



Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du
Diplôme d'Actuaire EURIA
et de l'admission à l'Institut des Actuaire

Le 7 septembre 2022

Par : Ana FERREIRA PIRES DE SOUSA

Titre : Impact de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique sur les garanties incapacité de travail de la fonction publique territoriale.

Confidentialité : Oui - (Durée: 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

**Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaire :**

Yann QUERE

Cécile PARADIS

Signature :

Entreprise :

Optimind

Signature :

Membres présents du jury de l'EURIA : **Directeur de mémoire en entre-
prise :**

Françoise PÈNE

Adrien PORCHERON

Thibaut LAMBERT

Signatures :

Invité :

Nom invité(s)

Signature :

**Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actuariels**
(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :

Signature du candidat :

Résumé

Le régime de protection sociale des agents de la fonction publique, précisé par le Code général de la fonction publique, est différent du régime en place dans le secteur privé. Parmi ces différences, notons : une couverture du risque incapacité de travail plus longue pour les agents de la fonction publique, ainsi que le caractère facultatif de l'adhésion aux garanties complémentaires pour ces mêmes agents. Ces différences obligent les organismes complémentaires à mettre en place des outils adaptés à la nature des risques inhérents à cette population.

La réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique apporte deux changements majeurs à la couverture des risques prévoyance. Elle introduit une prise en charge minimale obligatoire du coût de la complémentaire par l'employeur public et instaure les garanties minimales obligatoires de la complémentaire prévoyance. Sa mise en place progressive représente alors un enjeu majeur pour les organismes complémentaires qui doivent faire évoluer les données structurantes de leurs outils.

L'objet de ce mémoire est d'envisager l'impact de cette réforme sur les normes tarifaires de la garantie incapacité de travail de la fonction publique territoriale.

Pour ce faire, les estimateurs de Hoem et de Kaplan-Meier sont utilisés afin de créer des tables d'expérience propres aux états d'incapacité de la fonction publique territoriale. Les taux bruts obtenus sont ensuite lissés par la méthode de Whittaker-Henderson. Les taux lissés obtenus sont validés par le test d'adéquation du χ^2 et le test des changements de signes. La précision des tables d'expérience retenues est évaluée sur des données historiques afin de contrôler l'adéquation des tables à la prévision des risques.

Enfin, les tables d'expérience validées sont utilisées dans la création des normes tarifaires de la garantie incapacité de travail. Elles sont ensuite impactées afin d'évaluer le coût du risque de la protection sociale complémentaire de demain.

Mots clefs: Fonction Publique Territoriale, CNRACL, protection sociale complémentaire, incapacité, tables d'expérience, Hoem, Kaplan-Meier, Whittaker-Henderson, test du χ^2 d'adéquation, test des changements de signes, *backtesting*, tarification, sensibilités.

Abstract

The social welfare scheme for public officials, as set out in the General Civil Service Code, is different from the scheme in place in the private sector. These differences include a longer period of coverage of the temporary work disability risk for public officials and the optional nature of the subscription to complementary disability insurance for these same employees. These differences oblige insurers to implement tools adapted to the nature of the risks inherent to this population.

The reform of the complementary social protection of the civil service brings two major changes to the coverage of temporary work disability risks. It introduces a compulsory minimum coverage of the cost of complementary disability insurance by the public employer and establishes the minimum compulsory guarantees of complementary disability insurance. Its gradual implementation represents a major challenge for insurers, who must develop the structural data of their tools.

The purpose of this master thesis is to consider the impact of this reform on the tariff standards of the temporary disability guarantee of the territorial civil service.

To do so, the Hoem and Kaplan-Meier estimators are used to create experience tables specific to the territorial civil service temporary disability states. The resulting rates are then smoothed using the Whittaker-Henderson method. The smoothed rates obtained are validated by the χ^2 goodness-of-fit test and the sign test. The accuracy of the selected experience tables is assessed on historical data in order to check the adequacy of the tables for risk prediction.

Finally, the validated experience tables are used in the creation of the tariff standards of the temporary disability guarantee. They are then impacted in order to evaluate the cost of risk of tomorrow's complementary social protection.

Keywords: Territorial Public Service, CNRACL, complementary social welfare, temporary disability, experience tables, Hoem, Kaplan-Meier, Whittaker-Henderson, Chi-Square statistic, sign test, backtesting, pricing, sensitivities.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Christophe EBERLE, fondateur et président d'Optimind, pour m'avoir accueilli au sein de son entreprise, ainsi que les *partners* Gildas ROBERT et Valérie DEPPE pour m'avoir accueilli au sein de la *practice Actuarial & Financial Services*.

Je remercie chaleureusement mes tuteurs en entreprise, Adrien PORCHERON et Thibaut LAMBERT, pour leur encadrement, leur disponibilité et leurs conseils pendant toute la durée de mon mémoire. J'adresse également ma gratitude à Pierre MORLON, pour son expertise, son aide et pour les réponses qu'il a su m'apporter. Je remercie aussi Emmanuel BERTHELE et André GRONDIN, pour leurs conseils avisés.

Merci à l'ensemble des consultants d'Optimind pour leur disponibilité, leur aide, et leur bonne humeur quotidienne. J'adresse une pensée particulière à mes collègues alternants, Aurélie AMARD, Pablo GASSIOT, Amélie SIRIEYS, et Annabel BERARD avec qui j'ai partagé cette année d'alternance, ainsi qu'à Jorge OCHOA, pour ses relectures précieuses.

Je remercie mon tuteur pédagogique, Anthony NAHELOU, pour son suivi régulier, sa disponibilité et ses conseils qui ont permis l'avancement des études réalisées.

Je souhaite également remercier l'ensemble du corps professoral de l'EURIA, et notamment le directeur, Franck VERMET, ainsi que toute l'équipe pédagogique de l'ESILV, pour la qualité de l'enseignement et l'ensemble des connaissances acquises tout au long de mon cursus académique. Je remercie en particulier Laurent IMBERT, responsable de la majeure Actuariat de l'ESILV, sans qui ce double diplôme n'aurait jamais été possible.

Enfin, j'ai une pensée particulière pour l'ensemble de mes proches et amis, qui n'ont cessé de m'encourager et de me soutenir. Je tiens à remercier mes parents, mon frère et ma sœur pour leur confiance, leur force et leur soutien sans faille.

Pour finir, j'adresse mes plus sincères remerciements à Bilal qui a su me guider, me soutenir et m'épauler. La réussite de ce mémoire lui appartient.

Note de synthèse

Contexte de l'étude

Le régime de protection sociale des agents affiliés à la Caisse Nationale des Agents des Collectivités Locales (CNRACL) dits « agents CNRACL » de la fonction publique territoriale est décomposé en un régime dit « statutaire » pris en charge par l'employeur public, et un régime complémentaire pris en charge par les organismes de prévoyance. Ce régime de protection sociale permet de maintenir le versement du traitement de l'agent en cas d'arrêt de travail pour cause d'une maladie ou d'un accident.

L'incapacité de travail d'un agent CNRACL est modélisée par divers risques statutaires. Dans la suite seront étudiés le congé de maladie ordinaire (CMO), le congé de longue maladie (CLM), et le congé de longue durée (CLD). Ces risques statutaires représentent les types d'arrêts les plus fréquemment observés dans la fonction publique territoriale, raison pour laquelle le périmètre de l'étude a été limité à la seule étude de ces congés.

La durée et le niveau d'indemnisation de chaque partie dépendent du risque statutaire considéré. Le graphique 1 présente la durée et le niveau d'indemnisation de chaque risque statutaire.

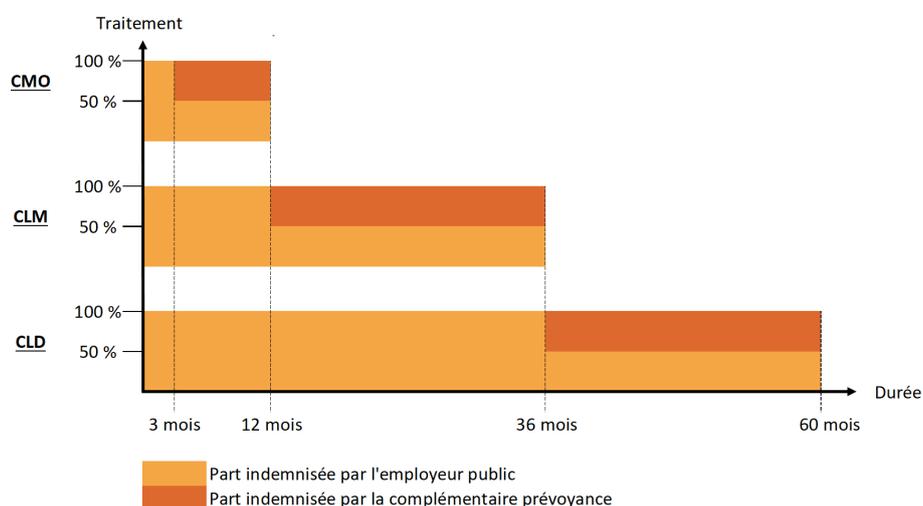


FIGURE 1 – Durée et niveau d'indemnisation selon le risque statutaire

Problématique

La réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique apporte deux changements majeurs à la couverture des risques prévoyance. Elle introduit une prise en charge minimale obligatoire du coût de la complémentaire par l'employeur public et instaure les garanties minimales obligatoires de la complémentaire prévoyance. L'entrée en vigueur de la réforme représente alors un enjeu majeur pour les organismes complémentaires qui doivent faire évoluer les données structurantes de leurs outils.

L'objet de ce mémoire est d'envisager l'impact de la réforme de la protection sociale complémentaire sur les normes tarifaires de la garantie incapacité de travail construites à partir de tables d'expérience propres à la fonction publique territoriale.

Les données utilisées dans la construction de tables d'expérience

La construction de tables d'expérience propres aux risques observés dans la fonction publique territoriale nécessite l'utilisation de données de sinistralité réelles. La base de données utilisée contient l'ensemble des informations sur les sinistres et sur les assurés associés à ces sinistres. Chaque ligne de la base d'étude correspond ainsi à un sinistre pour le risque incapacité de travail.

Puisque la qualité des données conditionne les tables en sortie des modèles, une phase de retraitement et de correction des données a été réalisée. Suite à cela, le portefeuille a été analysé à partir d'une étude des statistiques descriptives.

Construction des tables d'expérience

Afin de construire des normes tarifaires dans la fonction publique territoriale, il est nécessaire de construire des tables de maintien dans les états d'incapacité des agents CNRACL. Il est à noter qu'il existe des passages entre les congés de maladie ordinaire, de longue maladie et de longue durée. Plus particulièrement, il existe les passages entre états suivants :

- Passage entre le congé de maladie ordinaire et le congé de longue maladie,
- Passage entre le congé de maladie ordinaire et le congé de longue durée,
- Passage entre le congé de longue maladie et le congé de longue durée.

Il est alors également nécessaire de construire des tables d'expérience pour ces passages.

Les tables d'expérience sont construites à partir d'une base de sinistres. En raison de la faible quantité de données des maintiens dans le congé de longue durée, et des passages vers le congé de longue durée, seules les lois de maintien en congé de maladie ordinaire et en congé de longue maladie ainsi que les lois de passage vers le congé de longue maladie sont construites.

L'estimation des probabilités de maintien et de passage se fait en plusieurs étapes.

- **Calcul des taux bruts** : les estimateurs de Hoem et de Kaplan-Meier sont utilisés afin d'estimer les taux bruts de sortie et de passage par âge et par ancienneté. Certains âges et certaines anciennetés présentent néanmoins une quantité faible d'observations, résultant alors en des taux bruts estimés moins robustes. Afin d'améliorer la robustesse de l'estimation des taux, l'étude est réalisée par classes d'âge. La répartition des âges dans chaque classe d'âge est faite de sorte à avoir une répartition homogène de l'exposition parmi ces classes. Les estimateurs de Hoem et de Kaplan-Meier sont ainsi à nouveau calculés avec ces classes. Il est ensuite nécessaire de calculer les intervalles de confiance associés aux taux bruts estimés afin de quantifier l'incertitude liée aux taux calculés. La création des intervalles de confiance requiert la vérification de certaines conditions. Lorsque les conditions ne sont pas réunies, un regroupement par classes d'ancienneté est réalisé. Ce regroupement est fait de sorte que l'ensemble des âges et anciennetés respectent les conditions nécessaires à la création d'intervalles de confiance. Dans ce cas, les taux de sortie et de passages sont de nouveau calculés, cette fois par classe d'âge et par classe d'ancienneté.

- **Comparaison des taux bruts obtenus avec les deux estimateurs** : les taux bruts estimés avec les estimateurs de Hoem et de Kaplan-Meier sont comparés afin de choisir l'estimateur qui sera utilisé dans la suite. Pour ce faire, les taux bruts par classe d'âge sont comparés. La méthode de validation des taux entre eux est la suivante : si les taux estimés avec la méthode de Hoem (resp. Kaplan-Meier) sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance des taux estimés par Kaplan-Meier (resp. Hoem), alors les taux sont similaires. Le choix de l'estimateur utilisé dans la suite est basé sur l'utilisation qui sera faite des taux de sortie et de passage. Les tables d'expérience étant utilisées dans la tarification de la garantie incapacité de travail, les taux choisis peuvent ne pas être les plus prudents, sous réserve que la rentabilité technique ne soit pas en risque.
- **Lissage des taux bruts retenus** : Les taux bruts estimés présentent des variations et des irrégularités dues aux erreurs de prédiction. Afin d'améliorer la qualité des taux obtenus, ces taux sont lissés par la méthode de Whittaker-Henderson. Celle-ci fait intervenir deux paramètres z et h pour le lissage. Le paramètre z est fixé selon la littérature[1], tandis que le paramètre optimal de h fait l'objet d'une étude dans le mémoire. Ce paramètre est fixé en fonction des résultats obtenus lors de la validation du lissage des taux bruts. Ce contrôle est réalisé à partir de tests statistiques classiques que sont le test d'adéquation du χ^2 et le test des changements de signes. Le paramètre de h retenu est alors la valeur la plus élevée de ce paramètre validant les tests statistiques, et ce pour l'ensemble des classes d'âges considérées.
- **Backtest des tables d'expérience** : Les tables d'expérience lissées sont les tables retenues pour la suite de l'étude. Il est nécessaire de tester leur adéquation à la prévision des sorties et des passages dans chaque état d'incapacité. La méthode retenue pour tester l'adéquation de la table aux données d'entrée consiste à comparer le nombre de sorties réellement observées au nombre de sorties et passages prédits à l'aide des tables retenues. Cette méthode est appliquée sur des sous-périodes de la période d'observation correspondant aux exercices comptables. La comparaison des résultats obtenus et prédits se fait sur la position des sorties et passages réellement observés par rapport aux sorties et passages prédits. Plus particulièrement, la robustesse de la table est évaluée par rapport au positionnement des sorties et passages réellement observés face aux intervalles de confiance.

Construction de la table de maintien en CMO

La construction de la table de maintien en CMO s'est faite en prenant en compte le genre de l'assuré. Ces tables ont été construites par classes d'âge et par ancienneté. Dans la suite, les principaux résultats sont explicités.

- Les taux retenus pour la création de cette table d'expérience sont les taux bruts estimés par l'estimateur de Hoem.
- Le paramètre de lissage retenu est $h = 0,01$.

La loi de maintien en CMO finale correspond alors à une table mixte calculée à l'aide des tables de maintien obtenues pour les deux genres et des proportions d'hommes et de femmes observées dans la fonction publique territoriale. La formule suivante est utilisée pour son calcul :

$$\begin{aligned} \text{Probabilité de maintien}_{x,t} &= \text{Probabilité de maintien}_{x,t,Femme} \times \text{Proportion de femmes} \\ &+ \text{Probabilité de maintien}_{x,t,Homme} \times \text{Proportion d'hommes} \end{aligned}$$

La loi de maintien en CMO est définie sur douze mois d'ancienneté, ce qui correspond à la durée maximale d'arrêt pour un congé de maladie ordinaire. Sa forme globale est similaire pour l'ensemble des classes d'âge et est la suivante : la probabilité de maintien est assez élevée sur les premières anciennetés. Elle diminue de façon constante pour l'ensemble des âges à partir du troisième mois

d'ancienneté, et ce jusqu'au huitième mois d'ancienneté. Les probabilités de maintien diminuent ensuite de façon exponentielle entre le neuvième et le douzième mois d'ancienneté dans l'arrêt.

Construction de la table de maintien en CLM

La construction de la table de maintien en CLM s'est faite sans la prise en compte du genre de l'assuré. Cette table a été construite par classes d'âge et par classes d'ancienneté. Dans la suite, les principaux résultats sont explicités.

- Les taux retenus pour la création de cette table d'expérience sont les taux bruts estimés par l'estimateur de Hoem.
- Le paramètre de lissage retenu est $h = 0, 1$.

La loi de maintien en CLM est définie sur trente-six mois d'ancienneté, ce qui correspond à la durée maximale d'arrêt pour un congé de longue maladie. Sa forme diffère selon la classe d'âge considérée. Seules les tendances globales sont ici explicitées. La probabilité de maintien sur les douze premiers mois d'ancienneté est très élevée, presque certaine. Cette probabilité baisse de façon continue à partir du douzième mois d'ancienneté, et ce pour des durées différentes selon la classe d'âge. Certaines variations sont observables sur le reste des anciennetés. Les probabilités de maintien sont assez élevées pour l'ensemble des classes d'âge et d'ancienneté.

Construction de la table de passage de l'état CMO vers l'état CLM

La construction de la table de passage de l'état CMO vers l'état CLM s'est faite en ne prenant pas en compte le genre de l'assuré. Cette table a été construite par classes d'âge et par classes d'ancienneté. Dans la suite, les principaux résultats sont explicités.

- Les taux retenus pour la création de cette table d'expérience sont les taux bruts estimés par l'estimateur de Hoem.
- Le paramètre de lissage retenu est $h = 0, 001$.

La loi de passage de l'état CMO vers l'état CLM est définie sur douze mois d'ancienneté, ce qui correspond à la durée maximale d'arrêt pour un congé de maladie ordinaire. Sa forme globale est ressemblante pour l'ensemble des classes d'âge. Les probabilités de passage de l'état CMO vers l'état CLM sont très faibles, et ce quelle que soit l'ancienneté considérée. Les probabilités de passages semblent assez constantes, presque nulles, jusqu'à l'ancienneté onze. Elles augmentent ensuite très fortement pour les anciennetés onze et douze, bien que leurs valeurs restent très faibles.

Tarification de la garantie incapacité de travail et étude de sensibilités

L'impact de la réforme de la fonction publique territoriale sur la garantie incapacité de travail est mesuré à partir de l'étude des sensibilités des normes tarifaires à la modification d'un certain nombre de paramètres utilisés dans la tarification de cette garantie. La réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique instaure la participation obligatoire de l'employeur public aux garanties prévoyance ainsi que les garanties minimales de couverture de l'incapacité de travail. Il est alors supposé que la couverture prévoyance devient obligatoire pour les agents de la fonction publique.

Les paramètres impactés dans la suite de cette étude sont le taux d'antisélection, le taux d'adhésion au contrat, les probabilités d'incidence dans chaque état, les probabilités de maintien dans chaque

état, et les probabilités de passage entre chaque état.

L'étude de la sensibilité de la prime pure à la variation d'un paramètre permet de dégager des tendances et certaines conclusions sur le comportement de la prime.

- L'hypothèse prise concernant l'antisélection est qu'elle devient nulle avec le passage d'un contrat collectif à adhésion facultative à un contrat collectif à adhésion obligatoire. Une baisse de l'antisélection de 5 % impacte la prime de -4,76 %. La suite de l'étude est réalisée avec un paramètre d'antisélection à 0 %.
- L'impact de la variation de l'incidence sur la prime pure est évalué à travers divers chocs à la hausse et à la baisse.
 - (i) L'incidence dans les portefeuilles prévoyance de la fonction publique territoriale étant faible pour le congé de longue durée, la prime ne varie que très peu en cas de modification de l'incidence dans cet état. Le tarif varie au plus de -4,05 % pour une baisse de 100 % de l'incidence.
 - (ii) De même, l'incidence dans les portefeuilles prévoyance du congé de longue maladie reste modérée, bien que plus élevée que l'incidence du congé de longue durée. L'impact d'une modification de l'incidence dans cet état fait varier la prime pure jusqu'à -22,6 % pour une baisse de 100 % de l'incidence.
 - (iii) Le congé de maladie ordinaire est le congé le plus fréquemment observé sur la part de la population étudiée. Une faible variation de l'incidence de cet état impactera alors plus fortement la valeur de la prime. Plus particulièrement, la prime peut varier jusqu'à -77,6 % de sa valeur initiale pour un choc à la baisse de 100 %.

