Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaires
le 07/03/2025

Par : **Amir Rouatbi**

Titre : **Réassurance d'un produit d'épargne en unités de compte avec garantie plancher sous IFRS 17 et traitement des mismatchs comptables**

Confidentialité : ☒ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de la filière

Nom : Olivier Lopez

Membres présents du jury de l'Institut des Actuaires

Entreprise : Addactis France

Signature :

ADDACTIS France
46 bis chemin du Vieux Moulin - 69160 TASSIN
Tél. 04 72 18 58 58
Siren 413 611 344 - NAF 7022 Z
TVA Intracommunautaire FR53 413 611 344
SAS au capital de 106 665 €

Directeur du mémoire en entreprise :

Nom : Ines Ben Abdelhamid
Signature : IBA

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels *(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise

IBA

Signature du candidat

Amir Rouatbi

Secrétariat :

Bibliothèque :

Ecole Nationale de la Statistique et de l'Administration Economique (ENSAE)
5, avenue Henry Le Chatelier - 91120 PALAISEAU, FRANCE

Table des matières

Résumé **1**

Abstract **2**

Note de synthèse **3**

Executive Summary **10**

Remerciements **16**

1 Introduction et problématique **17**

2 Principes généraux de la norme **19**
2.1 Les provisions sous IFRS 17 . . . 19
2.1.1 Les groupes de contrat . . . 20
2.1.2 Best Estimate . . . 21
2.1.3 Risk Adjustment . . . 21
2.1.4 Contractual Service Margin . . . 23
2.2 Modèles de comptabilisation IFRS17 . . . 23
2.2.1 Building Block Approach - BBA . . . 23
2.2.2 Premium Allocation Approach - PAA . . . 24
2.2.3 Variable Fee Approach - VFA . . . 24
Critères d'application du modèle VFA . . . 24

3 Présentation et modélisation du produit d'épargne en UC **25**
3.1 Produit d'épargne en UC et modèle de projection . . . 25
3.1.1 Produit d'épargne en UC et garantie plancher . . . 25
3.1.1.1 Le portefeuille initial . . . 25
3.1.1.2 la garantie plancher . . . 26
3.1.2 Modèle de projection . . . 28
3.1.2.1 Projection de l'actif . . . 28
3.1.2.1.1 Projection du monétaire . . . 29
3.1.2.1.2 Projection des actions . . . 29
3.1.2.1.3 Mise en place d'un GSE risque neutre . . . 30
Cours des actions . . . 30
Modélisation des taux d'intérêt . . . 32
3.1.2.2 Projection du passif . . . 33
3.1.2.2.1 Modélisation des prestations décès . . . 34
3.1.2.2.2 Modélisation des prestations rachat . . . 35
3.1.2.2.3 Projection de l'ajustement pour risque non financier . 35
3.1.2.2.4 Limites du modèle . . . 43

3.2 Modélisation sous VFA d'un portefeuille d'épargne en unités de compte avec garantie plancher . . . 43
Coverage units . . . 44

4 Réassurance vie épargne 46
4.1 La réassurance comme outil de gestion de risques . . . 46
4.1.1 Formes et types de réassurance . . . 46
4.1.1.1 Types de réassurance . . . 46
4.1.1.2 Formes de réassurance . . . 48
4.1.1.2.1 La réassurance proportionnelle . . . 48
Quote-part . . . 48
Excédent de plein . . . 48
4.1.1.2.2 La réassurance non proportionnelle . . . 49
4.1.2 Commissions . . . 50
4.1.3 Ajustement pour risque de défaut du réassureur . . . 50
4.1.4 Marché de la réassurance vie . . . 52
4.2 Traité de réassurance retenu . . . 53
4.3 Modélisation sous BBA des traités de réassurance . . . 54
4.3.1 Tarification . . . 54
4.3.2 Bilan de la réassurance . . . 56

5 Analyse du mouvement et impact sur le bilan et le P&L 59
5.1 Présentation générale de l'analyse de mouvement . . . 59
5.2 Scénario étudié . . . 59
5.2.1 Scénario de stress des rendements des actions . . . 59
5.2.2 Modèle GARCH . . . 61
5.2.2.1 Significativité des paramètres . . . 64
5.2.2.2 Validation du modèle . . . 64
5.2.2.3 Backtest . . . 65
5.2.2.4 Simulations et projection . . . 65
5.3 Analyse de mouvement . . . 66
5.3.1 Analyse de mouvement de l'assurance . . . 66
5.3.1.1 Étapes de l'analyse de mouvement . . . 67
Désactualisation . . . 68
Flux attendus . . . 68
Écarts d'expérience économique . . . 69
Changements d'hypothèses techniques . . . 69
5.3.1.1.1 Évolution de la TVOG . . . 71
5.3.1.1.2 Évolution de la CSM . . . 71
5.3.1.1.3 Construction du P&L . . . 73
Résultat financier . . . 73
IFRS 9 . . . 73
5.3.2 Analyse de mouvement de la réassurance . . . 75
5.3.2.1 Bilan de réassurance . . . 76
5.3.2.2 Évolution des différents agrégats du passif . . . 76
5.3.2.2.1 Contrats participatifs indirects . . . 76
Calcul du taux effectif . . . 77
5.3.2.3 Construction du P&L de réassurance . . . 78

6 Mismatchs comptables et options envisagées **80**
6.1 Illustration des mismatchs comptables . . . 80
6.1.1 Résultat financier de l'assurance . . . 80
Other comprehensive income . . . 80
6.1.2 Résultat financier de l'assurance en comparaison avec celui de la réassurance 81
6.2 Traitement des mismatchs comptables . . . 82
6.2.1 Option OCI VFA . . . 82
6.2.1.1 Résultat financier de l'assurance . . . 82
6.2.2 Option OCI BBA . . . 83
6.2.2.1 Résultat financier de l'assurance en comparaison avec celui de la réassurance . . . 83
6.2.3 Option d'atténuation des risques . . . 84
6.2.3.1 Résultat financier de l'assurance en comparaison avec celui de la réassurance . . . 86
6.3 Synthèse des effets de l'application des différentes options . . . 88

7 Autres sensibilités étudiées **89**
7.1 Scénario de hausse de la longévité . . . 89
7.2 Scénario de hausse des rendements des actions . . . 90
7.3 Scénario de baisse extrême des rendements des actions . . . 91

A Suppléments théoriques **93**
Test Augmenté de Dickey-Fuller . . . 93
Test de Kolmogorov-Smirnov . . . 93
Test de Jarque-Bera . . . 94

B Compléments sur les séries temporelles **95**

C Ajustement pour risque de défaut du réassureur **98**

Résumé

La norme IFRS 17, entrée en vigueur le 1er janvier 2023, constitue une refonte majeure des règles comptables applicables aux contrats d'assurance et de réassurance pour les sociétés cotées. Son objectif principal est d'harmoniser les états financiers tout en améliorant leur lisibilité.

Ce mémoire s'intéresse au pilotage des mismatchs comptables observés dans les états financiers d'une compagnie d'assurance vie cherchant à réassurer son portefeuille d'épargne.

La réassurance vie pose des défis importants, notamment dans le cadre du nouveau référentiel IFRS 17. Les contrats d'épargne, fortement influencés par les fluctuations des marchés financiers, peuvent avoir recours à des couvertures adaptées. Bien que la réassurance constitue un outil potentiel de couverture, elle reste encadrée par des contraintes strictes imposées par la norme.

En particulier, la norme IFRS 17 prévoit deux modèles principaux de comptabilisation pour les contrats d'assurance et de réassurance vie : le modèle général (BBA) et le modèle modifié (VFA). Les traités de réassurance, généralement comptabilisés selon le modèle BBA, sont traités différemment des contrats d'épargne sous-jacents, évalués selon le modèle VFA, engendrant des expositions distinctes aux risques financiers.

Dans ce contexte, ce mémoire se concentre sur la réassurance des garanties plancher en cas de décès pour les contrats d'épargne en unités de compte.

Nous proposons une modélisation détaillée des produits d'épargne en unités de compte, ainsi que du traité de réassurance portant sur cette garantie plancher. Dans ce contexte, nous proposons une évaluation des différents agrégats : best estimate, ajustement pour risque non financier et la marge pour service contractuelle.

Nous analysons également les discordances comptables identifiées, en mettant en œuvre des stress tests appropriés, et explorons les options proposées par la norme IFRS 17 pour leur gestion. Les options OCI (Other Comprehensive Income) et l'option d'atténuation des risques (Risk Mitigation Option) sont évalués dans cette optique.

Enfin, la méthode de Shapley, issue de la théorie des jeux coopératifs, est utilisée, dans le cadre de l'option d'atténuation des risques, pour désagréger les impacts financiers et biométriques.

Mots-clés : IFRS 17, Unités de compte, Réassurance, Mismatchs comptables, Ajustement pour risque, Stress tests, Valeurs de Shapley

Abstract

IFRS 17, which came into effect on January 1, 2023, represents a significant overhaul of accounting rules for insurance and reinsurance contracts issued by publicly listed companies. The standard aims to harmonize financial reporting and improve its transparency.

This thesis focuses on addressing accounting mismatches observed in the financial statements of a life insurance company seeking to reinsure its savings portfolio.

Life reinsurance poses substantial challenges under the new IFRS 17 framework. Savings contracts, which are highly sensitive to financial market fluctuations, can resort to tailored financial hedging solutions. Although reinsurance offers a potential risk management tool, it is subject to strict regulatory constraints under the standard.

Specifically, IFRS 17 outlines two main accounting models for life (re)insurance contracts : the general measurement model (BBA) and the variable fee approach (VFA). Reinsurance treaties, typically accounted for under the BBA model, are treated differently from the underlying savings contracts, often measured under the VFA model, leading to divergent financial risk exposures.

In this study, we analyze the reinsurance of minimum death guarantees provided by unit-linked savings contracts.

We propose a detailed modeling framework for unit-linked savings products and the associated reinsurance treaty covering the minimum death guarantees. In this context, we propose a detailed analysis of the various components : the best estimate, the non-financial risk adjustment, and the contractual service margin.

Furthermore, we investigate the identified accounting mismatches by conducting tailored stress tests and exploring the application of various IFRS 17 options for their mitigation. Particular emphasis is placed on the OCI (Other Comprehensive Income) options and the Risk Mitigation Option.

Finally, the Shapley value methodology, derived from cooperative game theory, is employed, within the framework of the risk mitigation option, to disentangle financial and biometric impacts.

Keywords : IFRS 17, Unit-linked, Reinsurance, Accounting mismatches, Risk adjustment, Stress tests, Shapley values

Note de synthèse

La norme IFRS 17

IFRS 17 est une nouvelle norme comptable, entrée en vigueur depuis le 1er janvier 2023. La norme s'applique aux contrats d'assurance et de réassurance. Elle se décline en trois modèles de comptabilisation.

- **Le modèle BBA** : un modèle général à priori applicable à tous les contrats d'assurance et de réassurance. Il s'agit du modèle «Building Block Approach », nommé ainsi en référence aux trois composantes qui constituent le bilan du passif :
  - Le «Best Estimate » : Il s'agit de l'estimation la plus juste possible de la valeur actuelle probable des flux futurs du passif.
  - L'ajustement pour risque ou le «Risk Adjustment » : La compensation estimée par l'entreprise de (ré)assurance afin de faire face au risque non financier.
  - La marge pour service contractuelle ou la «Contractual Service Margin » : l'estimation de la valeur actuelle des profits futurs de l'entreprise.
- **Le modèle PAA** : Il s'agit d'un modèle simplifié, applicable aux contrats d'assurance de courte duration. Ce modèle est largement adopté pour les contrats d'assurance non-vie.
- **Le modèle VFA** : Un modèle modifié, adapté aux contrats à participation directe aux bénéfices. Il s'agit du modèle «Variable Fee Approach ». Ce modèle prend en compte les variations dans la valeur de marché des actifs ainsi que les engagements du passif pour analyser le mouvement de la CSM. C'est le modèle généralement utilisé pour les contrats d'épargne.

Des anomalies surviennent lors de la comptabilisation des traités de réassurance portant sur un sous-jacent d'épargne.
En effet, les traités de réassurance, n'étant pas considérés comme des contrats à participation directe aux bénéfices, sont généralement comptabilisés selon le modèle BBA.
Les contrats d'épargne sous-jacents, à participation directe aux bénéfices doivent être comptabilisés selon le modèle VFA.

En VFA, les changements d'hypothèses et les écarts d'expérience d'ordre financier ajustent l'estimation de la valeur actuelle des profits futurs de l'entreprise, c'est-à-dire la CSM.
En BBA, ces ajustements n'affectent pas la CSM, mais sont comptabilisés dans le résultat de l'entreprise.

Nous observons ainsi des mismatchs comptables entre les traités de réassurance et le sous-jacent d'épargne, dus aux changements au niveau du risque financier.

Dans le cadre de cette étude, nous analysons et pilotons ces mismatchs en nous appuyant sur les options prévues par la norme.

Modélisation des contrats d'assurance et de réassurance

Afin de réaliser cette analyse, nous avons modélisé, en nous basant sur les données issues d'un *benchmark* des acteurs du marché français en 2022, des traités d'assurance en unités de compte intégrant une garantie de capital minimal en cas de décès, appelée garantie plancher en cas de décès.
Afin de se protéger contre le risque associé à ce type de garantie, un traité de réassurance proportionnel en quote-part de 90% a été modélisé. Ce traité couvre les capitaux sous risque liés à la garantie adoptée.

Modélisation de l'actif

L'actif correspond à un fonds OPCVM mixte, composé d'actifs monétaires et d'actions. La modélisation des actions s'appuie sur l'indice boursier EUROSTOXX 50, qui regroupe les 50 premières entreprises en Europe par capitalisation boursière.
La modélisation des courbes des taux sans risque s'appuie sur le modèle de diffusion DDLMM (Displaced Diffusion Libor Market Model), défini par l'équation suivante :

$$dF_i(t) = (F_i(t) + \delta) \sum_{q=1}^{N_f} \xi_i^q(t)\, dZ_i^q(t),$$

où $F_i(t)$ représente le taux forward, δ est le paramètre de déplacement, $\xi_i^q(t)$ désigne les volatilités des taux forward, et $Z_i^q(t)$ sont des processus de Wiener.

Après calibration à partir d'une nappe de volatilités normales des swaptions dans la monnaie, un test de martingalité est effectué en analysant l'erreur relative du déflateur par rapport aux prix des zéro-coupons.

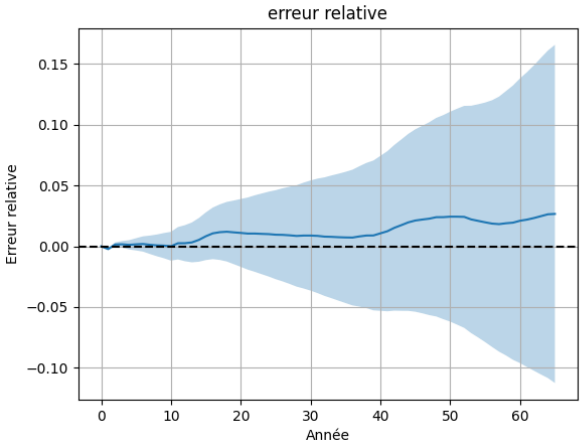


FIGURE 1 – $\mathbb{E}\left[D(t)\right]/P(0,T) - 1$

Les actions sont modélisées à l'aide d'une version modifiée du modèle de Black-Scholes, intégrant une volatilité déterministe qui varie au cours du temps. L'équation de diffusion s'écrit ainsi :

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_t - \text{div})\, dt + \sigma_t\, dW_t^{\mathbb{Q}}$$

avec r_t : le taux sans risque à l'année de projection t, σ_t la volatilité à l'année de projection t, div le taux de dividendes

Après calibration à l'aide de calls à 1 an, un test de martingalité des log-rendements actualisés, ajustés par le terme de volatilité, est réalisé.

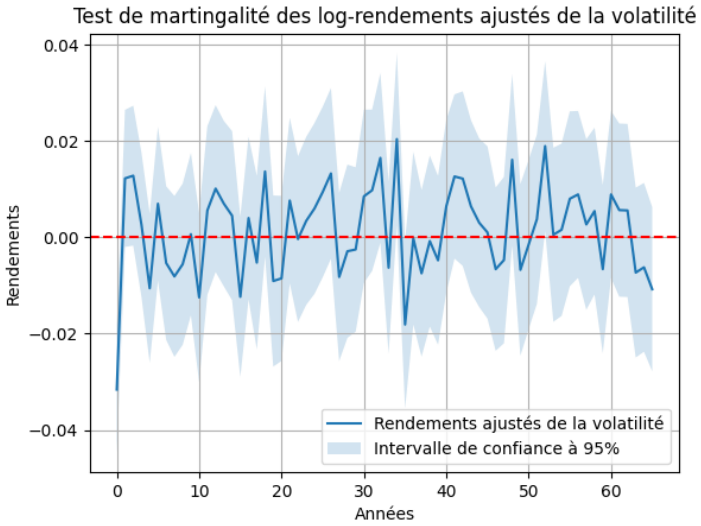


FIGURE 2 – Test de martingalité

Modélisation du passif

Les engagements modélisés comprennent les prestations décès et les rachats.
La modélisation des prestations décès s'appuie sur les tables réglementaires d'assurance vie en cas de décès : TH 00-02 pour les hommes et TF 00-02 pour les femmes.
Les prestations rachat s'appuient sur un taux fixe structurel.

Une modélisation de l'ajustement pour le risque non financier, portant uniquement sur le risque de mortalité, est proposée. Il s'agit d'une méthode par quantiles qui permet de quantifier l'impact des chocs appliqués aux taux de mortalité en utilisant les niveaux de quantiles associés à ces taux.

Nous modélisons des chocs de mortalité à un intervalle de confiance de 95% en utilisant les quantiles projetés du modèle stochastique de mortalité de Lee-Carter.
La modélisation de la composante temporelle k_t est réalisée à l'aide d'un modèle de séries temporelles ARIMA.

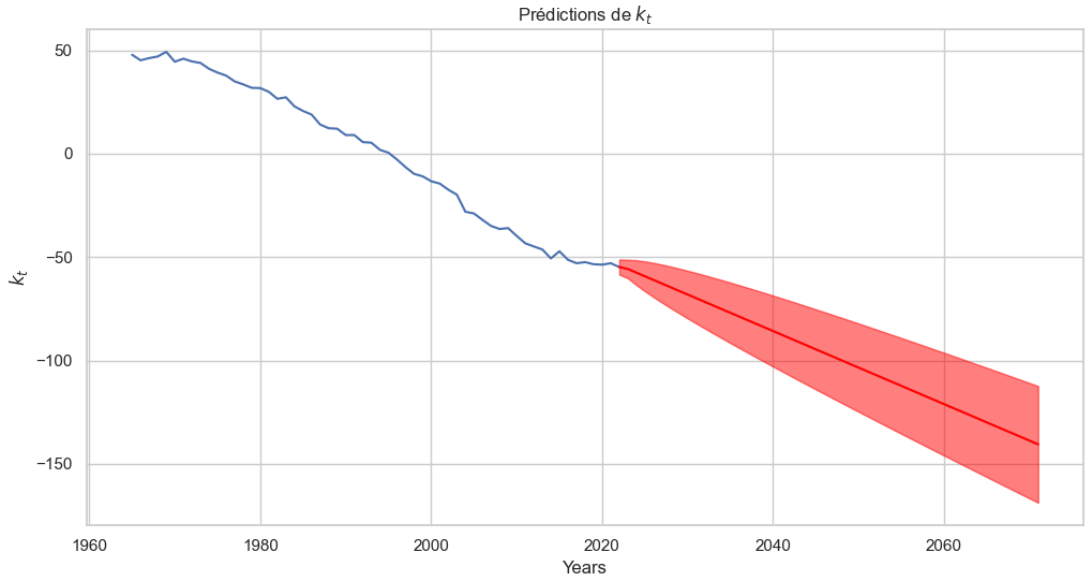


FIGURE 3 – Estimations de k_t

Les chocs sont ensuite estimés en projetant les quantiles dans l'équation du modèle :

$$ln(m_{x,t}) = a_x + b_x \cdot k_t$$

avec : $\ln(m_{x,t})$ le logarithme du taux de mortalité à l'âge x et au temps t, a_x est un terme spécifique à l'âge x qui représente le niveau moyen du taux de mortalité pour cet âge au cours du temps, b_x un terme spécifique à l'âge x qui mesure la sensibilité du taux de mortalité aux variations temporelles captées par k_t, et k_t un paramètre temporel qui représente l'évolution générale du niveau de mortalité dans le temps.

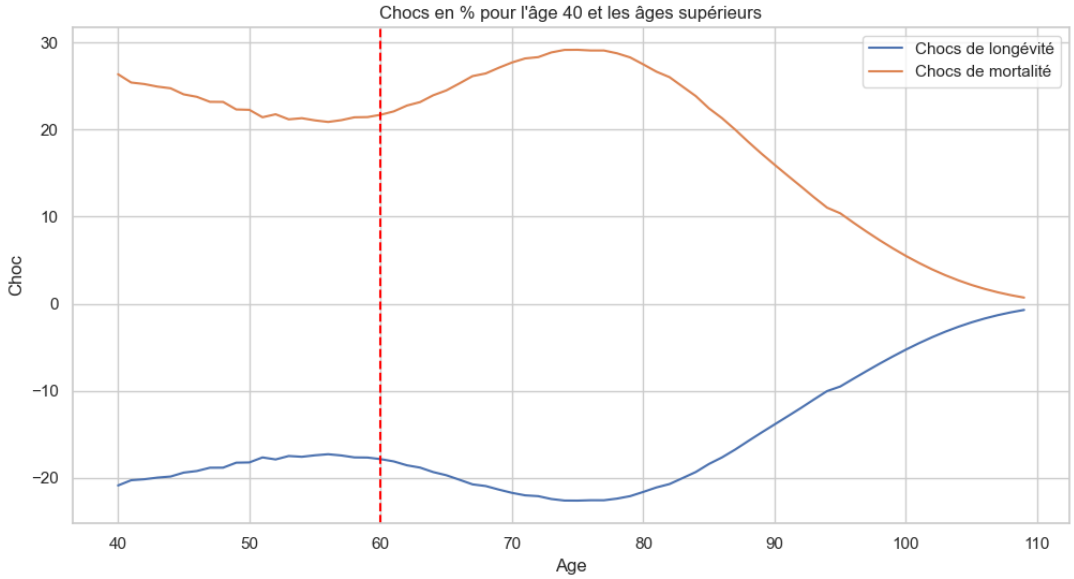


FIGURE 4 – Chocs de mortalité et de longévité à horizon t=40

La projection est réalisée sur un horizon de 50 ans pour les traités de réassurance et les contrats d'assurance sous-jacents. Ainsi, nous établissons les bilans respectifs à la date de

première comptabilisation.

Nous nous plaçons ensuite à l'année suivante et effectuons un stress test en utilisant les quantiles estimés à partir d'un modèle GJR-GARCH des rendements actions à horizon de 1 an.

	1%	2.5%	5%	50%	95%	97.5%	99%
Quantile	-0.778	-0.576	-0.419	0.024	0.33	0.394	0.483

TABLE 1 – Tableau des rendements et quantiles

Le quantile à 5% est retenu pour l'étude. Par ailleurs, un changement d'hypothèses techniques est effectué, incluant une révision à la hausse de la mortalité de 10%.

Pilotage des mismatchs comptables

Les différentes options OCI BBA, OCI VFA et option d'atténuation des risques sont explorées afin de piloter les mismatchs comptables.
Les impacts de l'application des différentes options prévues par la norme sont synthétisés dans le tableau suivant.

Option	**Résultat d'assurance**	**Résultat de réassurance**	**Résultat net de réassurance**	**OCI**	**CSM**
Option OCI VFA	+ 4 521	-	+ 4 521	- 4 521	-
Option OCI BBA	-	-1 527.05	-1 527.05	+ 1 527.05	-
Option d'atténuation des risques	- 1 318	-	- 1 318	-	+ 1 483
OCI VFA et OCI BBA	+ 4 521	-1 527.05	+ 2 993.95	- 2 993.95	-
OCI VFA et Atténuation des risques	+ 3 203	-	+ 3 203	- 4 521	+ 1 483

TABLE 2 – Effets de l'application des différentes options

L'option d'atténuation des risques conduit à une réduction moindre du résultat net de réassurance par rapport à l'option OCI BBA. Cette différence s'explique par un amortissement plus important de la CSM, consécutif à son accroissement dû à la libération de l'impact financier défavorable.
L'option OCI BBA permet néanmoins d'augmenter les fonds propres à hauteur du mismatch comptable. L'option d'atténuation des risques permet de lisser cet effet dans le temps via l'augmentation de la CSM.

L'option OCI VFA permet dans ce cas de figure de revoir à la hausse le résultat net de réassurance, en contrepartie de la baisse des fonds propres de l'entreprise.

L'utilisation de la méthode de Shapley, issue de la théorie des jeux coopératifs, nous permet de désagréger l'impact des changements dans les risques financiers et techniques, nécessaire dans le cadre de l'option d'atténuation des risques.

La comparaison de l'allocation des impacts sur le BE cédé, telle que prévue par la méthode de Shapley, par rapport à une estimation obtenue par application itérative des changements d'hypothèses et des écarts d'expérience, suggère une surévaluation de l'impact financier dans ce cas précis.

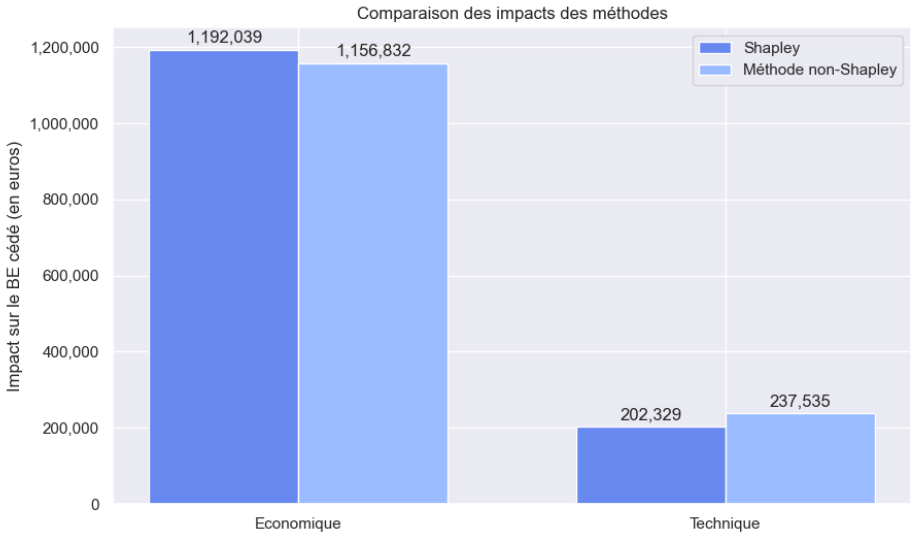


FIGURE 5 – Comparaison des impacts constatés par les deux méthodes

Autres sensibilités étudiées pour l'option d'atténuation des risques

D'autres scénarios étudiés permettent d'observer l'effet de l'application de la méthode de Shapley dans la désagrégation des impacts, dans le cadre de l'option d'atténuation des risques. La hausse de la longévité de 10% avec maintien des rendements actions suggère une revue à la baisse des impacts financiers avec la méthode de Shapley.

C'est le même effet observé sur la valeur absolue des impacts avec un maintien d'une révision à la hausse de la mortalité à 10% et une augmentation des rendements de 45%.

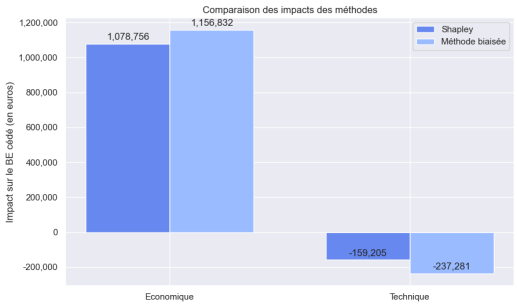


FIGURE 6 – Effet de l'application de la méthode de Shapley sous le scénario 1

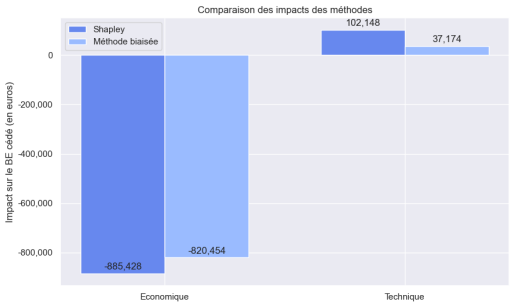


FIGURE 7 – Effet de l'application de la méthode de Shapley sous le scénario 2

Executive Summary

IFRS 17 Standard

IFRS 17 is a new accounting standard, which came into effect on January 1^{st}, 2023.
The standard applies to insurance and reinsurance contracts and is divided into three accounting models.

— **The BBA Model** : A general model that is generally applicable to all insurance and reinsurance contracts. It is called the "Building Block Approach," named after the three components that make up the liability balance sheet :

- The "Best Estimate" : This is the best estimate of the probability-weighted present value of future liability cash flows.
- The Risk Adjustment : This is the estimated compensation by the (re)insurance company to cover non-financial risks.
- The Contractual Service Margin (CSM) : This is the estimate of the present value of the company's future profits.

— **The PAA Model** : This is a simplified model, applicable to short-duration insurance contracts. This model is widely adopted for non-life insurance contracts.

— **The VFA Model** : A modified model adapted for contracts with direct participation in profits. It is the "Variable Fee Approach." This model takes into account the changes in the market value of assets as well as the liabilities to analyze the movement of the CSM. This is the model generally used for savings contracts.

Anomalies arise when accounting for reinsurance treaties related to savings underlying.
Indeed, reinsurance treaties, which are not considered contracts with direct participation in profits, are generally accounted for under the BBA model.
The underlying savings contracts, which have direct participation in profits and meet the required conditions, must be accounted for under the VFA model.

In the VFA model, changes in assumptions and financial experience variances adjust the estimate of the present value of the company's future profits, i.e., the CSM.
In the BBA model, these adjustments do not affect the CSM but are accounted for in the company's profit and loss.

Thus, we observe accounting mismatches between reinsurance treaties and the savings underlying, due to changes in financial risk.

In this study, we analyze and manage these mismatches using the options provided by the amendments to the standard.

Modeling of (Re)Insurance Contracts

To carry out this analysis, we modeled, based on data from a benchmark of market players in France in 2022, unit-linked insurance treaties incorporating a minimum death benefit guarantee, known as a floor death benefit guarantee.
To hedge the risk associated with this type of guarantee, a proportional reinsurance treaty with a 90% quota share was modeled. This treaty covers the capital at risk related to the adopted guarantee.

Modeling of Assets

The asset corresponds to a mixed UCITS fund, composed of monetary assets and stocks. The modeling of stocks is based on the EUROSTOXX 50 stock index, which includes the 50 largest companies in Europe by market capitalization.
The modeling of risk-free rate curves is based on the DDLMM (Displaced Diffusion Libor Market Model) diffusion model, defined by the following equation :

$$dF_i(t) = (F_i(t) + \delta) \sum_{q=1}^{N_f} \xi_i^q(t)\, dZ_i^q(t),$$

where $F_i(t)$ represents the forward rate, δ is the displacement parameter, $\xi_i^q(t)$ denotes the forward rate volatilities, and $Z_i^q(t)$ are Wiener processes.

After calibration from a normal volatility surface of swaption prices in the money, a martingale test is performed by analyzing the relative error of the deflator compared to zero-coupon prices.

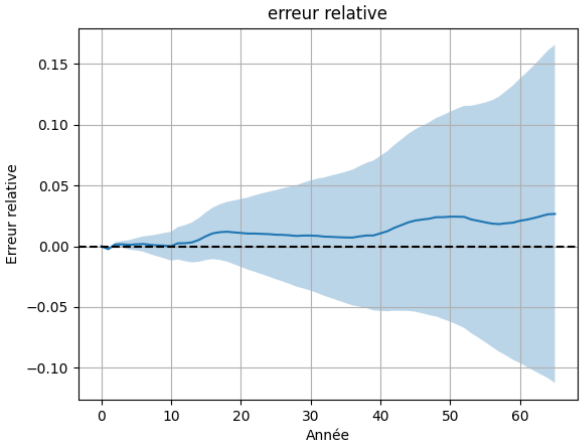


FIGURE 8 – $\mathbb{E}\left[D(t)\right]/P(0,T) - 1$

Stocks are modeled using a modified version of the Black-Scholes model, incorporating a deterministic volatility that varies over time. The diffusion equation is written as :

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_t - \text{div})\, dt + \sigma_t\, dW_t^{\mathbb{Q}}$$

where r_t is the risk-free rate at year t, σ_t is the volatility at year t, and div is the dividend rate.

After calibration using 1-year calls, a martingale test of the log-returns adjusted by the volatility term is performed.

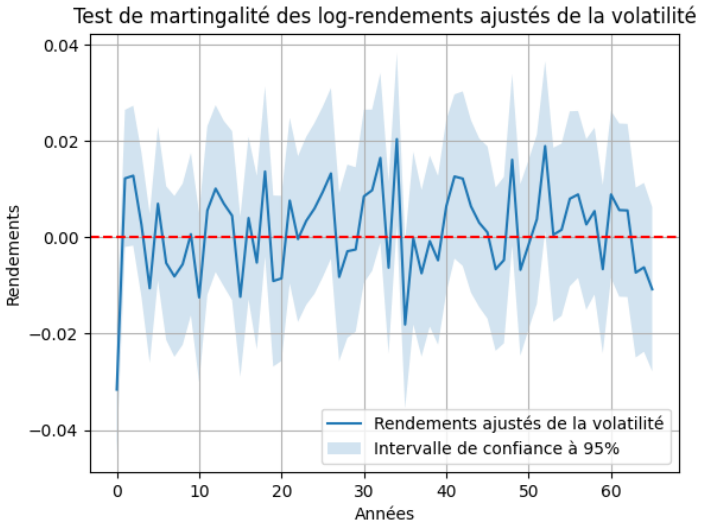


FIGURE 9 – Martingale Test

Modeling of Liabilities

The modeled liabilities include death benefits and surrender benefits.
The modeling of death benefits relies on the regulatory life insurance tables in case of death : TH 00-02 for men and TF 00-02 for women.
The surrender benefits are based on a fixed structural rate.

A model for the adjustment for non-financial risk, focusing only on mortality risk, is proposed.
We model mortality shocks at a 95% confidence interval using projected quantiles from the Lee-Carter stochastic mortality model.
The modeling of the temporal component k_t is done using an ARIMA time series model.

