

**Mémoire présenté pour la validation de la Formation  
« Certificat d'Expertise Actuarielle »  
de l'Institut du Risk Management  
et l'admission à l'Institut des actuaires**

Par : Naoufel GHAFIR & Liangzi ZHONG

Titre : Impact des méthodes de provisionnement des primes non acquises sur la rentabilité technique en assurance emprunteur, et application dans le cadre du marché de la Cessione del Quinto en Italie

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de l'Institut des actuaires :*

---

---

---

Entreprise : AXA Partners

Nom : \_\_\_\_\_

Signature et Cachet :

*Membres présents du jury de l'Institut du Risk Management :*

---

---

---

---

---

---

---

---

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Marlène Escarnot

Signature :

Invité :

Nom : \_\_\_\_\_

Signature :

**Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels**

*(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise

*Secrétariat :*

*Bibliothèque :*

Signature(s) du candidat(s)

---

## *Remerciements*

---

Nous tenons à remercier particulièrement Marlène Escarnot pour sa confiance et ses précieux conseils qu'elle nous a apportés durant la réalisation de ce projet.

Nous remercions également Antoine Herbreteau pour avoir répondu à nos multiples questions sur le sujet.

Nous remercions M. Christophe Dutang pour les conseils avisés dont il nous a fait part durant ces travaux.

Nous remercions enfin nos familles respectives pour le soutien qu'ils nous ont apporté depuis le début de ce cursus, et pour la réalisation de ce mémoire.

## Résumé

---

**Mots clés** : assurance emprunteur, Provisions Pour Primes Non Acquises, méthode déterministes, profils de risque, stochastique.

Avec plus de 300 M€ de primes émises annuellement, le marché italien de la Cessione del Quinto représente un enjeu stratégique majeur pour l'activité d'AXA à l'international.

Cette activité présente néanmoins depuis son lancement certaines difficultés en termes de rentabilité technique, ainsi qu'une forte volatilité au niveau de la sinistralité. Ceci a poussé la Direction technique d'AXA à diligenter un certain nombre d'études sur le comportement du portefeuille, dans le but de mettre en place des actions correctives ou préventives sur les segments déficitaires.

Ainsi, en 2013, une étude a été lancée par la Direction Générale des Assurances Collectives d'AXA France où il a été notamment question d'estimer les taux d'incidence des sinistres décès et perte d'emploi sur la durée des engagements du portefeuille en cours. Cette étude a notamment été reprise dans le cadre du mémoire de Pierre Ottenwaelter *Etude des lois d'incidence des sinistres décès et perte d'emploi (2013)*.

Puis, en 2017, il a été décidé de reprendre l'étude précédente, avec davantage de données. L'objectif était alors de valider ou d'ajuster les hypothèses précédemment retenues et d'effectuer de nouvelles projections de rentabilité. Cela a notamment été formalisé dans le mémoire d'actuariat d'Antoine Herbreteau *Construction d'un outil de suivi de la rentabilité pour le portefeuille italien de la Cessione del Quinto (2017)*.

Le présent mémoire s'inscrit dans la continuité des deux précédentes études. L'objectif étant à présent d'étudier l'impact du provisionnement de la prime non acquise, sur la rentabilité technique du portefeuille pour la garantie décès, en améliorant le modèle des hypothèses de sinistralité préalablement établi dans les précédents mémoires notamment.

En effet, ce marché de l'assurance emprunteur liée à des prêts à la consommation, d'une durée de 2 à 10 ans, présente la particularité d'avoir une **prime unique** versée au début du prêt. L'enjeu est donc d'importance pour AXA, de constituer des **Provisions Pour Primes Non Acquises (PPNA)** à la date de la souscription, afin de bien piloter la rentabilité technique du portefeuille.

Or aujourd'hui, ce **provisionnement est effectué chez AXA sur la base d'un « prorata temporis »** sur la durée du contrat, conformément à l'article A331-16 du code des assurances qui stipule que la provision pour primes non acquises est calculée prorata temporis contrat par contrat, ou sur la base de méthodes statistiques<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Pour chacune des catégories définies à l'article A. 344-2 du code des assurances

Cette méthode présente certes l'avantage d'être simple à mettre en œuvre, mais n'a jamais été remise en question d'un point de vue actuariel. Par ailleurs, les résultats donnés ne permettent pas de piloter au plus près la rentabilité technique du portefeuille, en raison d'une trop grande volatilité des données. C'est la raison pour laquelle, nous aimerions pouvoir étudier des méthodes de provisionnement alternatives, afin de pouvoir comparer par rapport à la méthode existante, et ainsi, valider ou infirmer notre approche.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous sommes donc attachés particulièrement à :

- ➔ **étudier des méthodes alternatives de provisionnement** des Primes Non Acquises ;
- ➔ **évaluer l'impact de ces différentes méthodes sur la rentabilité technique** du portefeuille (à travers notamment le ratio Sinistres / Primes) ;
- ➔ émettre des recommandations sur l'utilisation de méthodes de provisionnement afin de faciliter leur **mise en œuvre pratique** par les équipes techniques d'AXA.

Nous avons ainsi commencé par étudier une méthode de provisionnement basée sur le « profil de risque » de notre portefeuille. Cette idée a d'ailleurs été introduite par l'Union Européenne, à travers la directive 91/674/CEE du Conseil, concernant les comptes annuels et les comptes consolidés des entreprises d'assurance, ouvrant la possibilité d'un **étalement tenant compte du profil de risque** de l'activité<sup>2</sup>.

Cette méthode consiste en effet à considérer le profil de risque d'un segment donné du portefeuille (autrement dit sa fonction de survie observée au cours du prêt), puis à écouler les primes selon cette même tendance, et en déduire ensuite les ratios Sinistres sur Primes, afin d'évaluer la rentabilité technique du portefeuille.

En pratique, cette méthode consiste :

- ➔ d'abord à étudier le profil de risque du portefeuille (c'est-à-dire sa loi de survie) selon différentes segmentations du portefeuille (par exemple par âge, catégorie socio-professionnelle, établissement de crédit, etc.).
- ➔ puis, à écouler la prime unique, selon le profil de risque du segment considéré, et ce, tout au long de la durée du contrat, afin de constituer la provision pour primes.

Cette méthode, en lissant la sinistralité du portefeuille, présente une sinistralité du portefeuille beaucoup moins marquée, ce qui amène à relativiser les conclusions émises précédemment sur la rentabilité technique de l'activité.

En revanche, d'un point de vue opérationnel, et compte tenu de la taille du portefeuille, cette méthode prend davantage de temps de modélisation et de calcul que la méthode prorata temporis (estimé entre 3 à 5 jours).

---

<sup>2</sup> <https://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=CELEX:31991L0674:FR:HTML>

Par la suite, nous avons étudié une autre méthode s'appuyant sur une approche stochastique de l'évènement décès. L'idée de cette méthode est de simuler les décès dans le portefeuille. Ainsi, en cas de décès, la prime unique sera répartie sur la durée écoulée. Par exemple, si l'individu possédant un contrat d'une durée 8 ans, décède au bout de 3 ans, la prime unique sera répartie en 3 ans au lieu de 8 ans selon la méthode prorata temporis.

Cette méthode montre des résultats assez proches de la méthode prorata temporis. Cela s'explique par deux effets :

- ➔ Le nombre de décès est très faible par rapport à la totalité du portefeuille, car l'âge moyen du portefeuille à 53 ans est relativement jeune. La probabilité de décès sous 10 ans n'est pas très forte. Ce qui ne donne pas beaucoup de décès au cours des 10 années ;
- ➔ La proportion des primes uniques pour les individus décédés est également relativement faible.

La méthode stochastique reste néanmoins intéressante en ce sens qu'elle permet d'adopter une approche prudente de la sinistralité du portefeuille, sans pour autant être alarmiste comme avec la méthode prorata temporis.

En pratique, on continuera d'utiliser la méthode prorata temporis compte tenu de sa simplicité de mise en œuvre, mais on saura pour les besoins de pilotage du portefeuille, que cette méthode a tendance à surestimer la sinistralité de l'activité. Cela aura pour conséquence de nuancer les décisions du Management d'AXA dans le pilotage de cette activité.

La méthode dite par profil de risque pourrait ainsi être utilisée en complément de la méthode prorata temporis, afin de nuancer les résultats sur certaines années par exemple, ou de creuser l'étude sur un segment de portefeuille en particulier.

## Abstract

---

Key words : payment protection insurance, Provisions for Unearned Premiums, deterministic method, risk profiles, stochastic.

With more than € 300 million in premiums issued annually, the Italian Cessione del Quinto market represents a strategic business for AXA's international business.

This market related to consumer loans, lasting from 2 to 10 years, has the particularity of having a single premium paid at the beginning of the loan. The challenge is therefore of importance for AXA, to constitute Provisions For Not Earned Premiums (PNAs) on the date of the subscription, in order to monitor the technical profitability of the portfolio.

At the moment, however, this provisioning is done on a "prorata temporis" based on the duration of the contract. This method has the advantage of being simple to implement, but has never been questioned from an actuarial point of view. For this reason, we would like to study other methods of provisioning so that we can compare against the existing method and thus validate or refute our approach.

The purpose here is therefore:

- study alternative methods of provisioning Unearned Premiums;
- assess the impact of these different methods on the technical profitability of the portfolio;
- propose recommendations on the use of provisioning methods to facilitate their practical implementation by AXA technical teams.

We therefore began by studying a provisioning method based on the "risk profile" of our portfolio. This idea was also introduced by the European Union, through Council Directive 91/674 / EEC, concerning the annual accounts and the consolidated accounts of insurance companies, opening up the possibility of spreading taking into account the activity risk profile.

This method consists in fact in considering the risk profile of a given segment of the portfolio (in other words its survival function observed during the loan), then dividing the premiums according to this same trend, and then deducing the Loss ratios, in order to assess the technical profitability of the portfolio.

To do this, we first established the methodological framework for modeling the survival function of the death benefit, using in particular the Kaplan Maier estimator. We leveraged the analysis done in a previous work from Antoine Herbreteau Construction of a profitability monitoring tool for the Italian portfolio of the Cessione del Quinto (2017).

In practice, this method consists of:

- On the one hand, to study the risk profile of the portfolio (i.e. its survival law) according to different segmentations of the portfolio (for example by age, socio-professional category, credit institution, etc.).
- On the other hand, to divide the single premium across the period, according to the risk profile of the segment considered, and this, throughout the duration of the contract, in order to constitute the provision for premiums.

This method, by smoothing the portfolio claims experience, presents a much less pronounced portfolio claims experience, and also much less volatile than the pro rata temporis method, which brings into perspective the conclusions previously drawn on the technical profitability of the activity.

Nevertheless, from an operational point of view, and taking into account the size of the portfolio, this method takes more modeling and calculation time than the pro rata temporis method (estimated between 3 to 5 days).

Then, we studied a second method based on a stochastic approach to the death event. The idea of this method is to simulate deaths in the portfolio. Thus, in the event of death, the single premium will be distributed over the past period. For example, if the individual with an 8-year contract dies after 3 years, the single premium will be divided into 3 years instead of 8 years according to the pro rata temporis method.

This method shows results quite close to the pro rata temporis method. This is explained by two effects:

- The number of deaths is very low compared to the entire portfolio, as the average age of the portfolio at 53 is relatively young. The probability of death within 10 years is not very high. Which does not result in many deaths in the 10 years.
- The proportion of single premiums for deceased individuals is also relatively low, which has no significant weight which could have a significant impact.

The stochastic method remains however interesting in the sense that it makes it possible to adopt a cautious approach to the claims experience of the portfolio, without being alarmist as with the pro rata temporis method.

In practice, we will continue to use the pro rata temporis method given its simplicity of implementation, but we will know for the needs of portfolio management, that this method tends to overestimate the loss experience of the activity. This will have the effect of nuancing the decisions of AXA Management in steering this activity.

The risk profile method could thus be used in addition to the pro rata temporis method, in order to deep dive the results over certain years for example, or to study further a particular portfolio segment.

# Sommaire

<b>INTRODUCTION</b>	<b>12</b>
<b>CHAPITRE 1 – LA CESSIIONE DEL QUINTO</b>	<b>14</b>
<b>1.1. UN PEU D' HISTOIRE</b>	<b>14</b>
<b>1.2. UN CADRE LEGAL STRICT</b>	<b>14</b>
1.2.1. UNE LEGISLATION BIEN ENCADREE	14
1.2.2. MAIS UN MARCHÉ OUVERT A LA CONCURRENCE	15
1.2.3. AVEC NEANMOINS UN CERTAIN NOMBRE DE RISQUES POUR LES ASSUREURS	15
1.2.4. DEUX TYPES DE GARANTIES ASSURANTIELLES : DECES OU CHOMAGE	17
1.2.4.1. Une distribution intermédiée	17
1.2.4.2. Différents montages possibles	17
<b>1.3. AXA, UN ACTEUR MAJEUR DU MARCHÉ CQS EN ITALIE</b>	<b>18</b>
1.3.1. PRINCIPALES CARACTERISTIQUES DU CONTRAT	18
1.3.2. ENGAGEMENTS DE L'ASSUREUR	19
1.3.2.1. Paiement du capital restant dû	19
1.3.2.2. Rachat de l'assurance	20
1.3.3. LA TARIFICATION : UN ENJEU CLÉ SUR CE MARCHÉ POUR LES ASSUREURS	21
1.3.3.1. Principes de tarification	21
1.3.3.2. Calcul de la prime	22
1.3.3.3. Plusieurs segments de clients	24
1.3.3.4. Critères de tarification	24
1.3.3.5. Principes de sélection à la souscription	26
<b>CHAPITRE 2 – CONTEXTE ET OBJECTIFS DU MEMOIRE</b>	<b>28</b>
<b>2.1. DEFINITIONS</b>	<b>28</b>
2.1.1. PROVISIONS POUR PRIMES NON ACQUISES	28
2.1.2. RENTABILITE TECHNIQUE (OU RATIO SINISTRES / PRIMES)	29
<b>2.2. CONTEXTE ET OBJECTIFS DE L' ETUDE</b>	<b>30</b>
2.2.1. CONTEXTE	30
2.2.2. ENJEUX	31
2.2.3. METHODE PRORATA TEMPORIS	32
2.2.4. OBJECTIFS DU MEMOIRE	34
<b>CHAPITRE 3 – PRESENTATION DU PORTEFEUILLE</b>	<b>36</b>
<b>3.1. ANALYSES PRELIMINAIRES</b>	<b>36</b>
<b>3.2. STATISTIQUES DESCRIPTIVES</b>	<b>37</b>
3.2.1. PAR ORGANISME DE CREDIT	37
3.2.2. PAR SEXE	40
3.2.3. PAR CATEGORIE SOCIO-PROFESSIONNELLE	41
3.2.4. PAR DUREE DU PRET	41
3.2.5. PAR AGE DE SOUSCRIPTION	42
<b>3.3. STATISTIQUES SUR LES EVENEMENTS</b>	<b>44</b>
3.3.1. ANALYSES PRELIMINAIRES	44
3.3.2. SINISTRES DECLARES	44

3.3.3. RACHATS	47
<b>3.4. CONCLUSION DU CHAPITRE</b>	<b>47</b>
<b>CHAPITRE 4 – METHODE PAR PROFILS DE RISQUE</b>	<b>49</b>
<b>4.1. CADRE METHODOLOGIQUE</b>	<b>49</b>
4.1.1. ESTIMATEUR DE KAPLAN-MEIER	49
4.1.1.1. Description des données	49
4.1.1.2. Formalisation des fonctions de survie	50
4.1.1.3. Interprétation	51
4.1.2. PRISE EN COMPTE DES IBNR	52
4.1.2.1. Modélisation	52
4.1.2.2. Résultats	53
<b>4.2. APPLICATION AU PORTEFEUILLE CQS</b>	<b>54</b>
4.2.1. LES TESTS STATISTIQUES	54
4.2.2. CATEGORIE SOCIO-PROFESSIONNELLE	55
4.2.3. ORGANISME PRETEUR	57
4.2.4. PAR GENERATION	59
4.2.5. INTERPRETATIONS QUALITATIVES ET CONCLUSIONS	60
<b>4.3. CALCUL DE LA PPNA</b>	<b>61</b>
4.3.1. SEGMENTATION DU PORTEFEUILLE	61
4.3.2. MODELISATION DU PROFIL DE RISQUE	61
4.3.3. AJUSTEMENT POLYNOMIAL	62
4.3.4. CALCUL DE LA PROVISION POUR PRIMES	63
<b>4.4. RESULTATS ET INTERPRETATIONS</b>	<b>66</b>
4.4.1. PAR GENERATION	66
4.4.2. AU GLOBAL	68
4.4.3. IMPACT DES RACHATS	68
<b>CHAPITRE 5 – METHODE STOCHASTIQUE</b>	<b>72</b>
<b>5.1. SIMULATION DES PPNA AVEC TIRAGES DE DECES SUR UN PORTEFEUILLE</b>	<b>72</b>
5.1.1. CREATION D'UN GENERATEUR DE NOMBRE DE DECES	72
5.1.2. VERIFICATION SUR 10000 SIMULATIONS ET 100 INDIVIDUS	73
5.1.3. ÉCHANTILLONNAGE SUR 10000 INDIVIDUS	75
5.1.4. ETUDE DE LA SENSIBILITE	78
5.1.4.1. Par rapport à l'âge	78
5.1.4.2. Par rapport à la durée du contrat	79
5.1.4.3. Par rapport au montant de la prime unique	79
5.1.4.4. Par rapport à la taille d'échantillon	79
5.1.4.5. Par rapport à la table de mortalité	80
5.1.4.6. Par rapport à la catégorie professionnelle	81
5.1.5. REPRODUCTION SUR LES DIFFERENTES DUREES PAR CATEGORIE PROFESSIONNELLE	83
5.1.6. APPLICATION AU PORTEFEUILLE	84
5.1.7. INTERVALLE DE CONFIANCE	86
<b>5.2. COMPARAISON DES DIFFERENTES METHODES</b>	<b>87</b>
<b>CONCLUSION</b>	<b>89</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>91</b>

---

<b>ANNEXES</b>	<b>92</b>
A. FICHES DE SELECTION MEDICALE	92
B. CODE SAS POUR L'ESTIMATEUR DE KAPLAN MEIER	94

## Introduction

---

Depuis quelques années, le Groupe AXA a vu sa part de marché en assurance collective remise en question par l'arrivée massive de nouveaux acteurs sur ce marché, notamment les banques assureurs.

Afin de redynamiser cette activité, le choix a été fait de redéployer les compétences acquises en France en se projetant à l'international, à travers notamment le marché emprunteur italien, et plus particulièrement sur le marché de la Cessione del Quinto.

Ce marché qui s'est développé à l'origine en Italie dans la deuxième moitié du XXème siècle pour soutenir la croissance du pays après la seconde guerre mondiale, a connu un regain de croissance au début des années 2000.

Le principe de ce produit est qu'il est adossé au salaire (ou la pension de retraite), et permet à l'emprunteur de payer des mensualités ne pouvant pas dépasser un cinquième de son salaire, d'où le terme « Quinto ».

Il s'agit d'un marché extrêmement bien encadré par le législateur italien, mais dans le même temps très ouvert à la concurrence. C'est la raison pour laquelle, ce marché représente notamment aujourd'hui une part conséquente du chiffre d'affaires d'AXA.

En effet d'un point de vue assurantiel, les emprunteurs sont dans l'obligation de se couvrir en cas de décès et de chômage. Dans le cas où l'un de ces deux événements se produit, l'assureur s'engage à verser le capital restant dû. Dans le cadre de ce mémoire, nous étudierons uniquement la garantie décès.

Néanmoins, ce n'est pas un marché sans risque. En effet, la généralisation de ce type d'emprunt au secteur du privé a accru pour les assureurs le risque d'insolvabilité. Par ailleurs, l'ouverture des prêts aux retraités, s'est mécaniquement accompagnée d'une augmentation du risque de décès. Enfin, un certain nombre de cas de fraudes a été détecté, avec de faux questionnaires médicaux au moment de la sélection des risques à l'entrée.

Ceci a donc conduit l'ensemble des assureurs, et notamment AXA, à vouloir se doter des bons indicateurs leur permettant de piloter l'activité au plus près, afin de maîtriser une sinistralité qui n'a cessé de se dégrader depuis ces dernières années.

Compte tenu de la prime unique versée en début de contrat, l'enjeu est donc d'importance pour AXA, de constituer des Provisions Pour Primes Non Acquises (PPNA) à la date de la souscription, afin de bien piloter la rentabilité technique du portefeuille.

Or aujourd'hui, ce provisionnement est effectué sur la base d'un « prorata temporis » sur la durée du contrat. Cette méthode présente certes l'avantage d'être simple à mettre en œuvre, mais n'a jamais été remise en question d'un point de vue actuariel. C'est la raison pour laquelle, nous

aimerions pouvoir étudier dans le cadre de ce mémoire d'autres méthodes de provisionnement, afin de pouvoir comparer par rapport à la méthode existante, et ainsi, valider ou infirmer notre approche.

L'objectif de ce mémoire est donc de :

- formaliser un cadre méthodologique permettant de modéliser la sinistralité du portefeuille (profil de risques) ;
- étudier le provisionnement des primes non acquises en s'appuyant sur le profil de risque du portefeuille ;
- étudier une méthode de provisionnement alternative, en s'appuyant notamment sur une méthode stochastique ;
- évaluer l'impact de ces différentes méthodes de provisionnement sur la rentabilité technique du portefeuille.

Pour débiter, nous aborderons les caractéristiques du marché de la Cessione del Quinto, du point de vue législatif, réglementaire et assurantiel, afin de montrer toutes les spécificités de ce marché et les conséquences sur le portefeuille d'AXA.

Par la suite, et après avoir décrit les objectifs et les enjeux du mémoire, nous mettrons en place le cadre méthodologique permettant d'étudier le profil de risque du portefeuille.

Cela nous permettra ainsi d'étudier la première méthode de provisionnement des primes non acquises, consistant à calibrer le provisionnement des primes en fonction de la sinistralité du portefeuille.

Par la suite, nous étudierons une méthode stochastique de provisionnement, et nous nous attacherons à montrer les avantages et inconvénients de chaque méthode.

Enfin, en guise de conclusion, nous essayerons de formuler quelques recommandations, permettant de modéliser le provisionnement des primes, tenant compte du comportement du portefeuille, tout en veillant à sa mise en œuvre pratique par les équipes techniques d'AXA.

# Chapitre 1 – La Cessione del Quinto

## 1.1. Un peu d'histoire

La Cessione del Quinto est une sorte d'emprunt qui s'est développé en Italie au cours du XX<sup>ème</sup> siècle. Son principe est qu'il est adossé au salaire (ou la pension de retraite) dans la mesure où il permet à l'emprunteur de payer des mensualités ne pouvant pas dépasser un cinquième de son salaire, d'où le terme « Quinto ».

On peut ainsi parler de prêt garanti dans un certain sens pour la financière (organisme de crédit qui accorde le prêt), dans la mesure où, la mensualité est directement prélevée puis versée par l'employeur sur le salaire.

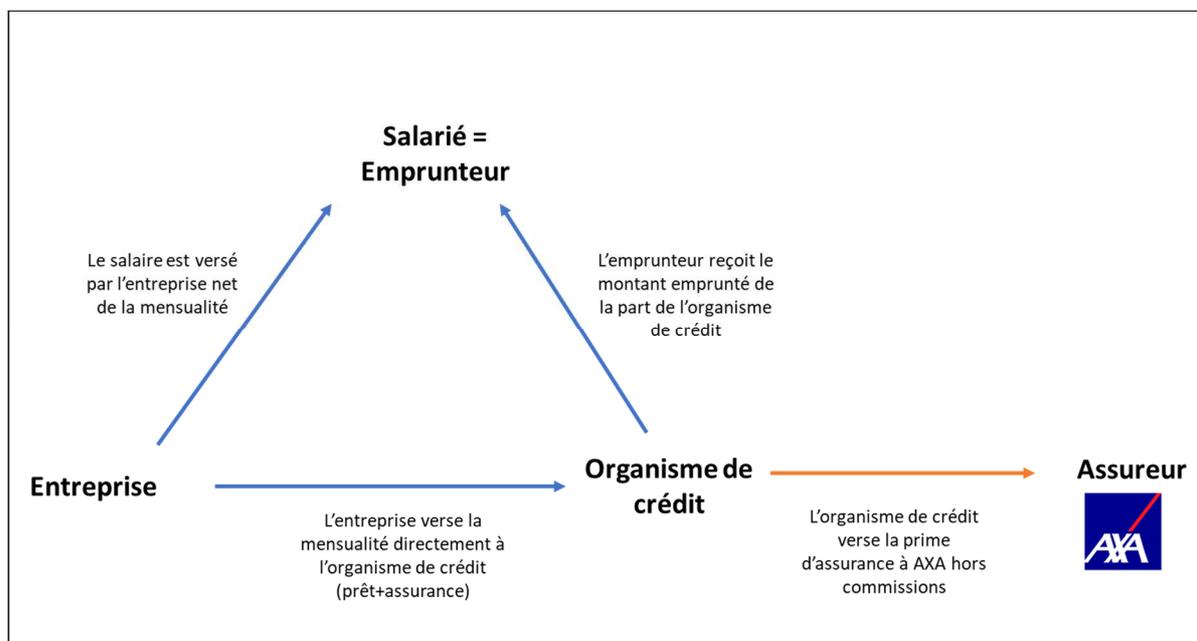


Figure 1 - Circulation des flux de trésorerie

Il s'agit d'une forme de prêt qui a été fortement encouragée dans la deuxième moitié du 20<sup>ème</sup> siècle, après la guerre notamment, pour relancer la croissance du pays. Cette période était caractérisée notamment par une forte croissance démographique, notamment des classes moyennes. Ce type de prêt leur a ainsi permis de contribuer à la croissance, et de là, à l'essor économique du pays.

## 1.2. Un cadre légal strict

### 1.2.1. Une législation bien encadrée

Si la Cessione del Quinto est une forme d'emprunt assez simple dans sa conception, il n'en reste pas moins, que sa pratique a été fortement encadrée, et ce, depuis le début.

La loi du 5 janvier 1950 stipule en effet un certain nombre de critères à observer, notamment :

- Nécessité de couvrir le prêt en cas de décès notamment, et de chômage (on parle d'insolvabilité financière) ;
- Durée du prêt limitée à 10 ans ;
- Prélèvement de la mensualité à la source, et limitée à 1/5 du salaire ;
- Néanmoins, l'emprunteur peut utiliser le montant emprunté, comme il le souhaite, soit pour financer un achat immobilier, ou un crédit à la consommation par exemple.

### 1.2.2. Mais un marché ouvert à la concurrence

Comme évoqué précédemment, la loi stipule que ce type de prêt doit être couvert, notamment contre le risque de décès, et d'insolvabilité financière. Cela a donc permis à un certain nombre de compagnies d'assurances, nationales d'abord, puis internationales, comme AXA, de se positionner sur ce marché, très prometteur (en libre prestation de service<sup>3</sup> notamment).

Par ailleurs, la loi n° 311 du 30 décembre 2004 est venue renforcer un certain nombre d'aspects relatifs à ce marché, comme notamment :

- L'ouverture de la Cessione del Quinto au secteur du privé, alors qu'auparavant, ce type d'emprunt était réservé aux salariés du public uniquement ;
- L'ouverture du marché de l'assurance aux compagnies privées, alors qu'auparavant, ce marché était réservé aux assureurs publics italiens uniquement.

Ces évolutions législatives répondent aussi aux changements observés de la société italienne, avec une proportion de plus en plus importante de salariés du secteur privé au détriment du secteur public, dans le sillage d'une vague importante de privatisations d'un certain nombre d'entreprises publiques de la deuxième moitié du 20<sup>ème</sup> siècle.

### 1.2.3. Avec néanmoins un certain nombre de risques pour les assureurs

---

<sup>3</sup> La libre prestation de service, organisée au niveau européen, permet à une entreprise dont le siège social est dans un certain pays, de prendre un risque ou un engagement, dans un autre pays.

Néanmoins, cette ouverture du marché, certes prometteuse pour les compagnies d'assurances, s'est accompagnée d'un certain nombre de difficultés.

- ➔ La généralisation de ce type d'emprunt au secteur du privé a accru pour les assureurs le risque d'insolvabilité. En effet, alors que le risque de chômage pour les fonctionnaires du secteur public italien est quasiment nul, il en est autrement du secteur du privé, surtout depuis la dégradation des conditions économiques à partir des années 1980.
- ➔ D'autre part, l'ouverture des prêts aux retraités, s'est mécaniquement accompagnée d'une augmentation du risque de décès.
- ➔ Enfin, un certain nombre de cas de fraudes a été détecté, avec de faux questionnaires médicaux au moment de la sélection des risques à l'entrée.

L'ensemble de ces facteurs, a conduit les assureurs, notamment AXA, à vouloir se doter des outils leur permettant de piloter l'activité au plus près, afin de maîtriser une sinistralité qui n'a cessé de se dégrader ces dernières années.

Une dernière évolution concerne ce qu'on appelle le TFR (Trattamento di Fine Rapporto<sup>4</sup>).

Il s'agit en fait d'une épargne salariale, qui peut être prélevée par l'assureur en cas de chômage de l'assuré afin de diminuer la charge sinistre.

Or une nouvelle loi, du février 2015, permet aux salariés de garder tout ou partie de cette somme, ce qui mécaniquement va dégrader la sinistralité des assureurs sur ce marché.

Cette nouvelle disposition législative, qui ne concerne que les prêts souscrits depuis 2015, n'impacte certes pas les prêts déjà en portefeuille, mais oblige les assureurs à revoir leur tarification afin de prendre en compte ce nouveau risque.

Toutes ces nouvelles dispositions obligent donc les assureurs, comme évoqué précédemment, à mettre en place les bons indicateurs et les techniques actuarielles permettant de fiabiliser et piloter la rentabilité technique du portefeuille.

---

<sup>4</sup> Le terme signifie littéralement les traitements de fin d'embauche.

## 1.2.4. Deux types de garanties assurantielles : décès ou chômage

### 1.2.4.1. Une distribution intermédiée

En termes de distribution, les prêts Cessione del Quinto sont distribués par des organismes d'emprunt (appelés dans la suite du mémoire des financières), auprès de leurs clients.

D'un point de vue réglementaire, il s'agit de contrats groupe. Les couvertures comprennent le risque de décès et / ou le chômage.

Dans l'un de ces deux cas, l'assureur verse le capital restant dû à la financière, pour le compte de l'emprunteur (contrat groupe).