Ces résultats permettent ainsi de souligner la forte sensibilité de la valeur de la prime pure à l'incidence du congé de maladie ordinaire.

- L'impact de la variation de la durée de maintien sur la prime pure est évalué à travers divers chocs à la hausse et à la baisse. La sensibilité du tarif à la variation de la durée de maintien dans les différents états est sensiblement la même pour les trois états considérés. En effet, pour un même impact à la baisse de 100 %, le tarif pur baisse de 31,98 % pour le congé de maladie ordinaire, de 35,35 % pour le congé de longue maladie et de 32,57 % pour le congé de longue durée. Ces résultats sont dus à la nature des risques : le congé de maladie ordinaire est un congé très fréquent, mais dont la durée de maintien est assez faible. Le congé de longue maladie est lui un congé moyennement fréquent de durée moyenne. Enfin, le congé de longue durée est un congé rare, mais d'une durée importante. Ces caractéristiques expliquent alors que l'ensemble des impacts soit moyen pour la durée de maintien.
- L'impact de la variation des probabilités de passage sur la prime pure est évalué à travers divers chocs à la hausse et à la baisse.
 - (i) Le passage de l'état CMO vers l'état CLD est le plus rare en probabilité. Cette probabilité étant faible, cela implique alors qu'il reste un effectif plus important en CMO par rapport à l'effectif restant dans le cas du passage de l'état CMO vers l'état CLD, raison pour laquelle elle a un impact plus important sur le tarif. En effet, le congé de maladie ordinaire étant le plus commun, la variation de l'effectif en CMO est celle qui a le plus d'impact sur la prime pure. Une diminution plus forte de la probabilité de passage de l'état CMO vers l'état CLD fait ainsi varier au plus la prime de -18,50 % pour une baisse de 100 % des passages entre ces deux états.
 - (ii) Le passage de l'état CMO vers l'état CLM est, en reprenant le cheminement exposé au point (i), le deuxième type de passage le plus impactant. En effet, ce passage est plus récurrent que le passage de l'état CMO vers l'état CLD et diminue ainsi plus considérablement l'effectif en CMO. La prime pure varie au plus de -13,14 % pour une baisse à hauteur de 100 % des passages.

- (iii) Le passage de l'état CLM vers l'état CLD est le plus fréquent en probabilité, mais est très faible puisque ces probabilités sont appliquées à une proportion très faible du portefeuille. Ainsi, impacter à la baisse la probabilité de passer de l'état CLM vers l'état CLD n'impacte la prime pure que de -0,56 %.
- Le paramètre d'adhésion influe sur la mutualisation des risques sur le portefeuille. Ainsi, la prime pure calculée avec un taux d'adhésion de 50 % peut varier jusqu'à 400 % de sa valeur initiale pour un taux d'adhésion de 10 %. A contrario, si le taux d'adhésion est estimé à 100 %, la valeur de la prime pure diminue jusqu'à 50 % de sa valeur initiale.

Il est ainsi possible de conclure sur les paramètres impliquant une plus forte variation de la prime pure. Les paramètres ayant le plus grand impact sur la prime semblent être la probabilité d'incidence en CMO, le taux d'adhésion au contrat, et les probabilités de maintien.

La mise en place de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique aura un impact sur plusieurs paramètres de façon simultanée. Dans la suite, trois scénarios d'hypothèses sont étudiés afin de quantifier la variation de la prime pure selon des variations différentes des paramètres. L'hypothèse commune aux trois scénarios est que la mise en place de la réforme viendra diminuer les paramètres d'incidence, de maintien et de passage, et augmenter le paramètre d'adhésion. Pour rappel, le taux d'antisélection est évalué à 0 %. Les scénarios sont définis de la façon suivante :

- **Scénario A** : La baisse des paramètres est supposée être la même pour les trois risques statutaires considérés. Ce scénario n'impacte pas la distribution des sinistres dans le portefeuille.
- **Scénario B** : La baisse des paramètres est supposée plus importante pour les congés « longs » (CLM et CLD). Ce scénario permet de traduire l'hypothèse que le passage à un contrat obligatoire limitera le nombre de congés longs face au nombre de congés courts. Ce scénario impacte la distribution des sinistres dans le portefeuille.
- **Scénario C** : La baisse des paramètres est supposée plus importante pour les congés « courts » (CMO). Ce scénario permet de traduire l'hypothèse que le passage à un contrat obligatoire diminuera le nombre de congés courts face au nombre de congés longs. Ce scénario impacte la distribution des sinistres dans le portefeuille.

Ces trois scénarios sont testés avec différents taux d'adhésion, à savoir 70 %, 80 %, 90 % et 100 %.

Plusieurs conclusions peuvent être tirées des résultats de cette étude.

- Le taux d'adhésion permet de diminuer la prime de la garantie incapacité de travail.
- Puisque l'hypothèse retenue est une baisse de l'ensemble des paramètres, il est naturel que l'ensemble des primes pures obtenues après la mise en place de la réforme soient plus faibles que les primes pures initiales pour chaque scénario d'adhésion.
- Les primes pures obtenues en appliquant les scénarios A, B et C sont classées de la façon suivante :

$$Prime_{Scénario\ B} > Prime_{Scénario\ A} > Prime_{Scénario\ C}$$

L'entrée de nouveaux adhérents dans les portefeuilles prévoyance de la fonction publique territoriale oblige les assureurs à changer leurs *business plans*. Plus particulièrement, la réforme les oblige à se projeter sur les nouvelles incidences pour chaque risque statutaire en tenant compte du caractère nouvellement obligatoire de l'adhésion au contrat. Bien que dans cette étude l'incidence des sinistres est estimée à la baisse de façon globale, la nouvelle distribution des sinistres dans le portefeuille peut modifier grandement la prime pure du contrat. Si les nouveaux entrants observent beaucoup moins de congés de maladie ordinaire, la prime en sera très fortement impactée à la baisse. De même, si

la distribution des sinistres dans le portefeuille n'est pas modifiée, la prime en sera assez fortement impactée. Finalement, si la mise en place de la réforme fait croître la proportion de sinistres de type congé de maladie ordinaire, alors l'impact sur le tarif sera moindre.

Conclusion

Les tables construites dans le cadre de ce mémoire ont permis d'appréhender au plus près les risques présents dans la fonction publique territoriale et de tarifer la garantie incapacité de travail des agents CNRACL. Les scénarios d'impact étudiés ont par ailleurs permis d'identifier les paramètres les plus impactant sur le tarif pur et donc les points d'attention des assureurs lors de la mise en place de la réforme. Le congé de maladie ordinaire étant le congé le plus fréquent dans la fonction publique territoriale, il représente un élément clé dans la définition et la variation de la prime pure proposée.

Le marché de la protection sociale de la fonction publique est un marché compétitif. La mise en place de la réforme devrait accélérer la multiplication du nombre d'acteurs, alors même que ce marché est déjà en pleine expansion. En raison de la forte concurrence présente sur ce segment de l'assurance prévoyance, plusieurs acteurs pratiquent un abaissement du tarif de l'assurance complémentaire proposé. Ce phénomène, nommé « *dumping* tarifaire », impacte les ratios sinistres sur primes (S/P) observés dans le secteur de la prévoyance publique qui sont actuellement dégradés et élevés.

La mise en place de la réforme, et le passage d'une assurance facultative à obligatoire permettraient, grâce au rééquilibrage des bons et mauvais risques dans le portefeuille, d'observer une baisse globale de la sinistralité en incapacité. La nature du risque étant modifiée, cela devrait également améliorer les résultats des assureurs. Il reste néanmoins possible que la mise en place de la réforme ne modifie pas les ratios sinistres sur primes des assureurs. En effet, bien que le risque observé soit amélioré, le caractère compétitif et concurrentiel de cette branche de la prévoyance risque également d'être renforcé. Le risque de *dumping* tarifaire reste alors très présent, et pourrait ralentir l'amélioration des résultats des acteurs de ce marché.

Synthesis

Context of the study

The social protection scheme for public officials affiliated to the Caisse Nationale des Agents des Collectivités Locales (CNRACL), known as CNRACL agents in the territorial civil service, is split into a statutory scheme paid for by the public employer, and a complementary scheme paid for by insurers. This social welfare scheme allows the payment of the agent's salary to be maintained in the event of work stoppage due to illness or accident.

The inability to work of a CNRACL agent is modelled by various statutory risks. In the following, we will study ordinary sick leave (CMO), long-term sick leave (CLM) and long-term leave (CLD). These statutory risks represent the most frequently observed types of leave in the territorial civil service, which is why the scope of the study has been limited to these leaves.

The duration and level of compensation of each party depends on the statutory risk considered. The 2nd graph presents the duration and level of compensation for each statutory risk.

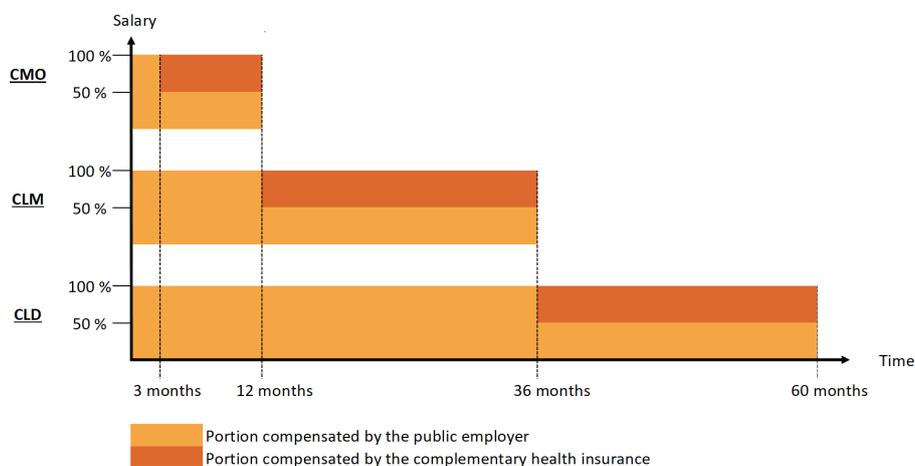


FIGURE 2 – Duration and level of compensation according to the statutory risk

Research problem

The reform of the complementary social protection (CSP) of the civil service brings two major changes to the coverage of disability risks. It introduces a mandatory minimum coverage of the cost of the complementary disability insurance by the public employer and establishes the mandatory minimum guarantees of the complementary disability insurance. The entry into force of the reform represents a major challenge for insurers, which must change the structural data of their tools.

The purpose of this master thesis is to consider the impact of the reform of the complementary social protection on the tariff standards for work disability coverage, based on experience tables specific to the territorial civil service.

Data used for the construction of experience tables

The construction of experience tables specific to the risks observed in the territorial civil service requires the use of real claims data. The database used contains all the information on the claims and on the insureds. Each line of the database corresponds to a claim for the risk of work disability.

Since the quality of the data determines the output tables of the models, a data reprocessing and correction phase was carried out. Following this, the portfolio was analyzed based on a study of descriptive statistics.

Construction of the experience tables

In order to construct tariff norms in the territorial civil service, it is necessary to construct tables of maintenance in the states of incapacity of CNRACL agents. It should be noted that there are transitions between ordinary sick leave, long-term sick leave and long-term leave. More specifically, there are transitions between the following states :

- Passage between ordinary sick leave and long-term sick leave,
- Passage between ordinary sick leave and long-term leave,
- Passage between long-term sick leave and long-term leave.

It is then also necessary to build experience tables for these passages.

Experience tables are built from a claims database. Due to the small amount of data on retention in long-term leave, and on transitions to long-term leave, only the laws for retention in ordinary sick leave and long-term sick leave as well as the laws of transition to long-term sick leave are constructed.

The estimation of the probabilities of retention and passage is done in several steps.

- **Calculation of crude rates :** The Hoem and Kaplan-Meier estimators are used to estimate the crude exit and transition rates by age and seniority. However, some ages and seniorities have a small number of observations, resulting in less robust estimated crude rates. To improve the robustness of the rate estimates, the study is carried out by age groups. The distribution of ages in each age class is made in order to have a homogeneous distribution of exposure among these classes. The Hoem and Kaplan-Meier estimators are then calculated again with these classes. It is then necessary to compute the confidence intervals associated with the estimated crude rates in order to quantify the uncertainty associated with the calculated rates. The creation of confidence intervals requires the verification of certain conditions. When the conditions are not met, a grouping by seniority classes is performed. This grouping is done in such a way that all the ages and seniorities respect the conditions necessary for the creation of confidence intervals. The exit and transition rates are again calculated, this time by age class and seniority class.
- **Comparison of the crude rates obtained with the two estimators :** The crude rates estimated with the Hoem and Kaplan-Meier estimators are compared in order to choose the estimator that will be used in the following. To do this, the crude rates by age group are compared. The method for validating the rates between them is as follows : if the rates estimated with the Hoem (resp. Kaplan-Meier) method are within the confidence interval of the rates estimated by Kaplan-Meier (resp. Hoem), then the rates are considered similar. The choice of the estimator used in the following is made on the use that will be made of the rates. Since experience tables are used in the pricing of temporary disability coverage, the rates chosen may not be the most conservative, provided that the technical profitability is not at risk.

- **Smoothing of the crude rates :** The estimated crude rates show variations and irregularities due to prediction errors. In order to improve the quality of the rates obtained, these rates are smoothed by the Whittaker-Henderson method. This method uses two parameters z and h for the smoothing. The parameter z is fixed according to the literature[1], while the optimal parameter of h is studied in the thesis. This parameter is set according to the results obtained during the validation of the smoothing of the crude rates. This control is carried out using classical statistical tests such as the χ^2 adequacy test and the sign test. The parameter of h retained is then the highest value of this parameter validating the statistical tests, and this for all the age classes considered.
- **Backtest of the experience tables :** The smoothed experience tables are the tables retained for the rest of the study. It is necessary to test their adequacy in predicting exits and transitions in each temporary disability state. The method used to test the adequacy of the table to the input data consists in comparing the number of exits actually observed to the number of exits and passages predicted using the tables retained. This method is applied to sub-periods of the observation period corresponding to the accounting years. The comparison of the obtained and predicted results is made on the position of the actually observed exits and passages in relation to the predicted exits and passages. More particularly, the robustness of the table is evaluated in relation to the positioning of the observed outputs and passages with respect to the confidence intervals.

The construction of the CMO retention table

The construction of the CMO retention table was done by taking into account the gender of the insured. These tables were constructed by age group and by seniority. In the following, the main results are explained.

- The rates used to create this experience table are the gross rates estimated by the Hoem estimator.
- The smoothing parameter used is $h = 0.01$.

The final CMO retention law corresponds to a mixed table calculated using the retention tables obtained for the two genders and the proportions of men and women observed in the territorial civil service. The following formula is used for its calculation :

$$\begin{aligned} \text{Probability of retention}_{x,t} &= \text{Probability of retention}_{x,t,Female} \times \text{Proportion of women} \\ &+ \text{Probability of retention}_{x,t,Male} \times \text{Proportion of men} \end{aligned}$$

The CMO retention law is defined over twelve months of seniority, which corresponds to the maximum length of absence for ordinary sick leave. Its overall shape is similar for all age groups and is as follows : the probability of retention is fairly high for the first few years of service. It decreases steadily for all ages from the third month of seniority until the eighth month of seniority. The probability of retention then decreases exponentially between the ninth and twelfth month of seniority on sick leave.

Construction of the CLM retention table

The construction of the CLM retention table was constructed without taking into account the gender of the insured. This table was constructed by age classes and by seniority classes. In the following, the main results are explained.

- The rates used to create this experience table are the gross rates estimated by the Hoem estimator.

- The smoothing parameter used is $h = 0.1$.

The law of retention in CLM is defined over thirty-six months of seniority, which corresponds to the maximum duration of a long-term sick leave. Its form differs according to the age group considered. Only the overall trends are explained here. The probability of remaining on long-term sick leave for the first twelve months of seniority is very high, almost certain. This probability decreases continuously from the twelfth month of seniority onwards and for different lengths of time depending on the age group. Some variations can be observed for the rest of the seniority. The probabilities of retention are fairly high for all age and seniority groups.

Construction of the table of passage of the CMO state to the CLM state

The construction of the table of passage from the CMO state to the CLM state was done without taking into account the gender of the insured. This table was constructed by age classes and by seniority classes. In the following, the main results are explained.

- The rates used to create this experience table are the gross rates estimated by the Hoem estimator.
- The smoothing parameter used is $h = 0.001$.

The law of passage from the CMO state to the CLM state is defined over twelve months of seniority, which corresponds to the maximum duration of absence for an ordinary sick leave. Its overall shape is similar for all age groups. The probabilities of moving from the CMO state to the CLM state are very low, regardless of the seniority considered. The probabilities of transition appear to be fairly constant, almost zero, up to seniority 11. It then increases sharply for the eleventh and twelfth months of seniority, although their values remain very low.

Tarification of the temporary work disability guarantee and study of sensitivities

The impact of the reform of the territorial civil service on the incapacity to work guarantee is measured from the study of the sensitivities of the tariff norms to the modification of a certain number of parameters used in the pricing of this guarantee. The reform of complementary social protection in the civil service introduces compulsory participation by the public employer in disability insurance as well as minimum guarantees of coverage for incapacity for work. It is therefore assumed that the disability cover becomes compulsory for civil servants.

The parameters impacted in the rest of this study are the anti-selection rate, the contract enrolment rate, the incidence probabilities in each state, the retention probabilities in each state, and the transition probabilities between each state.

The study of the sensitivity of the pure premium to the variation of a parameter allows us to identify trends and certain conclusions about the behavior of the premium.

- The hypothesis taken concerning anti-selection is that it becomes zero with the transition from a group contract with optional membership to a group contract with compulsory membership. A decrease in anti-selection of 5 % impacts the premium by -4.76 %. The rest of the study is carried out with an anti-selection parameter of 0 %.
- The impact of the variation of the incidence on the pure premium is evaluated through various upward and downward shocks.
 - (i) The incidence in the portfolios is low for long-term leave, so the premium changes very little if the incidence in this state changes. The rate changes by no more than -4.05 %

for a 100 % decrease in incidence.

- (ii) Similarly, the impact in the portfolios of long-term sick leave remains moderate although higher than the impact of long-term leave. The impact of a change in incidence in this condition decreases the pure premium by up to -22.6 % for a 100 % decrease in incidence.
- (iii) Ordinary sick leave is the most frequently observed leave in the study population. A small change in the incidence of this condition will therefore have a larger impact on the value of the premium. In particular, the premium can vary by up to -77.6 % of its initial value for a downward shock of 100 %.

These results thus highlight the high sensitivity of the value of the pure premium to the impact of ordinary sick leave.

- The impact of the variation of the duration of retention on the pure premium is evaluated through various upward and downward shocks. The sensitivity of the tariff to the variation of the duration of retention in the different states is roughly the same for the three states considered. Indeed, for the same downward impact of 100 %, the pure tariff decreases by 31.98 % for ordinary sick leave, by 35.35 % for long-term sick leave and by 32.57 % for long-term leave. These results are due to the nature of the risks : ordinary sick leave is a very frequent leave, but its duration is rather low. Long-term sick leave is a moderately frequent leave of average duration. Finally, long-term leave is a rare leave of absence but of considerable duration. These characteristics explain why the overall impact is average for the duration of retention.
- The impact of the variation in the probability of passage on the pure premium is evaluated through various upward and downward shocks.
 - (i) The transition from the CMO state to the CLD state is the rarest in probability. Since this probability is low, this implies that there is a larger workforce remaining in CMO than in the case of a change from CMO to CLD status, which is why it has a greater impact on the tariff. Indeed, as ordinary sick leave is the most common, the change in the number of employees in CMO status has the greatest impact on the pure premium. A greater decrease in the probability of moving from the CMO state to the CLD state thus changes the premium by -18.50% at most for a decrease of 100% in the number of moves between these two states.
 - (ii) The transition from the CMO state to the CLM state is, by repeating the path described in point (i), the second most impactful type of transition. Indeed, this transition is more recurrent than the transition from the CMO state to the CLD state and thus reduces the CMO workforce more considerably. The pure premium varies at most by -13.14% for a decrease of 100% of the passages.
 - (iii) The transition from CLM to CLD status is the most frequent in terms of probability, but is very low since these probabilities are applied to a very small proportion of the portfolio. Thus, impacting downwards the probability of moving from the CLM state to the CLD state only impacts the pure premium by -0.56
- The membership parameter affects the risk pooling on the portfolio. Thus, the pure premium calculated with a membership rate of 50 % can vary up to 400 % of its initial value for a membership rate of 10 %. On the other hand, if the membership rate is estimated at 100 %, the value of the pure premium decreases to 50 % of its initial value.

It is thus possible to conclude to which parameters imply a greater variation in the pure premium. The parameters with the greatest impact on the premium appear to be the probability of incidence in the CMO state, the rate of enrolment in the contract, and the probabilities of retention.