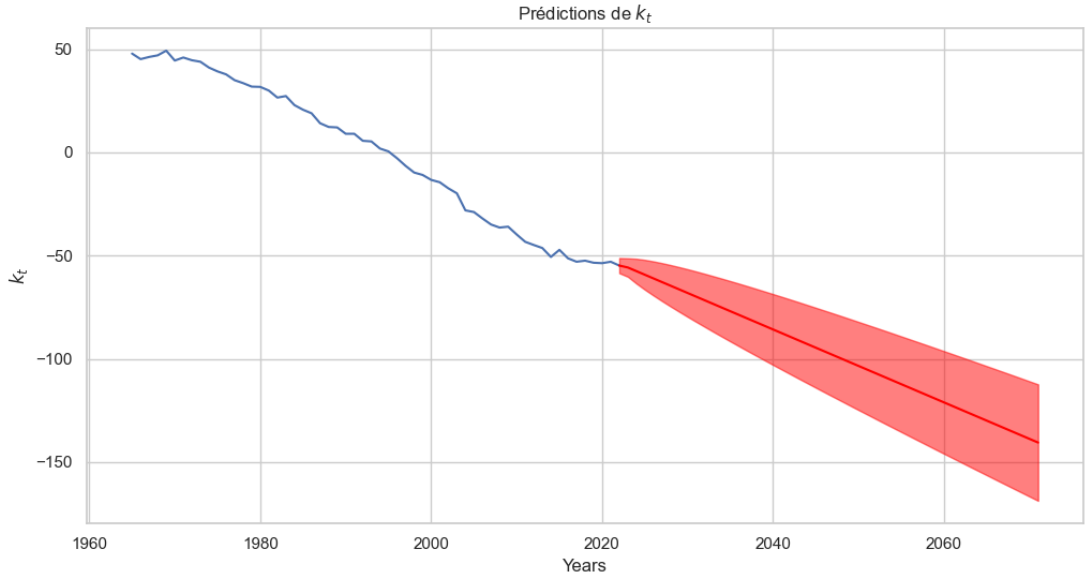


FIGURE 10 – Estimations of k_t

Shocks are then estimated by projecting the quantiles into the model equation :

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x \cdot k_t$$

where $\ln(m_{x,t})$ is the logarithm of the mortality rate at age x and time t, a_x is an age-specific term representing the average mortality rate level for that age over time, b_x is an age-specific term measuring the sensitivity of the mortality rate to time variations captured by k_t, and k_t is a temporal parameter representing the overall evolution of mortality levels over time.

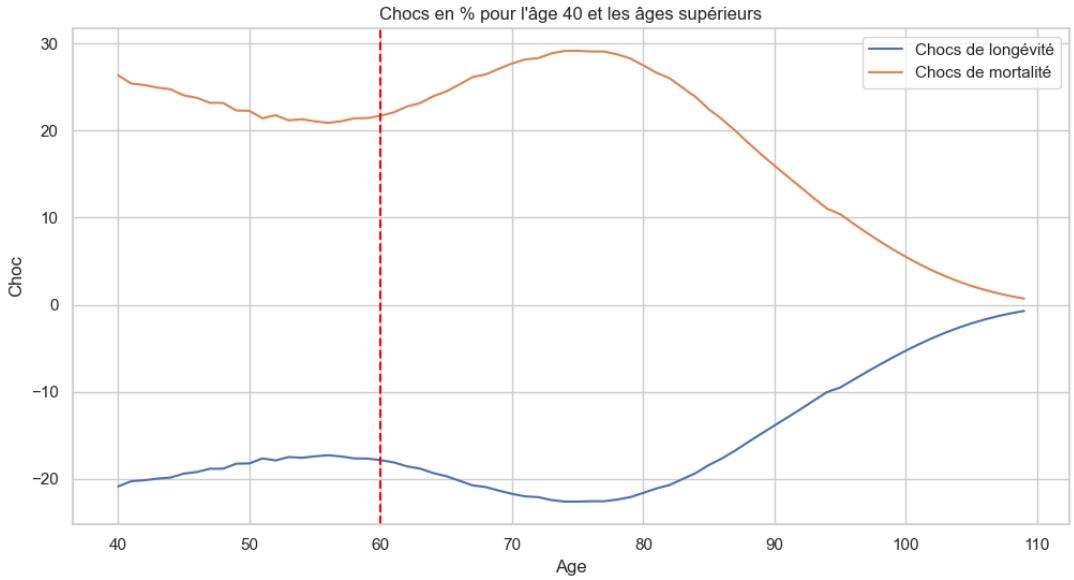


FIGURE 11 – Mortality and Longevity Shocks at Horizon $t = 40$

The projection is made over a 50-year horizon for reinsurance treaties and underlying insurance contracts, allowing us to establish the respective balance sheets at the initial recognition date.

We then move to the following year and perform a stress test using the quantiles estimated from a GJR-GARCH model of stock returns with a 1-year horizon.

	1%	2.5%	5%	50%	95%	97.5%	99%
Quantile	-0.778	-0.576	-0.419	0.024	0.33	0.394	0.483

TABLE 3 – Return Quantiles Table

The 5% quantile is selected for the study. Additionally, a technical assumption change is made, including a 10% increase in mortality.

Managing Accounting Mismatches

The various options, including OCI BBA, OCI VFA, and risk mitigation options, are explored to manage the accounting mismatches.

The risk mitigation option leads to a smaller reduction in net reinsurance result compared to the OCI BBA option. This difference is explained by a larger amortization of the CSM,

Option	Insurance P&L	Reinsurance P&L	P&L net of reinsurance	OCI	CSM
VFA OCI option	+ 4 521	-	+ 4 521	- 4 521	-
BBA OCI option	-	-1 527.05	-1 527.05	+ 1 527.05	-
Risk Mitigation Option	- 1 318	-	- 1 318	-	+ 1 483
VFA OCI and BBA OCI	+ 4 521	-1 527.05	+ 2 993.95	- 2 993.95	-
VFA OCI and Risk Mitigation Option	+ 3 203	-	+ 3 203	- 4 521	+ 1 483

TABLE 4 – Impacts of the application of different options

resulting from its increase due to the release of the adverse financial impact.
However, the OCI BBA option allows for an increase in equity to match the accounting mismatch. The risk mitigation option smoothes this effect over time by increasing the CSM.
The OCI VFA option in this case allows for an increase in the net reinsurance result, at the cost of a reduction in the company's equity.

The use of the Shapley method, derived from cooperative game theory, allows us to decompose the impact of changes in financial and technical risks.

The comparison of the impact allocation on the ceded best estimate, as provided by the Shapley method, versus an estimate obtained through the iterative application of assumption changes and experience variances, suggests an overestimation of the financial impact in this specific case.

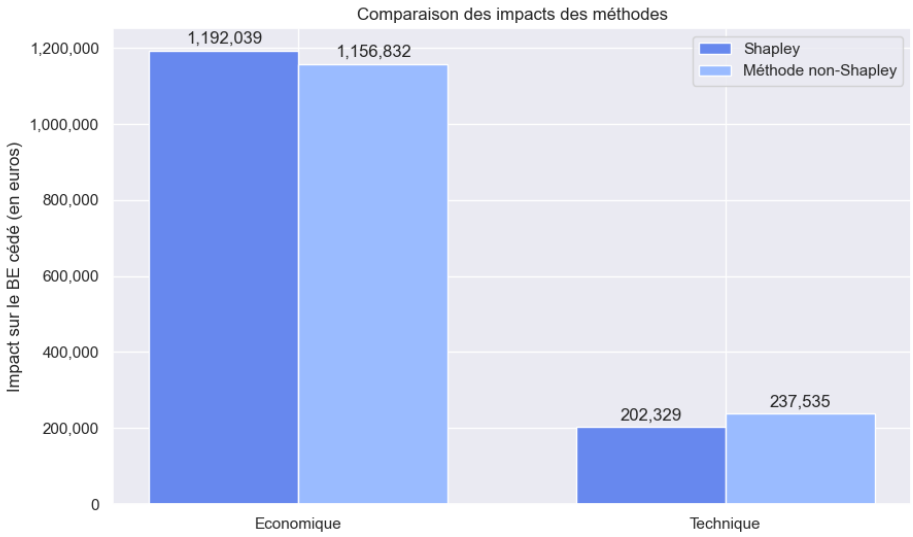


FIGURE 12 – Comparison of impacts observed by both methods

Other Sensitivities Studied in the context of the Risk mitigation option

Other scenarios studied demonstrate the effect of applying the Shapley method in decomposing impacts.
A 10% increase in longevity with unchanged equity returns suggests a downward revision of the financial impacts using the Shapley method.

The same effect is observed on the absolute value of the impacts with a maintained 10% increase in mortality and a 45% increase in returns.

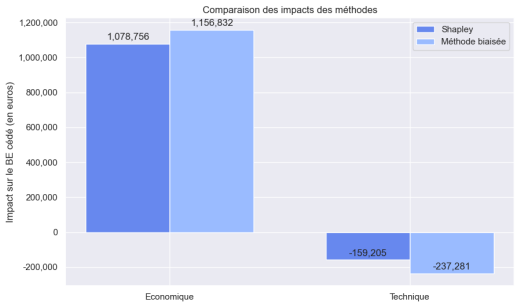


FIGURE 13 – Effect of applying the Shapley method in scenario 1

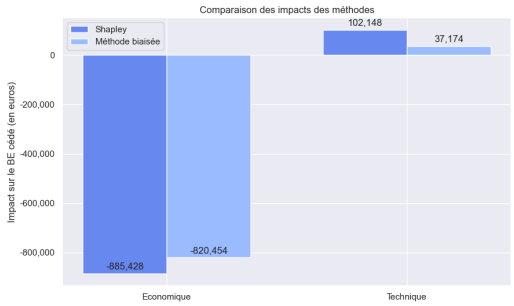


FIGURE 14 – Effect of applying the Shapley method in scenario 2

Remerciements

Ce mémoire est le fruit de plusieurs mois de travail, au cours desquels j'ai pu bénéficier du soutien et de l'accompagnement de nombreuses personnes, à qui je tiens à exprimer ma profonde gratitude.

Je remercie tout d'abord ma tutrice de stage, Ines Ben Abdelhamid, pour son encadrement bienveillant, ses conseils avisés et sa disponibilité tout au long de ce projet. Son expertise et ses encouragements ont été des éléments essentiels à l'avancée de ce travail.

Je tiens à adresser mes remerciements les plus sincères à mon tuteur académique, Olivier Lopez, pour son accompagnement précieux et ses conseils éclairés tout au long de ce mémoire. Son expertise, sa patience et sa disponibilité ont été des ressources inestimables, et ses retours constructifs ont grandement contribué à l'enrichissement de ce travail. Merci pour l'engagement et la confiance que vous m'avez accordés tout au long de ce parcours.

Je souhaite également exprimer ma reconnaissance aux membres de l'équipe de Addactis France, pour leur accueil chaleureux, leur soutien et les échanges stimulants que nous avons eus. Un merci tout particulier à Philippe Mamou Mani, Marion Soulié, Miguel Leblond et François Bayé dont l'aide et les discussions enrichissantes ont grandement contribué à l'aboutissement de ce mémoire.

Mes pensées les plus sincères vont également à ma famille et à mes amis pour leur soutien moral et leur encouragement constant tout au long de cette période. Leur compréhension et leur présence ont été une source inestimable de motivation et de réconfort.

Enfin, je tiens à remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail. Merci à chacun d'entre vous.

Amir Rouatbi

CHAPITRE 1

Introduction et problématique

La nouvelle norme comptable IFRS 17, publiée en mai 2017 par l'IASB (l'International Accounting Standards Board), est entrée en vigueur le 1er janvier 2023. Elle vise à rendre plus comparable la comptabilisation des contrats d'assurance et de réassurance entre les différentes sociétés qui y sont soumises, à l'instar des sociétés cotées en bourse.

Pour ces sociétés d'assurance et de réassurance, cette norme vient remplacer désormais la norme IFRS 4. L'ancienne norme IFRS 4 était plus alignée avec les normes locales, notamment en France la "French GAAP" ou (French Generally Accepted Accounting Principles), édictée par l'autorité des normes comptables (ANC).

Contrairement à la norme IFRS4, IFRS 17 prévoit une comptabilisation qui vise à anticiper les mouvements futurs des états financiers des entités d'assurance et de réassurance, via une comptabilisation à la juste valeur. L'estimation des provisions doit être "Market Consistent", c'est-à-dire la plus cohérente possible avec l'état présent du marché financier et assurantiel.

Différents modèles de comptabilisation sont prévus par la nouvelle norme IFRS 17 pour différents produits, selon la nature du service rendu.
Le modèle par défaut à adopter est le modèle général nommé "Building Block Approach" ou BBA.
Le second modèle "Premium Allocation Approach" ou PAA en est une simplification. Ce modèle convient notamment aux contrats d'assurance non-vie, généralement de courte duration (limitée à 1 an).
Pour les contrats d'assurance à participation directe comme les contrats d'épargne, le modèle VFA (ou Variable Fee Approach), une version modifiée du modèle général BBA, est utilisée.

Les contrats de réassurance, même ceux qui portent sur sous-jacent d'épargne, sont comptabilisés sous le modèle général. Ces contrats sous-entendent une participation indirecte, plutôt que directe, au résultat de réassurance de la part des assurés.

Naturellement, des anomalies ou "mismatchs" comptables interviennent lorsque ces contrats de réassurance portent sur des contrats d'épargne. C'est le cas pour la réassurance vie épargne.

Face à des engagements et des risques aussi bien financiers liés aux supports d'investissement que techniques portés par les rachats et les décès, les acteurs de l'assurance vie épargne, se retrouvent avec la nécessité de limiter leurs expositions afin de maintenir des résultats plus stables et combler les déficits.
Dans ce cadre, deux solutions sont possibles. La première se fait via les marchés financiers. Cette solution est potentiellement exigeante sur le plan opérationnel. Elle nécessite une couverture dynamique complexe, surtout pour des durations longues.

La deuxième solution est d'opter pour une réassurance. Les structures de réassurance permettent généralement de réduire les coûts opérationnels et de mieux maîtriser les risques techniques.

Un exemple récent d'accord de réassurance vie est celui de Axa France Vie qui a signé en 2023 un accord de réassurance couvrant 12 milliards d'euros de réserves d'épargne, promettant ainsi un impact positif de 2 points sur le ratio de solvabilité S2. [11]

Un exemple prominent de produit d'assurance qui conjugue les risques financiers et techniques est celui d'un contrat d'épargne en unités de compte avec une garantie plancher en cas de décès. Cette option supplémentaire garantit aux assurés une prestation minimale en cas de décès, indépendamment des fluctuations des supports financiers ou unités de compte choisies.

Notre étude s'inscrit dans ce cadre. Nous nous attacherons à explorer les moyens d'atténuation des mismatchs comptables, en norme IFRS 17, présents entre ce type de produit d'épargne et un contrat de réassurance permettant de couvrir les risques sous-jacents.

L'objectif de ce mémoire sera d'investiguer l'effet de plusieurs options prévues par la norme, afin de réduire les mismatches comptables et ce pour différents types de réassurance envisagés.

CHAPITRE 2

Principes généraux de la norme

IFRS 17 est une nouvelle norme comptable, entrée en vigueur depuis le 1er janvier 2023. Il s'agit d'une norme comptable venant remplacer la norme IFRS 4 pour les contrats d'assurance. Cette nouvelle norme vise à assurer :

1. l'harmonisation : en mettant en place des règles communes à l'ensemble des acteurs du mode de l'assurance et de la réassurance qui sont soumis à la norme, par exemple les acteurs cotés en bourse.
2. la lisibilité : en séparant le résultat des activités d'assurance de l'acteur concerné de ses activités financières. On distingue désormais au niveau du compte de résultat un résultat financier et un résultat d'assurance.
3. la comparabilité : en visant la comparabilité avec les autres normes IFRS en vigueur, notamment la norme IFRS 9 pour la comptabilisation de l'actif de l'entreprise.

2.1 Les provisions sous IFRS 17

La norme IFRS 17 prévoit deux composantes de provisions au niveau du passif d'assurance :

— LRC (Liability for Remaining Coverage) : une provision pour les sinistres futurs non encore survenus

— LIC (Liability for incurred claims) : une provision pour les sinistres survenus, dont les sinistres survenus mais non signalés (les IBNR : Incurred But Not Reported)

La provision LRC se décompose en plusieurs parties intégrantes :

1. **Best Estimate** : L'estimation de la valeur actuelle des flux futurs la plus juste possible
2. **Risk Adjustment** (Ajustement pour risque non financier) : Une compensation allouée pour faire face à la partie des engagements présentant des risques non financiers e.g. les risques de mortalité et de rachat. Aucune méthode n'est imposée par la norme pour le calcul de cette composante.
3. Une Marge pour Service Contractuel (**CSM : Contractual Service Margin**) : Le montant des profits futurs attendus qui évolue au fur et à mesure de l'écoulement du temps, de la réalisation des flux comptables liés aux contrats de (ré)assurance ainsi que des éventuels ajustements des hypothèses utilisées pour la projection.

   Le passif intègre aussi **les fonds propres** qui représentent la valeur nette de l'entreprise. Ils correspondent aux sommes investies par les actionnaires augmentées par les profits générés annuellement hormis les dividendes versées.

Pour schématiser ces différentes composantes, la figure suivante est proposée :

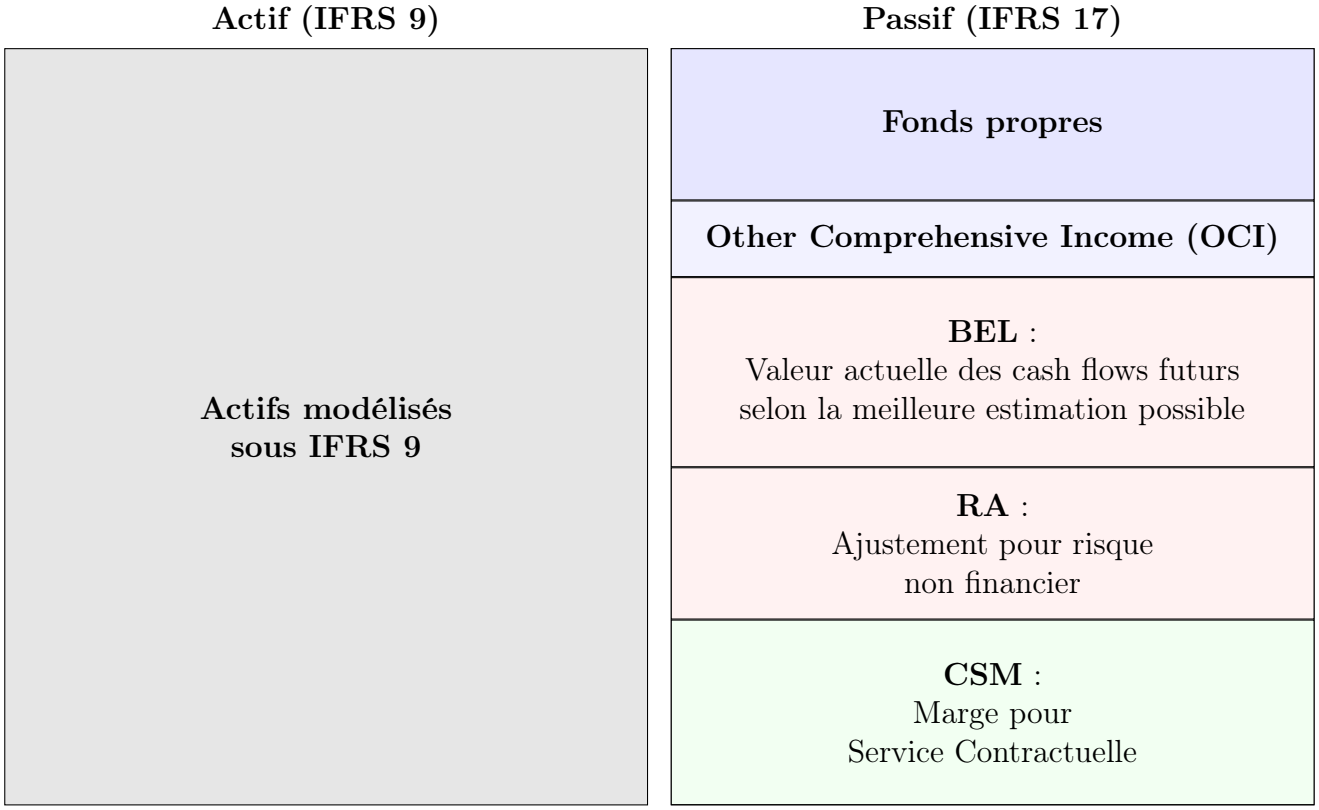


FIGURE 2.1 – Composantes du bilan IFRS 9 / IFRS 17

Le bloc "Other Comprehensive Income (OCI)" ou autres éléments du résultat global fait partie des fonds propres de l'entreprise. Si les options correspondantes qui seront illustrées ultérieurement sont utilisées, ce bloc inclura une partie des variations de la juste valeur des instruments financiers et du passif.

Sous IFRS 17, des groupes de contrats sont définis à la souscription.

2.1.1 Les groupes de contrat

Un groupe de contrats est déterminé en se basant sur les trois critères suivants :

1. Nature des risques : Les contrats couvrant des risques de nature différente appartiennent à deux groupes de contrats différents
2. Cohorte : Les contrats appartenant à un même groupe de contrats doivent être émis à un maximum d'un an d'écart
3. Profitabilité : La norme laisse une liberté pour la détermination des niveaux de profitabilité pour chacun des groupes de contrats. Les groupes de contrats peuvent être onéreux, non onéreux ou sans possibilité significative de devenir onéreux.
   Nous pouvons par exemple nous baser sur la CSM et la PVFCF comme test de profitabilité d'un groupe de contrat. Deux cas se présentent pour la CSM en fonction de cette profitabilité.
   — CSM = 0 : groupe de contrats onéreux, une composante de perte dite Loss component (LC) est reconnue en P&L
   — CSM>0 : La CSM est amortie dans le P&L au rythme des services rendus, sous réserve de positivité. Si celle-ci devient négative, une composante de perte (LC) est constituée.

Nous notons que cette distinction entre les groupes de contrats fait perdre l'effet de mutualisation qui est assez important en assurance vie.

Les acteurs en Europe ont la possibilité de ne pas appliquer cette séparation pour VFA. Un seul groupe de contrats est constaté.

Pour le groupe de contrats établi à la souscription, nous devons, selon les préconisations de la norme, estimer les différents blocs du passif sous IFRS 17.

2.1.2 Best Estimate

La première étape consiste en la projection des flux futurs relatifs aux contrats souscrits.

Dans le cadre de IFRS 17, une comptabilisation à la juste valeur des flux futurs probables, après actualisation, est requise.

Le montant du "Best estimate" à la date de calcul t s'écrit alors :

$$BE_t = \mathbb{E}^{\mathbb{P}\otimes\mathbb{Q}}\left[\sum_{i=t}^{N} \mathrm{DF}_i \cdot \mathrm{CF}_i \,\middle|\, \mathcal{F}_t\right] \tag{2.1}$$

où N correspond à la date de maturité déterminée suivant la frontière des contrats. La frontière des contrats sous IFRS 17 n'est pas atteinte tant que l'entité peut toujours exiger le paiement de la prime, ou tant que l'entité est obligée de rendre le service. [5]
DF_i est le facteur d'actualisation utilisé pour l'actualisation des flux à la date i. Ce facteur d'actualisation $DF_i = \frac{1}{(1+r_T(i))^i}$ avec r_T la courbe de taux sans risque à la date t.
La filtration $\mathcal{F}_t$ est la tribu engendrée par l'historique des cash flows (CF) et des facteurs d'actualisation (DF) jusqu'à la date t, soit :

$$\mathcal{F}_t = \sigma\left(\{\mathrm{CF}_i, \mathrm{DF}_i : i \leq t\}\right) \tag{2.2}$$

La courbe de taux sans risque est construite sous IFRS 17 de manière à refléter les caractéristiques des contrats d'assurance sous-jacents.
Deux approches sont proposées pour la construction de ces courbes de taux sans risque :

- Approche Top Down : Consiste à partir des rendements attendus des instruments financiers avec des flux similaires à ceux des contrats d'assurance considérés. Ces courbes de taux sont ensuite traités de façon à éliminer la partie non pertinente à l'activité d'assurance tel que les écarts de duration, les primes de risque du marché financier et le risque de contrepartie.
- Approche Bottom Up : A partir des courbes de taux sans risque e.g. les courbes de taux sans risque fournis par l'EIOPA, une prime d'illiquidité inhérente aux flux d'assurance est rajoutée

Les flux futurs CF_i y compris les primes, les sinistres et les frais, sont estimés sur la base de modèles calibrés à partir des données historiques.

2.1.3 Risk Adjustment

Afin de tenir compte des risques non financiers, la norme IFRS 17 exige dans son paragraphe 37

que l'entreprise de (ré)assurance ajuste "l'estimation de la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs afin de refléter la compensation qu'elle exige en raison de l'incertitude liée au montant et au timing des flux de trésorerie résultant du risque non financier". [7]

Plusieurs approches pour estimer le RA sont adoptées en général par les acteurs du marché :

— Une approche par coût du capital :
Une approche qui qui peut utiliser les projections du capital réglementaire (SCR), calculé sous Solvabilié 2 à des fins d'allocation du capital sous risque à horizon un an, avec un niveau de confiance de 99.5%, comme proxy. L'ajustement pour risque non financier sous IFRS 17, comme son nom l'indique, se distingue de la Risk Margin en solvabilité 2 par la prise en compte uniquement des risques non financiers. Le SCR de marché, entre autres ne doit pas figurer dans le calcul de l'ajustement pour risque.
Une autre différence majeure est l'horizon de projection qui correspond sous IFRS 17 à la frontière des contrats ou la date à partir de laquelle l'entité ne peut plus exiger le paiement d'une prime ou considérer la possibilité de versement de prestations.

En tenant compte de ces contraintes, on peut proposer cette formule pour le caclul du RA :

$$RA_t = \text{CoC} \cdot \left[\sum_{i=t}^{T} \frac{SCR_{\text{non financier}_i} \, \lambda^i}{(1+r_i)^i} \right] \tag{2.3}$$

On note que :

— CoC : est le coût du capital fixé par le régulateur en solvabilité 2 à 6% avec une baisse à un taux de 4% actuellement prévue avec la revue de la directive solvabilité 2.
— $SCR_{\text{non financier}}$: le capital de solvabilité requis à horizon 1 an et avec un niveau de confiance de 99.5%. On prend en compte les modules de risque relatifs aux risques non financiers, notamment le SCR_{rachat} et le $SCR_{\text{mortalité}}$
— λ un facteur d'amortissement propre au rythme de versement des prestations mis en jeu
— r_i : le taux sans risque pour la maturité i à la date de calcul t
— T la duration du passif d'assurance

— Des approches par quantile :
— L'approche par Value at Risk (VaR) : L'approche consiste à calculer la somme des prestations à un intervalle de confiance α donné. La VaR est obtenue via l'équation :

$$\text{VaR}_\alpha = \inf \{ l \mid \mathbb{P}[L > l] \leq \alpha \} \tag{2.4}$$

en notant : $L = \sum_{i=t}^{N} \text{DF}_i \cdot \text{CF}_i$
— L'approche par Tail Value at Risk (TVaR), aussi connue sous le nom de Conditional Tail Expectation (CTE) : Une approche plus adaptée à la quantification des risques extrêmes. Il s'agit de la valeur attendue du capital sous risque, dépassé le seuil de la VaR. La TVaR s'écrit alors en utilisant les mêmes notations :

$$TVaR = \mathbb{E}^{\mathbb{P}\otimes\mathbb{Q}} \left[L | L > Var_{t,\alpha} \right] \tag{2.5}$$

Les approches par quantile sont les approches les plus préconisées par les acteurs du marché [9]. La prise en compte des caractéristiques des contrats en question permet une

meilleure estimation du RA.
Ces approches nécessitent néanmoins des données historiques et la calibration de modèles internes adaptés. Ceci augmente potentiellement le coût opérationnel et les ressources nécessaires.

2.1.4 Contractual Service Margin

La CSM sous IFRS 17 correspond à la valeur actuelle des profits futurs, mais qui ne sont pas encore reconnus à la date de comptabilisation. A l'initialisation, elle correspond à la quantité :

$$CSM = max(0, -BEL - RA) \tag{2.6}$$

avec pour convention, un "best estimate" égal à l'écart entre les flux sortants et les flux entrants. (BEL = flux sortants - flux entrants)

On note que la CSM ne peut être négative. Si la CSM devient nulle, une composante de perte (Loss component) est immédiatement reconnue. Elle fera partie du P&L.
Pour le cas particulier des contrats de réassurance, comptabilisé obligatoirement sous le modèle BBA, la CSM peut être négative. En effet, ce type de contrats, même s'il porte sur des contrats d'épargne, est considéré comme participatif indirect, les assurés n'ayant pas de participation directe aux pertes ou aux gains réalisés par le réassureur.
Dans ce cas, on écrit la CSM cédée au réassureur :

$$CSM_{\text{cédée}} = -BEL_{\text{cédée}} - RA_{\text{cédée}} \tag{2.7}$$

avec la même convention de signes pour les flux sortants et entrants.

Dans le cas des contrats d'épargne, comptabilisés sous VFA, la CSM initiale tient compte des primes initiales investies dans les actifs sous-jacents. Nous introduisons la notion de provision mathématique ou PM qui constitue le montant revenant aux assurés. À la date initiale, nous considérons que les primes sont intégralement investies dans les actifs sous-jacents. De ce fait, nous notons qu'à la date initiale, la valeur de marché de ces actifs correspond à la provision mathématique initiale. Ainsi, à la date initiale ($t = 0$), notons que $VM_0 = PM_0$. La CSM initiale s'écrit donc comme écart entre l'actif et le passif à la date de comptabilisation initiale.

$$CSM = max(0, VM - BEL - RA) \tag{2.8}$$

où VM désigne la valeur de marché des actifs détenus qui sont adossés aux polices d'assurance et BEL désigne la valeur actuelle des prestations futures.

2.2 Modèles de comptabilisation IFRS17

2.2.1 Building Block Approach - BBA

Sous IFRS 17, le modèle général à appliquer a priori aux contrats d'assurance détenus est le modèle "Building Block Approach" ou BBA.
Le modèle général se base sur les trois composantes déjà illustrées. Le bilan est constitué d'un "Best Estimate Liabilities" (BEL), d'un ajustement pour risque (RA) et d'une marge de service contractuelle (CSM).
Le calcul de la CSM, y compris sa désactualisation, dans le modèle général se fait au taux "locked-in". Les changements de la courbe des taux sans risque d'une année à l'autre ne sont pas pris en compte dans l'évolution de cette dernière. La courbe des taux à l'origine est forwardée à

chaque date de comptabilisation. Les changements d'hypothèses sur les flux futurs n'impactent pas de la même façon la CSM selon la nature des hypothèses considérées. Les changements d'hypothèses d'ordre technique (par ex. une baisse ou une hausse de la mortalité anticipée) impactent la CSM tandis que celles d'ordre économique (par ex. un changement de la courbe des taux sans risque) impactent directement le résultat financier ou les fonds propres si l'option OCI est adoptée.

2.2.2 Premium Allocation Approach - PAA

Il s'agit d'un modèle simplifié, adapté aux contrats d'assurance à courte duration. C'est le modèle préconisé par les assureurs non-vie.
Les provisions pour sinistres non encore survenus (Liability for remaining coverage) sont remplacées par une simplification basée sur les primes non encore acquises. Les provisions pour sinistres déjà survenus restent inchangées.

2.2.3 Variable Fee Approach - VFA

Il s'agit d'un modèle modifié afin de tenir compte des contrats d'assurance à participation directe aux bénéfices.

Critères d'application du modèle VFA Nous rappelons que l'IASB a indiqué que seuls les contrats d'assurance avec participation directe sont éligibles au VFA. Comme indiqué par les paragraphes B101 et BC238 :
Un contrat d'assurance est un contrat à participation directe s'il obéit aux critères suivants [6] :

1. Les termes contractuels spécifient que l'assuré participe à une part d'un pool clairement identifié d'éléments sous-jacents
2. l'entité s'attend à verser au preneur d'assurance un montant égal à une part substantielle des rendements à la juste valeur des éléments sous-jacents
3. l'entité s'attend à ce qu'une proportion substantielle de toute variation des montants à verser au preneur d'assurance varie avec la variation de la juste valeur des éléments sous-jacents

Si applicable, ce modèle permet, conformément à la nature des contrats à participation directe aux bénéfices, de tenir compte de l'impact direct du changement des hypothèses financières sur l'estimation actuelle des profits futurs de l'entreprise (CSM). Cette dernière est calculée au taux courant.

N.B. Les traités de réassurance portant sur un contrat d'épargne ne peuvent pas être modélisés sous VFA, vu qu'il n'y a pas de participation directe aux bénéfices entre les assurés et le réassureur.

Dans toute la suite, nous considérons que l'année N correspond à l'année d'ouverture (première comptabilisation des contrats considérés) et que l'année N+1 correspond à l'année de clôture.

CHAPITRE 3

Présentation et modélisation du produit d'épargne en UC

3.1 Produit d'épargne en UC et modèle de projection

3.1.1 Produit d'épargne en UC et garantie plancher

On considère un portefeuille initial d'épargne viagère avec une garantie plancher en cas de décès. La garantie plancher en cas de décès pour les contrats en unités de compte est une option permettant à l'assuré de garantir un transfert du capital investi à ses descendants. Il est possible de définir une durée maximale pour bénéficier de cette option ou de ne pas prévoir de telle durée. [3]

3.1.1.1 Le portefeuille initial

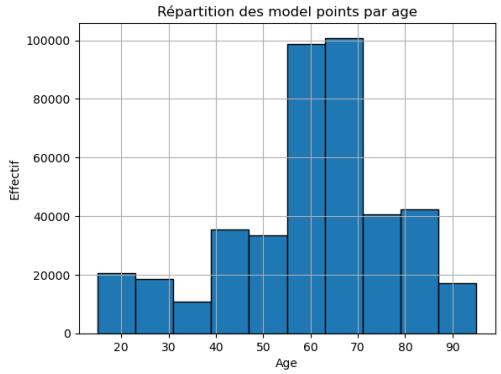
Les données sont collectées à partir de *benchmarks* des acteurs du marché français en 2022. Les contrats sont agrégés en model points. Chaque model point regroupe des contrats avec des caractéristiques similaires en termes d'âge, de PM initiale, de chargement sur encours et de primes.