### 1.2.4.2. Différents montages possibles

S'agissant du code des assurances italiennes, trois branches d'assurance sont concernées par l'assurance de prêt Cessione del Quinto.

- ➔ la branche n° 1 en risque vie – relative à la durée de la vie humaine,
- ➔ la branche n° 14 en risque non vie – relative à l'assurance de crédit,
- ➔ la branche n° 16 en risque non vie – relative à l'assurance sur la perte pécuniaire.

En pratique, nous observons que ce sont soit les financières qui se couvrent contre les risques décès ou insolvabilité de ses emprunteurs, soit les emprunteurs eux-mêmes qui se couvrent contre ces risques.

Dans le premier cas, nous avons un contrat de branche 1 pour le décès et 14 pour l'insolvabilité financière. Dans le second, nous avons toujours un contrat en branche 1 pour le décès, mais l'insolvabilité financière est un contrat en branche 16.

Ces deux montages, qui coexistent sur le marché, ont un certain nombre d'impact sur la structure juridique et financière de nos contrats :

- ➔ Le taux de taxe sur le contrat garantissant l'insolvabilité financière est de 2,5 % pour le deuxième montage, contre 12,5 % pour le premier ;
- ➔ Dans le premier montage, la prime d'assurance est payée par la financière, alors que dans le deuxième, elle est payée par l'emprunteur. Ce dernier cas a alors pour effet d'augmenter le taux d'intérêt de l'emprunt, dans un marché italien où les taux sont déjà parmi les plus élevés en Europe ;
- ➔ Enfin dans le cas où les primes sont payées par la financière, cela diminue les risques d'impayés pour la société d'assurance, améliorant ainsi ses résultats techniques, mais d'un autre côté, cela rallonge les délais de déclaration, dans la mesure où la financière est responsable du recouvrement.

## 1.3. AXA, un acteur majeur du marché CQS en Italie

### 1.3.1. Principales caractéristiques du contrat

Comme évoqué précédemment, la pratique des prêts Cessione del Quinto est méticuleusement encadrée, et c'est donc la raison pour laquelle les contrats mis en place par AXA présentent un certain nombre de caractéristiques :

- ➔ La durée du prêt, et donc des garanties, est de 2 à 10 ans ;
- ➔ La population concernée est composée des employés du secteur public et du secteur privé, ainsi que des bénéficiaires de pensions, majoritairement des retraités ;
- ➔ Le montant des mensualités ne peut excéder un cinquième du salaire ou de la pension ;
- ➔ L'emprunteur peut souscrire jusqu'à deux prêts en même temps, sauf pour les bénéficiaires d'une pension qui n'ont le droit qu'à un seul prêt. Le premier prêt est alors appelé « Cessione » et est prioritaire sur le deuxième, appelé « Delega », lors des opérations de recouvrement en cas d'insolvabilité financière<sup>5</sup>. Le risque lié à cette garantie est donc moins important pour le premier type de prêt ;
- ➔ Le remboursement anticipé du prêt est possible sous certaines conditions ;
- ➔ Selon les financières et la situation professionnelle, le Montante Lordo<sup>6</sup> est plafonné jusqu'à 75 000 € pour les prêts CQP, et jusqu'à 75 000 € pour les prêts CQS et 50 000 € pour les prêts Delega, soit au total un plafond de 125 000 € pour les salariés ;
- ➔ L'âge à la souscription ne peut excéder 85 ans, et tout en ne dépassant pas 90 ans pour l'âge à la fin de la garantie ;
- ➔ Elle est composée d'une garantie décès pour l'ensemble des assurés et d'une garantie insolvabilité financière pour les actifs ;
- ➔ La prime est unique et payée au début de la période de couverture. Ce n'est pas une obligation réglementaire, mais plutôt la pratique du marché.

**Remarque** : dans la suite de ce mémoire, nous nous intéresserons uniquement, lorsqu'il s'agira de modéliser les provisions pour primes ou la sinistralité, à la garantie décès.

En pratique, le montant brut pouvant être emprunté (on parle de Montant Brut, ou Montante Lordo en italien), est calculé à partir du montant de la mensualité pouvant être payée, multipliée par la durée du prêt.

$$\text{Montante Lordo} = \text{Mensualité} \times \text{Durée du prêt (en mois)}.$$

<sup>5</sup> Dans la suite de ce mémoire, nous parlerons donc de prêt CQP pour désigner l'unique prêt des bénéficiaires d'une pension, et de prêts CQS et Delega pour désigner respectivement les prêts Cessione et Delega des salariés.

<sup>6</sup> Signifie littéralement le montant brut, il correspond au capital emprunté auquel s'ajoutent les intérêts, le coût de l'assurance et tous les autres coûts liés au prêt. Il correspond donc à la somme de toutes les mensualités à payer par l'emprunteur. Dans la suite du mémoire, on parlera pour simplifier de montant brut

Le capital emprunté est alors déterminé dans un second temps, déduction faite de l'ensemble des coûts liés au prêt, c'est-à-dire les intérêts, les frais bancaires et la prime d'assurance.

## 1.3.2. Engagements de l'assureur

### 1.3.2.1. Paiement du capital restant dû

En cas de sinistre (décès ou insolvabilité financière), l'assureur doit payer le capital restant dû à la date de survenance.

Afin de calculer le montant du sinistre (le capital restant dû), nous pouvons utiliser (en fonction des données disponibles) soit le taux d'intérêt de base, soit le TAEG (Taux Annuel Effectif Global).

- A partir du taux d'intérêt de base :

Pour certains prêts nous disposons du taux annuel nominal (TAN), qui est le taux d'intérêt de base, par conséquent la formule de calcul du CRD est la suivante :

$$CRD_t = \left[ \frac{(ML-FB)}{n} - \frac{P \times \tau}{(1-(1+\tau)^{-n})} \right] \times \frac{1}{\tau} \times (1-(1+\tau)^{-(n-t)}),$$

où  $t$  est le nombre de mois après le début du prêt ;

$CRD_t$  est le capital restant dû à la date  $t$  ;

$\tau$  est le taux d'intérêt mensuel proportionnel, défini ainsi :  $\tau = \frac{TAN}{12}$  ;

$n$  est la durée du prêt exprimée en mois ;

$ML$  est le Montant Brut (Montant Lordo en italien) ;

$P$  est la prime brute d'assurance ;

$FB$  correspond à l'ensemble des frais bancaires supplémentaires, qu'ils soient récurrents ou non, avec les intérêts associés lorsqu'ils sont ajoutés au capital emprunté.

Le terme entre crochet revient donc à déterminer le montant de la mensualité qui correspond uniquement au remboursement du capital emprunté. Ainsi, une fois cette mensualité déterminée nous pouvons recalculer le CRD à chaque instant.

L'imprécision dans cette formule réside dans le montant des frais bancaires y compris intérêts, que l'on retire au Montant Brut, et qui est très difficile à estimer. Nous ne disposons pas du montant précis pour chaque prêt. Par conséquent nous choisissons de l'exprimer en pourcentage du Montant Brut, pourcentage que nous déterminons en moyenne selon les informations dont nous disposons.

- A partir du Taux Annuel Effectif Global :

Pour d'autres prêts, nous disposons du TAEG (Taux Annuel Effectif Global), qui englobe l'intégralité des coûts liés à l'emprunt. Dans ce cas nous utilisons la formule suivante :

$$CRD_t = \frac{m}{\tau} \times (1 - (1 + \tau)^{-(n-t)}),$$

où  $t$  est le nombre de mois après le début du prêt ;

$CRD_t$  est le capital restant dû à la date  $t$  ;

$\tau$  est le taux d'intérêt mensuel, défini ainsi :  $\tau = \frac{TAEG}{12}$  ;

$n$  est la durée du prêt exprimée en mois ;

$m$  est la mensualité du prêt .

Il est important de noter que cette formule ne permet pas de retrouver une évolution du CRD identique à celle du CRD calculé à partir du TAN et du seul capital emprunté. Lorsque nous effectuons le calcul avec le TAEG, le CRD diminue au début plus lentement, puis la diminution devient plus rapide jusqu'à la fin.

Remarque : cette deuxième formule donne un calcul de capital restant dû supérieur à celui donné par la première formule, ce qui, d'un point de vue de l'estimation du risque est plus prudent.

### 1.3.2.2. Rachat de l'assurance

Dans le cadre de la Cessione del Quinto, le rachat anticipé est possible pour l'assuré sous certaines conditions, comme nous le verrons ci-après. Dans ce cas, l'assureur est tenu de rembourser à l'assuré les primes d'assurances non acquises sur la durée du prêt.

Cette pratique est néanmoins encadrée par le régulateur. En effet, si le rachat du prêt (c'est-à-dire son remboursement anticipé) est possible durant toute la durée du prêt, l'emprunteur ne pourra pas souscrire de nouveau prêt durant un an.

Par ailleurs, le renouvellement du prêt n'est possible qu'au bout d'une durée de deux cinquièmes de la durée du prêt. Cette dernière disposition mise en place par le régulateur vise ainsi à mettre fin à certaines pratiques frauduleuses, notamment de la part des intermédiaires qui renouvelaient des prêts peu après leur début, afin de toucher encore des commissions d'intermédiation.

Le montant de prime d'assurance remboursée est déterminé par la formule suivante :

$$P_t^{Remb} = P \times (1 - H) \times \frac{(n - t)}{n} \times \frac{(1 - (1 + \tau)^{-(n-t)})}{(1 - (1 + \tau)^{-n})} + P \times H \times \frac{(n - t)}{n},$$

où  $t$  est le nombre de mois après le début du prêt ;

$\tau$  est le taux d'intérêt mensuel, défini ainsi :  $\tau = \frac{TAEG}{12}$  ou  $\tau = \frac{TAN}{12}$  ;

$n$  est la durée du prêt exprimée en mois ;

$P$  est la prime totale ;

$H$  est le pourcentage de frais et commission sur la prime totale.

### 1.3.3. La tarification : un enjeu clé sur ce marché pour les assureurs

#### 1.3.3.1. Principes de tarification

Pour rappel, dans la réglementation française, trois éléments sont utilisés pour le calcul des tarifs : le taux technique, la table de mortalité et les chargements.

Les aspects techniques de la tarification (taux technique et table de mortalité) et du provisionnement sont encadrés<sup>7</sup>. En revanche, la réglementation française n'impose plus (ou peu) de contraintes directes sur le niveau des chargements, qui constitue donc un élément concurrentiel de différenciation.

Pour ce qui des tables de mortalité, la Direction Technique d'AXA s'est d'abord référée aux tables de référence italiennes pour le lancement de ce nouveau produit d'assurance. Celles-ci sont disponibles sur le site italien de statistiques ISTAT<sup>8</sup>.

Dans le cas du marché de Cessione del Quinto, une prime unique est versée en début de prêt :



Figure 3 – Illustration du paiement de la prime unique au cours d'un prêt

La prime pure représente le montant permettant de régler les prestations à l'organisme prêteur.

La prime commerciale correspond aux prestations payées à l'assuré en cas de sinistre (soit la prime pure) auxquelles s'ajoutent des chargements et la rémunération de la banque partenaire, ce qu'on peut écrire de la manière suivante :

<sup>7</sup> art. A. 132-18 du code des assurances

<sup>8</sup> SIM: Statistica Italiana Maschi et SIF: Statistica Italiana Femmine. <http://dati.istat.it> 2017

$$\text{Prime commerciale} = \text{Prime pure unique} + \text{Chargements} + \text{Commissions.}$$

Les chargements comprennent notamment les frais de gestion technique et financière, de distribution, d'acquisition. Les commissions sur primes correspondent à la rémunération du partenaire.

### 1.3.3.2. Calcul de la prime<sup>9</sup>

La première étape de la tarification d'un tel contrat consiste à déterminer le tableau d'amortissement du prêt ; celui-ci met à disposition de l'assuré toutes les informations (intérêts, amortissement, valeur du remboursement, capital restant dû à chaque échéance) de l'emprunt en cours. Ci-dessous un exemple de tableau d'amortissement pour un prêt d'un montant de 200 000 €, à taux fixe de 3,30%, sur une durée de 10 ans :

Échéan	Capital restant du (CRD)	Rembourseme	Intérêt	Amortisseme	Valuer nette
1	200.000	23.806	6.600	17.206	182.794
2	182.794	23.806	6.032	17.774	165.019
3	165.019	23.806	5.446	18.360	146.658
4	146.658	23.806	4.840	18.966	127.692
5	127.692	23.806	4.214	19.592	108.099
6	108.099	23.806	3.567	20.239	87.860
7	87.860	23.806	2.899	20.907	66.953
8	66.953	23.806	2.209	21.597	45.356
9	45.356	23.806	1.497	22.309	23.046
10	23.046	23.806	761	23.045	-

Tableau 2 : Exemple de tableau d'amortissement pour un prêt de 200 000 euros à taux fixe égal à 3,30 % sur 10 ans

Un principe de base pour déterminer la prime pure est le respect, lors de la souscription d'un contrat, de l'équivalence suivante :

$$\text{En } t = 0 : \text{Engagement assureur} = \text{Engagement assuré.}$$

La tarification peut être réalisée soit en fonction du capital initial, soit en fonction du capital restant dû. Le tableau suivant nous permet de distinguer les engagements de l'assuré et de l'assureur en fonction de ces deux situations :

<sup>9</sup> Cf. mémoire tarification en assurance emprunteur par Sandrine Babin (institut des actuaires)

	En fonction du $CRD_k$	En fonction de $K$
Engagement <sub>t=0</sub> (Assuré)	$Tx_p^{CRD_k} \times \sum_{k=0}^{N \times 12 - 1} \frac{{}_k p_x}{12} \times \frac{1}{(1+i_m)^k} \times CRD_k$	$Tx_p^K \times K \times \sum_{k=0}^{N \times 12 - 1} \frac{{}_k p_x}{12} \times \frac{1}{(1+i_m)^k}$
Engagement <sub>t=0</sub> (Assureur)	$\sum_{k=0}^{N \times 12 - 1} CRD_k \times \frac{1}{12} q_{x+\frac{k}{12}} \times \frac{{}_k p_x}{12} \times \frac{1}{(1+i_m)^{k+0.5^{10}}}$	
Taux de prime	$Tx_p^{CRD_k} = \frac{Engagement_{t=0}(Assureur)}{\sum_{k=0}^{N \times 12 - 1} \frac{{}_k p_x}{12} \times \frac{1}{(1+i_m)^k} \times CRD_k}$	$Tx_p^K = \frac{Engagement_{t=0}(Assureur)}{K \times \sum_{k=0}^{N \times 12 - 1} \frac{{}_k p_x}{12} \times \frac{1}{(1+i_m)^k}}$

Tableau 3 : l'engagement des assureurs et des assurés en fonction du CRD et du capital initial

Avec :

- $k$  Le numéro de l'échéance ;
- $M$  Le nombre d'adhérents total du groupe ;
- $\frac{{}_k^j p_x}{12}$  La probabilité de survie entre les âges  $x$  et  $(x + \frac{k}{12})$  pour l'individu  $j$  ;
- $\frac{{}_k p_x}{12} = \sum \frac{{}_k^j p_x}{M}$  La probabilité moyenne que les emprunteurs du groupe d'âge  $x$  à la souscription survivent à l'âge  $(x + \frac{k}{12})$  ;
- $i_m$  Le taux technique mensuel ;
- $K$  Le capital initialement emprunté ;
- $N$  La durée du prêt en années ;
- $\frac{{}_1^j q_{x+\frac{k}{12}}}{12}$  Le taux de décès entre l'âge  $(x + \frac{k}{12})$  et l'âge  $(x + \frac{k+1}{12})$  pour l'individu  $j$  ;
- $\frac{{}_1 q_{x+\frac{k}{12}}}{12} = \sum \frac{{}_1^j q_{x+\frac{k}{12}}}{M}$  La probabilité moyenne de décès des emprunteurs du groupe entre l'âge  $(x + \frac{k}{12})$  et  $(x + \frac{k+1}{12})$  ;
- $CRD_k$  Le capital restant dû en début de période.

Remarque : dans le reste du mémoire, nous modéliserons aussi l'impact des rachats de prêts, et notamment en termes de sinistralité du portefeuille d'assurés.

### 1.3.3.3. Plusieurs segments de clients

En ce qui concerne les assurés des prêts Cessione del Quinto, trois catégories principales peuvent être distinguées :

- ➔ Pubblici, il s'agit des personnes travaillant au sein de l'administration publique, comme les ministères, ou les collectivités territoriales. Dorénavant dans la suite du mémoire, on parlera de Pubblici ou fonctionnaires.
- ➔ Privati, il s'agit des personnes travaillant dans des entreprises privées, et pour lesquelles nous pouvons récupérer le TFR. Dorénavant dans la suite du mémoire, on parlera de Privati ou privés. A noter que pour la garantie décès, aucun montant n'est à récupérer par l'assureur.
- ➔ Pensionati, il s'agit des bénéficiaires d'une pension, à savoir les retraités et les invalides. Dorénavant dans la suite du mémoire, on parlera de Pensionati ou retraités.

### 1.3.3.4. Critères de tarification

La société financière paye à AXA une prime unique pour chaque nouvel emprunteur accepté et pour chacun des risques relatifs à ce nouvel emprunteur (soit décès soit décès et insolvabilité financière).

La prime relative à la garantie décès prend en compte 3 paramètres :

- L'âge de l'emprunteur à l'adhésion ;
- La valeur du montant emprunté ;
- La durée de l'emprunt.

En pratique, des grilles de tarification sont construites par AXA à partir des statistiques transmises par l'organisme de crédit, sur la base de sa propre expérience à savoir : les sinistres survenus et les primes perçues par génération<sup>10</sup> sur les 3 dernières années détaillés par catégorie socio professionnelle.

Ainsi, au moment du lancement de ce nouveau produit par AXA nous avons des grilles tarifaires détaillées par organisme de crédit, par catégorie socio professionnelle (CSP) et par génération.

Ci-dessous un exemple d'une grille de tarification pour le segment des retraités (Pensionati).

Les tarifs sont donnés par durée du prêt et par âge. On peut effectivement constater que le tarif augmente à mesure que la durée du prêt et l'âge de l'assuré augmentent.

---

<sup>10</sup> On appelle génération, une cohorte d'assurés ayant souscrit leur contrat d'assurance la même année. Pour chaque année de souscription, il y a une nouvelle grille de tarification, qu'on ne pourra plus changer sur la durée du prêt.

Age	Durée								
	m=24	m=36	m=48	m=60	m=72	m=84	m=96	m=108	m=120
36	0,82	1,22	1,61	2,02	2,43	2,86	3,29	3,73	4,19
37	0,88	1,31	1,74	2,18	2,63	3,09	3,57	4,05	4,55
38	0,95	1,42	1,89	2,37	2,86	3,36	3,87	4,41	4,95
39	1,04	1,55	2,06	2,59	3,12	3,66	4,22	4,80	5,40
40	1,14	1,69	2,25	2,82	3,40	3,99	4,61	5,24	5,90
41	1,24	1,84	2,44	3,06	3,69	4,35	5,02	5,71	6,44
42	1,34	1,99	2,65	3,33	4,02	4,73	5,47	6,24	7,04
43	1,46	2,17	2,89	3,63	4,39	5,17	5,99	6,83	7,72
44	1,60	2,37	3,17	3,98	4,81	5,68	6,57	7,51	8,48
45	1,75	2,60	3,47	4,36	5,28	6,24	7,23	8,25	9,32
46	1,91	2,84	3,80	4,78	5,80	6,85	7,94	9,07	10,24
47	2,09	3,12	4,18	5,27	6,39	7,55	8,74	9,98	11,27
48	2,30	3,45	4,62	5,82	7,05	8,32	9,63	11,00	12,43
49	2,56	3,82	5,11	6,43	7,78	9,17	10,62	12,13	13,71
50	2,84	4,23	5,64	7,08	8,57	10,11	11,71	13,38	15,12
51	3,12	4,64	6,19	7,77	9,42	11,12	12,89	14,73	16,63
52	3,41	5,08	6,78	8,55	10,37	12,25	14,20	16,21	18,29
53	3,74	5,58	7,47	9,42	11,44	13,52	15,65	17,84	20,12
54	4,13	6,18	8,28	10,44	12,66	14,92	17,25	19,66	22,15
55	4,60	6,87	9,19	11,57	13,98	16,46	19,01	21,65	24,39
56	5,11	7,61	10,17	12,76	15,39	18,11	20,91	23,81	26,85
57	5,62	8,37	11,15	13,97	16,87	19,85	22,94	26,16	29,49
58	6,25	9,23	12,25	15,35	18,54	21,83	25,25	28,78	32,41
59	6,73	9,98	13,32	16,74	20,27	23,92	27,69	31,54	35,47
60	7,32	10,93	14,61	18,41	22,32	26,34	30,44	34,62	38,86
61	8,15	12,13	16,22	20,43	24,73	29,11	33,54	38,04	42,64
62	9,02	13,44	17,99	22,61	27,29	32,02	36,79	41,67	46,71
63	9,97	14,90	19,88	24,91	29,96	35,05	40,24	45,59	51,14
64	11,20	16,58	21,98	27,39	32,83	38,36	44,05	49,95	56,08
65	12,23	18,06	23,87	29,70	35,63	41,72	48,02	54,55	61,34
66	13,24	19,51	25,79	32,16	38,70	45,47	52,46	59,71	67,24
67	14,29	21,06	27,94	35,00	42,30	49,82	57,60	65,65	73,96
68	15,37	22,83	30,50	38,40	46,52	54,90	63,55	72,45	81,60
69	16,96	25,32	33,91	42,71	51,76	61,06	70,62	80,41	90,45
70	19,02	28,40	37,97	47,78	57,83	68,11	78,62	89,37	100,37
71	21,44	31,89	42,56	53,47	64,58	75,90	87,45	99,24	111,28
72	23,96	35,63	47,53	59,60	71,86	84,33	97,02	109,96	123,15
73	26,75	39,80	52,99	66,33	79,86	93,60	107,56	121,76	136,14
74	30,09	44,56	59,14	73,88	88,81	103,94	119,30	134,81	150,40
75	33,49	49,52	65,68	82,00	98,51	115,22	132,04	148,90	165,75
76	37,13	54,97	72,93	91,04	109,33	127,69	146,03	164,30	182,34
77	41,55	61,42	81,40	101,52	121,65	141,70	161,61	181,21	200,20
78	46,52	68,71	90,99	113,20	135,25	157,08	178,49	199,17	
79	52,17	77,03	101,71	126,10	150,19	173,74	196,38		
80	58,84	86,43	113,60	140,36	166,41	191,37			
81	66,00	96,48	126,42	155,48	183,20				
82	73,21	107,04	139,74	170,78					
83	82,05	119,08	154,03						
84	91,10	130,71							
85	98,49								

Figure 4 – La grille de tarification

Ces grilles sont très pratiques pour l'organisme de crédit qui commercialise les produits AXA car elles sont à lecture directe.

Par exemple, pour un retraité de 65 ans souhaitant emprunter 10 000€ sur 6 ans, la prime pure unique s'élève à  $10\ 000 \times 35,63 / 1000 = 356,3 \text{ €}$ .

On peut aussi comparer les tarifs (prime pure) selon les catégories socio-professionnelles. Le graphique ci-dessous donne la prime pure par CSP selon la durée du contrat sur le portefeuille étudié.

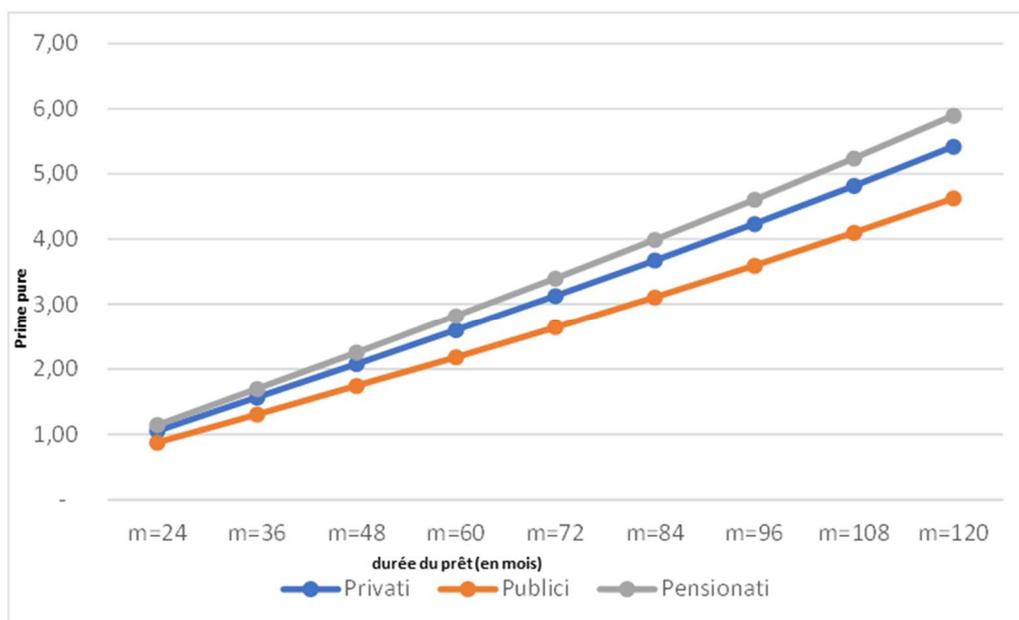


Figure 5 - Prime pure par CSP et durée du contrat

On peut ainsi constater que les Pensionati (retraités) présentent le tarif le plus élevé compte tenu d'un âge moyen plus élevé.

On peut aussi constater que les tarifs des employés des secteurs privés sont plus élevés que ceux du secteur public, même si l'âge moyen est plus élevé pour cette dernière catégorie. Cette différence peut se justifier par le fait que les employés du privé occupent potentiellement des postes plus stressants, avec un impact psychologique plus important, pouvant par conséquent entraîner une probabilité de décès potentiellement plus importante.

Comme nous le verrons dans la suite du mémoire, il est à noter que, compte tenu notamment de la sinistralité dégradée du portefeuille notamment ces dernières années, les tarifs sont étroitement pilotés, et connaissent des ajustements successifs, en fonction des résultats de rentabilité.

Par ailleurs, afin de davantage se protéger d'éventuelles dérives de la sinistralité, les contrats AXA incluent un certain nombre de dispositions relatives à la retarification, en cas de dégradation de la rentabilité technique ou en cas d'évolutions marché.

Cependant ces révisions tarifaires ne peuvent s'appliquer qu'aux nouvelles souscriptions (et non de manière rétroactive), et peuvent être acceptées ou pas par l'organisme emprunteur. Dans ce dernier cas, le partenariat avec ce dernier est résilié.

### 1.3.3.5. Principes de sélection à la souscription

La sélection des risques est un élément important pour les assureurs compte tenu notamment des difficultés techniques rencontrées sur le marché.

AXA a ainsi mis en place un questionnaire médical à la souscription (cf. annexes) afin de sélectionner les assurés à l'entrée, et éviter ainsi l'anti-sélection.

Différentes modalités existent pour ce questionnaire médical, qui peut être soit complété sous format papier par l'assuré, soit en ligne afin de fluidifier le processus de sélection, et répondre aussi aux évolutions du marché.

De plus, en cas de réponse positive à l'une des questions, le client pourrait être sollicité pour répondre à un questionnaire plus détaillé, et pour certaines pathologies, pourrait même être amené à effectuer des examens médicaux complémentaires.

## Chapitre 2 – Contexte et objectifs du mémoire

L'objectif de ce chapitre est de rappeler quelques notions assurantielles telles que les provisions pour primes non acquises, et les ratios de sinistralité, ainsi que le cadre réglementaire prévalent aux méthodes de provisionnement des primes non acquises. Par la suite, nous présenterons succinctement la méthode de provisionnement actuellement utilisée par AXA pour en montrer les principales limitations, et proposerons de nouvelles approches, qui feront l'objet du présent mémoire.

### 2.1. Définitions

#### 2.1.1. Provisions pour Primes Non Acquises

A la souscription d'un contrat d'assurance, la prime est émise pour toute la période de couverture du contrat (de 2 à 10 ans, dans le cas de notre étude du marché CQS).

La **prime émise** peut coïncider avec l'encaissement de celle-ci si elle est payée intégralement dès la signature (on parle alors de prime unique) ; dans le cas contraire (primes périodiques), la partie non réglée constitue une créance de l'assureur sur l'assuré.

La **prime acquise**, elle, correspond à la prime revenant à l'assureur au fur et à mesure de l'exécution du contrat.

La **Provision pour Primes Non Acquises (PPNA)**, est la part des primes que l'assureur doit conserver pour faire face aux risques à venir. Les PPNA se calculent par différence entre les primes émises et les primes acquises. Elles constituent un poste de bilan très important pour les compagnies émettant des contrats pluriannuels comme AXA France sur ce marché de la CQS en Italie. En revanche, elle peut aussi être négligeable pour des assureurs émettant des contrats annuels avec des dates de renouvellement annuels (assureurs automobiles par exemple).

Le schéma suivant illustre le cas d'un contrat couvrant deux exercices différents, et l'impact au niveau des différents postes comptables.

Prenons l'exemple d'un contrat d'une durée de 2 ans avec une prime unique versée au moment de la souscription de 600€. Dans cet exemple, nous utilisons la méthode dite prorata temporis pour constituer la provision.

Au 31 décembre, l'assureur a donc acquis 300€ ( $= 600 \times 1/2$ ), et doit enregistrer une PPNA de 300€ ( $= 600 - 300$ ).

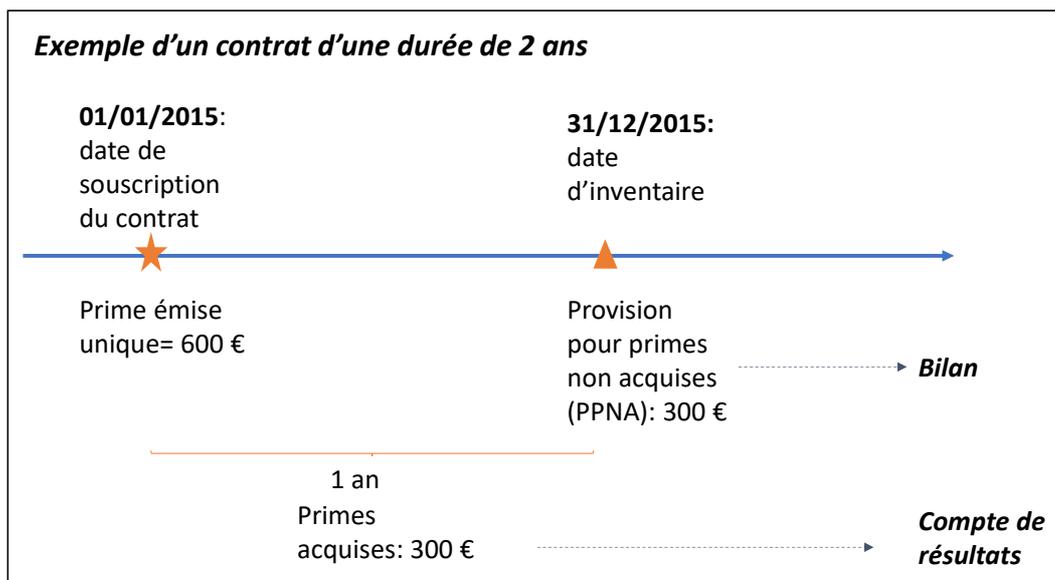


Figure 6 : comptabilisation de la provision pour prime non acquise

Au niveau comptable, les primes acquises sont enregistrées au niveau du compte de résultats, tandis que la Provision pour Primes Non Acquises (PPNA) est enregistrée au bilan.