The implementation of the reform of the complementary social protection of the civil service will have an impact on several parameters simultaneously. In the following, three scenarios are studied in order to quantify the variation of the pure premium according to different variations of the parameters. The assumption common to all three scenarios is that the implementation of the reform will decrease the incidence, retention and transition parameters, and increase the enrolment parameter. As a reminder, the anti-selection rate is evaluated at 0%. The scenarios are defined as follows :

- **Scenario A** : The decrease in parameters is assumed to be the same for the three statutory risks considered. This scenario does not impact the distribution of claims in the portfolio.
- **Scenario B** : The decrease in the parameters is assumed to be greater for long leaves of absence (CLM and CLD). This scenario reflects the hypothesis that the transition to a compulsory contract will limit the number of long leaves compared to the number of short leaves. This scenario impacts the distribution of claims in the portfolio.
- **Scenario C** : The decrease in parameters is assumed to be greater for short leaves. This scenario reflects the assumption that the transition to a compulsory contract will reduce the number of short leaves compared to the number of long leaves. This scenario impacts the distribution of claims in the portfolio.

These three scenarios are tested with different membership rates, namely 70 %, 80 %, 90 % and 100 %.

Several conclusions can be drawn from the results of this study.

- The enrolment rate makes it possible to reduce the premium for disability coverage.
- Since the hypothesis adopted is a decrease in all the parameters, it is natural that all the pure premiums obtained after the implementation of the reform are lower than the initial pure premiums for each enrolment scenario.
- The pure premium obtained by applying scenarios A, B and C are ranked as follows :

$$Premium_{Scenario\ B} > Premium_{Scenario\ A} > Premium_{Scenario\ C}$$

The entry of new members into the portfolios of the local civil service is forcing insurers to change their business plans. In particular, the reform forces them to project the new impacts for each statutory risk, taking into account the newly compulsory nature of the contract.

Although in this study the incidence of claims is estimated to be lower overall, the new distribution of claims in the portfolio can greatly modify the pure premium of the contract. If new entrants experience significantly less ordinary sick leave, this will have a very large downward impact on the premium. Similarly, if the distribution of claims in the portfolio is not changed, the premium will be quite significantly impacted. Finally, if the implementation of the reform increases the number of ordinary sick leave claims, then the impact on the rate will be less.

Conclusion

The tables constructed within the framework of this thesis have made it possible to understand as closely as possible the risks present in the territorial civil service and to rate the work incapacity coverage of CNRACL agents. The impact scenarios studied also made it possible to identify the parameters that have the greatest impact on the pure rate and therefore the points of attention for insurers when implementing the reform. As ordinary sick leave is the most frequent type of leave in the local civil service, it represents a key element in the definition and variation of the proposed pure premium.

The public service social protection market is a competitive market. The implementation of the reform should accelerate the multiplication of the number of players, even though this market is already expanding. Due to the strong competition in this segment of insurance, several players are lowering the price of the complementary insurance offered. This phenomenon, known as tariff dumping, has an impact on the loss ratio (S/P) observed in the public provident sector, which is currently high and deteriorating.

The implementation of the reform, and the transition from optional to compulsory insurance, would allow, thanks to the rebalancing of good and bad risks in the portfolio, to observe an overall decrease in disability claims. As the nature of the risk is changed, this should also improve insurers' results. However, it remains possible that the implementation of the reform will not change insurers' loss ratios. Indeed, although the observed risk is improved, the competitive nature of this branch of insurance is also likely to be reinforced. The risk of tariff dumping remains very present, and could slow down the improvement of the results of the players in this market.

Abréviations

CIA	Complément Indemnitaire Annuel
CITIS	Congé pour Invalidité Temporaire Imputable au Service
CLD	Congé de Longue Durée
CLM	Congé de Longue Maladie
CMO	Congé de Maladie Ordinaire
CNRACL	Caisse Nationale de Retraite des Agents des Collectivités Locales
DO	Disponibilité d'Office
FPE	Fonction Publique d'État
FPH	Fonction Publique Hospitalière
FPT	Fonction Publique Territoriale
GIPA	Garantie Individuelle du Pouvoir d'Achat
IB	Indice Brut
IFSE	Indemnités de Fonction, de Sujétion et d'Expertise
IFTS	Indemnités Forfaitaires pour Travaux Supplémentaires
IHTS	Indemnités Horaires pour Travaux Supplémentaires
IM	Indice Majoré
IR	Indemnité de Résidence
IRCANTEC	Institution de Retraite Complémentaire des Agents Non Titulaires de l'État et des Collectivités
MTT	Mi-Temps Thérapeutique
NBI	Nouvelle Bonification Indiciaire
PSC	Protection Sociale Complémentaire
RI	Régime Indemnitaire
RIFSEEP	Régime Indemnitaire tenant compte des Fonctions, des Sujétions, de l'Expertise et de l'Engagement Professionnel
SFT	Supplément Familial de Traitement
SMR	Standardized Mortality Ratio
TIB	Traitement Indiciaire Brut

Table des matières

Résumé	i
Abstract	ii
Remerciements	iii
Note de synthèse	iv
Synthesis	xi
Introduction	1
1 Contexte de l'étude	3
1.1 Présentation générale de la fonction publique	3
1.1.1 Définition de la fonction publique	3
1.1.2 Les agents de la fonction publique	4
1.1.3 Le traitement dans la fonction publique française	5
1.2 Le régime de protection sociale de la fonction publique territoriale	7
1.2.1 Le conseil médical	7
1.2.2 Les risques statutaires des agents territoriaux	8
1.2.3 La protection sociale complémentaire des agents territoriaux	14
1.2.4 Les contrats labellisés et les conventions de participation	16
1.3 La réforme de la Protection Sociale Complémentaire de la fonction publique	17
1.3.1 La situation de la protection sociale complémentaire en 2019	17
1.3.2 La réforme de la protection sociale complémentaire	17
1.3.3 Le calendrier de la réforme de la protection sociale complémentaire	18
1.3.4 Le décret relatif aux garanties de protection sociale complémentaire et à leur financement dans la fonction publique territoriale.	19
2 Présentation des données	22
2.1 Description des données	22
2.2 Construction de la base d'étude	23
2.2.1 Retraitement de données	23
2.2.2 Choix de la période d'observation	28

2.2.3	La base d'étude finale	28
2.2.4	Limites de la base d'étude	29
2.3	Statistiques descriptives	29
3	Construction de tables d'expérience	36
3.1	Notions préliminaires en modèles de durée	36
3.1.1	Définitions	36
3.1.2	Phénomènes de données incomplètes	37
3.2	Présentation des modèles de durée utilisés	39
3.2.1	L'estimateur de Hoem	39
3.2.2	L'estimateur de Kaplan-Meier	41
3.3	Présentation des méthodes de lissage utilisées	43
3.3.1	La méthode de lissage de Whittaker-Henderson	43
3.3.2	Tests statistiques pour la validation de la méthode de lissage	45
3.4	Construction des tables d'expérience	47
3.4.1	Estimation des taux bruts de maintien en CMO	47
3.4.2	Estimation des taux bruts de maintien en CLM	63
3.4.3	Estimation des taux bruts de passage de l'état CMO vers l'état CLM	77
3.5	<i>Backtesting</i> des tables d'expérience retenues	87
3.5.1	Démarche utilisée	87
3.5.2	Résultats	88
4	Tarification et étude de l'impact de la réforme	102
4.1	Tarification d'un contrat incapacité de travail	102
4.1.1	Périmètre du contrat et des garanties	102
4.1.2	Détermination de la prime pure	103
4.2	Calcul du tarif de la garantie incapacité de travail	106
4.2.1	Paramètres de calcul	106
4.2.2	Normes tarifaires retenues	109
4.3	Étude de l'impact de la réforme à travers des sensibilités	109
4.3.1	Sensibilités à un paramètre unique	109
4.3.2	Sensibilités à un ensemble de paramètres	114
4.4	Limites de l'étude et perspectives	119
4.4.1	Qualité des données	119
4.4.2	Limites méthodologiques	119
	Conclusion	121
A	Annexe - Loi de maintien en CMO pour le genre masculin	127
A.1	Estimation des taux bruts à l'aide de l'estimateur de Hoem	127
A.2	Estimation des taux bruts à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier	130
A.3	Comparaison des taux bruts obtenus	131
A.4	Lissage des taux bruts par la méthode de Whittaker-Henderson	133

Introduction

Le régime de protection sociale des agents affiliés à la Caisse Nationale des Agents des Collectivités Locales (CNRACL) dits « agents CNRACL » de la fonction publique territoriale est décomposé en un régime dit « statutaire » pris en charge par l'employeur public, et un régime complémentaire pris en charge par les organismes de prévoyance. Ce régime de protection sociale permet de maintenir le versement du traitement de l'agent en cas d'arrêt de travail pour cause d'une maladie ou d'un accident.

Le régime de protection sociale de la Fonction Publique diffère de celui mis en place dans le secteur privé. Parmi ces différences, il est possible de noter que :

- La couverture du risque incapacité de travail est plus longue pour les agents de la fonction publique et est modélisée par divers états d'incapacité appelés « risques statutaires ».
- L'adhésion aux garanties complémentaires est facultative pour ces mêmes agents.

Ces différences obligent les organismes complémentaires à mettre en place des outils adaptés à la nature des risques inhérents à cette population. L'incapacité de travail d'un agent CNRACL étant modélisée par divers risques statutaires de durées différentes, l'utilisation des tables du BCAC¹ pour la tarification et le provisionnement des risques n'est pas la plus adaptée. Les assureurs peuvent alors, lorsqu'ils ont à disposition des données suffisantes et qualitatives, construire des tables d'expérience permettant de modéliser les risques d'incapacité et d'invalidité de la fonction publique territoriale.

La réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique apporte deux changements majeurs à la couverture des risques prévoyance. Elle introduit une prise en charge minimale obligatoire du coût de la complémentaire par l'employeur public et instaure les garanties minimales obligatoires de la complémentaire prévoyance. L'entrée en vigueur de la réforme représente alors un enjeu majeur pour les organismes complémentaires qui doivent faire évoluer les données structurantes de leurs outils afin de s'adapter à la nouvelle nature des risques observés.

1. Bureau Commun d'Assurances Collectives - Ces tables sont notamment utilisées pour la modélisation de l'incapacité et de l'invalidité dans le secteur privé.

L'objet de ce mémoire est d'envisager l'impact de la réforme de la protection sociale complémentaire sur les normes tarifaires de la garantie incapacité de travail construites à partir de tables d'expérience propres à la fonction publique territoriale.

Pour ce faire, l'étude réalisée est divisée en quatre parties.

La première partie de ce mémoire fixe le contexte dans lequel s'inscrit cette étude. Elle vise dans un premier temps à présenter la Fonction Publique en France. Dans un second temps, cette partie a pour objectif de développer les caractéristiques du régime de protection sociale de la fonction publique territoriale, et notamment les différents risques statutaires dans lesquels peut se trouver un agent CNRACL. Enfin, les contours de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique seront exposés.

La deuxième partie permet d'introduire les données sur lesquelles se base cette étude. Elle détaille plus particulièrement les multiples retraitements de données et contrôles effectués afin d'obtenir la base d'étude qui servira à la création des tables d'expérience propres aux risques observés dans la fonction publique territoriale. Une analyse statistique du portefeuille est également réalisée afin de mieux cerner la nature des risques présents dans celui-ci.

La troisième partie est consacrée à la création des lois de maintien et de passage entre les différents états d'incapacité des agents CNRACL de la fonction publique territoriale. Elle vise en premier lieu à présenter les modèles de durée utilisés pour la création des lois, ainsi que les méthodes de lissage et les tests statistiques considérés pour la validation des résultats obtenus. Cette partie permet ensuite de proposer la modélisation pratique des lois de maintien en CMO et en CLM et de la loi de passage entre les états d'incapacité CMO et CLM.

Enfin, la quatrième partie s'applique à quantifier l'impact de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique sur la garantie incapacité de travail des agents CNRACL de la fonction publique territoriale. Elle cherche d'abord à proposer les normes tarifaires de la garantie incapacité de travail construites à partir des tables d'expérience précédemment retenues. Ensuite, cette partie vise à étudier l'impact de l'application de la réforme sur les normes tarifaires obtenues. Cette partie se termine par une analyse des limites et des perspectives de ce mémoire.

Chapitre 1

Contexte de l'étude

Ce chapitre présente le contexte du mémoire. Il vise à présenter dans un premier temps la Fonction Publique en France. Dans un second temps, cette partie a pour objectif de développer les caractéristiques du régime de protection sociale de la fonction publique territoriale, et notamment les différents risques statutaires dans lesquels peut se trouver un agent public. Enfin, les contours de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique seront exposés.

1.1 Présentation générale de la fonction publique

1.1.1 Définition de la fonction publique

La fonction publique française se décompose selon trois versants que sont la Fonction Publique d'État (FPE), la Fonction Publique Territoriale (FPT) et la Fonction Publique Hospitalière (FPH). La fonction publique désigne ainsi l'ensemble des agents qui occupent un emploi permanent au sein de ces trois versants. Au 31 décembre 2019, elle représentait 5,61 millions des emplois en France, soit 19,8 % de l'emploi total français.

La loi du 13 juillet 1983, dite loi « Le Pors », définit les droits et obligations des fonctionnaires. Commune aux trois versants cités précédemment, elle fixe le cadre général et national de la fonction publique française (Titre I – statut général).

La Fonction Publique d'État (FPE)

La Fonction Publique d'État représente le Titre II de la loi « Le Pors », précisée notamment par la loi du 11 janvier 1984. Les agents de la fonction publique d'État sont employés principalement dans les administrations centrales telles que les ministères et les services déconcentrés (les préfectures, les rectorats ou encore les établissements scolaires).

La Fonction Publique Territoriale (FPT)

Le Titre III du statut défini par la loi « Le Pors » est celui des agents de la Fonction Publique Territoriale. Ce statut a été précisé par la loi du 26 janvier 1984. Les agents territoriaux exercent

au sein des différentes collectivités territoriales (communes, départements, régions), des structures intercommunales (communautés d'agglomérations, communautés de communes), ainsi que des établissements publics.

La Fonction Publique Hospitalière (FPH)

Le troisième versant de la fonction publique, à savoir la Fonction Publique Hospitalière, représente le Titre IV du statut de la loi « Le Pors ». Son cadre a été spécifié par la loi du 9 janvier 1986. Ce versant regroupe l'ensemble des individus exerçant dans les établissements publics de santé ou sociaux et médico-sociaux dépendants de l'État, tels que les hôpitaux ou maisons de retraite.

La répartition des agents publics entre les différents versants de la fonction publique est présentée dans la figure 1.1.

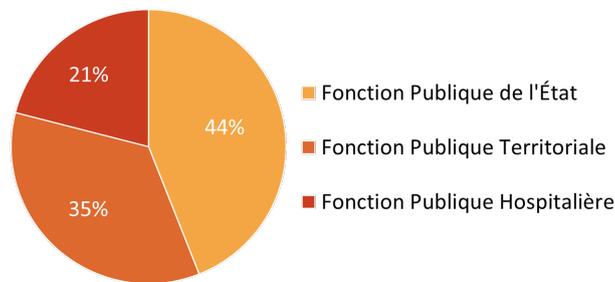


FIGURE 1.1 – Répartition des agents selon le versant de la fonction publique auquel ils sont rattachés [2]

1.1.2 Les agents de la fonction publique

Les agents de la fonction publique ont des statuts différents selon leur situation au sein de la fonction publique. Il existe plus particulièrement les agents dits « titulaires » et les agents « contractuels ».

Les agents titulaires

Les agents titulaires sont les agents que l'on appelle plus communément « les fonctionnaires publics ». Afin d'accéder à leur statut, ceux-ci ont été recrutés par concours. L'ensemble des agents titulaires soumis au même statut sont regroupés au sein de corps dans la FPE et la FPH, ou dans des cadres d'emplois pour la FPT. Au sein de son corps ou de son cadre d'emploi, un fonctionnaire est titulaire d'un grade et d'un échelon qui évoluent tout au long de sa carrière. Aussi, chaque titulaire est classé dans une catégorie, A, B ou C, en fonction de son niveau hiérarchique ainsi que du niveau de diplôme exigé pour son recrutement.

La situation juridique des titulaires est directement liée au versant de la fonction publique auquel ils sont rattachés, et est régie par les dispositions de la loi et du règlement qui y sont associés.

On distingue par ailleurs deux catégories de fonctionnaires dans la fonction publique territoriale :

- D'une part, les fonctionnaires affiliés à la Caisse Nationale de Retraites des Agents des Collectivités Locales (CNRACL). Ce sont les agents titulaires dont la durée de service hebdomadaire est au moins égale à 28 heures. Ils relèvent du régime spécial de la Sécurité sociale¹.
- D'autre part, les fonctionnaires affiliés à l'Institution de Retraite Complémentaire des Agents Non Titulaires de l'État et des Collectivités (IRCANTEC), qui correspondent aux fonctionnaires titularisés dont la durée de service est inférieure à 28 heures hebdomadaires. Ces fonctionnaires relèvent du régime général de la Sécurité sociale.

Les agents contractuels

Les agents contractuels sont des agents qui n'ont pas été titularisés, c'est-à-dire qu'ils n'ont pas passé de concours comme les agents titulaires. Ils disposent, contrairement aux fonctionnaires, d'un contrat de travail signé avec leur employeur, qui détermine leurs droits et obligations. Les contractuels territoriaux sont également affiliés à l'IRCANTEC, et relèvent donc du régime général de la Sécurité sociale.

La répartition des agents publics selon leur statut est introduite dans la figure 1.2.

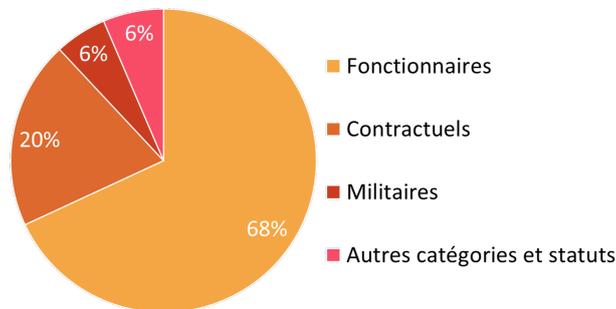


FIGURE 1.2 – Répartition des agents selon leur statut [2]

1.1.3 Le traitement dans la fonction publique française

Le traitement est un élément important dans la fonction publique puisqu'il est à la base des calculs des cotisations et des prestations des régimes complémentaires de prévoyance.

1. Le régime spécial des fonctionnaires est un système de protection sociale propre aux fonctionnaires qui est intégralement pris en charge par l'employeur public. Les fonctionnaires ne bénéficient donc pas de l'intervention de la Sécurité sociale.

Le traitement des agents titularisés

a. La rémunération de base

Dans la fonction publique, le traitement d'un fonctionnaire correspond à la rémunération qui lui est accordée. Le principe du traitement est le même, quel que soit le versant de la fonction publique dans lequel la personne exerce et s'articule autour de plusieurs composantes :

- **Le Traitement Indiciaire Brut (TIB)** : le traitement indiciaire brut, également appelé traitement de base, dépend du grade et de l'échelon de l'agent. À chaque échelon est associé un Indice Brut (IB) transformé en Indice Majoré (IM) selon un barème. C'est cet indice majoré qui est à la base du calcul du traitement indiciaire brut. Il est calculé selon la formule suivante :

$$TIB_{mensuel} = \frac{IM \times \text{Valeur annuelle du traitement indiciaire brut}}{12}$$

où la valeur annuelle du traitement indiciaire brut correspond à la valeur du traitement indiciaire annuel correspondant à l'indice majoré 100/100. Depuis le 1^{er} janvier 2022, la valeur du traitement indiciaire annuel brut utilisé dans le calcul vaut 58,20 € en base 100.

- **La Nouvelle Bonification Indiciaire (NBI)** : La nouvelle bonification indiciaire vient augmenter le nombre de points d'indice majoré attribués à un agent dont les fonctions comportent des responsabilités ou technicités particulières.
- **L'Indemnité de Résidence (IR)** : l'indemnité de résidence est une composante du traitement des agents de la fonction publique qui a vocation à prendre en compte l'hétérogénéité du coût de la vie entre les différentes zones de fonction des agents.
- **Le Supplément Familial de Traitement (SFT)** : Le supplément familial de traitement est versé à tout agent public dès lors qu'il a un enfant à charge de moins de 20 ans.

b. Les primes et indemnités

Au-delà du traitement de base commun à tous les fonctionnaires, il existe des primes et indemnités qui peuvent être versées aux fonctionnaires. Ainsi, en fonction des corps et des grades, il peut y avoir :

- **Le Régime Indemnitare (RI)** : Le régime indemnitare de référence est celui de la FPE. Il tient compte des Fonctions, des Sujétions, de l'Expertise et de l'Engagement Professionnel (RIFSEEP). Le Rifseep se décompose en deux parties :
 - (i) **Une Indemnité de Fonctions, de Sujétions et d'Expertise (IFSE)** : celle-ci est fixée selon le niveau de responsabilité et d'expertise requis dans l'exercice des fonctions. Elle est réévaluée en cas de changement de position ou de grade, ou encore tous les quatre ans le cas échéant.

