41	38,64	36,60	35,59	34,98	34,53	34,06	33,85	33,63
16	113,15	81,88	59,36	50,45	44,84	42,84	41,12	38,37	36,32	35,32	34,70	34,22	33,72	33,50	33,26
17	111,33	80,88	58,70	50,04	44,50	42,52	40,86	38,12	36,07	35,07	34,44	33,92	33,41	33,18	32,93
18	109,55	79,91	58,07	49,64	44,16	42,19	40,59	37,87	35,82	34,82	34,16	33,60	33,09	32,85	32,59
19	130,97	100,31	62,89	51,07	44,63	42,37	40,52	37,68	35,67	34,23	33,19	32,37	31,10	30,20	28,62
20	124,72	101,59	64,05	51,73	45,10	42,78	40,88	37,98	35,92	34,46	33,39	32,54	31,25	30,32	28,70
21	119,39	100,75	65,20	52,38	45,56	43,18	41,24	38,28	36,18	34,70	33,60	32,74	31,43	30,49	28,85
22	114,93	100,42	66,36	53,02	46,01	43,58	41,60	38,58	36,45	34,94	33,83	32,96	31,64	30,69	29.05
23	111,07	103,93	67,57	53,67	46,46	43,97	41,95	38,88	36,72	35,19	34,07	33,19	31,86	30,91	29,29
24	107,53	114,62	68,85	54,34	46,92	44,38	42,31	39,19	37,00	35,45	34,31	33,42	32,10	31,14	29,54
25	104,04	135,84	70,25	55,05	47,40	44,80	42,69	39,51	37,28	35,71	34,56	33,66	32,32	31,37	29,78
26	100,36	170,78	71,79	55,81	47,91	45,24	43,08	39,83	37,57	35,97	34,80	33,90	32,54	31,58	30,00
27	96,46	222,06	73,50	56,63	48,45	45,70	43,49	40,17	37,85	36,22	35,04	34,11	32,74	31,77	30,18
28	92,32	292,16	75,37	57,50	49,01	46,18	43,91	40,50	38,13	36,47	35,25	34,31	32,91	31,93	30,30
29	87,95	383,56	77,43	58,43	49,60	46,67	44,33	40,83	38,40	36,70	35,45	34,48	33,04	32,03	30,35
30	83,36	498,75	79,68	59,42	50,21	47,17	44,76	41,15	38,66	36,90	35,61	34,61	33,12	32,08	30,32

TABLE 5.3 – Volatilités implicites des caps interpolées au 01/01/2023, date de début de projection, *Source : Bloomberg*

5.5.3 Prix du cap : Impact comptable et financier

Le prix de l'instrument est déduit des fonds propres. Cela se justifie par la nature de ce prix en tant que dépense initiale liée à l'instrument de couverture. Cette approche reflète fidèlement l'impact économique et financier des caps tout en respectant les bonnes pratiques comptables et réglementaires précisées dans la section (5.3). Cela est dû à plusieurs considérations. Tout d'abord, du point de vue de la conformité réglementaire et de la transparence, cette approche est alignée avec les textes réglementaires, garantissant ainsi une gestion prudente et fidèle des états financiers. Ensuite, en termes de justification comptable et financière, le prix du cap est considéré comme une dépense d'acquisition impactant directement les fonds propres à $t = 0$. Cette méthode reflète fidèlement la réalité économique, évitant toute sous-estimation des fonds disponibles. De plus, la nature du cap comme instrument de couverture souligne son rôle de protection contre une hausse des taux sans générer de flux immédiats. Le coût initial du cap traduit donc un investissement dans la réduction des risques futurs, comme détaillé dans la comparaison de l'évolution des fonds propres avec et sans couverture (cf. section (5.7)).

5.6 Stratégie de couverture

L'outil ALM Forvis Mazars, présenté dans la section (3.1) permet de projeter les bilans et les comptes de résultats sur un horizon temporel donné, en modélisant les interactions entre actifs et passifs. Cet outil a été adapté et augmenté dans le but d'intégrer les différentes étapes de la stratégie de couverture par cap, à savoir le calcul du nominal via le calcul d'exposition, l'évaluation du prix de la couverture et son optimisation.

5.6.1 Fixation de la maturité du cap

L'horizon de projection est $H = 30$ ans. La durée de couverture par défaut a été fixée à $T = 5$ ans. Ce choix de fixer la maturité vise à rendre l'intégration dans l'environnement Forvis Mazars (outil de projection ALM) plus souple et à faciliter la sélection de l'instrument optimal issu des simulations stochastiques.

On désigne par bloc une période d'années couverte par un cap dont la maturité correspond au nombre d'années du bloc. Dans la suite, les blocs considérés sont de 5 ans.

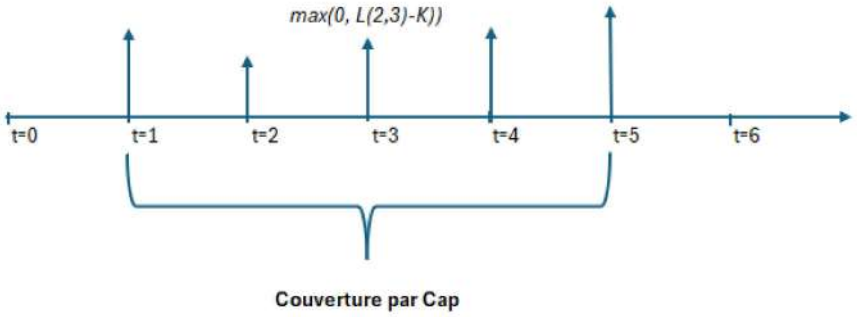

FIGURE 5.6 – Couverture sur le premier bloc (5 ans) par un cap de maturité $T = 5$ ans

Néanmoins, le choix de ($T = 5$ ans) n'a pas été arbitraire, mais plutôt le résultat de l'analyse qualitative suivante :

— Cette maturité permet un rolling flexible évitant les prises de positions sur de longues durées (> 5 ans) et donc peu efficaces en cas de mouvement adverse comme une baisse des taux où la couverture ne serait pas activée

— Plus la maturité du cap augmente, plus le prix du cap, comparé à la protection qu'il propose, augmente à cause de la baisse de l'incertitude d'un côté et, dans le contexte actuel, de la forme même de la courbe des taux qui connaît depuis 2022 un pic sur les courtes maturités, comme on peut constater dans le graphe suivant, issus d'une étude interne effectuée au cabinet :

FIGURE 5.7 – Evolution des taux zéro-coupons entre 2021 et 2024, *source : Etude interne Forvis Mazars*

5.6.2 Choix du cap optimal

Une première projection sur le bloc de couverture i, correspondant à 5 ans de couverture, permet de déterminer le niveau d'exposition du portefeuille obligataire de l'assureur au risque de hausse des taux selon la mesure retenue dans la section (5.4.3). Il existe 6 blocs pouvant être couverts sur l'horizon choisi, chacun de 5 ans.

FIGURE 5.8 – Six caps potentiels pour couvrir l'ensemble de la période de projection

L'étude se concentre néanmoins sur l'effet isolé du premier bloc.