La PM investie en UC initialement est la somme des PMs investies pour chaque model point. Initialement, elle s'élève à 277 111 k€.
Tous les contrats bénéficient d'une garantie plancher en cas de décès correspondant au montant de l'investissement initial. Cette garantie a pour limite l'âge de 75 ans.
Le taux de chargement sur encours est égal à 1,2% et le taux de chargement sur acquisition est égal à 2%.
Les répartitions du portefeuille suivant l'âge, l'effectif et la PM sont données par les figures présentées ci-après.

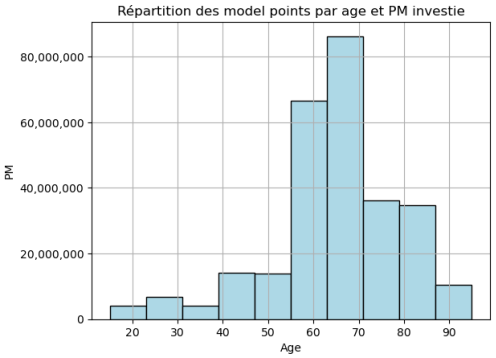
Le jeu de données étudié comprend 17 catégories d'âge à des intervalles de 5 ans, réparties entre 15 et 95 ans.
L'effectif moyen par groupe d'âge est de 24 606 assurés.
L'effectif le plus élevé de 58 175 assurés appartient à la catégorie d'âge aux alentours de 60 ans.

Cette catégorie d'âge investit le plus de primes, avec un pic aux alentours de 70 ans.
Cependant, nous retrouvons qu'en moyenne les primes investies par les jeunes de 25 ans se rapprochent de celles investies par des catégories d'âge plus élevées.

Le contrat souscrit correspond à un contrat d'épargne viagère, c'est-à-dire effectif durant toute la durée de vie de l'assuré. Les prestations et les frais sont projetés à l'horizon de 50 ans.



(a) Répartition des adhérents en fonction de l'âge



(b) Répartition de la PM investie en fonction de l'âge

FIGURE 3.1 – Répartition de l'effectif et de la PM initiale en fonction de l'âge

3.1.1.2 la garantie plancher

Les contrats en unités de compte sans garantie plancher en cas de décès représentent un transfert total du risque financier de baisse des rendements des supports dans lesquels le capital est investi, vers les assurés.
L'entité d'assurance ne garantit pas le capital investi, contrairement au cas des fonds en euros où un taux minimal garanti (TMG) est prévu. L'unique garantie est le nombre d'unités de compte correspondant au capital investi.
L'ajout de cette garantie fait donc subir un risque conséquent à l'assureur. En effet, le risque de décès est plutôt simple à mutualiser. Le risque financier, vu les fluctuations du marché, comporte une part systémique importante.
Différents types de garanties sont présents sur le marché. On en reconnaît :

— La garantie plancher : Le capital garanti correspond à la somme des primes versées. Dans le cas simplifié d'une prime unique à la souscription et d'un contrat mono-support, elle correspond au montant $(S_t - K)^+$ où K est le capital garanti et S_t le cours de l'actif sous-jacent.

— La garantie majorée : une proportion pouvant excéder le capital investi (somme des primes versées) peut constituer le capital garanti.

  Une illustration est fournie dans les figures ci-après. Ici, la PM est assimilée au cours de l'actif sous-jacent. En réalité comme illustré ultérieurement, Il s'agit de la valeur de marché des actifs après revalorisation, transfert des prestations, décaissement des frais et encaissement des primes à la fin de chaque année de souscription.
  Ces simulations ont été effectués suivant un mouvement brownien géométrique avec les paramètres : $S_0 = 100$, $r = 0.02$ et σ=0.2

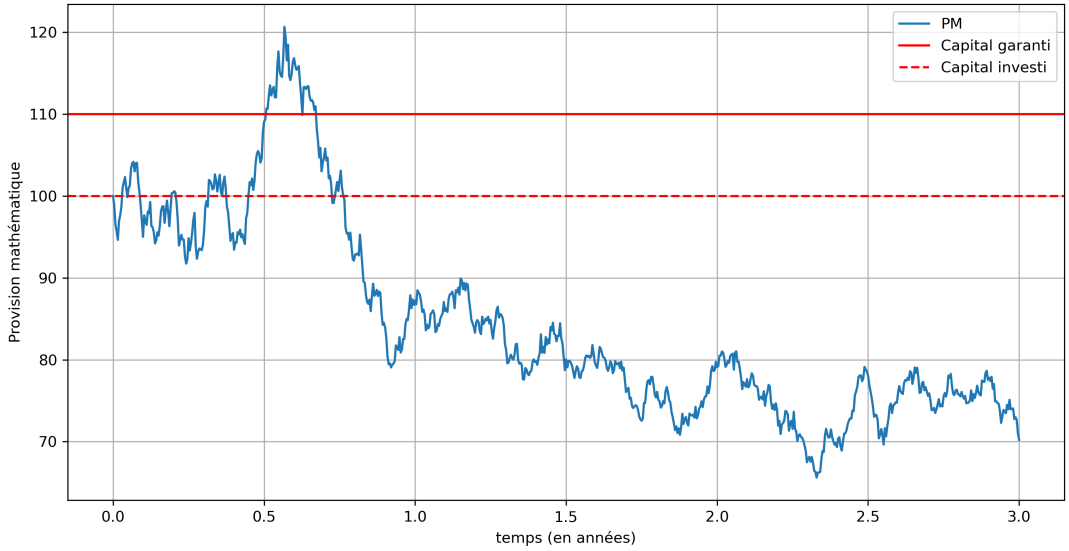


FIGURE 3.2 – Garantie plancher / majorée

— La garantie indexée : Le capital est revalorisé chaque année avec un taux fixé dans le contrat par l'assureur. Le montant assuré s'écrit donc $(S_t - K(1 + r_t))^+$ avec r_t le taux de revalorisation.

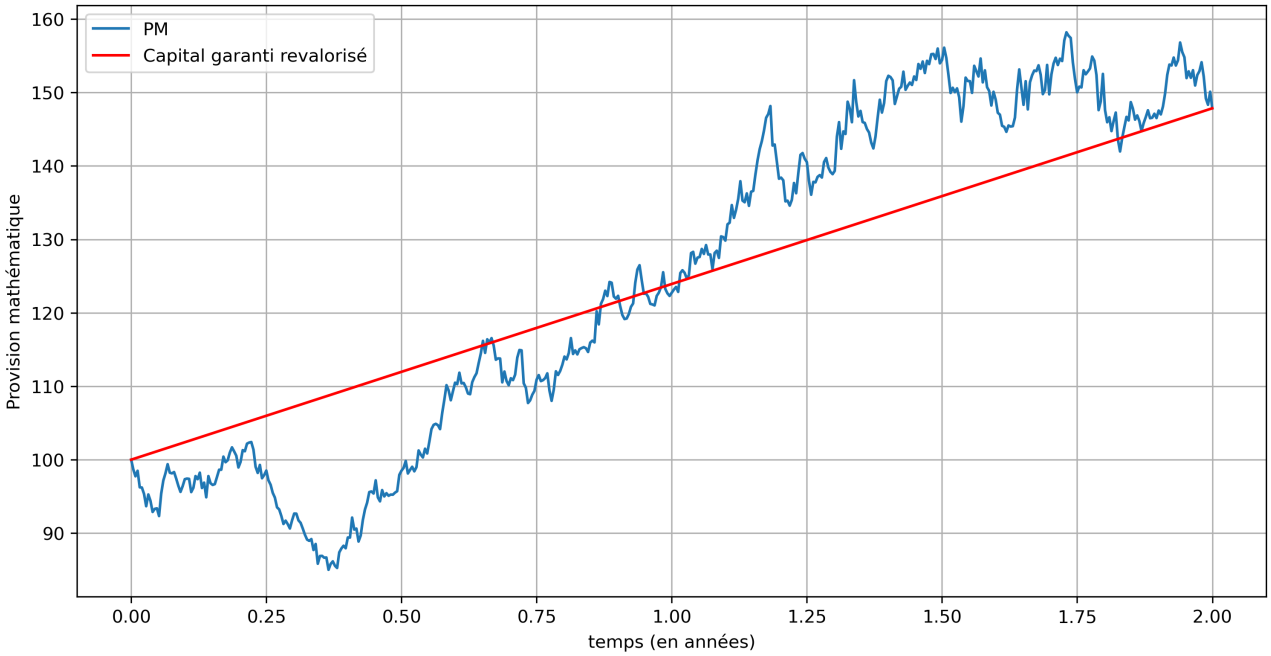


FIGURE 3.3 – Garantie indexée

— la garantie cliquet : Le capital garanti correspond au plus haut cours enregistré depuis la souscription. La garantie s'écrit donc $K_t = \max_{0 \leq i \leq t} S_i$

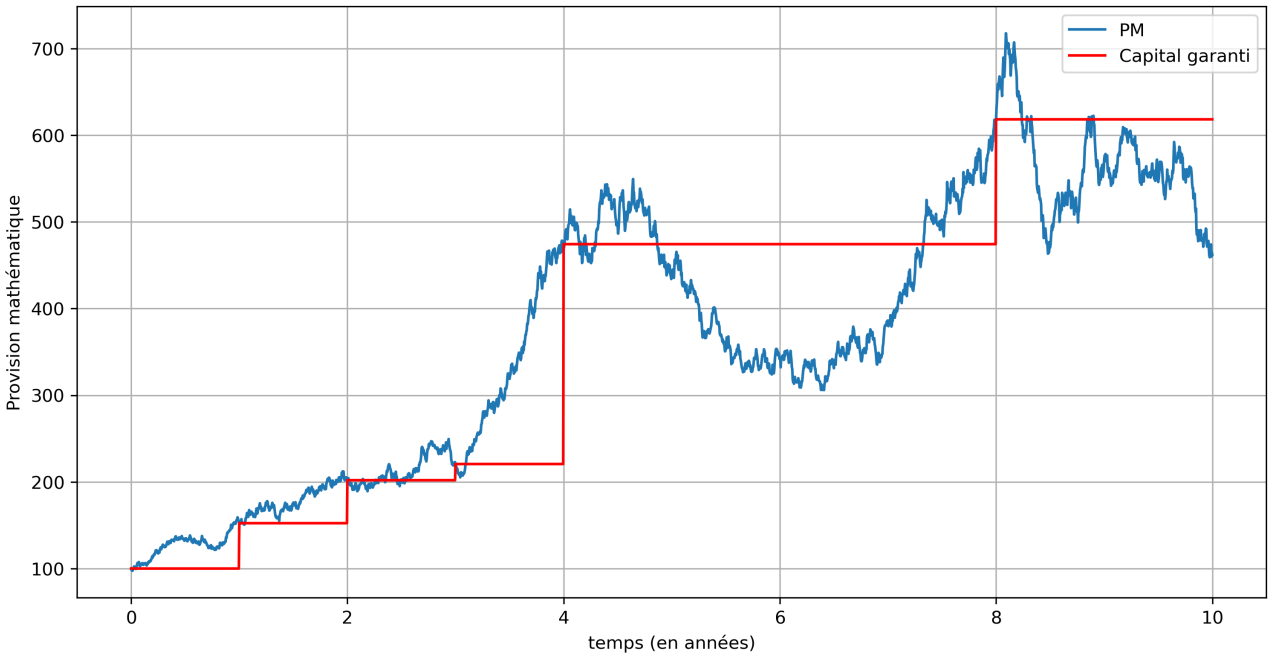


FIGURE 3.4 – Garantie cliquet

On considère par la suite que les contrats bénéficient d'une garantie plancher. Le montant de PM initial est garanti en cas de décès.

3.1.2 Modèle de projection

3.1.2.1 Projection de l'actif

Des supports d'investissement variés sont proposés pour les contrats d'assurance en unités de compte.
On en reconnaît les obligations d'état, mais aussi des supports plus risqués à l'instar des :

- **OPCVM - Organisme de placement collectif en valeurs mobilières** : Il s'agit de fonds d'investissement qui gèrent les placements de plusieurs épargnants. Les supports d'investissement sont variés. Par exemple, un OPCVM actions est composé d'au moins 60% d'actions.
  Ces fonds d'investissement peuvent être des :
  - Fonds communs de placement, FCP : C'est une copropriété de valeurs mobilières.
  - SICAV, société d'investissement à capital variable : C'est une société anonyme avec une personnalité juridique propre.

  Dans les deux cas, c'est l'entité d'assurance qui gère l'investissement.
- **Actions** : En achetant des actions d'entreprise cotée en bourse, l'entité en question bénéficie du droit de propriété de l'action, mais en assume aussi la gestion, d'où la différence des OPCVMs actions.
- **Immobilier** : Il est aussi possible d'investir dans des supports immobiliers via :
  - SCPI (Société Civile de Placement Immobilier) : Investissent dans l'immobilier locatif (bureaux, commerces, logements, etc.) et distribuent les loyers perçus sous forme de revenus réguliers.
  - OPCI (Organisme de Placement Collectif Immobilier) : Combine l'investissement direct en immobilier avec une partie en liquidités ou valeurs mobilières.

D'autres supports existent sur le marché, comme les ETF (Exchange-traded funds). Il s'agit d'un indice visant à reproduire le rendement d'un indice boursier donné. Parmi les indices les plus connus, on retrouve l'indice du CAC 40 ainsi que l'EURO STOXX 50 qui regroupe 50 entreprises en fonction de leur capitalisation boursière dans la zone euro.

On considère par la suite un investissement dans un OPCVM avec une part de taux et une part en actions selon la répartition suivante :

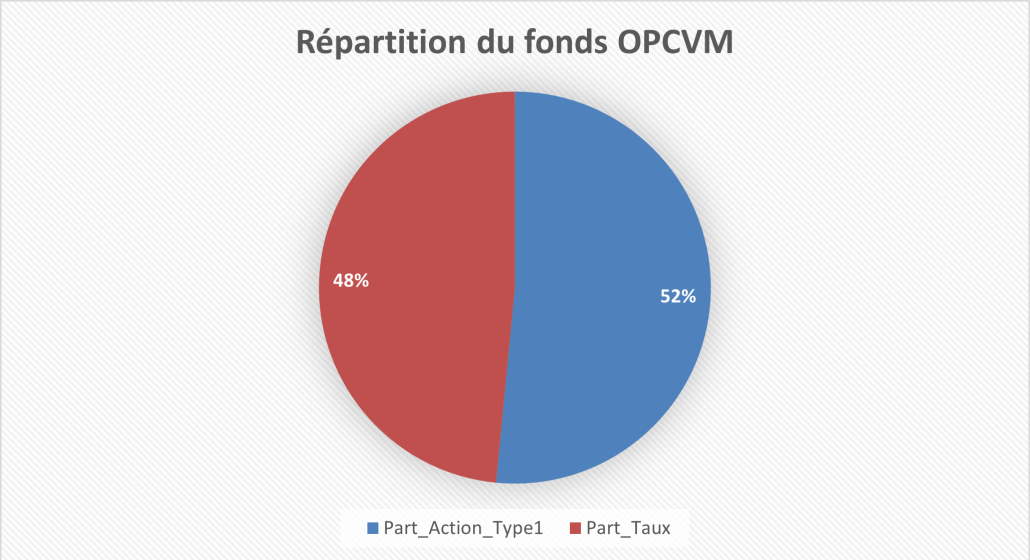


FIGURE 3.5 – Répartition du fonds OPCVM

A la date initiale, c'est-à-dire au 31/12/N, la valeur de marché, égale à la valeur nette comptable, s'élève à 277,110,717.24 €.
L'action considérée est indexée sur l'EURO STOXX 50, représentatif des 50 premières sociétés européennes selon leurs capitalisations boursières.

3.1.2.1.1 Projection du monétaire

La projection des avoirs en banque se fait au taux sans risque à 1 an. Cette projection est sensible à la variation de la courbe des taux sans risque :

$$VM_t = VM_{t-1} \cdot (1 + Tx_{1\text{an}}) \tag{3.1}$$

3.1.2.1.2 Projection des actions

La modélisation des actions prend en compte leurs valeurs de marché afin de garantir une comptabilisation en juste valeur. La valeur de marché est recalculée à chaque pas de projection en considérant :

$$VM_{t+1} = VM_t \left(1 + \text{Tx}_{\text{rdmt}_{t+1}} - \text{Tx}_{\text{dividendes}_{t+1}}\right) \tag{3.2}$$

Avec :

- $VM_0 = PM_0$
- $\text{Tx}_{\text{rdmt}_{t+1}}$: Le taux de rendement correspondant à l'indice de référence de l'action issu de l'ESG, à l'instant $t+1$. Ce taux reflète le rendement attendu pour l'indice en question.

- $\text{Tx}_{\text{dividendes}_{t+1}}$: Le taux de dividende renseigné ligne par ligne pour chaque action, à l'instant $t+1$. Ce taux représente les dividendes perçus par action, ajustant ainsi la valeur de l'investissement.

Le modèle ALM permet la gestion actif/passif notamment d'essayer de garder la même répartition pour le fonds OPCVM après réalisation des rendements action et paiement des flux du passif. Des actifs en "Plus ou Moins Value Latente" peuvent être vendus. La part vendue vient alimenter le résultat financier.
La Valeur Nette Comptable (VNC) des actions représente la valeur à laquelle les actions sont inscrites dans les livres comptables de l'entité en question ou de l'investisseur.
Une provision pour dépréciation durable (PDD) est constituée en estimant l'éventuel amortissement de la valeur de l'actif.
L'actif est considéré en plus-value si sa $VM > VNC - PDD$.

3.1.2.1.3 Mise en place d'un GSE risque neutre

Afin de projeter le cours de l'actif, un générateur de scénarios économiques en univers risque-neutre qui sert à définir des simulations stochastiques sur un horizon de projection de 60 ans est nécessaire.

La projection en univers risque neutre est consistante avec les hypothèses de projection du passif sous IFRS 17, mais impose une gestion prudente de l'actif en question via l'implémentation d'une stratégie de couverture appropriée. Cette dernière peut être via des dérivés financiers comme les options, ou bien des contrats de réassurance. Cependant, la couverture via des options n'est pas une stratégie optimale vu la duration du passif. En effet, sur le marché financier, les options portent sur une maturité courte ne pouvant dépasser le seuil d'un an, face à des engagements souvent viagers de la part des entités d'assurance vie.

Cours des actions
Afin de modéliser le cours des actions, un modèle de diffusion suivant un mouvement brownien géométrique avec une volatilité qui varie au cours du temps est adopté.
Le modèle de diffusion s'écrit alors :

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_t - \text{div})\, dt + \sigma_t\, dW_t^{\mathbb{Q}} \tag{3.3}$$

avec

— r_t : le taux sans risque à l'année de projection t

— σ_t la volatilité à l'année de projection t

— div le taux de dividendes

Dans le cadre de cette étude, nous considérons que l'indice actions ne distribue pas de dividendes.

La volatilité est projetée de façon déterministe. Elle est calculée sur la base des volatilités implicites de calls 1 an pour la première année et ensuite projetée de façon déterministe.
Le prix d'un call selon le modèle de Black-Scholes est donné par :

$$C = S_0\Phi(d_1) - Ke^{-rT}\Phi(d_2)$$

où

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

et

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

La volatilité implicite est ensuite calculée numériquement en utilisant par exemple la méthode de Newton-Raphson.
Ainsi, on peut obtenir la volatilité implicite pour la première année ainsi que les projections à horizon 66 ans :

$$\sigma_0 = \sigma^{\text{market}}_{\text{call}_{1\text{an}}} \tag{3.4}$$

$$\sigma_t = \sigma_0 \cdot \exp(-\alpha \cdot t) + \sigma_\infty \cdot (1 - \exp(-\alpha \cdot t)) \tag{3.5}$$

Par hypothèse sur l'évolution de la volatilité implicite des actions, nous allons prendre $\alpha = 0.2$. σ_∞ correspond à la volatilité à long terme des actions, estimée en utilisant les rendements historiques journaliers du cours de l'action et ajustée afin d'obtenir une volatilité annuelle.

$$\hat{\sigma}_\infty = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(r_i - \bar{r}) \quad \cdot\sqrt{252} \tag{3.6}$$

où :

— $\hat{\sigma}_\infty$: Écart-type estimé à long terme des rendements,

— r_i : Rendement observé à la période i,

— $\bar{r}$: Moyenne des rendements observés sur la période N,

— N : Nombre d'observations ou périodes,

— 252 : Facteur d'annualisation utilisé pour convertir l'écart-type quotidien en écart-type annuel (en supposant qu'il y a 252 jours de bourse par an).

Ces hypothèses nous permettent de simuler et de diffuser l'indice action sous la probabilité risque-neutre sur un horizon de 66 ans.

Nous retrouvons l'expression suivante :

$$S_t = S_0 \cdot exp(\int_0^t (r_u - \frac{\sigma_u^2}{2})du + \int_0^t \sigma_u dW_u^{\mathbb{Q}}) \tag{3.7}$$

Nous considérons un pas de discrétisation annuel en cohérence avec les dates de comptabilisation, et des taux forwards r_i ainsi que des volatilités σ_i constantes sur chaque pas de temps d'un an, soit :

$$S_t = S_0 \cdot \Pi_{i=1}^{T}\, exp(r_i - \frac{\sigma_i^2}{2} + \sigma_i \cdot (W_i^{\mathbb{Q}} - W_{i-1}^{\mathbb{Q}})), \quad \forall t \geq 1 \tag{3.8}$$

Ainsi, nous pouvons écrire

$$\mathbb{E}\left[\ln(\frac{S_t \cdot D_t}{S_{t-1} \cdot D_{t-1}})\right] = \mathbb{E}\left[-\frac{\sigma_t^2}{2} + \sigma_t \cdot (W_t^{\mathbb{Q}} - W_{t-1}^{\mathbb{Q}})\right] = -\frac{\sigma_t^2}{2} \tag{3.9}$$

Cette relation nous permet de construire un test de martingalité des log-rendements ajustés du terme de volatilité.

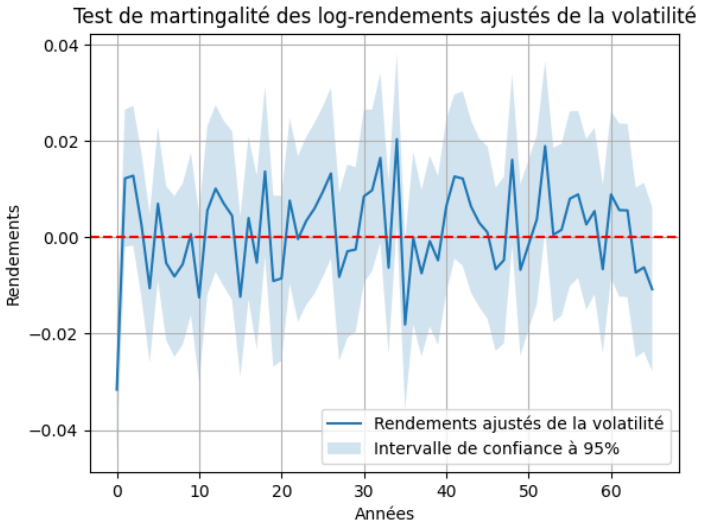


FIGURE 3.6 – Test de martingalité

Modélisation des taux d'intérêt

Les taux sans risque r_t correspondent à la courbe des taux sans risque avec Volatility Adjustment (VA). L'ajustement pour volatilité (VA), en solvabilité 2, ajoute une marge supplémentaire aux taux d'intérêt sans risque, compensant ainsi les fluctuations des spreads sur les obligations d'entreprises et les actifs similaires en période de stress de marché. Cela permet aux assureurs de lisser les variations de leurs provisions techniques et d'atténuer l'impact immédiat de la volatilité des marchés sur leur solvabilité.

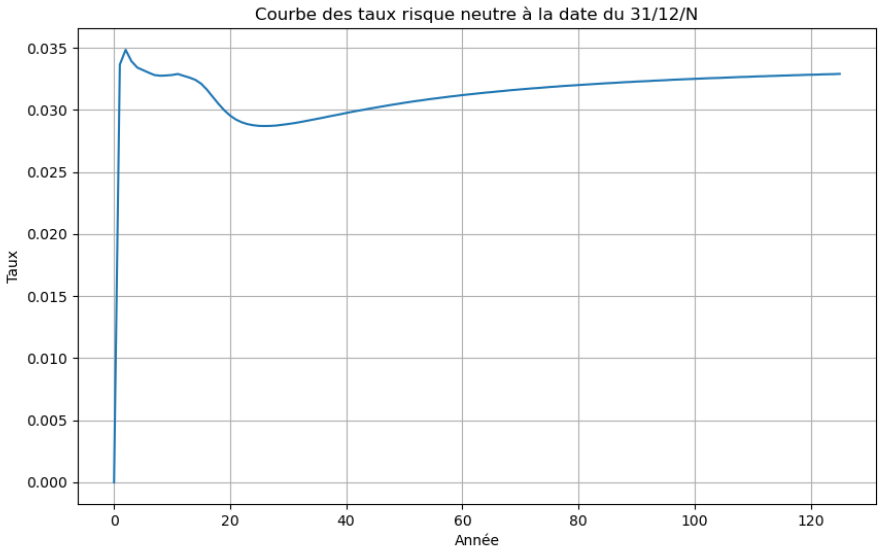


FIGURE 3.7 – Courbe des taux sans risque avec VA au 31/12/N

Comme illustré précédemment, la courbe des taux sans risque en IFRS 17 doit être construite en tenant compte des caractéristiques des contrats d'assurance sous-jacents.
Selon une approche bottom-up, une prime d'illiquidité doit être rajoutée à la courbe des taux initiale.
Nous considérons l'ajustement pour volatilité (VA) comme proxy pour la prime d'illiquidité

sous IFRS 17.
Afin de simuler et de diffuser les courbes des taux futurs, le modèle de taux implémenté est le modèle DDLMM (Displaced Diffusion Libor Market Model) ou modèle LMM shifté à n facteurs.

L'équation de diffusion associée au modèle DDLMM s'écrit comme :

$$dF_i(t) = (F_i(t) + \delta) \sum_{q=1}^{N_f} \xi_i^q(t) dZ_i^q(t) \tag{3.10}$$

avec :

- $F_i(t)$, le taux forward de l'année t pour la période $[T_i, T_{i+1}]$
- N_f, le nombre de facteurs du modèle, égale à 2
- $\xi_i^q(t)$, la volatilité du taux forward $F_i(t)$ associée au facteur q
- $Z_i^q(t)$ le mouvement brownien sous la mesure T_{i+1} forward

Le modèle est calibré en utilisant une nappe de volatilités swaptions normales à la monnaie.

Nous vérifions le caractère risque-neutre des courbes simulées en comparant le déflateur obtenu en calculant le produit sur les taux forward à maturité 1 an pour chaque pas de projection et en le comparant aux prix des zéro-coupons issus de la courbe des taux sans risque de l'EIOPA de l'année N.

Nous visualisons ensuite l'erreur relative du déflateur par rapport aux prix des zéro-coupons.

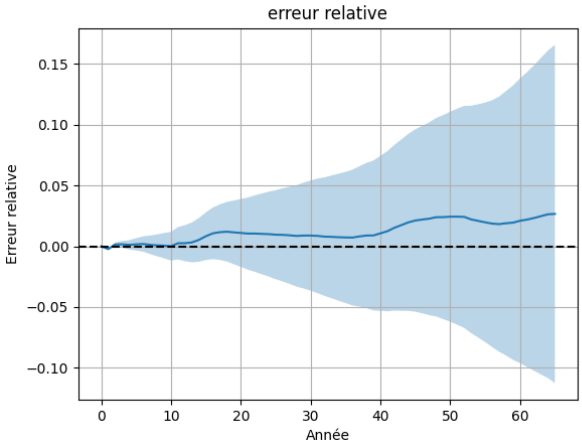


FIGURE 3.8 – $\mathbb{E}\left[D(t)\right]/P(0,T) - 1$

3.1.2.2 Projection du passif

Le contrat d'épargne stipule des prestations en cas de décès ainsi qu'en cas de rachat. Ceci nous amène à modéliser ces prestations sur l'horizon de projection de 50 ans du passif.

Afin de procéder à ces projections, nous procédons à la définition de la provision mathématique ou la PM.

La provision mathématique correspond à la réserve établie par l'assureur afin de tenir compte de ses engagements envers les assurés.
La PM à chaque date de comptabilisation t correspond à la valeur actuelle des flux revenant aux assurés.

A la date initiale, elle correspond aux primes versées.

Cette réserve évolue au cours du temps en tenant compte des prestations, des frais et des rendements financiers des actifs sous-jacents.

Cette évolution s'écrit ainsi :

$$PM_{t+1} = PM_t + \text{Primes} - \text{Sinistres} - \text{Chargements} - \text{Frais} + \text{Rendements Financiers} \quad (3.11)$$

Nous notons que le produit considéré est à prime unique. La PM n'est donc pas ajustée des versements futurs.

3.1.2.2.1 Modélisation des prestations décès

Les prestations décès sont modélisées en tenant compte des garanties planchers en cas de décès. Nous rappelons que la garantie étudiée est valable jusqu'à l'âge de 75 ans de l'assuré et que chaque model points correspond à un groupe d'assurés de même âge.

Les prestations décès s'écrivent donc ainsi :

$$\text{Prestations}_{\text{décès}}^{x,t} = \begin{cases} q_{x,t} \cdot \max(PM_t, K) & \text{si } x \leq 75 \text{ ans}, \\ q_{x,t} \cdot PM_t & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.12)$$

où :

— $q_{x,t}$: probabilité de décès d'un individu âgé de x ans à l'instant t,

— PM_t : provision mathématique à l'instant t,

— K : montant minimal garanti pour les prestations décès,

— x : âge de l'assuré,

— t : temps (ou période).

Nous considérons dans le cadre de cette étude que le montant K garanti correspond à la prime initialement investie par l'assuré.

Afin de définir les probabilités de décès dans l'année, nous utilisons les tables réglementaires pour l'assurance vie en cas de décès TH 00-02 pour les hommes et TF 00-02 pour les femmes.

Nous établissons ainsi les q_x en utilisant le nombre de survivants l_x pour chaque âge, comme défini par les tables réglementaires :

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

où :

— l_x : nombre de survivants à l'âge x,

— l_{x+1} : nombre de survivants à l'âge $x + 1$.

3.1.2.2.2 Modélisation des prestations rachat

Dans le cadre de cette étude, l'assuré bénéficie de la possibilité de racheter son contrat sans paiement de frais supplémentaires.
Les rachats considérés sont des rachats totaux. La totalité de la PM est épuisée en cas de rachat.
Les prestations de rachat s'écrivent similairement aux prestations décès, sans garantie sur le montant de rachat.

$$\text{Prestations}^{x,t}_{\text{rachat}} = p_{\text{rachat}} \cdot PM_t \tag{3.13}$$

Par simplification, les probabilités de rachat dans l'année considérées sont des taux structurels égaux à 2%.

Les prestations rachat et les prestations décès ont lieu simultanément. Les prestations rachat ne peuvent cependant pas dépasser le montant de la PM restante après versement des prestations décès. Nous avons alors la relation suivante :

$$\text{Prestations}^{x,t}_{\text{rachat}} = \min(PM_t - \text{Prestations}^{x,t}_{\text{décès}}; \quad p_{\text{rachat}} \cdot PM_t) \tag{3.14}$$

Les frais sont aussi déduits de la PM :

$$\text{Frais}_t = PM_t \cdot \text{Taux}_{\text{frais}} \tag{3.15}$$

Le capital garanti pour chaque model point i est ajusté à chaque pas de projection des sorties du portefeuille, y compris rachats et décès sur l'année :

$$\text{Capital}_{\text{garanti,i,t}} = \max\left(\text{Capital}_{\text{garanti,i,t-1}} \cdot (1 - p_{\text{rachat}} - q_x), 0\right) \tag{3.16}$$

Une fois les flux du passif projetés et le calcul du Best Estimate effectué, la norme exige la constitution de l'ajustement pour risque non financier.

3.1.2.2.3 Projection de l'ajustement pour risque non financier

Dans le cadre de cette étude, par simplification, l'ajustement pour risque non financier est modélisé uniquement pour le risque de mortalité.
Il s'agit d'une méthode par quantiles qui permet de quantifier l'impact des chocs appliqués aux taux de mortalité en utilisant les niveaux de quantiles associés à ces taux.

Pour ce faire, nous avons recours au modèle de mortalité stochastique Lee-Carter.
Nous utilisons les données de la base de données sur la mortalité humaine (Human Mortality Database ou HMD) relatives à la population française.
Nous considérons les données historiques relatives à la période allant de 1965 à 2022.
Le modèle Lee-Carter s'écrit :

$$ln(m_{x,t}) = a_x + b_x \cdot k_t \tag{3.17}$$

avec :

- $\ln(m_{x,t})$: le logarithme du taux de mortalité à l'âge x et au temps t.
- a_x : un terme spécifique à l'âge x, qui représente le niveau moyen du taux de mortalité pour cet âge au cours du temps (c'est une composante structurelle).
- b_x : un terme spécifique à l'âge x, qui mesure la sensibilité du taux de mortalité aux variations temporelles captées par k_t.
- k_t : un paramètre temporel qui représente l'évolution générale du niveau de mortalité dans le temps (il capture les tendances temporelles globales).

Ces différents facteurs sont estimés à l'aide de l'algorithme d'estimation donné en annexe et affichés dans les figures suivantes.