- (ii) **Un Complément Indemnitaire Annuel (CIA)** : ce complément indemnitaire tient compte de l'engagement professionnel de l'agent et de la manière de servir. Il est réévalué tous les ans lors d'un entretien entre l'agent et son supérieur hiérarchique.

Le régime indemnitaire de la FPT est basé sur celui de la FPE : des équivalences entre les corps de métier des deux versants sont mises en place. Il est à noter que la mise en place du RI dans la FPT n'est pas obligatoire. Pour la FPH, le régime indemnitaire ainsi que les conditions de son attribution sont fixés par décret ou arrêté ministériel.

- **Les Indemnités Horaires pour Travaux Supplémentaires (IHTS), les Indemnités Forfaitaires pour Travaux Supplémentaires (IFTS) et la Garantie Individuelle du Pouvoir d'Achat (GIPA)** : L'IHTS et l'IFTS sont des indemnités versées en cas de réalisation d'heures supplémentaires pour certaines catégories d'agents. La Gipa est une indemnité versée à tout agent pour lequel la valeur du traitement brut indiciaire est restée, sur 4 ans, inférieure à celle de l'indice des prix à la consommation.

Le traitement des agents contractuels

Les agents contractuels bénéficient du même traitement de base que les agents titulaires, mais ne peuvent bénéficier de la NBI. Ainsi, leur traitement comprend le TI ainsi que les RI et SFT calculés uniquement sur la TI. Ils peuvent également avoir accès à certaines indemnités telles que l'IHTS, l'IFTS ou encore la Gipa.

1.2 Le régime de protection sociale de la fonction publique territoriale

Le Code Général de la Fonction Publique définit les droits des fonctionnaires en matière de protections liées à la maladie, à l'accident, à l'invalidité et au décès. La suite de ce mémoire portera plus particulièrement sur le régime de protection sociale des agents CNRACL de la fonction publique territoriale. Celui-ci est composé d'un régime dit « statutaire », qui correspond au régime spécial de la Sécurité sociale spécifique à la fonction publique dont la prise en charge est assurée par l'employeur public, et d'un régime « complémentaire » pris en charge par les organismes de prévoyance.

1.2.1 Le conseil médical

Dans la fonction publique, lorsque l'état de santé d'un agent public évolue, son employeur doit avoir recours à une instance consultative afin de faire évoluer la situation administrative de l'agent. Cette instance consultative correspond, depuis l'ordonnance n° 2020-1447 du 25 novembre 2020, au conseil médical. Anciennement dénommée l'instance médicale composée d'un comité médical et de la commission de réforme, elle se réunit depuis le 1er février 2022 sous deux formations, restreinte ou plénière.

L'avis rendu par le conseil médical lors de sa saisie a pour but de permettre à l'employeur de

prendre une décision quant à l'évolution de l'état de santé de l'agent. Celui-ci est toutefois libre de prendre une décision qui s'écarte de l'avis rendu par l'instance consultative.

Réunion du conseil médical en formation restreinte

Depuis la réforme des instances médicales, le conseil médical en formation restreinte est composé de trois médecins titulaires, dont le médecin président. Le médecin président est une personne désignée par le préfet parmi les médecins titulaires afin de présider le conseil médical.

Le conseil médical se réunit en formation restreinte lorsqu'il s'agit de donner un avis sur la mise en congé ou le renouvellement de certains congés de maladie (congé de longue maladie et congé de longue durée), ainsi que la disponibilité d'office. Il se prononce également sur la réintégration de l'agent suite à ses congés ou sur le reclassement de celui-ci dans un emploi d'un autre corps ou cadre d'emplois. Le conseil médical peut également être réuni en formation restreinte lorsqu'il est saisi pour avis en cas de contestation d'un avis médical rendu par un médecin agréé.

Réunion du conseil médical en formation plénière

Le conseil médical en formation plénière est dorénavant composé des médecins composant la formation restreinte, ainsi que des représentants de l'administration du personnel.

Le conseil médical se réunit en formation plénière lorsqu'il s'agit de donner un avis sur l'imputabilité au service d'un accident ou d'une maladie. Il est également saisi pour se prononcer sur l'état d'invalidité d'un agent public ainsi que sur les questions afférentes à cet état (mise à la retraite pour invalidité, taux d'incapacité permanente, allocation d'invalidité et rente).

1.2.2 Les risques statutaires des agents territoriaux

Les différents risques statutaires des agents CNRACL de la fonction publique territoriale seront introduits dans la suite. Pour rappel, le régime statutaire est le régime de protection obligatoire propre aux fonctionnaires. Pour les agents CNRACL, les risques statutaires sont pris en charge par l'employeur public. L'employeur public assure alors la rémunération de ses agents pendant la durée des différents congés de maladie qui seront introduits dans la suite. Pour plus de clarté, les termes suivants sont introduits :

- **Plein-traitement** : correspond à la totalité du traitement de l'agent.
- **Demi-traitement** : correspond à la moitié du traitement de l'agent.

Le Congé de Maladie Ordinaire (CMO)

Un agent CNRACL peut être placé en congé de maladie ordinaire si celui-ci se trouve dans l'incapacité de travailler suite à un accident ou pour cause de maladie. L'entrée en congé de maladie ordinaire est initialement établie par le conseil médical pour une durée de six mois. Celui-ci peut le renouveler si l'état de santé de l'agent ne s'est pas amélioré. L'agent peut ainsi être placé en congé

de maladie ordinaire pour une durée maximale d'un an sur une période de 12 mois consécutifs. Celui-ci épuise son droit à congé s'il passe douze mois consécutifs dans cet état. Afin de reconstituer son droit à congé de maladie ordinaire, l'agent CNRACL doit justifier d'un an de travail.

Les agents CNRACL perçoivent une rémunération pendant le congé de maladie ordinaire. Cette rémunération présentée au graphique 1.3 correspond au plein-traitement de l'agent lors des trois premiers mois de congé de maladie ordinaire. Les neuf mois restants de congé de maladie ordinaire sont rémunérés à demi-traitement. Un jour de carence² non rémunéré est observé pour le congé de maladie ordinaire.

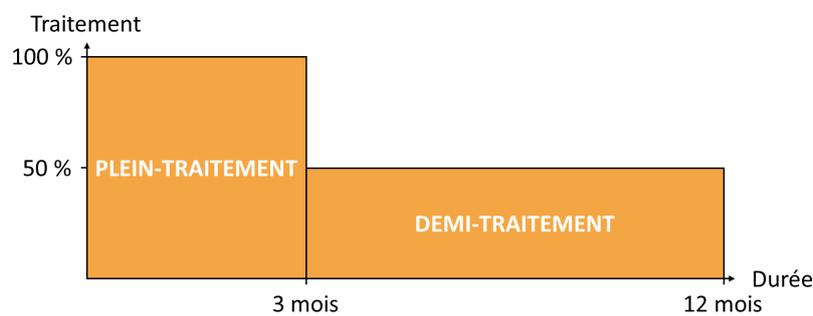


FIGURE 1.3 – Rémunération de la part statutaire en cas de congé de maladie ordinaire

La situation en fin de congé de maladie ordinaire dépend de l'état de l'agent. Si celui-ci est apte et que le congé de maladie ordinaire a duré moins de 6 mois, il est réintégré dans son emploi sans l'avis du conseil médical. L'avis du conseil médical avant réintégration de l'agent est nécessaire si le congé a duré plus de 6 mois. Dans le cas où l'agent CNRACL est considéré apte sous certaines conditions, alors il peut être réintégré dans son emploi avec un aménagement des conditions de travail ou en mi-temps thérapeutique conditionné à un avis médical. Si l'agent est considéré inapte à la poursuite de ses fonctions après avoir passé un an en congé de maladie ordinaire, alors il peut être :

- Placé en congé de longue maladie ou de longue durée après avis du conseil médical.
- Reclassé dans un autre emploi mieux adapté à son état de santé.
- Placé en disponibilité d'office après avis du conseil médical.
- Reconnu définitivement inapte à l'exercice de ses fonctions, et ainsi être admis à la retraite pour invalidité après avis du conseil médical.

Le Congé de Longue Maladie (CLM)

Un agent CNRACL peut être placé en congé de longue maladie si celui-ci se trouve dans l'incapacité de travailler pour cause d'une maladie présentant un caractère invalidant et de gravité confirmée qui

2. Le délai de carence correspond à la période de temps entre le jour de l'arrêt de travail et le jour à compter duquel la personne en arrêt pourra commencer à percevoir une indemnisation. Un jour de carence signifie alors que l'agent ne percevra une indemnisation qu'à partir du deuxième jour d'arrêt.

nécessite un traitement et des soins prolongés. L'entrée en congé de longue maladie est établie après avis du conseil médical. Le congé de longue maladie est accordé par périodes de trois à six mois renouvelables dans la limite d'une durée de trois ans. L'agent épuise la totalité de ses droits à congé s'il passe trois années consécutives en congé de longue maladie. Il peut néanmoins reconstituer ses droits à congé en reprenant ses fonctions pendant au moins un an.

La rémunération du fonctionnaire CNRACL la première année de congé de longue maladie correspond à son plein-traitement. Les deux années restantes en congé de longue maladie sont rémunérées à demi-traitement. La rémunération de la part statutaire pour le congé de longue maladie est présentée au graphique 1.4.

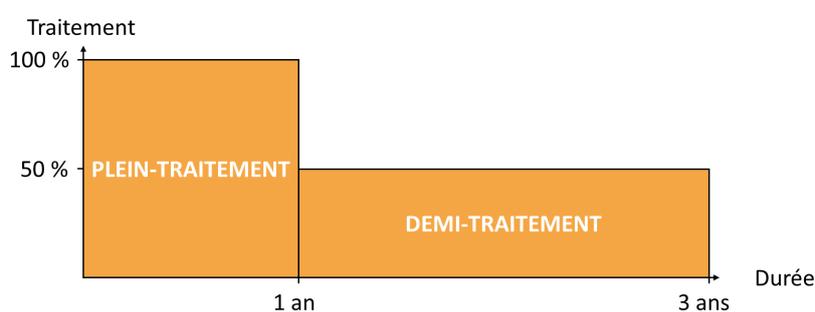


FIGURE 1.4 – Rémunération de la part statutaire en cas de congé de longue maladie

La situation en fin de congé de longue maladie dépend de l'état de l'agent. Si l'agent est reconnu apte par le conseil médical, alors il est réintégré dans son emploi. Dans le cas où l'agent est considéré apte sous certaines conditions, alors il peut être réintégré dans son emploi avec un aménagement des conditions de travail ou en mi-temps thérapeutique conditionné à un avis médical. Si l'agent est considéré inapte à la poursuite de ses fonctions après avoir passé trois ans en congé de longue maladie, alors il peut être :

- Placé en congé de longue durée après avis du conseil médical.
- Reclassé dans un autre emploi mieux adapté à son état de santé.
- Placé en disponibilité d'office après avis du conseil médical.
- Reconnu définitivement inapte à l'exercice de ses fonctions, et ainsi admis à la retraite pour invalidité après avis du conseil médical.

Le Congé de Longue Durée (CLD)

Un agent CNRACL peut être placé en congé de longue durée si celui-ci est atteint par une des maladies de la liste suivante : déficit immunitaire grave et acquis, affections cancéreuses, maladie mentale, tuberculose ou poliomyélite. Un agent CNRACL ne peut bénéficier que d'un seul congé de longue durée par affection sur la durée de sa carrière. Le congé de longue durée est accordé par périodes de trois à six mois renouvelables dans la limite d'une durée de cinq ans.

L'agent CNRACL perçoit l'intégralité de son traitement les trois premières années passées en congé de longue durée. Les deux années restantes en congé de longue durée sont rémunérées à demi-traitement. La rémunération de sa part statutaire est présentée au graphique 1.5.

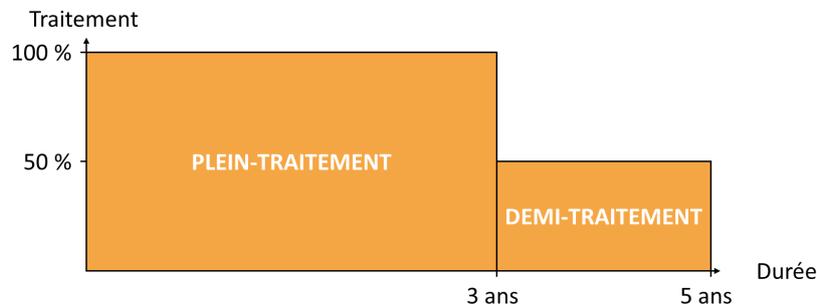


FIGURE 1.5 – Rémunération de la part statutaire en cas de congé de longue durée

La situation en fin de congé de longue maladie dépend de l'état de l'agent. Si l'agent est reconnu apte par le conseil médical, alors il est réintégré dans son emploi. Dans le cas où l'agent est considéré apte sous certaines conditions, il peut être réintégré dans son emploi avec un aménagement des conditions de travail ou en mi-temps thérapeutique conditionné à un avis médical. Si l'agent est considéré inapte à la poursuite de ses fonctions après avoir passé cinq ans en congé de longue durée, alors il peut être :

- Reclassé dans un autre emploi mieux adapté à son état de santé.
- Placé en disponibilité d'office après avis du conseil médical.
- Reconnu définitivement inapte à l'exercice de ses fonctions, et ainsi admis à la retraite pour invalidité après avis du conseil médical.

Le Congé pour invalidité temporaire imputable au service (Citis)

Un agent CNRACL peut être placé en congé pour invalidité temporaire imputable au service si celui-ci se trouve dans l'incapacité de travailler suite à un accident du travail, un accident de trajet domicile-travail, ou encore une maladie professionnelle. Le congé pour invalidité temporaire imputable au service n'a pas de durée maximale. Il est prolongé tant que l'agent n'est pas en mesure de reprendre son service, ou bien jusqu'à la mise à la retraite pour invalidité de l'agent.

Le fonctionnaire CNRACL placé en congé pour invalidité temporaire imputable au service perçoit son plein-traitement sur toute la durée de son congé. Le maintien des primes et indemnités, lui, est laissé au libre choix de la collectivité territoriale. Sont également pris en charge par les collectivités les frais et les honoraires médicaux inhérents à son arrêt.

Le congé pour invalidité temporaire imputable au service prend fin dès lors que l'agent est guéri de son affection, ou que ses lésions sont stabilisées. Si l'agent est reconnu apte par le conseil médical, alors il est réintégré dans son emploi. Dans le cas où l'agent est considéré apte sous certaines conditions, il peut être réintégré dans son emploi avec un aménagement des conditions de travail ou en

mi-temps thérapeutique conditionné à un avis médical. Si l'agent est considéré inapte à la poursuite de ses fonctions à la fin de son congé pour invalidité temporaire imputable au service, alors il peut être :

- Reclassé dans un autre emploi mieux adapté à son état de santé.
- Reconnu définitivement inapte à l'exercice de ses fonctions, et ainsi être admis à la retraite pour invalidité après avis du conseil médical.

Le décès d'un agent CNRACL

Lors du décès d'un fonctionnaire, un capital décès est versé aux ayants droit du défunt. Le montant de celui-ci dépend de l'âge du décès du fonctionnaire, et plus particulièrement si celui-ci a eu lieu avant ou après l'âge minimum de la retraite.

Le Mi-Temps Thérapeutique (MTT)

Un agent CNRACL peut bénéficier d'un mi-temps thérapeutique si son état de santé exige un aménagement de son temps de travail. Celui-ci peut ainsi bénéficier d'un temps partiel correspondant à un pourcentage de son temps plein, variant entre 50 % et 90 %, afin d'assurer le maintien ou le retour à ses fonctions. L'agent CNRACL qui souhaite bénéficier de ce dispositif doit alors soumettre sa demande auprès du conseil médical. Le mi-temps thérapeutique est initialement accordé pour une période de trois mois renouvelable dans la limite d'une durée d'un an. L'agent épuise la totalité de ses droits à congé s'il passe une année complète en mi-temps thérapeutique. Il peut néanmoins reconstituer ses droits à congé en reprenant ses fonctions pendant au moins un an.

L'agent CNRACL placé en mi-temps thérapeutique perçoit son plein-traitement sur toute la durée du congé. Le maintien des primes et indemnités, lui, est laissé au libre choix de la collectivité territoriale.

L'agent CNRACL dont l'état de santé ne justifierait plus d'un aménagement en mi-temps thérapeutique peut mettre fin prématurément à son droit. Il reprendra dans ce cas l'exercice normal de ses fonctions. Si l'agent est reconnu apte par le conseil médical à la fin de son congé, alors il est réintégré dans son emploi.

La Disponibilité d'Office (DO)

Un agent CNRACL peut être placé en disponibilité d'office si celui-ci a épuisé la totalité de ses droits à congé de maladie et si :

- Son état de santé ne lui permet pas encore de reprendre l'exercice de ses fonctions, ou
- il a été reconnu inapte à l'exercice de ses fonctions et est en attente d'un reclassement dans un autre emploi mieux adapté à son état de santé, ou
- il est en attente de l'avis du conseil médical concernant l'évolution de sa situation.

Le placement en disponibilité d'office est prononcé après avis du conseil médical. Un agent CNRACL peut être placé en disponibilité d'office pour une durée allant jusqu'à un an. Ce placement peut être renouvelé deux fois pour une durée d'un an. Si le conseil médical estime que l'état de santé de l'agent devrait évoluer de façon à ce qu'il puisse reprendre l'exercice de ses fonctions, alors le placement en disponibilité d'office de l'agent peut être renouvelé une troisième fois de façon exceptionnelle.

L'agent CNRACL placé en disponibilité d'office ne perçoit pas de traitement. Il peut néanmoins percevoir certaines prestations de la part de son administration. Ainsi, selon les conditions d'attribution, il peut avoir accès à :

- Des indemnités journalières,
- des allocations d'invalidité temporaire (AIT),
- des allocations chômage,
- son demi-traitement si l'agent est placé en disponibilité d'office dans l'attente de l'avis du conseil médical.

Si l'agent est reconnu apte, alors il est réintégré dans son emploi. Si l'agent est considéré partiellement inapte à l'exercice de ses fonctions, il peut être réintégré dans son emploi avec une adaptation de son poste de travail, ou bien être reclassé dans un autre emploi mieux adapté à son état de santé. Si l'agent est reconnu définitivement inapte, il peut être mis à la retraite pour invalidité ou être licencié selon son statut.

Passage entre les états

Cette partie a pour objectif d'illustrer les passages possibles entre les risques statutaires présentés ci-dessus pour l'agent CNRACL. Les différents états seront introduit par les abréviations suivantes dans le graphique 1.6 :

- CMO : Congé de maladie ordinaire
- CLM : Congé de longue maladie
- CLD : Congé de longue durée
- CITIS : Congé pour invalidité temporaire imputable au service
- DO : Disponibilité d'office
- MTT : Mi-temps thérapeutique

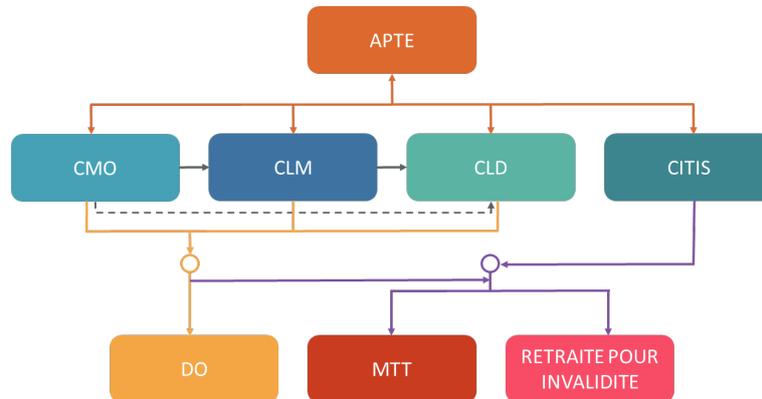


FIGURE 1.6 – Passage entre les états pour un agent CNRACL

1.2.3 La protection sociale complémentaire des agents territoriaux

Cette section présente le régime de protection sociale complémentaire des agents territoriaux avant l'entrée en vigueur de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique.

La protection sociale complémentaire est une couverture additionnelle qui permet d'augmenter les niveaux de couverture sur les risques santé et prévoyance. Contrairement au secteur privé, la protection sociale complémentaire dans la fonction publique ne revêt pas de caractère obligatoire. Ainsi, chaque agent public a le libre choix de pouvoir adhérer à une complémentaire. De plus, l'employeur public a le choix de participer financièrement à la protection sociale complémentaire de ses agents.