La provision pour primes non acquises se calcule comme suit :

- $PPNA = \text{Primes émises} - \text{Primes Acquises}$  ;
- La formule précédente nécessite de récupérer les primes émises et primes acquises rattachées aux anciens exercices comptables. La simplification suivante permet de n'utiliser que les primes émises et primes acquises de l'exercice en cours, et les PPNA (clôture) de l'exercice précédent (les PPNA clôture de l'exercice précédent deviennent PPNA Ouverture pour le nouvel exercice) :

$$PPNA^{cl\acute{o}ture} = PPNA^{ouverture} + \text{Primes émises} - \text{Primes Acquises}.$$

- Les calculs sont réalisés au niveau du contrat

A chaque clôture comptable, les primes acquises dans le compte de résultats sont calculés comme suit :

Primes acquises = Primes émises - variation des provisions pour primes non acquises (au bilan).

### 2.1.2. Rentabilité technique (ou ratio Sinistres / Primes)

Le ratio Sinistres / Primes est un des indicateurs le plus utilisé dans le monde de l'assurance, car il permet à l'assureur de mesurer la rentabilité de l'assurance délivrée sur une période donnée.

En effet, l'activité assurantielle étant par son essence même ce que l'on appelle un cycle de production inversée, c'est-à-dire une activité dont on ne connaît le prix de revient qu'après l'avoir vendue, au contraire d'une activité classique où on connaît le prix de revient avant la vente.

Le S/P est ainsi l'indicateur qui permet de savoir si les primes ont permis de couvrir les sinistres. Si le S/P est inférieur à 100%, les sinistres sont inférieurs aux primes et l'activité pourrait être rentable ou au moins équilibrée (il faudrait considérer également les commissions et les chargements de gestion). Dans le cas inverse, les sinistres sont supérieurs aux primes et l'activité est déficitaire.

Le S/P est calculé pour un exercice donné de la manière suivante :

$$S/P = \sum_{\text{ensemble des contrats}} \frac{\text{Coût des sinistres}}{\text{Primes acquises}}$$

#### Remarques :

- Au numérateur, le coût des sinistres correspond aux sinistres réellement réglés par l'assureur, et au dénominateur, les primes acquises sont supposées nettes des remboursements suite aux éventuels rachats.
- Lorsqu'il y a un rachat (ou remboursement anticipé) en cours de contrat, l'assureur doit rembourser à l'assuré le montant de la prime non encore acquise à la date du rachat, et parallèlement, plus aucun sinistre n'est réglé par l'assureur postérieurement à la date de rachat. Dans la suite du mémoire, nous verrons l'impact des rachats sur le ratio de sinistralité.

Ainsi, dans la suite du mémoire, nous procéderons en 4 étapes :

1. Nous estimerons la provision pour prime non acquises (PPNA), selon les différentes méthodes étudiées dans le cadre de ce mémoire, pour en déduire le montant de la prime acquise sur la période ;
2. Nous calculerons le montant global des sinistres enregistrés sur la même période étudiée (en général une année comptable) ;
3. Nous en déduirons le ratio S/P en divisant le montant des sinistres par celui des primes acquises sur la même période ;
4. Nous pourrions ainsi comparer les ratios S/P obtenus selon les différentes méthodes de provisionnement des primes, et en tirer des conclusions sur le pilotage technique du portefeuille CQS.

## 2.2. Contexte et objectifs de l'étude

### 2.2.1. Contexte

Tout d'abord, il convient de noter que, compte tenu de l'importance de ce marché dans la stratégie de développement d'AXA, et compte tenu également des difficultés de rentabilité rencontrées sur ce portefeuille, plusieurs études techniques ont été initiées depuis le lancement de ce nouveau produit par AXA, dont certaines ont donné lieu d'ailleurs à des mémoires d'actuariat.

Ainsi, en 2013, la Direction Générale des Assurances Collectives d'AXA France a commandé une étude de rentabilité du portefeuille, dans le but de mettre en place d'éventuelles actions correctives ou préventives sur les segments déficitaires. Cette étude a notamment été reprise dans le cadre du mémoire de Pierre Ottenwaelter *Etude des lois d'incidence des sinistres décès et perte d'emploi (2013)*, où il a été notamment question d'estimer les taux d'incidence des sinistres décès et perte d'emploi sur toute la durée des engagements du portefeuille en cours.

Puis, en 2017, il a été décidé de reprendre l'étude précédente, avec davantage de données. L'objectif était alors de valider ou d'ajuster les hypothèses précédemment retenues et d'effectuer de nouvelles projections de rentabilité. Cela a notamment été formalisé dans le mémoire d'actuariat d'Antoine Herbreteau *Construction d'un outil de suivi de la rentabilité pour le portefeuille italien de la Cessione del Quinto (2017)*.

Le présent mémoire s'inscrit dans la continuité des deux précédentes études. L'objectif à présent est d'étudier l'impact du provisionnement de la prime non acquise, sur la rentabilité technique du portefeuille pour la garantie décès, en améliorant le modèle des hypothèses de sinistralité préalablement établi dans les précédents mémoires notamment.

Par ailleurs, compte tenu des nouvelles données utilisées, nous disposons à présent de deux générations complètes (2009 et 2010), ce qui permet d'avoir la profondeur historique nécessaire à l'étude d'un certain nombre de paramètres tels que la sinistralité (puisque la durée maximale du prêt est de 10 ans). Ce recul sur les données nous permettra par conséquent de confirmer ou infirmer un certain nombre d'hypothèses prises dans le cadre de l'étude.

## 2.2.2. Enjeux

Comme indiqué précédemment, ce marché de l'assurance emprunteur liée à des prêts à la consommation, présente en effet la particularité d'avoir une prime unique versée au début du prêt.

L'enjeu est donc d'importance pour AXA, de constituer des Provisions Pour Primes Non Acquises (PPNA), afin de bien piloter la rentabilité technique du portefeuille.

Or, à ce sujet, l'article A331-16 du code des assurances stipule que la provision pour primes non acquises est calculée prorata temporis contrat par contrat, ou sur la base de méthodes statistiques<sup>11</sup>.

La méthode utilisée par AXA jusqu'à présent est la méthode prorata temporis, qui consiste donc, comme son nom l'indique, à écouler la prime unique de manière linéaire selon la durée du prêt. Or cette méthode ne distingue pas le profil de risque des assurés en fonction de leur catégorie socio-professionnelle, de l'organisme prêteur ou de la génération de prêt par exemple. L'objectif du

---

<sup>11</sup> Pour chacune des catégories définies à l'article A. 344-2 du code des assurances

mémoire, est donc de proposer d'autres méthodes de provisionnement, et de comparer les résultats obtenus avec ceux de la méthode prorata temporis. On pourra dès lors dire dans quelle mesure continuer à utiliser ou pas cette méthode.

Nous allons donc commencer par exposer la méthode prorata temporis dans la section suivante.

### 2.2.3. Méthode prorata temporis

La méthode utilisée par AXA jusqu'à présent est la méthode prorata temporis, qui consiste donc, comme son nom l'indique, à écouler la prime unique de manière linéaire selon la durée du prêt.

Afin d'étudier l'impact de cette méthode de provisionnement sur la rentabilité technique du portefeuille, nous avons procédé comme suit.

Tout d'abord, nous avons calculé la provision pour prime non acquises, selon la méthode prorata temporis. Celle-ci peut ainsi s'écrire à un instant  $t$  :

$$PPNA(t) = \text{Prime unique} \times \left(1 - \frac{t}{T}\right),$$

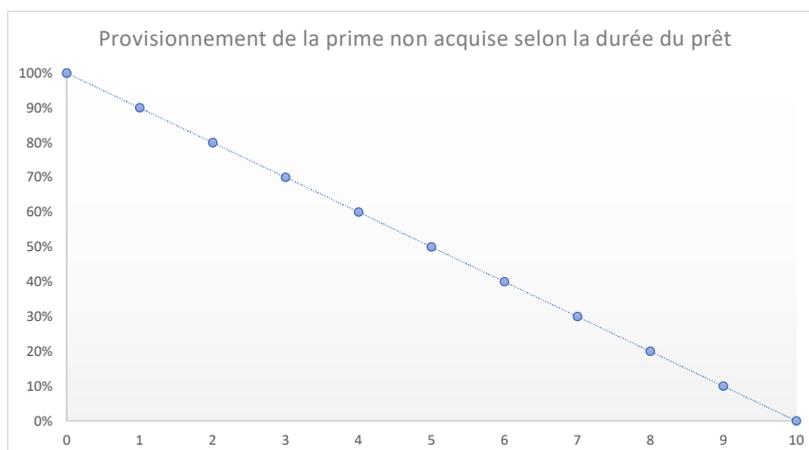
où  $T$  : durée totale du prêt.

Pour un prêt pour une durée de 10 ans par exemple, le tableau ci-dessous donne la part de la prime émise à provisionner chaque année :

Année de prêt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proportion prime acquise	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
Provision pour prime non acquise (PPNA)	90%	80%	70%	60%	50%	40%	30%	20%	10%	0

Tableau 7

Et on en déduit donc la distribution de la provision pour prime non acquise selon la durée du prêt :



Ainsi, nous appliquons la distribution précédente à la prime émise annuelle afin d'évaluer le montant de la provision pour prime non acquise. Nous faisons cet exercice par génération et selon la durée du prêt, car l'assureur peut appliquer des tarifs différents par génération.

En effet, pour chaque nouvelle année de souscription, l'assureur peut appliquer de nouvelles règles de tarification, de sélection, etc. afin de piloter son risque : on parle alors de génération.

Génération	Année comptable											
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2009	3.890.738	3.424.766	2.959.031	2.495.209	2.037.925	1.596.850	1.186.416	814.123	490.842	203.543	-	0
2010		9.631.864	8.376.714	7.123.767	5.884.206	4.700.146	3.617.947	2.651.571	1.793.147	1.026.655	332.269	-
2011			14.680.002	12.879.899	11.080.794	9.287.574	7.521.373	5.828.422	4.294.810	2.922.764	1.666.143	534.438
2012				17.824.441	15.716.101	13.609.213	11.508.907	9.431.127	7.420.038	5.518.292	3.756.281	2.148.151
2013					20.052.941	17.712.429	15.373.343	13.043.087	10.738.875	8.509.947	6.387.976	4.382.641
2014						24.153.118	21.346.858	18.542.286	15.747.109	12.981.089	10.304.268	7.747.359
2015							33.926.721	31.941.908	31.943.650	31.957.238	32.002.014	32.132.243
2016								47.906.881	42.304.866	36.707.505	31.135.333	25.629.507
2017									59.442.037	52.387.769	45.347.092	38.352.699
2018										55.955.127	49.157.657	42.387.093
2019											36.032.509	31.722.726
2020												9.601.549

Tableau 8 - PPNA par génération et par année comptable

Nous en déduisons alors la prime acquise par année comptable :

Génération	Année comptable											
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2009	116.493	465.973	465.735	463.821	457.285	441.074	410.435	372.292	323.282	287.299	203.543	-
2010		627.575	1.255.150	1.252.947	1.239.561	1.184.060	1.082.199	966.376	858.424	766.492	694.386	332.269
2011			900.052	1.800.103	1.799.105	1.793.220	1.766.201	1.692.951	1.533.612	1.372.046	1.256.620	1.131.706
2012				1.054.170	2.108.341	2.106.887	2.100.307	2.077.779	2.011.090	1.901.745	1.762.011	1.608.130
2013					1.170.256	2.340.512	2.339.085	2.330.256	2.304.213	2.228.928	2.121.972	2.005.335
2014						1.403.130	2.806.260	2.804.572	2.795.178	2.766.020	2.676.820	2.556.909
2015							1.984.813	3.969.626	3.967.884	3.954.297	3.909.520	3.779.291
2016								2.801.007	5.602.015	5.597.361	5.572.171	5.505.826
2017									3.527.134	7.054.268	7.040.678	6.994.393
2018										3.398.735	6.797.470	6.770.564
2019											2.154.892	4.309.783
2020												278.513

Tableau 9 - table de la prime acquise annuelle par génération et par année comptable

Nous connaissons par ailleurs le montant des sinistres par année comptable / génération tels que communiqués par les organismes de crédit :

Génération	Année comptable											
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2009	88.616	367.658	533.199	530.668	333.748	242.080	237.972	165.052	118.383	31.300	6.106	-
2010		619.370	1.533.923	1.306.180	1.441.089	1.171.434	682.147	540.037	395.243	181.609	111.923	10.507
2011			1.272.517	2.472.678	2.099.268	1.829.964	1.592.840	1.119.469	840.826	534.067	197.743	33.722
2012				1.191.776	2.398.465	2.920.374	2.061.105	1.827.824	1.396.005	706.114	501.920	75.546
2013					1.313.013	2.774.039	3.137.589	2.773.404	2.818.955	1.131.648	782.718	161.393
2014						1.917.542	4.589.581	4.163.917	4.574.692	2.887.239	1.821.336	375.730
2015							2.678.158	5.531.573	5.717.321	5.133.958	3.514.393	676.438
2016								3.538.133	7.614.777	6.908.167	7.066.334	1.818.750
2017									3.826.999	8.371.743	7.365.489	2.076.834
2018										3.033.126	7.142.156	1.839.545
2019											2.091.468	1.252.301
2020												41.152

Tableau 10- Montant de sinistres par génération et par année comptable

Cela nous permet donc d'en déduire le ratio de sinistralité (Sinistres / Primes) par année comptable, selon la méthode prorata temporis :

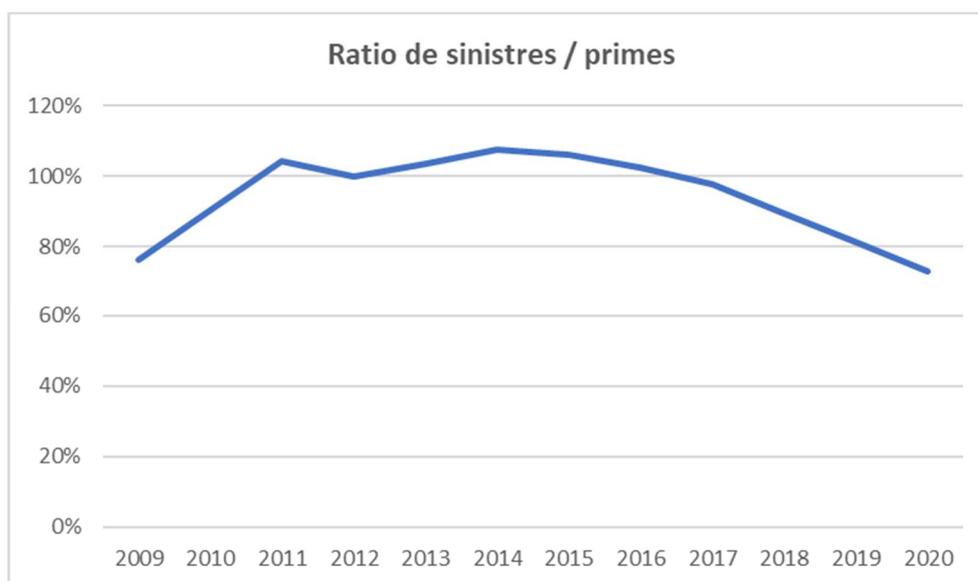


Figure 11 – Ratio de sinistres sur primes

L'évolution de la sinistralité obtenue ci-dessus, sur la base d'un provisionnement de la prime prorata temporis, montre en première analyse une certaine volatilité des résultats, mais surtout un niveau très élevé de sinistralité, dépassant les 100% entre 2011 et 2017.

Or un niveau de S/P supérieur à 100% signifie que le montant de primes n'arrive pas à compenser le montant des sinistres auquel doit faire face l'assureur, avant même les commissions versées aux organismes de crédit, et les frais de gestion. Cela signifie que l'activité de l'assureur sur cette branche d'activité est très déficitaire.

Une telle conclusion pourrait ainsi conduire le management d'AXA à des prises de décision (arrêt de l'activité, hausses tarifaires, etc.) qui pourraient être en décalage avec le reste du marché.

D'où l'idée en effet que la méthode de provisionnement sur la base prorata temporis, ne correspond pas réellement au profil de risque intrinsèque du portefeuille, et les ratios S/P calculés ne reflètent donc pas la rentabilité technique de l'activité.

## 2.2.4. Objectifs du mémoire

L'objectif de ce mémoire est donc d'étudier des méthodes alternatives de provisionnement des primes acquises (profils de risque, stochastique), de comparer les résultats obtenus avec ceux de la méthode prorata temporis, et indiquer dans quelle mesure continuer à utiliser cette méthode dans le pilotage de la rentabilité technique du portefeuille. En particulier, il sera intéressant d'étudier les écarts entre ces différentes méthodes, et être en mesure de formuler des recommandations sur l'utilisation de telle ou telle méthode.

Nous allons d'abord commencer par la méthode dite de profil risque. Cette idée a d'ailleurs été introduite par l'Union Européenne, à travers la directive 91/674/CEE du Conseil, concernant les

comptes annuels et les comptes consolidés des entreprises d'assurance, ouvrant la possibilité d'un étalement tenant compte du profil de risque moyennant « une documentation adéquate de l'entité ».

Cette méthode consiste en effet à considérer le profil de risque d'un segment donné du portefeuille (autrement dit sa fonction de survie observée au cours du prêt), puis à écouler les primes selon cette même tendance. Ensuite, on en déduira les ratios Sinistres sur Primes par année comptable.

Pour cela, nous allons d'abord établir le cadre méthodologique permettant de modéliser la fonction de survie de la garantie décès, en nous appuyant notamment sur l'estimateur de Kaplan Maier. Nous repartirons pour cela du précédent mémoire *Construction d'un outil de suivi de la rentabilité pour le portefeuille italien de la Cessione del Quinto (2017)*.

Par la suite, nous étudierons une deuxième méthode s'appuyant sur une approche stochastique de l'évènement décès. L'idée de cette méthode est de simuler en effet les décès dans le portefeuille. En cas de décès, la prime unique sera répartie sur la durée écoulée. Par exemple, si l'individu possédant un contrat d'une durée 8 ans, décède au bout de 3 ans, la prime unique sera répartie en 3 ans au lieu de 8 ans selon la méthode prorata temporis.

On étudiera la sinistralité du portefeuille selon chacune des méthodes ci-dessus, et nous comparerons les provisions pour primes dans chacun des cas.

En pratique, nous procéderons dans le cadre de ce mémoire aux analyses suivantes :

- Modéliser les sinistres décès, à travers une loi de durée, en veillant à prendre en compte les sinistres tardifs dans nos estimations ;
- Vérifier les principales variables explicatives du taux de sinistralité et en déduire une segmentation pertinente du portefeuille ;
- En déduire la provision pour prime non acquise selon la durée du prêt ;
- Calculer les ratios de sinistralité par année comptable et par génération, et étudier l'évolution de la rentabilité technique du portefeuille selon les différentes méthodes de provisionnement des primes ;
- Comparer les résultats selon les différentes méthodes, et formuler des recommandations pour leur utilisation.

## Chapitre 3 – Présentation du portefeuille

L'objectif de ce chapitre est de présenter les principales caractéristiques du portefeuille de crédit étudié, ainsi que les principales données sources, afin de mieux comprendre les caractéristiques du portefeuille. Nous nous attacherons en particulier à identifier des comportements typiques ou des particularités sur certains phénomènes qui nous permettront par la suite de mieux orienter nos recherches.

Pour rappel, dans le cadre de ce mémoire, nous nous concentrons uniquement sur la garantie décès.

### 3.1. Analyses préliminaires

Avant d'aborder la description du portefeuille, nous avons commencé par analyser et corriger le cas échéant les données reçues. Les tâches de mise en cohérence et de fiabilisation des informations disponibles sont présentées succinctement ci-dessous.

AXA reçoit tous les mois un fichier dit de production, qui contient d'une part des données relatives à l'assuré, et d'autre part des données relatives au prêt :

#### Données relatives à l'assuré :

- Code fiscal de l'assuré
- Sexe de l'assuré
- Date de naissance de l'assuré
- Adresse de l'assuré
- Ville de l'assuré
- Code postal de l'assuré
- Code province de l'assuré
- Situation professionnelle
- Raison sociale de l'employeur de l'assuré
- Code social de l'employeur
- Code fiscal de l'employeur
- Code province de l'employeur
- Date d'entrée de l'assuré chez l'employeur
- TFR à l'adhésion

Remarque : Le code fiscal de l'assuré est unique et permet d'identifier chaque emprunteur.

#### Données relatives au prêt :

- Nom de la société financière ayant octroyé le prêt
- Numéro du contrat d'assurance conclu entre AXA et la financière
- Numéro du financement
- Numéro d'adhésion
- Type de prêt (*cessione* ou *delega*). Compte tenu de leur faible nombre, les *delega* ont été supprimés.
- Date de début de prêt
- Date de fin de prêt
- Prime brute décès
- Prime nette décès
- Prime fixe additionnelle décès
- Prime brute perte d'emploi
- Prime nette perte d'emploi
- Taxe
- Surprime
- Type de tarif
- Capital initial
- Taux annuel nominal

- Montant emprunté
- Prime brute

La base de données qui a servi à l'étude comporte 392 053 contrats, s'étendant de 2009 à 2020. Elle a été extraite en mai 2021, avec des données arrêtées à fin 2020.

Avant de commencer l'étude, nous analysons les données reçues, afin de vérifier leur complétude, et leur cohérence.

Dans cette section, nous reprenons les tests qui ont été développés dans le mémoire précédent<sup>12</sup>. Ceux-ci comprennent par exemple la vérification des paramètres suivants :

- L'âge de souscription est inférieur ou égal à 85 ans ;
- L'âge de fin de prêt est inférieur ou égal à 90 ans ;
- La durée du prêt est comprise entre 2 et 10 ans ;
- La somme des montants bruts des actifs ne dépasse pas 125k€ par tête ;
- La somme des montants bruts des retraités ne dépasse pas 75k€ par tête ;
- ...

## 3.2. Statistiques descriptives

### 3.2.1. Par organisme de crédit

Tout d'abord, nous nous sommes intéressés à la répartition du nombre d'adhésions par financière (organisme de crédit). Cela nous permet d'identifier les financières qui représentent la plus grande part de notre portefeuille, et donc celles qu'il faut étudier de manière plus attentive.

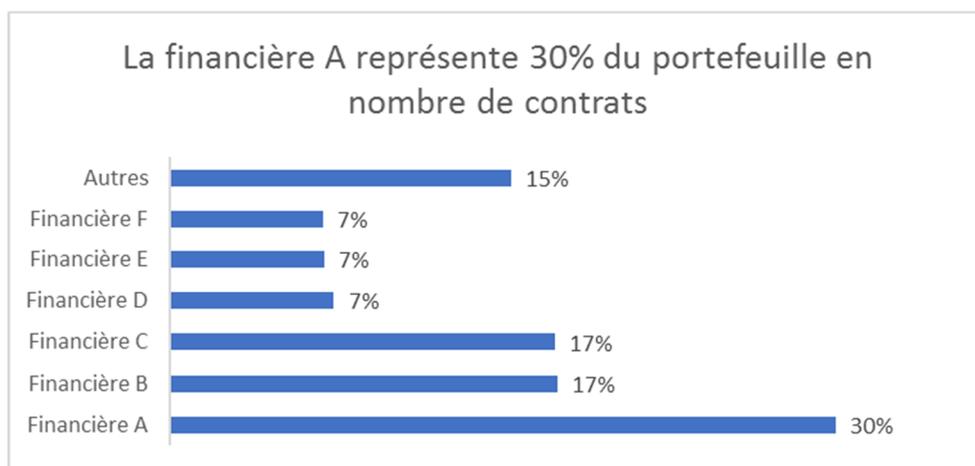


Figure 12 - Répartition du nombre de prêts par financière toutes générations confondues

Nous pouvons constater que la financière A représente 30% du portefeuille en nombre de contrats, quasiment le double des financières de B et C avec chacune une part de 17%. Les financières D, E

<sup>12</sup> Antoine Herbreteau (2017) Construction d'un outil de suivi de la rentabilité pour le portefeuille italien de la Cessione del Quinto, ISUP

et F représentent respectivement 7% du portefeuille. L'ensemble des vingt-trois autres financières représente 15 % du portefeuille.

La financière A est la première à être entrée dans le portefeuille, lors de la mise en vente des contrats en 2009, ce qui explique qu'elle représente quasiment un tiers du portefeuille.

Par ailleurs, nous nous sommes intéressés à la répartition des montants bruts (montants du prêt) et des primes émises par financière.

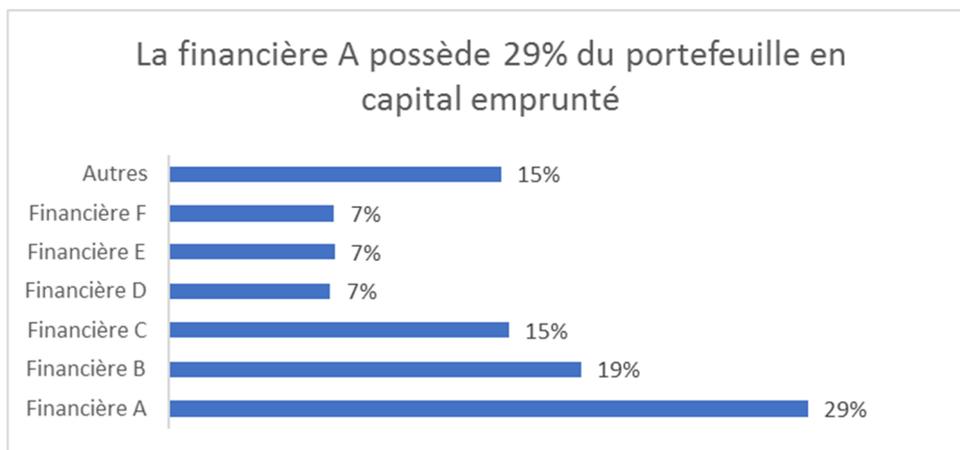


Figure 13 - Répartition du capital emprunté par financière toutes générations confondues

Les financières A, B et C représentent pratiquement les 2/3 du portefeuille, en termes de capital emprunté. Il conviendra donc de concentrer l'étude sur ces 3 financières notamment, et de bien évaluer aussi la qualité des procédures de sélection des risques mises en place au sein de ces financières, notamment le questionnaire médical.

Cela s'explique notamment par la composition des financières en termes de catégorie socio-professionnelle. La financière C a moins de fonctionnaires, qui est une population qui emprunte plus facilement des capitaux élevés du fait de leur risque plus faible. Inversement, la financière B a plus de fonctionnaires. En effet, nous avons observé que le montant moyen emprunté pour les fonctionnaires s'élève à 28 k€ environ, contre 22 k€ pour les retraités, et 17 k€ pour les salariés du privé.

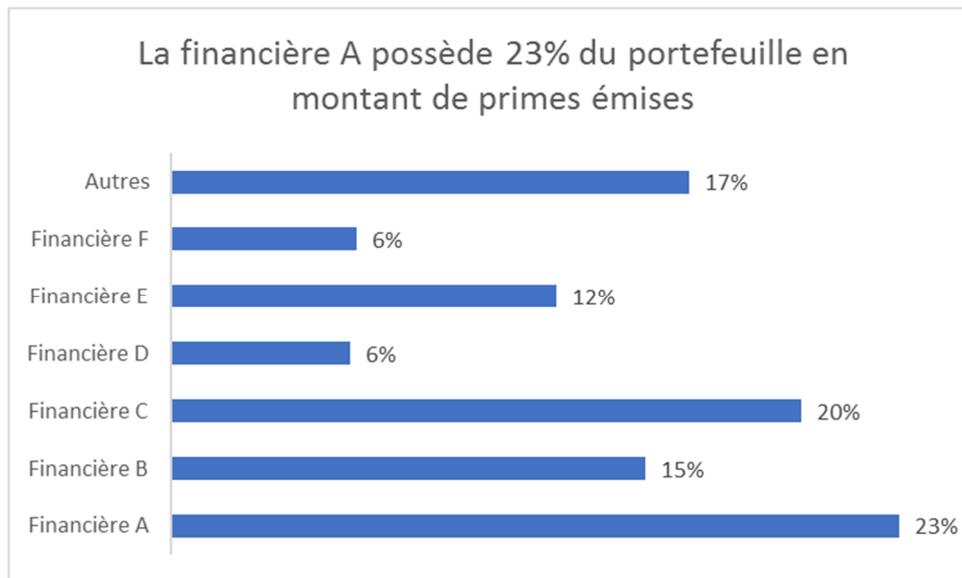


Figure 14 - Répartition de la prime émise par financière toutes générations confondues

Comme nous pouvons le constater en comparant les deux figures précédentes, la répartition des primes par organisme de crédit peut sensiblement différer de celle par montant. En effet, comme nous l'avons vu auparavant, outre l'âge et la durée, les tarifs pratiqués par AXA sont aussi segmentés selon la catégorie socio-professionnelle de l'assuré, et par organisme de crédit.

En analysant d'abord l'âge moyen par financière comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

Financière	Age moyen	Prime moyenne
A	49	616
B	53	691
C	53	922
D	55	616
E	62	1 411
F	50	686

Figure 15 – Age moyen à la souscription et prime moyenne par financière

Nous constatons que la financière A, qui représente 29% des montants bruts, représente 23% des primes émises. En effet, la moyenne d'âge à la souscription de la financière A est la plus basse comparativement aux autres financières, avec 49 ans. Ceci est plutôt rassurant en première analyse du point de vue du risque de décès, puisque la financière la plus importante du portefeuille, présente la moyenne d'âge la plus basse.