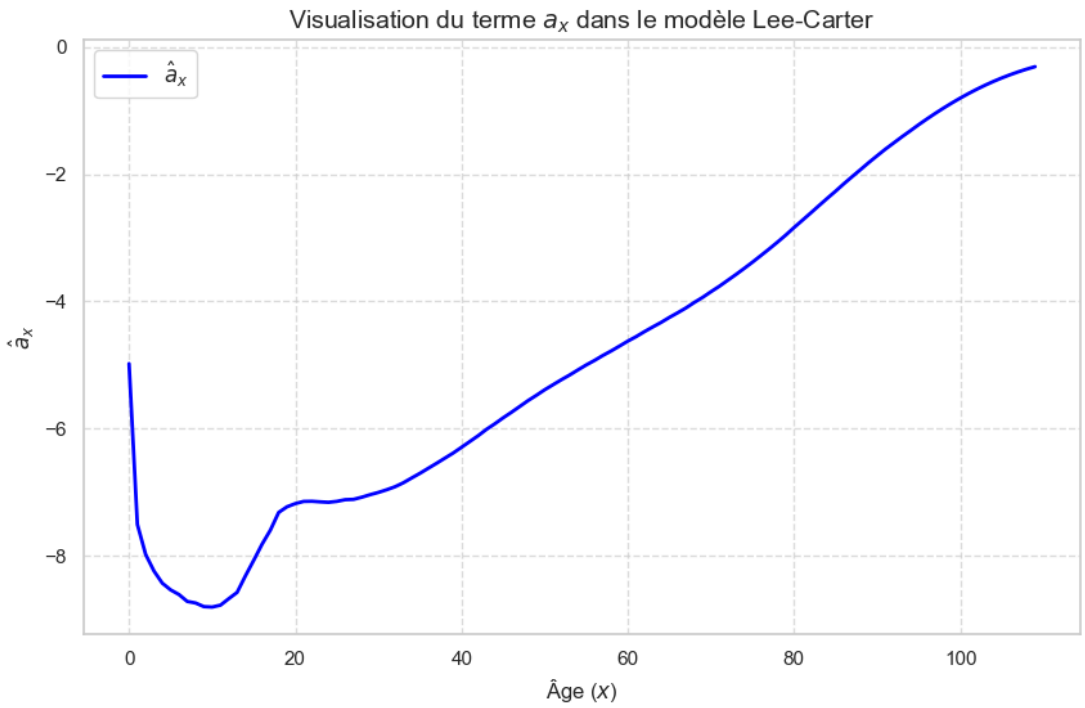


FIGURE 3.9 – Evolution de $\hat{a}_x$ en fonction de l'âge

Notons que la structure de la mortalité en fonction de l'âge suit une évolution caractéristique qui reflète les dynamiques biologiques et sociales propres à chaque tranche d'âge. Initialement, on observe une mortalité élevée chez les nouveau-nés et les jeunes enfants, souvent liée à des complications périnatales ou des maladies infantiles. Cette période est suivie d'une baisse rapide de la mortalité à mesure que les individus atteignent l'enfance et l'adolescence. Une "bosse" autour de la vingtaine apparaît ensuite, attribuée à des causes externes comme les accidents, les comportements à risque ou les violences.
Après cette phase, la mortalité augmente progressivement avec l'âge, suivant une tendance quasi-linéaire à partir de l'âge adulte, en grande partie en raison de la prévalence croissante des maladies chroniques et du vieillissement biologique.
Cette évolution structurelle, bien capturée par le terme a_x dans le modèle de Lee-Carter, reflète les forces sous-jacentes influençant les profils de mortalité par âge dans une population donnée.

Nous procédons ensuite à l'estimation du facteur b_x.

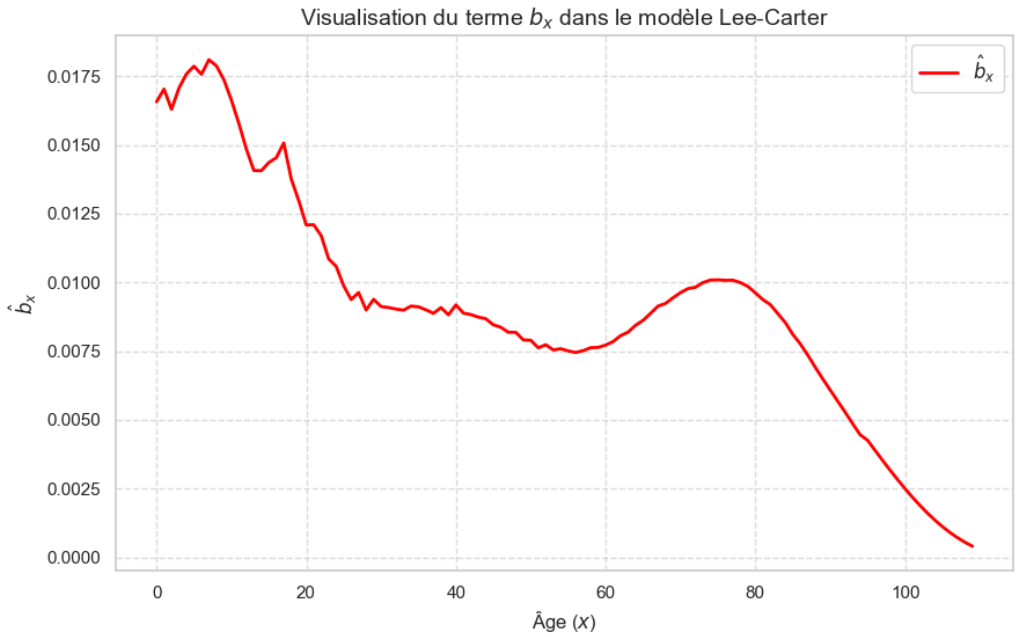


FIGURE 3.10 – Evolution de $\hat{b}_x$ en fonction de l'âge

Nous constatons que les jeunes âges sont relativement plus sensibles à la variation de la composante temporelle k_t via le facteur b_x que les âges plus avancés, avec une hausse de la sensibilité pour la tranche d'âge entre 60 et 80 ans, attribuable à l'effet de l'évolution médicale sur la longévité pour cette tranche d'âge.

Finalement, nous nous intéressons à l'évolution de la composante temporelle k_t. l

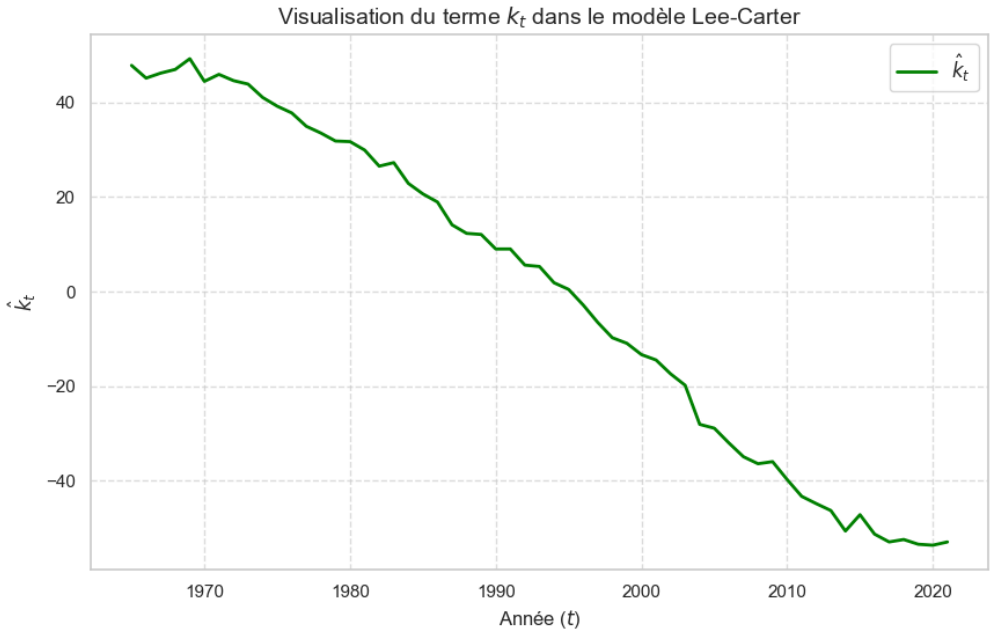


FIGURE 3.11 – Evolution de $\hat{k}_t$ en fonction du temps

k_t, la composante temporelle du modèle, est estimée et projetée à l'aide d'un modèle stochastique de séries temporelles. C'est la composante qui nous permettra de déduire les

intervalles de confiance à utiliser pour notre calcul de l'ajustement pour risque non financier.

Le modèle ARIMA est généralement utilisé pour l'estimation de l'évolution temporelle.

Nous pouvons remarquer la non-stationnarité de la série temporelle étudiée. En effet, nous pouvons remarquer la tendance à la baisse au fil des années liée au progrès médical et à la hausse de la longévité.

Cette non-stationnarité est confirmée par le test augmenté de Dickey-Fuller, c.f. annexe. La statistique ADF est de -2.21. La p-valeur est de $0.2 \geq 0.05$. L'hypothèse nulle est donc rejetée, confirmant la non-stationnarité de k_t.

Nous procédons donc à la différenciation de la série en considérant $\Delta k_t = k_t - k_{t-1}$ que nous visualisons ci-après.

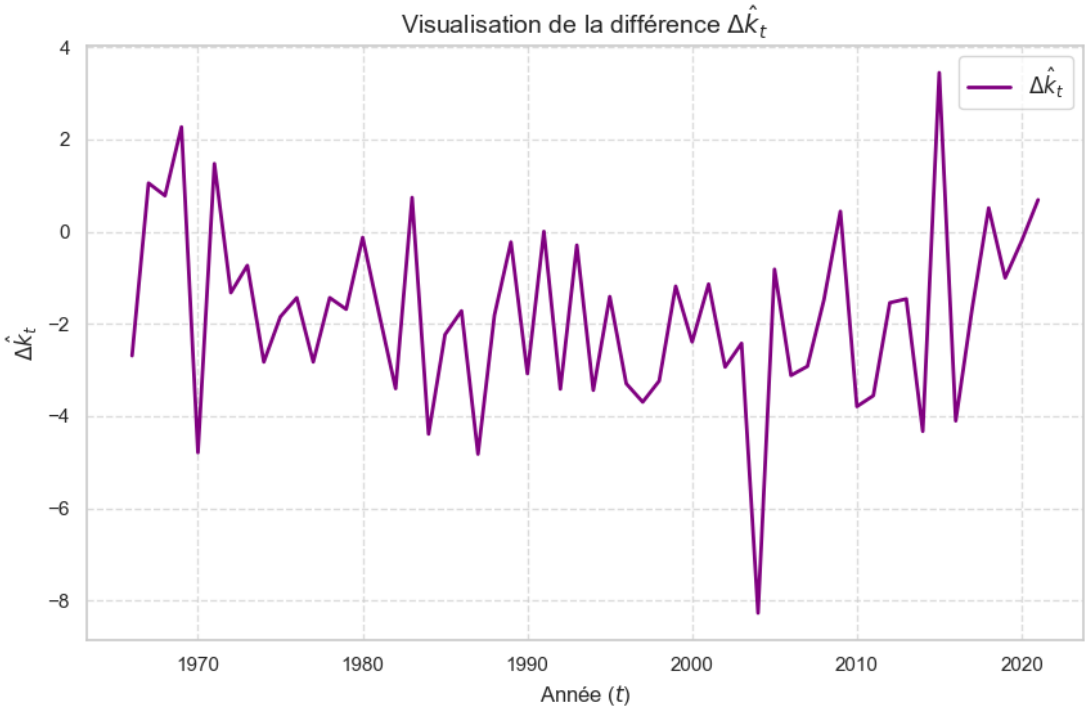


FIGURE 3.12 – Evolution de $\Delta\hat{k}_t$ en fonction du temps

Le test augmenté de Dickey-Fuller confirme la stationnarité de la série différenciée avec une statistique ADF de -9 et une p-valeur nulle.

Ces résultats nous orientent vers un modèle ARIMA(p,1,q).

Afin d'identifier les termes autorégressifs (AR(p)) et moyenne mobile (MA(q)), nous procédons à l'analyse de l'autocorrélation et de l'autocorrélation partielle de la série différenciée.

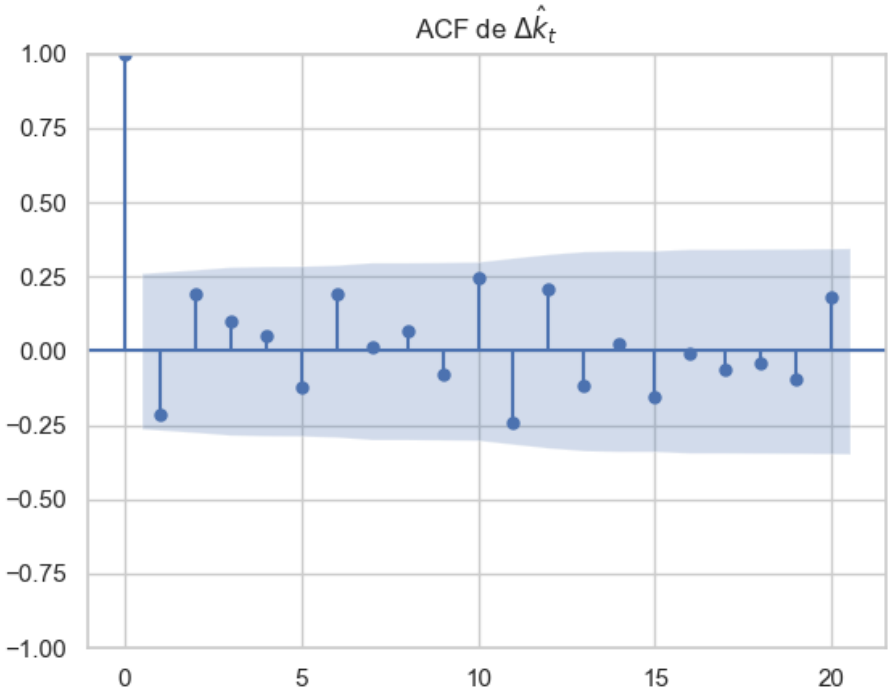


FIGURE 3.13 – Autocorrélations de la série différenciée

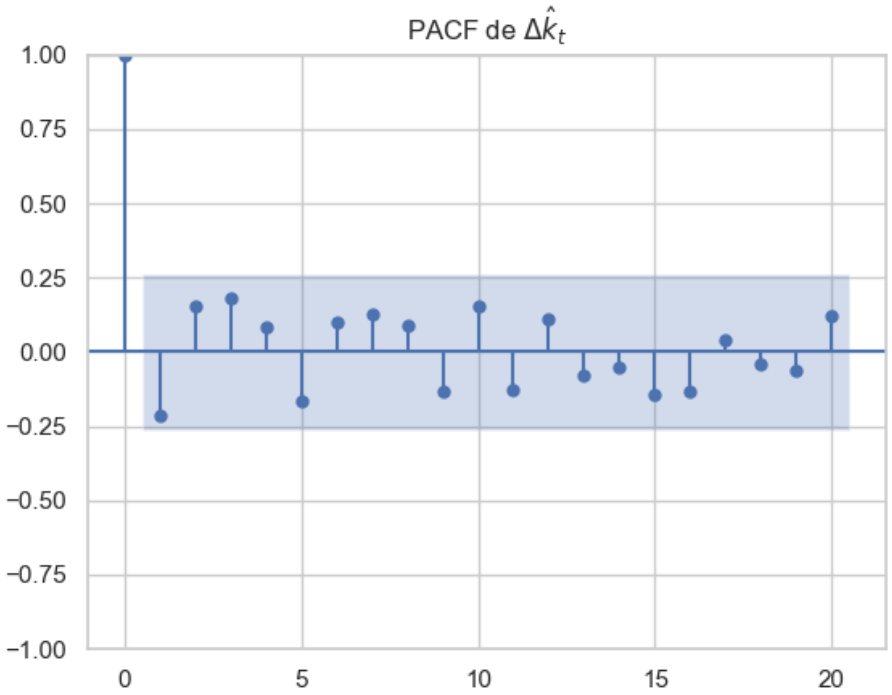


FIGURE 3.14 – Autocorrélations partielles de la série différenciée

Les autocorrélations ne semblent à priori pas présenter de lags significatifs.

Finalement, nous utilisons le package "pmdarima" de Python afin d'identifier le modèle avec le meilleur fit des données historiques.

Nous retrouvons les résultats suivants :

```
                               SARIMAX Results
==============================================================================
Dep. Variable:                      y   No. Observations:                   57
Model:               SARIMAX(0, 1, 2)   Log Likelihood                -114.656
Date:                Thu, 28 Nov 2024   AIC                            237.311
Time:                        03:05:25   BIC                            245.413
Sample:                             0   HQIC                           240.452
                                  - 57
Covariance Type:                  opg
==============================================================================
                 coef    std err          z      P>|z|      [0.025      0.975]
------------------------------------------------------------------------------
intercept     -1.7670      0.281     -6.280      0.000      -2.318      -1.215
ma.L1         -0.2998      0.139     -2.160      0.031      -0.572      -0.028
ma.L2          0.3973      0.158      2.508      0.012       0.087       0.708
sigma2         3.4903      0.620      5.626      0.000       2.274       4.706
===================================================================================
Ljung-Box (L1) (Q):                   0.20   Jarque-Bera (JB):                 4.00
Prob(Q):                              0.66   Prob(JB):                         0.14
Heteroskedasticity (H):               1.49   Skew:                            -0.30
Prob(H) (two-sided):                  0.39   Kurtosis:                         4.16
===================================================================================

Warnings:
[1] Covariance matrix calculated using the outer product of gradients (complex-step).
```

FIGURE 3.15 – Sorties du modèle ARIMA(0,1,2)

Le meilleur modèle en terme de critères de AIC et de maximum de vraisemblance est le modèle ARIMA(0,1,2).
Les paramètres estimés sont significatifs avec un intervalle de confiance à 95%.

Nous procédons donc à la validation du modèle. Le test de Ljung-Box permet de rejeter l'hypothèse nulle d'autocorrélation des résidus avec une p-valeur de 0,66.
Le test de Jarque-Bera permet de rejeter l'hypothèse nulle de non-normalité des résidus avec une p-valeur de 0.14.
Le test d'hétéroscédasticité permet également de rejeter la présence d'hétéroscédasticité au niveau des résidus avec une p-valeur de 0.39.

Ces résultats sont d'autant plus confirmés par les visualisations des différentes propriétés des résidus du modèle que nous présentons ci-après.

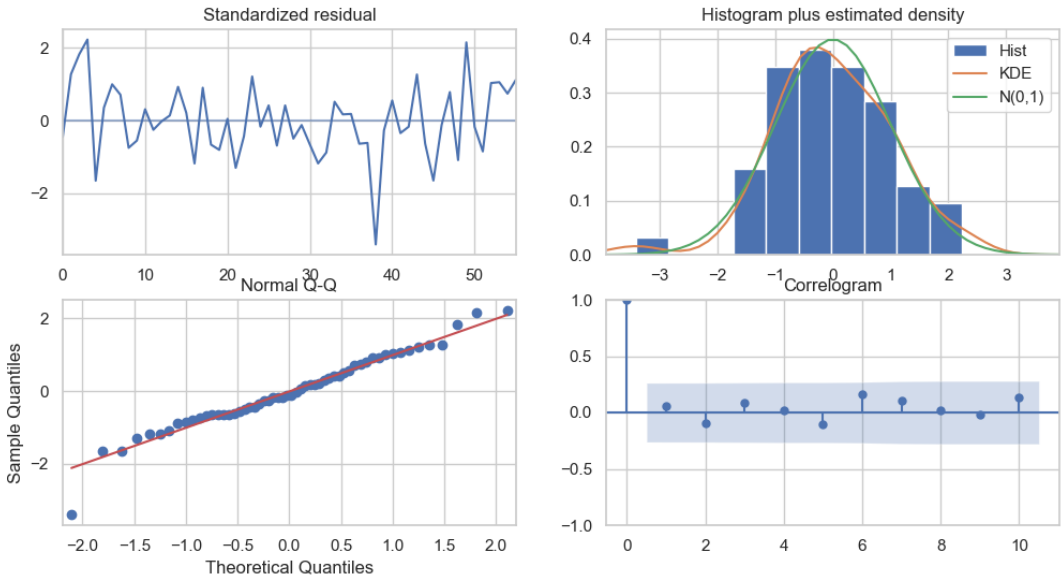


FIGURE 3.16 – Validation du modèle

Le QQ-plot permet de voir que la distribution des résidus standardisés ne dévie pas de la loi normale centrée réduite et nous pouvons remarquer l'absence d'autocorrélations significatives.

Finalement, nous pouvons remarquer que le modèle permet d'obtenir un bon fit des données d'entraînement en utilisant une estimation par fenêtre glissante.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_i)^2} = 0.995 \tag{3.18}$$

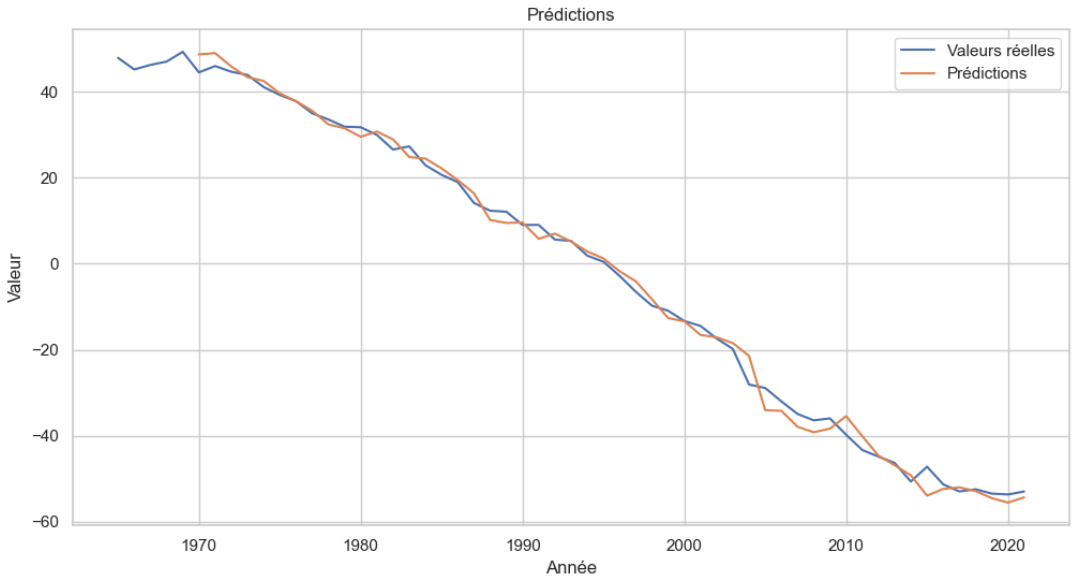


FIGURE 3.17 – Test rétrospectif du modèle

Le modèle nous permet ainsi d'estimer les valeurs futures à horizon 50 ans de la composante k_t, ainsi que les intervalles de confiance correspondants.

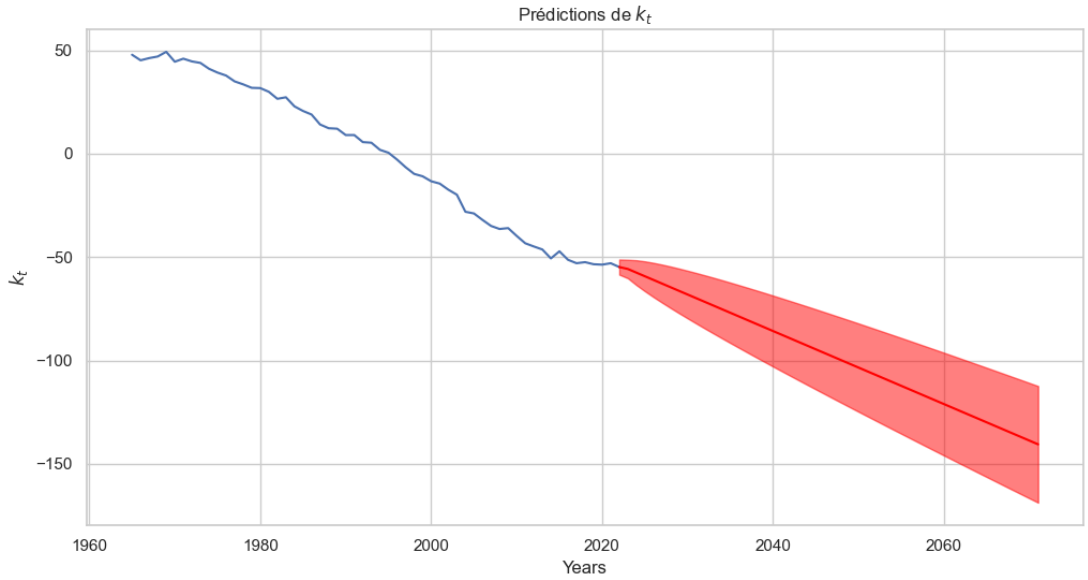


FIGURE 3.18 – Estimations de k_t

Les chocs de mortalité à 95% sont estimés en utilisant les quantiles de k_t pour chaque pas de projection :

$$choc_{x,t} = \frac{q_{x,t}^{\text{choc}}}{q_{x,t}} = \frac{1 - \exp(-m_{x,t}^{\text{choc}})}{1 - \exp(-m_{x,t})} \tag{3.19}$$

Nous avons également,

$$m_{x,t} = \exp(a_x + b_x \cdot k_t) \tag{3.20}$$

Nous arrivons à estimer des chocs pour chaque âge et chaque pas de projection. Nous présentons ci-après les chocs estimés pour le pas de projection t = 40.

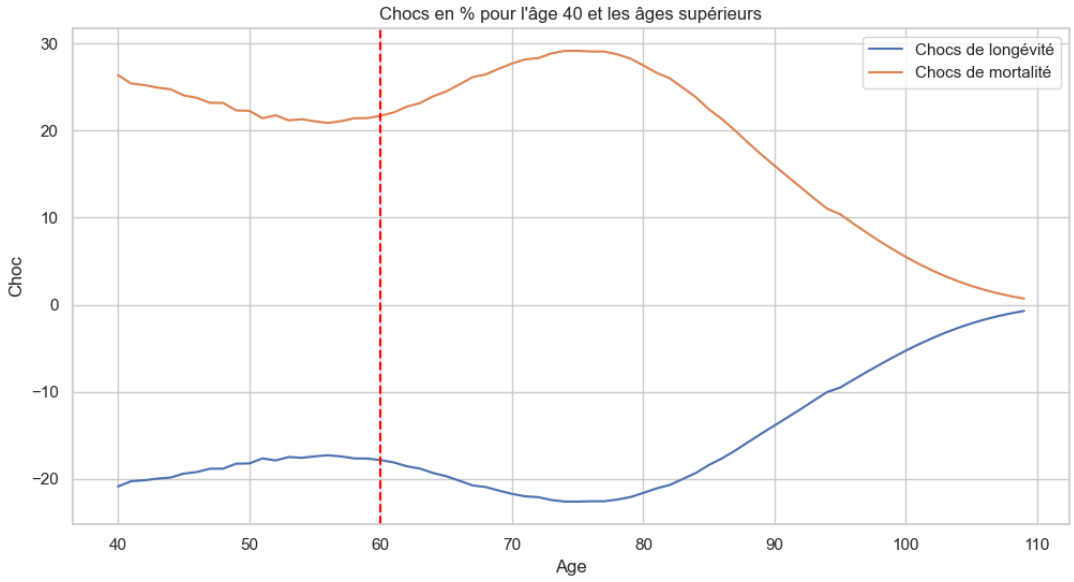


FIGURE 3.19 – Chocs de mortalité et de longévité à horizon t=40

Notons que les chocs augmentent avec l'âge avant de diminuer.

Afin de procéder à l'estimation de l'ajustement pour risque non financier, un run dédié du modèle de projection est effectué en considérant des probabilités de décès ajustées des chocs estimés pour chaque cohorte.

$$q^{RA}_{x_0+t,t} = q_{x_0+t,t} \cdot (1 + choc_{x_0+t,t}) \tag{3.21}$$

Le produit étudié est particulièrement sensible au risque de mortalité.
Si une augmentation imprévue des prestations a lieu suite à des chocs de longévité, l'ajustement pour risque est agrégé en utilisant un facteur de corrélation de -0,2 entre le risque de mortalité et le risque de longévité.

$$RA_{tot} = \sqrt{RA^2_{\text{mortalité}} + RA^2_{\text{longévité}} + \rho \cdot RA_{\text{mortalité}} \cdot RA_{\text{longévité}}} \tag{3.22}$$

3.1.2.2.4 Limites du modèle

Le modèle ne tient pas compte des autres risques non financiers auxquels est exposé le produit tels que le risque de rachat et le risque lié aux frais. Une modélisation adéquate de ces risques et des corrélations sous-jacentes est requise.
Le modèle ne considère que le risque de mortalité systémique et peut ne pas être adapté à la population du portefeuille si cette dernière n'est pas assez représentative de la population française. Une analyse des spécificités du portefeuille et des corrélations entre les expositions des différents assurés au risque de mortalité permet d'avoir une vision plus fine du capital requis afin de faire face à ce type de risque.

3.2 Modélisation sous VFA d'un portefeuille d'épargne en unités de compte avec garantie plancher

Afin d'établir le bilan de l'entité en question à la date de comptabilisation initiale, en considérant qu'il s'agit de contrats qui entrent en vigueur à cette même date, les composantes du passif illustrées précédemment sont calculées à partir des projections réalisées par le modèle ALM.

Nous retrouvons ci-après le bilan initial du passif :

Composante	**Estimateur**	**Montant (en milliers d'euros)**	**Proportion du BE stochastique**
Best Estimate stochastique	$\frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S}\sum_{i=1}^{N}\frac{\mathrm{CF}_{i,s}}{(1+r_{i,s})^i}$	240 576	100 %
Best Estimate déterministe	$\sum_{i=1}^{N}\frac{\mathrm{CF}_i^{\mathrm{det}}}{(1+r_{i,s})^i}$	235 316	97.8 %
TVOG	$BE^{\text{stochastique}} - BE^{\text{déterministe}}$	5 260	2.2 %
Risk Adjustment	$BE^{\text{après chocs}} - BE^{\text{central}}$	856	0.36 %
CSM	$VM_0 - BE - RA$	35 678	14.83 %

TABLE 3.1 – Composantes du bilan initial du passif

La TVOG représente la valeur temps des options et garanties. Elle reflète l'incertitude future sur le coût de la garantie plancher en cas de décès due à la volatilité des rendements futurs des supports sous-jacents.

Nous calculons également la marge de service contractuelle (CSM) qui correspond à la valeur actuelle des profits futurs. À l'initialisation, elle correspond à la valeur de marché des actifs adossés aux contrats d'assurance diminuée du BE et de la RA.

La valeur de marché initiale de ces actifs correspond au montant des primes initialement investies. Nous avons ainsi :

$$VM_0 = PM_0 \tag{3.23}$$

$$CSM_0 = VM_0 - BEL_0 - RA_0 \tag{3.24}$$

La valeur de marché est ajustée à chaque pas de projection en fonction des rendements réalisés des actifs et de l'évolution des hypothèses économiques du marché, ainsi que des ajustements apportés par le modèle ALM.

A la date initiale, la CSM est estimée à 35 678 k€

Coverage units

Les unités de couverture correspondent à la quantité de service rendu aux assurés à chaque date de comptabilisation. En assurance vie épargne, la provision mathématique (PM) est un bon indicateur de la quantité de service rendue car toute la PM revient aux assurés, soit via le paiement des sinistres, des rachats ou son intégralité à la maturité du contrat.

Nous déduisons de la chronique de PMs projetées pour chaque date de projection, un taux d'amortissement de la CSM. En effet, cette partie de la CSM sera reconnue dans le résultat.

Le taux d'amortissement, à chaque pas de projection t, est défini en fonction de l'unité de couverture choisie comme :

$$Tx_{\text{amortissement}_t} = \frac{CU_t}{\sum_{i=t}^{T}\frac{CU_i}{(1+r_i(t))^i}} \tag{3.25}$$

Dans le cadre de cette étude, avec $CU = PM$, il sera défini comme le rapport entre la PM à l'instant t et une valeur actuelle nette des PMs futures, soit :

$$Tx_{\text{amortissement}_t} = \frac{PM_t}{\sum_{i=t}^{T} \frac{PM_i}{(1+r_i(t))^i}} \tag{3.26}$$

Nous présentons ci-après la chronique des PMs projetées à l'année N.

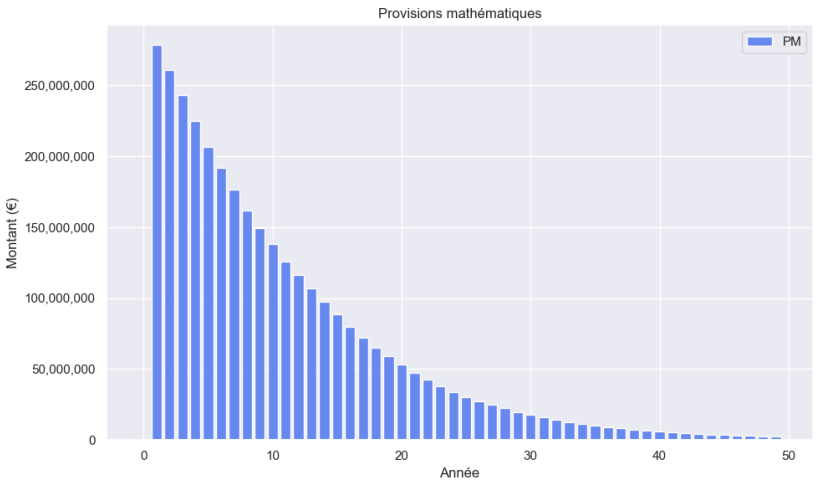


FIGURE 3.20 – Chronique des PMs projetées

Nous pouvons en déduire les taux d'amortissement utilisés pour le relâchement de la CSM.

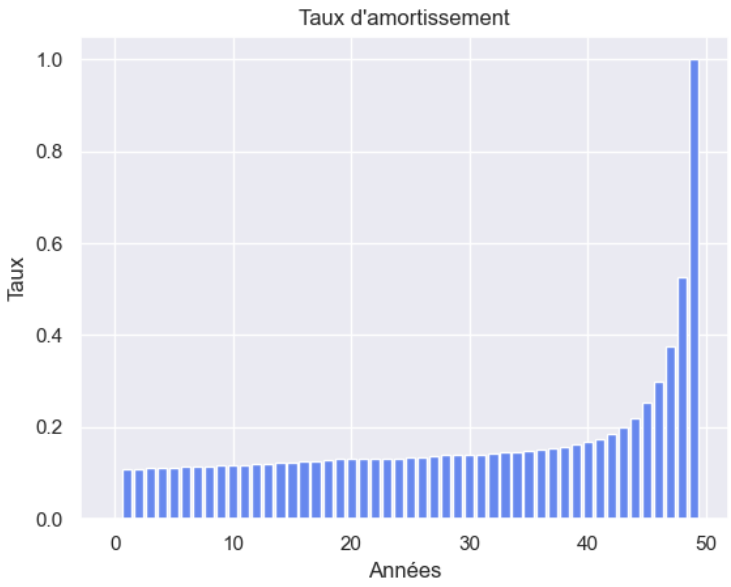


FIGURE 3.21 – Chronique des taux d'amortissement

CHAPITRE 4

Réassurance vie épargne

4.1 La réassurance comme outil de gestion de risques

La réassurance est un mécanisme important en gestion des risques dans le domaine de l'assurance. Il s'agit pour une entreprise d'assurance appelée « cédante » de céder une partie de ses risques via un traité de réassurance, à une ou plusieurs entreprises de réassurance, contre le paiement d'une prime.