Les solutions de couverture en prévoyance proposées par les organismes complémentaires seront abordées dans la suite. Ces dernières permettent de se couvrir contre plusieurs risques explicités ci-après.

La complémentaire décès

La garantie complémentaire décès prévoit le versement d'un capital aux ayants droit en cas de décès de l'assuré. Cette garantie peut également garantir le versement de rentes de conjoint ou de rentes d'éducation aux ayants droit, ainsi que couvrir les frais d'obsèques.

La complémentaire incapacité de travail

La garantie complémentaire incapacité permet de couvrir le manque à gagner sur les périodes de demi-traitement des différents congés de maladie de l'agent CNRACL. Elle peut également dans certains cas prendre en charge les périodes de plein-traitement à la charge de l'employeur public. Le montant couvert par la complémentaire incapacité s'exprime en part du traitement retenu auquel est retiré la part couverte par l'employeur public. En fixant la part prise en charge par la complémentaire incapacité de travail à 50 % du traitement de base, l'indemnisation versée par la complémentaire pour chaque type de congé est présentée au graphique 1.8.

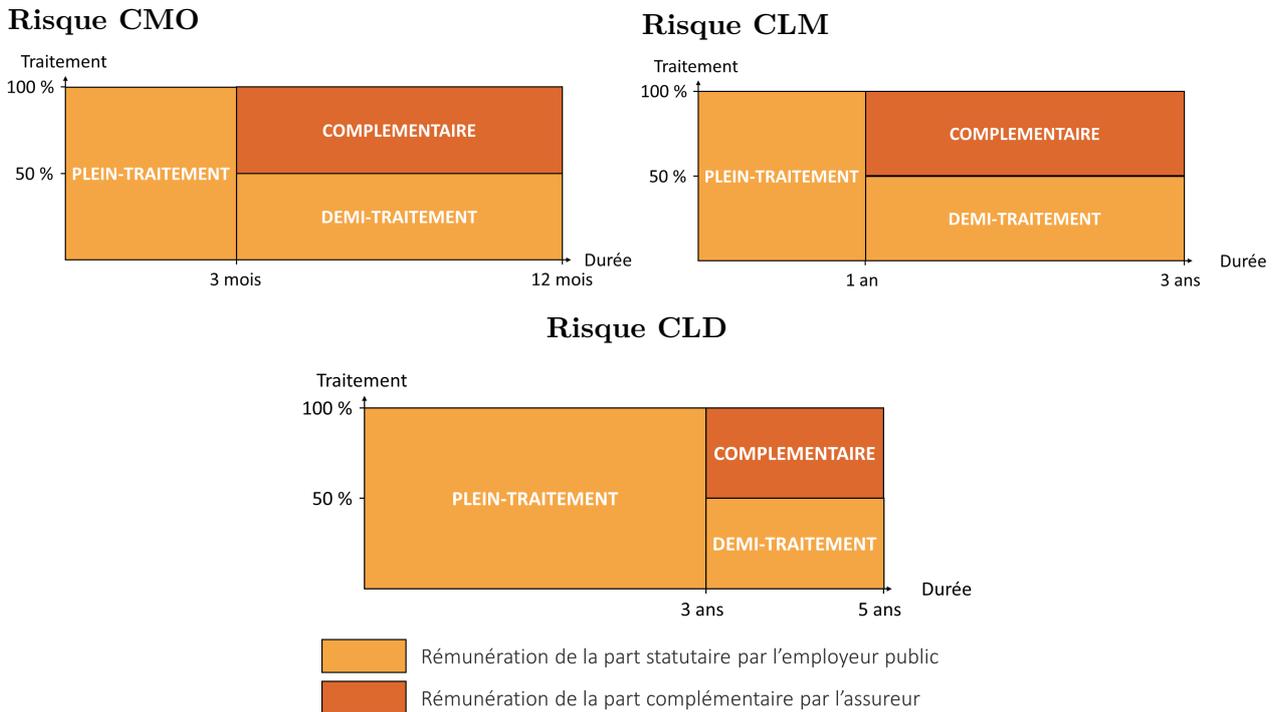


FIGURE 1.8 – Fonctionnement de la complémentaire incapacité sur les risques CMO, CLM, et CLD

La complémentaire invalidité

La complémentaire invalidité est déclenchée lorsque l'agent territorial est reconnu définitivement inapte avant l'âge minimum légal de départ à la retraite et est donc placé en retraite pour invalidité. Elle vient alors compléter les versements assurés par la CNRACL.

Un agent CNRACL peut être admis en retraite pour invalidité s'il vérifie les conditions suivantes :

- Il est reconnu définitivement inapte à l'exercice de ses fonctions,
- il a utilisé tous ses droits à congé,
- il n'a pu être reclassé dans un autre emploi mieux adapté à son état de santé,
- il n'a pas encore atteint l'âge de départ à la retraite.

La mise en retraite pour invalidité est réalisée en plusieurs étapes :

1. Le conseil médical prend en charge le dossier afin de se prononcer sur :
 - les infirmités de l'agent,
 - l'imputabilité de l'invalidité au service,
 - le taux d'invalidité,
 - la nécessité de l'assistance d'une tierce personne.
2. La caisse de retraite fixe alors le taux d'invalidité de l'agent en prenant en compte les informations susmentionnées.

3. Finalement, l'autorité ayant le pouvoir de nomination se prononce sur la mise en retraite pour invalidité de l'agent.

L'agent CNRACL qui est admis en retraite pour invalidité au titre d'une invalidité non imputable au service bénéficie d'une pension de retraite pour invalidité. Si celui-ci est admis au titre d'une invalidité imputable au service, alors il bénéficie en plus d'une rente d'invalidité. La pension de retraite pour invalidité est calculée sur la base du traitement détenu par l'agent depuis au moins six mois lors du départ à la retraite. Si le taux d'invalidité de l'agent est d'au moins 60 %, la pension de retraite pour invalidité doit être au moins égale à la moitié du traitement ayant servi au calcul de sa pension. La rente d'invalidité est définie de la façon suivante :

$$\text{Rente d'invalidité} = \text{Traitement} \times \text{Taux d'invalidité}$$

Il est à noter que la somme de la pension de retraite pour invalidité et de la rente d'invalidité ne peut être supérieure au montant du traitement ayant servi au calcul de la pension. De plus, une majoration pour l'assistance d'une tierce personne peut être versée à l'agent.

Dans le cadre de la retraite pour invalidité, l'agent percevra alors une indemnisation de la part de la CNRACL et de sa complémentaire.

La complémentaire perte de retraite

La garantie perte de retraite garantit le versement d'un complément de retraite qui a pour but de compenser la perte de droits à la retraite que subirait un agent public tombé définitivement invalide, et qui n'aurait ainsi pas cotisé aux régimes de retraite de façon optimale.

1.2.4 Les contrats labellisés et les conventions de participation

La participation de l'employeur public à la complémentaire santé et prévoyance des agents territoriaux est définie autour des contrats labellisés et les conventions de participation qui sont deux mécanismes de couverture différents.

Les contrats labellisés

Une complémentaire labellisée est un organisme de protection sociale proposant des contrats répondant aux critères suivants :

- Contrats solidaires³, notamment à travers la solidarité familiale et intergénérationnelle.
- Contrats responsables⁴.

3. Les contrats solidaires sont des contrats dont le tarif n'évolue pas en fonction de l'état de santé de l'assuré, il n'y a donc pas de sélection médicale sur ces contrats.

4. Les contrats responsables sont des contrats qui respectent un certain nombre de contraintes. Ils présentent notamment des minimas et des exclusions de prise en charge ainsi que des plafonds pour certains postes. Les contrats responsables présentent également des obligatoires de prise en charge imposées.

Le but de la labellisation est de proposer à tous les salariés (titulaires et non titulaires) une complémentaire qu'ils peuvent librement choisir en fonction de leurs besoins. Un contrat labellisé l'est pour 3 ans renouvelables, pour cela il suffit que le contrat réponde à des critères sociaux de solidarité. Les collectivités locales peuvent, si elles le souhaitent, participer au financement de la protection sociale complémentaire de leurs agents.

Les conventions de participation

Les conventions de participation sont des contrats collectifs qui proposent à tous les agents les mêmes couvertures. La complémentaire est choisie par l'employeur suite à un appel à concurrence et est signée pour une durée de six ans. L'employeur participe alors au financement pour les agents ayant souscrit au contrat sélectionné.

1.3 La réforme de la Protection Sociale Complémentaire de la fonction publique

1.3.1 La situation de la protection sociale complémentaire en 2019

Avant la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique, les dispositifs de protection sociale étaient différents selon les versants de la fonction publique.

Pour la Fonction Publique d'État, la protection complémentaire des agents se faisait à travers des dispositifs de référencement. Seuls les dispositifs référencés étaient susceptibles de bénéficier d'une participation financière des ministères. L'adhésion aux contrats référencés était facultative pour les agents publics et il n'y avait pas d'obligation de participation de l'employeur.

Pour les agents territoriaux, les dispositifs de protection se faisaient par la mise en place de contrats labellisés et des conventions de participations. Les agents de la FPT avaient alors le choix de souscrire aux contrats labellisés ou chez les assureurs avec lesquels les employeurs avaient souscrit des conventions de participation. Là encore, les employeurs ne devaient répondre à aucune obligation de participation financière.

Pour la fonction publique hospitalière, aucun dispositif n'était mis en place pour la couverture complémentaire. Les agents devaient alors souscrire individuellement à des contrats de protection sociale, auxquels les employeurs ne participaient pas financièrement.

1.3.2 La réforme de la protection sociale complémentaire

Le Gouvernement a annoncé, à l'occasion de la loi de la transformation de la fonction publique du 6 août 2019, la réforme de la protection sociale complémentaire (PSC) de la fonction publique. Les contours de la réforme de la PSC ont été annoncés à travers l'ordonnance du 17 février 2021. Celle-ci s'articule autour de deux pôles : la santé et la prévoyance.

En matière de santé, l'ordonnance prévoit plusieurs changements se rapprochant des dispositifs mis en place pour le secteur privé, et ce pour toutes les fonctions publiques :

- Une complémentaire santé obligatoire.
- Une prise en charge minimale obligatoire de 50 % du coût de la complémentaire par l'employeur.
- La conformité aux règles des contrats solidaires et responsables.

En matière de prévoyance, l'ordonnance prévoit les évolutions suivantes :

- Pour l'ensemble des fonctions publiques, il ne sera plus obligatoire d'associer une couverture santé et prévoyance.
- Le décret présente les garanties minimales de la complémentaire prévoyance obligatoire.
- Une prise en charge minimale obligatoire de 20 % du coût de la complémentaire par l'employeur pour la FPT.
- Le financement de la complémentaire prévoyance sera facultatif pour la FPE et la FPH.

1.3.3 Le calendrier de la réforme de la protection sociale complémentaire

La réforme de la protection sociale complémentaire est mise en place de façon progressive. La figure 1.9 présente les dates clés de cette réforme.



FIGURE 1.9 – Calendrier de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique, *version au 26/08/2022*

1.3.4 Le décret relatif aux garanties de protection sociale complémentaire et à leur financement dans la fonction publique territoriale.

Le décret du 20 avril 2022[3] relatif aux garanties de protection sociale complémentaire dans la fonction publique territoriale et à la participation obligatoire des collectivités territoriales et de leurs établissements publics à leur financement a pour objet de :

- Préciser les garanties minimales au titre de la couverture prévoyance qui entreront en vigueur le 1^{er} janvier 2025.
- Préciser les garanties minimales au titre de la couverture santé qui entreront en vigueur le 1^{er} janvier 2026.
- Définir les montants de référence permettant de déterminer le montant de participation minimale obligatoire des employeurs au financement de la protection sociale complémentaire.

Dispositions relatives à la couverture prévoyance

La participation de l'employeur

La participation mensuelle des collectivités territoriales aux garanties prévoyance est fixée par le décret. Celle-ci ne peut être inférieure à 20 % du montant de référence fixé à 35 €.

Les garanties prévoyance

La protection sociale complémentaire a pour but de couvrir les frais occasionnés par les risques d'incapacité de travail, d'invalidité, d'inaptitude ou de décès. Les garanties minimales selon la catégorie d'agent sont définies plus en détail ci-après :

— **La garantie incapacité de travail de l'agent CNRACL :**

Les garanties minimales comprennent des indemnités journalières complémentaires garantissant une rémunération nette équivalente à 90 % du TI et de la NBI, et 40 % du RI, déductions faites des montants versés par l'employeur dans le cadre des garanties statutaires. Ces indemnités sont versées dès le passage à demi-traitement et ce jusqu'à épuisement des droits à congé. L'agent perçoit également ces indemnités s'il est placé en DO ou s'il est maintenu à demi-traitement dans l'attente de l'avis du conseil médical.

— **La garantie incapacité de travail de l'agent IRCANTEC titulaire ou contractuel :**

Les garanties minimales pour les agents IRCANTEC titulaires sont les mêmes que celles précisées ci-dessus, déductions faites des montants versés par l'employeur et des indemnités journalières de la Sécurité sociale. L'agent contractuel bénéficie de ces mêmes garanties dès son passage en congé de maladie ou de grave maladie, mais ne bénéficie pas du versement de la NBI. À noter que ces deux catégories d'agents bénéficient également d'indemnités journalières complémentaires telles que définies ci-dessus en cas de placement en mi-temps thérapeutique.

— **La garantie invalidité de l'agent CNRACL :**

Les agents CNRACL perçoivent une rente garantissant une rémunération équivalente à 90 % de leur traitement net de référence s'ils vérifient les deux conditions suivantes :

- Avoir été mis à la retraite pour invalidité.
- Ne pas avoir atteint l'âge légal de départ à la retraite.

— **La garantie invalidité de l'agent IRCANTEC titulaire ou contractuel :**

Les agents IRCANTEC titulaires et contractuels bénéficient des mêmes garanties que celles stipulées ci-dessus, à condition qu'ils vérifient l'une des deux conditions suivantes :

- Présenter une invalidité réduisant d'au moins 2/3 leurs capacités de travail étant classé en 2^e ou 3^e catégorie au sens de la Sécurité sociale.
- Présenter un taux d'incapacité au moins égal à 66 % en cas de maladie professionnelle ou d'accident du travail.

Dans les deux points ci-dessus, le montant de la rente est réévalué tous les ans sur la base de l'évolution de l'indice 100 majoré constaté au cours des douze derniers mois, et selon le taux

défini par l'organisme. Le montant versé à l'assuré ne peut excéder 90 % du traitement de référence.

Dispositions relatives à la couverture santé

La participation de l'employeur

La participation mensuelle des collectivités territoriales aux garanties santé est fixée par le décret. Celle-ci ne peut être inférieure à 50 % du montant de référence fixé à 30 €.

Les garanties santé

Les garanties de protection sociale complémentaire sont destinées à couvrir les frais occasionnés par une maternité, une maladie ou un accident tels que définis dans le Code général de la fonction publique.

Le régime de protection sociale de la Fonction Publique a été présenté. Les différences de ce régime face au régime en place dans le secteur privé obligent les organismes complémentaires à mettre en place des outils adaptés à la nature des risques inhérents aux agents de la fonction publique territoriale. L'incapacité de travail d'un agent CNRACL étant modélisée par divers risques statutaires de durées différentes, l'utilisation des tables du BCAC pour la tarification n'est pas la plus adaptée. Ce mémoire consiste en la création de normes tarifaires pour la garantie incapacité de travail. La tarification de cette garantie nécessite alors d'avoir à disposition des probabilités de maintien et de passage entre les différents risques statutaires des agents CNRACL. Avant de présenter la construction des tables d'expérience propres à la fonction publique territoriale, il est nécessaire de s'appropriier les données sur lesquelles seront basées leur construction. Les données utilisées sont présentées dans la partie suivante.

Chapitre 2

Présentation des données

Les travaux réalisés sur les données représentent une étape clé dans la création de tables d'expérience. Ce travail permet à la fois d'acquérir une bonne compréhension des données et des risques sous-jacents, mais conditionne également la qualité des tables obtenues.

Cette deuxième partie permet d'introduire les données sur lesquelles se base cette étude. Elle détaille plus particulièrement les multiples retraitements de données et contrôles effectués afin d'obtenir la base d'étude qui servira à la création des tables d'expérience propres aux risques observés dans la fonction publique territoriale. Une analyse statistique du portefeuille est également réalisée afin de mieux cerner la nature des risques présents dans celui-ci.

2.1 Description des données

La construction de tables d'expérience propres aux risques observés dans la fonction publique territoriale nécessite de données. Les données utilisées dans le cadre de ce mémoire sont des données fictives représentatives du marché. Celles-ci correspondent à des données de suivi d'un portefeuille prévoyance dans la fonction publique territoriale.

Le périmètre de l'étude se limite à l'étude des risques statutaires des agents CNRACL puisqu'ils représentent la majorité du portefeuille (environ 92 % du portefeuille). Seuls les risques statutaires suivants seront traités :

- Le Congé de Maladie Ordinaire (CMO),
- Le Congé de Longue Maladie (CLM),
- Le Congé de Longue Durée (CLD).

Ces trois risques statutaires ont été choisis car ils représentent la grande majorité des congés maladie dans la fonction publique territoriale. Ce sont alors les types de congés les plus risqués pour un assureur.

L'ensemble des informations relatives au suivi des arrêts de travail des assurés est stocké dans des bases de données distinctes contenant l'ensemble des informations relatives aux assurés, ainsi qu'aux arrêts de travail.

2.2 Construction de la base d'étude

Pour obtenir l'ensemble de la population étudiée, ainsi que les informations afférentes à celle-ci, il a été nécessaire de concaténer les différentes bases de données selon une clé de référence unique pour chaque ligne (identifiant assuré, identifiant sinistre, numéro sinistre).

La base d'étude permettant la création des tables d'expérience correspond à la concaténation de ces bases de données. Elle contient l'ensemble des informations sur les sinistres et sur les assurés associés à ces sinistres. Chaque ligne de la base d'étude correspond ainsi à un sinistre pour le risque incapacité de travail. Elle comporte les informations suivantes :

- (i) Concernant le contrat et ses garanties :
 - Le numéro de contrat.
- (ii) Concernant le sinistre :
 - L'identifiant unique du sinistre,
 - le type de congé dont bénéficie l'assuré, à savoir CMO, CLM ou CLD,
 - l'état du sinistre (ouvert, clos, en attente, annulé, refusé),
 - la date de survenance du sinistre,
 - la date d'entrée dans l'état,
 - la date de sortie de l'état.
- (iii) Concernant l'assuré :
 - L'identifiant unique de l'assuré,
 - sa date de naissance,
 - sa catégorie (CNRACL, IRCANTEC ou autre),
 - son genre.

La table de données avant retraitements contient ainsi 21 148 assurés dont les caractéristiques d'arrêt sont renseignées sur 34 818 lignes.

2.2.1 Retraitement de données

La création de tables d'expérience nécessite un travail sur les données a priori. Ce travail est primordial puisqu'il a un impact direct sur la qualité des tables en sortie. Ainsi, il est nécessaire de vérifier la cohérence globale des données et de réaliser les retraitements nécessaires afin de mettre de côté ou de traiter les valeurs manquantes, aberrantes ou erronées.

Les retraitements réalisés à l'aide du logiciel R[4] sur la base de données afin d'obtenir la base d'étude finale sont ainsi présentés ci-après. Ils sont présentés dans l'ordre dans laquelle ils ont été réalisés et sont classés par type de traitement. Plus particulièrement, les traitement des valeurs manquantes sont notés *VM*, les traitement des valeurs aberrantes sont notés *VA* et les traitement des valeurs erronées sont notées *VE*. Le traitement des informations non-nécessaires à l'étude sera lui noté *VNN* et les formats notés *F*.

1. ***Unicité et cohérence de la clé d'identification des assurés - VE***

Divers retraitements ont été nécessaires afin d'obtenir une clé d'identification unique pour chaque assuré. En effet, certains identifiants des assurés étaient communs à différents assurés, ce qui ne permettait pas leur identification. Aussi, sur certaines lignes, cette information était manquante. Un travail de vérification a donc été réalisé afin d'affecter à chaque assuré un identifiant unique en fonction des autres informations à disposition.

2. ***Vérification de l'unicité des informations pour chaque assuré et chaque sinistre - VE***

Pour chaque assuré et chaque sinistre, il est nécessaire de s'assurer que l'ensemble des informations reste inchangé au cours de la période d'observation.

3. ***Vérification du régime de l'assuré - VNN***

Le périmètre de l'étude a été limité aux risques statutaires des agents CNRACL. Les lignes qui concernaient des agents IRCANTEC, qu'ils soient fonctionnaires ou contractuels, ont été retirées de la base d'étude.