L'échéancier, fixé par défaut à $T = 5$ ans, laisse comme paramètres à optimiser le nominal et le strike. La métrique d'optimalité est directement influencée par le niveau d'aversion au risque de l'assureur, c'est-à-dire sa disposition à accroître la couverture en acceptant une prime de couverture plus élevée. Pour modéliser cette aversion au risque, deux degrés de liberté sont proposés :

— Un premier lors du calcul même du nominal : l'assureur détermine s'il prend pour nominal la moyenne de l'exposition ou bien le maximum sur le bloc des 5 ans.

— Une fois le nominal (N^i) déterminé, trouver le cap optimal consiste à résoudre le problème d'optimisation suivant, représentant le compromis prime de cap - strike :

$$\boxed{\max_{K^i} score_{N^i}(K^i) := payoff\_moyen^i(K^i) - \alpha \cdot prix\_cap^i(K^i)}$$

où :

— $\alpha \geq 0$: paramètre permettant de traduire l'appétit au risque de l'assureur : $\alpha = 0$ représente le cas d'un assureur très averse au risque. L'aversion au risque décroît avec α

— En notant n le nombre de scénarios et $L^s(t, t+1)$, la valeur du sous-jacent dans le scénario s à l'instant t :

$$payoff\_moyen(t, K) = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^{n} (L^s(t, t+1) - K)_+ \cdot N$$

— En adoptant la notation définie dans la section (5.2), et plus spécifiquement dans l'équation (**??**) :

$$\begin{aligned} prix\_cap(K) &= \sum_{t=1}^{5} prix\_caplet(t, K) \\ &= \sum_{t=1}^{5} N \cdot BS_{call}(t, K, F(0, t, t+1), \sigma(K)) \end{aligned}$$

Remarque :

Dans les équations du payoff et du prix du cap, l'indexation par l'identifiant du bloc i à l'exposant a été volontairement omise afin de préserver la lisibilité

5.6.3 Mise en place de la stratégie

Les résultats présentés dans ce chapitre portent sur le portefeuille en euros décrit dans la section (1.5).

Pour analyser l'effet d'une hausse des taux, un **sous-ensemble de dix simulations** a été sélectionné. Ces dix scénarios représentent un stress test de taux : ils correspondent aux configurations les plus défavorables, dans lesquelles l'augmentation des taux par maturité est en moyenne la plus marquée par rapport au scénario central (ou équivalent certain). Ce sous-groupe noté Ω est constitué de scénarios ω qui maximisent la moyenne des écarts du taux 1 an par rapport au scénario central :

$$\left\{ \omega \in \Omega \;\middle|\; \omega \in \underset{\omega' \in \Omega}{\operatorname{argmax}} \Big(\tfrac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \big(r_{\omega'}(t, t+1) - r_{\text{central}}(t, t+1) \big) \Big) \right\}$$

où $r_{\omega'}(t, t+1)$ désigne le taux 1 an au temps t dans le scénario ω', et $r_{\text{central}}(t, t+1)$ sa valeur dans le scénario central.

Les simulations sont menées sur un horizon de $H = 30$ ans, en évaluant de façon détaillée les expositions de la poche obligataire à chaque pas de temps pour chaque scénario. **Il est rappelé que seule la première période (cinq premières années) est couverte par le cap**. Toutefois, prolonger la projection jusqu'à 30 ans permet d'observer l'effet de ce cap au-delà de cette période et d'analyser, en particulier, comment les éventuelles revalorisations issues des payoffs du cap influencent le comportement des assurés après l'expiration de la protection.

Ci-dessous sont présentées l'exposition du portefeuille obligataire de l'assureur dans chacun des scénarios, ainsi que la moyenne calculée sur l'ensemble des scénarios Ω.

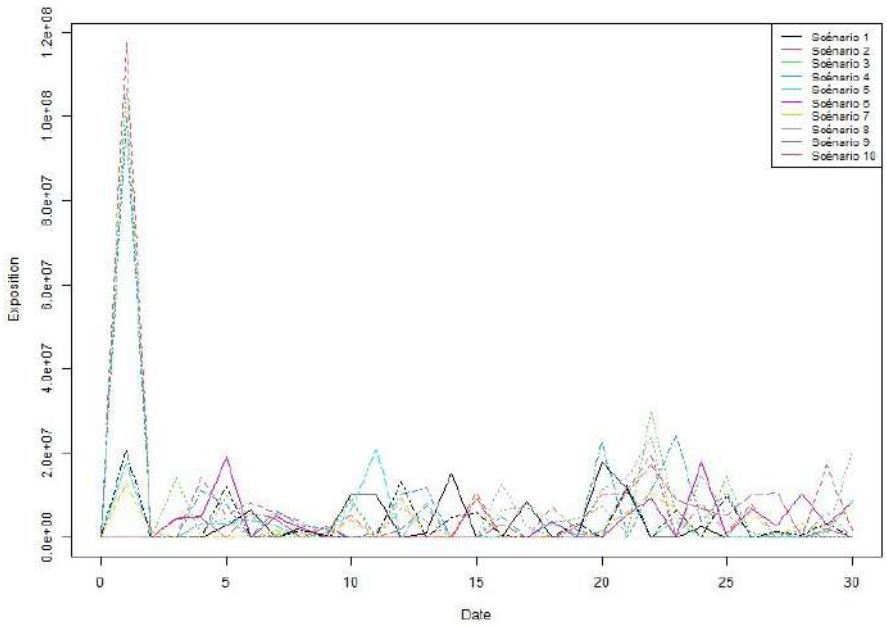

FIGURE 5.9 – Exposition de la poche obligataire de l'assureur, sous-ensemble de 10 scénarios

L'exposition moyenne est ensuite calculée à chaque pas de temps :

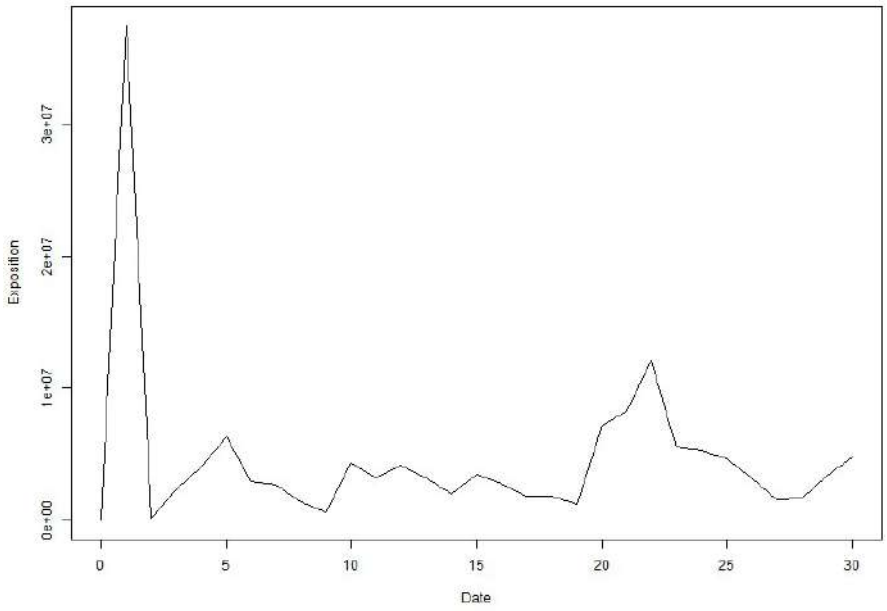

FIGURE 5.10 – Exposition moyenne de la poche obligataire de l'assureur, , sous-groupe de 10 scénarios

À partir de ce point, le nominal du cap est déterminé selon deux approches possibles :

— Le nominal est défini comme la moyenne des expositions sur les 5 périodes du bloc. Cette méthode permet de réduire le nominal et donc de réduire le prix du cap.