La définition complète est donnée par l'article L310-1-1 du code des assurances « La réassurance est l'activité d'un organisme, autre qu'un véhicule de titrisation mentionné à l'article L. 310-1-2, qui consiste à accepter des risques cédés, soit par une entreprise d'assurance, une autre entreprise de réassurance . . .ou un fonds de retraite professionnelle supplémentaire, soit par des mutuelles, . . ., soit par des institutions de prévoyance, . . ., soit par tout membre de l'association des souscripteurs dénommée "Lloyd's". »

Les traités de réassurance se déclinent en plusieurs catégories selon leurs types et leurs formes.

4.1.1 Formes et types de réassurance

4.1.1.1 Types de réassurance

Il existe trois types ou « modes » de réassurance, l'obligatoire, la facultative et la facultative-obligatoire.

La réassurance obligatoire est effectuée selon un traité avec un cadre prédéfini à la signature du traité. La nature des risques cédés ainsi que leurs délimitations spatio-temporelles sont prédéfinies.

La réassurance facultative ne résulte pas en un engagement a priori du réassureur de couvrir ou pas les sinistres ayant lieu après la signature du traité. La cédante négocie la couverture des risques le long de l'année fiscale.

La réassurance facultative-obligatoire, plus minoritaire que les deux précédentes, engage le réassureur à accepter les sinistres cédés. La cédante a, toutefois, le choix de ne pas les céder. Ce type de réassurance est plus contraignant pour les réassureurs.

Nous présentons ci-après un tableau récapitulatif des caractéristiques de chaque type de réassurance. [4]

Type de réassurance	**Obligatoire**	**Facultative**	**Facultative-obligatoire**
Caractéristiques	Un cadre établi avec des frontières géographiques et temporelles clairement définies.	Un arrangement au cas par cas, sans limite géographique ou temporelle prédéfinie, où chaque risque est négocié individuellement.	Un cadre intermédiaire où la cédante bénéficie d'une cession facultative et le réassureur est dans l'obligation de l'accepter si celle-ci a lieu.
Exemples	Une compagnie d'assurance conclut avec un réassureur un traité pour couvrir un portefeuille multirisque habitation localisé en France pour la durée d'un an.	La cédante a la possibilité de proposer la cession d'un risque en particulier, par exemple une usine. Le réassureur est libre d'accepter ou pas la cession.	La cédante a la possibilité de céder les sinistres liés à des incendies industriels. Le réassureur est contraint de les accepter.
Avantages	Stabilité des revenus	Flexibilité dans la cession des risques	Flexibilité dans la cession des risques
Inconvénients	Non-flexibilité de la cession	Instabilité des revenus	Réassurance contraignante pour le réassureur et offre limitée sur le marché

TABLE 4.1 – Tableau récapitulatif des types de réassurance

La comptabilisation sous IFRS 17 des différents types de réassurance doit tenir compte de la frontière des contrats dans la projection des flux futurs.

Nous rappelons que la frontière de contrats sous IFRS 17 inclut l'ensemble des flux de trésorerie rattachables aux contrats tant que l'entité d'assurance peut exiger le paiement de la prime ou qu'elle est dans l'obligation de délivrer le service.

Cette projection est moins évidente pour la réassurance facultative, le réassureur n'étant pas obligé d'accepter les sinistres cédés.

Nous considérons que le traité de réassurance défini par la suite est une réassurance obligatoire.

4.1.1.2 Formes de réassurance

Les traités de réassurance se répartissent principalement en deux formes : la réassurance proportionnelle et la réassurance non proportionnelle.

4.1.1.2.1 La réassurance proportionnelle

Une proportion de l'exposition de l'assureur est cédée au réassureur. Nous avons un partage du risque proportionnel entre l'assureur et le réassureur, y compris la cession des primes et des sinistres.
La réassurance proportionnelle se présente sous deux formes : la réassurance en quote-part et la réassurance en excédent de plein.

Quote-part Pour la réassurance en quote-part, la cédante cède une partie de ses risques sur la base d'un taux de quote-part.
En échange, la cédante cède une partie des primes perçues au titre de ces risques avec le même taux de cession.

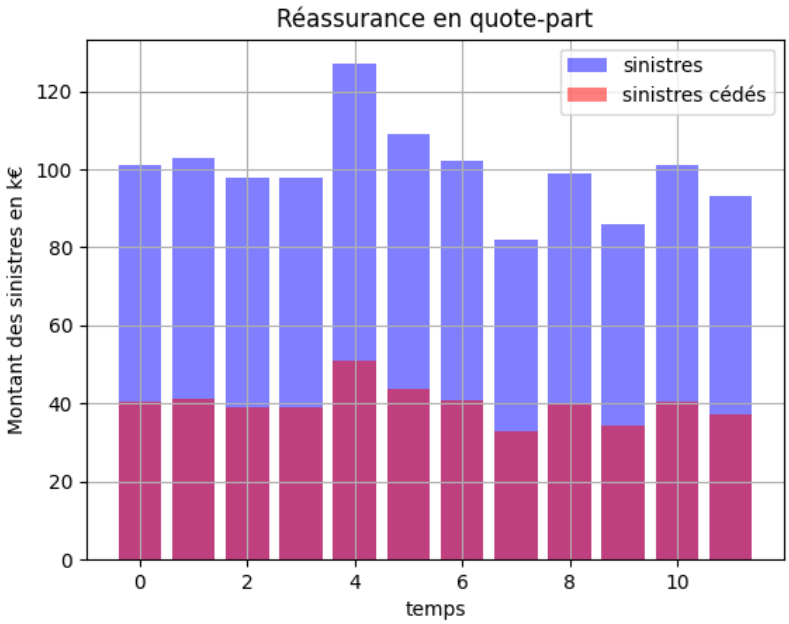


FIGURE 4.1 – Réassurance en quote-part avec un taux de cession de 40%

Excédent de plein Le taux de cession de la réassurance par excédent de plein est défini à partir d'une rétention, d'une capacité et d'un capital assuré.

Si on note la rétention par R, la capacité par C et le capital assuré par x, alors le taux de cession correspondant à la réassurance par excédent de plein s'écrit comme :

$$Taux_{\text{cession}} = \min(\max(0, \frac{x-R}{x}), \frac{C}{x}) \tag{4.1}$$

Le taux de cession est ensuite appliqué à l'ensemble des primes et des sinistres relevant de la police de réassurance.
L'exemple présenté ci-après est pour un excédent de plein de 2 M d'euros de rétention et de capacité égale à 4 pleins.

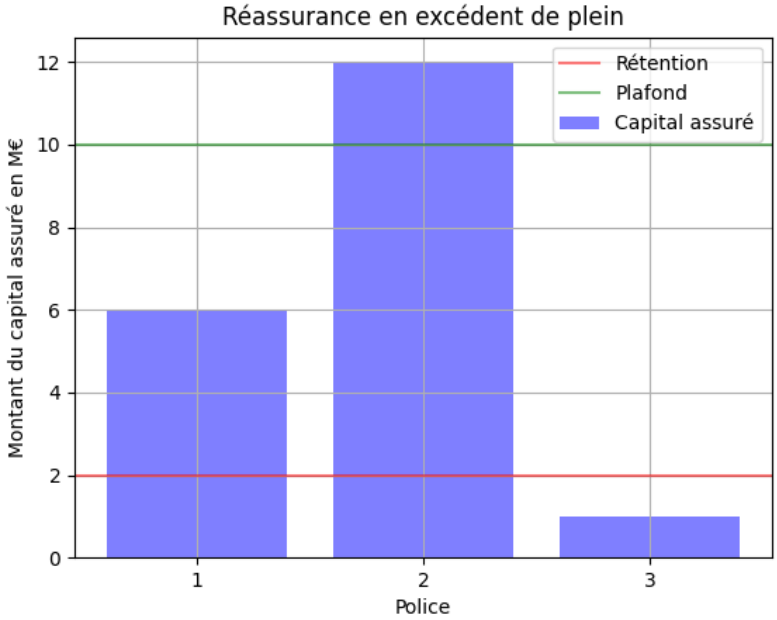


FIGURE 4.2 – Réassurance en excédent de plein

En appliquant la règle, les taux de cessions correspondant aux trois polices sont respectivement de 66.7%, de 80% et de 0%.

4.1.1.2.2 La réassurance non proportionnelle

La réassurance non proportionnelle se base sur les sinistres ayant lieu durant la période de couverture ou aussi sur le résultat de la compagnie d'assurance. Le taux de cession n'est pas connu à l'avance. Nous devons raisonner sur la base de la portée et de la priorité.
La priorité est le montant minimal à partir duquel une partie est cédée au réassureur. La portée indique le montant maximal cédé au réassureur.

Le principe de calcul des sinistres cédés est le même que pour le calcul du taux de cession pour la réassurance en excédent de plein, sauf que pour la réassurance non proportionnelle, la cession se fait sur la base de la sinistralité ou du résultat.

L'exemple suivant porte sur un traité non proportionnel avec une portée de 15M d'euros et une priorité de 5M d'euros. On note "15 xs 5". Le plafond correspond à la somme de la priorité et de la portée.

Pour chaque sinistre x, la partie cédée correspond uniquement à la partie entre la priorité et le plafond.

$$Sinistres_{\text{cédés}} = \min(\max(0, x - \text{Priorité}), \text{Plafond}) \tag{4.2}$$

Il existe plusieurs formes de réassurance non proportionnelle, chacune ayant des caractéristiques spécifiques.
La réassurance par sinistre (XS par sinistre) intervient lorsque les sinistres d'une seule police dépassent un certain montant, le réassureur couvrant alors la partie excédentaire.
En réassurance par risque (XS par risque), le réassureur intervient lorsque les pertes d'un seul risque, tel qu'un incendie ou un accident, dépassent un seuil donné.
La réassurance par événement (XS par événement), quant à elle, intervient lorsque l'ensemble

des sinistres résultant d'un même événement (par exemple, une catastrophe naturelle) dépasse un seuil spécifié.
Enfin, la réassurance stop loss protège la cédante en cas de pertes globales excessives durant une période donnée, en limitant les pertes totales à un montant prédéfini ou à un ratio sinistres sur primes prédéfini.
Ces différentes formes de réassurance non proportionnelle permettent à l'assureur de se protéger contre des pertes exceptionnelles, en fonction de critères spécifiques à chaque contrat.

Dans cet exemple de traité en excédent de sinistre, la partie réassurée pour chaque sinistre correspond à la partie du montant du sinistre qui dépasse la priorité, mais ne dépasse pas le plafond.

FIGURE 4.3 – Excédent de sinistre

4.1.2 Commissions

Les différentes formes de réassurance ne permettent pas de couvrir les frais qui restent à la charge de la cédante.
Des commissions peuvent néanmoins être payées à la cédante, soit comme proportion des primes cédées, soit selon un mécanisme de participation aux bénéfices ou aux pertes de la cédante ou du réassureur.
A des fins de simplification, nous allons considérer l'hypothèse d'absence de commissions dans le cadre de cette étude.

4.1.3 Ajustement pour risque de défaut du réassureur

Outre la projection des flux futurs relevant du contrat de réassurance, un ajustement pour risque de défaut du réassureur est nécessaire afin de faire face au risque de non-recouvrement des montants dus par le réassureur en cas de sinistre. Ce risque peut résulter d'une défaillance

financière du réassureur ou d'autres difficultés opérationnelles, comme des retards prolongés dans les paiements. Cet ajustement vise à refléter la probabilité de défaut du réassureur ainsi que les pertes éventuelles associées, tout en prenant en compte les garanties disponibles, telles que des lettres de crédit ou des dépôts en garantie.
La méthode choisie pour évaluer ce risque de défaut est celle se basant sur la formule simplifiée proposée par la Commission européenne en 2014 dans son article 61 du règlement délégué du 10 octobre 2014 complétant la directive 2009 du parlement européen portant sur Solvabilité 2. L'ajustement pour risque de défaut en question s'exprime alors comme :

$$Adj \approx -\max((1-TR)\cdot BE_{\text{cédé}}\cdot \text{Duration}_{\text{modifiée}}\cdot \frac{p_{\text{défaut}}}{1-p_{\text{défaut}}}, 0) \tag{4.3}$$

avec :

— TR : le taux de recrouvrement, c'est-à-dire la proportion de la valeur d'une créance récupérée après un défaut de l'émetteur du traité de réassurance

— $BE_{\text{cédé}}$: la meilleure estimation possible de la valeur actualisée des flux futurs cédés au réassureur

— $p_{\text{défaut}}$: la probabilité de défaut du réassureur à horizon 1 an

— $Duration_{\text{modifiée}}$: une formule modifiée de la duration. Nous écrivons :
$Duration_{\text{modifiée}} = \frac{1}{BE_{\text{cédé}}}\cdot\frac{1}{1+r}\sum_{t>=1}\frac{t\cdot CF_t}{(1+r)^t}$
La modification a lieu au niveau de l'actualisation supplémentaire en utilisant le taux d'intérêt r.

Cette approximation tient compte des hypothèses suivantes :

— Une courbe des taux sans risque plate. Les taux sans risque ne subissent pas de fortes variations en fonction de la maturité.

— Une probabilité de défaut faible, permettant d'approximer le ratio $\frac{r}{1-p}$ à r.

— Une probabilité de défaut constante

Nous admettons que ces hypothèses sont satisfaites dans le cadre de cette étude.
Les détails des étapes de calcul sont fournis en annexe.

Si le $BE_{\text{cédé}}$ est négatif, c'est-à-dire que l'on reconnaît une perte de réassurance à la comptabilisation initiale avant d'estimer l'ajustement pour risque cédé, l'ajustement pour risque de défaut est nul. En effet, dans ce cas, les engagements de l'assureur sont supérieurs à ceux du réassureur. Un éventuel ajustement pour risque viendrait diminuer ces engagements, ce qui contredit le principe d'ajustement pour risque de défaut.

Le best estimate cédé après ajustement pour risque de défaut s'écrit donc comme :

$$BE_{\text{cédé ajusté}} = BE_{\text{cédé}} + Adj \tag{4.4}$$

Des taux de recouvrement et des probabilités de défaut par notation du réassureur sont fixés par la cinquième étude quantitative d'impact QIS5.

	AAA	AA	A	BBB	BB	Autre
RR	50%	45%	40%	35%	20%	10%
PD	0,05%	0,10%	0,20%	0,50%	2,00%	10,0%

TABLE 4.2 – Taux de recouvrement et probabilités de défaut par notation

4.1.4 Marché de la réassurance vie

En France, le domaine de la réassurance vie est moins important comparé à celui de la réassurance non-vie.

L'enquête annuelle de 2024 de l'association des professionnels de la réassurance en France, montre des primes brutes encaissées par les réassureurs vie de l'ordre de 2,1 Mds d'euros pour la branche vie en 2023 contre 5,42 Mds d'euros pour la branche non vie. [2]

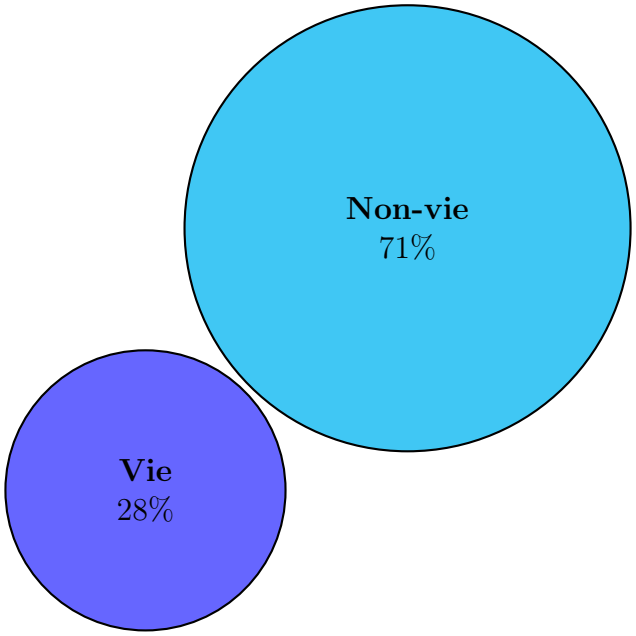


FIGURE 4.4 – Répartition des primes de réassurance perçues en 2023

La réassurance vie est majoritairement portée par la branche prévoyance avec 71% du marché, soit 1,5 Mds d'euros de primes brutes encaissées.

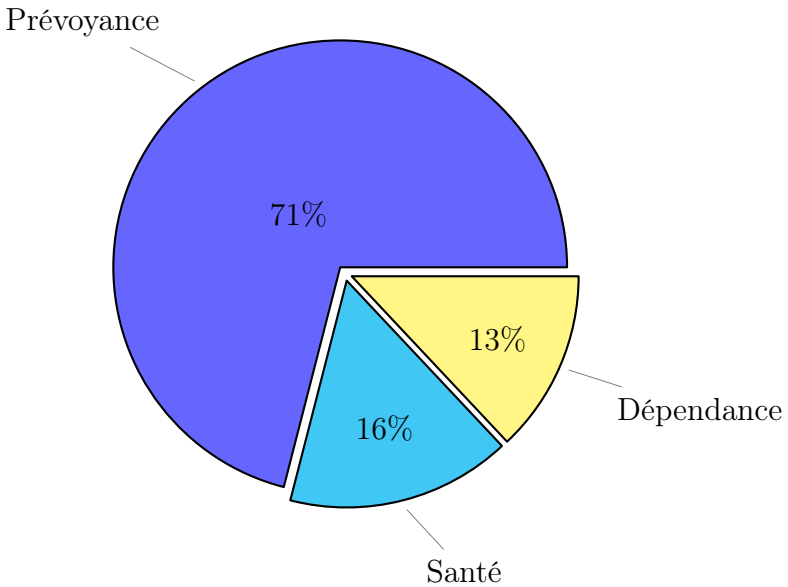


FIGURE 4.5 – Répartition du marché de la réassurance vie

Comme nous pouvons le constater, les réassureurs sont très peu impliqués dans l'assurance vie épargne. Un article de la Tribune de l'Assurance qui s'intitule "La réassurance vie en Covid

long" revient sur les enjeux de la réassurance durant l'ère post-Covid et ne manque pas de commenter l'état des lieux de la réassurance en épargne, notamment avec les nouveaux produits de la loi Pacte.
Le manque de marché de réassurance épargne est associé au risque financier associé aux garanties complémentaires comme la garantie plancher en cas de décès auxquelles les réassureurs sont moins enclins à s'exposer. La demande de réassurance persiste bien que l'offre soit relativement limitée. [8]

En 2023, la majorité des primes, soit 93%, provenaient de la réassurance vie proportionnelle, par opposition à la réassurance non proportionnelle.

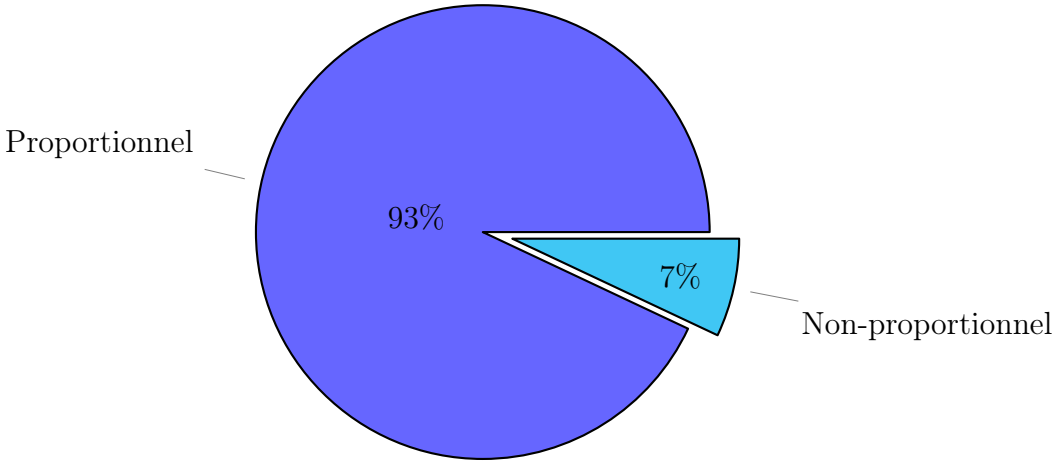


FIGURE 4.6 – Répartition des formes de réassurance vie

4.2 Traité de réassurance retenu

Le traité de réassurance considéré est un traité de réassurance proportionnelle. Il s'agit d'une quote-part avec un partage proportionnel des primes et sinistres. Nous allons considérer que le traité porte uniquement sur la garantie plancher en cas de décès, l'assureur n'intervient que si la valeur de la provision mathématique passe en dessous du montant de la garantie.

Pour rappel, le capital sous risque du point de vue de l'assureur correspond à :

$$CSR = q_x \cdot (K - PM_t)^+ = q_x \cdot max(PM_t, K) - q_x \cdot PM_t \tag{4.5}$$

avec :

- CSR : le capital sous risque
- $(.)^+ : x \to x$ si $x > 0$ et 0 sinon
- K : le capital garanti
- PM_t : le montant de la provision mathématique à la date t.
- $max(PM_t, K)$: le montant de la prestation en cas de décès avant l'âge de 75 ans
- q_x : la probabilité de décès dans l'année pour un assuré d'âge x

La valeur actuelle probable des engagements de l'assureur correspondant ici aux capitaux sous risque est calculée en utilisant des simulations Monte-Carlo pour 1000 scénarios d'évolution de l'actif, en utilisant le générateur de scénarios économiques précédemment défini.

Cette valeur actuelle probable des engagements de l'assureur s'écrit donc comme :

$$\text{VAP}_{\text{assureur}} = \frac{1}{S} \sum_{1 \leq s \leq S} \sum_{t \geq 1} \frac{1}{(1 + r_{t,s})^t} \cdot q_{x_0, x_0+t} \cdot (K - PM_{t,s})^+ \tag{4.6}$$

avec

— x_0 l'âge initial de l'assuré

— S le nombre de simulations risque-neutre des rendements de l'actif, pris égale à 1000

— s l'indice de la simulation

— $PM_{t,s}$ le montant de la provision mathématique pour le pas de projection t et la simulation s

C'est sur cette valeur actuelle probable des engagements que le traité de réassurance considéré porte.

À l'instar du calcul du meilleur estimateur pour le groupe de contrats d'assurance, la méthode de Monte Carlo présente une rapidité de convergence décrite par $O(\sqrt{N})$. La méthode de Monte-Carlo est une approche algorithmique qui permet de calculer une valeur numérique approximative en recourant à des procédés aléatoires.
L'écart de l'estimateur par rapport à la véritable valeur moyenne est approximativement équivalent à $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.
Pour un échantillon de taille N = 1000 et conformément à la méthode citée dans $\sigma \approx 0.2$, l'erreur obtenue est de 0.00632.

4.3 Modélisation sous BBA des traités de réassurance

Un traité de réassurance en quote-part avec un taux de cession de 90% est établi à la date de la première comptabilisation, c'est-à-dire au 31/12/N.
Nous considérons l'hypothèse d'absence de commissions.
Les capitaux sous risque sont cédés au réassureur à hauteur de 90 %.

La garantie plancher en cas de décès est financée via des chargements sur encours permettant de couvrir les capitaux sous risque.

4.3.1 Tarification

La tarification de la garantie se fait en dérivant le taux de chargement sur encours permettant d'égaliser la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur d'une part et celle de l'assuré d'autre part [10].

En effet, la valeur actuelle de la garantie pour une date entre deux années N et N+1 s'écrit sous l'hypothèse d'absence de prélèvement au titre des frais et des prestations de rachat comme [10] :

$$V_N = e^{-r(N+1)} \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\left(K - S_{N+1}(1-\alpha)^{N+1} \right)^+ - \sum_{k=0}^{N} \alpha \cdot (1-\alpha)^k \cdot S_k \cdot e^{r(N+1-k)} \right] \tag{4.7}$$

où :

— $e^{-r(N+1)}$: facteur d'actualisation sur $N+1$ périodes.

— $\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}$: espérance sous la mesure risque-neutre $\mathbb{Q}$.

— S_k : valeur de l'actif sous-jacent à la période k.

— α : Taux de chargement sur encours

— r : taux d'actualisation

Cette valeur actuelle représente la valeur actualisée de la différence entre le montant garanti par l'assureur et les chargements sur encours déduites du compte des assurés.

Le taux de chargement permettant de financer la garantie est déduit du coût total de la garantie [10] :

$$G_x = \sum_{i=0}^{\infty} V_i(\alpha) \cdot {}_ip_x \cdot q_{x+i} \tag{4.8}$$

où :

— ${}_ip_x$: la probabilité qu'un individu âgé de x survive jusqu'à l'âge $x+i$, également appelée la probabilité de survie.

— q_{x+i} : la probabilité qu'un individu âgé de $x+i$ décède dans l'année suivante (entre $x+i$ et $x+i+1$).

Le taux de chargement sur encours α est le taux qui annule $G_x(\alpha)$.

Le coût de la garantie $G_x(\alpha)$ se calcule via la formule des puts pondérés, comme représenté par le terme $e^{-r(N+1)} \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\left(K - S_{N+1}(1-\alpha)^{N+1}\right)^+\right]$, qui n'est autre que la formule du prix d'un put de strike K et de prix initial du sous-jacent égal à $S_0 \cdot (1-\alpha)^{N+1}$.

Une formule fermée est moins évidente à établir dans notre cas en tenant compte des prestations de rachat et des chargements sur encours au titre des frais.

La méthode de simulation de Monte-Carlo est donc utilisée pour la dérivation de l'engagement de l'assureur au titre de la garantie plancher.

Une partie de la valeur actuelle des chargements sur encours est utilisée afin de couvrir son exposition à cette garantie.

Nous rappelons que la valeur actuelle des chargements sur encours est estimée à 29 207 millions d'euros sous l'hypothèse d'un taux de chargements sur encours de 1,2%. Les chargements sur encours permettent donc de couvrir largement les frais dont la valeur actuelle nette est de 16 264 millions d'euros.

La valeur résiduelle de 12 943 millions d'euros est la valeur des chargements au titre de la garantie plancher. La garantie plancher en cas de décès est surévaluée du fait de la prime de risque et de la marge commerciale qui viennent se rajouter au taux de chargement équivalent à la prime pure.

Conformément au traité de quote-part, 90% de cette prime est cédée au réassureur, soit une prime totale cédée de 11 649 millions d'euros.

D'autant plus, le réassureur pourrait avoir une tarification différente du traité de réassurance de la garantie plancher.

4.3.2 Bilan de la réassurance

Nous procédons au calcul du bilan de la réassurance à l'année de première comptabilisation.

Les frais ne font pas l'objet de cession.

Le Risk Adjustment est calculé sur la base de la différence entre le Best Estimate cédé en appliquant les chocs de mortalité correspondants et le Best Estimate cédé du scénario central. Le Risk Adjustment porte uniquement sur les prestations cédées.

Nous considérons qu'une prime unique est cédée à la conclusion du traité, c'est-à-dire au 31/12/N. Cette prime ne fera pas partie du bilan de réassurance.

Il est à noter que la frontière des contrats de réassurance conformément à IFRS 17 commence à la date la plus tardive entre :

— La date effective du début de couverture des contrats de réassurance du groupe de contrat

— La date effective du début de comptabilisation des contrats sous-jacents

Elle se poursuit jusqu'à ce que l'entité d'assurance soit en droit d'exiger le paiement des primes ou soit tenue de fournir le service.

Un seul groupe de contrats contenant ce seul traité de réassurance est établi à la date de première comptabilisation.

Si différents traités de réassurance sont conclus, différents groupes de contrats seront établis sur la base de la :

— Nature des risques : Les contrats couvrant des risques de nature différente appartiennent à deux groupes de contrats différents

— Cohorte : Les contrats appartenant à un même groupe de contrats doivent être émis à un maximum d'un an d'écart

— Profitabilité : La norme laisse une liberté pour la détermination des niveaux de profitabilité pour chacun des groupes de contrats. Les groupes de contrats peuvent être onéreux, non onéreux ou sans possibilité significative de devenir onéreux.

L'ensemble de ces considérations nous permet d'établir le bilan de la réassurance à la date de première comptabilisation.
Le traité de réassurance offre une couverture sur l'ensemble de la durée du contrat d'assurance sous-jacent. Toutefois, dans les faits, les traités de réassurance sont généralement limités à une période d'un an, sous réserve de renouvellement.
Dans ce cas, il est possible d'appliquer la simplification prévue par le modèle PAA. Nous choisissons de ne pas appliquer cette simplification et restons sur le modèle BBA.

Le best estimate cédé dans le cadre du scénario déterministe est inexistant. Cette situation s'explique par l'absence d'exercice de la garantie dans ce contexte. La courbe des taux demeure positive et la provision mathématique progresse continuellement au taux sans risque à travers l'ensemble des étapes de projection. En effet, le traité de réassurance offre a priori la capacité de compenser partiellement la valeur temps des options et des garanties (TVOG), ce qui le rend pertinent pour modérer la volatilité des engagements relatifs à la garantie plancher en cas de

1. La notation du réassureur considéré dans cet exemple est la notation AAA.
Selon QIS5, le taux de recouvrement est de 50% et la probabilité de défaut est de 0.05%.
La duration modifiée est de 8,7.

Composante	Estimateur	Montant (en milliers d'euros)
VAN des chargements cédés	-	-
VAN des prestations cédées	-	1 236
Best Estimate stochastique des flux cédés	$\frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S}\sum_{i=1}^{N}\frac{\mathrm{CF}_{i,s}}{(1+r_{i,s})^i}$	1 236
Best Estimate déterministe des flux cédés	$\sum_{i=1}^{N}\frac{\mathrm{CF}_{i,\mathrm{det}}}{(1+r_{i,\mathrm{det}})^i}$	0
Ajustement pour risque de défaut	Equation (4.3)	(2.68) [1]
Risk Adjustment cédé	$BE^{\text{après chocs}} - BE^{\text{central}}$	305
CSM cédée	$-BE_{cd} - RA_{cd}$	(1 537.3)

TABLE 4.3 – Composantes du bilan initial de l'actif/passif

décès.

Étant donné que la CSM cédée est négative, un gain de réassurance est observé à la date de première comptabilisation.
Il est important de souligner que la CSM cédée peut être de signe négatif ou positif. Dans le cas où elle est positive, aucune composante des pertes n'est enregistrée, ce qui est différent de ce qui se passe pour les contrats d'assurance ayant une CSM négative.
Dans ce cas, la perte est entièrement enregistrée au niveau du bilan de réassurance et non dans le résultat.
Si à l'opposé, une composante de perte au niveau du groupe de contrats d'assurance est constatée, nous avons objet à un mismatch ou la csm cédée est reconnue progressivement et la composante de perte est affichée en P&L dès la première reconnaissance.
Dans ce cas, l'amendement à la norme (IFRS 17.B119D) permet d'ajuster directement la composante de perte à partir de la CSM cédée pour la proportion des sinistres couverts par le traité de réassurance. Il s'agit d'une composante de recouvrement des pertes reconnue côté réassurance.

Les unités de couverture utilisées pour le cas de la réassurance correspondent aux capitaux sous risque à chaque pas de projection, unités les plus représentatives du service rendu par le traité de réassurance.

Nous affichons ci-après la chronique des capitaux sous risque par pas de projection.

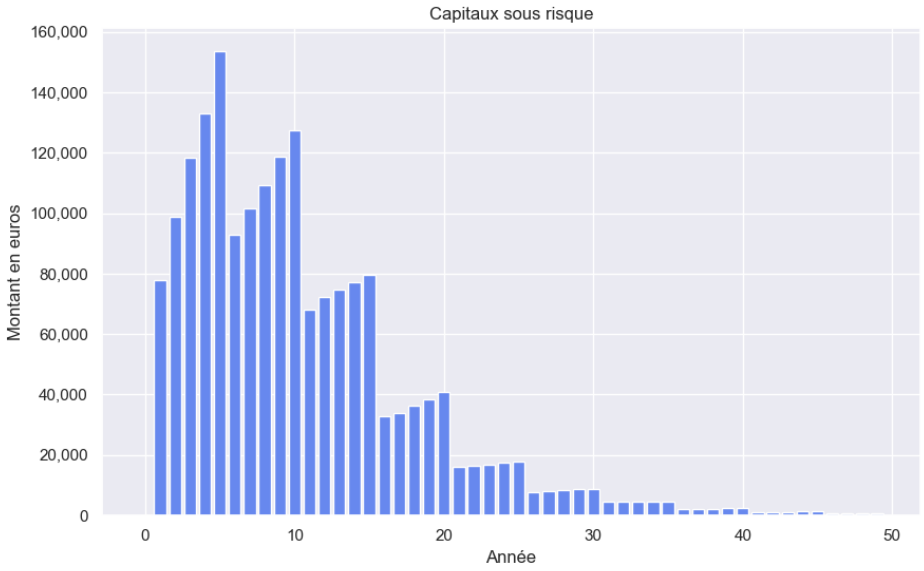


FIGURE 4.7 – Chronique des capitaux sous risque

Il convient de souligner que les capitaux sous risque atteignent leur maximum à court ou moyen terme, en raison de la volatilité associée à la provision mathématique par rapport au montant de la garantie. Au fur et à mesure des projections, la provision mathématique croît au taux sans risque, réduisant ainsi de manière significative la probabilité qu'elle passe en dessous du seuil garanti. Cette réduction est également attribuable au vieillissement du portefeuille et au fait que les assurés dépassent l'âge de 75 ans, âge auquel la garantie cesse de s'appliquer.

CHAPITRE 5

Analyse du mouvement et impact sur le bilan et le P&L

5.1 Présentation générale de l'analyse de mouvement

Afin d'effectuer une analyse de mouvement des différentes composantes de l'actif et du passif pour les contrats d'assurance ainsi que les contrats de réassurance correspondants, nous étudions les effets des écarts d'expérience économiques et techniques à l'année N+1 ainsi que les éventuels changements d'hypothèses économiques et techniques.
Il convient de distinguer ces effets et ces changements :

- Écart d'expérience économique : Écart résultant de la divergence entre les rendements des actifs réalisés et ceux initialement prévus.
- Écart d'expérience technique : Impact des taux observés de mortalité et de rachat sur BEL et le RA, en particulier par le biais de la diminution ou de l'augmentation de l'effectif des assurés et de la Provision Mathématique (PM) par rapport aux anticipations initiales. **Les écarts d'expérience en question correspondent uniquement à l'effet sur les flux futurs**. L'effet immédiat sur les prestations réalisés est constaté en P&L.
- Changement des hypothèses économiques : L'adaptation des hypothèses relatives aux rendements de l'actif sous-jacent à la suite d'une évolution du contexte de marché, par exemple une modification de la volatilité implicite des actions.
- Changement des hypothèses techniques : par exemple, une révision des hypothèses relatives à l'évolution des taux de mortalité ou de rachat

5.2 Scénario étudié

Dans le but de démontrer la variabilité des résultats ainsi que l'impact sur les flux transférés au réassureur, un scénario d'évolution selon les conditions réelles du marché est élaboré pour l'année N+1 (à la clôture de l'exercice).