4. ***Vérification du genre de l'assuré - VM***

Pour l'ensemble des assurés, il est vérifié que la variable genre est bien renseignée. Cette information est manquante pour 10 % de la base d'étude. Dans ce cas, un genre est affecté de façon aléatoire aux assurés, en respectant la distribution initiale du portefeuille contenant uniquement les agents CNRACL.

5. ***Vérification des congés en arrêt de travail - VNN***

Comme précisé précédemment, le périmètre de l'étude ne concerne que trois types de congés en incapacité de travail pour les agents CNRACL : le CMO, le CLM et le CLD. Cependant, la base d'étude contient d'autres types de congés, notamment des DO et des sinistres invalidité. Ces lignes ont alors été retirées de la base d'étude finale afin de ne garder que celles correspondant au CMO, CLM ou CLD. De plus, puisque le type de congé est une information essentielle pour l'étude, les lignes pour lesquelles cette information était manquante ont été retirées.

6. ***Vérification du statut du sinistre - VNN***

La base d'étude contient des sinistres qui ont été annulés ou refusés. Ces lignes sont enlevées de la base d'étude puisque ces risques ne doivent pas être pris en compte. Ces sinistres

représentent 17 % de la base initiale. Il est également nécessaire de vérifier que l'ensemble des sinistres de la base ait fait l'objet d'une indemnisation. Les lignes ne respectant pas cette condition sont retirées de la base.

7. *Traitement du format de l'ensemble des dates - F*

Les dates renseignées dans la base d'étude n'étaient pas dans un format qui permettait leur manipulation. Ces variables ont alors été recodées afin de les avoir au format Date sur R[4]. Les dates façonnées sont ainsi au format AAAA-MM-JJ désormais.

8. *Vérification de données manquantes sur les dates - VM*

La création des tables d'expérience repose sur quatre dates : la date de naissance de l'assuré, la date de survenance du sinistre, la date de début de l'arrêt de travail et la date de fin de l'arrêt de travail. Il est alors nécessaire de vérifier que ces informations sont disponibles pour chaque ligne de la base.

- Les informations relatives à la date de naissance étaient manquantes pour moins de 1 % de la base d'étude. Les dates manquantes ont été remplacées par la moyenne de la date de naissance observée sur le portefeuille. Il a néanmoins été décidé de garder ces observations puisque la quantité de données est restreinte. Si la quantité de données avait été suffisante, ces observations auraient pu être supprimées.
- Les informations relatives à la date de survenance qui étaient manquantes (7 % de la base) ont été remplacées par la date de début de l'arrêt de travail.
- Aucune information n'était manquante pour la date de début de l'arrêt de travail.
- Certains sinistres ne présentent pas de date de fin d'arrêt de travail. Ces données sont en fait des données dites censurées. La base de données contient plus particulièrement 2 450 lignes censurées. Leur répartition dans les trois états d'incapacité est présentée dans le tableau 2.1.

Type de congé	Nombre de lignes censurées	Taux de censure
CMO	1 699	7 %
CLM	508	11 %
CLD	243	22 %

TABLE 2.1 – Nombre de lignes censurées par congé

Il est par ailleurs important de noter que les taux de censure sont plus élevés pour les congés CLM et CLD par rapport aux taux de censure du congé CMO puisque ces congés sont des congés longs, trois ans pour le CLM, cinq pour le CLD. Une grande proportion des congés étant survenus à partir de 2017 pour le congé de type CLM et à partir de 2015 pour le congé de type CLD ne sont pas encore terminés à la date d'étude.

La notion de censure sera expliquée plus en détail au chapitre 3 de ce mémoire. L'ensemble des lignes censurées est conservé dans la base d'étude.

9. *Traitement de la cohérence des dates - VE*

Après avoir retraité l'ensemble des dates pour lesquelles des informations étaient manquantes, il était nécessaire de vérifier l'ordre de ces dates. Les relations suivantes doivent être vérifiées :

$$\begin{aligned} & \text{Date de naissance} < \text{Date de survenance}, \\ & \text{Date de survenance} \leq \text{Date d'entrée en arrêt de travail}, \\ & \text{Date d'entrée en arrêt de travail} \leq \text{Date de sortie de l'arrêt de travail} \end{aligned}$$

Toutes les lignes respectent les deux premières inégalités. Les lignes qui ne respectent pas la troisième inégalité sont retirées de la base d'étude.

10. *Création des âges et des anciennetés - F*

Les tables d'expérience qui ont été construites à partir de la base d'étude sont des tables bidimensionnelles selon l'âge et l'ancienneté de l'assuré dans l'état. Il est alors nécessaire de calculer ces informations pour chaque ligne. Les variables sont calculées selon les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \text{âge à la survenance} &= \frac{\text{date de survenance} - \text{date de naissance}}{365,25} \\ \text{âge à l'entrée en AT} &= \frac{\text{date d'entrée en AT} - \text{date de naissance}}{365,25} \\ \text{âge à la sortie de l'AT} &= \frac{\text{date de sortie de l'AT} - \text{date de naissance}}{365,25} \\ \text{ancienneté à l'entrée de l'AT} &= \frac{\text{date d'entrée en AT} - \text{date de survenance}}{12} \\ \text{ancienneté à la sortie de l'AT} &= \frac{\text{date de sortie de l'AT} - \text{date de survenance}}{12} \end{aligned}$$

Les âges utilisés pour calculer les taux bruts sont arrondis.

11. *Vérifications sur les âges - VA*

L'âge minimal pour l'accès à la Fonction Publique Territoriale est de 16 ans. Il faut ainsi contrôler que l'ensemble des lignes de la base de données vérifie que l'âge à la survenance du sinistre est strictement supérieur à 16 ans. Seul un faible nombre de lignes de la base d'étude ne respectent pas cette condition, celles-ci sont retirées de la base. Toutes les autres lignes affichent un âge à la survenance strictement supérieur à 18 ans. De même, l'âge limite d'activité dans la Fonction Publique Territoriale avant mise à la retraite est de 67 ans. Les lignes pour lesquelles l'âge à la survenance est strictement supérieur à 67 ans sont également retirées de la base. Cela représente un total de 8 lignes de la base d'étude. Enfin, et puisque l'âge de mise à la retraite est fixé à 67 ans, les sinistres pour lesquels l'âge à la fin de l'arrêt de travail est supérieur à cette limite sont tronquées à la limite de 67 ans. Ce cas représente un faible nombre de lignes.

12. Vérification de la durée de chaque sinistre - VA

Comme expliqué au premier chapitre de ce mémoire, chaque type de congé a une durée maximale. La durée affichée dans ces congés, c'est à dire l'ancienneté dans l'état, ne peut donc pas dépasser celle-ci. Soient $durée_{CMO}$ la durée du congé de maladie ordinaire, $durée_{CLM}$ la durée du congé de longue maladie et $durée_{CLD}$ la durée du congé de longue durée. Il est nécessaire de vérifier les inégalités suivantes pour chaque congé :

$$durée_{CMO} \leq 1 \text{ an}$$

$$durée_{CLM} \leq 3 \text{ ans}$$

$$durée_{CLD} \leq 5 \text{ ans}$$

La base d'étude affiche un certain nombre de lignes ne respectant pas ces inégalités. Dans ce cas, l'hypothèse suivante est émise : lorsque la durée d'un sinistre dépasse la durée maximale réglementaire, celui-ci est requalifié dans l'état correspondant au mieux au nombre de jours passés dans l'état. Le processus de décision est présenté dans le tableau 2.2.

Etat	Nombre de jours maximal dans l'état	Nombre de jours observés n_{obs}	Nouvel état
CMO	365	$365 < n_{obs} < 1\ 095$	CLM
CMO	365	$365 < 1\ 095 < n_{obs}$	CLD
CLM	1 095	$1\ 095 < n_{obs} < 1\ 825$	CLD

TABLE 2.2 – Processus d'affectation d'un nouveau type de congé à un sinistre en cas de non-respect de la durée réglementaire

Dans le cas où le nombre de jours observés est strictement supérieur à la durée maximale d'un CLD, la durée du CLD est tronquée pour être égale à la durée maximale du CLD. Le tableau 2.3 présente le nombre de lignes modifiées avec ce processus.

Etat initial	Etat final	Nombre de lignes
CMO	CLM	2 130
CMO	CLD	61
CLM	CLD	382
CLD	CLD tronqué	142

TABLE 2.3 – Nombre de lignes affectées à un nouveau sinistre

13. Traitement des rechutes - VE

La base d'étude présente plusieurs arrêts associés à un même sinistre. Il est alors possible d'avoir deux arrêts, un en CMO et l'autre en CLM associés au même sinistre. Ces deux arrêts auront alors le même identifiant de sinistre. Lorsque les différents arrêts liés au même sinistre sont de même nature (deux CMO par exemple), il convient de les traiter afin de savoir si ces sinistres correspondent à des rechutes qui seraient dues à la même cause, et donc au même sinistre, ou si l'identifiant du sinistre est incorrect, auquel cas les deux arrêts ne devraient pas être associés. Les hypothèses suivantes sont retenues pour le traitement éventuel des rechutes :

- Soient A et B deux sinistres de type CMO. Le sinistre B est considéré comme étant une rechute du sinistre A lorsque le délai entre ces deux sinistres est d'au maximum 30 jours. Dans ce cas, la durée du sinistre B est ajoutée à la durée initiale du sinistre A. Si le délai entre les deux sinistres dépasse 30 jours, alors les deux sinistres sont considérés comme étant deux sinistres différents.
- Soient A et B deux sinistres de type CLM. Le sinistre B est considéré comme étant une rechute du sinistre A lorsque le délai entre ces deux sinistres est d'au maximum 90 jours. La durée initiale du sinistre A est alors modifiée pour tenir compte de cette rechute. Sinon, les deux sinistres sont considérés comme étant différents.
- Soient A et B deux sinistres de type CLD. Un agent public ne pouvant avoir qu'un seul congé de longue maladie par affection sur toute la durée de sa carrière, il est considéré que le sinistre B est toujours une rechute du sinistre A.

14. *Suppression des doublons - VNN*

Il est vérifié l'unicité de chaque ligne afin de ne pas compter plus d'une fois chaque arrêt de travail.

15. *Construction d'une base de données pour chaque type de congé d'arrêt de travail - F*

Dans le but de calculer les taux bruts de maintien dans chaque état CMO, CLM et CLD, ainsi que les passages entre ces trois états, il est nécessaire de créer pour chaque état une base de données avec les lignes de cet état.

2.2.2 Choix de la période d'observation

La base de données est constituée d'observations s'étalant du 01/01/2013 au 31/12/2020. Cet intervalle d'observation permet un suivi correct des arrêts de travail, notamment pour les congés de longue durée d'une durée de cinq ans. Aussi, cette plage contient huit années de suivi, ce qui permet de choisir une période de temps historiquement adaptée. Pour ces raisons, et puisque la quantité de données initiale est limitée, il est nécessaire de prendre l'intégralité des données pour la réalisation des tables d'expérience. Ainsi, la période d'observation retenue est l'intervalle allant du 01/01/2013 au 31/12/2020.

2.2.3 La base d'étude finale

La base d'étude finale qui sera utilisée dans le cadre de la création des tables d'expériences contient alors 27 612 lignes dont la répartition par congé est présentée dans la table 2.4.

Type de congé	CMO	CLM	CLD
Nombre de lignes non censurées	21 774	3 257	524
Nombre de lignes censurées	1 641	279	137
Total	23 415	3 536	661

TABLE 2.4 – Présentation de la base d'étude utilisée pour la création des tables d'expériences

2.2.4 Limites de la base d'étude

I. Aubin et A. Rolland [1] précisent que la construction d'estimateurs des lois de maintien nécessite un volume important de données afin d'avoir des résultats pertinents. Il est alors nécessaire de disposer d'une quantité de données suffisamment importante et représentative afin de construire des estimateurs des lois de maintien et de passage dans les différents états d'incapacité de la fonction publique. La base d'étude finale sur laquelle va reposer la création de ces lois contient une quantité de données non suffisante, en particulier sur les risques CLM et CLD. En effet, ces bases regroupent respectivement 3 536 lignes et 661 lignes. De même, dû au faible nombre de lignes, la quantité d'informations n'est pas suffisante pour les passages entre états. Ceci constitue un point d'attention dans la suite du mémoire.

2.3 Statistiques descriptives

Une fois les données retraitées, il est nécessaire d'analyser le portefeuille dans sa globalité. Le but de cette étude est d'identifier les comportements récurrents qui pourraient influencer l'étude.

La base d'étude contient 14 225 femmes (62,7 %) et 8 462 hommes (37,3 %). Ces proportions se rapprochent de celles observées dans la fonction publique territoriale en 2018, où il est observé 61 % de femmes contre 39 % d'hommes [2]. La répartition des sinistres selon le genre de l'assuré et le type de congé est présentée dans le tableau 2.5.

Genre	CMO	CLM	CLD	Total	Proportion
Femme	15 090	2 232	405	17 727	64,2 %
Homme	8 356	1 304	256	9 885	35,8 %
Total	23 415	3 536	661	27 612	100 %
Proportion	84,7 %	12,8 %	2,4 %	100 %	

TABLE 2.5 – Proportion de sinistres par genre et par type de congé

Le tableau ci-dessus montre que le portefeuille est majoritairement composé d'arrêts de travail de type CMO, à savoir des congés d'une durée maximale d'un an. De plus, ce sont les femmes qui connaissent le plus d'arrêts dans la Fonction Publique Territoriale. Cela s'explique notamment par le fait qu'elles représentent une plus grande proportion dans ce versant de la fonction publique. Il est également possible de constater l'évolution de la répartition des sinistres dans le portefeuille selon le genre pour chaque année de la période d'observation.

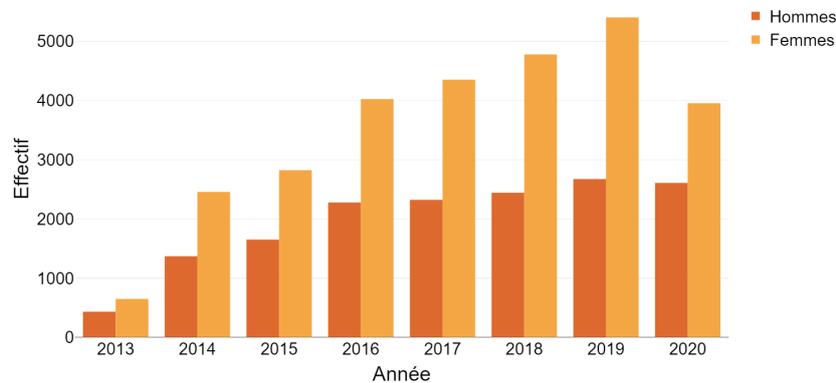


FIGURE 2.1 – Répartition du nombre de sinistres selon le genre de l'assuré à chaque pas de temps de la période d'observation

Selon le graphique 2.1, il semble que le nombre de sinistres des femmes augmente très fortement pendant la période d'observation. Le nombre de sinistres associés aux hommes augmente lui aussi tout au long de la période d'observation, mais se stabilise très rapidement à partir de 2017.

L'évolution de la sinistralité à chaque pas d'observation est présentée dans le graphique 2.2.

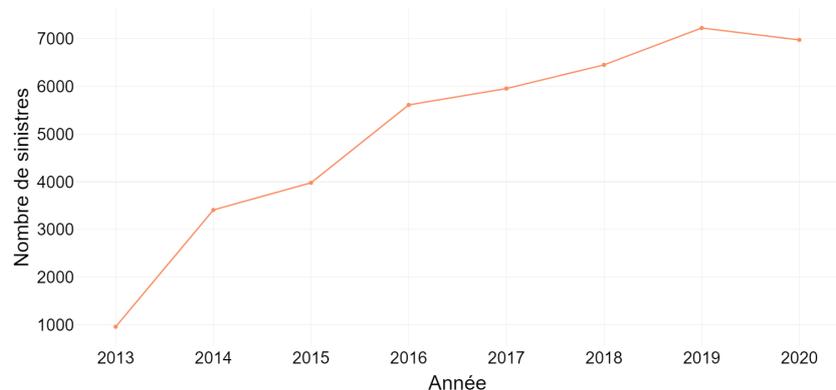


FIGURE 2.2 – Évolution du nombre de sinistres à chaque pas de temps de la période d'observation

La première remarque qui peut être faite à partir du graphique 2.2 est que la sinistralité augmente tout au long de la période d'observation. Le graphique démontre tout de même une baisse entre les années 2019 à 2020. Cette baisse peut en partie être expliquée par la crise de la COVID-19 et notamment la paralysation de l'activité par le premier confinement entré en vigueur le 17 mars 2020 en France pour une durée approximative de deux mois. Les agents ont pu connaître moins d'arrêts pour cause d'accidents ou de maladie autre que la Covid, ce qui a ainsi légèrement diminué le nombre de congés observés.

En parallèle, il est possible de constater l'évolution de la sinistralité pour chaque type de congé

chaque année d'observation.

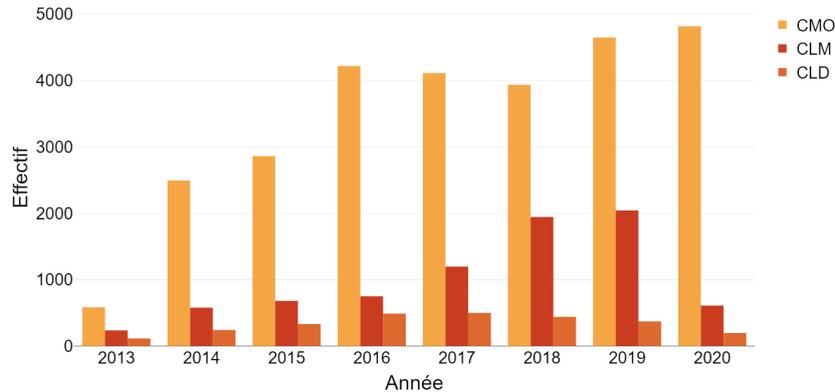


FIGURE 2.3 – Répartition du nombre de sinistres selon le type de congé à chaque pas de temps de la période d'observation

Le graphique 2.3 permet d'observer une augmentation constante du nombre d'arrêts entre 2013 et 2020 pour tous les types de congés. La proportion de CLM et de CLD reste néanmoins très faible comparé à la proportion de CMO.

Ensuite, il peut être intéressant de chercher à visualiser une potentielle saisonnalité dans les arrêts de travail. L'étude a été réalisée tout type de congés confondus.

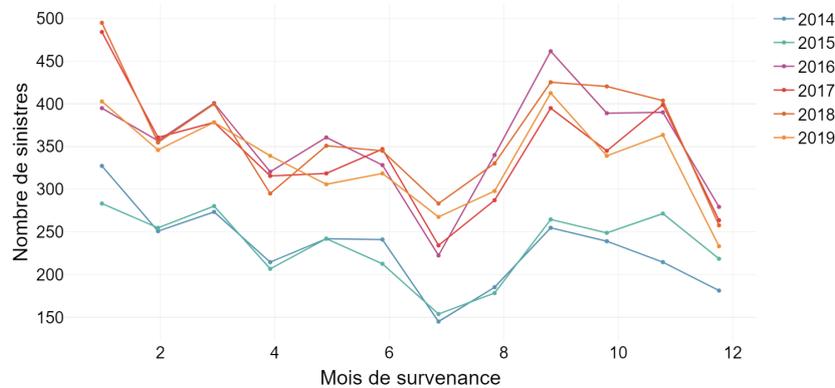


FIGURE 2.4 – Répartition du nombre de sinistres selon le mois de survenance du sinistre

Le graphique 2.4 présente une saisonnalité dans la survenance des arrêts de travail. Ceux-ci semblent avoir tendance à diminuer pendant l'été, avant d'augmenter à nouveau à partir de septembre. Une augmentation du nombre d'arrêts de travail est également observée au début du mois de janvier.

De plus, les années 2013 et 2020 ne sont pas ici présentées puisqu'elle n'apportent rien à l'étude. L'année 2013 présente trop peu d'observations pour en dégager une tendance, tandis que la répartition du nombre de sinistres selon le mois de survenance pour l'année 2020 est perturbée par l'arrivée

de la Covid-19. En effet, la courbe affiche une hausse très importante du nombre de sinistres au mois de janvier, et une baisse importante au mois de mars.

Il est également important de vérifier la répartition de la durée des congés. La répartition de la durée des CMO, des CLM, et des CLD est présentée ci-dessous.