— Le nominal est défini comme l'exposition maximale sur les périodes du bloc. Cette méthode permet une meilleure couverture mais augmente de façon significative le prix du cap comme nous le verrons par la suite.

Il est important de noter que le pic significatif observé au premier pas de temps résulte de l'utilisation d'un nombre limité de 10 scénarios à ce stade pour les raisons expliquées auparavant.

Bloc	**1**	2	3	4	5	6
Nominal Retenu	**10 052 027**	2 372 811	3 194 736	2 937 812	7 155 264	2 870 342

TABLE 5.4 – Nominaux retenus pour les caps : Moyenne de l'exposition sur le bloc

Bloc	**1**	2	3	4	5	6
Nominal Retenu	**37 485 200**	4 327 004	4 120 234	7 164 995	12 061 207	4 700 344

TABLE 5.5 – Nominaux retenus pour les caps : Maximum de l'exposition sur le bloc

Pour évaluer les caps respectifs, les données de volatilités implicites sont récupérées à partir de la plateforme Bloomberg, conformément au modèle de Black présenté dans la section (5.5.1). Un traitement par splines cubiques est ensuite appliqué pour interpoler les maturités, comme

détaillé dans la section (5.5.2).

Le graphe suivant présente le prix du premier cap calculé à l'instant $t = 0$, c'est-à-dire avant le lancement de la projection. Ce cap est destiné à couvrir l'exposition (moyenne des scénarios sélectionnés) sur les 5 premières années (bloc 1) :

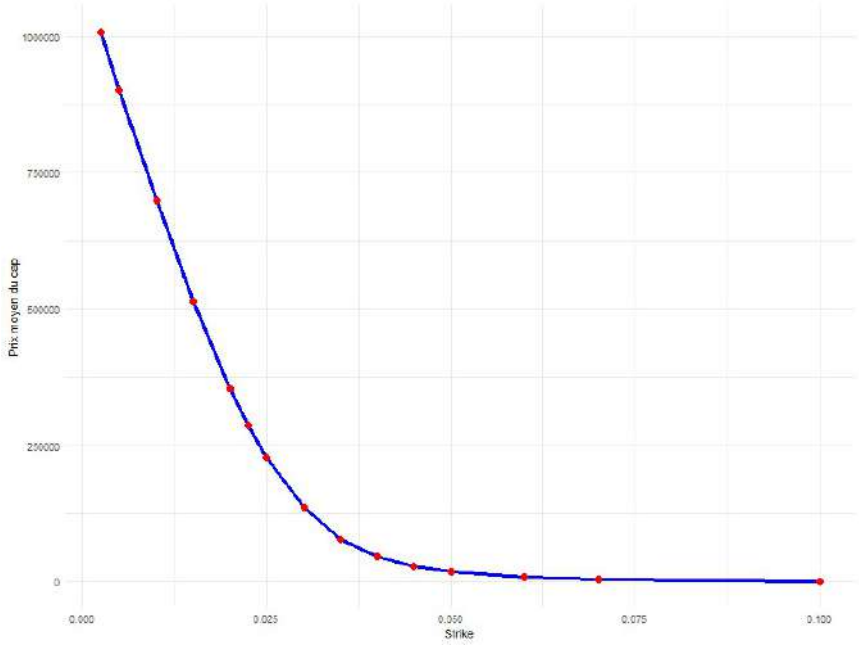

FIGURE 5.11 – Prix moyen du cap en fonction du strike couvrant le 1^{er} bloc, avec comme nominal la moyenne des expositions sur le bloc $N = 10\ 052\ 027$

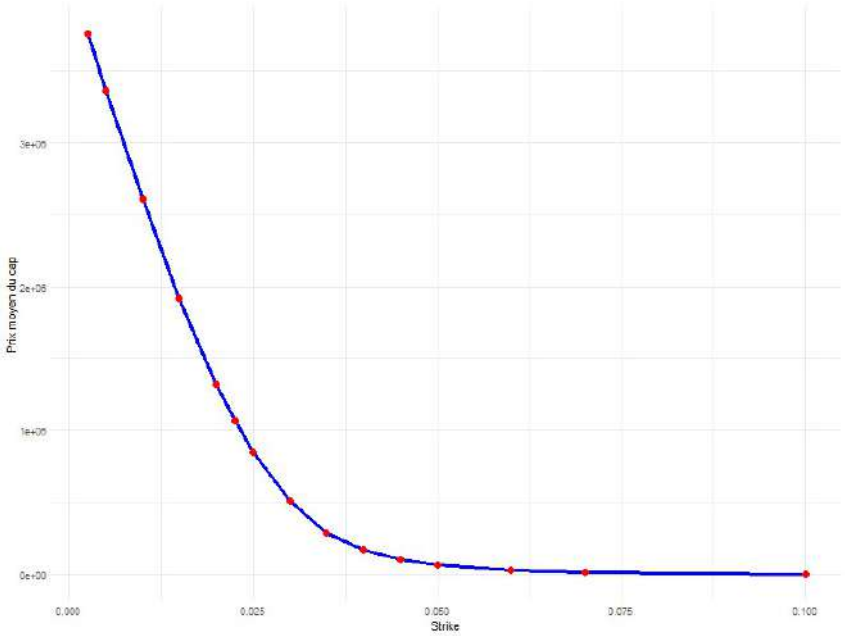

FIGURE 5.12 – Prix moyen du cap en fonction du strike couvrant le 1^{er} bloc, avec comme nominal le maximum des expositions sur le bloc $N = 37\ 485\ 200$

Dans les deux cas, une décroissance rapide du prix moyen du cap est observée à mesure que le strike augmente. Cela s'explique par la diminution de la probabilité que des gains soient générés pour des strikes plus élevés, ce qui rend les caps moins coûteux. Une telle courbe, décroissante de manière exponentielle, est typique des produits dérivés tels que les caps et les floors.