5.2.1 Scénario de stress des rendements des actions

Comme nous l'avons précédemment établi, le passif de l'assurance est évalué en univers risque neutre.
La norme IFRS 17 exige que la compagnie d'assurance divulgue les sensibilités des résultats face aux fluctuations des risques concernés (paragraphe 128).
Nous nous consacrons à l'analyse de l'évaluation du risque de dépréciation ou d'appréciation des prix des actions de l'EUROSTOXX 50 sur un horizon d'un an à compter de la date de leur première comptabilisation, soit le 31 décembre 2022.

Nous entamons l'analyse en procédant à l'extraction des rendements journaliers de l'indice EUROSTOXX 50 pour la période s'étendant du 1er janvier 2010 au 1er janvier 2023.

Les rendements (en %) sont déterminés en se basant sur les cours des actions ajustés en fonction des dividendes.

$$R_t = (\frac{P_t}{P_{t-1}} - 1) \cdot 100 \tag{5.1}$$

avec P_t le cours des actions à la date t

Nous affichons ensuite les rendements journaliers réalisés sur la période.

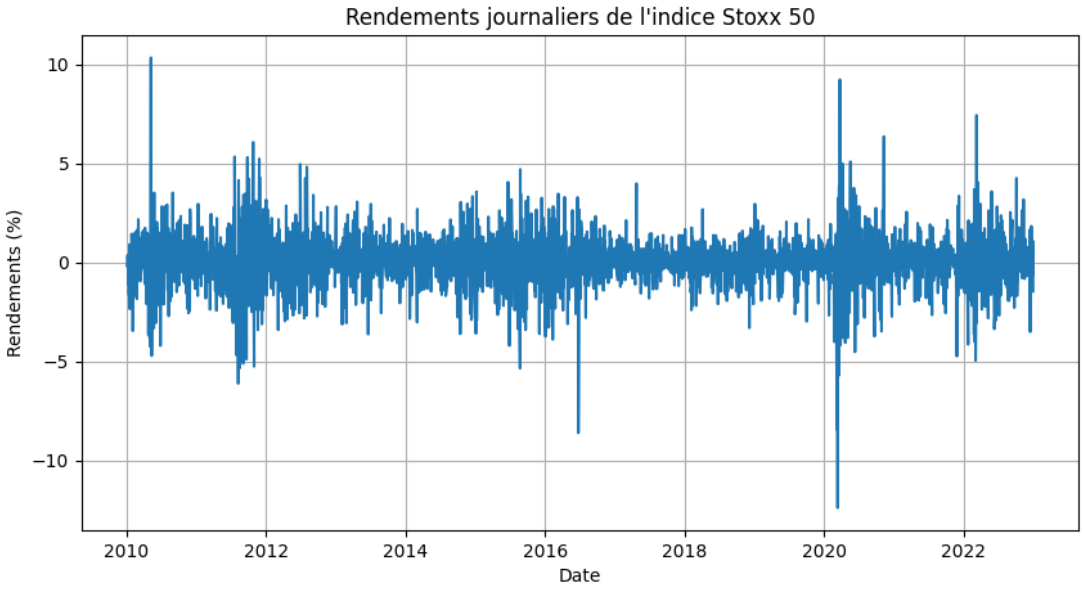


FIGURE 5.1 – Rendements journaliers de l'EUROSTOXX 50

Il est possible de constater que les rendements journaliers de l'EUROSTOXX 50 se caractérisent par des phases de faible volatilité suivies de phases de forte volatilité. Ce phénomène, connu sous le nom de clustering de volatilité, indique la nécessité d'une modélisation conditionnelle de la volatilité en fonction des chocs et des rendements historiques.

Cette observation est corroborée par l'analyse des autocorrélations et des autocorrélations partielles des rendements ainsi que des rendements au carré. Il est constaté que les rendements journaliers n'affichent pas d'autocorrélations ou d'autocorrélations partielles statistiquement significatives. Par conséquent, les rendements ne semblent pas dépendre de leurs valeurs passées. Cependant, cette observation ne s'applique pas aux rendements au carré, pour lesquels nous observons des autocorrélations partielles statistiquement significatives. Cette constatation indique une dépendance de la volatilité par rapport à ses valeurs antérieures.
Les autocorrélations sont affichées sur la figure ci-après.

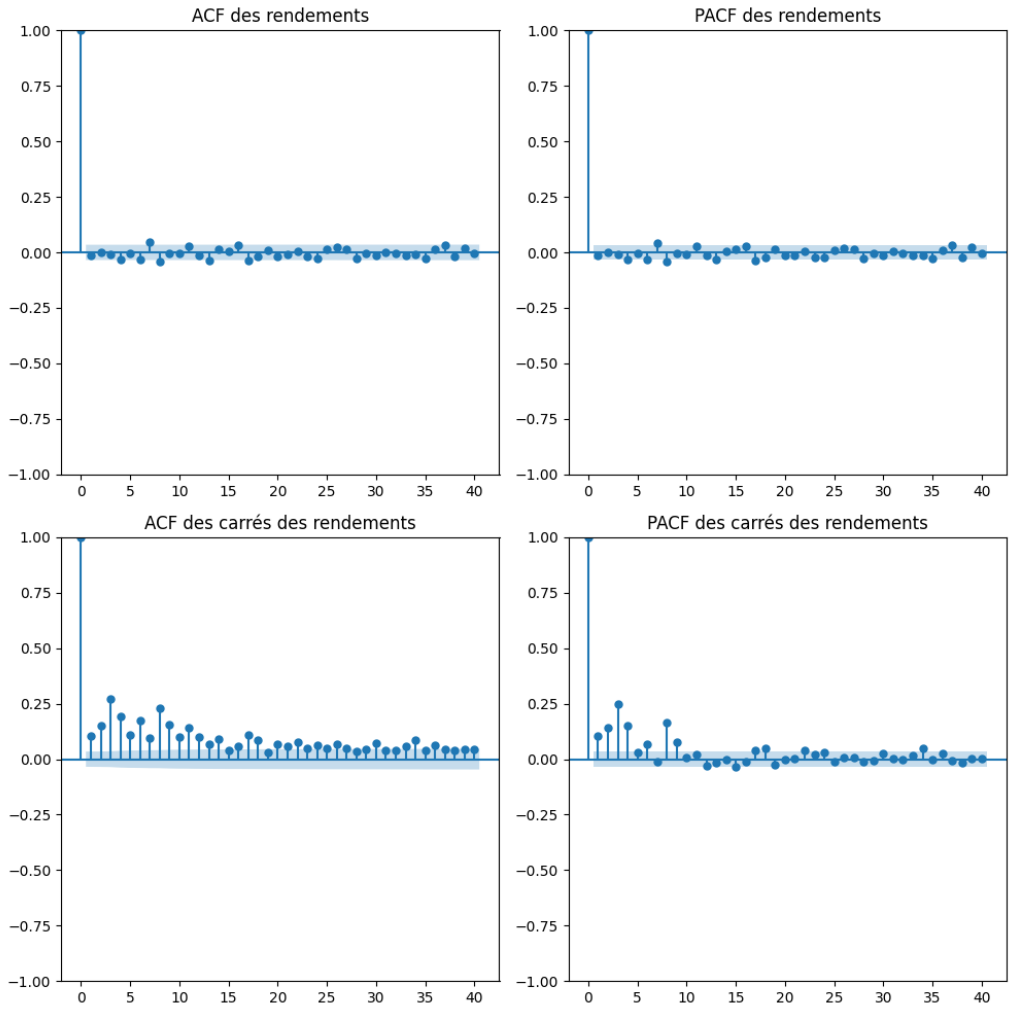


FIGURE 5.2 – ACF et PACF des rendements et des rendements au carré

5.2.2 Modèle GARCH

Le modèle GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) est utilisé pour modéliser et prévoir la **volatilité conditionnelle** des séries temporelles financières. Il repose sur les éléments suivants :

— **Modèle pour la moyenne :** Les rendements r_t sont souvent représentés comme suit :

$$r_t = \mu + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2),$$

où σ_t^2 est la variance conditionnelle.

— **Variance conditionnelle :** La volatilité dépend des chocs passés (ϵ_{t-1}^2) et des volatilités passées (σ_{t-1}^2) :

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\epsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2,$$

où :

— $\omega > 0$: terme constant ;
— $\alpha \geq 0$: impact des chocs passés ;
— $\beta \geq 0$: persistance de la volatilité.

Ce modèle capture les **clusters de volatilité** observés dans les séries financières, où les périodes de forte volatilité sont suivies de périodes similaires.

Nous procédons initialement à l'estimation des coefficients d'un modèle GARCH(1,1) en considérant des rendements dotés d'une moyenne constante et des résidus suivant une distribution normale.

```
                     Constant Mean - GARCH Model Results
==============================================================================
Dep. Variable:                          y   R-squared:                       0.000
Mean Model:                Constant Mean   Adj. R-squared:                  0.000
Vol Model:                         GARCH   Log-Likelihood:               -5109.24
Distribution:                     Normal   AIC:                           10226.5
Method:              Maximum Likelihood   BIC:                           10250.8
                                          No. Observations:                 3261
Date:                  Mon, Dec 02 2024   Df Residuals:                     3260
Time:                          21:13:24   Df Model:                            1
                                Mean Model
==============================================================================
                 coef    std err          t      P>|t|      95.0% Conf. Int.
------------------------------------------------------------------------------
mu             0.0593  1.932e-02      3.072  2.127e-03 [2.148e-02,9.720e-02]
                              Volatility Model
==============================================================================
                 coef    std err          t      P>|t|      95.0% Conf. Int.
------------------------------------------------------------------------------
omega          0.0498  1.689e-02      2.946  3.218e-03 [1.666e-02,8.287e-02]
alpha[1]       0.1243  2.753e-02      4.514  6.356e-06   [7.031e-02,  0.178]
beta[1]        0.8501  3.111e-02     27.326 2.109e-164     [  0.789,  0.911]
==============================================================================

Covariance estimator: robust
```

FIGURE 5.3 – Résultats du modèle GARCH(1,1)

Toutefois, il apparaît que les résidus estimés ne suivent pas une distribution normale.

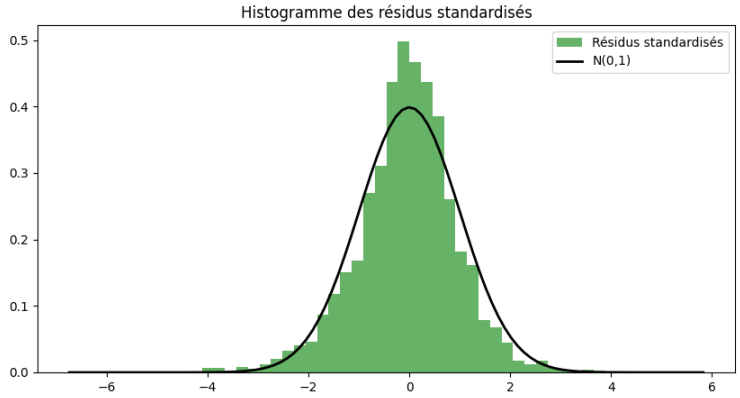


FIGURE 5.4 – Histogramme des résidus standardisés

Les résidus présentent des **queues épaisses**, révélant des événements extrêmes plus fréquents que la normale, et une **asymétrie**, avec une concentration différente sur les côtés positifs et négatifs. Ces caractéristiques justifient l'utilisation d'une distribution t asymétrique pour modéliser ces résidus.

Nous concentrons notre recherche sur des modèles GARCH dont les résidus suivent une distribution de Student asymétrique.

Dans le but d'obtenir une meilleure adéquation aux rendements analysés, deux autres variantes du modèle GARCH, à savoir le modèle EGARCH et le modèle GJR-GARCH, ont été considérées.

1. Modèle EGARCH (*Exponential GARCH*) de Nelson (1991) :

— Ce modèle propose une variance conditionnelle exprimée en logarithme :

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + g(\epsilon_{t-1}),$$

où $g(\epsilon_{t-1}) = \alpha \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \gamma \left(\left| \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - \mathbb{E}\left[\left| \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| \right] \right)$

— L'effet levier est modélisé via γ, qui capture l'impact asymétrique des chocs positifs et négatifs sur la volatilité.

— Avantage principal : La positivité de la variance est automatiquement garantie, sans imposer de contraintes sur les paramètres.

2. Modèle GJR-GARCH (*Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH*) :

— Ce modèle modifie la structure GARCH classique pour intégrer l'effet levier via un indicateur de chocs négatifs :

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \gamma \epsilon_{t-1}^2 \mathbb{1}_{\{\epsilon_{t-1}<0\}} + \beta \sigma_{t-1}^2$$

— L'effet levier est introduit par γ, qui ajoute une contribution supplémentaire à la volatilité en cas de chocs négatifs ($\epsilon_{t-1} < 0$).

— Contrairement à EGARCH, ce modèle nécessite des contraintes explicites sur ω, α, γ et β pour garantir la positivité de la variance.

Des informations supplémentaires concernant les diverses variantes ainsi que les méthodes d'estimation peuvent être consultées dans l'annexe.

Chaque modèle est estimé à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance. Les deux variantes examinées emploient également des résidus qui suivent une distribution de Student asymétrique.

Les résultats pour la log-vraisemblance, le critère d'information d'Akaike (AIC) et le critère d'information bayésien (BIC) sont affichés ci-après.

Modèle	**log-vraisemblance**	**AIC**	**BIC**
Normal	-5109.23	10226.47	10250.82
Student asymétrique	-4998.39	10008.79	10045.32
EGARCH	-4993.53	9999.07	10035.61
GJR-GARCH	**-4915.29**	**9844.58**	**9887.21**

TABLE 5.1 – Résultats pour chaque modèle

Le modèle GJR-GARCH permet de maximiser la log-vraisemblance et de minimiser les critères AIC et BIC.
C'est le modèle retenu pour notre étude.

5.2.2.1 Significativité des paramètres

Nous présentons ci-après les paramètres estimés par le modèle GJR-GARCH ainsi que leurs p-values.

Paramètre	**Valeur**	**p-value**
μ	0.011351	5.034334×10^{-1}
ω	0.034074	1.566796×10^{-3}
α	0.000000	1.000000×10^{0}
γ	0.237751	3.289204×10^{-8}
β	0.871099	$3.231894 \times 10^{-218}$
η	5.991580	1.555696×10^{-22}
λ	-0.108453	7.933099×10^{-6}

TABLE 5.2 – Tableau des paramètres et de leurs p-values

Les paramètres ω, γ, β, η et λ sont statistiquement significatifs avec des p-values très faibles (bien inférieures à 0.05), ce qui indique qu'ils jouent un rôle important dans le modèle. En particulier, γ et β suggèrent un effet de levier marqué et une forte persistance de la volatilité, tandis que η et λ reflètent l'influence des innovations externes et l'asymétrie des rendements. En revanche, μ et α ne sont pas significatifs, avec des p-values élevées, ce qui signifie qu'ils n'ont pas un impact important dans ce modèle.

5.2.2.2 Validation du modèle

L'application du test de Ljung-Box pour évaluer l'auto-corrélation des résidus permet de rejeter l'hypothèse d'auto-corrélation des résidus jusqu'à 10 retards.

Lag	**Statistique**	**p-value**
1	0.420817	0.516530
2	0.876797	0.645069
3	0.925635	0.819238
4	2.680868	0.612567
5	3.426277	0.634571
6	4.189678	0.651025
7	4.573449	0.711856
8	4.675681	0.791610
9	5.428363	0.795484
10	5.430279	0.860647

TABLE 5.3 – Statistiques et p-values du test de Ljung-Box pour différents lags

L'application du test de Kolmogorov-Smirnov ne conduit pas au rejet de l'hypothèse selon laquelle la distribution des résidus suit une loi de Student, avec une statistique égale à -0,532 et une p-valeur de 0,595.

5.2.2.3 Backtest

Afin d'évaluer la performance prédictive du modèle en relation avec la variance observée, nous procéderons à une comparaison de cette dernière estimée à partir des rendements, conformément à $\hat{\sigma}_i^2 = (r_i - \bar{r})^2$.

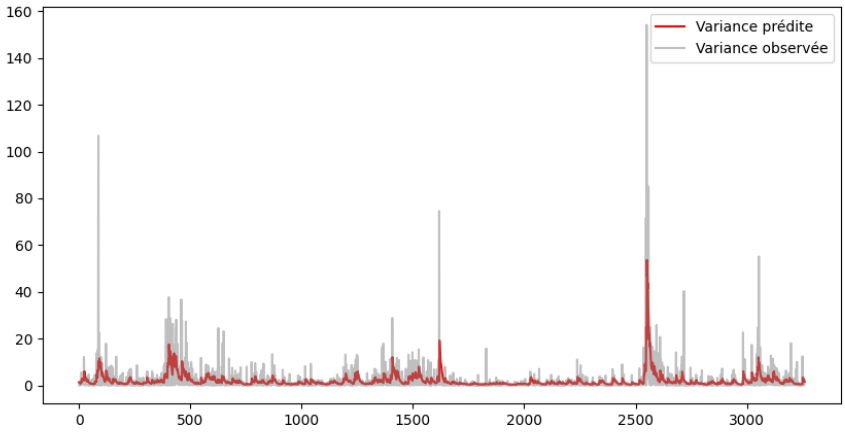


FIGURE 5.5 – Performance du modèle

Le modèle permet de suffisamment reproduire la variance observée. Les métriques suivantes permettent de confirmer le résultat :

- **Erreur Absolue Moyenne (Mean Absolute Error, MAE)** : 1,954
- **Erreur Quadratique Moyenne (Mean Squared Error, MSE)** : 25,776
- **Erreur Absolue Moyenne en Pourcentage (Mean Absolute Percentage Error, MAPE)** : 1,075%

5.2.2.4 Simulations et projection

Pour estimer les quantiles prévus par le modèle sur un horizon de 1 an, une simulation des rendements journaliers sur 252 jours de trading est effectuée. 10000 simulations Monte-Carlo sont effectuées afin de s'assurer de la convergence des résultats. Ensuite, le rendement annuel cumulé est estimé.

$$r_{\text{annuel},s} = \prod_{i=1}^{252}(1 + r_{i,s}) - 1 \,^{1} \tag{5.2}$$

avec s l'ordre de la simulation

Nous retrouvons dans la figure 5.6 l'histogramme des rendements annuels simulés.

Nous arrivons ainsi à déduire les quantiles à horizon 1 an des rendements.

1. pour s'assurer de la stabilité numérique : $r_{\text{annuel},s} = \exp\left(\sum_{i=1}^{252} \log\left(\max\left(1 + r_{i,s}, 10^{-9}\right)\right)\right) - 1$

	1%	2.5%	5%	50%	95%	97.5%	99%
Quantile	-0.778	-0.576	-0.419	0.024	0.33	0.394	0.483

TABLE 5.4 – Tableau des rendements et quantiles

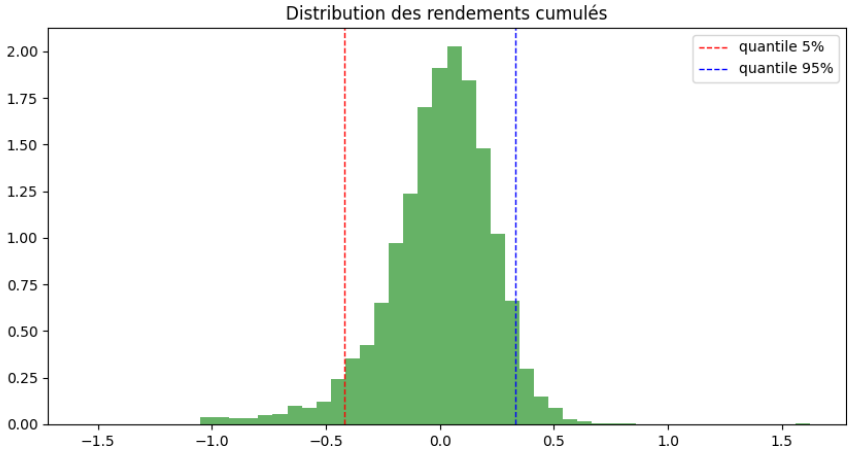


FIGURE 5.6 – Histogramme des rendements annuels cumulés

Nous identifions le profil de la distribution des rendements annuels, caractérisé par des queues épaisses ainsi qu'une asymétrie négative.

Dans ce qui suit, nous considérerons que les rendements des actions diminuent à un niveau de $q_{5\%} = -41.9\%$. Si cet événement survient dans 5% des cas, on peut s'attendre à ce qu'il se produise en moyenne une fois tous les $\frac{1}{0.05} = 20$ ans.
L'approche de calibration du choc examinée offre ainsi une prudence accrue, tout en tenant compte des particularités de l'indice action analysé, notamment en ce qui concerne le clustering de volatilité et l'historique des rendements.

Nous allons aussi considérer un changement d'hypothèses lié à la mortalité avec une augmentation des taux de la mortalité de 10%.

5.3 Analyse de mouvement

5.3.1 Analyse de mouvement de l'assurance

La valeur de marché des actifs sous-jacents est ajustée par le modèle ALM en fonction des flux de l'actif et du passif à chaque pas de projection.
Vu la complexité des runs dédiés à chaque étape de l'analyse de mouvement, il sera admis que la variation de l'ajustement pour risque non financier est du même ordre que celle du "Best Estimate". Nous considérons que $\frac{\Delta RA}{RA} = \frac{\Delta BE}{BE}$.

La méthodologie employée pour observer l'évolution des divers agrégats du passif en réponse aux fluctuations des conditions du marché et aux modifications des hypothèses techniques implique la réalisation de plusieurs simulations spécifiques du modèle, débutant à compter de l'année suivante, soit le 31/12/N+1, date à partir de laquelle nous nous situons.

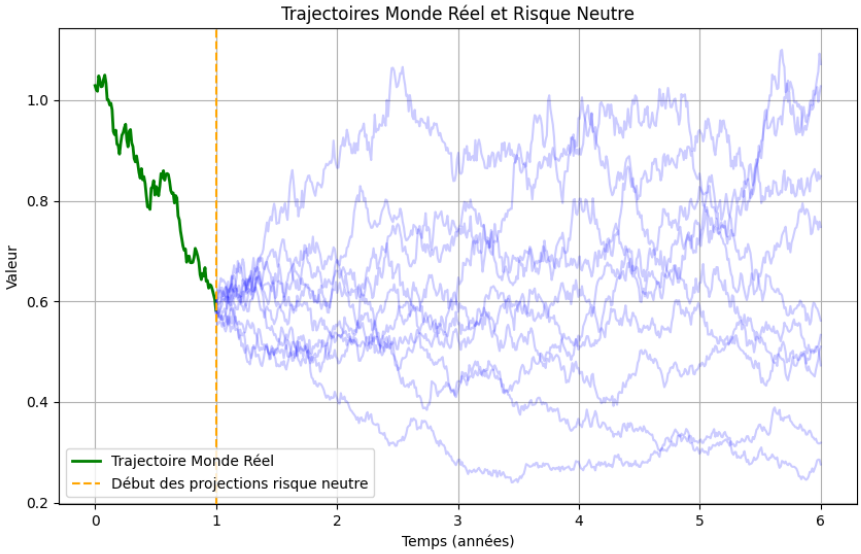


FIGURE 5.7 – Illustration de la méthodologie d'analyse de mouvement

5.3.1.1 Étapes de l'analyse de mouvement

Les impacts des différentes étapes de l'analyse du mouvement sur les différents agrégats du bilan de l'assureur sont explicités par le tableau suivant :

Étape	**VM**	**BEL**	**RA**	**Impact** [2]
Montants d'ouverture	277 111	240 576	856	-
Désactualisation	4 521	8 098	29	(3 606)
Flux attendus	(24 195)	(24 195)	(86)	(86)
Écarts d'expérience économique	(48 553)	(39 708)	(141)	(8703)
Changement d'hypothèses économiques	-	-	-	-
Écarts d'expérience technique	-	-	-	-
Changement d'hypothèses techniques	-	413	2	(414)

TABLE 5.5 – Étapes de l'analyse de mouvement en VFA

2. $Impact = \Delta VM - \Delta BEL - \Delta RA$

Désactualisation

La première étape de désactulisation consiste en une capitalisation aux taux sans risque à 1 an de l'année N-1 pour le best estimate du passif et la part en monétaire de la valeur de marché de l'actif.

$$VM^{N}_{\text{monétaire}} = VM^{N-1}_{\text{monétaire}} \cdot (1 + Tx^{N-1}_{\text{sans risque 1 an}}) \tag{5.3}$$

$$\begin{aligned} BE_{\text{après désactualisation}} &= BE_{N-1} \cdot (1 + r_{1,N-1}) \\ &= \sum_{i=1}^{T} \frac{CF_i \cdot (1 + r_{1,N-1})}{(1 + r_{i,N-1})^i} \\ &= CF_1 + \sum_{i=2}^{T} \frac{CF_i \cdot (1 + r_{1,N-1})}{(1 + r_{i,N-1})^i} \end{aligned} \tag{5.4}$$

L'effet de la désactualisation sur le passif est simplement :

$$\text{Effet}_{\text{désactulisation}} = BE_{\text{N-1}} \cdot r_{1,N-1} \tag{5.5}$$

Flux attendus

Cette phase implique la libération des flux anticipés de l'année antérieure.
Il est présumé que la valeur de marché de l'actif est réduite d'un montant équivalent couvrant le règlement des engagements, des frais, ainsi que la réception des chargements.
La nouvelle valeur du best estimate est donc :

$$\begin{aligned} BE_{\text{sans flux attendus}} &= BE_{\text{après désactualisation}} - CF_1 \\ &= \sum_{i=2}^{T} \frac{CF_i \cdot (1 + r_{1,N-1})}{(1 + r_{i,N-1})^i} \end{aligned} \tag{5.6}$$

La valeur révisée correspond à la valeur actuelle nette des flux futurs évalués à l'aide des taux forward à un an extraits de la courbe des taux sans risque.
En effet, la dérivation des taux forward à partir d'une courbe des taux sans risque en temps discret annuel repose sur les principes de l'actualisation et des taux zéro-coupon. Soit $P(0,t)$ le prix d'une obligation zéro-coupon à échéance t, où t est l'horizon de maturité, et $R(0,t)$ le taux zéro-coupon associé à cet horizon. L'actualisation en temps discret annuel s'écrit comme suit :

$$P(0,t) = \frac{1}{(1 + R(0,t))^t}. \tag{5.7}$$

Le taux forward $f(t_1,t_2)$ sur la période $[t_1,t_2]$, qui est le taux implicite pour emprunter sur cette période, peut être déterminé en égalisant les valeurs actualisées des flux entre ces deux échéances. Pour obtenir $f(t_1,t_2)$, nous devons résoudre l'égalité suivante entre le prix de deux instruments :

$$P(0,t_1) \cdot (1 + f(t_1,t_2))^{t_2 - t_1} = P(0,t_2). \tag{5.8}$$

En isolant $f(t_1,t_2)$, on obtient l'expression suivante pour le taux forward :

$$f(t_1,t_2) = \left(\frac{P(0,t_1)}{P(0,t_2)}\right)^{\frac{1}{t_2 - t_1}} - 1. \tag{5.9}$$

En substituant l'expression de $P(0,t)$ en termes de $R(0,t)$, on peut réécrire cette relation comme suit :

$$f(t_1,t_2) = \left(\frac{(1+R(0,t_2))^{t_2}}{(1+R(0,t_1))^{t_1}}\right)^{\frac{1}{t_2-t_1}} - 1. \tag{5.10}$$

Cela donne le taux forward $f(t_1,t_2)$ en fonction des taux zéro-coupon $R(0,t_1)$ et $R(0,t_2)$, ce qui permet d'extraire le taux implicite pour une période future à partir de la courbe des taux sans risque.

Écarts d'expérience économique Cette étape concerne l'effet des écarts d'expérience économique, ici la baisse de 41.9% des rendements des actions sur les flux futurs par rapport aux rendements initialement anticipés.
Il faut noter que cet écart comptabilisé au niveau de la CSM concerne exclusivement l'effet sur les flux futurs. Les écarts d'expérience sur les engagements, les frais et les chargements sur l'année sont a priori pris en compte au niveau du résultat de l'entreprise. Le même constat est valable pour les écarts d'expérience techniques comme la baisse ou la hausse de la mortalité sur l'année, non pris en compte dans le cadre de cette étude.
L'effet des écarts d'expérience économiques sur le passif s'écrit donc comme :

$$\begin{aligned}\text{Effet des écarts d'XP économique} &= BE_{\text{après baisse des rendements action}} - BE_{\text{sans flux attendus}} \\ &= \sum_{i=1}^{T} \frac{CF'_{i+1} - CF_{i+1}}{(1+r_{i,\text{forward}})^i}\end{aligned} \tag{5.11}$$

avec :

— CF'_i les nouveaux flux projetés par le modèle après mise à jour des rendements des actions

Effet sur la valeur de marché de l'actif

La valeur de marché de l'actif est également ajustée par le modèle ALM en tenant compte des rendements réalisés et de l'encaissement ou du décaissement des flux du passif.
Notons que cette dernière baisse de 48 553 milliers d'euros suite à la baisse des rendements des actions. Cette baisse est partiellement compensée par la capitalisation au taux sans risque de la partie monétaire.

Effet sur le passif

La baisse de la valeur de marché de l'actif est aussi accompagnée d'une baisse des engagements de 39 708 milliers d'euros, faisant suite à la baisse de la provision mathématique. Cette baisse cache, cependant, une hausse de la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur au titre de la garantie plancher qui sera étudiée davantage au niveau de l'analyse de mouvement du traité de réassurance.

Changements d'hypothèses techniques Le changement d'hypothèses techniques, avec la hausse des taux de mortalité futurs de 10% a un impact qui porte exclusivement sur le passif. Cet impact est comptabilisé de la même façon que pour les écarts d'expérience économique :

$$\begin{aligned}\text{Effet du changement d'hypothèses techniques} &= BE_{\text{après changement d'hypothèses}} \\ &\quad - BE_{\text{après écarts d'expérience économique}} \\ &= \sum_{i=1}^{T} \frac{CF''_{i+1} - CF'_{i+1}}{(1+r_{i,\text{forward}})^i}\end{aligned} \tag{5.12}$$

avec :

— CF_i'' les nouveaux flux projetés par le modèle après changement des taux de mortalité

Les effets suivants sont constatés par rapport à la dernière étape :

— Une diminution de la provision mathématique à moyen terme attribuée aux départs des individus décédés.

— Une augmentation à court terme des prestations de mortalité, suivie d'une diminution attribuable à la réduction de la PM.

— Une diminution des prestations de rachat, des frais et des chargements proportionnellement à celle de la Provision Mathématique (PM)

Les impacts sur les prestations décès et des prestations rachat sont donnés par les figures suivantes :

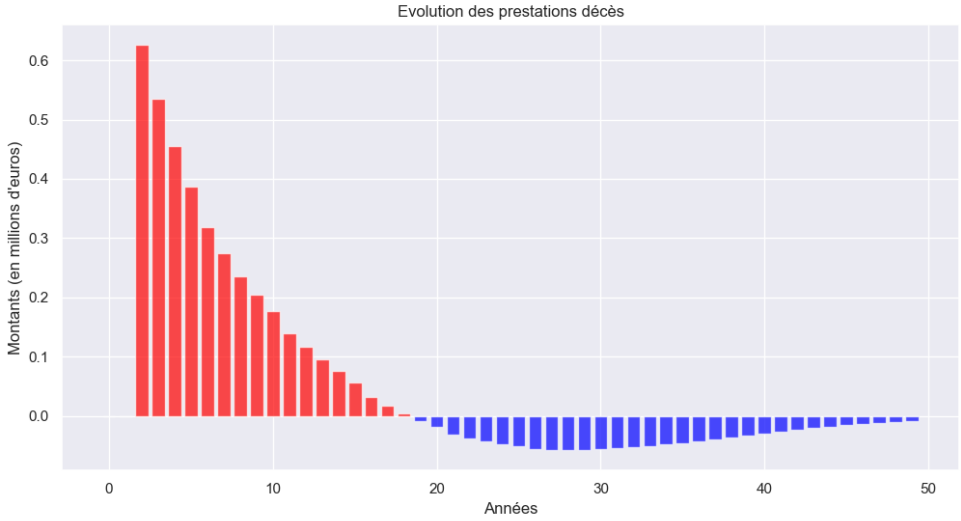


FIGURE 5.8 – Evolution des prestations décès

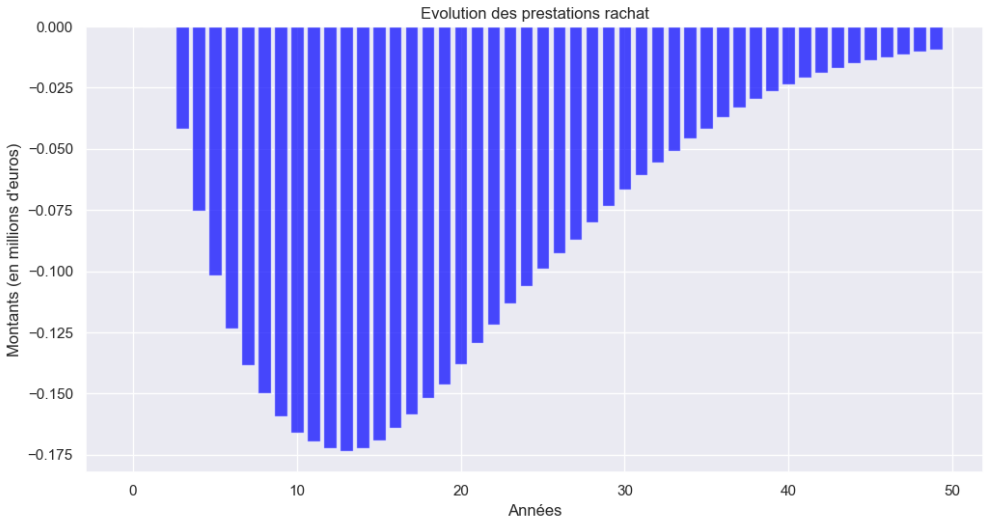


FIGURE 5.9 – Evolution des prestations rachat

L'impact à la hausse des prestations décès, estimé à une variation de la valeur actuelle nette de 2 644 milliers d'euros, est partiellement compensé par la diminution des rachats et des frais. Nous estimons l'impact agrégé sur le portefeuille à 413 milliers d'euros.
Ceci confirme le constat que le risque de mortalité est nettement plus gérable via la mutualisation que le risque financier systémique.