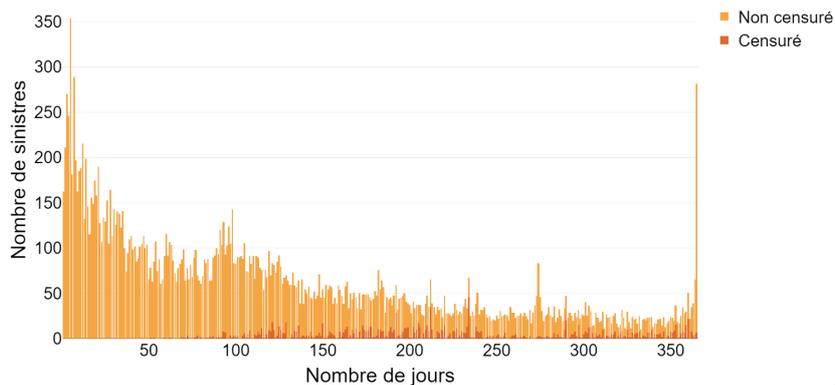


FIGURE 2.5 – Répartition de la durée des arrêts de type CMO

La répartition de la durée des CMO sur le portefeuille présentée au graphique 2.5 semble assez uniforme bien qu'elle présente trois pics d'occurrence. Le premier pic de sortie s'observe aux bout de seulement quelques jours d'arrêt et il représente le plus grand pic des trois. Cela signifie qu'il existe un grand nombre de sinistres de faible durée dans le portefeuille. Le deuxième pic d'occurrence se situe aux alentours de 90 jours, soit trois mois. Cela correspond à la date de passage à demi-traitement. Si l'on suppose que les agents n'avaient pas dépensé de droit à congé à plein-traitement, alors il est possible d'observer qu'un grand nombre de sinistres ne sont pas pris en charge pas la complémentaire puisqu'il ne dépassent pas les trois mois d'arrêt. Enfin, le dernier pic se situe à 365 jours dans l'état. Ce pic représente l'ensemble des sinistres qui arrivent au bout de la durée maximale réglementaire d'un CMO. La censure est observée majoritairement sur les sinistres de plus de trois mois.

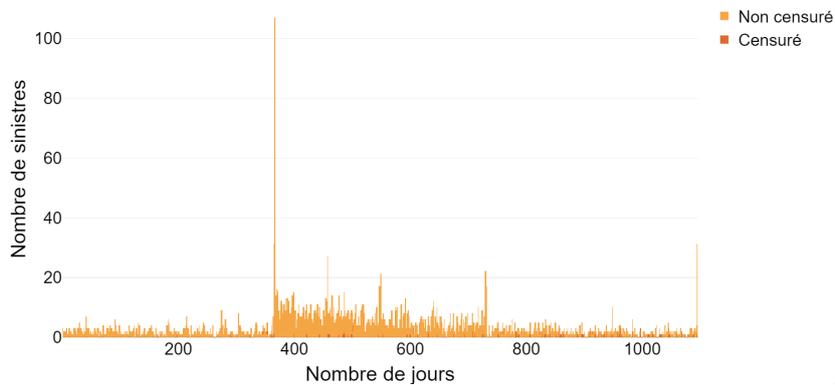


FIGURE 2.6 – Répartition de la durée des arrêts de type CLM

La répartition de la durée des CLM sur le portefeuille présentée au graphique 2.6 est moins homogène que celle des CMO. La plupart des sinistres du portefeuille classés en CLM durent plus de 365 jours. Le graphique permet d’observer certains pics d’occurrence sur les 365 premiers jours. Ceux-ci sont récurrents tous les 3 à 6 mois. Cela semble logique au vu de la nature même du congé CLM qui est accordé par le conseil médical pour une durée de 3 à 6 mois. Le graphique montre également un grand pic d’occurrence à 365 jours, signifiant ainsi qu’un grand nombre de sinistres CLM dure un an. Cela signifie également qu’un grand nombre de sinistre CLM ne sont pas pris en charge par la complémentaire si il est supposé que l’agent n’a utilisé aucun droit à congé en plein-traitement. La répartition de la durée des CLM semble plus homogène après les 365 premiers jours. Il est par ailleurs toujours possible de noter des pics d’occurrence tous les 3 à 6 mois sur cette deuxième période. La censure est toujours présente de façon assez homogène sur les sinistres.

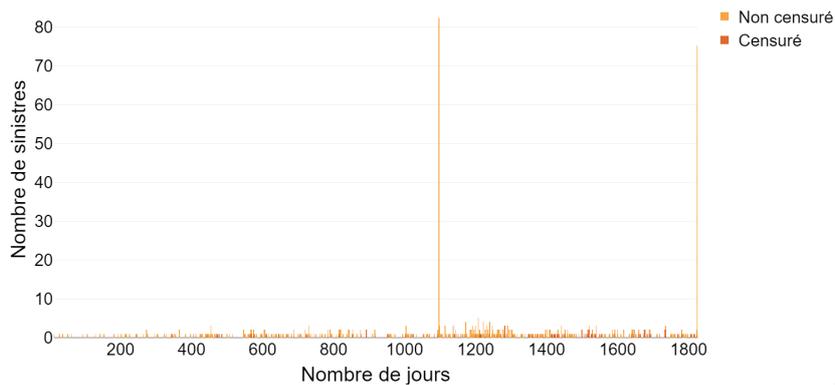


FIGURE 2.7 – Répartition de la durée des arrêts de type CLD

Le nombre de congés de type CLD étant relativement faible sur le portefeuille, il semble difficile de pouvoir tirer des conclusions sur la répartition de la durée de ceux-ci sur le portefeuille. Le graphique 2.7 montre qu’un grand nombre de congés de type CLD semble durer trois ans, et cinq ans,

la durée maximale réglementaire pour un CLD. La censure semble répartie de façon homogène sur le portefeuille. De la même façon que pour les autres congés, le pic de trois ans représente la date de passage à demi-traitement de l'agent si l'on suppose que celui-ci a commencé son arrêt avec la totalité de ses droits à congé. Ainsi, beaucoup de congés de longue durée ne sont pas pris en charge par la complémentaire.

Enfin, il est possible de visualiser la répartition des sinistres selon l'âge à la survenance.

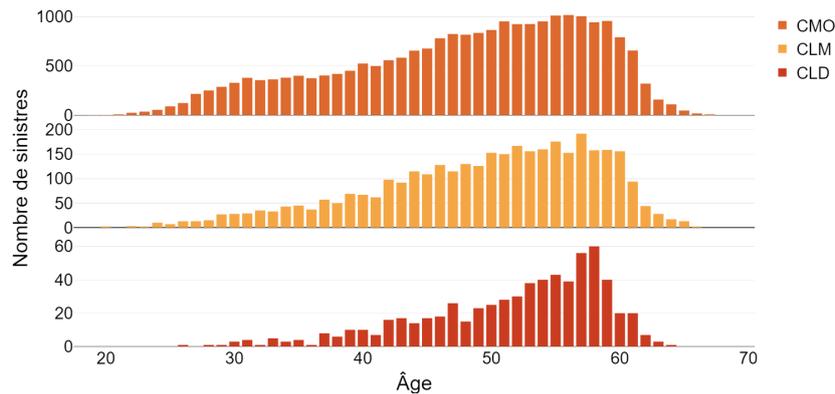


FIGURE 2.8 – Répartition de l'âge à la survenance des sinistres pour chaque type de congé

Le graphique 2.8 traduit une augmentation de la sinistralité avec l'âge. Il permet d'observer une forte concentration de la sinistralité pour des âges compris entre 45 à 60 ans qui représente la population la plus à risque.

Il est enfin possible de réaliser une étude plus détaillée sur les différents passages entre congés sur le portefeuille. Les passages entre catégories sont dénombrés dans la table 2.6.

Type de passage	Nombre de passages	Proportion
CMO vers CLM	323	90 %
CMO vers CLD	31	8,6 %
CLM vers CLD	5	1,4 %

TABLE 2.6 – Nombre de passages entre les différents types de congés

Le tableau précédent permet d'observer que la majorité des changements entre états se fait d'un état CMO vers un état CLM ou CLD. Cela est assez logique puisque l'incidence en CMO est la plus importante dans le portefeuille. Ainsi, il y a une plus forte probabilité de passage à partir d'un état CMO en terme d'effectifs.

La deuxième partie de ce mémoire a permis de découvrir et d'analyser la nature des données. Les

statistiques du portefeuille ont également rendu possible l'observation de tendances qui devraient être visibles dans les tables qui vont être construites. Enfin, ce chapitre a également été nécessaire afin de définir des points d'attention importants pour la création des tables d'expérience. Les données ayant été retraitées et analysées, il est désormais possible de construire des tables d'expérience propres aux risques de la fonction publique territoriale. La construction de ces tables est présentée dans la partie suivante.

Chapitre 3

Construction de tables d'expérience

Les agents de la Fonction Publique Territoriale bénéficient d'un régime de protection sociale spécifique. La durée de l'incapacité de travail peut aller jusqu'à cinq ans, et l'incapacité de travail est divisée en plusieurs états différents. Ces particularités nécessitent alors d'avoir des tables de maintien et de passage entre ces différents états qui traduit le risque réel observé sur cette part de la population.

Ce chapitre est consacré à la création des lois de maintien et de passage entre les différents états d'incapacité des agents CNRACL de la fonction publique territoriale. Cette partie vise en premier lieu à présenter les modèles de durée utilisés pour la création des lois, ainsi que les méthodes de lissage et les tests statistiques considérés pour la validation des résultats obtenus. La modélisation pratique des lois de maintien et de passage entre les différents états d'incapacité est ensuite proposée.

3.1 Notions préliminaires en modèles de durée

3.1.1 Définitions

Afin de définir les taux bruts de maintien, de sortie et de passage dans les états CMO, CLM et CLD, il est nécessaire de définir certaines notions.

Soit T_x la variable représentant la durée de maintien d'un individu d'âge x dans un état d'incapacité. T_x représentant une durée, cette variable aléatoire est à valeurs dans $[0, +\infty]$. Les fonctions suivantes permettent de définir la loi de T_x :

- $F_{T_x}(t) = \mathbb{P}[T_x \leq t]$, la fonction de répartition de T_x ,
- $f_{T_x}(t) = F'_{T_x}(t)$, la densité de probabilité de T_x ,
- $S_{T_x}(t) = \mathbb{P}[T_x > t]$, la fonction de survie de T_x .

La fonction de survie de T_x représente la probabilité de maintien en incapacité d'un individu jusqu'à l'instant t .

Il est également possible de définir la probabilité de survie conditionnelle entre les instants t et $t + u$ à partir de la formule suivante :

$${}_u p_{x,t} = \mathbb{P}[T_x > u] = \mathbb{P}[T_x > u + t | T_x > t] = \frac{S_{T_x}(t + u)}{S_{T_x}(t)}$$

Cette dernière représente la probabilité qu'un individu reste dans un état d'incapacité jusqu'en $t + u$ sachant qu'il est en incapacité depuis l'instant t . De plus, il est possible de définir la probabilité de sortie qui représente la probabilité qu'un individu sorte de son état d'incapacité en $t + u$ sachant qu'il a été dans cet état depuis l'instant t . Cette probabilité est définie comme suit :

$${}_u q_{x,t} = 1 - {}_u p_{x,t} = \mathbb{P}[T_x \leq u] = \mathbb{P}[T_x \leq u + t | T_x > t] = \frac{S_{T_x}(t) - S_{T_x}(t + u)}{S_{T_x}(t)}$$

3.1.2 Phénomènes de données incomplètes

Les travaux réalisés sur l'observation de passages et de maintiens dans un état peuvent être ponctués par des phénomènes de données incomplètes pour cause de censures ou de troncatures.

Troncature

La troncature est un phénomène par lequel est enregistré une perte d'information sur les observations se trouvant en dehors de la période d'observation choisie. Ainsi, seule une partie des individus est observable.

Plus particulièrement, une troncature à gauche existe lorsque la variable d'intérêt n'est pas observable si elle est inférieure à un seuil $c > 0$. Dans ce cas, seules les variables supérieures à ce seuil sont observables, et donc non-tronquées. De même pour la troncature à droite, où la variable d'intérêt n'est pas observable si elle est supérieure à un seuil $C > 0$. Il faut donc que la variable soit inférieure à ce seuil C pour être observable.

Censure

La censure est un phénomène qui se traduit par une connaissance partielle du phénomène observé. Contrairement à la troncature, l'existence du phénomène est connue, mais sa valeur précise ne l'est pas. L'unique information disponible est que ce phénomène se trouve en dehors de la période d'observation.

Plus particulièrement, une censure à droite existe lorsque l'individu n'a pas encore subi l'évènement à la fin de la période d'observation. Dans ce cas, sa date de sortie de l'état n'est pas observée, la seule information connue est qu'elle est supérieure à une certaine valeur connue notée C . Ainsi pour une variable aléatoire X , l'observation de la censure C indique $X \geq C$. De même pour la censure à gauche, où l'individu a subi l'évènement avant le début de la période d'observation. Dans ce cas, la seule information connue pour cet individu est que sa date d'entrée en l'état est inférieure à une certaine valeur connue notée C . L'observation de la censure indique alors $X \leq C$.

D'un point de vue mathématique, le problème peut être formulé de la façon suivante. Soit (T_1, \dots, T_n) un échantillon de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de même loi que T représentant une durée. Soit $C > 0$ une valeur déterministe. Il existe une censure fixe à droite notée Y_i lorsque la valeur de C est connue à priori et est la même pour tous les individus. En notant δ_i l'indicatrice de censure, à savoir :

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{si } T_i \leq C \\ 0 & \text{si } T_i > C \end{cases}$$

L'expression de Y_i est alors $\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket$:

$$Y_i = \inf(T_i, C), \\ \delta_i = \mathbb{1}_{T_i \leq C}$$

Si $\delta_i = 0$, alors l'observation est censurée, si $\delta_i = 1$, l'observation est complète.

Cas possibles de troncature et de censure

Le graphique 3.1 illustre les états de troncature et de censure possibles sur les données utilisées dans ce mémoire.

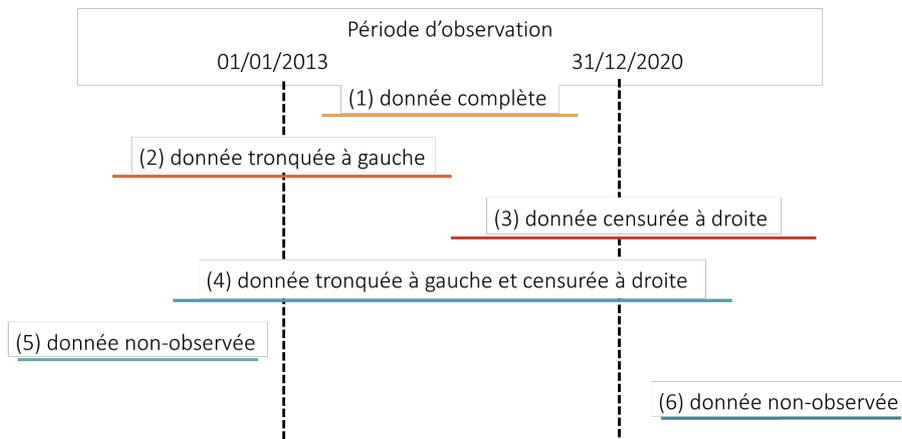


FIGURE 3.1 – Cas possibles de troncature et de censure

- (1) Le début et la fin de l'arrêt de travail se situent dans la période d'observation. L'intégralité de l'information est disponible.
- (2) Le début de l'arrêt de travail est arrivé avant la période d'observation. La date de fin de l'arrêt de travail est contenue à l'intérieur de la période d'observation, et est donc observée. L'information est tronquée à gauche, et sera utilisée à partir du début de la période d'observation.

- (3) Le début de l'arrêt de travail est contenu et observé au cours de la période d'observation. La date de fin d'arrêt n'est néanmoins pas disponible. L'unique information à disposition est que la date de fin d'arrêt est postérieure à la date de fin de la période d'observation. Cette information est alors censurée à droite.
- (4) L'arrêt de travail a débuté avant le début de la période d'observation et s'est terminé après la fin de celle-ci. L'information est à la fois tronquée à gauche et censurée à droite. Dans ce cas, seule l'information contenue à l'intérieur la période d'observation est utilisée.
- (5) L'arrêt de travail s'est déroulé dans son intégralité avant la période d'observation. Cette information ne sera pas utilisée.
- (6) De la même façon qu'au point précédent, l'arrêt de travail s'est déroulé dans son intégralité après la période d'observation. L'information ne sera pas utilisée.

3.2 Présentation des modèles de durée utilisés

Les estimateurs construits dans le cadre de ce mémoire sont destinés à permettre de calculer les taux suivants :

- Taux de maintien dans un état X,
- Taux de changement d'état de l'état X vers l'état Y.

Pour ce faire, deux méthodes d'estimations des taux bruts seront utilisées, l'estimateur de Hoem et l'estimateur de Kaplan-Meier.

3.2.1 L'estimateur de Hoem

Principe et construction de l'estimateur

L'estimateur de Hoem est construit en considérant qu'un individu i n'est exposé au risque de sortie d'un état qu'entre deux dates a_i et b_i qui correspondent respectivement à la date de début d'observation et à la date de fin d'observation de cet individu. Dans le cadre de ce mémoire, l'estimateur de Hoem est construit pour chaque âge x et chaque ancienneté t . Ainsi, pour un âge x fixé, l'intervalle $[a_i; b_i]$ est inclus dans $[t; t + 1]$.

L'estimateur de Hoem est construit sur plusieurs hypothèses :

- Les sorties, ou les passages entre états, sont indépendants les uns des autres.
- La probabilité de sortir d'un état (ou de passer dans un autre état) est une fonction linéaire du temps :

$$\forall y \in [0, 1], {}_yq_{x,t} = yq_{x,t}$$

Cette hypothèse permet par ailleurs de faire l'approximation suivante :

$$\forall (y, w) \in [0, 1]^2, {}_{y-w}q_{x,t+w} \approx w p_{x,t} - y p_{x,t}$$

- Soit la variable aléatoire Z_i qui représente l'état de l'assuré i . Celle-ci prend la valeur 1 s'il y a sortie de l'état (ou passage dans un autre état) dans l'intervalle d'observation, et 0 sinon. D'après sa définition, $Z_i \sim \mathcal{B}(b_i - a_i, q_{x,t+a_i})$. Il en découle alors la relation suivante :

$$\mathbb{E}(Z_i) = b_i - a_i q_{x,t+a_i} = (b_i - a_i)q_{x,t}$$

Posons enfin $D_{x,t}$, la variable aléatoire représentant le nombre de sorties (ou de passages entre états) observés sur l'intervalle $[t, t+1[$ pour un âge x fixé. Soit $n_{x,t}$ la variable déterministe représentant le nombre d'individus dans un état en t pour un âge x . La variable aléatoire $D_{x,t}$ est définie telle que : $D_{x,t} = \sum_{i=1}^{n_{x,t}} Z_i$. Les Z_i étant supposés indépendants, il en résulte que $D_{x,t} \sim \mathcal{B}(n_{x,t}, b_i - a_i q_{x,t+a_i})$.

Il résulte des points précédents :

$$\mathbb{E}(D_{x,t}) = \mathbb{E}\left(\sum_{i=1}^{n_{x,t}} Z_i\right) = \sum_{i=1}^{n_{x,t}} \mathbb{E}(Z_i) = \sum_{i=1}^{n_{x,t}} (b_i - a_i)q_{x,t}$$

En notant $d_{x,t}$ une réalisation de $D_{x,t}$, il résulte que :

$$q_{x,t} = \frac{\mathbb{E}(D_{x,t})}{\sum_{i=1}^{n_{x,t}} (b_i - a_i)}$$

$$\hat{q}_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{\sum_{i=1}^{n_{x,t}} (b_i - a_i)}$$

L'estimateur de Hoem vérifie la relation $\mathbb{E}(\hat{q}_{x,t}) = q_{x,t}$, c'est donc un estimateur sans biais.

Construction des intervalles de confiance pour les taux bruts

Le nombre de sorties (ou de passages dans un autre état) pour une ancienneté t et un âge x est défini par $n_{x,t}\hat{q}_{x,t}$. Il représente la somme de $n_{x,t}$ variables aléatoires indépendantes suivant une loi de Bernoulli $\mathcal{B}(q_{x,t})$. Il suit alors une loi Binomiale $\mathcal{B}(n_{x,t}, q_{x,t})$.