La variation des payoffs moyens en fonction des strikes est ensuite analysée à chaque pas de temps. Il est important de noter que les échelles des heatmaps diffèrent en fonction du nominal retenu :

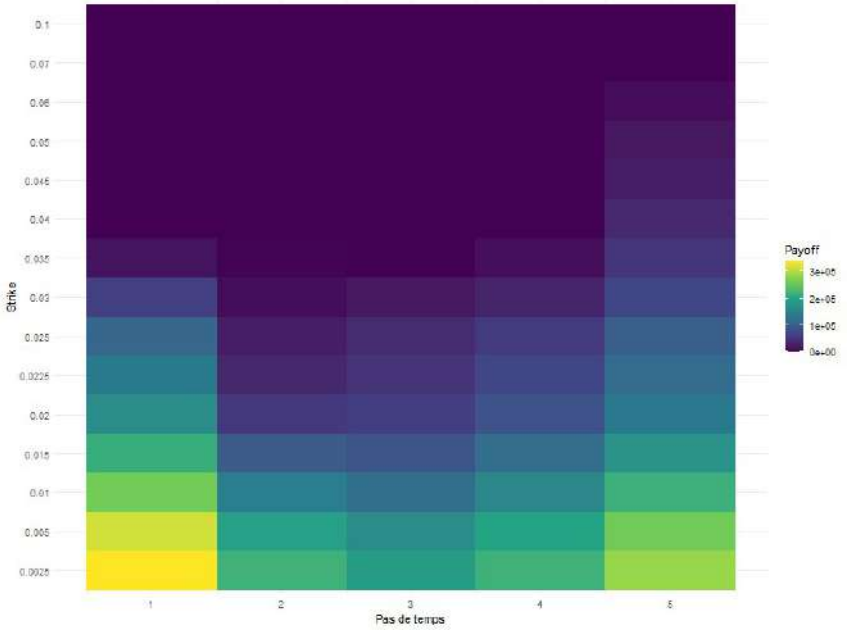

FIGURE 5.13 – Payoffs moyens des caps par pas de temps pour l'ensemble des strikes, $N = 10\ 052\ 027$

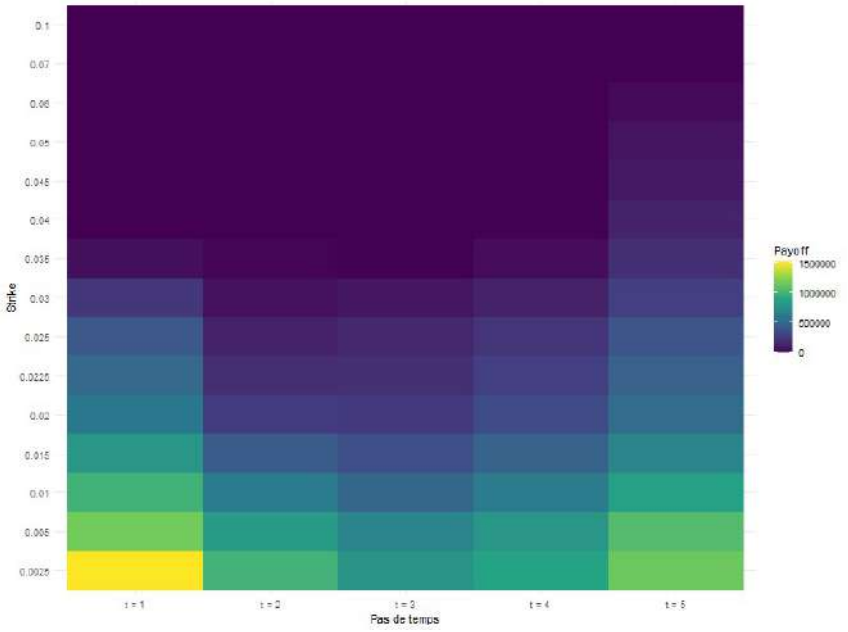

FIGURE 5.14 – Payoffs moyens des caps par pas de temps pour l'ensemble des strikes, $N = 37\ 485\ 200$

Pour les strikes les plus bas (0,25% à 1%), les payoffs moyens sont significativement plus élevés,

notamment aux premiers pas de temps. En revanche, pour les strikes plus élevés (supérieurs à 3%), les payoffs restent très faibles tout au long des périodes. Ce résultat s'explique par l'influence du strike sur la probabilité de générer des payoffs importants au fil du temps.

Les graphes suivants illustrent les payoffs moyens à chaque pas de temps pour un sous-ensemble sélectionné de strikes, choisi pour améliorer la pertinence et la lisibilité :

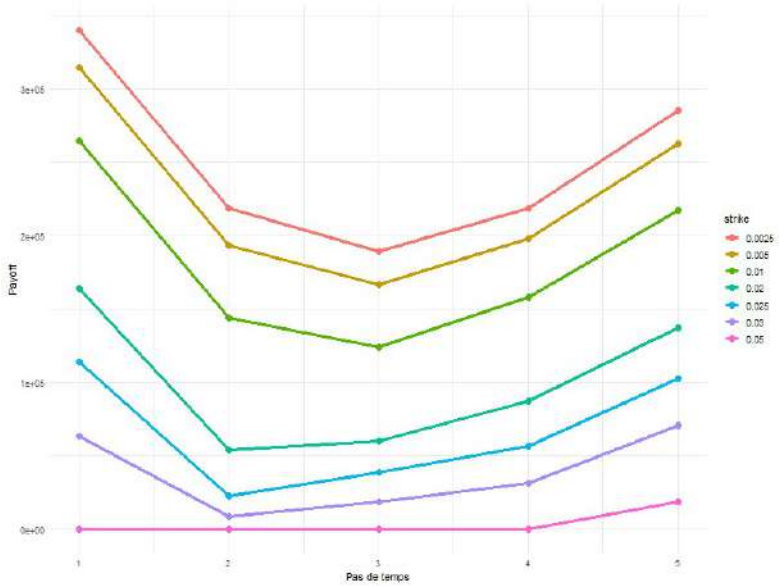

FIGURE 5.15 – Payoffs moyens des caps par pas de temps pour un sous-ensemble de strikes, $N = 10\ 052\ 027$

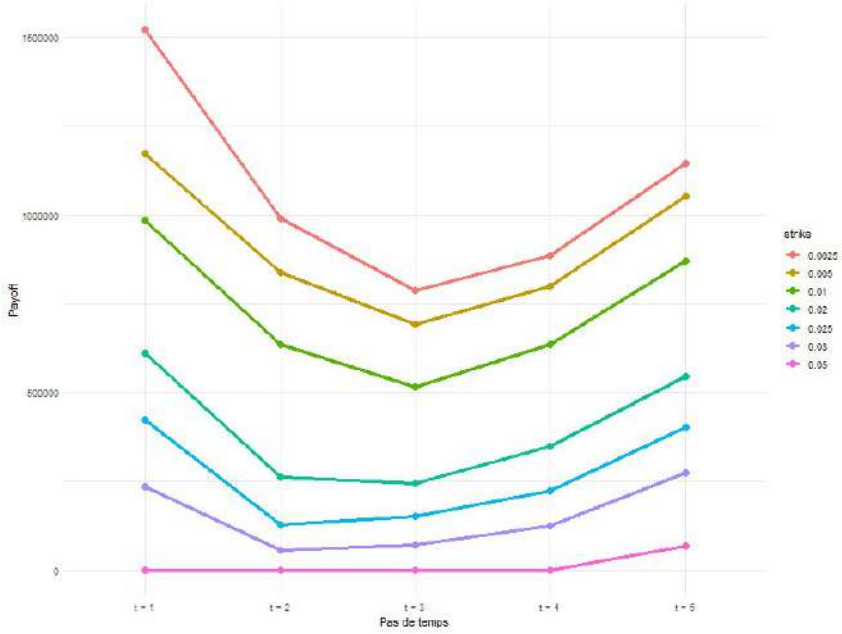

FIGURE 5.16 – Payoffs moyens des caps par pas de temps pour un sous-ensemble de strikes, N = 37 485 200

On observe dans les deux cas une tendance en forme de V pour la plupart des strikes, caractérisée par une diminution des payoffs au début, atteignant un minimum autour des pas de temps 2 ou 3, avant de remonter. Cette dynamique s'explique principalement par le sous-ensemble de scénarios sélectionnés. Ces scénarios reflètent des trajectoires spécifiques des taux d'intérêt, qui augmentent dans un premier temps avant de diminuer. Il importe de noter que cette évolution cyclique, bien que présente dans ces scénarios particuliers, n'est en rien une caractéristique généralisable à l'ensemble des possibles.