Nous constatons que la financière E a plus de primes émises que les D et F. Cela s'explique par un âge moyen plus élevé pour la financière E par rapport à D et F (respectivement 62, 55 et 50 ans), le tarif étant plus élevé proportionnellement à l'âge de souscription.

Contrairement aux autres financières, les financières B et C ont le même âge moyen à la souscription mais la proportion de retraités de la financière C est plus élevée que celle de la financière B comme

nous pouvons le constater ci-dessous, le tarif moyen du portefeuille est donc plus élevé. Inversement, la financière B a plus de fonctionnaires, le tarif est donc plus faible.

Financière	Pensionato	Privato	Pubblico	Total
A	6%	12%	12%	30%
B	4%	5%	8%	17%
C	7%	9%	1%	17%
Autres	14%	8%	14%	36%
<b>Total</b>	<b>30%</b>	<b>35%</b>	<b>35%</b>	<b>100%</b>

Figure 16 – Répartition de la CSP par financière

Ensuite, nous avons étudié d'autres caractéristiques du portefeuille, par exemple la répartition par sexe, par catégorie socio-professionnelle et par âge de souscription.

### 3.2.2. Par sexe

Dans cette section, nous avons analysé la segmentation du portefeuille par CSP et par sexe :

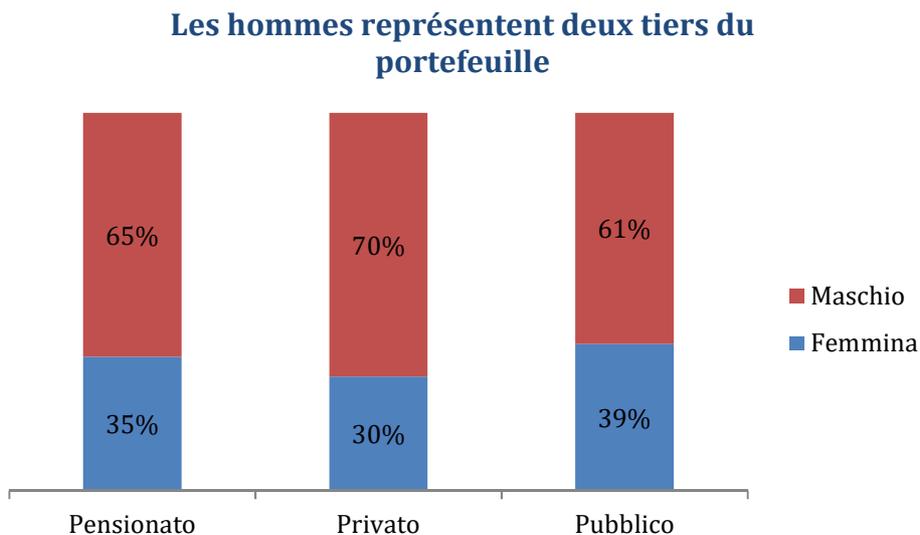


Figure 17 - Répartition par sexe du portefeuille

Nous constatons que les hommes représentent les deux tiers du portefeuille quelle que soit la situation professionnelle, pouvant induire un certain déséquilibre au sein du portefeuille. C'est un point important pour le pilotage du portefeuille dans la mesure où la probabilité de décès est plus forte pour les hommes que pour les femmes, alors que la tarification ne tient pas compte du sexe de l'assuré<sup>13</sup>.

<sup>13</sup> Les compagnies d'assurances ne peuvent plus depuis 2012 prendre en considération le critère du sexe pour calculer les primes et prestations d'assurances dans leurs contrats, suite à un arrêt de la Cour européenne.

### 3.2.3. Par catégorie socio-professionnelle

Dans cette section, nous avons analysé la segmentation du portefeuille par principales catégories socio-professionnelle :

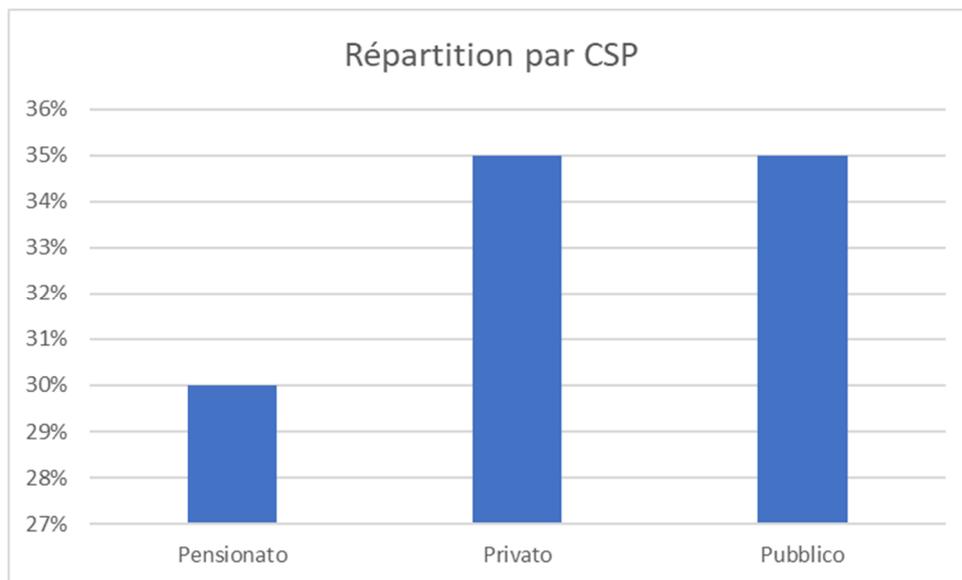


Figure 18 - Répartition des socio-professionnelle détaillé

Concernant la catégorie socio-professionnelle, nous constatons un léger avantage des catégories Privatos (les privés) et Pubblicos (les fonctionnaires), par rapport à la catégorie des retraités. Ceci est également un point important du point de vue du risque, dans la mesure où les retraités présentent la probabilité de décès la plus élevée.

### 3.2.4. Par durée du prêt

Dans cette section, nous avons analysé la durée du prêt par principales catégories socio-professionnelle. En effet, la durée du prêt étant un critère important pour l'écoulement de la prime émise, nous avons donc cherché la répartition des prêts par durée :

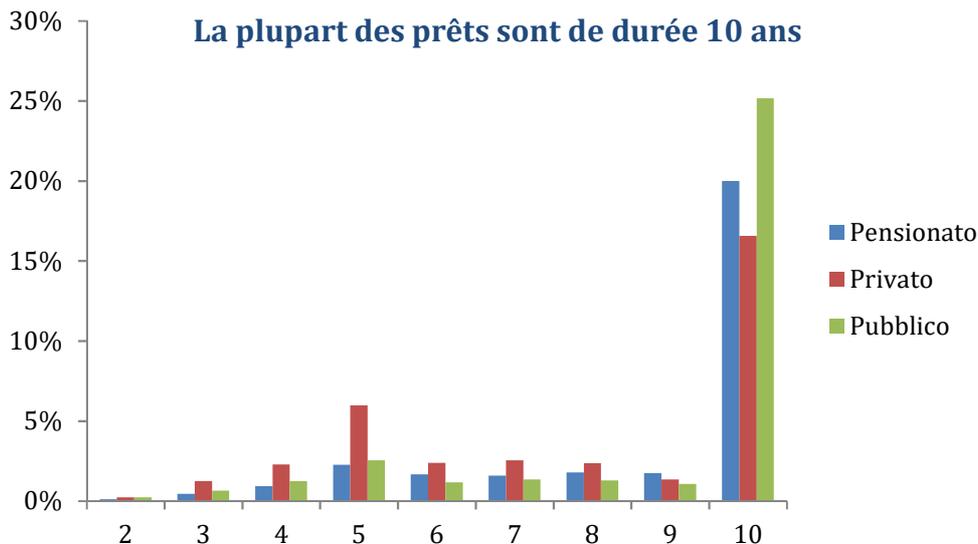


Figure 19 - Répartition des prêts par durée et par CSP

Nous pouvons ainsi constater que 62% des prêts ont une durée de dix ans.

Mise à part les prêts de deux ans qui ont été très peu souscrits, les prêts d'une durée de trois à neuf ans sont autant représentés, soit environ 5 % du portefeuille.

Néanmoins, nous constatons un pic pour les prêts d'une durée de cinq ans parmi les privés, ce qui est assez atypique. Ceci explique et compense le « creux » constaté pour les prêts de durée 10 ans pour les privés. La raison de ce phénomène est que pour les privés, l'accès aux prêts plus longs est plus difficile à obtenir car leur risque économique est plus important, contrairement à la catégorie des fonctionnaires (Pubblico).

### 3.2.5. Par âge de souscription

Dans cette section, nous avons cherché à identifier les âges des assurés par principales catégories socio-professionnelle.

CSP	Age moyen	Age min	Age max
Pensionato	67	19	86
Privato	42	18	73
Pubblico	51	22	69
<b>Total</b>	<b>53</b>	<b>18</b>	<b>86</b>

Figure 20 - l'âge par CSP

Dans le graphique ci-dessous, nous avons étudié la répartition des âges à la souscription selon la catégorie socio-professionnelle.

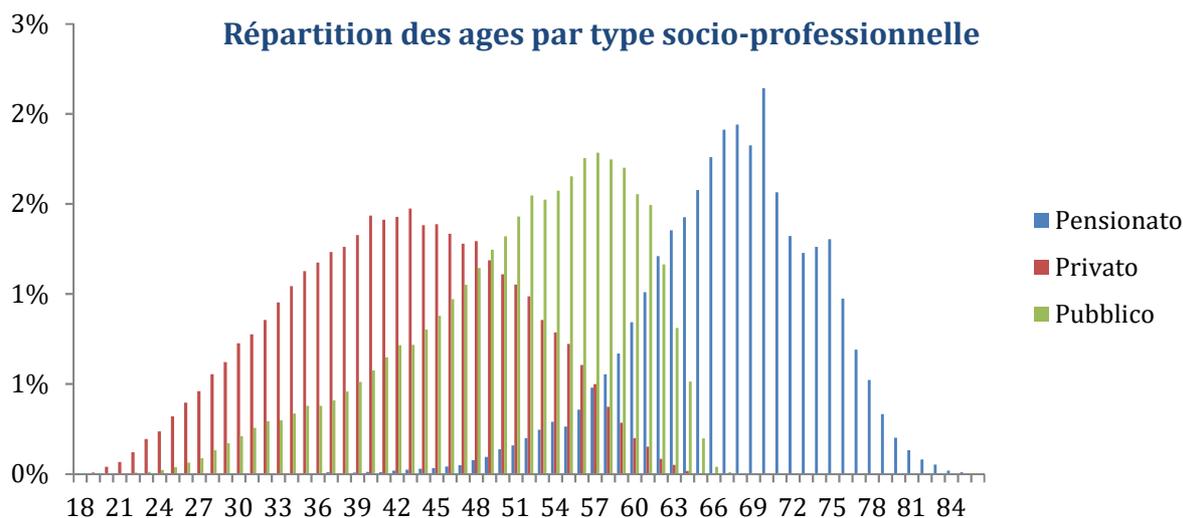


Figure 21 - Répartition des âges par catégorie socio-professionnelle

Nous constatons que la catégorie des privés présente l'âge moyen le plus bas. Leur distribution est concentrée autour de 42 ans, qui est également l'âge moyen pour cette population. Nous observons cependant une augmentation régulière du nombre d'emprunts souscrits entre 18 et 40 ans environ. Cela s'explique par l'installation progressive de jeunes actifs dans la vie professionnelle, qui leur permet petit à petit d'accéder au crédit. Inversement, la fin du prêt ne peut dépasser l'âge légal de départ en retraite, ce qui explique la diminution régulière des prêts CQS souscrits par des salariés du secteur privé entre 50 et 60 ans environ.

Chez les fonctionnaires, l'âge le plus représenté se situe vers 57 ans, alors que l'âge moyen de cette population est de 51 ans. Nous observons par ailleurs, la même tendance que pour les privés avec une augmentation régulière des prêts jusqu'à l'âge de 47 ans, certainement en raison de revenus en moyenne inférieurs à ceux des salariés du secteur privé.

Cependant, si le nombre de prêts pour les jeunes augmente plus rapidement chez les privés que chez les fonctionnaires, le nombre de prêts accordés pour les personnes plus âgées augmente plus rapidement chez les fonctionnaires que chez les privés. En effet, les fonctionnaires ont cette possibilité de transférer le prélèvement de la mensualité de leur crédit au moment de leur départ à la retraite. Cela explique ainsi le volume plus important de souscription par des salariés du secteur public jusqu'à l'âge de départ à la retraite.

Quant aux retraités, l'âge moyen est de 67 ans. Il y a environ un cinquième des retraités qui ont moins de 60 ans. Cela s'explique par le fait qu'en Italie il existe des retraites spécifiques, par exemple les militaires qui reçoivent une pension de l'armée partent en retraite à moins de 60 ans.

## 3.3. Statistiques sur les événements

### 3.3.1. Analyses préliminaires

Là aussi, nous recevons mensuellement de la part des organismes de crédit, un fichier sinistres qui contient les informations suivantes :

- Type de produit
- Montante lordo
- Montant de la mensualité
- TFR à l'adhésion
- Montant recouvré
- Montant du sinistre net du recouvrement
- Type de sinistre (décès / perte d'emploi)
- Commentaire du gestionnaire
- Date de prise en charge
- Décision du gestionnaire
- Date de la décision
- Etat (clos / en cours)
- Année de survenance
- Date de réception
- Date de déclaration
- Date de survenance
- Date de signature du questionnaire médical
- Date de couverture
- Compagnie d'assurance
- NR POCSI (gestion)
- NR AS400 (gestion)
- Nom de la financière
- Numéro de police signée entre la financière et l'assureur
- Numéro de prêt octroyé par la financière à l'emprunteur

Comme pour le fichier de production, afin de vérifier la cohérence des données reçues, nous effectuons quelques tests sur les dates et/ou les montants enregistrés, par exemple :

- Respect de la chronologie des événements : dans l'ordre, signature du questionnaire médical, couverture, survenance, déclaration, réception, prise en charge et enfin décision.
- Cohérence des différents montants entre eux : montant emprunté, mensualité, montant recouvré et montant du sinistre

En fonction des cas, nous avons parfois procédé à des ajustements. A titre d'exemple, lorsque la date de prise en charge est antérieure à la date de réception, cela provient manifestement d'une erreur de saisie. Nous avons corrigé cela manuellement dans la base de données.

### 3.3.2. Sinistres déclarés

Les statistiques sur les sinistres déclarés par financière sont présentés dans le tableau ci-dessous.

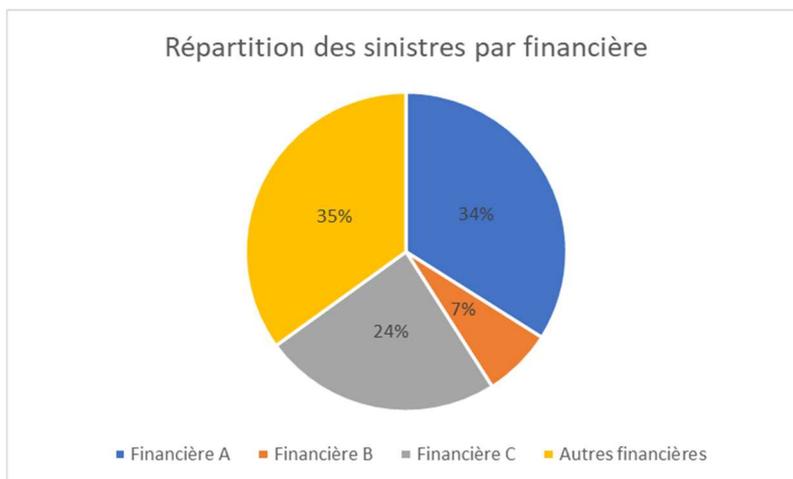


Tableau 22 - Table des sinistres déclarés

Nous remarquons que la financière A est celle qui a le plus de sinistres avec un tiers du total. Ce résultat est cohérent avec l'observation relative au nombre de contrats qui est de 30%. En effet, la financière A est entrée en 2009 dès le début de la commercialisation du produit, elle est donc la plus ancienne. Il est alors tout à fait normal que la sinistralité de la financière A soit plus importante que celle des autres financières. Cette financière doit donc faire l'objet d'une attention particulière dans notre étude.

En revanche, nous constatons que la financière B, dont la part en nombre de contrat est importante avec 17%, a peu de sinistres par rapport aux autres financières. En effet, la financière B est entrée relativement récemment en portefeuille. Contrairement à sa forte production, la survenance de sinistres est relativement faible. Par ailleurs, elle présente un taux de retraités relativement faible par rapport aux autres financières, alors que la catégorie des retraités est celle qui constitue la majeure partie du risque de décès comme nous le verrons par la suite.

En effet, concernant la répartition des sinistres par catégorie socio-professionnelle, ce n'est pas du tout équilibré comme nous avons pu le voir auparavant, où chaque catégorie représente environ un tiers des adhésions.

Pour le risque décès, pratiquement 80% des sinistres proviennent des retraités :

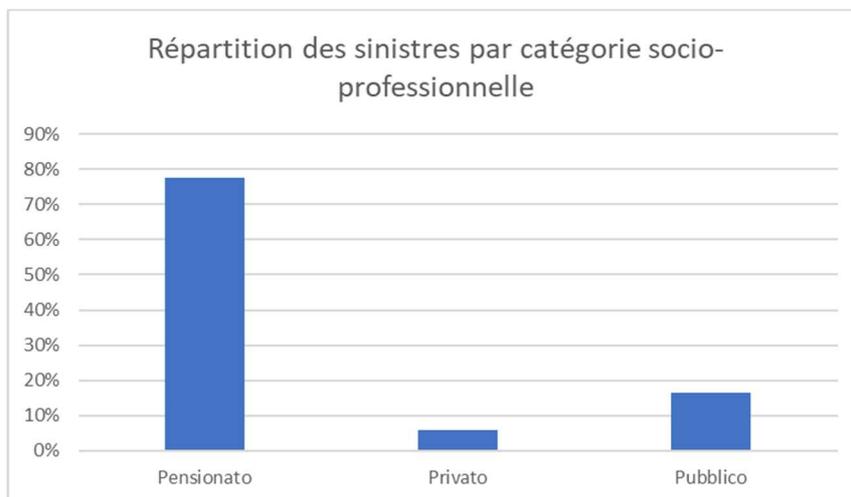


Figure 23 – Répartition des sinistres par CSP

Cette forte proportion est liée au fait que cette population est beaucoup plus âgée que les autres : le risque de décès est donc beaucoup plus fort.

Enfin, dans la figure ci-dessous, nous présentons le nombre des sinistres déclarés par année de survenance ainsi que leur état de suivi. Pour le risque de décès, le nombre croit jusqu'en 2016, puis commence à diminuer en raison des sinistres tardifs. Dans la suite du mémoire, nous expliquerons comment ces derniers sont pris en compte dans la modélisation.

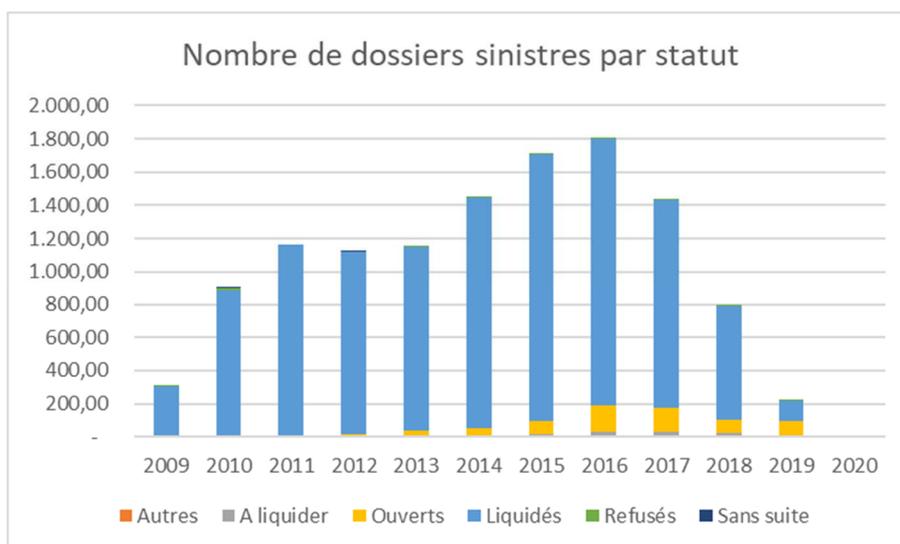


Figure 24 - Statut des sinistres déclarés par année de survenance et par type de sinistre

Les sinistres peuvent également être refusés ou classés sans suite, il n'y a donc pas de paiement pour ces sinistres-là. Etant donné la faible volumétrie en nombre pour ces types de sinistres, nous avons fait le choix de ne pas les exclure par prudence, nous conservons donc tous les sinistres déclarés.

### 3.3.3. Rachats

Les statistiques sur le nombre de rachats par financière et par catégorie socio-professionnelle sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Financière	Pensionato	Privato	Publicco	Total
A	4%	9%	13%	26%
B	7%	11%	0%	19%
C	3%	5%	6%	15%
Autres	14%	13%	14%	41%
<b>Total</b>	<b>29%</b>	<b>38%</b>	<b>33%</b>	<b>100%</b>

Tableau 25 - Table de la proportion du nombre de rachat

Les rachats d'assurance, liés à un renouvellement de prêt, sont possibles uniquement après l'écoulement d'une durée supérieure aux deux cinquièmes de la durée totale du prêt.

Les financières A, B et C sont les plus anciennes (notamment la financière A), elles ont des prêts depuis plus de quatre ans. De ce fait, elles ont donc des prêts qui ont une durée supérieure aux deux cinquièmes de la durée totale du prêt requis pour le rachat. Elles représentent presque 60% des rachats.

Les privés représentent 38% du nombre de rachat. En effet, lors de la souscription d'un prêt les privés, étant des profils plus risqués, bénéficient avec plus de difficultés que les publics d'un prêt de longue durée (10ans). Ce qui expliquerait que les privés prolongent la durée de leurs prêts.

Dans la suite du mémoire, nous étudierons plus en détail l'impact des rachats sur la sinistralité du portefeuille.

## 3.4. Conclusion du chapitre

Ces différentes statistiques nous ont permis d'identifier différents axes d'analyses qui sont à priori importants pour expliquer le profil de risque du portefeuille, notamment la catégorie socio-professionnelle, l'organisme de crédit, la génération de prêt.

Cela nous permettra dans la suite du mémoire de vérifier, à travers des tests statistiques, les variables explicatives qui devront être prises en considération dans notre segmentation du portefeuille, en vue du calcul de la provision pour primes.

Ainsi la dimension « financière / organisme de crédit » est une dimension importante, et notamment les trois financières A, B et C qui représentent pratiquement les 2/3 du capital emprunté. Ceci est aussi confirmé par l'analyse par génération, puisque par exemple la financière A, la plus ancienne, présente un taux de sinistralité et un taux de rachats relativement importants par rapport au reste du portefeuille.

De même la catégorie socio-professionnelle a un impact direct sur la sinistralité, les retraités, par exemple étant une population beaucoup plus âgée, donc présentant potentiellement plus de sinistres décès, même si nous n'avons pas observé non plus une sur-représentation de la catégorie des retraités dans le portefeuille.

Nous pouvons dès lors anticiper que les études réalisées avec l'estimateur de Kaplan-Meier pour la garantie décès seront plus pertinentes pour les financières A, B et C, ainsi que pour les catégories socio-professionnelles des retraités.

Du point de vue sinistres, il est ainsi important de prendre en compte dans notre analyse actuarielle, un certain nombre de paramètres pour une approche qualitative de la sinistralité du portefeuille.

Par exemple, comme nous l'avons vu précédemment, la durée des prêts a un impact direct sur le nombre de rachats, donc sur la sinistralité.

Enfin, le poids des sinistres tardifs (Incured but not reported ou IBNR) est clé notamment chez les retraités. Il est donc important de ré-estimer les cadences de déclaration et les poids à affecter aux sinistres observés tant ces éléments sont essentiels pour ajuster, sur ce portefeuille, le calcul de l'estimateur des fonctions de survie de Kaplan-Meier. Nous verrons cela plus en détail dans le chapitre suivant.

## Chapitre 4 – Méthode par profils de risque

### 4.1. Cadre méthodologique

Pour cette partie, nous sommes repartis des travaux déjà effectués dans le cadre de précédents mémoires Pierre Ottenwaelter *Etude des lois d'incidence des sinistres décès et perte d'emploi (2013)*, que nous avons adaptés notamment pour prendre en compte le nouveau portefeuille étudié.

Nous avons donc repris la méthode d'estimation de Kaplan–Meier pour estimer les lois de survie.

#### 4.1.1. Estimateur de Kaplan–Meier

L'estimateur de Kaplan–Meier a été privilégié dans le cadre de cette étude pour au moins deux raisons.

1. La première, est la nécessité de dégager une tendance, donc une loi continue plutôt que d'une chronique de taux annuels, afin de pouvoir extrapoler des résultats.
2. La deuxième raison, est que nous devons disposer d'un estimateur qui puisse prendre en compte les données censurées. En effet, cette activité autour de l'assurance de prêts Cessione Del Quinto a démarré de manière relativement récente pour AXA, et nous ne disposons pas de la profondeur de données nécessaires, certains prêts ne sont pas encore arrivés à échéance. Or si un évènement (sinistre, rachat) n'est pas survenu pour un emprunteur donné sur la période d'observation, il peut survenir après cette période et il nous intéresse tant que le prêt est en cours.

L'estimateur de Kaplan–Meier est ainsi un estimateur qui permet d'estimer la fonction de survie d'après des données de durée de vie. En recherche médicale, il est souvent utilisé pour mesurer la fraction de patients en vie pour une certaine durée après leur traitement. Il est également utilisé en économie et en écologie.

Par ailleurs, l'avantage important de la courbe de Kaplan–Meier est que cette méthode peut prendre en compte certains types de données censurées, en particulier censurées par la droite, ce qui intervient lorsqu'un patient disparaît d'une étude, c'est-à-dire qu'on ne dispose plus de ses données avant que l'évènement attendu (par exemple le décès), soit observé.

##### 4.1.1.1. Description des données

Comme indiqué précédemment, la base de données sur laquelle nous avons travaillé comporte les prêts depuis le lancement de l'activité par AXA (2009) jusqu'à fin 2020.

Ainsi, plusieurs cas de figures peuvent se présenter, comme représenté dans le schéma ci-dessous :

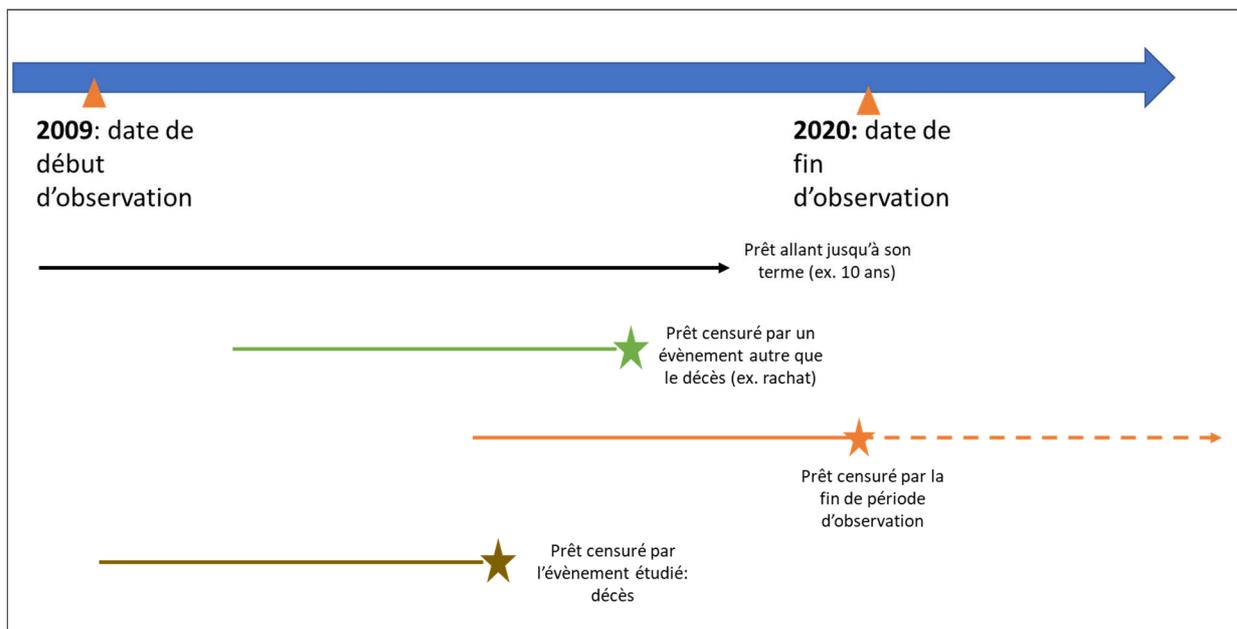


Figure 26 - Représentation des différents types d'observation

- ➔ Les prêts pour lesquels nous observons l'évènement étudié, en marron sur le graphique ;
- ➔ Les prêts n'ayant aucun évènement au cours de la période étudiée, et qui sont donc censurés à la date de fin d'observation uniquement, en orange sur le graphique ;
- ➔ Les prêts pour lesquels un évènement, n'étant pas celui observé, interrompt l'observation (par exemple : le rachat), en vert sur le graphique.

Remarque :

L'estimateur de Kaplan-Meier suppose l'indépendance entre l'évènement étudié et les évènements relatifs aux censures. Or, si nous nous plaçons au niveau de l'emprunteur, et que nous étudions par exemple sa probabilité de décès, le rachat du crédit, entraîne la non survenance certaine de l'évènement étudié sur la période observée. Cette difficulté sera considérée dans le paragraphe relatif à l'application des calculs de l'estimateur retenu dans notre contexte.