5.3.1.1.1 Évolution de la TVOG

Nous pouvons aussi suivre l'évolution de la TVOG, valeur temps des options et des garanties :

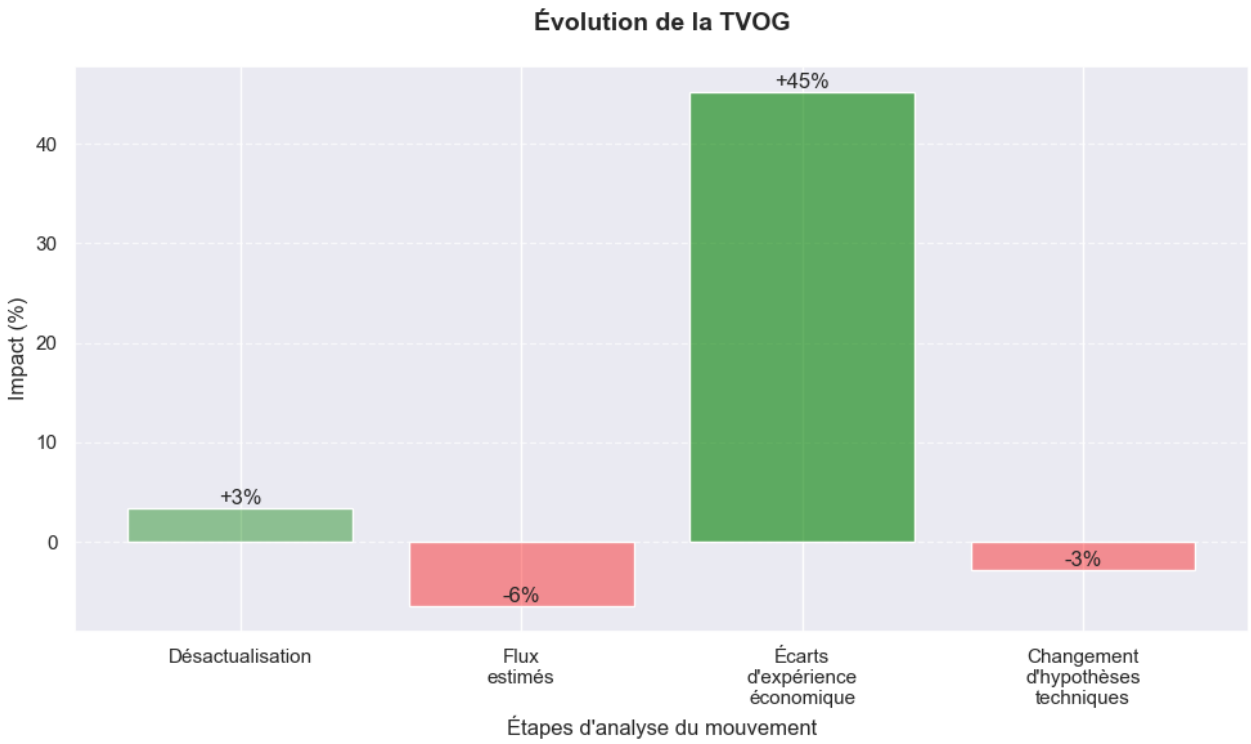


FIGURE 5.10 – Evolution de la TVOG

La TVOG diminue légèrement après libération des premiers flux estimés.
La baisse des rendements des actions fait nettement augmenter la TVOG après le passage de la provision mathématique en dessous du seuil de la garantie pour toutes les trajectoires simulées.
Le changement d'hypothèses techniques fait légèrement diminuer la TVOG suite à la diminution de la provision mathématique à long terme et la baisse des engagements sous les scénarios stochastiques.

5.3.1.1.2 Évolution de la CSM

En VFA, la variation de la CSM est, en grande partie, dûe à l'évolution de la Variable fee. LA variable fee s'exprime comme l'écart entre la variation de la part de l'entité de la juste valeur des actifs adossés aux contrats d'assurance et la variation du BEL et du RA.
Certains éléments de l'évolution des différents agrégats présentés précédemment sont pris en compte pour faire évoluer la CSM. Ceux-ci correspondent à :

— l'effet des écarts économiques, y compris la désactualisation et l'écart d'expérience économique affectant la valeur de marché des actifs sous-jacents

— L'effet des écarts d'expérience économique et du changement des hypothèses économiques sur le BE et le RA

Nous nous intéressons ensuite aux effets des écarts d'expérience techniques impactant sous IFRS17 soit la CSM, soit le P&L, suivant l'effet sur le délai de survenance des flux. Dans le cas où ces écarts impactent la CSM, ils impactent aussi indirectement le P&L via le relâchement de la CSM. Cet impact indirect permet de lisser l'évolution du résultat dans le temps au lieu de reconnaître un impact immédiat.

La norme IFRS 17 définit l''investment component' ou composante d'investissement en VFA comme le montant minimum de prestations connu à la date actuelle, que l'événement assuré (comme la survie ou le décès) se produise ou non.

Dans le cadre de cette étude, le contrat considéré est un contrat d'épargne. Le rachat total, possible sans frais supplémentaires et sans occurrence de sinistres, impliquera un épuisement de la totalité de la PM à la clôture.
D'autant plus, le montant de la PM restant à la fin des projections est entièrement restitué aux assurés.

Il convient alors de considérer la PM à la clôture comme investment component.

Les écarts entre flux attendus et flux réels nets de frais, impactant initialement le P&L, impactent désormais la CSM via la composante d'investissement.

L'effet sur le P&L s'exprime donc ainsi :

Flux comptables	**P&L avant IC**	**Impact de l'investment component**	**P&L Après Investment component**
Flux attendus bruts de frais	25 688	(25 688)	0
Frais d'acquisition attribuables attendues	1 831	0	1 831
Flux attendus	27 520	(25 688)	1 831
Flux réels bruts de frais	(21 462)	21 462	0
Frais d'acquisition attribuables réelles	(1 804)	0	(1 804)
Flux réels	(23 265)	21 462	(1 804)
Résultat	4 254	(4 227)	28

TABLE 5.6 – Impact de l'investment component sur le P&L

Nous retrouvons ainsi dans ce qui suit l'évolution de la marge pour service contractuelle (CSM).

Impacts constatés	**Roll-forward**
CSM d'ouverture	35 678
$\Delta_{\text{économique}}\,\text{JV}_{\text{actifs}}$	(44 032)
$\Delta_{\text{économique}}\,(\text{BEL} + \text{RA})$	31 723
$\Delta\,\text{CSM}_{\text{écarts d'expériences techniques}}$	4 227
Dont portant sur les flux futurs	-
Dont Investment Component	4 227
$\Delta\,\text{RA}_{\text{écarts d'expériences techniques}}$	-
$\Delta\,\text{BEL}_{\text{changement d'hypothèses techniques}}$	(412)
$\Delta\,\text{RA}_{\text{changement d'hypothèses techniques}}$	(2)
CSM avant amortissement	27 182
Amortissement	(3 027)
CSM de clôture (après amortissement)	24 155

TABLE 5.7 – Roll-forward de la CSM

5.3.1.1.3 Construction du P&L

Une fois l'impact des différents écarts d'expérience et des changements d'hypothèses ventilé entre un impact sur la CSM et un autre sur le P&L, on procède à la construction du résultat en fin d'année N+1. (Voir le tableau 5.8)

Résultat financier Notons une première source de mismatch au niveau du résultat financier relatif aux contrats d'assurance. Le résultat financier est nul par construction sous VFA. Il est ici ajusté des rendements issus de la désactualisation de la partie monétaire qui évolue au taux sans risque à 1 an et qui est comptabilisé sous IFRS 9 au niveau des fonds propres de l'entreprise.

IFRS 9 En effet, sous IFRS 9, les instruments financiers peuvent être comptabilisés selon trois méthodes principales :

— la juste valeur par résultat (JV P&L)

— la juste valeur par autres éléments du résultat global (JVOCI)

— le coût amorti

La comptabilisation à la juste valeur par résultat (JV P&L) consiste à évaluer les instruments financiers à leur juste valeur, avec les variations enregistrées directement dans le compte de résultat, ce qui est adapté pour des actifs détenus à des fins de négociation.
Pour les actifs financiers éligibles à la juste valeur par autres éléments du résultat global (JVOCI), les variations de juste valeur sont comptabilisées dans les autres éléments du résultat global, sans impact immédiat sur le résultat net. Ce traitement est souvent réservé aux instruments de capitaux propres non détenus à des fins de négociation.
Enfin, la méthode du coût amorti est utilisée pour les actifs financiers détenus pour percevoir des flux de trésorerie contractuels stables. Dans ce cas, l'instrument est comptabilisé au coût

amorti, prenant en compte les paiements d'intérêts et le remboursement du principal, sans tenir compte des variations de juste valeur, sauf en cas de dépréciation.

Afin de justifier la non-comptabilisation en P&L des rendements d'un actif, le test SPPI est utilisé. Dans le cadre du **test SPPI** (solely payment of principal and interests), les flux de trésorerie générés par l'actif concerné consistent purement en des remboursements du principal ainsi que des intérêts sur le solde du principal restant (par exemple : créances clients, prêts...)
Afin de différencier entre les actifs comptabilisés en juste valeur par OCI et les actifs comptabilisés par coût amorti, c'est **le buisness model** de l'entreprise qui entre en jeu.
Si l'intention est de recevoir les flux de trésorerie prévus par les contrats et de les conserver jusqu'à leur échéance (HTC : Held to collect), les actifs sont comptabilisés par coût amorti. C'est un modèle qui comptabilise l'actif selon sa valeur historique comme c'est le cas pour les règles de la comptabilité française.
Si, toutefois, l'objectif est de récupérer les flux générés par les contrats et de céder l'actif (HTCS : Held to collect and sell), alors une comptabilisation en fonds propres, c'est-à-dire à la juste valeur OCI, est appropriée.

Nous retrouvons dans ce qui suit le P&L d'assurance de l'année N+1.

P&L	**Montant**	**Commentaires**
(a) CSM reconnue	3 027	
(b) RA relâchée	86	
(c) Flux attendus	27 520	
dont Prestations	25 688	
dont Frais d'acquisition attribuables	1 831	
(d) Investment component attendu	(25 688)	
Insurance revenue	4 944	(a) + (b) + (c) + (d)
(e) Flux réalisés	(23 265)	
dont Prestations	(21 462)	
dont Frais d'acquisition attribuables	(1 804)	
(f) Investment component réalisé	21 462	
Insurance expense	(1 804)	(e) + (f)
Insurance result	3 141	
(g) Investment return	(48 552)	
(h) Insurance financial income or expense	44 031	
Investment result	(4 521)	Le résultat financier est absorbé par la CSM en VFA
P&L of the year	(1 379)	

TABLE 5.8 – P&L en fin d'année N+1

Au niveau des fonds propres, nous retrouvons les autres éléments du résultat global (Other comprehensive income), y compris les produits nets des placements OCI.

Produits nets des placements OCI	4 521
Other Comprehensive Income (OCI)	4 521

TABLE 5.9 – Other comprehensive income

5.3.2 Analyse de mouvement de la réassurance

Le contrat de réassurance portant sur ce sous-jacent doit être comptabilisé sous BBA comme déjà illustré. Une analyse de mouvement sous BBA de la CSM cédée s'impose.
On considère un contrat de réassurance en quote-part 90% portant sur les capitaux sous risque avec un paiement unique de la prime au 31/12/N. Par simplification, celle-ci ne fera pas partie de la CSM cédée.

5.3.2.1 Bilan de réassurance

La CSM cédée à l'ouverture s'écrit comme :

$$CSM_{\text{cédée, t=0}} = -BE_{\text{cédé, t=0}} - Adj - RA_{\text{cédée, t=0}} \tag{5.13}$$

Parmi les flux cédés, nous considérons les primes et les sinistres. Les frais d'acquisition et les frais d'administration ne font pas l'objet de cession.
On rappelle le bilan de réassurance à l'ouverture :

Composante	**Montant**
BE cédé	1 235
Ajustement pour risque de défaut	(2.68)
RA cédée	305
CSM cédée	(1 537.3)

TABLE 5.10 – Évolution de la CSM cédée

5.3.2.2 Évolution des différents agrégats du passif

La répartition des impacts des différents écarts d'expérience et des changements d'hypothèses diffère pour le modèle BBA de celle pour le modèle VFA.

L'évolution de la CSM ne doit pas tenir compte des changements d'hypothèses financières. En outre, elle est mesurée au taux locked-in. C'est-à-dire en utilisant la courbe des taux à l'origine pour tous les pas de projection.

5.3.2.2.1 Contrats participatifs indirects

Pour les contrats participatifs indirects, c'est-à-dire ceux qui sont sensibles aux risques financiers mais dépourvus de mécanismes explicites de participation aux bénéfices, la norme stipule, via les paragraphes B132 et B72, l'utilisation de la méthode du taux effectif. Cette méthode permet d'isoler l'impact financier afin d'appliquer l'option OCI.

Dans notre exemple, cela s'applique au contrat de réassurance lié à un sous-jacent d'épargne.

Le modèle adopté est communément appelé BBA modifié.

Avant application de la méthode du taux effectif, nous présentons ici l'évolution suivante du BE courant et du RA cédé. Notons que le RA est impacté uniquement par les variations relatives aux sinistres cédés.

Etape	$BE_{\textbf{cédé}}$	**Adj**	$RA_{\textbf{cédé}}$
Montants d'ouverture	1 235	(2.68)	305
Désactualisation	42	(0.09)	10
Flux estimés	(70)	0.31	(18)
Ecart d'expérience technique	-	-	-
Changement d'hypothèses techniques	167	(0.37)	41
Écart d'expérience économique	1227	(1.75)	301.8
Changement d'hypothèses économiques	-	-	-
Montants à la clôture	2601	(4.58)	639.8

TABLE 5.11 – Évolution du BE et du RA cédé

La désactualisation et l'actualisation des différents agrégats est ensuite faite au taux effectif.

Notons que la libération des flux estimés permet d'augmenter l'ajustement pour risque de défaut et ainsi de diminuer la CSM cédée et d'augmenter l'estimation des profits futurs de l'assureur. En effet, il y a moins de risque de défaut du réassureur après l'expiration des flux estimés de l'année.

Calcul du taux effectif

Le taux effectif représente le taux qui permet d'égaliser le BE après ajustement du changement d'hypothèses techniques avec la somme des cash-flows actualisés tenant compte des impacts financiers.

Cela s'exprime par l'équation :

$$\sum_{i>N+1}^{T} \frac{CF_i}{(1+r_{constant})^i} = cible(N+1) \tag{5.14}$$

avec :

cible$(N+1) = BE_{\text{taux}_{\text{effectif, clôture}}}$

CF$'_i$: les cash-flows ajustés des écarts d'expérience économique. T : Maturité du contrat

$BE_{\text{taux}_{\text{effectif, clôture}}} = 1235 + 42 - 70 + 167 = 1374$K euro

Le calcul est le même que pour un taux de rendement interne constant. Nous retrouvons $r_{\text{constant}} = 0.153$.

Le suivi de l'évolution des différents agrégats nous permet d'établir l'évolution de la CSM cédée. La désactualisation est faite sur la base du taux Locked-In.

La CSM cédée étant toujours négative, nous reconnaissons un gain de réassurance.

Ces considérations nous permettent de construire le P&L de réassurance de l'année.

3. Pour rappel, l'amortissment de la CSM cédée se fait en prenant en compte les capitaux sous risque comme coverage units.

Impacts constatés	**Roll-forward**
CSM cédée d'ouverture	(1 537.3)
Désactualisation	(52)
Flux estimés	88
Ecart d'expérience technique	-
Changements d'hypothèses techniques	(207.63)
CSM avant amortissement	(1 708.93)
Amortissement	176.6 [3]
CSM cédée de clôture	(1 532.33)

TABLE 5.12 – Evolution de la CSM cédée

5.3.2.3 Construction du P&L de réassurance

Une fois l'impact des différents écarts d'expérience et des changements d'hypothèses est ventilé entre un impact sur la CSM et un autre sur le P&L, on procède à la construction de ce dernier en fin d'année N+1.

Avant application de l'option OCI (Other comprehensive income), le résultat financier de la réassurance comprend :

— La désactualisation du BE au taux constant, soit 42K euro. En application du paragraphe B132(a)(i), il fait partie du P&L.

— L'écart entre le BE actualisé au taux courant de l'année N+1, après application de l'impact financier, et le BE actualisé au taux constant de la même année, soit $2601 - 1374 = 1227$K euro. Ce montant correspond à l'impact financier lié dans cet exemple aux écarts d'expérience économique. En application du paragraphe B130(b), il est comptabilisé au niveau de l'OCI (Other comprehensive income). Il s'agit d'un montant cumulé.

Le même raisonnement est appliqué à l'ajustement pour risque (RA) et l'ajustement pour risque de défaut du réassureur.
Nous retrouvons, ainsi, les montants :

— Désactualisation au taux constant de BE, RA et Adj $= 42 - 0.09 + 10 = 51.91$K euro

— Désactualisation de la CSM au taux locked-in $= -51.91$K euro

— Écart au niveau de l'actualisation au taux courant et l'actualisation au taux constant de l'année N+1 $= 1227 - 1.75 + 301.8 = 1527.05$K euro

P&L	**Montant**	**Commentaires**
(a) CSM cédée reconnue	(176.6)	
(b) RA relâchée	(18)	
(c) Charges cédées attendues	(70)	
Coût de la réassurance	(264.6)	(a) + (b) + (c)
(e) Charges cédées réalisées	300	Augmentation des prestations cédées suite à des rendements financiers défavorables
(f) Relâchement dû à l'expiration du risque de défaut du réassureur	0.31	
(g) Impact des changements d'hypothèses du risque de défaut [4]	-	
Sommes recouvrées du réassureur	300.31	(e) + (f) + (g)
Résultat des activités de réassurance	35.71	
(h) Reinsurance Investment return	-	
(i) Reinsurance financial income or expense	1 527.05	
Investment result	1 527.05	Le résultat financier avant application de l'option OCI
P&L of the year	1 562.77	

TABLE 5.13 – P&L de réassurance en fin d'année N+1

Le compte de résultat est présenté avant application de l'option OCI.

4. Sous IFRS 17, le changement d'hypothèses lié au risque de défaut du réassureur, comme le changement de la notation de ce dernier, impacte directement le P&L. (IFRS 17.67)

CHAPITRE 6

Mismatchs comptables et options envisagées

Afin d'analyser les mismatchs comptables observés lors de l'application d'un traité de réassurance destiné à couvrir la garantie plancher en cas de décès pour notre produit d'épargne en unités de compte, nous présentons ici les résultats annuels du groupe de contrats d'assurance ainsi que ceux du traité de réassurance. Ces résultats reflètent à la fois des modifications d'hypothèses techniques, notamment la mise à jour des hypothèses de mortalité, et économiques, telles que l'évolution des rendements financiers.

6.1 Illustration des mismatchs comptables

Comme précédemment établi, notons que les profits nets au taux sans risque de la partie monétaire sont comptabilisés au niveau des fonds propres de l'entreprise et non au niveau du résultat de l'année.
Les rendements des actions, considérés être détenus à des fins de transaction sont comptabilisés au niveau du résultat de l'année.

6.1.1 Résultat financier de l'assurance

Montant	P&L	Commentaire
Insurance result	3 142	
(g) Investment return	(48 552)	
(h) Insurance financial income or expense	44 031	
Investment result	**(4 521)**	L'impact financier sur le passif est absorbé par la CSM en VFA
P&L of the year	(1 379)	

TABLE 6.1 – Mismatch au niveau du résultat de l'assurance

Other comprehensive income

Produits des placements OCI	**4 521**
Other Comprehensive Income (OCI)	4 521

TABLE 6.2 – Other comprehensive income

Le résultat financier en VFA est nul par construction puisque les impacts financiers sont absorbés par la CSM.
La comptabilisation de la partie monétaire qui évolue au taux sans risque 1 an au niveau des fonds propres crée un mismatch comptable en déplaçant le résultat financier et en créant dans ce cas de figure un déficit ne devant pas figurer dans le P&L. En effet, l'impact financier sur le passif est absorbé par la CSM, mais l'impact sur l'actif est comptabilisé au niveau de l'OCI.

Cette discordance risque de mal refléter le résultat d'investissement de l'entreprise d'assurance.

6.1.2 Résultat financier de l'assurance en comparaison avec celui de la réassurance

Montant	**Assurance**	**Réassurance**
(Re)insurance result	3 142	35.71
(g) (Re)insurance Investment return	(48 552)	-
(h) (Re)insurance financial income or expense	44 031	1 527.05
Investment result	(4 521)	**1 527.05**
P&L of the year	(1 379)	1 562.77

TABLE 6.3 – Mismatch au niveau du résultat de la réassurance

Produits des placements OCI	4 521
Other Comprehensive Income (OCI)	4 521

TABLE 6.4 – Other comprehensive income

Le résultat financier de la réassurance comporte l'impact du risque financier lié à la baisse des rendements de l'actif sur les futurs sinistres cédés.
En effet, la provision mathématique diminuée des rendements financiers négatifs augmente considérablement le nombre des trajectoires de rendement des actions qui passent en dessous du capital minimal garanti, augmentant ainsi les estimations portant sur les sinistres cédés.

Cet impact n'est pas reflété dans le résultat d'assurance puisqu'un tel impact est absorbé intégralement par la CSM créant ainsi un mismatch entre le résultat de réassurance et le résultat d'assurance.

Nous rappelons que l'impact net de la désactualisation des différents agrégats de la baisse des rendements des actions sur la CSM, c'est-à-dire l'estimation de la valeur actuelle des profits de l'entreprise, comme illustré dans le tableau 5.5 est de -8 703 milliers d'euros.
Cette baisse considérable des profits futurs est liée à la fois à la baisse des chargements, ainsi que l'augmentation des capitaux sous risque.
La partie relevant de cette augmentation devrait être partiellement compensée par l'augmentation des futurs engagements du réassureur via le traité en quote-part de 90% portant sur les CSR.
Hors, nous retrouvons cette couverture financière liée à la réassurance au niveau du résultat de l'année.
Ceci risque de surévaluer le résultat de l'entreprise d'assurance et de compromettre celui du réassureur.
Parmi les réassureurs, nous constatons, d'ores et déjà, une baisse de l'offre de réassurance liée à cette contrainte réglementaire.

6.2 Traitement des mismatchs comptables

Nous illustrons, dans ce qui suit, les différentes solutions explorées afin d'atténuer ce mismatch comptable.

6.2.1 Option OCI VFA

En ce qui concerne le mismatch au niveau du résultat de l'assurance, l'option OCI en VFA, permet de comptabiliser l'écart résultant de l'impact financier des instruments comptabilisés en juste valeur par OCI sur le passif d'assurance au niveau des fonds propres au lieu du P&L.
En appliquant cette option, nous arrivons à retrouver un résultat d'investissement nul au niveau du résultat de l'année.
Dans ce cas de figure, ce sont les fonds propres qui absorbent l'impact en question.

6.2.1.1 Résultat financier de l'assurance

Montant	P&L	Commentaire
Insurance result	3 142	
(g) Investment return	(48 552)	
(h) Insurance financial income or expense	**48 552**	
Investment result	**-**	L'impact financier sur les flux futurs est absorbé par la CSM en VFA
P&L of the year	3 142	

Table 6.5 – Application de l'option OCI VFA

Produits des placements OCI	4 521
Impact sur le passif des produits des placements OCI	**(4 521)**
Other Comprehensive Income (OCI)	**-**

TABLE 6.6 – Impact sur les fonds propres

Le mismatch constaté entre le résultat de l'assurance et celui de la réassurance est traité en utilisant l'une des deux options suivantes :

— L'option OCI BBA : l'impact des écarts financiers constatés au niveau du résultat de réassurance impacte désormais directement les fonds propres.

— L'option d'atténuation des risques (Risk mitigation option) :
Sous IFRS 17, l'option d'atténuation des risques permet à l'entreprise d'assurance de constater les effets des changements au niveau du risque financier couverts soit par des instruments financiers, soit par des traités de réassurance, au niveau du P&L de l'assurance au lieu de la CSM.
Le traité de réassurance considéré couvre à la fois le risque de mortalité ainsi que le risque financier, l'allocation des risques selon la méthode de Shapley, comme étudié précédemment, permet d'appliquer cette option de façon équitable à la part financière de ce type de couverture.

6.2.2 Option OCI BBA

Nous retrouvons ainsi l'impact de l'application de l'option OCI BBA sur le P&L de réassurance. La désactualisation au taux constant du BE et du RA impacte le P&L (B132(a)(i). L'écart entre le BE actualisé au taux courant de l'année N+1, après application de l'impact financier, et le BE actualisé au taux constant de la même année est comptabilisé en OCI (B130(b)).

6.2.2.1 Résultat financier de l'assurance en comparaison avec celui de la réassurance

Montant	**Assurance**	**Réassurance**
(Re)insurance result	3 142	35.71
(g) (Re)insurance Investment return	(48 552)	-
(h) (Re)insurance financial income or expense	48 552	-
Investment result	-	**-**
P&L of the year	3 142	35.71

TABLE 6.7 – Application de l'option OCI BBA

Produits nets des placements OCI	4 521
Impact sur le passif des produits nets des placements OCI	(4 521)
Impact des écarts d'expérience économique sur les futurs flux cédés	**1 527.05**
Other Comprehensive Income (OCI)	**1 527.05**

TABLE 6.8 – Impact sur les fonds propres

Cette option permet de lisser l'impact financier dans le temps via le stock OCI.

Alternativement, l'option d'atténuation des risques peut être utilisée afin de constater cet impact au niveau du résultat de l'assurance. La CSM n'est donc plus impactée par le changement au niveau du risque financier couvert par le traité de réassurance. [1]

6.2.3 Option d'atténuation des risques

Dans le cadre de **l'option d'atténuation des risques**, dont l'application est illustrée plus tard dans cette étude, et selon le paragraphe B115 de la norme, si l'entité d'assurance utilise des instruments dérivés ou des contrats de réassurance afin de se couvrir face au risque financier associé aux contrats participatifs directs, elle peut appliquer l'option d'atténuation des risques (ou Risk mitigation option) afin de réduire le mismatch comptable dû à une comptabilisation différente de l'impact du changement au niveau du risque financier couvert.
L'entité est tenue de spécifier à l'écrit la façon dont les instruments dérivés ou les traités de réassurance permettent de couvrir le risque financier en question, ainsi que de mesurer l'effet du changement au niveau du risque financier de manière consistante entre les contrats sous-jacents et les instruments de couverture.

Nous rappelons que le traité de réassurance souscrit porte sur les réalisations des capitaux sous risque, c'est-à-dire les écarts positifs probabilisés par les probabilités de décès entre la provision mathématique et le capital garanti.

$$CSR = q_x \cdot (PM - K)^+ \tag{6.1}$$

Nous pouvons remarquer que les capitaux sous risque incorporent à la fois un risque technique lié à la mortalité et un risque financier lié aux rendements des actifs.
En effet, l'évolution de la PM dépend à la fois des rendements et des prestations cédées. On rajoute à cela le facteur multiplicatif lié à la probabilité de décès. Ceci rend difficile d'attribuer la variation des capitaux sous risque utilisée dans l'analyse de mouvement du traité de réassurance à un type de risque plutôt qu'à un autre.
Dans notre exemple, nous avons à la fois des écarts d'expérience économique liés à la baisse des rendements des actions et des changements d'hypothèses techniques avec une augmentation du taux de mortalité.

Notons par :

$CSR_{0,0}$: Valeur actuelle initiale des capitaux sous risque
$CSR_{1,0}$: Valeur actuelle après changement des hypothèses techniques
$CSR_{0,1}$: Valeur actuelle après écarts d'expérience économique
$CSR_{1,1}$: Valeur actuelle après changement des hypothèses techniques et écarts d'expérience économique

L'option d'atténuation des risque (B115) est applicable sur l'impact du risque financier sur la couverture de réassurance.
Afin de pouvoir distinguer l'impact du risque financier au niveau des étapes de changement d'hypothèses économiques et des écarts d'expérience économique, nous proposons l'application de **la méthode de Shapley**, développée dans le cadre de la théorie des jeux coopératifs.
La méthode de Shapley est utilisée pour mesurer l'impact de chaque acteur ou variable sur un résultat global en attribuant une "valeur de Shapley" à chaque contributeur.
Cette valeur est calculée en prenant la moyenne de la contribution marginale de chaque acteur à toutes les combinaisons possibles de la coalition, assurant une répartition équitable des impacts.
La valeur de Shapley pour un joueur i dans une coalition N est donnée par la formule suivante :

$$\phi_i = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{|S|!\,(|N| - |S| - 1)!}{|N|!} \left(v(S \cup \{i\}) - v(S)\right)$$

avec :

— S un sous-ensemble de joueurs ne contenant pas i
— $v(S)$ est la valeur de la coalition S
— $|S|$ désigne le nombre d'éléments dans S

Cette modélisation permet de calculer l'effet moyen d'ajout de chaque acteur à toutes les configurations possibles, rendant ainsi la répartition des impacts plus transparente et équitable.

Afin de revenir sur notre problématique, nous identifions deux joueurs, l'impact financier et l'impact technique. Le nombre de permutations possibles est égal à 4.
L'application de la méthode permet d'isoler l'impact financier afin d'y appliquer l'option d'atténuation des risques :

$$\text{Impact}_{\text{financier}} = \frac{1}{2}\left[(CSR_{0,1} - CSR_{0,0}) + (CSR_{1,1} - CSR_{1,0})\right] \tag{6.2}$$

Les propriétés de la méthode de Shapley sont les suivantes :

— **Efficacité :** La somme des valeurs attribuées à tous les joueurs est égale à la valeur totale de la situation.
— **Symétrie :** Si deux joueurs ont une contribution identique à toutes les coalitions, ils doivent recevoir la même valeur.
— **Nullité :** Un joueur qui n'apporte aucune contribution (c'est-à-dire, dont la valeur marginale est nulle pour toutes les coalitions) reçoit une valeur nulle.
— **Additivité :** Si le problème peut être décomposé en sous-problèmes, la valeur de Shapley de la combinaison est la somme des valeurs de Shapley des sous-problèmes.
— **Monotonie :** Si la valeur marginale d'un joueur augmente, sa valeur de Shapley doit également augmenter.

Nous proposons la figure ci-après afin de constater l'effet de l'application de la méthode de Shapley par rapport à l'application de l'ordre itératif d'application des changements d'hypothèses et des écarts d'expérience, comme établi pour le modèle VFA.

Nous suivons l'effet sur le best estimate dans la figure ci-après.

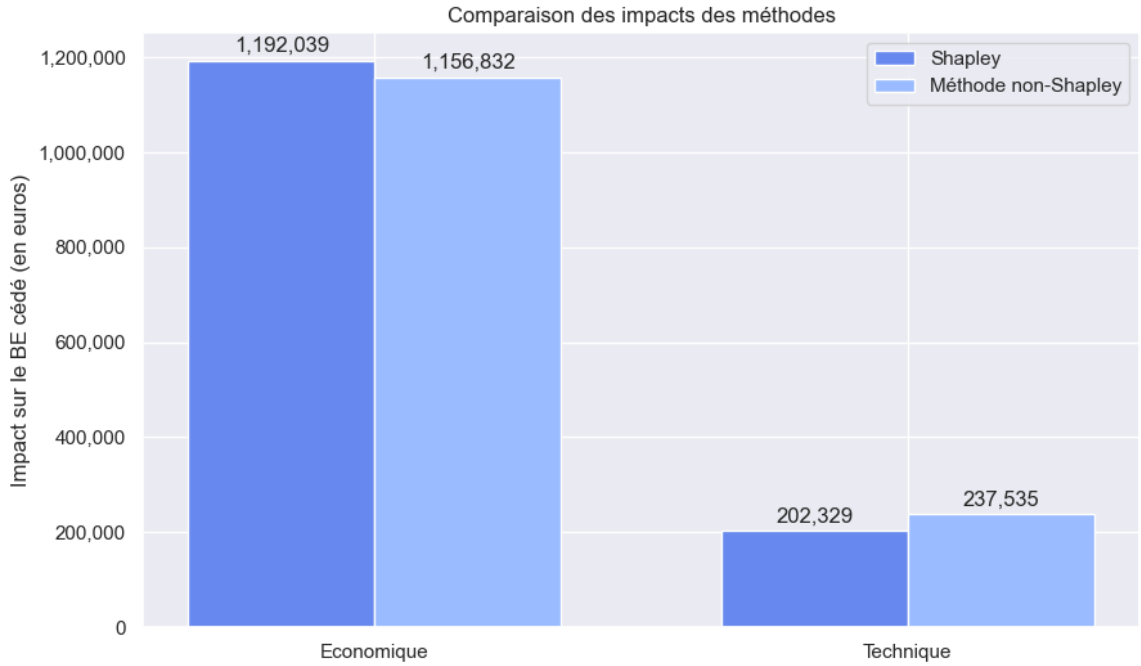


FIGURE 6.1 – Comparaison des impacts constatés par les deux méthodes

La méthode de Shapley pour la juste allocation des impacts fait augmenter l'impact financier de 3%. Elle fait diminuer l'impact technique de 14.8%.

Dans cet exemple spécifique avant application des options d'atténuation des mismatchs comptables, la méthode de Shapley permet de revoir à la hausse l'impact financier et de mieux comptabiliser la couverture financière via la réassurance, considérée dans le cadre de cette étude.

Notons que différemment de l'option OCI BBA, l'option d'atténuation des risques impacte également la CSM. La CSM n'absorbe plus cet écart financier négatif. Ainsi, elle est augmentée. Ceci a un impact rétroactif sur le résultat d'assurance via l'amortissement de la CSM qui suit cette augmentation. Cette augmentation de l'amortissement est de l'ordre de 165 k€, ce qui est reflété par le résultat d'assurance de l'année N+1, mais aussi par l'amortissement de la CSM pour les années à venir.

6.2.3.1 Résultat financier de l'assurance en comparaison avec celui de la réassurance

1. Une augmentation de 165 k€ au niveau du résultat est due à l'augmentation de l'amortissement de la CSM suite à la diminution de l'impact financier couvert par la réassurance dans le cadre de l'option d'atténuation des risques.

Montant	Assurance	Réassurance
(Re)insurance result	**3 307**	35.71
(g) (Re)insurance Investment return	(48 552)	-
(h) (Re)insurance financial income or expense	47 069	1 527.05
Investment result	**(1 483)**	1 527.05
P&L of the year	1 824 [1]	1562.76

TABLE 6.9 – Application de l'option d'atténuation des risques

Produits des placements OCI	4 521
Impact sur le passif des produits des placements OCI	**(4 521)**
Other Comprehensive Income (OCI)	**-**

TABLE 6.10 – Impact sur les fonds propres

L'effet de l'application de l'option d'atténuation des risques, contrairement à celui de l'application de l'option OCI BBA, a un effet à long terme dû au relâchement de la CSM, augmentée de l'écart attribuable à l'impact financier.