5.7 Etude de l'efficacité de la couverture et de l'impact sur les indicateurs IFRS 17

5.7.1 Présentation

Les flux projetés de l'organisme pendant les 5 premières années sont récupérés pour l'analyse. Le cap, avec ses caractéristiques et son prix, joue un rôle essentiel dans la gestion des rachats dynamiques et des flux financiers associés. Pour intégrer cet instrument dans l'outil de projection, le montant de la prime du cap est déduit des fonds propres à $t = 0$, et les éventuels payoffs sont ajoutés aux produits financiers de l'assureur. Les flux sont ensuite projetés sur un horizon de $H = 30$ ans afin d'évaluer l'impact du cap au-delà de son échéance $T = 5$ ans.

L'objectif global de cette étude est d'évaluer l'impact de l'utilisation de produits dérivés, en explorant les implications réglementaires liées à l'entrée en vigueur de la norme IFRS 17 en

janvier 2023. Les contrats souscrits en amont de cette date sont ainsi gérés dans une phase de transition, comme précisé dans la section (2.5.4).

L'assureur, supposé être fortement averse au risque, adopte une stratégie de couverture visant à limiter l'exposition maximale par bloc au premier degré. Pour un profil d'assureur combinant une aversion significative au risque et une sensibilité modérée au coût ($\alpha = 0,1$), le cap optimal identifié présente les caractéristiques suivantes :

— un nominal de $N^* = 37\ 485\ 200$ €

— un strike optimal de $K^* = 1\%$

— une prime associée estimée à $P^* = 2\ 750\ 000$

5.7.2 Résultats observés

Les payoffs du cap sont enregistrés en tant que produits financiers avant leur réallocation pour atteindre l'allocation cible de l'actif. Ainsi, une augmentation des flux financiers est observée sur les 5 premières années, directement issue des payoffs du cap. Cette amélioration se reflète également sur le résultat net sur la même période.

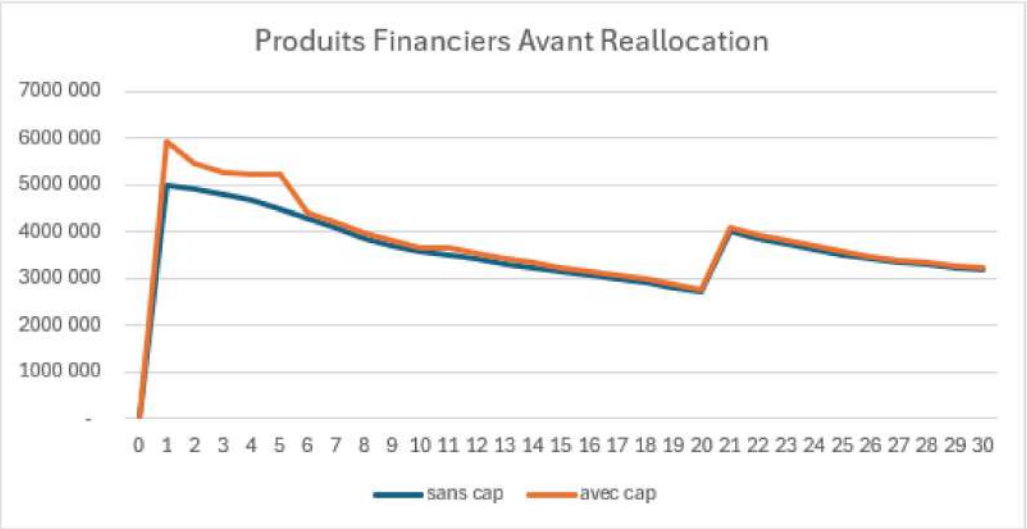

FIGURE 5.17 – Comparaison du montant des produits financiers avant réallocation en €

Le résultat net connaît une amélioration notable pendant la période de couverture, en raison de la diminution des prestations liées aux rachats et même après la période de couverture (jusqu'à $t = 8$). Ce phénomène trouve son explication dans la modélisation des rachats, comme expliquée ci-après.

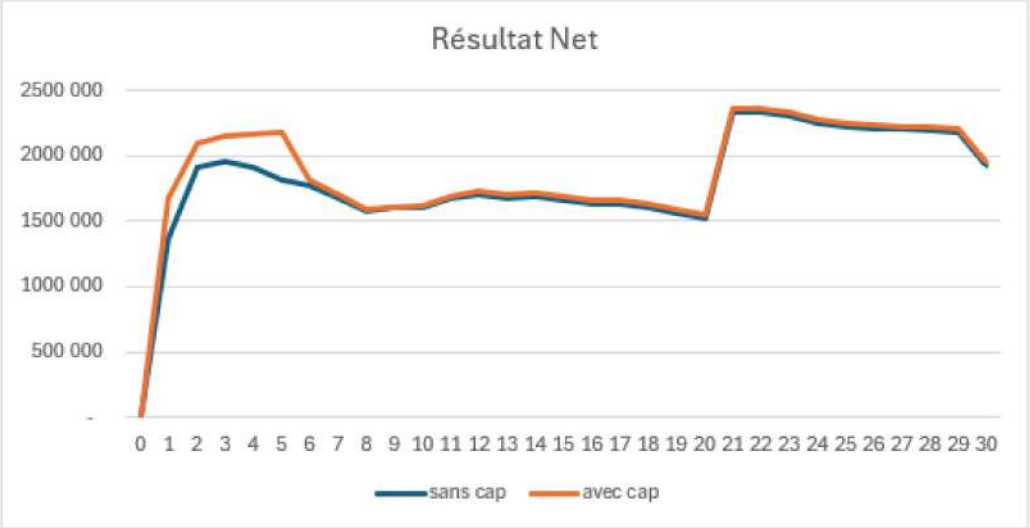

FIGURE 5.18 – Comparaison du résultat net en €

Les rachats dynamiques diminuent non seulement durant les années de couverture, mais également sur les années qui suivent jusqu'à $t = 8$. Cette diminution s'explique par les flux supplémentaires qui permettent une meilleure revalorisation des provisions mathématiques. Cependant, à partir de $t = 8$, les rachats dynamiques retrouvent leur tendance normale en raison de l'absence de flux additionnels, et sont même sensiblement plus importants que le cas *sans cap*, en raison de l'effet mémoire présenté dans la section (3.4.3) et analysé plus en détail dans la section suivante.