4.1.1.2. Formalisation des fonctions de survie

Soient deux instants  $t$  et  $t'$  tels que  $t' < t$ ,

Soit  $X$  une variable aléatoire représentant la durée de vie d'un individu,

Soit  $S$  la fonction de survie de cet individu,

$$\begin{aligned}
 \text{Nous avons alors : } S(t) &= \mathbb{P}(X > t) \\
 &= \mathbb{P}(X > t \cap X > t') \\
 &= \mathbb{P}(X > t') \times \mathbb{P}(X > t \mid X > t').
 \end{aligned}$$

En répétant l'opération pour  $n$  différents temps distincts ordonnés dans l'ordre croissant – notés  $t_i$  pour  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$  – nous obtenons alors :

$$S(t) = \mathbb{P}(X > t_0) \prod_{t_i \leq t} \mathbb{P}(X > t_i | X > t_{i-1}),$$

où  $t_0$  est la date de début d'observation, nous avons par conséquent :

$$\mathbb{P}(X > t_0) = S(t_0) = 1.$$

Nous pouvons estimer l'autre terme par :

$$\mathbb{P}(X > t_i | X > t_{i-1}) = 1 - \frac{d_{t_i}}{n_{t_i}},$$

où  $d_{t_i}$  est le nombre de décès à la date  $t_i$  ;

$n_{t_i}$  est la population encore en vie juste avant la date  $t_i$ .

Cette population est égale à :

$$n_{t_i} = n_{t_{i-1}} - d_{t_{i-1}} - c_{[t_{i-1}, t_i[},$$

avec :

$n_{t_{i-1}}$  la population à l'instant d'avant ;

$d_{t_{i-1}}$  le nombre de décès à l'instant d'avant ;

$c_{[t_{i-1}, t_i[}$  le nombre de censures entre les deux instants avec  $t_{i-1}$  inclus et  $t_i$  exclu.

Finalement en reprenant ces notations, l'estimateur de Kaplan-Meier s'écrit :

$$S^*(t) = \prod_{t_i \leq t} \left(1 - \frac{d_{t_i}}{n_{t_i}}\right).$$

Note : La programmation du calcul de l'estimateur de Kaplan-Meier en utilisant un calcul "pas à pas" sous SAS, est présenté en annexes.

#### 4.1.1.3. Interprétation

La mise en œuvre de l'estimateur de Kaplan-Meier dans le cadre de notre étude consiste en l'estimation des fonctions de survie des prêts à chacun des événements "sinistre". En d'autres termes, cela consiste à étudier l'évènement "fin de contrat pour cause de décès" en considérant tous les autres types d'évènement comme des censures à droite. A partir des fonctions de survie ainsi obtenues, nous pourrions mesurer la probabilité de survenance d'un évènement sinistre sur toute période donnée de la vie d'un prêt avec la relation :

$$F(t) = 1 - S(t).$$

Comme évoqué précédemment, il se pourrait que les sinistres observés et certains événements considérés comme des censures ne sont pas indépendants.

Ainsi l'estimateur de Kaplan-Meier tend en quelque sorte à surestimer la sinistralité, dans la mesure où il ne prend pas en compte des données présentant un meilleur profil de risque. Cela apporte néanmoins une marge de prudence dans notre modélisation.

Remarquons également que dans notre contexte, la plupart des censures correspondront à une date de fin d'observation qui, elle, est bien indépendante des événements "sinistre".

Aussi, pour l'étude de la rentabilité des contrats Cessione del Quinto, nous considérerons dans un premier temps et dans le cadre de ce mémoire que le biais induit par la non indépendance des événements évoqués ci-dessus est faible et nous utiliserons les fonctions de survie estimée en étant conscients de l'existence de ce biais.

## 4.1.2. Prise en compte des IBNR

Un point important auquel il convient de prêter une attention particulière est relatif aux sinistres tardifs, qu'on appelle IBNR (Incurred But Not Reported). Il peut en effet arriver qu'au moment de l'extraction des données, un certain nombre de sinistres survenus ne soient pas encore déclarés. Si on ne les prend pas en compte dans notre analyse, cela aura pour effet de sous-estimer notre sinistralité totale.

### 4.1.2.1. Modélisation

Nous partons en effet des sinistres déclarés dans notre base, pour lesquels nous connaissons la date de survenance, la date de déclaration du sinistre, et par conséquent la durée écoulée entre les deux dates.

Le principe consiste à construire le triangle des déclarations mois par mois. Cela nous permet ensuite d'appliquer la méthode Chain-Ladder pour déterminer les cadences de déclaration.

La méthode Chain-Ladder compte parmi les plus usuelles et sert de référence pour les méthodes déterministes. La facilité de son implémentation et la pertinence de ses résultats l'a rendu la plus utilisée dans le domaine de calcul de provisionnement.

L'idée sous-jacente est que les modèles d'évolution des sinistres historiques sont indicatifs des modèles d'évolution des sinistres futurs.

De manière générale, cette méthode consiste à déterminer à partir des sinistres les plus anciens, une loi de cadencement des déclarations, et ensuite appliquer cette loi, aux sinistres les plus récents.

Le principe de calcul repose ainsi sur deux hypothèses principales ;

(H<sub>1</sub>) : Les années de survenance sont indépendantes entre elles.

(H<sub>2</sub>) : Les années de développement sont des variables explicatives du comportement des paiements futurs.

En pratique, il s'agit de déterminer des coefficients à appliquer aux sinistres déjà déclarés en fonction de l'ancienneté de leur survenance. Le coefficient est alors obtenu en effectuant l'inverse du pourcentage cumulé de sinistres déclarés. Bien évidemment, plus la date de survenance est proche de la date d'observation, plus le montant des IBNR est élevé.

Ainsi, si un sinistre est déclaré le 1er janvier, et que la cadence de déclaration nous indique qu'au bout de six mois par exemple, un tiers des sinistres sont déclarés, alors on sait qu'au 1<sup>er</sup> juin, on a en réalité trois sinistres.

#### 4.1.2.2. Résultats

Dans le graphique suivant nous illustrons ainsi le cadencement des sinistres par année de survenance :

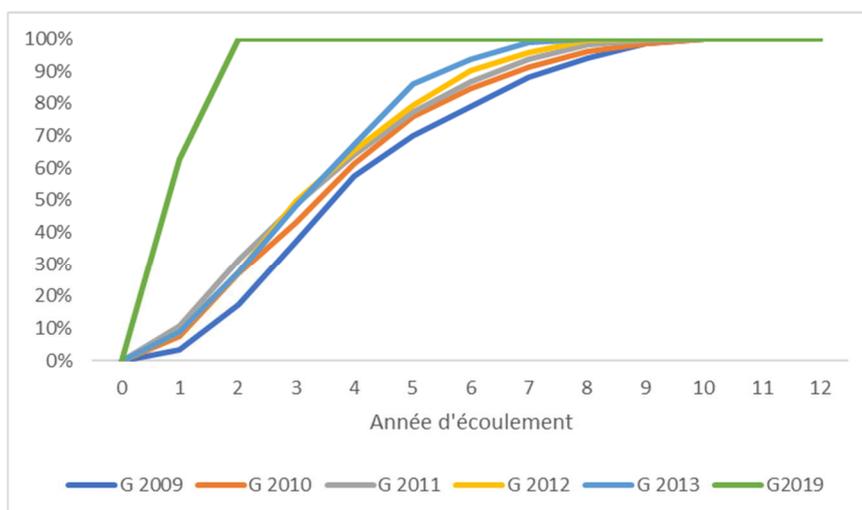


Figure 27 - Cadence de déclaration des sinistres décès par année de survenance (ex. générations 2009, 2019, 2011, 2012, 2013 et 2019)

Tout d'abord, il conviendra de remarquer que plus la date d'extraction des données est proche, et moins il y aura de sinistres déclarés. Il est donc logique d'observer une cadence plus rapide pour ces survenances. Inversement pour la génération 2009, la cadence est la plus longue. Ainsi la prise en compte de ces années où la cadence de règlement est faible, conduirait mécaniquement à surestimer le montant des IBNR.

Comme nous le verrons plus tard, le poids des IBNR peut représenter un paramètre important dans l'estimation de la fonction de survie. Il conviendra donc de l'identifier précisément, afin de le prendre en compte dans l'analyse des variables explicatives.

## 4.2. Application au portefeuille CQS

L'objectif de cette section est d'identifier les variables explicatives qui permettent d'expliquer au mieux la sinistralité liée à la garantie décès, et de vérifier par rapport aux critères retenus pour la tarification. Cela nous permettra ainsi de mettre en place la bonne segmentation de notre portefeuille, préalable au calcul de la Provision pour Primes Non Acquises.

Nous allons dans la suite de ce chapitre, étudier la pertinence de trois variables retenues dans le cadre de la tarification, grâce à des tests statistiques : la catégorie socio-professionnelle, l'organisme prêteur, et la génération de l'emprunt.

Pour cela, nous allons utiliser le test de Smirnov. Ce test statistique va nous permettre en effet d'accepter ou non l'hypothèse nulle  $H_0$  : les deux sous-populations indépendantes étudiées ont la même loi de survie. Ainsi, nous pourrions en déduire, si la variable étudiée est bien une valeur explicative de la population considérée.

### 4.2.1. Les tests statistiques

Le test de Smirnov est un test non paramétrique permettant de comparer les fonctions de répartition empiriques de deux variables aléatoires et de décider si ces variables suivent ou non la même loi.

Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires indépendantes pour lesquelles nous disposons respectivement de  $n_X$  et  $n_Y$  observations ;  $F_{n_X}$  et  $F_{n_Y}$  les fonctions de répartition empiriques construites sur ces observations. Le test d'ajustement de Smirnov permet de retenir ou de rejeter l'hypothèse nulle  $H_0$  suivante : "X et Y sont de même loi".

Ce test est basé sur la statistique suivante :

$$D_{n_X n_Y} = \sup_t |F_{n_X}(t) - F_{n_Y}(t)|.$$

Si  $X$  et  $Y$  sont effectivement de même loi,  $D_{n_X n_Y}$  est asymptotiquement distribuée comme suit :

$$P \left[ \sqrt{\frac{n_X n_Y}{n_X + n_Y}} \times D_{n_X n_Y} < y \right] \xrightarrow{n_X \text{ et } n_Y \rightarrow +\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^k \times e^{-2k^2 y^2}.$$

Ce qui donne pour par exemple un risque de première espèce de 5% la région critique de rejet de  $H_0$  suivante :

$$D_{n_X n_Y} > \frac{1,3581}{\sqrt{\frac{n_X n_Y}{n_X + n_Y}}}.$$

### 4.2.2. Catégorie socio-professionnelle

La catégorie socio-professionnelle, est un facteur explicatif, notamment le fait de savoir si l'assuré est un retraité ou pas, car c'est le segment de population qui statistiquement va présenter le taux de décès le plus important.

L'objectif ici est de le vérifier à travers des tests statistiques, tout en tenant compte de la qualité des données reçues.

Les graphiques présentés ci-dessous représentent les lois de survies y compris IBNR selon la situation professionnelle, pour l'ensemble des financières.

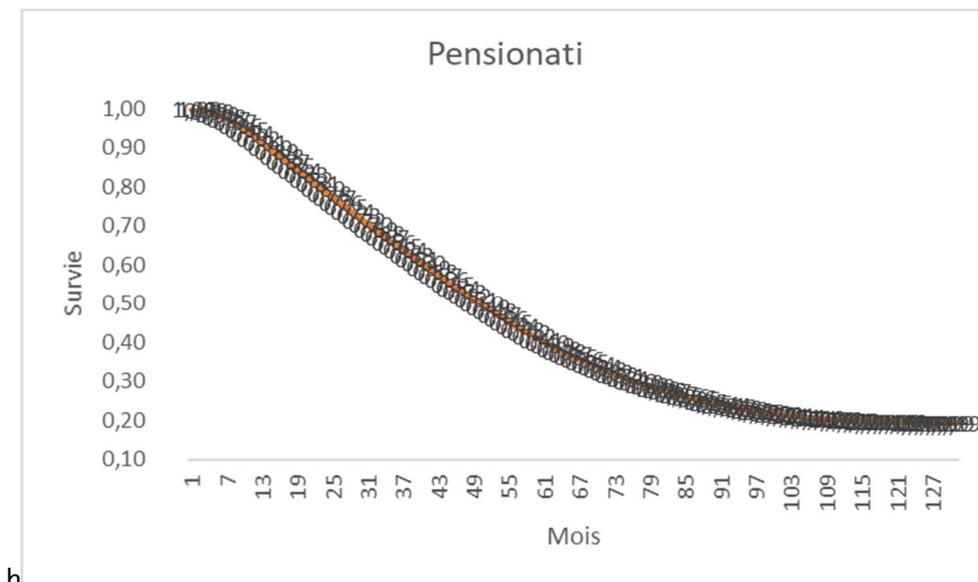


Figure 28 - Loi de survie au décès pour les retraités

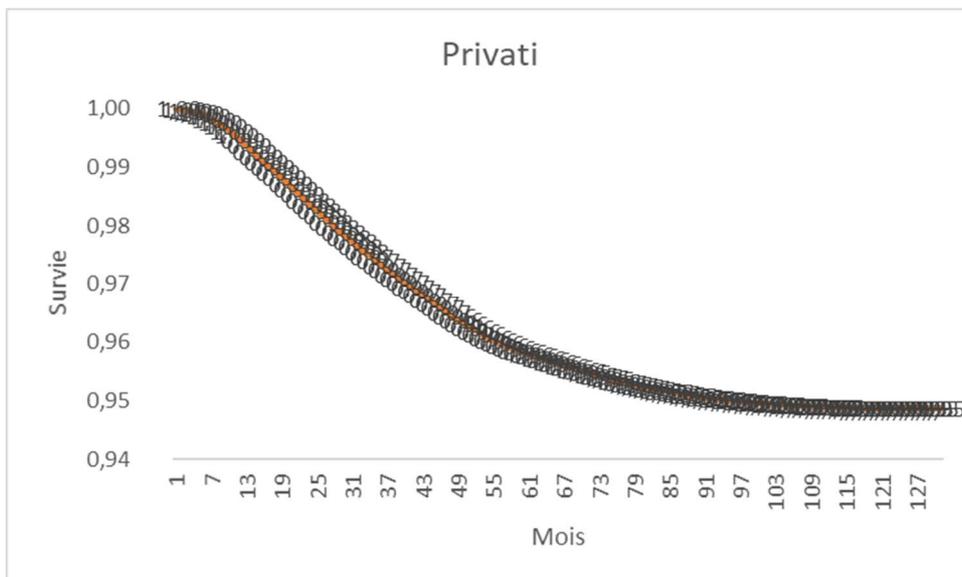
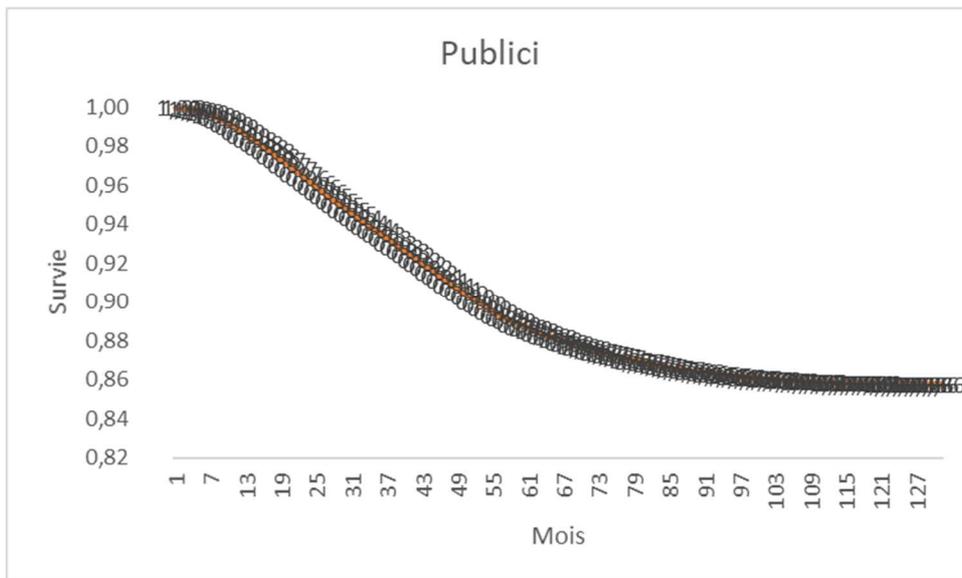


Figure 29 - Loi de survie au décès pour les privés



On peut confirmer à travers ces lois de survie que la probabilité de décès est en effet plus élevée chez la catégorie des retraités, ce qui justifie le tarif plus élevé pour cette population observé dans les grilles tarifaires présentées dans le premier chapitre.

En revanche, l'écart de tarifs entre les catégories des privés et des fonctionnaires que nous avons mentionné dans le premier chapitre, semble plus difficile à justifier lorsqu'on observe graphiquement les lois de survie ci-dessus. Néanmoins, on explique cette surprime pour les privés par le fait que ces derniers occupent potentiellement des postes plus stressants, avec un impact psychologique plus important, pouvant par conséquent entraîner une probabilité de décès potentiellement plus importante.

Nous souhaitons à présent comparer ces fonctions de survie estimées. L'hypothèse nulle testée est  $H_0$  : les deux sous-populations ont la même fonction de survie.

Pour ce faire, nous avons appliqué la démarche de test présentée plus haut pour tester l'égalité des fonctions de survie des Retraités et des Fonctionnaires d'une part, des Fonctionnaires et Privés d'autre part.

Les effectifs par catégorie socio-professionnelle se présentent de la manière suivante :

Catégorie socio-professionnelle	Nombre d'emprunteurs
Retraités	117 616
Privés	137 219

Fonctionnaires	137 219
----------------	---------

Figure 31 – Nombre d'emprunteurs par CSP

Test 1 :

S	Population initiale	p-value Smirnov
Retraités	117 616	1.10 <sup>-4</sup>
Fonctionnaires	137 219	

Figure 32 – test de l'égalité des fonctions de survie des Retraités et des Fonctionnaires

La p-value du test de Smirnov ne permet manifestement pas d'accepter  $H_0$ .

Nous rejetons donc  $H_0$ .

Test 2 :

S	Population initiale	p-value Smirnov
Fonctionnaires	137 219	1.10 <sup>-4</sup>
Privés	137 219	

Figure 33 – test de l'égalité des fonctions de survie des Fonctionnaires et des Privés

Nous rejetons là aussi  $H_0$ .

Nous confirmons donc le caractère explicatif de la variable situation professionnelle détaillée.

### 4.2.3. Organisme prêteur

L'objectif ici est de confirmer le caractère explicatif de la variable « organisme de crédit ayant octroyé le prêt ». Il est tout à fait plausible que la sinistralité soit en effet étroitement liée à l'efficacité du processus de sélection mis en place par la financière. Les graphiques présentés ci-dessous représentent les lois de survies y compris IBNR par financière.

Les résultats sont assez contrastés selon les organismes de crédit.

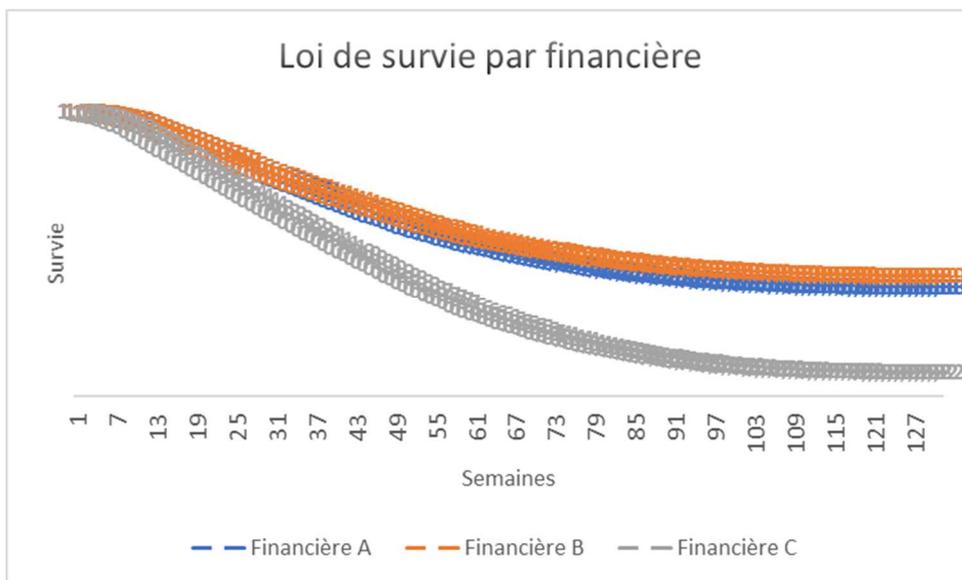


Figure 34 - Loi de survie au décès par organisme de crédit

Nous pouvons en effet constater une sinistralité très marquée pour la financière C, dès le début de période, ce qui peut s'expliquer par une anti-sélection à l'entrée, en raison notamment de certaines pratiques frauduleuses de certains intermédiaires. Comme évoqué dans le chapitre 1, ce marché de la Cessione del Quinto présente en effet un certain nombre de difficultés, qui ont conduit à une dégradation de la rentabilité technique du portefeuille. Des actions de redressements ont été mises en place depuis.

En revanche, pour les financières A et B, nous observons un meilleur comportement de la sinistralité par rapport à la financière C, notamment en début de période. Cela peut en effet correspondre à l'efficacité de la sélection médicale mise en place à la souscription.

Nous avons ensuite appliqué la démarche de test présentée plus haut pour tester l'égalité des fonctions de survie des financières A et B, ainsi que B et C et A et C.

Les effectifs par financière se présentent de la manière suivante :

Financière	Nombre d'emprunteurs
A	117 616
B	66 649
C	66 649

Figure 35 – Nombre d'emprunteurs par financière

Test 1 :

S	Population initiale	p-value Smirnov
Financière A	117 616	$1.10^{-4}$

Financière B	66 649	
--------------	--------	--

Figure 36 – test de l'égalité des fonctions de survie des financières A et B

Test 2 :

S	Population initiale	p-value Smirnov
Financière B	66 649	1.10 <sup>-4</sup>
Financière C	66 649	

Figure 37 – test de l'égalité des fonctions de survie des financières B et C

Test 3 :

S	Population initiale	p-value Smirnov
Financière A	117 616	1.10 <sup>-4</sup>
Financière C	66 649	

Figure 38 – test de l'égalité des fonctions de survie des financières A et C

Nous rejetons donc H<sub>0</sub>.

Ces tests confirment ce que nous pressentions : la société financière ayant octroyé le prêt est un facteur explicatif de la garantie décès.

### 4.2.4. Par génération

L'objectif ici est de savoir si la génération de prêt est une variable explicative de la sinistralité décès.

A titre d'illustration, nous avons représenté ci-dessous les lois de survies y compris IBNR pour les générations 2009 et 2010.

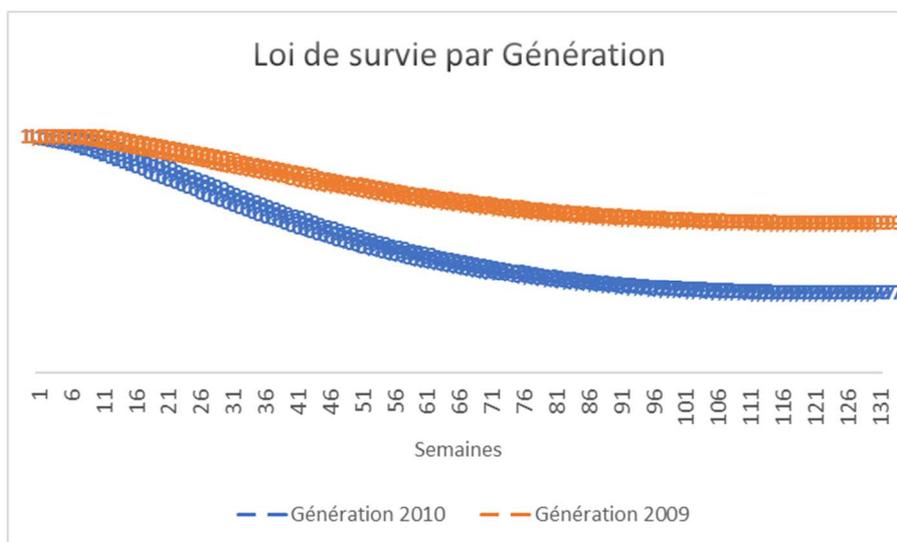


Figure 39 - Loi de survie des générations 2009 et 2010

On peut constater ainsi une assez forte disparité entre ces deux générations en termes de sinistralité, qui s'explique certainement par le fait que 2009 est l'année de démarrage de l'activité, et donc la montée en puissance a lieu progressivement. Cette différence se reflètera également au niveau des ratios Sinistres / Primes, comme nous le verrons dans la suite du mémoire.

Nous avons par la suite utilisé la démarche présentée précédemment pour comparer ces fonctions de survie estimées. L'hypothèse nulle testée est  $H_0$  : les deux sous-populations ont la même fonction de survie. Les tableaux suivants présentent les résultats de ces comparaisons.

Génération d'emprunteurs	Nombre d'emprunteurs
2009	3 748
2010	18 835

Figure 40 – Nombre d'emprunteurs par génération

Test 1 :

S	Population initiale	p-value Smirnov
Génération 2009	3 748	1.10 <sup>-4</sup>
Génération 2010	18 835	

Figure 41 – test de l'égalité des fonctions de survie des générations 2009 et 2010

Nous rejetons donc  $H_0$ .

## 4.2.5. Interprétations qualitatives et conclusions

Comme évoqué précédemment, l'objectif recherché dans ce chapitre était d'identifier la segmentation la plus pertinente d'un point de vue du risque, et de vérifier ainsi la cohérence avec les segments retenus pour la tarification (comme présenté dans le 1<sup>er</sup> chapitre).

Si les tests statistiques conduisent à considérer que les variables testées (CSP, financière, génération) sont bien explicatives, il convient notamment d'interpréter ces résultats avec précaution, en raison de deux facteurs principalement : la quantité d'informations disponible, et le poids des IBNR.

Ainsi, le fait de segmenter par génération diminue le nombre d'informations disponibles pour les générations les plus récentes, et augmente donc mécaniquement la volatilité des courbes. En effet, pour les générations les plus récentes, le poids des IBNR devient prépondérant.

Dans la suite du mémoire, nous allons donc utiliser ces segmentations afin de calculer la PPNA par année, et de là, en déduire le ratio Sinistres / Primes. Pour cela, nous allons segmenter le portefeuille par génération puis par CSP (privés, fonctionnaires, retraités) et par financière (financière A, financière B, financière C, autres financières).

Ainsi, pour une génération donnée, nous aurons 12 profils de risques différents (CSP\*financière).

Pour chacun de ces profils de risques (ou sous-populations), nous allons déterminer la fonction de survie en utilisant l'estimateur de Kaplan-Meier, comme décrit précédemment, puis utiliser un ajustement polynomial.

A partir de là, nous allons pouvoir écouler la prime acquise tout au long de la durée du prêt, en suivant le profil de risque de la sous-population considérée, et ensuite, en déduire le montant de la provision pour prime (PPNA), puis le ratio Sinistres / Primes.

Dans la suite du mémoire, nous allons présenter les résultats par génération, puis au global.

### 4.3. Calcul de la PPNA

L'objectif de cette section est d'appliquer une nouvelle méthode d'étalement des primes acquises selon le profil de risque, et d'évaluer l'impact sur la sinistralité du portefeuille.

Pour ce faire, nous allons utiliser la segmentation du portefeuille décrite ci-dessus pour calculer le montant de la provision pour prime. De là, nous en déduisons le ratio de Sinistres / Primes.

Nous allons expliquer à titre d'exemple dans la suite de ce chapitre la méthode de calcul pas à pas, pour un profil de risque donné. Cette opération sera ensuite (pour une génération donnée) répliquée 12 fois, afin de calculer le montant de la provision globale sur la totalité du portefeuille.

Dans la suite du mémoire, nous présenterons les résultats par génération.

#### 4.3.1. Segmentation du portefeuille

Tout d'abord, nous segmentons notre portefeuille de la manière suivante :

<i>Segmentation 1 : par génération</i>	<i>Segmentation 2 : par CSP</i>	<i>Segmentation 3 : par financière</i>
[2009 – 2020]	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Privés</li> <li>• Fonctionnaires</li> <li>• Retraités</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Financière A</li> <li>• Financière B</li> <li>• Financière C</li> <li>• Autres financières</li> </ul>

Tableau 42 : segmentation par profil de risque du portefeuille

#### 4.3.2. Modélisation du profil de risque

Ensuite, pour chacune de ces sous-populations, nous estimons la fonction de survie en utilisant la méthode de Kaplan-Meier comme décrit dans le chapitre précédent.

Nous prenons à titre d'exemple ici le profil de risque correspondant aux retraités de la financière A.

Nous représentons ci-dessous la sinistralité de cette sous-population. Pour rappel, la sinistralité se déduit à partir de la fonction de survie par la relation simple :  $S(t) = 1 - F(t)$

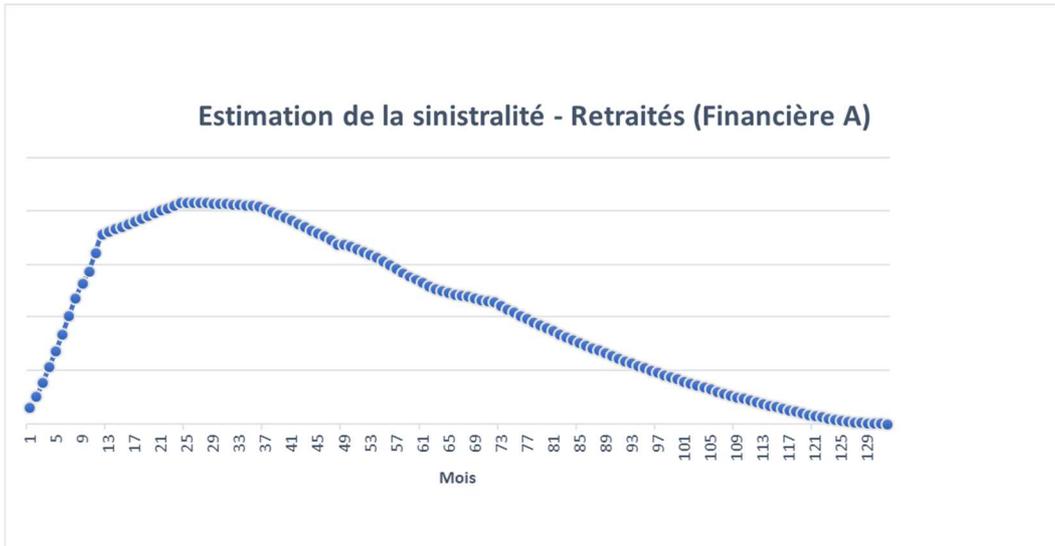


Figure 43 sinistralité du profil de risque retraités de la financière A (toutes générations)

### 4.3.3. Ajustement polynomial

Ensuite, nous procédons à un ajustement de type polynomial (par régression linéaire sur les puissances de t), que nous avons testé avec le test de Kolmogorov adapté à la fonction de survie estimée :

$$S(t) = 62744 + 8442,4t - 154,97t^2 + 0,6726t^3.$$

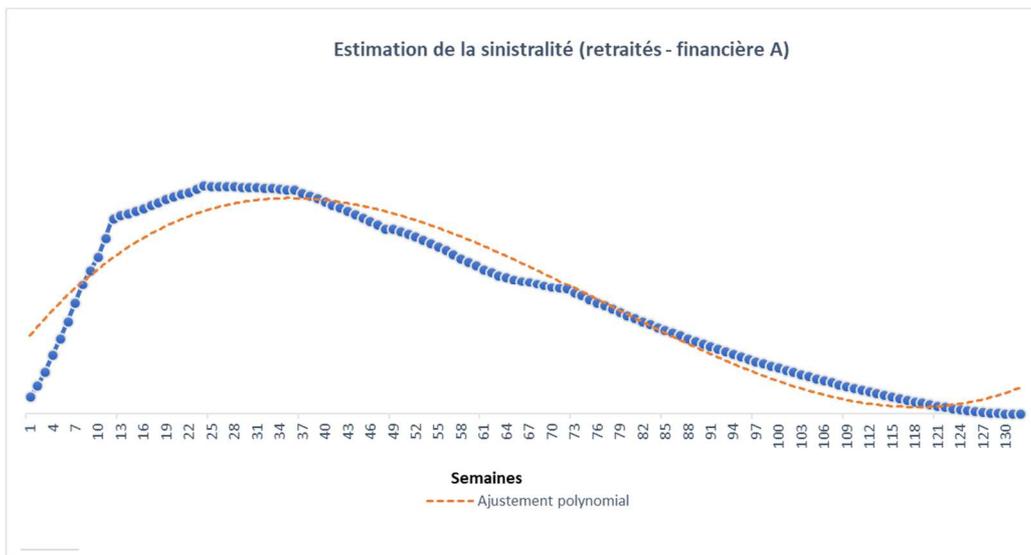


Figure 44 : ajustement polynomial de la courbe de sinistralité

Afin de tester la robustesse de cet ajustement, nous proposons d'utiliser le test de Kolmogorov.