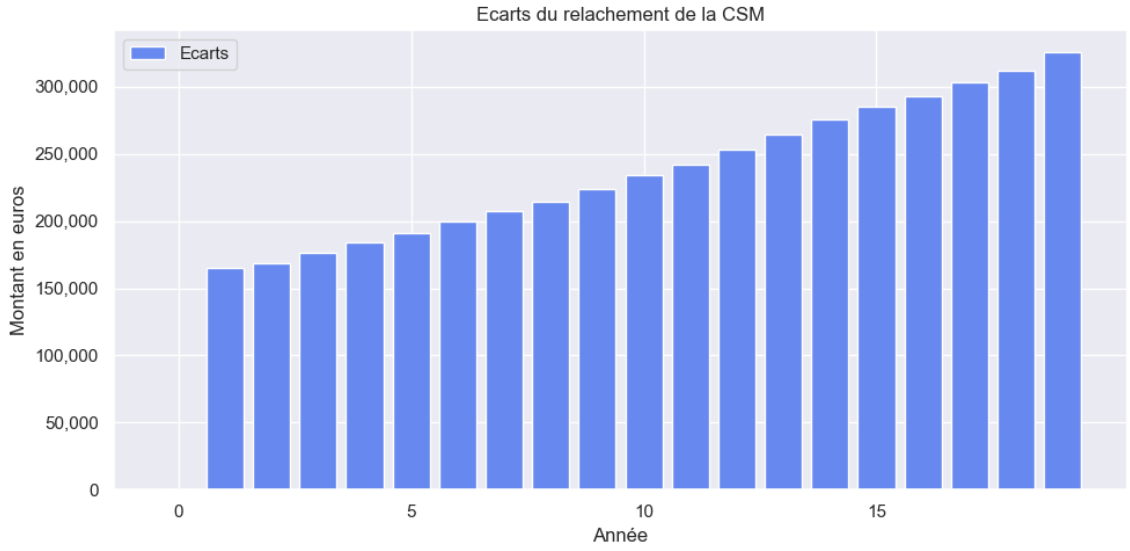


FIGURE 6.2 – Ecarts au niveau du relâchement de la CSM

Nous retrouvons notamment l'écart de 165k€ suite à l'augmentation du relâchement de la CSM ajustée via l'option d'atténuation des risques qui impacte le résultat d'assurance.

6.3 Synthèse des effets de l'application des différentes options

Afin de synthétiser l'impact de l'application des différentes options sur le résultat, les fonds propres et la CSM, le tableau récapitulatif 6.11 est présenté.

Option	**Résultat d'assurance**	**Résultat de réassurance**	**Résultat net de réassurance**	**OCI**	**CSM**
Option OCI VFA	+ 4 521	-	+ 4 521	- 4 521	-
Option OCI BBA	-	-1 527.05	-1 527.05	+ 1 527.05	-
Option d'atténuation des risques	- 1 318	-	- 1 318	-	+ 1 483
OCI VFA et OCI BBA	+ 4 521	-1 527.05	+ 2 993.95	- 2 993.95	-
OCI VFA et Atténuation des risques	+ 3 203	-	+ 3 203	- 4 521	+ 1 483

TABLE 6.11 – Effets de l'application des différentes options

L'option d'atténuation des risques conduit à une réduction moindre du résultat net de réassurance par rapport à l'option OCI BBA. Cette différence s'explique par un amortissement plus important de la CSM, consécutif à son accroissement dû à la libération de l'impact financier défavorable.
L'option OCI BBA permet néanmoins d'augmenter les fonds propres à hauteur du mismatch comptable et de lisser les impacts dans le temps via le stock OCI.
L'option d'atténuation des risques permet de lisser cet effet dans le temps via l'augmentation de la CSM.
L'option OCI VFA permet dans ce cas de figure de revoir à la hausse le résultat net de réassurance, en contrepartie de la baisse des fonds propres de l'entreprise.

CHAPITRE 7

Autres sensibilités étudiées

Afin d'obtenir une compréhension plus approfondie de l'impact que la dynamique des risques économiques et biométriques exerce sur les états financiers de l'entreprise d'assurance, nous appliquons la même méthodologie à divers scénarios d'évolution des écarts d'expérience économique et des modifications des hypothèses techniques.

7.1 Scénario de hausse de la longévité

Nous considérons un changement d'hypothèses techniques avec une baisse de la mortalité de 10%, tout en maintenant le même écart d'expérience économique avec une baisse des rendements des actions de 41.9%.

La longévité est favorable pour l'assureur avec la baisse de la valeur actuelle des engagements futurs de 436 k€ contre une hausse de 413 k€ précédemment constatée avec la hausse de la mortalité de la même valeur de 10%.

Nous avons le même impact sur les engagements du réassureur avec une baisse de 159 k€ contre une hausse de 202 k€ précédemment constatée.

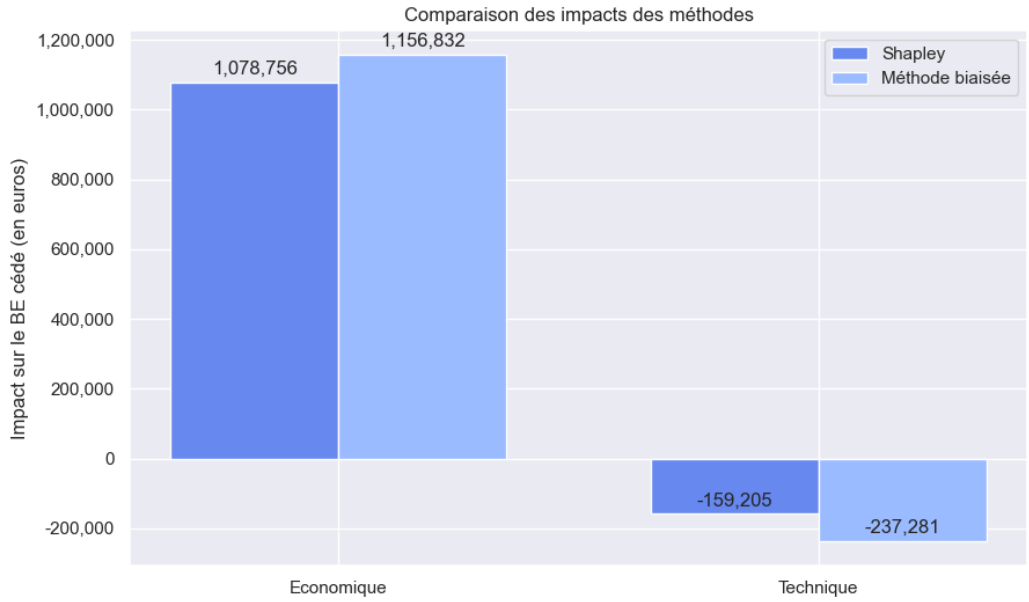


FIGURE 7.1 – Effet de l'application de la méthode de Shapley sous le scénario 1

L'impact constaté de la méthode de Shapley sur l'allocation des impacts est inversé avec

une revue à la baisse des impacts des écarts d'expérience économique et une revue à la hausse des impacts des changements d'hypothèses techniques par rapport à la méthode standard.

Ceci nous permet de confirmer davantage la pertinence de l'utilisation de la méthode de Shapley afin de s'assurer d'un partage le plus juste possible du sort entre l'assureur d'une part et le réassureur d'autre part.

Pour l'option d'atténuation des risques, l'impact sur le P&L d'assurance est moindre que dans le cas du mémoire avec un impact total de -1220K euros.

7.2 Scénario de hausse des rendements des actions

Nous considérons un scénario où les rendements des actions augmentent de 45% de leur valeur de marché initiale et un changement d'hypothèses techniques avec la hausse de la mortalité de 10%.

La valeur de marché de l'actif augmente de 71 401 k€. Les engagements au niveau du best estimate augmentent aussi de 56 774 k€. L'augmentation de la provision mathématique fait augmenter les chargements en dépit de la hausse des prestations.

La hausse de la provision mathématique fait considérablement diminuer la probabilité que cette dernière passe en dessous de la garantie.
Ce constat est synonyme de la baisse des engagements du réassureur après application de l'impact du risque financier.
La méthode de Shapley permet de revoir à la baisse l'impact financier en valeur absolue et à la hausse l'impact technique sur le best estimate cédé.

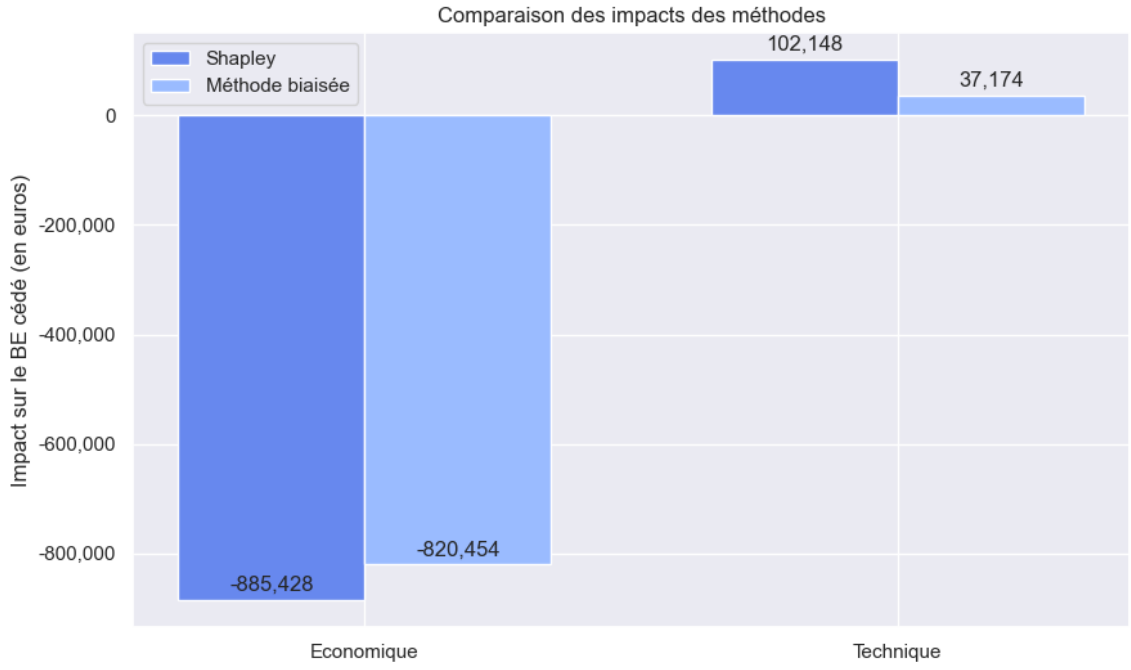


FIGURE 7.2 – Effet de l'application de la méthode de Shapley sous le scénario 2

Pour l'option d'atténuation des risques, l'impact sur le P&L d'assurance est de +1001.8K euros.

7.3 Scénario de baisse extrême des rendements des actions

Nous considérons le scénario de baisse de 45% des rendements des actions, toujours avec un changement des hypothèses techniques de hausse de la mortalité de 10%.
Cette baisse fait diminuer la valeur de marché de 71 401 k€. Les engagements sont aussi revus à la baisse de 58 112 k€. Le déficit entre actif et passif est de l'ordre de 13 289 k€. Nous constatons une baisse plus large que celle notée dans le cadre du scénario tout au long de ce mémoire qui était de 8 703 k€. Ceci est dû à l'asymétrie provenant de la garantie plancher en cas de décès.

La méthode de Shapley permet d'avoir une répartition de l'impact financier et technique semblable à celle constatée dans le cadre de ce mémoire.

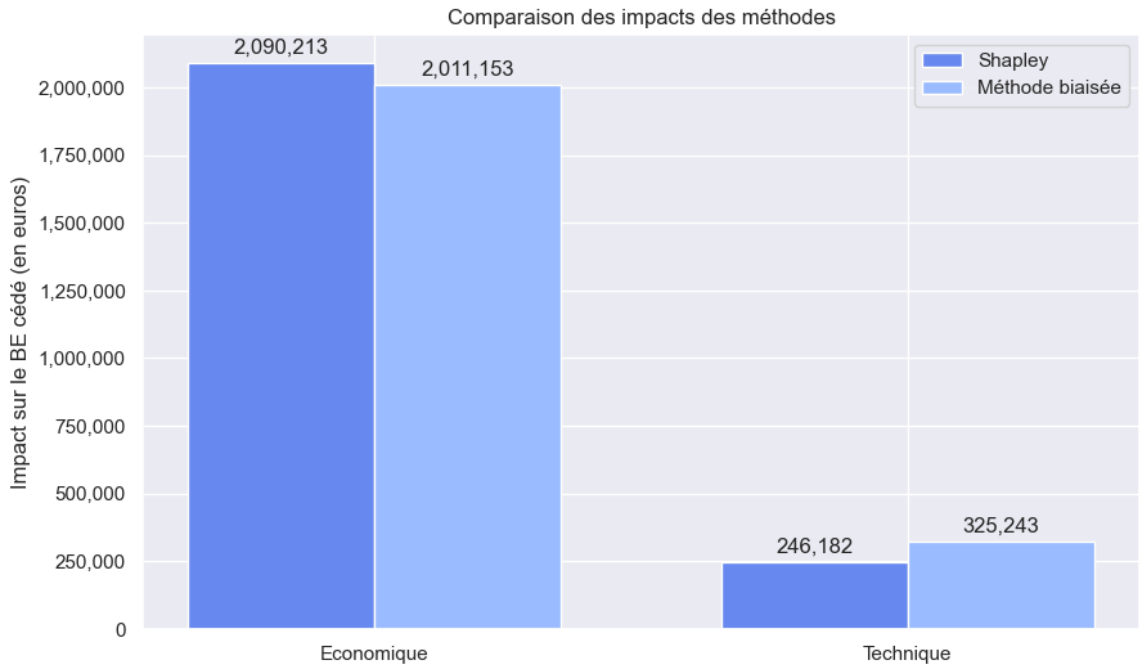


FIGURE 7.3 – Effet de l'application de la méthode de Shapley sous le scénario 3

Pour l'option d'atténuation des risques, l'impact sur le P&L d'assurance est plus important que dans le cas du mémoire avec un impact total de -1562K euros.

Conclusion

La gestion des mismatchs comptables entre les traités de réassurance et les contrats d'assurance est un enjeu crucial pour assurer la cohérence et la transparence des états financiers, ainsi que la stimulation de l'offre de réassurance en épargne dans un contexte économique difficile.

Comme nous avons pu établir à partir des écarts découlant des différences dans les modalités de comptabilisation, les flux propres aux contrats d'assurance et les flux cédés au réassureur créent des discordances au niveau des états financiers pouvant impacter la situation financière soit de la cédante, soit du cessionnaire, selon l'évolution de l'environnement économique.

Nous pouvons piloter le résultat de l'entreprise d'assurance afin de résoudre ces problématiques via l'application des options prévues par la norme IFRS 17.

Nous constatons que le choix de l'application d'une option plutôt qu'une autre repose sur le choix de l'entreprise en question, de lisser les écarts dans le temps soit via la CSM en utilisant l'option d'atténuation des risques, soit en impactant ses fonds propres via l'option OCI, afin de faire face aux contraintes réglementaires.

L'application de la méthode de Shapley nous a permis de répartir les impacts de différentes natures et d'avoir un partage du sort adéquat entre l'assureur d'une part et le réassureur d'autre part.

L'extension de l'étude vers d'autres classes d'actifs comme les obligations est envisageable, notamment pour étudier la sensibilité à la volatilité de la courbe des taux dans le contexte de IFRS 17.

L'étude d'autres formes de réassurance peut être pertinente en vue d'avoir une vision plus compréhensive sur le marché de réassurance vie et les spécificités réglementaires qui l'encadrent.

Annexe - Suppléments théoriques

Test Augmenté de Dickey-Fuller

Le test augmenté de Dickey-Fuller (ADF) est une méthode statistique utilisée pour vérifier la stationnarité d'une série temporelle, une condition essentielle pour de nombreuses techniques d'analyse et de modélisation des séries temporelles. L'hypothèse nulle de ce test stipule que la série temporelle possède une racine unitaire, c'est-à-dire qu'elle est non stationnaire. À l'inverse, l'hypothèse alternative postule que la série est stationnaire.

Le test ADF est une version améliorée du test de Dickey-Fuller classique, qui inclut des termes de retard supplémentaires pour contrôler l'autocorrélation résiduelle.
Cela le rend particulièrement utile dans les cas où les erreurs résiduelles présentent une structure corrélée.

Mathématiquement, le modèle de régression considéré pour le test est exprimé comme suit :

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

où Δy_t est la différence première de la série, t est une tendance temporelle optionnelle, α représente une constante, et γ est le paramètre clé qui indique la présence ou l'absence de racine unitaire. Les termes de retard Δy_{t-i} sont inclus pour capturer l'autocorrélation.

Si la statistique du test est inférieure à une valeur critique appropriée, nous rejetons l'hypothèse nulle et concluons que la série est stationnaire. Le test ADF est couramment utilisé dans des domaines tels que l'économie, la finance et la météorologie, pour préparer les séries temporelles à des analyses comme les modèles ARIMA ou les prévisions.

Test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov (KS) est un test statistique non paramétrique qui évalue si une distribution empirique diffère de manière significative d'une distribution théorique donnée ou si deux distributions empiriques sont significativement différentes l'une de l'autre. Ce test est largement utilisé pour vérifier l'adéquation d'un modèle statistique, comparer des échantillons ou tester des hypothèses sur des données de nature continue.

La statistique du test est basée sur la distance maximale entre les fonctions de répartition cumulées des distributions comparées. Si $F(x)$ représente la fonction de répartition cumulée théorique et $F_n(x)$ la fonction empirique, alors la statistique KS est définie par :

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

Dans le cas où deux distributions empiriques $F_{n,1}(x)$ et $F_{n,2}(x)$ sont comparées, la statistique est donnée par :

$$D_n = \sup_x |F_{n,1}(x) - F_{n,2}(x)|$$

Le test repose sur l'hypothèse nulle selon laquelle les distributions comparées sont identiques. Une valeur élevée de D_n indique une divergence significative entre les distributions, permettant de rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de confiance donné.

Le test de Kolmogorov-Smirnov est particulièrement utile en raison de son indépendance par rapport à la forme de la distribution et de sa sensibilité aux différences globales entre les distributions. Cependant, il est plus adapté aux échantillons continus et peut perdre en puissance lorsque les données présentent des valeurs discrètes ou des échantillons de petite taille.

Test de Jarque-Bera

Le test de Jarque-Bera (JB) est un test statistique qui permet de vérifier si une série de données suit une distribution normale. Il repose sur les propriétés de la skewness (asymétrie) et de la kurtosis (aplatissement) d'une distribution. Ce test est couramment utilisé en statistique et en finance, où l'hypothèse de normalité est une condition préalable à de nombreuses méthodes d'analyse.

La statistique du test de Jarque-Bera est calculée à partir des coefficients d'asymétrie S et d'aplatissement K de la série, selon la formule :

$$JB = n\left(\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24}\right)$$

où n est la taille de l'échantillon, S est le coefficient d'asymétrie, et K est le coefficient d'aplatissement. Sous l'hypothèse nulle, les données suivent une distribution normale, et la statistique JB suit approximativement une distribution du khi-deux (χ^2) avec deux degrés de liberté.

Une valeur élevée de la statistique JB indique une déviation significative par rapport à la normalité, ce qui conduit au rejet de l'hypothèse nulle. Ce test est particulièrement sensible aux anomalies dans les queues de la distribution (kurtosis) ou aux asymétries marquées.

Bien que le test de Jarque-Bera soit utile pour détecter les écarts à la normalité, il est limité aux grands échantillons en raison de son hypothèse asymptotique. Il est souvent utilisé conjointement avec des tests graphiques, tels que les histogrammes ou les Q-Q plots, pour évaluer la normalité des données.

Annexe - Compléments sur les séries temporelles

Modèle GARCH

Le modèle GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) est un modèle économétrique largement utilisé pour modéliser et prévoir la volatilité conditionnelle dans des séries temporelles financières. Introduit par Bollerslev en 1986, le modèle GARCH généralise le modèle ARCH en permettant à la variance conditionnelle de dépendre non seulement des chocs passés, mais aussi de ses propres valeurs passées. Un modèle GARCH(1,1), par exemple, peut être défini comme suit :

$$y_t = \mu + \epsilon_t, \quad \epsilon_t = z_t \sqrt{h_t}, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0,1)$$

$$h_t = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$$

où h_t représente la variance conditionnelle au temps t, $\omega > 0$, $\alpha \geq 0$, et $\beta \geq 0$ sont les paramètres du modèle. La condition $\alpha + \beta < 1$ garantit la stationnarité de la variance.

L'estimation des paramètres du modèle GARCH est généralement effectuée par la méthode du maximum de vraisemblance. Cette approche consiste à maximiser la log-vraisemblance conditionnelle de la série temporelle, donnée par :

$$\ell(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^{n} \left(\ln(2\pi) + \ln(h_t) + \frac{\epsilon_t^2}{h_t} \right)$$

où $\theta = (\mu, \omega, \alpha, \beta)$ est le vecteur des paramètres à estimer. L'optimisation de cette fonction de log-vraisemblance est réalisée par des algorithmes numériques tels que la méthode de Newton-Raphson ou les algorithmes quasi-Newton.

Le modèle GARCH est particulièrement adapté pour analyser les séries temporelles caractérisées par des volatilités conditionnellement hétéroscédastiques et des phénomènes de clustering de la volatilité. Cependant, son estimation peut être sensible aux choix initiaux et requiert des hypothèses fortes, telles que la normalité des innovations.

Modèle de Lee-Carter

Le modèle de Lee-Carter est un modèle de mortalité paramétrique utilisé pour prévoir les taux de mortalité futurs. Il repose sur une décomposition des taux de mortalité $m_{x,t}$ en une tendance temporelle et un effet de cohortes. Le modèle est généralement formulé de la manière suivante :

$$\log m_{x,t} = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \epsilon_{x,t}$$

où :

— $m_{x,t}$ est le taux de mortalité à l'âge x et à l'année t,

— α_x est une constante spécifique à l'âge x, représentant l'effet de base de la mortalité à cet âge,

— β_x est un coefficient spécifique à l'âge x, représentant l'ampleur de l'effet temporel pour chaque âge,

— κ_t est un facteur temporel commun pour tous les âges, qui capture l'évolution générale de la mortalité au fil du temps,

— $\epsilon_{x,t}$ est un terme d'erreur aléatoire.

L'estimation se fait selon l'algorithme suivant :

1. **Calcul de a_x :**
   — On commence par calculer a_x, qui est la moyenne de $\ln(m_{x,t})$ sur toutes les années t pour chaque âge x :
   $$a_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \ln(m_{x,t})$$
2. **Calcul de $A_{x,t}$:**
   — On soustrait a_x de $\ln(m_{x,t})$ pour chaque observation, ce qui nous donne la matrice $A_{x,t}$:
   $$A_{x,t} = \ln(m_{x,t}) - a_x$$
3. **Décomposition en valeurs singulières (SVD) :**
   — On effectue la décomposition en valeurs singulières de la matrice $A_{x,t}$:
   $$U \Sigma V^* = \mathrm{SVD}(A_{x,t})$$
   où :
   — U est une matrice $n \times r$ contenant les vecteurs singuliers à gauche,
   — Σ est une matrice $r \times r$ contenant les valeurs singulières,
   — V^* est une matrice $r \times t$ contenant les vecteurs singuliers à droite.
4. **Calcul de b_x, s_1 et k_t :**
   — Les composantes principales de la décomposition SVD permettent d'extraire les paramètres du modèle :
   $$b_x = (u_{1,1}, u_{2,1}, \ldots, u_{x,1})$$
   où $u_{x,1}$ est la première colonne de U,
   $$k_t = (v_{1,1}, v_{1,2}, \ldots, v_{1,t})$$
   où $v_{1,t}$ est la première ligne de V^*,

— s_1 est la première valeur singulière (scalant l'impact temporel).

5. **Prévision de k_{t+n}** :
   — On prévoit k_{t+n} pour n années supplémentaires en utilisant un modèle ARIMA sur la série temporelle k_t :
   $$k_{t+n} = \text{ARIMA}(k_t, n)$$
6. **Prévision des taux de mortalité** :
   — En utilisant les valeurs prévues de k_{t+n}, b_x et a_x, on peut calculer les taux de mortalité prévus $m_{x,t+n}$ pour chaque âge x et année $t+n$:
   $$m_{x,t+n} = \exp(a_x + s_1 k_{t+n} b_x)$$

Annexe - Ajustement pour risque de défaut du réassureur

La dérivation de la formule simplifiée pour l'ajustement pour risque de défaut du réassureur est illustrée par l'Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (CEIOPS) dans consultation paper No.76 publié le 2 novembre 2009.

Notons $BE_{\text{cédé}}$ le best estimate des flux cédés au réassureur à la date de première comptabilisation.

$$BE_{\text{cédé}} = \sum_{t \geq 1} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

avec CF_t les flux cédés au pas de projection t et r le taux d'actualisation supposé constant.

Notons par $p_{\text{défaut}}$ la probabilité de défaut du réassureur à horizon 1 an. La probabilité de défaut est supposée constante.

Notons par TR le taux de recouvrement.

L'ajustement pour risque de contrepartie peut ainsi s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} Adj &\approx -\sum_{t \geq 1} \frac{\left(1-(1-p_{\text{défaut}})^t\right) \cdot (1-TR) \cdot CF_t}{(1+r)^t} \\ &= -(1-TR) \cdot BE_{\text{cédé}} + (1-TR) \cdot \sum_{t \geq 1} \left(\frac{1-p_{\text{défaut}}}{1+r}\right)^t \cdot CF_t \\ &= -(1-TR) \cdot BE_{\text{cédé}} + (1-TR) \cdot \sum_{t \geq 1} \left(\frac{1}{1+s}\right)^t \cdot CF_t \end{aligned}$$

avec $s = r + \frac{p_{\text{défaut}}}{1-p_{\text{défaut}}}$ et l'approximation $\frac{r}{1-p_{\text{défaut}}} \approx r$ si $p_{\text{défaut}}$ est suffisamment petite

Nous pouvons ainsi réécrire :

$$Adj \approx -(1-TR) \cdot (BE_{\text{cédé}} - BE^*_{\text{cédé}})$$

avec $BE^*_{\text{cédé}}$ le best estimate actualisé avec le taux s.

Ce nouveau best estimate est approximé en utilisant la notion de duration comme suit :

$$\begin{aligned} BE^{*}_{\text{cédé}} &\approx BE_{\text{cédé}} - \text{Dur}_{\text{mod}} \cdot (s - r) \cdot BE_{\text{cédé}} \\ &= BE_{\text{cédé}} - \text{Dur}_{\text{mod}} \cdot \frac{p_{\text{défaut}}}{1 - p_{\text{défaut}}} \cdot BE_{\text{cédé}} \end{aligned}$$

avec Dur_{mod} la duration modifiée qui s'exprime ainsi :

$$\text{Dur}_{\text{mod}} = \frac{1}{BE_{\text{cédé}}} \cdot \frac{1}{1 + r} \cdot \sum_{t \geq 1} \frac{t \cdot CF_t}{(1 + r)^t}$$

En remplaçant dans l'expression simplifiée de l'ajustement pour risque de défaut, nous retrouvons :

$$Adj \approx -(1 - TR) \cdot \text{Dur}_{\text{mod}} \cdot \frac{p_{\text{défaut}}}{1 - p_{\text{défaut}}} \cdot BE_{\text{cédé}}$$

Table des figures

2.1 Composantes du bilan IFRS 9 / IFRS 17 20

3.1 Répartition de l'effectif et de la PM initiale en fonction de l'âge 26
3.2 Garantie plancher / majorée 27
3.3 Garantie indexée 27
3.4 Garantie cliquet 28
3.5 Répartition du fonds OPCVM 29
3.6 Test de martingalité 32
3.7 Courbe des taux sans risque avec VA au 31/12/N 32
3.8 $\mathbb{E}[D(t)]/P(0,T) - 1$ 33
3.9 Evolution de $\hat{a}_x$ en fonction de l'âge 36
3.10 Evolution de $\hat{b}_x$ en fonction de l'âge 37
3.11 Evolution de $\hat{k}_t$ en fonction du temps 37
3.12 Evolution de $\Delta\hat{k}_t$ en fonction du temps 38
3.13 Autocorrélations de la série différenciée 39
3.14 Autocorrélations partielles de la série différenciée 39
3.15 Sorties du modèle ARIMA(0,1,2) 40
3.16 Validation du modèle 41
3.17 Test rétrospectif du modèle 41
3.18 Estimations de k_t 42
3.19 Chocs de mortalité et de longévité à horizon t=40 42
3.20 Chronique des PMs projetées 45
3.21 Chronique des taux d'amortissement 45

4.1 Réassurance en quote-part avec un taux de cession de 40% 48
4.2 Réassurance en excédent de plein 49
4.3 Excédent de sinistre 50
4.4 Répartition des primes de réassurance perçues en 2023 52
4.5 Répartition du marché de la réassurance vie 52
4.6 Répartition des formes de réassurance vie 53
4.7 Chronique des capitaux sous risque 58

5.1 Rendements journaliers de l'EUROSTOXX 50 60
5.2 ACF et PACF des rendements et des rendements au carré 61
5.3 Résultats du modèle GARCH(1,1) 62
5.4 Histogramme des résidus standardisés 62
5.5 Performance du modèle 65
5.6 Histogramme des rendements annuels cumulés 66
5.7 Illustration de la méthodologie d'analyse de mouvement 67
5.8 Evolution des prestations décès 70
5.9 Evolution des prestations rachat 70

5.10 Evolution de la TVOG 71

6.1 Comparaison des impacts constatés par les deux méthodes 86
6.2 Ecarts au niveau du relâchement de la CSM 87

7.1 Effet de l'application de la méthode de Shapley sous le scénario 1 89
7.2 Effet de l'application de la méthode de Shapley sous le scénario 2 90
7.3 Effet de l'application de la méthode de Shapley sous le scénario 3 91

Liste des tableaux

2 Effets de l'application des différentes options . . . 7
4 Impacts of the application of different options . . . 14

3.1 Composantes du bilan initial du passif . . . 44

4.1 Tableau récapitulatif des types de réassurance . . . 47
4.2 Taux de recouvrement et probabilités de défaut par notation . . . 51
4.3 Composantes du bilan initial de l'actif/passif . . . 57

5.1 Résultats pour chaque modèle . . . 63
5.2 Tableau des paramètres et de leurs p-values . . . 64
5.3 Statistiques et p-values du test de Ljung-Box pour différents lags . . . 64
5.4 Tableau des rendements et quantiles . . . 66
5.5 Étapes de l'analyse de mouvement en VFA . . . 67
5.6 Impact de l'investment component sur le P&L . . . 72
5.7 Roll-forward de la CSM . . . 73
5.8 P&L en fin d'année N+1 . . . 75
5.9 Other comprehensive income . . . 75
5.10 Évolution de la CSM cédée . . . 76
5.11 Évolution du BE et du RA cédé . . . 77
5.12 Evolution de la CSM cédée . . . 78
5.13 P&L de réassurance en fin d'année N+1 . . . 79

6.1 Mismatch au niveau du résultat de l'assurance . . . 80
6.2 Other comprehensive income . . . 81
6.3 Mismatch au niveau du résultat de la réassurance . . . 81
6.4 Other comprehensive income . . . 81
6.5 Application de l'option OCI VFA . . . 82
6.6 Impact sur les fonds propres . . . 83
6.7 Application de l'option OCI BBA . . . 83
6.8 Impact sur les fonds propres . . . 84
6.9 Application de l'option d'atténuation des risques . . . 87
6.10 Impact sur les fonds propres . . . 87
6.11 Effets de l'application des différentes options . . . 88

Bibliographie

[1] Institut des Actuaires. *Quelles solutions pour réduire la volatilité du résultat IFRS ?* Présentation lors de la "Journée 100% actuaires 100% data science". 2022. URL : https://www.institutdesactuaires.com/global/gene/link.php?doc_id=17524&fg=1 (visité le 04/12/2024).

[2] Association des Professionnels de la Réassurance en France. *Enquête Annuelle 2024*. Accédé le 1er décembre 2024. 2024. URL : https://www.apref.org/wp-content/uploads/2024/07/2024-07-10-Enquete-Annuelle-2024.pdf.

[3] Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR). *La garantie plancher en cas de décès : Analyse des pratiques des acteurs français*. Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution, 2023. URL : https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/rapport-gp_239.pdf.

[4] Caisse Centrale de Réassurance. *Les différents types de réassurance : définition*. Consulté le 28 novembre 2024. 2024. URL : https://info.ccr-re.com/fr/les-differents-types-de-reassurance.

[5] Santiago Fallos et al. *IFRS 17 : Point d'actualités et présentation des travaux du GT IFRS 17*. Présentation. Paris : GT IFRS 17, nov. 2018. URL : https://www.institutdesactuaires.com/global/gene/link.php?doc_id=14379&fg=1.

[6] IASB. *Exposé-sondage ES/2019/4 : Modifications d'IFRS 17*. Normes IFRS. Date limite de réception des commentaires : le 25 septembre 2019. Juin 2019.

[7] International Accounting Standards Board (IASB). *Risk Adjustment in a Group of Entities*. IFRS Transition Resource Group for IFRS 17. Consulté le 30 août 2024, à l'adresse https://www.ifrs.org/content/dam/ifrs/meetings/2018/may/trg-for-ifrs-17/ap02-risk-adjustment-in-a-group-of-entities.pdf. 2018.

[8] Louis Johen. *La réassurance vie en Covid long*. Publié à 9h30. 3 nov. 2021. URL : https://tribune-assurance.optionfinance.fr/lessentiel/la-reassurance-vie-en-covid-long.html.

[9] Jean-Michel Pinton. « IFRS 17 - Qu'avons nous appris avec les premiers chiffres publiés ». In : *Congrès des actuaires*. Visited on 08/06/2024. 2023.

[10] Frédéric Planchet et Pierre Thérond. *Modèles financiers et analyses de risque dynamiques en assurance : Les garanties plancher des contrats en unités de compte*. Support de cours réalisé à l'ISFA. 2004-2005.

[11] Sybille Vié. *AXA France signe un accord de réassurance avec AXA Réassurance Vie France*. Consulté le 30 juillet 2024. Déc. 2023. URL : https://www.argusdelassurance.com/epargne/assurance-vie/axa-france-signe-un-accord-de-reassurance-avec-axa-reassurance-vie-france.229799.