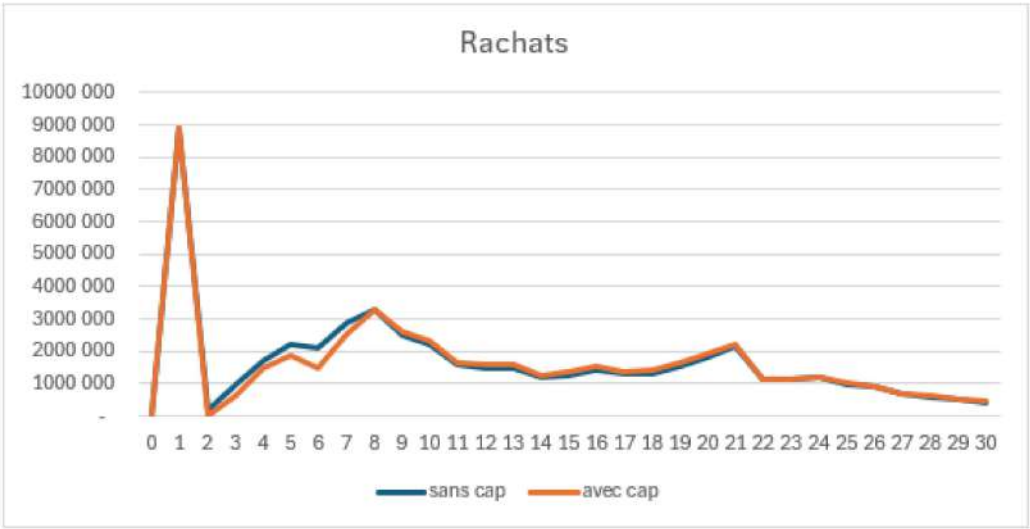

FIGURE 5.19 – Comparaison des niveaux de rachats globaux en €

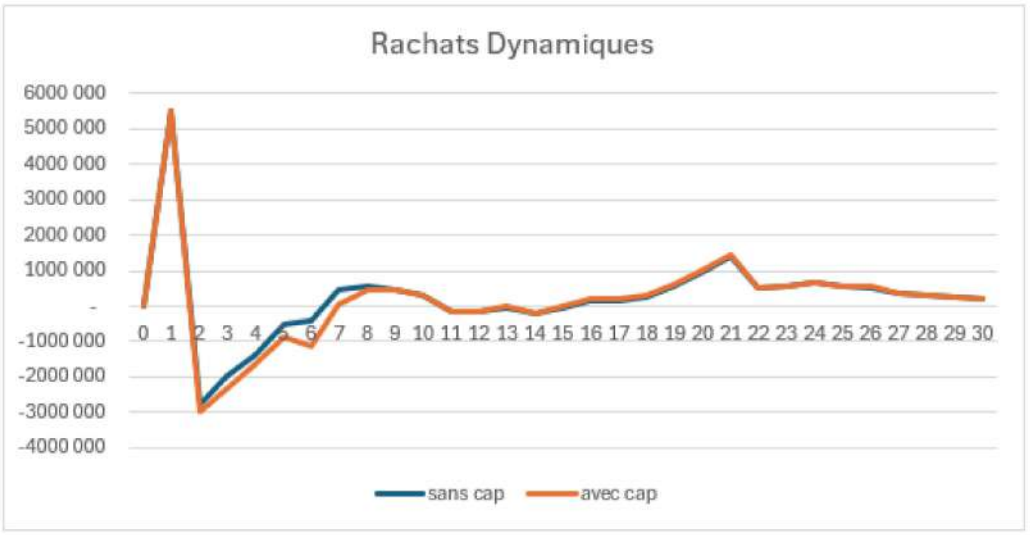

FIGURE 5.20 – Focus sur l'évolution des rachats dynamiques en €

Bien que la déduction de la prime du cap à $t = 0$ entraîne une diminution des fonds propres initiaux, cette perte est compensée au cours de la projection grâce au résultat net supplémentaire généré par les payoffs du cap. À la fin de la projection, un écart est tout de même observé entre les fonds propres des scénarios avec et sans cap :

$$\Delta FP_{30} := FP_{30}^{\text{sans\_cap}} - FP_{30}^{\text{avec\_cap}} = 215\ 000\,€$$

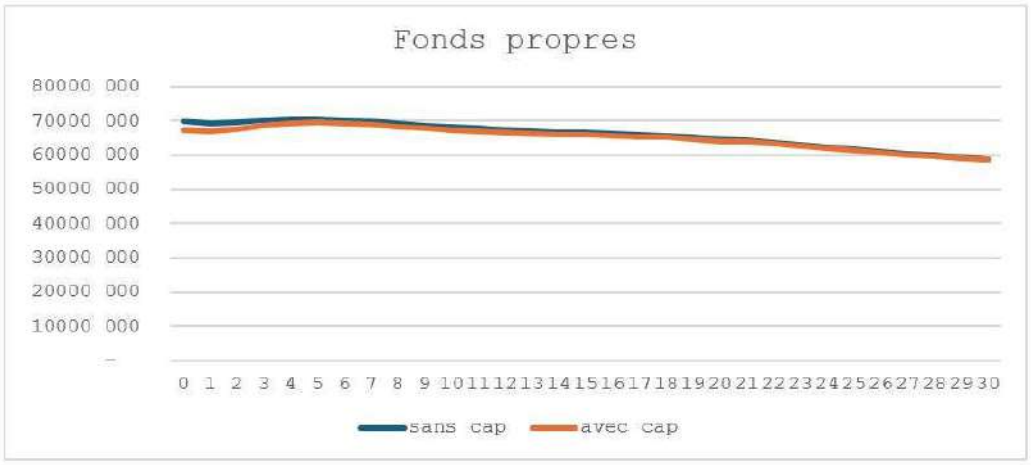

FIGURE 5.21 – Comparaison de l'évolution des fonds propres en €

5.7.3 Analyse des résultats

Les payoffs générés par le cap sont alloués au poste des produits financiers avant réallocation, puis redistribués via l'algorithme de partage de bénéfices. Cela permet de limiter les rachats dynamiques en servant un taux plus avantageux, comme décrit dans la section dédiée aux taux

cibles, aux taux concurrents, et aux autres paramètres de modélisation.

On observe que les rachats dynamiques diminuent significativement pendant les années de couverture (les 5 premières années), mais également durant les quelques années suivantes (jusqu'à $t = 8$). Après cette période, les rachats retrouvent leur tendance normale, en raison de l'absence de flux supplémentaires permettant de continuer à servir un taux attractif. Ce « retard bénéfique » dans les rachats est directement lié à la manière dont ils sont modélisés. En effet, la modélisation prend en compte non seulement le taux concurrent, mais également le taux servi auparavant (effet mémoire). Les rachats dynamiques sont ici modélisés selon la loi ACPR, comme détaillé dans la section (3.4.3).