Nous présentons ici succinctement le principe du test de Kolmogorov.

Soit X une variable aléatoire pour laquelle nous disposons de n observations et  $F_n$  la fonction de répartition empirique construite sur ces observations. Le test d'ajustement de Kolmogorov permet de retenir ou de rejeter l'hypothèse nulle  $H_0$  suivante : "X a pour fonction de répartition F".

Ce test non paramétrique est basé sur la statistique suivante :

$$D_n = \min_x |F_n(x) - F(x)|.$$

Si X a effectivement pour fonction de répartition F,  $D_n$  est asymptotiquement distribuée comme suit :

$$P[\sqrt{n} \times D_n < y] \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^k \times e^{(-2k^2 y^2)}.$$

Ce qui donne pour, par exemple  $n > 80$  et un risque de première espèce de 5%, la région critique de rejet de  $H_0$  :

$$D_n > \frac{1,3581}{\sqrt{n}}.$$

Dans notre cas, nous souhaitons tester l'hypothèse nulle  $H_0$  suivante :

Sur un intervalle  $[0;T]$ , la fonction de sinistralité des  $X_i$  est une fonction polynomiale avec :

- $T \geq 0$      $S(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ ,
- $t < 0$      $S(t) = 0$ .

$D_n^*$	Valeur limite d	Décision
$3,77 \cdot 10^{-3}$	$1,82 \cdot 10^{-2}$	Acceptation de $H_0$

Tableau 45

Nous pouvons donc conclure quant à la pertinence de l'ajustement polynomial défini plus haut, pour les fonctions de survie.

### 4.3.4. Calcul de la provision pour primes

A partir de l'équation précédente, on détermine le coefficient à appliquer à la prime unique afin de calculer la prime acquise, et en déduire le montant de la provision pour prime à provisionner chaque année :

Année de prêt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proportion prime acquise	8,0%	16,6%	17,7%	15,9%	13,1%	10,4%	8,1%	5,4%	3,2%	1,4%

Proportion prime acquise (méthode prorata temporis)	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Tableau 46

On constate en effet que pour cette catégorie de population, il faut moins provisionner en début de prêt, puis progressivement de plus en plus au fur et à mesure de la durée du prêt.

Pour les retraités en effet, on nécessite davantage de primes acquises pour faire face au risque dans les premières années. Cette tendance sera également observée dans la méthode stochastique que l'on étudiera dans le chapitre suivant.

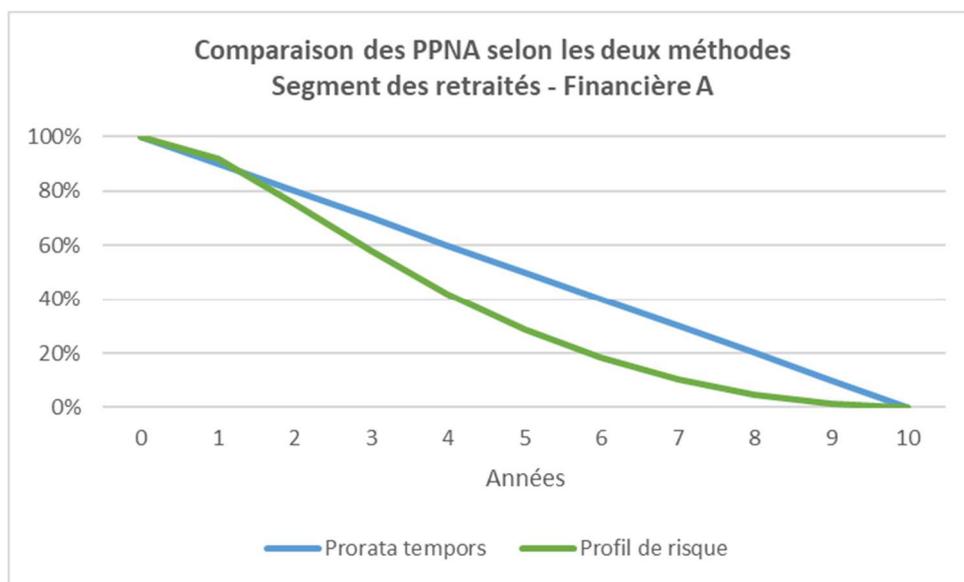


Figure 47- étalement des PPNA pour la sous-population considérée, et comparaison à la méthode prorata temporis

Année comp	Génération								
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
2009	144 810								
2010	635 701	705 929	0	0	0	0	0	0	0
2011	605 475	1 375 708	1 235 175	0	0	0	0	0	0
2012	585 232	1 312 495	2 078 602	1 312 832	0	0	0	0	0
2013	566 655	1 262 432	1 983 106	2 302 101	1 379 122	0	0	0	0
2014	539 597	1 179 805	1 915 453	2 194 208	2 610 685	1 724 584	0	0	0
2015	503 123	1 060 128	1 838 986	2 119 563	2 475 879	3 051 460	2 070 945	0	0
2016	460 840	935 208	1 715 957	2 045 758	2 384 386	2 905 658	3 787 856	2 675 377	

Tableau 48 - table de la prime acquise annuelle par génération et par année comptable (financière A, retraités)

On en déduit les montants de PPNA (PPNA=prime émise – prime acquise sur la période) :

Année comptable	Génération								Total
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
2009	3 862 108								3 862 108
2010	3 717 298	9 614 698							13 331 996
2011	3 081 597	8 908 769	15 099 445						27 089 810
2012	2 476 122	7 533 061	13 864 270	17 298 795					41 172 247
2013	1 890 891	6 220 566	11 785 667	15 985 963	19 859 546				55 742 633
2014	1 324 235	4 958 134	9 802 561	13 683 862	18 480 425	23 397 644			71 646 861
2015	784 638	3 778 329	7 887 108	11 489 654	15 869 740	21 673 060	29 107 561		90 590 090
2016	281 515	2 718 201	6 048 122	9 370 091	13 393 861	18 621 600	27 036 616	35 137 516	112 607 521

Tableau 49 - PPNA par génération et par année comptable (financière A, retraités)

Nous connaissons par ailleurs le montant des sinistres par année comptable / génération tels que communiqués par les organismes de crédit :

Année compt	Génération							
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2009	95.432							
2010	388.951	431.920						
2011	450.932	1.024.568	919.905					
2012	418.145	937.771	1.485.150	938.011				
2013	415.024	924.618	1.452.448	1.686.083	1.010.083			
2014	404.389	884.178	1.435.493	1.644.400	1.956.519	1.292.451		
2015	403.468	850.145	1.474.732	1.699.735	1.985.474	2.447.048	1.660.747	
2016	253.538	514.920	944.797	1.126.383	1.312.830	1.599.840	2.085.573	1.473.048

Tableau 50 – Montant de sinistres par génération et par année comptable (financière A, retraités)

Cela nous permet donc d'en déduire le ratio de sinistralité (Sinistres / Primes) par année comptable.

Puis nous répétons cette opération pour les autres sous-populations.

## 4.4. Résultats et interprétations

### 4.4.1. Par génération

Nous présentons tout d'abord les résultats par génération, notamment 2009 et 2010 qui sont des générations complètes (i.e. pour lesquelles nous avons 10 années d'observation qui est la durée maximum du prêt).

Cette vision par génération est surtout utilisée au sein d'AXA par la Business Unit, dans le cadre du pilotage de la rentabilité technique du portefeuille. Ainsi des actions de retarifications peuvent être décidées par exemple d'être mises en place pour une génération donnée, si l'on constate que la rentabilité tend à se dégrader.

Les graphiques ci-dessous montrent l'évolution du S/P pour les générations 2009, 2010 par exemple.

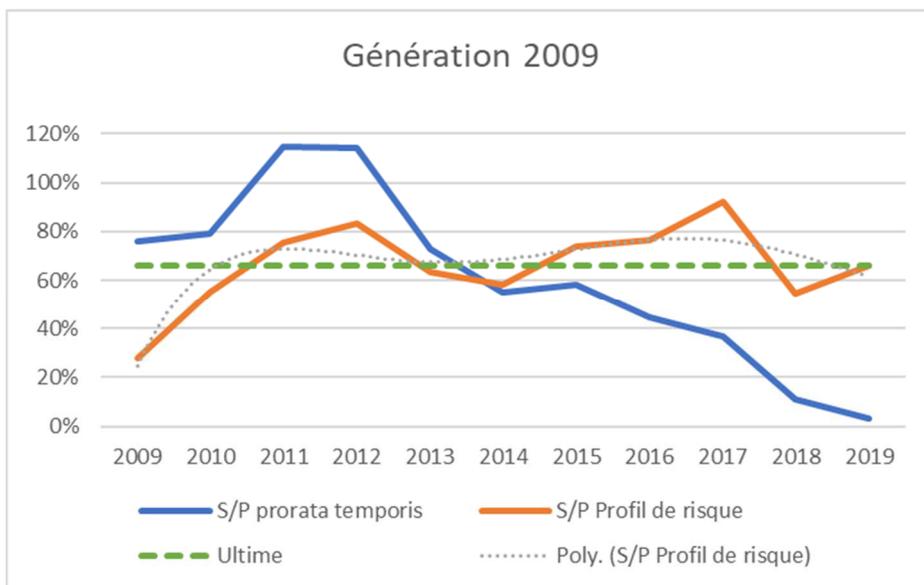


Figure 51 - Evolution du ratio sinistres / primes par année comptable pour la génération 2009

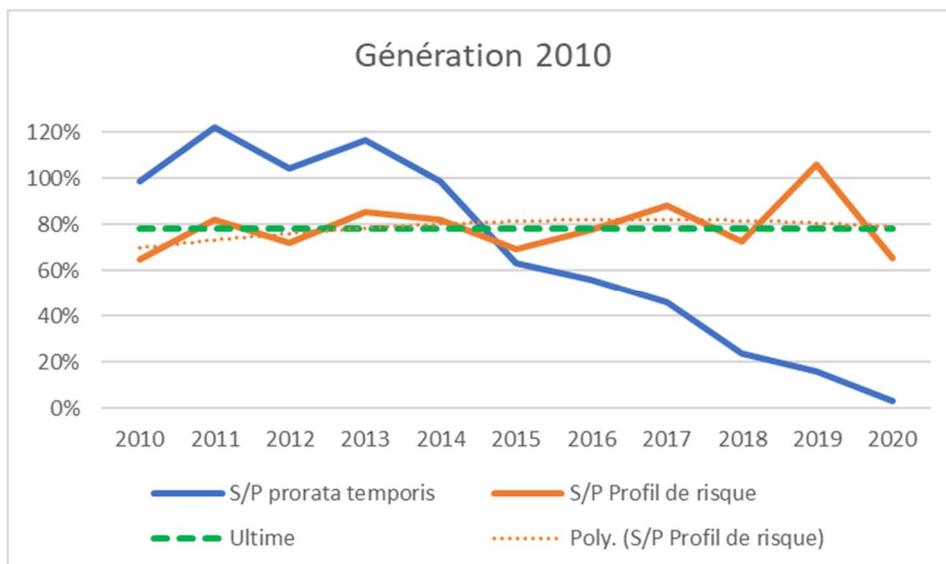


Figure 52 - Evolution du ratio sinistres / primes par année comptable pour la génération 2009

Les deux graphiques ci-dessus montrent l'évolution de la sinistralité (ratio Sinistres / Primes) par année selon les deux méthodes de provisionnement des primes étudiées auparavant : méthode prorata temporis et méthode basée sur les profils de risque.

Nous avons également représenté (en vert sur le graphique), le S/P à l'ultime, c'est-à-dire la sinistralité totale observée pour chacune des générations 2009 et 2010. En effet, comme indiqué précédemment, ces deux générations sont des générations complètes (puisque nous avons 10 années d'observation qui est la durée maximum du prêt), donc nous sommes capables d'évaluer quelle a été la sinistralité totale finale de ces deux générations.

Nous pouvons constater que la méthode prorata temporis surestime la sinistralité en début de période, contrairement à la méthode profil de risque, et que cela ensuite s'inverse en milieu du prêt (au bout de 5 ans environ). Cela indique en effet que la méthode prorata temporis « sur-provisionne » en début de prêt, ce qui a pour effet d'augmenter la sinistralité calculée en début de période. A contrario, la méthode basée sur les profils de risque, en approchant davantage le profil de risque du portefeuille, sous-provisionne en début de prêt, puis de plus en plus au cours du prêt, donnant ainsi une vision plus lisse et plus proche de la sinistralité attendue (à l'ultime) du portefeuille.

## 4.4.2. Au global

Au niveau global (i.e. toutes générations confondues), nous constatons la même tendance :

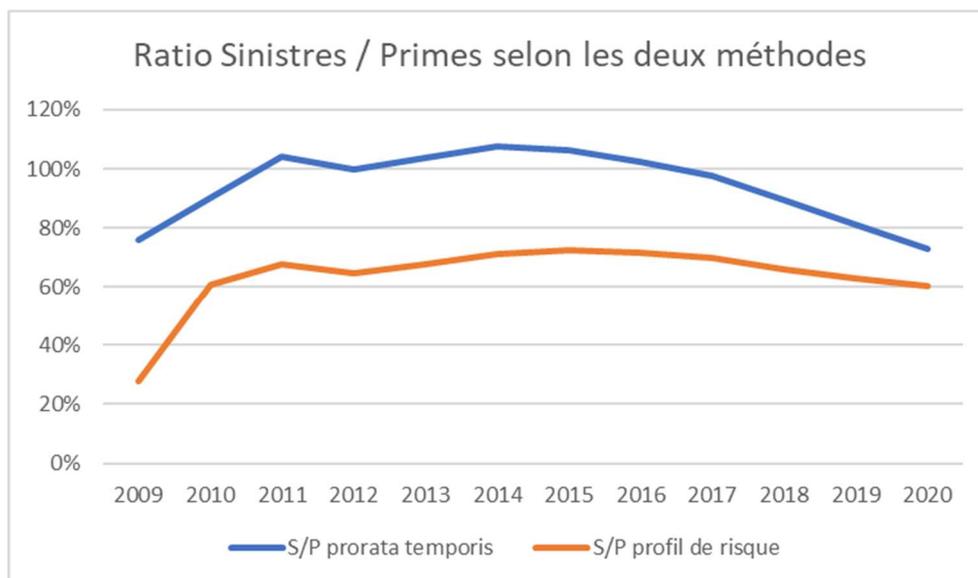


Figure 53 - ratio sinistres / primes par année comptable (toutes générations)

Le graphique ci-dessus représente ainsi le ratio de Sinistres / Primes par année du portefeuille (toutes générations confondues), selon la méthode basée sur le profil de risque, que l'on compare à la méthode prorata temporis (dans laquelle pour rappel, la prime unique est écoulee de manière uniforme sur la durée du prêt).

Cette vision par année comptable est utilisée au sein d'AXA principalement par la Direction Financière, notamment dans le cadre de la constitution et le suivi des comptes.

Nous pouvons remarquer là-aussi, que la méthode par profil de risque présente des ratios inférieurs à la méthode prorata temporis, ce qui permet de relativiser les conclusions précédemment évoquées, sur la rentabilité technique de ce marché.

Par ailleurs, la légère inflexion de la sinistralité observée à partir de 2015, s'explique justement par les actions de redressement (hausse tarifaires sur certains segments, amélioration des processus de gestion, notamment de sélection médicale) mises en place par AXA et visant à améliorer la sinistralité du portefeuille.

## 4.4.3. Impact des rachats

Dans cette section, nous souhaitons étudier l'impact des rachats sur l'évolution de la sinistralité du portefeuille.

Dans le cadre du marché de la CQS, les rachats d'assurance, liés à un renouvellement de prêt, sont possibles uniquement après l'écoulement d'une durée supérieure aux deux cinquièmes de la durée totale du prêt.

Dans le graphique ci-dessous, nous avons représenté les taux de rachats observés sur le portefeuille, pour les générations 2009 et 2010, qui sont comme évoquées précédemment des générations « complètes », et donc on peut avoir l'impact des rachats jusqu'au terme maximal du prêt.

Le profil de ces rachats se présente ainsi de la manière suivante :

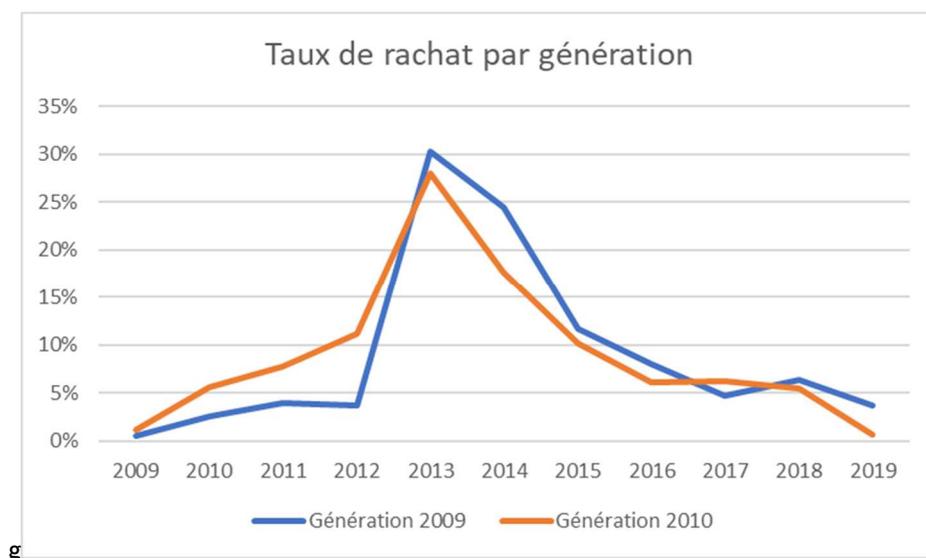


Figure 54 – loi de rachats pour les générations 2009 et 2010

Nous observons par exemple ici, un taux de rachat très important autour de la cinquième année. Cela peut s'expliquer par la souscription d'un deuxième emprunt à mi-parcours, afin de faire face à un nouveau besoin financier. Par ailleurs, d'après la réglementation italienne, le renouvellement du prêt n'est possible qu'au bout d'une durée de deux cinquièmes de la durée du prêt. Comme il n'est pas possible en effet de détenir deux contrats CQS au même moment, le souscripteur est donc obligé de racheter le premier prêt.

#### Impact sur la sinistralité

En cas de rachat, l'assureur est tenu de rembourser une partie de la prime à l'assuré. Ces remboursements de primes viennent en diminution de la prime nette émise, comme indiqué par les normes comptables françaises. Le montant de la prime remboursée est donné dans la section III. B. 2 dans le chapitre 1.

Le montant total des primes remboursées représente environ 29 M€, soit 8% du total des primes émises du portefeuille.

Celles-ci se répartissent par année de la manière suivante :

Génération	Année											
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2009	4.435,17	16.057,01	21.635,02	14.402,04	167.367,85	121.485,07	41.649,97	23.879,15	8.286,13	4.210,85	1.563,59	
2010		23.316,85	56.592,26	37.639,22	74.306,95	555.044,83	286.404,39	132.211,46	49.208,92	34.218,77	21.575,31	382,67
2011			29.371,94	57.367,34	77.028,73	106.287,75	935.688,86	385.769,88	134.852,89	88.341,47	45.408,55	2.937,62
2012				25.450,88	96.002,64	160.073,97	248.415,82	2.211.595,62	572.722,69	230.311,88	108.950,76	11.344,26
2013					38.262,93	156.586,51	165.298,06	413.257,15	2.766.945,18	805.011,19	193.473,24	18.531,63
2014						54.354,75	189.637,11	258.838,27	444.535,46	3.265.372,36	795.842,70	66.256,07
2015							81.321,08	300.674,16	376.783,09	699.833,35	4.453.871,94	567.476,68
2016								132.755,32	428.917,60	514.016,86	839.083,71	1.296.162,82
2017									228.245,33	609.429,06	634.700,62	200.476,28
2018										263.983,75	561.830,49	155.472,47
2019											156.725,46	68.528,64
2020												4.315,20
	4.435,17	39.373,86	107.599,22	134.859,48	452.969,10	1.153.832,88	1.948.415,29	3.858.981,01	5.010.497,29	6.514.729,54	7.813.026,37	2.391.884,34

Tableau 55

Dans les graphiques ci-dessous, nous avons représenté l'évolution de la sinistralité selon les deux méthodes, prenant en compte les rachats :

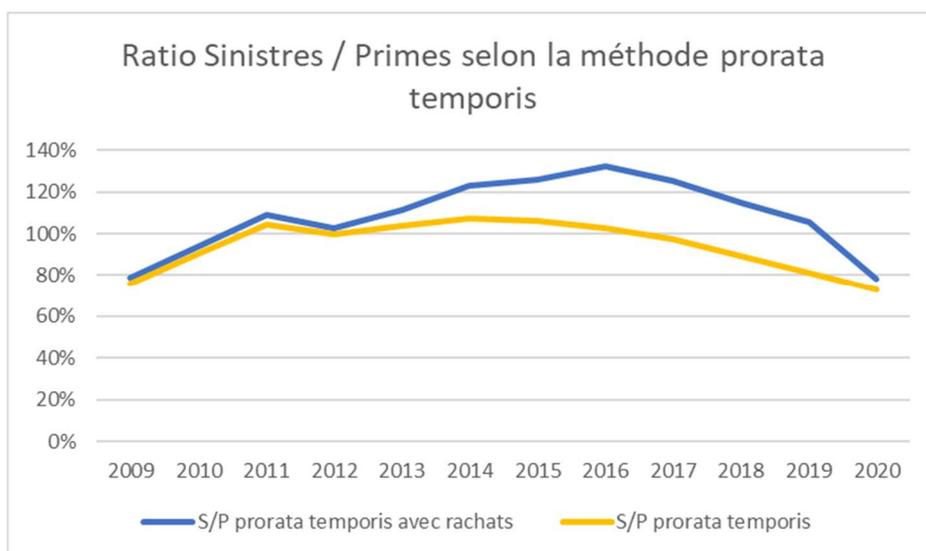


Figure 56

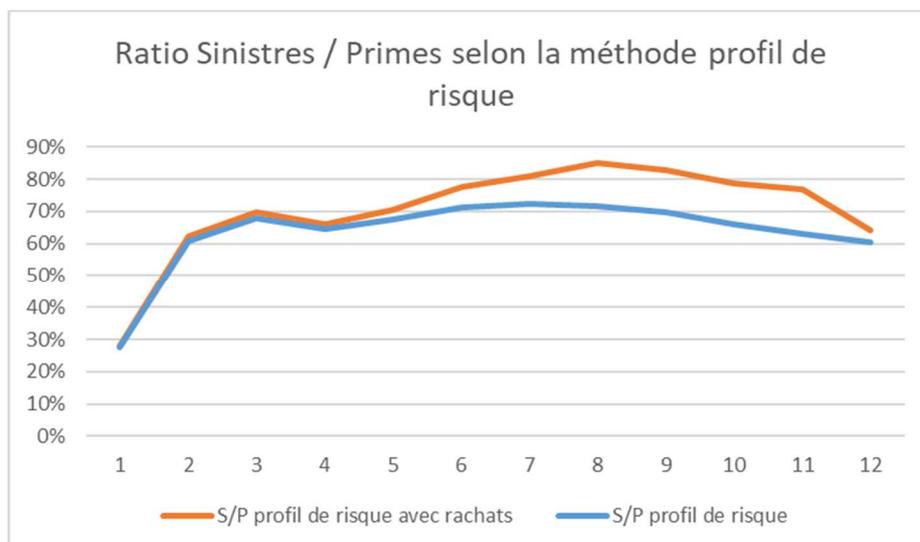


Figure 57

Nous pouvons constater que quelque soit la méthode, la sinistralité se dégrade lorsqu'on prend en compte les rachats. Ce résultat était assez prévisible, dans la mesure où les rachats entraînent des

remboursements de primes qui viennent en diminution des primes encaissées par l'assureur. Cela a donc un effet automatique sur l'augmentation du ratio de sinistralité Sinistres / Primes.

Une autre étude intéressante consiste à analyser l'impact d'une hausse éventuelle des rachats sur la sinistralité du portefeuille.

Nous avons ainsi appliqué une augmentation de 20% au taux de rachats constaté à partir de la 5ème année.

L'impact sur l'augmentation de la sinistralité est assez limité. Cela s'explique par le fait que le montant de la prime remboursée est corrélé au capital restant dû, et donc plus nous nous approchons du terme du prêt, et plus le montant de la prime remboursée est faible, et par conséquent l'impact sur le ratio S/P est faible.

En conclusion, nous pouvons constater que la méthode par profil de risque, en adaptant le provisionnement des primes au profil de risque de chaque segment, permet de mieux lisser dans le temps la sinistralité du portefeuille. Cela conduit ainsi à nuancer les conclusions consistant à mettre en avant la non rentabilité technique de ce type d'activité.

En revanche, d'un point de vue opérationnel, et compte tenu de la taille du portefeuille, cette méthode prend davantage de temps de modélisation et de calcul que la méthode prorata temporis (estimé entre 3 à 5 jours).

L'objectif du chapitre suivant est de proposer une méthode d'évaluation stochastique des provisions pour primes non acquises, et de comparer les résultats avec ceux obtenus avec les deux méthodes précédentes. Cela nous permettra aussi de réaliser des études de sensibilité par rapport notamment à l'âge, à la durée du contrat, et au montant de la prime.

## Chapitre 5 – Méthode stochastique

Nous souhaitons dans le cadre de ce chapitre tester une méthode stochastique de provisionnement, en réalisant des simulations sur certains phénomènes qui pourraient impacter la vie du portefeuille d'une manière aléatoire.

Dans le cadre de cette étude, nous avons sélectionné un risque : le décès.

Dans ce chapitre, les simulations ont été faites en utilisant le logiciel R.

### 5.1. Simulation des PPNA avec tirages de décès sur un portefeuille

L'objectif de cette méthode est de simuler des décès dans le portefeuille. En cas de décès, la prime unique sera répartie sur la durée écoulée.

Par exemple, si un individu, possédant un contrat d'une durée de 8 ans, décède au bout de 3 ans, la prime unique sera répartie en 3 ans au lieu de 8 ans selon la méthode prorata temporis.

Nous présentons la simulation pas à pas.

#### 5.1.1. Création d'un générateur de nombre de décès

Premièrement, nous avons créé une fonction *rmort* qui permet de générer un nombre de décès chaque année pour  $n$  individus de l'âge  $x$  jusqu'à la fin, sachant que la probabilité de décès à l'âge  $x$  est connu.

Cette fonction dépend des quatre paramètres suivants :

- $n$  : nombre d'individu ;
- $x$  : âge de l'individu ;
- $\omega$  : âge maximum ;
- *qvect* : un vecteur de probabilité de décès de l'âge  $x$  jusqu'à la fin ( $q_x, q_{x+1}, \dots, q_\omega$ ).

La probabilité de décès utilisée correspond à la table de mortalité italienne pour les femmes.

Ci-dessous un pseudo-algorithme de la fonction *rmort* :

Fonction *rmort* ( $n, x, \omega, \text{qvect}$ )

$$n_x = n$$

Pour  $i$  de 0 jusqu'à  $\omega - x$

$$d_{x+i} \sim \text{Binomial}(n_{x+i}, q_{\text{vect}_{x+i}})$$

$$n_{x+i+1} = n_{x+i} - d_{x+i}$$

si  $n_{x+i+1} = 0$ , alors sortir

Fin pour i

Fin fonction

### 5.1.2. Vérification sur 10000 simulations et 100 individus

Ensuite, nous prenons 100 personnes d'âge 60 ans et nous appliquons la simulation 10 000 fois.

Nous obtenons une matrice du nombre de décès  $\text{Simu}_d_x$  de taille 10 000 lignes et 52 colonnes :

	x=60	x=61	...	x=80	...	x=111
Simulation 1	1	0	...	6	...	0
Simulation 2	0	0	...	5	...	0
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
Simulation 10 000	2	1	...	4	...	0

Tableau 58 -  $\text{Simu}_d_x$

Pour chaque simulation, la somme totale de la ligne doit être égale à 100 car tout le monde décède à la fin.

$$\sum_{x=60 \text{ à } 111} d(i, x) = 100.$$

Suite à ce tableau du nombre de décès  $d_x$ , nous pouvons en déduire un tableau du nombre de survivant  $l_x$ , avec :

$$l_{60} = 100,$$

$$l_{61} = l_{60} - d_{60},$$

⋮

La matrice de survivants  $\text{Simu}_l_x$  de taille 53 lignes et 10 000 colonnes se présente comme suit :

	Simulation 1	Simulation 2	...	Simulation 10 000
X=60	100	100	...	100
X=61	99	100	...	98
...	...	...	...	...
X=80	88	78	...	79
...	...	...	...	...
X=111	0	0	...	0

Tableau 59 - Simu<sub>l<sub>x</sub></sub>

Pour calculer la probabilité de décès simulée, notée  $\widehat{q}_x$ , nous prenons la moyenne des 10 000 simulations par âge, noté  $\bar{l}_x$

$$\widehat{q}_x = \frac{\bar{l}_x - \bar{l}_{x+1}}{\bar{l}_x}.$$

Enfin, nous comparons la probabilité de décès simulée et celle théorique provenant de la table de mortalité afin de vérifier si la simulation est crédible.

Nous voyons ci-dessous un extrait de la comparaison de l'âge 60 à 80 ans. Ceci montre que la probabilité de décès cumulée est assez proche de la théorique. Nous pourrions donc appliquer cette simulation dans les étapes suivantes.

Age	qx simulé	qx théorique	Ecart
60	0.00371400	0.00368088	0.00003312
61	0.00399885	0.00397706	0.00002179
62	0.00446034	0.00431868	0.00014166
63	0.00481842	0.00470678	0.00011164
64	0.00529744	0.00526980	0.00002764
65	0.00592898	0.00582003	0.00010896
66	0.00641903	0.00645452	-0.00003549
67	0.00710448	0.00707919	0.00002529
68	0.00790296	0.00787958	0.00002338
69	0.00864174	0.00858849	0.00005325
70	0.00941363	0.00958001	-0.00016638
71	0.01051130	0.01063213	-0.00012083
72	0.01198585	0.01195296	0.00003289
73	0.01333222	0.01329590	0.00003633
74	0.01506023	0.01514065	-0.00008042
75	0.01701862	0.01697065	0.00004797
76	0.01885011	0.01915128	-0.00030117
77	0.02147246	0.02138881	0.00008365
78	0.02369359	0.02368595	0.00000765
79	0.02700859	0.02697603	0.00003256
80	0.03145899	0.03148420	-0.00002521

Tableau 6o - table de  $q_x$  simulé et théorique

### 5.1.3. Echantillonnage sur 10000 individus

En utilisant la fonction précédemment définie, nous pouvons calculer le nombre d'individus décédés par âge et sur la durée du contrat. Pour simplifier, on considère ici que tous les individus resteront 10 ans.

Nous considérons que :

- L'âge  $X$  suit une loi de poisson, de paramètre 53 qui correspond à l'âge moyen du portefeuille.

$$X \sim \text{Poisson} (\theta = 53).$$

- Le montant de la prime unique  $P$  suit une loi normale, avec la moyenne à 777€ et l'écart-type à 200€ observés sur le portefeuille.

$$P \sim \text{Normal} (m = 777, \sigma = 200).$$

Pour chaque individu de l'âge  $x$ , nous simulons le nombre de décès au cours des 10 années suivantes grâce à la fonction *rmort*. La répartition de la prime unique est différente dans les deux cas suivants :

- Si l'individu décède avant la fin du contrat, la durée du contrat réel correspond au nombre d'année de survie. On écoule la prime au prorata temporis sur la durée du contrat réel. Par exemple, si l'individu décède 3 ans après le début du contrat, la prime acquise par année s'élève à 1/3 de la prime unique au lieu de 1/10.
- Si l'individu est vivant au bout de 10 ans, la prime sera répartie sur 10 ans de la même façon que la méthode prorata temporis.

Maintenant, nous simulons un échantillon de 10 000 individus. Avec le même principe de la répartition de la prime unique, la prime acquise annuelle pendant 10 ans est distribuée comme ci-dessous.

Simu 1: durée 10 ans	Prime acquise annuelle	%
1	812 487	10.49%
2	795 375	10.27%
3	785 784	10.15%
4	780 939	10.08%
5	774 986	10.01%
6	769 033	9.93%
7	763 073	9.85%
8	757 791	9.78%
9	754 626	9.74%
10	750 521	9.69%
Total	7 744 615	100%

Tableau 61 - table de la répartition de la prime acquise annuelle pour une durée de 10 ans

Pour les primes acquises de chaque année, nous avons calculé la moyenne, l'écart-type ainsi que l'intervalle de confiance à 95% de la loi normale.

Temps	Moyenne	Ecart-type	Intervalle de confiance	
			min	max
1	81.25	44.61	80.37	82.12
2	79.54	29.04	78.97	80.11
3	78.58	24.70	78.09	79.06
4	78.09	23.31	77.64	78.55
5	77.50	22.55	77.06	77.94
6	76.90	22.25	76.47	77.34
7	76.31	22.44	75.87	76.75
8	75.78	22.84	75.33	76.23
9	75.46	23.22	75.01	75.92
10	75.05	23.73	74.59	75.52

Tableau 62 - table de la moyenne, écart-type et IC de la prime acquise annuelle pour une durée de 10 ans

Nous constatons que la prime acquise pour chaque année est d'environ 10% de la prime unique, ce qui est très proche du résultat de la méthode prorata temporis. Cela s'explique sous deux effets :

- Le nombre de décès est très faible par rapport à la totalité du portefeuille, soit 3%, car l'âge moyen du portefeuille à 53 ans, ce qui est relativement jeune. La probabilité de décès sous 10 ans n'est pas très forte. Ce qui ne donne pas beaucoup de décès au cours des 10 années.

- La proportion des primes uniques pour les individus décédés est également de 3%, du fait de son poids négligeable, elle ne pourra pas générer d'impact significatif.

Pour confirmer notre explication, voici ci-dessous le graphique qui présente la distribution des âges des individus. Nous voyons que la moyenne est bien 53 ans comme défini dans l'hypothèse. La barre en couleur représente le nombre de décès, ce qui est très faible par rapport à l'ensemble des individus. L'âge moyen à la souscription de personnes décédées est d'environ 58 ans.

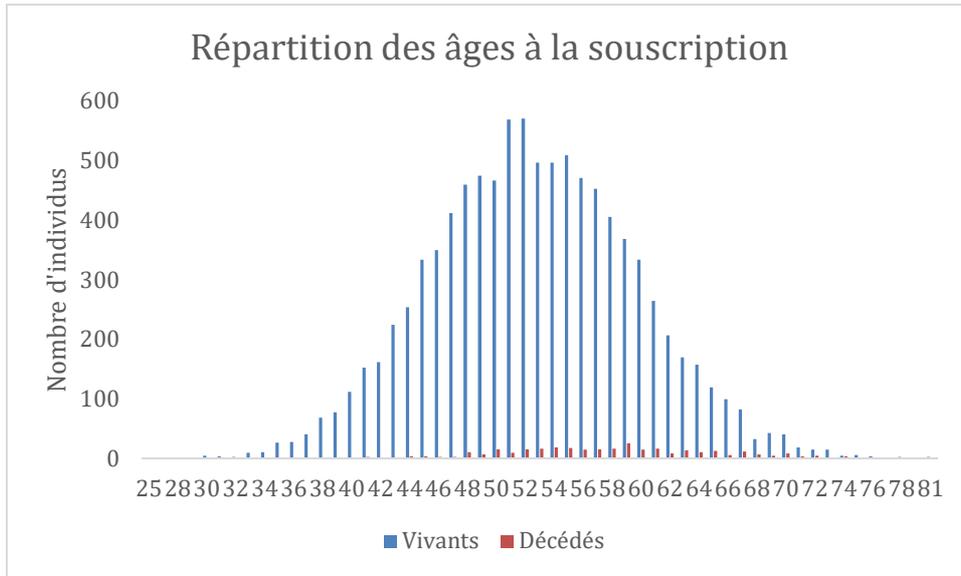


Figure 63 – répartition des âges à la souscription

Le graphique ci-dessous représente la distribution des primes uniques. La moyenne est à 777€ comme défini dans l'hypothèse. La barre en couleur correspond à la part des décès. La proportion des décès est évidemment faible.

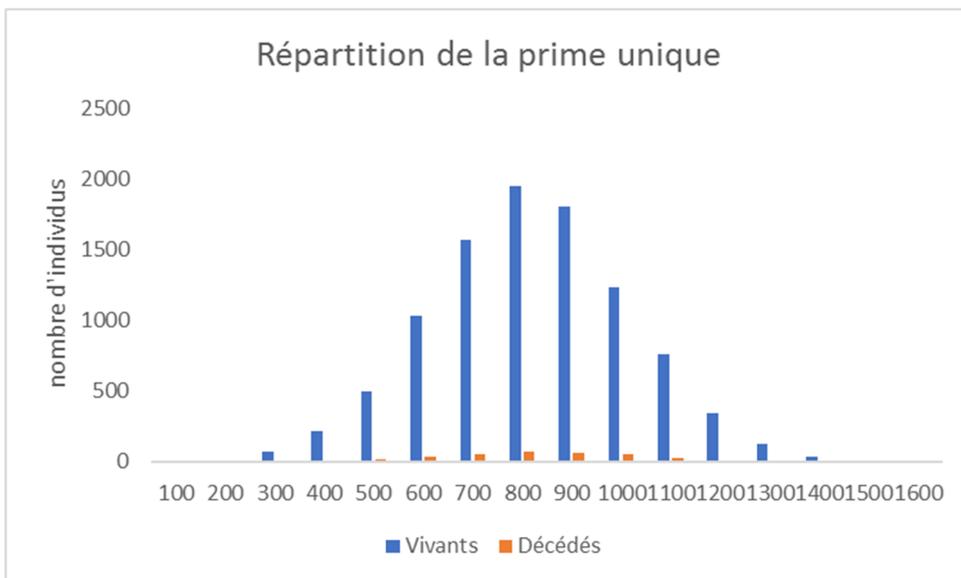


Figure 64 : répartition de la prime unique

### 5.1.4. Etude de la sensibilité

Nous savons maintenant que la simulation du tirage de décès n'impacte pas beaucoup le calcul de PPNA. Pour les trois hypothèses retenues dans la simulation, nous souhaitons étudier leur sensibilité.

#### 5.1.4.1. Par rapport à l'âge

Dans l'hypothèse de la simulation, l'âge moyen est à 53 ans. Nous savons que cet âge ne génère pas beaucoup de décès sur une période de 10 ans. Si nous diminuons l'âge moyen, il y aura encore moins de décès car la probabilité de décès sera plus faible. Nous allons donc étudier le cas où l'âge moyen augmente, par exemple à 60 ans, soit une hausse de 13%.

La proportion de décès passe de 3% à 7%. Malgré une hausse de 233%, elle reste quand même faible. La prime acquise annuelle augmente légèrement pendant les quatre premières années puis baisse légèrement après. Celle-ci représente toujours 10% environ chaque année, ce qui signifie que la PPNA est toujours proche de la méthode prorata temporis.

Année écoulée	Age moyen à 53 ans				Age moyen à 60 ans				Evolution Prime Acquise Anuelle	Evolution PPNA
	Prime Acquise Annuelle	Proportion Prime	PPNA	Proportion PPNA	Prime Acquise Annuelle	Proportion Prime	PPNA	Proportion PPNA		
1	812 487	10.49%	6 932 128	89.51%	848 448	10.96%	6 890 674	89.04%	0.47%	-0.47%
2	795 375	10.27%	6 136 752	79.24%	810 342	10.47%	6 080 332	78.57%	0.20%	-0.67%
3	785 784	10.15%	5 350 969	69.09%	798 574	10.32%	5 281 758	68.25%	0.17%	-0.85%
4	780 939	10.08%	4 570 029	59.01%	784 402	10.14%	4 497 356	58.11%	0.05%	-0.90%
5	774 986	10.01%	3 795 043	49.00%	772 395	9.98%	3 724 961	48.13%	-0.03%	-0.87%
6	769 033	9.93%	3 026 011	39.07%	761 561	9.84%	2 963 400	38.29%	-0.09%	-0.78%
7	763 073	9.85%	2 262 938	29.22%	752 954	9.73%	2 210 446	28.56%	-0.12%	-0.66%
8	757 791	9.78%	1 505 147	19.43%	745 027	9.63%	1 465 419	18.94%	-0.16%	-0.50%
9	754 626	9.74%	750 521	9.69%	736 598	9.52%	728 821	9.42%	-0.23%	-0.27%
10	750 521	9.69%	0	0.00%	728 821	9.42%	0	0.00%	-0.27%	0.00%
Total	7 744 615	100%			7 739 122	100%				

Tableau 65 - simulation des primes uniques

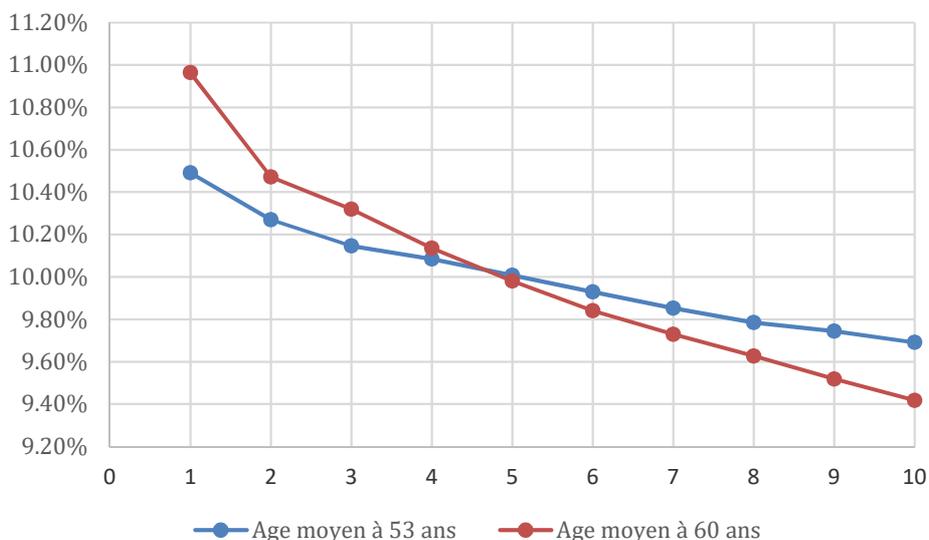


Figure 66 : comparaison de la proportion de la prime acquise annuelle

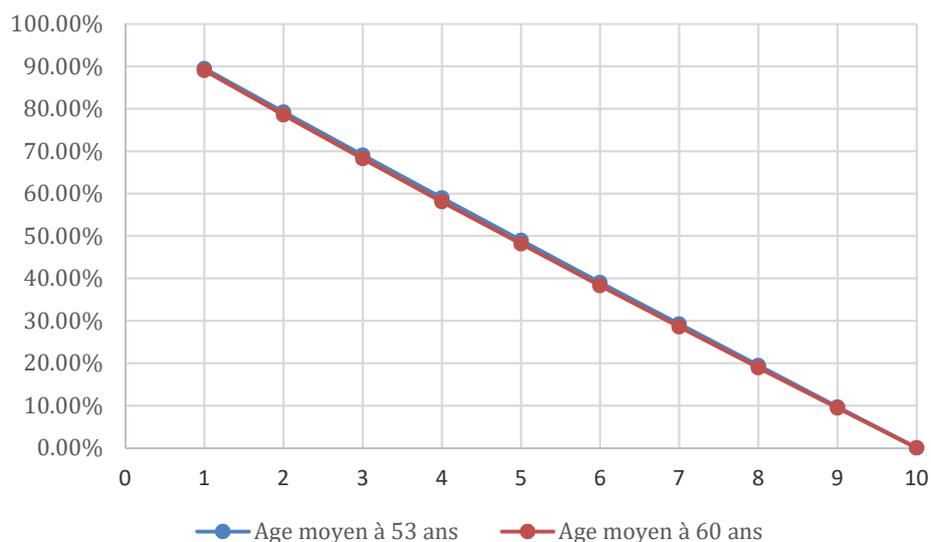


Figure 67 - comparaison de la proportion des PPNA

#### 5.1.4.2. Par rapport à la durée du contrat

Nous avons supposé que la durée du contrat est de 10 ans pour tous les individus, soit la durée maximum possible du portefeuille. Si la durée est raccourcie, le nombre de décès va encore baisser. L'impact de la PPNA sera encore plus faible.

#### 5.1.4.3. Par rapport au montant de la prime unique

Le montant moyen de la prime unique est également une hypothèse saisie dans la simulation. Le montant lui-même n'a pas d'importance puisque c'est la proportion du montant de prime des décédés qui fait la différence entre la méthode par simulation et la méthode prorata temporis. Elle dépend plutôt du nombre de décès qui est en lien principalement avec l'âge.

#### 5.1.4.4. Par rapport à la taille d'échantillon

Selon la loi des grands nombres, pour que la simulation soit proche de la réalité, la taille d'échantillon doit être suffisamment grande. Dans notre étude, la taille était fixée à 10 000. Que se passe-t-il si le nombre de simulation est plus petit, par exemple à 1000 ? Ou plus grand à 100 000 ?

En termes de PPNA, nous avons calculé la moyenne, puis nous l'avons rapporté à la prime unique pour obtenir le taux d'affectation annuelle par trois tailles d'échantillon différentes.

Le résultat de la table ci-dessous montre que les taux sont assez proches entre 1000, 10 000 et 100 000 simulations. L'impact est donc assez faible.

Temps	N = 1000	N = 10 000	N = 100 000
1	89,64%	89,51%	89,50%
2	79,33%	79,24%	79,23%
3	69,15%	69,09%	69,09%
4	59,05%	59,01%	59,05%
5	49,03%	49,00%	49,06%
6	39,14%	39,07%	39,14%
7	29,30%	29,22%	29,27%
8	19,49%	19,43%	19,46%
9	9,74%	9,69%	9,70%
10	0,00%	0,00%	0,00%

Tableau 68 - table de la proportion de la PPNA en moyenne

#### 5.1.4.5. Par rapport à la table de mortalité

Nous avons simulé la répartition de la prime unique en abattant de 20% la table de mortalité italienne des femmes puis en la majorant de 20%. Les résultats ci-dessous montrent un léger écart avec celle abattue de 20%. Mais la répartition reste toujours autour de 10%. L'impact est négligeable.

Durée	Prime acquise annuelle			Proportion		
	TM	TM à 80%	TM à 120%	TM	TM à 80%	TM à 120%
1	812 487	806 211	813 119	10.49%	10.41%	10.50%
2	795 375	791 477	794 324	10.27%	10.22%	10.26%
3	785 784	780 293	785 586	10.15%	10.08%	10.14%
4	780 939	776 456	781 350	10.08%	10.03%	10.09%
5	774 986	772 450	775 035	10.01%	9.97%	10.01%
6	769 033	768 837	768 679	9.93%	9.93%	9.93%
7	763 073	766 523	763 342	9.85%	9.90%	9.86%
8	757 791	763 591	759 035	9.78%	9.86%	9.80%
9	754 626	760 632	754 103	9.74%	9.82%	9.74%
10	750 521	758 146	750 043	9.69%	9.79%	9.68%
Total	7 744 615	7 744 615	7 744 615	100.00%	100.00%	100.00%

Tableau 6g - simulation des primes uniques par table de mortalité

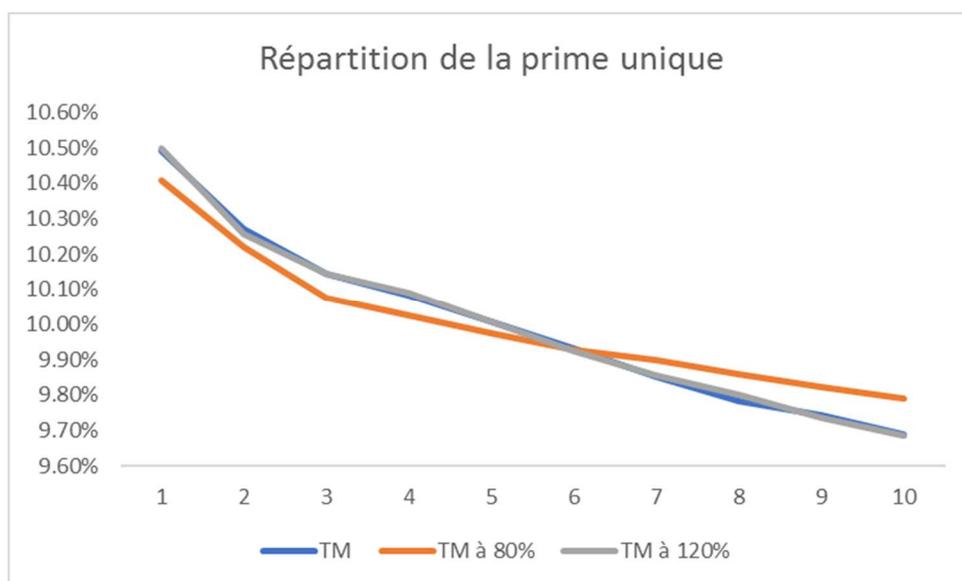


Figure 70 – Proportion des primes acquises annuelles par table de mortalité

### 5.1.4.6. Par rapport à la catégorie professionnelle

Pour chaque catégorie professionnelle, les hypothèses, telles que l'âge moyen, la prime moyenne et l'écart type sont différentes.

Catégorie professionnelle	Age moyen	Prime moyen	Ecart type
Retraité	67	1689	417
Privé	42	242	57
Fonctionnaire	51	513	106

Tableau 71 – hypothèse par catégorie professionnelle

Nous avons effectué trois simulations en prenant en compte les hypothèses correspondant à chaque catégorie.

Par exemple, pour les retraités, l'âge suit la loi de Poisson de paramètre 67 qui correspond à l'âge moyen des retraités, la prime unique suit la loi normale de moyenne 1689 et d'écart type 417.

Durée	Prime acquise annuelle			Proportion		
	Retraité	Privé	Fonctionnaire	Retraité	Privé	Fonctionnaire
1	2 072 098	245 659	529 054	12.31%	10.18%	10.34%
2	1 893 377	243 093	521 498	11.24%	10.07%	10.19%
3	1 789 322	242 422	518 063	10.63%	10.05%	10.12%
4	1 720 043	241 964	513 748	10.21%	10.03%	10.04%
5	1 664 344	241 283	511 433	9.88%	10.00%	9.99%
6	1 618 230	240 844	508 757	9.61%	9.98%	9.94%
7	1 579 445	240 183	506 723	9.38%	9.95%	9.90%
8	1 538 044	239 617	504 610	9.13%	9.93%	9.86%
9	1 499 640	239 201	502 827	8.91%	9.91%	9.83%
10	1 464 699	238 774	500 321	8.70%	9.90%	9.78%
Total	16 839 242	2 413 041	5 117 033	100.00%	100.00%	100.00%

Tableau 72 – Simulation des primes uniques par catégorie professionnelle

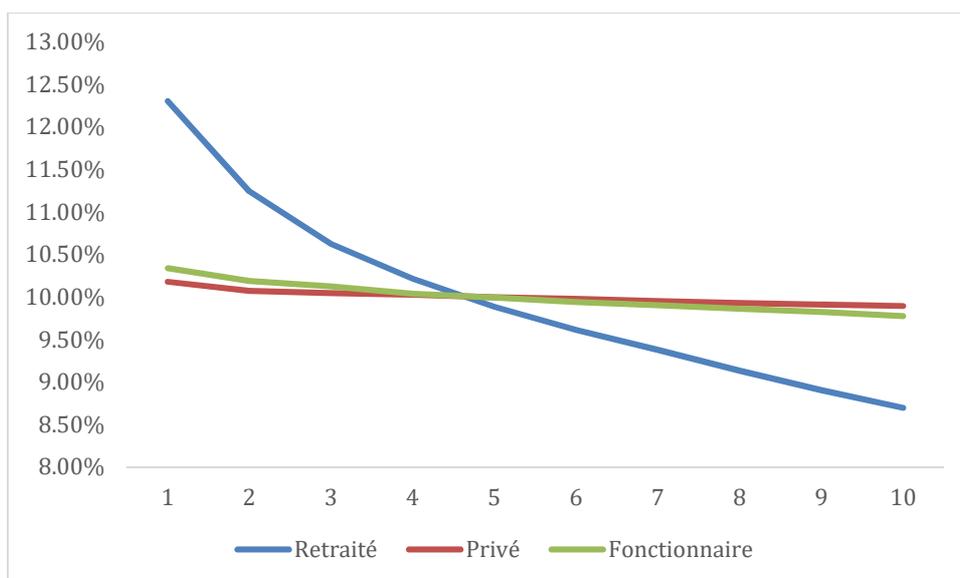


Figure 73 – Proportion des primes acquises annuelles par catégorie professionnelle

Nous observons que pour les catégories privées et les fonctionnaires, la prime acquise annuelle est distribuée de façon uniforme, environs 10% chaque année. Quant aux retraités, la prime acquise décroît au cours de la durée : on nécessite plus de primes pour faire face au risque dans les premières années.

Quel est le facteur qui différencie les retraités par rapport aux deux autres catégories professionnelles ? Nous supposons que c'est le facteur de l'âge. En effet, nous avons vu au paragraphe 3 que la prime unique n'impacte pas la répartition de la prime acquise.

Nous allons vérifier que le seul facteur impactant est l'âge. Prenons l'hypothèse d'une même prime unique pour les retraités, les catégories privés et les fonctionnaires.

Durée	Prime acquise annuelle			Proportion		
	Retraité	Privé	Fonctionnaire	Retraité	Privé	Fonctionnaire
1	2 072 098	1 714 392	1 740 599	12.31%	10.18%	10.34%
2	1 893 377	1 696 429	1 716 144	11.24%	10.07%	10.19%
3	1 789 322	1 691 718	1 704 940	10.63%	10.05%	10.12%
4	1 720 043	1 688 528	1 690 707	10.21%	10.03%	10.04%
5	1 664 344	1 683 787	1 682 998	9.88%	10.00%	9.99%
6	1 618 230	1 680 725	1 674 312	9.61%	9.98%	9.94%
7	1 579 445	1 676 101	1 667 517	9.38%	9.95%	9.90%
8	1 538 044	1 672 160	1 660 571	9.13%	9.93%	9.86%
9	1 499 640	1 669 251	1 654 706	8.91%	9.91%	9.83%
10	1 464 699	1 666 276	1 646 529	8.70%	9.90%	9.78%
Total	16 839 242	16 839 368	16 839 023	100.00%	100.00%	100.00%

Tableau 74 – Simulation des primes uniques par catégorie professionnelle avec la même PU

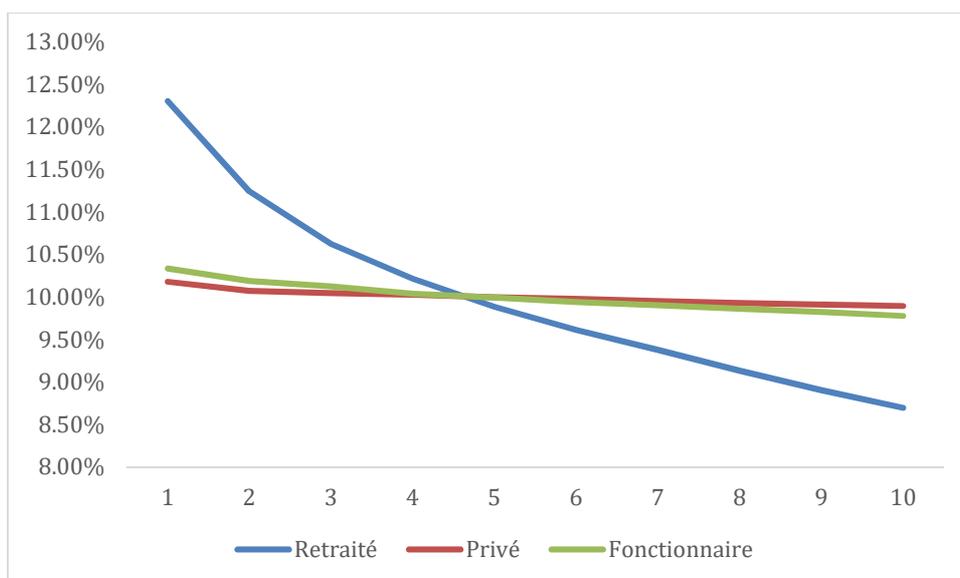


Figure 75 – Proportion des primes acquises annuelles par catégorie professionnelle avec la même PU

La répartition de la prime unique  $n'$  a pas changé pour les privés et fonctionnaires. Cela montre que le montant de la prime unique  $n'$  a pas d'impact sur la répartition. Le facteur important est donc l'âge. De ce fait, nous proposons d'utiliser deux méthodes de provisionnement pour les primes non acquises, l'une pour les retraités et l'autre pour les privés et fonctionnaires.

Temps	Moyenne	Ecart-type	Intervalle de confiance min	Intervalle de confiance max
1	207.21	193.34	203.42	211.00
2	191.31	105.82	189.23	193.38
3	183.09	73.78	181.64	184.53
4	178.26	58.97	177.11	179.42
5	174.90	50.71	173.91	175.89
6	172.56	46.23	171.65	173.46
7	170.94	43.93	170.07	171.80
8	169.63	42.69	168.79	170.47
9	168.75	42.01	167.92	169.57
10	168.28	41.81	167.46	169.10

Tableau 76 – Intervalle de confiance

### 5.1.5. Reproduction sur les différentes durées par catégorie professionnelle

Dans notre portefeuille, la durée du contrat varie entre 2 et 10 ans. Afin de connaître la répartition de la prime acquise en fonction de la durée, nous allons reproduire la simulation en prenant la durée égale à 2, 3, ..., 10 ans. Pour chaque durée, nous effectuons deux simulations pour distinguer les retraités et non retraités.

Les hypothèses pour les retraités sont :

- $N = 10\,000$  ;
- $X \sim \text{Poisson}(\theta = 67)$  ;
- $P \sim \text{Normal}(m = 1689, \sigma = 417)$ .

Les hypothèses pour les non retraités, c'est-à-dire les privés et les fonctionnaires sont :

- $N = 10\,000$  ;
- $X \sim \text{Poisson}(\theta = 47)$  ;
- $P \sim \text{Normal}(m = 377, \sigma = 87)$ .

Les hypothèses retenues en termes de moyenne et d'écart type correspondent à l'observation du portefeuille.

Nous obtenons ci-dessous deux tables de coefficients à appliquer sur la prime unique en fonction de la durée.