Le graphe suivant illustre les étapes décrites dans l'analyse précédente :

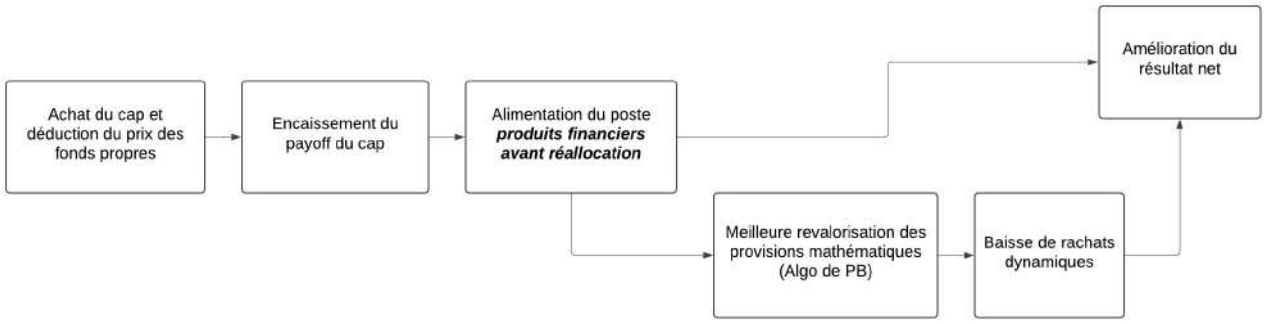

FIGURE 5.22 – Récapitulatif du mécanisme sous-jacent à l'utilisation de la couverture

Le coût du cap est imputé sur les fonds propres, reflétant son utilisation purement couvrante et non spéculative. Cette approche garantit que le produit dérivé est intégré comme une mesure de gestion des risques. Malgré une diminution des effets de la couverture à la fin de la projection, l'écart entre les fonds propres dans le scénario avec couverture et sans couverture reste relativement faible (215K €). Partant d'un déficit initial d'environ 2,75 M €(prime du cap), cet écart est principalement dû à la réduction des pertes grâce à la limitation des rachats dynamiques. Cela améliore également le résultat net à l'encaissement, en réduisant les moins-values lors des périodes de hausse des taux.

Le gain en résultat net, capitalisé à $t = 0$ est donné par :

$$\text{gain\_cap} := \sum_{k=1}^{30} (1 + r(0,k)) \cdot \Delta Res_k \tag{5.13}$$

où :

— $\Delta Res_k = \text{résultat\_net}^{avec\_cap} - \text{résultat\_net}^{sans\_cap}$

— $r(0,k)$ est le taux OAT de maturité k à la date de début de projection

Tout calcul fait :

$$\boxed{\text{gain\_cap} = 1\ 956\ 632\,€}$$

Ce qui, rapporté à la prime de l'instrument $t = 0$ donne :

$$\boxed{\frac{\text{gain\_cap}}{\text{prime\_cap}} = \frac{1\ 956\ 632}{2\ 750\ 000} = 71,1\%}$$

Le cap est ainsi efficace à 71,5%.

5.7.4 Indicateurs IFRS 17

Comme mentionné dans la section dédiée aux portefeuilles (1.5), celui-ci comprend à la fois des contrats en stock et de nouvelles affaires (NB), ce qui nécessite l'utilisation d'une méthode de transition adaptée.

L'entrée en vigueur de la norme IFRS 17 en janvier 2023 impose la mise en place de cette méthode de transition pour gérer les contrats en stock. La méthode retenue est la méthode MRA, définie dans la section (2.5.4). Cette méthode consiste à calculer la CSM en pourcentage du BEL. Ce pourcentage a été estimé en se basant sur une moyenne issue de deux clients du cabinet, dont les portefeuilles d'épargne présentent des caractéristiques proches de celui étudié. (cf. section (2.5.4))

Le risque d'ajustement (RA) n'est pas modélisé dans cette étude, pour des raisons de simplification et du fait de la faible pertinence du risque non financier dans le cadre de cette étude. En ce qui concerne les nouvelles affaires (NB), la comptabilisation initiale est réalisée conformément aux règles décrites dans le chapitre (2).

Ci-dessous sont présentés les résultats de l'effet de la couverture par cap sur le BEL et la CSM dans une vision transition. Cette analyse compare les valeurs des deux indicateurs à la date de comptabilisation initiale et à la date de calcul de transition, selon que la couverture est activée ou non :

$$\Delta\text{BEL} := \frac{BEL^{avec\_cap} - BEL^{sans\_cap}}{BEL^{avec\_cap}} \tag{5.14}$$

$$\Delta\text{CSM} := \frac{CSM^{avec\_cap} - CSM^{sans\_cap}}{CSM^{avec\_cap}} \tag{5.15}$$

	Variation relative post-couverture
BEL	-1,98%
CSM	0,17%

TABLE 5.6 – Comparaison de l'évolution relative du BEL et de la CSM après couverture par cap en vision transition

Les résultats obtenus mettent en évidence l'impact positif de l'introduction d'une couverture par un cap sur les indicateurs clés du portefeuille. Le BEL diminue de manière notable (-1,98%),

en raison de la couverture qui réduit significativement les rachats sur l'ensemble de l'horizon temporel, avec un effet particulièrement marqué durant les années de couverture et dans son voisinage, jusqu'à $t = 8$. Ce résultat s'explique par la stabilisation des flux financiers, notamment grâce aux flux générés par le cap, qui contribuent à limiter les rachats prématurés. Une telle dynamique améliore la gestion des engagements et renforce la résilience du portefeuille face aux fluctuations économiques.

Par ailleurs, l'introduction de la couverture entraîne une augmentation progressive du résultat net, comme illustré dans le graphique (5.18). Cette amélioration globale se traduit également dans une hausse de la CSM (+0,17%) post couverture, reflétant une meilleure rentabilité du portefeuille. Néanmoins, cette progression reste moins significative que celle du BEL, en partie à cause de la méthode de calcul du CSM de transition. Ce calcul introduit un facteur exogène par l'utilisation d'un ratio obtenu basé sur une combinaison de ratios de BEL d'autres clients, comme cela est expliqué dans la section (2.5.4).

5.8 Conclusion

Les résultats obtenus mettent en évidence l'impact positif de l'introduction d'une couverture par un cap sur les indicateurs clés du portefeuille. Le cap, avec une efficacité de 71,1 %, réduit significativement les rachats dynamiques pendant les années de couverture et dans les années suivantes (jusqu'à $t = 8$), grâce à l'effet mémoire pris en compte par la loi ACPR utilisée dans la modélisation des rachats conjoncturels. Après cette période, ces derniers retrouvent une tendance similaire à celle du cas sans couverture, en raison de l'absence de flux supplémentaires permettant de maintenir un taux attractif.

La couverture contribue également à une amélioration des indicateurs IFRS 17 du portefeuille. Le BEL diminue de manière significative, reflétant une meilleure gestion des engagements grâce à la stabilisation des flux financiers induite par la réduction des rachats. Cette dynamique exerce un effet positif sur le résultat net, se traduisant par une augmentation de la CSM. Toutefois, cette hausse reste moins marquée que celle du BEL, en raison de l'utilisation d'un ratio exogène pour le calcul de la CSM de transition dans le cadre de la méthode MRA.

Ces deux effets complémentaires confirment la pertinence de la stratégie mise en place, en soulignant son efficacité pour stabiliser le portefeuille et renforcer sa performance financière à long terme.

Conclusion

La remontée rapide des taux d'intérêt en 2022 a eu un impact significatif sur le secteur de l'assurance Vie, en particulier pour les produits d'épargne, en mettant en lumière des vulnérabilités systémiques majeures. Ce choc, lié à l'augmentation des taux directeurs par la BCE pour contenir l'inflation, a posé des défis complexes dans la gestion actif-passif des assureurs. Alors que les nouvelles obligations proposent des rendements plus attractifs, les portefeuilles historiques, composés d'obligations à faible rendement, pesaient sur la rentabilité des assureurs via des moins-values latentes. Parallèlement, l'attractivité accrue d'autres produits financiers a amplifié le risque de rachats massifs, accentuant les tensions de liquidité et aggravant le désalignement entre actifs et passifs, ce qui constitue une menace pour la solvabilité des assureurs.