Durée	Prime acquise AN1	Prime acquise AN2	Prime acquise AN3	Prime acquise AN4	Prime acquise AN5	Prime acquise AN6	Prime acquise AN7	Prime acquise AN8	Prime acquise AN9	Prime acquise AN10
2	50.5%	49.5%								
3	34.2%	33.2%	32.6%							
4	26.2%	25.2%	24.5%	24.1%						
5	21.4%	20.4%	19.8%	19.4%	19.0%					
6	18.3%	17.3%	16.7%	16.2%	15.9%	15.6%				
7	16.1%	15.1%	14.5%	14.0%	13.7%	13.4%	13.2%			
8	14.6%	13.5%	12.8%	12.4%	12.1%	11.8%	11.5%	11.3%		
9	13.3%	12.2%	11.6%	11.2%	10.8%	10.6%	10.3%	10.1%	9.9%	
10	12.3%	11.2%	10.6%	10.2%	9.9%	9.6%	9.4%	9.1%	8.9%	8.7%

Tableau 77 - table de la répartition de prime acquise annuelle par durée pour les retraités

Durée	Prime acquise AN1	Prime acquise AN2	Prime acquise AN3	Prime acquise AN4	Prime acquise AN5	Prime acquise AN6	Prime acquise AN7	Prime acquise AN8	Prime acquise AN9	Prime acquise AN10
2	50.1%	49.9%								
3	33.5%	33.3%	33.2%							
4	25.2%	25.0%	24.9%	24.9%						
5	20.2%	20.1%	20.0%	19.9%	19.9%					
6	16.9%	16.8%	16.7%	16.6%	16.6%	16.5%				
7	14.5%	14.4%	14.3%	14.3%	14.2%	14.2%	14.1%			
8	12.8%	12.6%	12.5%	12.5%	12.4%	12.4%	12.4%	12.3%		
9	11.4%	11.3%	11.2%	11.1%	11.1%	11.0%	11.0%	11.0%	11.0%	
10	10.3%	10.2%	10.1%	10.0%	10.0%	9.9%	9.9%	9.9%	9.9%	9.8%

Tableau 78 - table de la répartition de prime acquise annuelle par durée pour les non retraités

### 5.1.6. Application au portefeuille

A partir du tableau précédent, nous appliquons le taux de prime acquise annuelle par durée du contrat sur la prime unique reçue au début du contrat dans notre portefeuille selon la catégorie professionnelle.

Les contrats commencent à tout moment de l'année, pas forcément au 1 janvier. Nous devons donc calculer le quota d'une année civile.

Par exemple, un contrat de durée 5 ans avec la prime à 500€ débute le 01/08, la prime acquise pour la première année comptable est donc pour un non retraité:

$$500\text{€} \times 20.2\% \times \frac{5}{12} = 42.3\text{€}.$$

La prime acquise pour la deuxième année comptable est :

$$500\text{€} \times 20.2\% \times \left(1 - \frac{5}{12}\right) + 500\text{€} \times 20.1\% \times \frac{5}{12} = 100.9\text{€}.$$

Ainsi de suite pour calculer la prime acquise de chaque année comptable génération par génération.

Génération	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	
2009	136.186,16	501.858,53	597.216,82	598.257,28	352.527,87	243.452,38	240.053,68	180.789,91	136.837,76	39.990,95	8.697,51	-	
2010		845.449,01	1.718.090,91	1.472.542,81	1.522.180,84	1.178.074,63	688.114,78	591.530,45	456.859,02	232.033,31	159.426,22	17.001,45	
2011			1.425.298,73	2.787.612,25	2.217.396,84	1.840.337,36	1.606.775,62	1.226.211,94	971.906,57	682.351,04	281.668,82	54.564,61	
2012				1.343.567,41	2.533.429,97	2.936.928,97	2.079.136,71	2.002.108,79	1.613.635,20	902.166,57	714.946,23	122.239,13	
2013					1.386.898,05	2.789.764,76	3.165.038,96	3.037.851,29	3.258.415,35	1.445.849,74	1.114.921,05	261.146,17	
2014						1.928.412,64	4.629.733,94	4.560.950,78	5.287.864,00	3.688.881,56	2.594.351,28	607.959,81	
2015							-	2.701.588,20	6.059.014,83	6.608.622,98	5.005.980,11	1.094.527,34	
2016									3.875.498,03	8.801.882,70	10.065.443,72	2.942.873,96	
2017										4.423.609,23	10.696.158,45	3.360.473,08	
2018											3.875.274,21	2.976.522,57	
2019												2.979.133,92	
2020													66.587,72

Tableau 79 - table de la prime acquise annuelle par génération et par année

On connaît par ailleurs, le montant des sinistres également par génération :

g

Génération	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2009	88.616,28	367.658,28	533.199,32	530.668,33	333.747,50	242.080,08	237.971,75	165.052,01	118.382,52	31.300,39	6.105,99	
2010		619.370,42	1.533.923,49	1.306.180,23	1.441.089,03	1.171.434,00	682.146,92	540.037,27	395.242,67	181.609,43	111.923,43	10.507,21
2011			1.272.516,60	2.472.677,87	2.099.268,48	1.829.963,66	1.592.840,42	1.119.469,26	840.826,02	534.067,22	197.742,50	33.721,93
2012				1.191.776,01	2.398.465,44	2.920.373,95	2.061.104,83	1.827.823,70	1.396.005,03	706.113,96	501.920,15	75.546,02
2013					1.313.013,22	2.774.039,28	3.137.589,30	2.773.404,02	2.818.954,51	1.131.647,66	782.718,08	161.393,12
2014						1.917.542,47	4.589.581,31	4.163.916,54	4.574.692,45	2.887.239,29	1.821.335,82	375.730,30
2015							2.678.157,94	5.531.572,98	5.717.321,33	5.133.958,21	3.514.393,36	676.437,95
2016								3.538.132,98	7.614.777,21	6.908.167,43	7.066.334,22	1.818.750,03
2017									3.826.999,28	8.371.743,14	7.365.488,87	2.076.833,94
2018										3.033.126,37	7.142.155,58	1.839.545,49
2019											2.091.468,25	1.252.301,08
2020												41.152,43

Tableau 80 - Sinistres par génération et par année comptable

On en déduit dès lors, l'évolution du ration Sinistres / Primes par année selon la méthode stochastique :

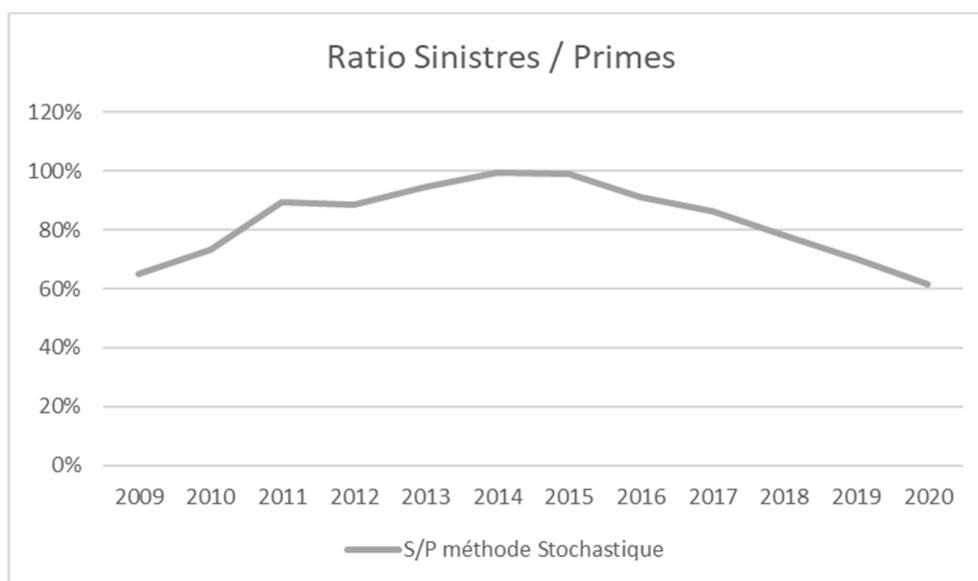


Figure 81 – Ratio des sinistres sur primes

### 5.1.7. Intervalle de confiance

L'intervalle de confiance pour la méthode stochastique est calculé de la façon suivante :

D'abord, nous avons calculé l'intervalle de confiance pour la prime acquise annuelle de confiance à 95% de la loi normale.

Temps	Moyenne	Ecart-type	Intervalle de confiance min	Intervalle de confiance max
1	207.21	193.34	203.42	211.00
2	191.31	105.82	189.23	193.38
3	183.09	73.78	181.64	184.53
4	178.26	58.97	177.11	179.42
5	174.90	50.71	173.91	175.89
6	172.56	46.23	171.65	173.46
7	170.94	43.93	170.07	171.80
8	169.63	42.69	168.79	170.47
9	168.75	42.01	167.92	169.57
10	168.28	41.81	167.46	169.10

Tableau 82 – Intervalle de confiance de la prime acquise annuelle

Puis, nous avons déduit l'intervalle de confiance pour la proportion de la prime acquise annuelle rapportée à la prime unique, pour chaque simulation par durée.

Ensuite, nous avons obtenu la table de coefficients de la proportion par durée pour l'appliquer sur la prime unique du portefeuille.

Enfin, nous avons déduit les PPNA et calculé les S/P comptable pour cette l'intervalle de confiance.

S/P	IC min	IC max
65%	64,57%	65,67%
73%	72,86%	73,66%
89%	88,78%	89,78%
95%	94,27%	94,97%
99%	99,14%	99,74%
99%	98,93%	99,43%
91%	91,09%	91,49%
87%	86,41%	86,61%
78%	77,87%	78,67%
70%	69,70%	70,70%
62%	61,40%	62,10%

Tableau 83 – Intervalle de confiance du S/P

## 5.2. Comparaison des différentes méthodes

Dans le graphique ci-dessous, nous avons représenté l'évolution de la sinistralité du portefeuille selon les 3 méthodes de provisionnement étudiées jusque-là :

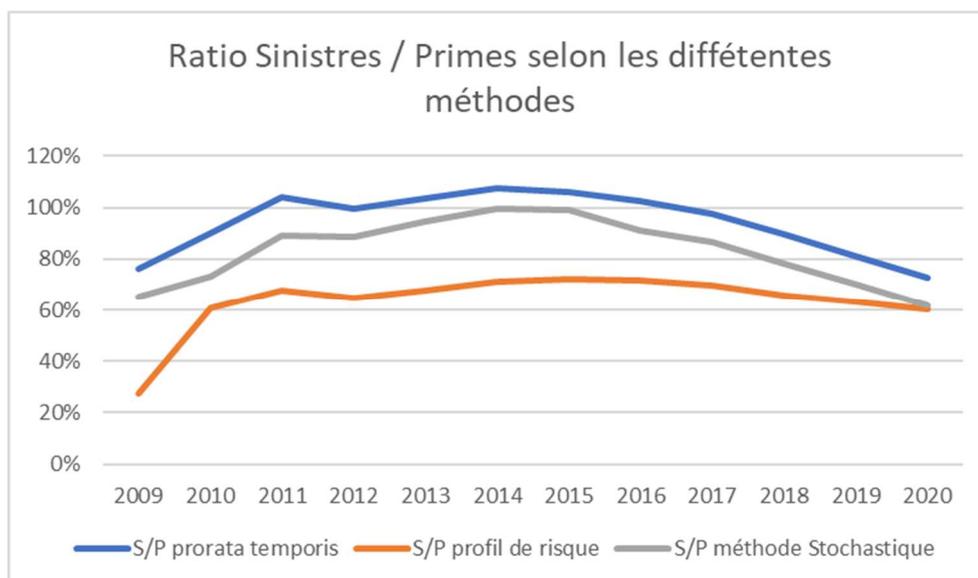


Figure 84 - comparaison des sinistres / primes par année comptable selon les différentes méthodes

La sinistralité du portefeuille selon la méthode stochastique par la simulation de décès explicitée ci-dessus, présente une tendance très proche de l'**approche prorata temporis**,

En effet, cela peut s'expliquer de différentes manières :

- ➔ Nombre de décès qui est relativement faible par rapport à la totalité du portefeuille, car l'âge moyen du portefeuille est de 53 ans, ce qui est relativement jeune ;

- La proportion des primes uniques pour les individus décédés est faible par rapport au volume total des primes du portefeuille ;
- L'utilisation lors des simulations de la méthode prorata temporis pour écouler la prime sur la période avant le décès ;

Néanmoins, la méthode stochastique reste intéressante en ce sens qu'elle présente un résultat intermédiaire entre la borne haute donnée par la méthode prorata temporis, et la borne basse donnée avec la méthode par profil de risque. Cela permet donc d'adopter une approche prudente de la sinistralité du portefeuille, sans pour autant être alarmiste comme avec la méthode prorata temporis.

En pratique, on continuera d'utiliser la méthode prorata temporis compte tenu de sa simplicité de mise en œuvre, mais on saura pour les besoins de pilotage du portefeuille, que cette méthode a tendance à surestimer la sinistralité de l'activité. Cela aura pour conséquence de nuancer les décisions du Management d'AXA dans le pilotage de cette activité.

## Conclusion

---

Avec plus de 300 M€ de primes émises annuellement, le marché italien de la Cessione del Quinto représente un enjeu stratégique majeur pour l'activité d'AXA à l'international.

Cette activité présente néanmoins depuis son lancement certaines difficultés en termes de rentabilité technique, ainsi qu'une forte volatilité au niveau de la sinistralité. Ceci a poussé la Direction technique d'AXA à diligenter un certain nombre d'études sur le comportement du portefeuille, dans le but de mettre en place d'éventuelles actions correctives ou préventives sur les segments déficitaires.

L'objectif de ce mémoire était donc d'étudier l'impact du provisionnement de la prime non acquise, sur la rentabilité technique du portefeuille

En effet, ce marché de l'assurance emprunteur liée à des prêts à la consommation, d'une durée de 2 à 10 ans, présente la particularité d'avoir une **prime unique** versée au début du prêt. L'enjeu est donc d'importance pour AXA, de constituer des **Provisions Pour Primes Non Acquises (PPNA)** à la date de la souscription, afin de bien piloter la rentabilité technique du portefeuille.

Jusqu'à présent, le **provisionnement est effectué sur la base d'un « prorata temporis »** sur la durée du contrat ; cette méthode, certes facile à mettre en œuvre en pratique, n'a jamais réellement été remise en cause d'un point de vue actuariel.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous sommes donc attachés à **étudier différentes méthodes de provisionnement** des Primes Non Acquises (méthode par profil de risque et méthode stochastique), puis à **évaluer l'impact de ces méthodes sur la rentabilité technique** du portefeuille par année comptable.

**La méthode par profil de risque** : celle-ci consiste à étudier le profil de risque du portefeuille (c'est-à-dire la probabilité de décès pendant la durée du prêt) selon différentes segmentations du portefeuille, et ensuite à écouler la prime acquise, selon le profil de risque du segment considéré, et ce, tout au long de la durée du contrat, afin de constituer la provision pour primes.

**La méthode stochastique** : celle-ci consiste d'abord à simuler le nombre ainsi que le temps de décès par âge et par individu, puis, à écouler la prime sur la durée de vie du contrat.

La méthode par profil de risque, en lissant la sinistralité du portefeuille, présente une sinistralité du portefeuille beaucoup moins marquée que la méthode prorata temporis, ce qui amène à relativiser les conclusions émises précédemment sur la rentabilité technique de l'activité.

En revanche, d'un point de vue opérationnel, et compte tenu de la taille du portefeuille, cette méthode prend davantage de temps de modélisation et de calcul que la méthode prorata temporis (estimé entre 3 à 5 jours).

Quant à la méthode stochastique, celle-ci montre des résultats proches de la méthode prorata temporis. Cela s'explique d'une part, par le nombre de décès assez faible sur la période, compte tenu de l'âge moyen du portefeuille à 53 ans. D'autre part, la proportion des primes uniques pour les individus décédés est également relativement faible, comparée au volume global du portefeuille.

La méthode stochastique est intéressante en ce sens qu'elle présente un résultat intermédiaire entre la borne haute donnée par la méthode prorata temporis, et la borne basse donnée avec la méthode par profil de risque. Cela permet donc d'adopter une approche prudente de la sinistralité du portefeuille, sans pour autant être alarmiste comme avec la méthode prorata temporis.

Il faut par ailleurs souligner que dans le cadre de solvabilité 2, le principe est d'évaluer les provisions selon la meilleure estimation (*Best Estimate*), autrement dit l'espérance de la valeur actuelle des versements futurs réalisés par l'assureur à l'assuré. C'est précisément là que les méthodes par profil de risque et stochastique prennent tout leur sens. Cette dernière, en simulant différents scénarios sur le nombre et le temps de décès par âge et par individu, permet de calculer en moyenne la durée de vie de contrat, et de là, le montant du *Best Estimate*.

En pratique, on continuera d'utiliser la méthode prorata temporis pour les besoins de pilotage du portefeuille compte tenu de sa simplicité de mise en œuvre, mais on saura, que cette méthode a tendance à surestimer la sinistralité de l'activité. Cela aura pour conséquence de nuancer les décisions du Management d'AXA dans le pilotage de cette activité.

Dans le cadre en revanche de l'évaluation ou de la valorisation du portefeuille d'assurance, et dans une approche solvabilité 2, on utilisera plutôt la méthode stochastique afin d'estimer le montant des provisions pour primes non acquises.

# Bibliographie

---

## Mémoires d'actuariat

- Antoine Herbreteau (2017), « Construction d'un outil de suivi de la rentabilité pour le portefeuille italien de la Cessione del Quinto », ISUP.
- Pierre Ottenwaelter (2014), « Etude des lois d'incidence des sinistres décès et perte d'emploi », CEA.

## Textes réglementaires

- Decreto del Presidente della Repubblica 5 gennaio 1950, n° 180, Gazzetta Ufficiale.  
*Décret présidentiel 5 janvier 1950, n° 180, Journal officiel de la république italienne.*
- Legge 30 dicembre 2004, n° 311. Disposizioni per la formazione del bilancio annuale e pluriennale dello Stato (legge finanziaria 2005), Gazzetta Ufficiale.  
*Loi 30 décembre 2004, n° 311. Dispositions pour l'établissement des comptes annuels et pluriannuels de l'Etat (loi de finances 2005), Journal officiel de la république italienne.*
- Decreto del Presidente del Consiglio dei Ministri 20 febbraio 2015, n° 29.  
*Arrêté du Président du conseil des ministres 20 février 2015, n° 29.*
- Codice Delle Assicurazioni Private, decreto legislativo 7 settembre 2005, n° 209.  
*Code des assurances privées, décret législatif du 7 septembre 2005, n° 209.*
- Normes comptables françaises, l'autorité des normes comptables.
- Provvedimento ISVAP n° 2946 del 6 dicembre 2011, Istituto per la Vigilanza sulle Assicurazioni.  
*Disposition ISVAP n° 2946 du 6 décembre 2011, Institut des contrôles des assurances.*

## Ouvrages

- Charpentier, A. & Denuit, M. (2004a) Mathématiques de l'assurance non vie, Vol. 1, Economica.
- Charpentier, A. & Denuit, M. (2004b), Mathématiques de l'assurance non vie, Vol. 2, Economica.
- Petauton, P. & Fromenteau, M. (2012), Théorie et pratique de l'assurance vie, 4 Ed, Dunod

# Annexes

## A. Fiches de sélection médicale

### Questionnaire médical simple :

QUESTIONARIO MEDICO (da compilarsi a cura del Richiedente)		Fare una croce nella casella del SI o del NO
1. L'assicurato è attualmente ricoverato in ospedale o istituto di cura, o lo è stato negli ultimi 3 anni per più di 30 giorni (consecutivi o no)? Se SI, specificare _____		SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>
2. E' previsto un ricovero dell'assicurato in ospedale o istituto di cura nei prossimi 6 mesi? Se SI, specificare _____		SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>
3. L'assicurato è attualmente sottoposto a trattamenti medici permanenti per tumore, malattie neurologiche, cardio-vascolari, respiratorie, urologiche, metaboliche (diabete o iperlipidemia)? Se SI, specificare _____		SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>
4. L'assicurato riceve delle cure mediche in ospedale o a domicilio per più di una volta al mese? Se SI, specificare _____		SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>
5. L'assicurato ha bisogno di assistenza domiciliare per lo svolgimento di almeno una delle seguenti attività quotidiane: deambulare, lavarsi, vestirsi o alimentarsi? Se SI, specificare _____		SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>
6. L'assicurato è o è stato titolare di pensione di invalidità? Se SI, specificare _____		SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>
7. La differenza tra l'altezza dell'assicurato in centimetri inferiore a 80 o superiore a 120? ed il suo peso in kilogrammi è		SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>
DATI DEL MEDICO CURANTE		
Nome _____ Cognome _____		
Indirizzo _____		
Recapito Telefonico _____		
IL RICHIEDENTE		
Data _____ Firma _____		

Figure 85 – Questionnaire médical simple

Questionnaire médical détaillé :

Fare una croce nella casella del sì oppure in quella del no			In caso di risposta affermativa, fornire le precisioni richieste
Altezza: ..... cm	Peso: ..... kg	Differenza (Taglia - Peso): .....	
1 -	Questa differenza è inferiore a 80 o superiore a 120 ?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	
2 -	E attualmente inabile al lavoro, totalmente o parzialmente, per malattia o infortunio?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Da quando? ..... Per quale motivo? .....
3 -	E sottoposto attualmente ad un trattamento medico, a delle cure, ad una sorveglianza medica?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Per quale(i) motivo(i)? ..... Da quando? ..... Citare nomi e dosi delle medicine, cure o trattamenti : .....
4 -	E colpito da una malattia cronica, da un'infermità, un'invalidità o da sechele di una malattia o di un infortunio?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Di quale natura? ..... Da quando? .....
5 -	E titolare di una pensione per malattia o infortunio?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Per quale(i) motivo(i)? ..... Percentuale(i)? .....%
	o E titolare di una rendita per infortunio sul lavoro superiore al 15%?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Da quando? ..... <b>(allegare copia della notifica di rendita)</b>
6 -	Gode dell'esonero del ticket a causa di una malattia o di un infortunio?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Per quale(i) motivo(i)? ..... Da quando? .....
7 -	Negli ultimi 5 anni ha dovuto interrompere il lavoro per più di 30 giorni consecutivi per malattia o infortunio?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Per quale(i) motivo(i)? ..... Quando? ..... Per quanto tempo? .....
8 -	Ha subito un test di individuazione sierologica che si sia rivelato <b>positivo</b> per le sierologie HBV (virus dell'epatite B), HCV (virus dell'epatite C), HIV (virus dell'immunodeficienza umana) ?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Quale(i)? ..... Quando? ..... Risultato? Negativo <input type="checkbox"/> Positivo <input type="checkbox"/>
9 -	Nel corso degli ultimi 10 anni è stato sottoposto ad un trattamento medico per le seguenti affezioni : malattie reumatiche, disco-vertebrali, lombaggine, sciatica ? disturbi neurologici, affezioni neuropsichiche, depressione nervosa? patologie cardiache o vascolari, ipertensione arteriosa? trattamento via radiazioni, cobalto, chemioterapie o immunoterapie? altri trattamenti di una durata superiore a un mese?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Per quale(i) motivo(i)? ..... Quando? ..... Durata? .....
10 -	Negli ultimi 3 mesi è stato ricoverato in un ospedale, una clinica o una casa di cura per uno dei seguenti motivi: maternità, cesareo, appendicite, tonsille, adenoidi, cistifellea, ernia inguinale, ernia ombelicale, ernia iatale, varici, emorroidi, IVG, chirurgia dentaria, deviazione del setto nasale?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Per quale(i) motivo(i)? ..... Quando? ..... Per quanto tempo? .....
	Negli ultimi 10 anni è stato ricoverato in un ospedale, una clinica o una casa di cura per un motivo diverso da quelli sopra elencati?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Per quale(i) motivo(i)? ..... Quando? ..... Per quanto tempo? .....
11 -	E stato informato che nel corso dei prossimi 12 mesi, dovrà: subire una TAC, una risonanza magnetica, esami in ambiente ospedaliero? essere ricoverato? seguire un trattamento medico? subire un intervento chirurgico?	SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Per quale(i) motivo(i)? ..... Quando? .....

Figure 86 – Questionnaire médical détaillé

## B. Code SAS pour l'estimateur de Kaplan Meier

```

%let mvdateobs = 31DEC2012 ;
%let mvintconf = 95 ;
%let mvzalfasur2 = 1.96 ;
%let mvlimateobs = 750 ;

/*Filtre des souscriptions à adapter en fonction du besoin*/
%let mvfiltre = and P_sit_pro1="Privato" ;
/*Exemple :
and P_sit_pro1="Privato"
and year(P_date_deb_pret) = 2011*/

/*Filtre des évènements à modifier en fonction de l'évènement à observer via l'estimateur de KM : identification des
censures en plus des fin de contrats et des fin d'observation*/
/*NB : 1 souscription, 2 rachat, 3 perte d'emploi, 4 perte d'emploi avec refus, 5 décès, 6 décès avec refus, 7 fin du
contrat, 8 fin d'observation*/
%let mvfiltreevt = or code_evt = 2 or code_evt = 5 or code_evt = 4 or code_evt = 6 ;

/*ATTENTION*/
/*Code initialement prévu pour mesurer l'incidence des PE (voir "Sélection des censures et des sinistres")*/
/*Prise en compte des PE également refusé (inexistant dans la base) : à modifier pour incidences DC et rachat*/
/*Suppression des rachats avant sinistres (fausses censures) à modifier pour les incidences rachat*/

/*Suppression des rachats antérieurs aux sinistres (fausses censures)*/
data prets_rachetes_puis_sinistres ;
set libcqs.histo_prets4 ;
where date_sinistre ne . and date_rachat ne . and date_sinistre >= date_rachat ;
keep Pret ;
Run ;

proc sort data=libcqs.histo_assures4;
by Pret ;
Run ;

proc sort data=prets_rachetes_puis_sinistres;
by Pret ;
Run ;

data histo_assures4_ss_rachat_avt_sin ;
merge prets_rachetes_puis_sinistres(in=a) libcqs.histo_assures4(in=b) ;
by Pret ;
if (not a and b) or (a and b and code_evt ne 2) then output ;
Run ;

/*CREATION DE LA TABLE D'EVENEMENTS A CONSIDERER*/

/*Sélection des prêts souscrits avant la date d'observation*/
data liste_souscriptions_a_considerer;
set histo_assures4_ss_rachat_avt_sin ;
where P_date_deb_pret <= "&mvdateobs."d and code_evt = 1 &mvfiltre. ;
Run ;

data liste_prets_a_considerer ;
set liste_souscriptions_a_considerer ;
keep Pret ;
Run ;

/*Création des évènements "fin d'observation"*/
data evt_fin_obs ;
set liste_souscriptions_a_considerer ;
evenement = "fin d'observation" ;
code_evt = 8 ;

```

```

date_evt = "&mvdateobs."d ;
duree_avt_evt = sum("&mvdateobs."d , -P_date_deb_pret) ;
poids = 1;
Run ;

/*Sélection des évènements relatifs aux prêts sélectionnés et suppression des évènements souscription*/
data evts_a_considerer_hors_fin_obs ;
merge liste_prets_a_considerer (in=a) histo_assures4_ss_rachat_avt_sin (in=b) ;
by Pret ;
if a and b and date_evt<="&mvdateobs."d and code_evt ne 1;
Run ;

/*Ajout des évènements "fin d'observation" aux évènements filtrés*/
data liste_evts_a_considerer ;
set evts_a_considerer_hors_fin_obs evt_fin_obs;
Run ;

/*CALCUL DE L'ESTIMATEUR DE KAPLAN MEIER*/

proc sort data=liste_evts_a_considerer;
by Pret duree_avt_evt ;
Run ;

/*Sélection de l'évènement à conserver et qualification de l'évènement pour KM*/
data histo_assures_KM(keep=type_evt_KM poids duree_avt_evt) ;
set liste_evts_a_considerer ;
by Pret ;

attrib type_evt_KM
    length=$20
    label="évènement Kaplan Meier : censure (1) ou fin (2)";

    /*NB : 1 souscription, 2 rachat, 3 perte d'emploi, 4 perte d'emploi avec refus, 5 décès, 6 décès avec refus, 7
fin du contrat, 8 fin d'observation*/

if first.Pret then do ;
    /*Filtre mis en place pour le calcul de KM pour le risque PE*/
    if code_evt = 7 or code_evt = 8 &mvfiltreevt.
        then type_evt_KM = "Censure" ;
        else type_evt_KM = "Fin" ;
    output ;
end ;

Run ;

/*Pour chaque durée observée, calcul du nombre de censure et du nombre de fin en prenant en compte les poids*/
Proc sort data=histo_assures_KM ;
by duree_avt_evt type_evt_KM ;
Run ;

data histo_evt_KM (drop=poids);
set histo_assures_KM ;
by duree_avt_evt type_evt_KM;

attrib total_evt
    label="pour le calcul du nombre total d'évènement à cette date"
    length=8 ;

retain total_evt ;

if first.type_evt_KM
    then total_evt = poids ;
    else total_evt=total_evt+poids ;

```

```

if last.type_evt_KM then output ;

Run ;

/*Crée une table avec une ligne par durée observée indiquant les nombres de censure et de fin observés*/
Proc transpose data=histo_evt_KM out=histo_evt_KM2(drop=_NAME_ _LABEL_) ;
by duree_avt_evt ;
var total_evt ;
ID type_evt_KM ;
Run ;

/*Création d'une table avec un seul enregistrement : le nombre de prêts observés*/
Proc sql ;
create table Nb_prets as
select count(*) as Yi
from histo_assures_KM ;
Quit ;

/*Ajout du nombre de prêts observés dans histo_evt_KM2 pour créer histo_evt_KM3*/
proc sql;
create table histo_evt_KM3
as select *
from histo_evt_KM2,Nb_prets;
run;

/*Calcul de la population à risque*/
data histo_evt_KM3;
set histo_evt_KM3;
attrib Yiplus1
        label="Population à risque au rang suivant"
        length=8 ;

Retain Yi Yiplus1;

if _N_ ne 1 then Yi = Yiplus1 ;

Yiplus1=sum(Yi,-Fin,-Censure) ;

Run ;

/*Tri de la table obtenue de l'évènement le plus proche de la souscription à l'évènement le plus éloigné (y compris
évènements avant souscription !)/
Proc sort data=histo_evt_KM3 ;
by duree_avt_evt ;
Run ;

/*Calcul de l'estimateur de Kaplan Meier*/
data histo_evt_KM3;
set histo_evt_KM3 ;
where Yi >=0 ;

attrib Schapeau
        label="estimateur de KM"
        length=8 ;

Retain Schapeau;
if _N_ = 1 then do ;
        Schapeau = 1 ;
end ;

Schapeau=Schapeau*sum(1,-Fin/Yi) ;

Drop Yiplus1 ;

Run ;

```