Ce mémoire avait pour but d'explorer des solutions pour répondre à ces enjeux. Deux approches complémentaires ont été étudiées : une stratégie interne basée sur le verrouillage de l'écart de duration actif-passif, et une stratégie externe inspirée des pratiques bancaires, reposant sur l'utilisation d'un cap, produit dérivé de taux. Dans le cadre de cette dernière, les impacts sur des indicateurs clés des normes IFRS 17, tels que la CSM (*Contractual Service Margin*) et le BEL (*Best Estimate of Liabilities*), ont également été évalués.

Les résultats obtenus ont confirmé l'efficacité de la stratégie de gestion par cap, notamment dans la limitation des rachats dynamiques, une problématique centrale pour les assureurs. De plus, cette stratégie a montré un impact positif sur des indicateurs essentiels, comme le BEL IFRS 17, soulignant la pertinence des caps dans la gestion des risques en période de hausse des taux. En effet, l'amélioration principale réside dans la réduction significative des rachats dynamiques grâce aux payoffs générés par la couverture. De surcroît, le ratio entre la prime du cap et le payoff obtenu a démontré une efficacité jugée satisfaisante, renforçant la pertinence économique de cette solution. Ces résultats ouvrent des perspectives intéressantes, notamment en étendant la couverture au-delà du moyen terme (cinq ans) ou en explorant un éventail plus large de maturités de cap, ajoutant ainsi la maturité comme un degré de liberté supplémentaire dans le processus d'optimisation tel que modélisé pour sélectionner l'instrument optimal.

Par ailleurs, la stratégie de verrouillage de l'écart de duration repose sur une méthodologie rigoureuse et une modélisation détaillée prenant en compte l'impact des actifs et des passifs sur cet écart. Des travaux complémentaires pourraient approfondir l'analyse des déséquilibres potentiels et intégrer les contraintes computationnelles pour améliorer l'applicabilité des solutions proposées.

Enfin, bien que cette étude se soit concentrée sur les impacts d'une hausse des taux, l'examen des implications d'une baisse s'avère tout aussi pertinent, notamment avec les signes de diminution progressive observés depuis 2024. Une telle évolution nécessiterait des ajustements stratégiques pour gérer simultanément les risques liés aux variations de taux dans les deux sens. La gestion du gap de duration, grâce à sa flexibilité, pourrait être adaptée à cette nouvelle configuration. En parallèle, l'utilisation de produits dérivés pourrait être élargie à des instruments tels que les floors, les swaps ou les swaptions, permettant de couvrir efficacement les fluctuations de taux bilatérales. Ces ajustements renforceraient la résilience des approches développées tout en offrant des solutions mieux adaptées aux incertitudes des cycles économiques, garantissant ainsi une gestion plus performante et durable des risques.

Bibliographie

[1] ACPR. Orientations Nationales Complémentaires aux Spécifications Techniques de préparation à Solvabilité 2. Dossiers ACPR, 2013.

[2] ACPR. Générateurs de scénarios économiques : points d'attention et bonnes pratiques. Dossiers ACPR, 2020.

[3] France Assureurs. Chiffres clés : Assurance vie en 2023. France Assureurs, 2024.

[4] Damiano Brigo and Fabio Mercurio. Interest Rate Models - Theory and Practice. Springer, Berlin, Heidelberg, 2nd edition, 2006.

[5] Nexialog consulting. Ifrs 17 : mise en œuvre sur perimetre epargne euro. Nexialog Consulting publications RD, 2019.

[6] Thomas DUSSEAUX. Pilotage stratégique du pl ifrs 17 d'un contrat assurance épargne évalué sous le modèle bba modifié. Institut des Actuaires, 2024.

[7] Cécile PELTIER et Alice THOU. Ifrs 17 : Etude d'impact sur un produit d'épargne euro. Institut des Actuaires, 2019.

[8] EUR-Lex. Règlement (UE) 2015/35 — Section 5, Sous-section 1. `https://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/?uri=CELEX:02015R0035-20200101`, 2020. Consulté le 24 janvier 2025.

[9] Ministère de l'Économie, des Finances et de la Relance. Loi n° 2017-1837 du 30 décembre 2017 de finances pour 2018. LégiFrance, 2017.

[10] Mouna EL MOHANI. Optimisation des politiques commerciales et des stratégies d'investissement dans un contexte de remontée de taux. Institut des Actuaires, 2024.

[11] Sybille Vié. Assurance vie : la collecte nette positive en août, une première depuis trois ans. L'Argus de l'Assurance, 2024.

[12] Alia ZOUINE. Pilotage stratégique d'une compagnie d'assurance vie dans le contexte de la revue de la directive solvabilité 2. Institut des Actuaires, 2023.

Annexe A

Méthodes numériques

Méthode de Newton-Raphson

La méthode de Newton-Raphson est une méthode itérative qui permet de résoudre une équation non linéaire $f(x) = 0$. Elle se formule ainsi :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Où :

— x_n : l'approximation actuelle de la racine,

— x_{n+1} : la prochaine approximation,

— $f(x_n)$: la valeur de la fonction à x_n,

— $f'(x_n)$: la dérivée de $f(x)$ évaluée en x_n.

La méthode consiste à itérer jusqu'à ce que la différence $|x_{n+1} - x_n|$ devienne suffisamment petite.

Méthode d'interpolation par splines cubiques

L'interpolation par spline cubique est une méthode d'approximation de fonctions avec une série de polynômes cubiques, qui garantit que les interpolations sont non seulement continues, mais aussi lisses, en minimisant les oscillations et en produisant des dérivées continues à partir de jeux de données discrets $(x_0, x_1, ..., x_n)$.

Une spline cubique est une fonction $S(x)$ définie par morceaux, où chaque morceau est un polynôme cubique :

$$S(x) = \begin{cases} S_1(x) & \text{pour } x \in [x_0, x_1], \\ S_2(x) & \text{pour } x \in [x_1, x_2], \\ \vdots & \\ S_{n-1}(x) & \text{pour } x \in [x_{n-2}, x_{n-1}], \\ S_n(x) & \text{pour } x \in [x_{n-1}, x_n]. \end{cases}$$

Chaque polynôme $S_i(x)$, $i = 1, ..., n$, est de la forme :

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$$

avec a_i, b_i, c_i et d_i des réels.

La spline doit vérifier les conditions suivantes :

1. Continuité : $S(x_i) = f(x_i)$ pour chaque i.
2. Continuité des premières dérivées : $S'_i(x_{i+1}) = S'_{i+1}(x_{i+1})$.
3. Continuité des secondes dérivées : $S''_i(x_{i+1}) = S''_{i+1}(x_{i+1})$.
4. Conditions aux bords : $S''_1(x_0) = 0$ et $S''_n(x_n) = 0$ pour les splines cubiques naturelles.

Les coefficients des splines cubiques sont trouvés en résolvant un système linéaire. Les équations sont dérivées des conditions de continuité et des conditions aux bords. Pour un ensemble de points $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$, on forme un système de $4(n-1)$ équations pour les $4(n-1)$ coefficients inconnus.