D'après le Théorème Central Limite il est possible d'approcher une loi Binomiale $\mathcal{B}(n_{x,t}, q_{x,t})$ par une loi Normale $\mathcal{N}(n_{x,t}q_{x,t}, n_{x,t}q_{x,t}(1 - q_{x,t}))$. Afin que l'approximation soit possible, il est nécessaire de vérifier les conditions suivantes :

$$\begin{cases} n_{x,t}q_{x,t} > 5 \\ n_{x,t}(1 - q_{x,t}) > 5 \\ n_{x,t} > 30 \end{cases}$$

Ainsi, d'après le Théorème Central Limite, et en respectant les conditions énoncées ci-dessus,

$$n_{x,t} \frac{\hat{q}_{x,t} - q_{x,t}}{\sqrt{n_{x,t}q_{x,t}(1 - q_{x,t})}} \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, 1)$$

Soit, d'après le Lemme de Slutsky :

$$\sqrt{n_{x,t}} \frac{\hat{q}_{x,t} - q_{x,t}}{\sqrt{q_{x,t}(1 - q_{x,t})}} \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, 1)$$

Par conséquent :

$$\hat{q}_{x,t} \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{N} \left(q_{x,t}, \sqrt{\frac{q_{x,t}(1 - q_{x,t})}{n_{x,t}}} \right)$$

L'intervalle de confiance asymptotique de probabilité de confiance $1 - \alpha$ est le suivant :

$$IC_\alpha = \left[\hat{q}_{x,t} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{q}_{x,t}(1 - \hat{q}_{x,t})}{n_{x,t}}}, \hat{q}_{x,t} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{q}_{x,t}(1 - \hat{q}_{x,t})}{n_{x,t}}} \right]$$

L'estimateur de Hoem est ainsi défini pour chaque taux :

- Le taux de maintien dans un état X est défini comme le rapport entre le nombre de maintiens observés dans l'état X, et l'exposition au risque. Ce taux peut également se construire à partir du taux de sortie toutes causes d'un état X défini comme le rapport entre le nombre de sorties observées dans l'état X, et l'exposition au risque. Dans la suite, c'est ce taux qui sera calculé. Les taux de maintien se trouvent à partir de la relation suivante :

$$\text{Taux de maintien}_X = 1 - \text{Taux de sortie}_X$$

- Le taux de passage de l'état X vers l'état Y est défini comme le rapport entre le nombre de changements de catégorie observés entre X et Y, et l'exposition au risque.

3.2.2 L'estimateur de Kaplan-Meier

Principe et construction de l'estimateur

E. Kaplan et P. Meier [5] ont introduit en 1958 l'estimateur non-paramétrique de Kaplan-Meier. Cet estimateur repose sur le principe suivant : être encore dans un état X après l'instant t , c'est être dans cet état juste avant t , et ne pas en sortir à l'instant t . Ainsi, la probabilité de maintien dans un état X à un instant t donné peut se calculer conditionnellement au fait d'être dans l'état X juste avant l'instant t .

Soit T_x la variable aléatoire représentant la durée de maintien d'un individu d'âge x dans un état d'incapacité X depuis l'instant t . La fonction de survie s'exprime par la formule suivante :

$$S_{T_x}(t_n) = \mathbb{P}[T_x > t_n]$$

Ainsi, pour tout $t_n > t_{n-1} > \dots > t_2 > t_1$, la fonction de survie peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} S_{T_x}(t_n) &= \mathbb{P}[T_x > t_n] \\ &= \mathbb{P}[T_x > t_n | T_x > t_{n-1}] \times \mathbb{P}[T_x > t_{n-1}] \\ &= \dots \\ &= \mathbb{P}[T_x > t_n | T_x > t_{n-1}] \times \dots \times \mathbb{P}[T_x > t_2 | T_x > t_1] \mathbb{P}[T_x > t_1] \end{aligned}$$

Soient $p_{x,i}$ la probabilité de maintien dans l'état X sur l'intervalle $[t_{i-1}, t_i]$ sachant que l'individu est dans l'état X en t_{i-1} , et $q_{x,i}$ la probabilité de sortie de l'état X sur l'intervalle $[t_{i-1}, t_i]$ sachant que l'individu est dans l'état X en t_{i-1} . En choisissant comme instants de conditionnement les instants $t_i \in [t, t+1[$ distincts où se produisent les événements de sortie (fin d'arrêt ou censure), cela revient alors à estimer les probabilités de la forme :

$$\begin{aligned} p_{x,i} &= \mathbb{P}[T_x > t_i | T_x > t_{i-1}] \\ q_{x,i} &= 1 - p_{x,i} = \mathbb{P}[T_x < t_i | T_x > t_{i-1}] \end{aligned}$$

La fonction de survie s'écrit alors :

$$S_{T_x}(t) = \prod_{i|t_i < t} (1 - q_{x,i})$$

Notons :

- $d_{x,i}$ le nombre de sorties en t_i à un âge x ,
- $n_{x,i}$ le nombre d'individus exposés au risque d'âge x juste avant la date t_i .

Estimons les $q_{x,i}$ par la méthode du maximum de vraisemblance à partir de l'observation d'un n -échantillon. Un individu d'âge x a une probabilité $q_{x,i}$ de sortir de son état de maintien juste avant t_i . Le nombre de sorties suit donc une loi Binomiale $\mathcal{B}(n_{x,i}, q_{x,i})$. La fonction du maximum de vraisemblance s'exprime alors de la façon suivante :

$$\mathcal{L}(q_{x,1}, q_{x,2}, \dots, q_{x,n}) = \prod_{i=1}^n \binom{n_{x,i}}{d_{x,i}} q_{x,i}^{d_{x,i}} (1 - q_{x,i})^{n_{x,i} - d_{x,i}}$$

Afin de trouver le maximum de vraisemblance, il est nécessaire d'annuler la dérivée du premier ordre de la log-vraisemblance. Ainsi, pour tout $i \in [1, n]$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln(\mathcal{L}(q_{x,1}, q_{x,2}, \dots, q_{x,n}))}{\partial q_{x,i}} &= 0 \\ \iff \frac{\partial \sum_{i=1}^n \left(\ln \binom{n_{x,i}}{d_{x,i}} + d_{x,i} \ln(q_{x,i}) + (n_{x,i} - d_{x,i}) \ln(1 - q_{x,i}) \right)}{\partial q_{x,i}} &= 0 \\ \iff \frac{d_{x,i}}{\hat{q}_{x,i}} - \frac{n_{x,i} - d_{x,i}}{1 - \hat{q}_{x,i}} &= 0 \\ \iff \hat{q}_{x,i} = \frac{d_{x,i}}{n_{x,i}} &= \text{fréquence empirique.} \end{aligned}$$

L'estimateur de la fonction de survie pour un âge x s'écrit alors :

$$\hat{S}_x(t) = \prod_{i|t_i < t} (1 - \hat{q}_{x,i}) = \prod_{i|t_i < t} \left(1 - \frac{d_{x,i}}{n_{x,i}}\right)$$

Notons *AncMin* et *AncMax* les anciennetés minimales et maximales dans chaque état d'incapacité. En présence d'ex-aequo, la formule approchée suivante est utilisée avec :

$$\hat{S}_x(t) = \prod_{i=AncMin}^{AncMax} \left(1 - \frac{d_{x,i}}{n_{x,i}}\right)$$

Enfin, et afin de prendre en compte les troncatures, l'expression de $n_{x,i}$ devient :

$$n_{x,i} = n_{x,i-1} - d_{x,i-1} - c_{x,i}, \text{ avec } c_{x,i} \text{ le nombre de censures en } t_i.$$

L'estimateur de Kaplan-Meier présente certaines propriétés : c'est un estimateur convergent, cohérent, asymptotiquement gaussien, biaisé positivement et est un estimateur du maximum de vraisemblance généralisé.

Construction des intervalles de confiance pour les taux bruts

L'estimation de la variance de l'estimateur de Kaplan-Meier permet la construction d'intervalles de confiance à la probabilité de confiance $\beta = 1 - \alpha$ de la fonction de survie $\hat{S}_x(t)$. Cet estimateur est l'estimateur de Greenwood dont l'expression est la suivante :

$$\hat{V}(\hat{S}_x(t)) = \hat{S}_x(t)^2 \sum_{i=AncMin}^{AncMax} \frac{d_{x,i-1}}{n_{x,i}(n_{x,i} - d_{x,i})}$$

L'estimateur de Greenwood étant asymptotiquement gaussien, il en résulte l'expression des intervalles de confiance à la probabilité de confiance $\beta = 1 - \alpha$ suivante :

$$IC_\alpha = \left[\hat{S}_x(t) \pm u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\hat{S}_x(t)^2 \sum_{i=AncMin}^{AncMax} \frac{d_{x,i-1}}{n_{x,i}(n_{x,i} - d_{x,i})}} \right]$$

3.3 Présentation des méthodes de lissage utilisées

L'utilisation de méthodes de lissage permet de lisser les variations et les irrégularités des taux bruts estimés par les estimateurs de Hoem et de Kaplan-Meier. Le lissage permet ainsi d'avoir des tables d'expérience plus homogènes.

3.3.1 La méthode de lissage de Whittaker-Henderson

La méthode de Whittaker-Henderson est une méthode de lissage non-paramétrique qui se base sur la minimisation d'une combinaison linéaire de deux critères, la fidélité, qui permet d'obtenir des

taux lisses proches des taux initiaux et la régularité permettant d'obtenir une courbe qui soit aussi régulière que possible. Dans la suite, seule la méthodologie en dimension une est présentée puisque c'est celle qui sera utilisée par la suite.

La méthode consiste alors en la définition de deux critères, un critère de fidélité noté F , et un critère de régularité, noté S . Notons I le nombre de modalités considérées, z un paramètre du modèle, Δ l'opérateur de différence avant défini par : $\forall i \in [1, n]$, $\Delta^z q(i) = \sum_{j=0}^z \binom{z}{j} (-1)^{z-j} q(i+j)$, et w_i les poids affectés à chaque i . Les w_i sont estimés comme étant le rapport entre l'*exposition* _{i} et l'exposition totale. La définition du critère de fidélité et de régularité est la suivante :

$$F = \sum_{i=1}^I w_i (q_i - \hat{q}_i)^2$$

$$S = \sum_{i=1}^{I-z} (\Delta^z q_i)^2$$

Le critère à minimiser dans le cadre du lissage de Whittaker-Henderson est alors une combinaison linéaire des deux critères définis ci-dessus. Cette combinaison linéaire s'exprime de la façon suivante, avec h le paramètre permettant de contrôler le poids associé au paramètre F par rapport au paramètre S :

$$M = F + hS$$

La solution de ce problème d'optimisation s'obtient en annulant la dérivée première de M par rapport à q_i : $\forall i \in [1, n]$, $\frac{\partial M}{\partial q_i} = 0$.

Le passage à une forme matricielle permet la résolution de ce système d'équations. Soient :

- $q = (q_i)_{1 \leq i \leq I}$,
- $\hat{q} = (\hat{q}_i)_{1 \leq i \leq I}$,
- $w = \text{diag}(w_i)_{1 \leq i \leq I}$.

Avec ces notations, il est possible d'exprimer F et S telles que :

$$F = {}^t(q - \hat{q})w(q - \hat{q})$$

$$S = (\Delta^z q)^t \Delta^z q$$

$$(\Delta^z q) = (\Delta^z q_i)_{1 \leq i \leq I-z}$$

En notant K_z la matrice de taille $(I-z, I)$ dont les termes sont les coefficients binomiaux d'ordre z dont le signe alterne et commence positivement pour z pair, il résulte que :

$$\Delta^z q = K_z q$$

Il en résulte finalement l'expression suivante pour M :

$$M = {}^t(q - \hat{q})w(q - \hat{q}) + h {}^t q^t K_z K_z q$$

$$= {}^t q w q - 2 {}^t q w \hat{q} + {}^t \hat{q} w \hat{q} + h {}^t q^t K_z K_z q$$

Ce qui conduit à :

$$\frac{\partial M}{\partial q} = 2wq - 2w\hat{q} + 2h^t K_z K_z q$$

L'expression des taux ajustés est alors obtenue en résolvant l'équation $\frac{\partial M}{\partial q_i} = 0$. Ces taux sont les suivants :

$$q_{adj} = (w + h^t K_z K_z)^{-1} w \hat{q}$$

3.3.2 Tests statistiques pour la validation de la méthode de lissage

Il est nécessaire de vérifier que les taux lissés par la méthode de Whittaker-Henderson respectent la distribution initiale des taux bruts. Cette vérification se fait à partir de tests statistiques.

Le test du χ^2 d'ajustement

Le test du χ^2 d'ajustement a été introduit par Karl Pearson [6] en 1900. Il a pour but de comparer une distribution observée d'une variable à I modalités sur un échantillon de taille n , à une distribution théorique ou connue. L'utilisation faite du test du χ^2 d'ajustement dans ce mémoire permet ainsi de comparer la distribution des taux obtenus par la méthode de lissage de Whittaker-Henderson, à celle des taux bruts, l'objectif étant de choisir un paramètre de lissage qui permette de lisser les taux bruts sans trop s'éloigner de la distribution initiale.

Les effectifs observés o_i et théoriques e_i sont définis selon les relations suivantes :

$$\begin{aligned} o_i &= \text{Taux lissés}_i \times n \\ e_i &= \text{Taux bruts}_i \times n \end{aligned}$$

L'unique condition d'application du test est la suivante : $\forall i \in \llbracket 1, I \rrbracket, e_i \geq 5$.

Le test du χ^2 d'ajustement est construit sur deux hypothèses :

- H_0 : la distribution observée est identique à la distribution théorique.
- H_1 : la distribution observée est différente de la distribution théorique.

La statistique du test permet de quantifier l'écart entre les effectifs observés et les effectifs théoriques. Soient I le nombre de modalités, ici le nombre de classes d'ancienneté, o_i l'effectif observé, et e_i l'effectif théorique. La statistique du test est définie de la façon suivante :

$$\chi_{test}^2 = \sum_{i=1}^I \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \sim \chi_{(I-1)d}^2$$

L'interprétation du résultat du test du χ^2 se fait à un niveau α . La valeur du quantile d'ordre $(1 - \alpha)$ de la loi du χ^2 à $(I - 1)$ degrés de liberté est noté $\chi_{(1-\alpha), (I-1)d}^2$. Cette valeur est utilisée dans la validation du test. Plus particulièrement :

- Si la valeur de la statistique de test χ_{test} est inférieure à la valeur $\chi_{(1-\alpha), (I-1)d}^2$, H_0 est acceptée. Les deux distributions sont alors considérées comme identiques.

- Si la valeur de la statistique de test χ_{test} est supérieure à la valeur $\chi^2_{(1-\alpha), (I-1)d\ell}$, H_0 est rejetée. Les deux distributions sont alors considérées comme différentes.

Le test des changements de signes

Le test des changements de signes permet de comparer deux distributions entre elles. Il est utilisé dans le cadre de ce mémoire afin de comparer la distribution des taux obtenus par la méthode de lissage de Whittaker-Henderson, à celle des taux bruts. Ce test ne se base pas sur la valorisation des écarts entre les deux distributions comme le test du χ^2 , mais sur la position de la distribution observée par rapport à la distribution théorique. Le test des changements de signes permet notamment que la validation du lissage ne soit pas perturbée par des données extrêmes. Ainsi, il affecte un signe (+ ou -) à la différence notée d_i entre chaque observation o_i et e_i , $i \in I$, pour une classe d'âge A . Il vérifie alors les hypothèses suivantes :

- H_0 : Le nombre de signes + et - sont significativement proches,
- H_1 : Le nombre de signes + et - diffèrent de façon significative.

En notant $d_{i,A}$ la différence entre les taux lisses et les taux bruts pour la classe d'âge A et l'ancienneté i , les hypothèses du test deviennent :

$$\begin{cases} H_0 : \mathbb{P}(d_{i,A} > 0) = 1/2, \forall(i, A) \\ H_1 : \mathbb{P}(d_{i,A} > 0) \neq 1/2, \forall(i, A) \end{cases}$$

Soit I le nombre d'anciennetés considérées pour la classe d'âge A . La statistique du test se définit comme le nombre de différences $d_{i,A}$ qui prennent une valeur positive :

$$D = \sum_{i=1}^I \mathbb{1}_{d_{i,A} > 0}$$

Si $I \geq 40$, alors la statistique du test $D \sim \mathcal{N}(0, 1)$ et la statistique retenue pour la règle de décision est la suivante :

$$D_I = \frac{2D - (I - 1)}{\sqrt{I - 1}}$$

Dans le cadre de cette étude, I ne respecte jamais cette condition. Dans le cas où $I < 40$, il est alors nécessaire de fixer un seuil α et de chercher dans les tables de la loi binomiale $\mathcal{B}(I, 1/2)$ le plus grand entier k qui vérifie :

$$\mathbb{P}(D \geq I - k) = \mathbb{P}(D \leq k) \leq \alpha/2$$

Dans ce cas, l'interprétation des résultats est la suivante :

- Si la statistique du test D est strictement comprise entre k et $I - k$, i.e $D \in]k; I - k[$, H_0 est acceptée.
- Si la statistique du test D n'est pas strictement comprise entre k et $I - k$, i.e $D \notin]k; I - k[$, H_0 est rejetée.

3.4 Construction des tables d'expérience

La construction des tables d'expérience a été réalisée sur R [4].

3.4.1 Estimation des taux bruts de maintien en CMO

Il a été noté au chapitre 2 une différence dans la répartition des sinistres selon le genre de l'assuré. Bien que la tarification ne puisse se faire en prenant en compte cette variable, il semble opportun de construire la table d'expérience de maintien par genre afin de traduire le risque observé sur le portefeuille. Les tables construites par genre seront par la suite regroupées en une table mixte qui sera utilisée dans le chapitre 4 de ce mémoire.

Les graphiques présentés dans la suite seront exclusivement ceux associés aux assurés féminins. L'ensemble des graphiques présentant les résultats obtenus sur la population masculine du portefeuille se trouvent dans l'annexe A.1.

Estimation des taux bruts à l'aide de l'estimateur de Hoem

Comme expliqué précédemment, le calcul de l'estimateur de Hoem nécessite de connaître le nombre de maintiens observés dans l'état CMO, ainsi que l'exposition au risque dans cet état. Ces derniers sont calculés en fonction de l'âge à la survenance, ainsi que de l'ancienneté du sinistre.

Soit un portefeuille contenant n individus, l'exposition pour un âge d'entrée x et une ancienneté dans l'état t est définie par :

$$\begin{aligned} exposition_x^t = \sum_n \max(0 ; \min(t + 1 ; \text{ancienneté à la sortie de l'AT}) \\ - \max(t ; \text{ancienneté à l'entrée de l'AT})) \end{aligned}$$

L'exposition au risque, et le nombre de sorties pour le risque CMO pour le genre féminin sont présentés dans la figure 3.2. Pour rappel, l'ancienneté dans le risque CMO est comprise entre 0 et 12 mois, et l'âge à la survenance est compris entre 18 et 67 ans.

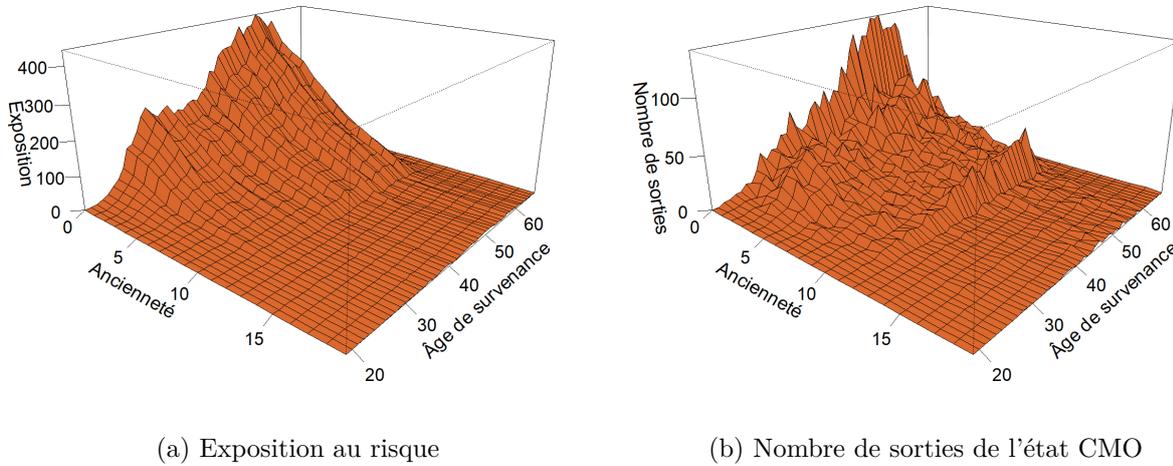


FIGURE 3.2 – Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CMO pour le genre féminin

Le graphique 3.2a montre que l'exposition sur le risque CMO est concentrée sur les douze premiers mois d'arrêt. Cela semble logique puisque l'arrêt CMO a une durée maximale de douze mois. Les âges présentant l'exposition au risque la plus importante semblent être ceux entre 45 et 60 ans, ce qui va de pair avec l'analyse faite précédemment sur les données, où il avait été noté que la plus grande concentration d'arrêts de type CMO s'observait entre ces deux âges. Le nombre de sorties de l'état présenté dans le graphique 3.2b est également concentré sur les douze premiers mois et est aussi plus important pour les âges compris entre 45 et 60 ans. Il est important de noter que pour certains âges et certaines anciennetés, l'exposition est très faible, voire nulle.

Les mêmes conclusions peuvent être tirées pour le genre masculin dont les graphiques A.1a et A.1b se trouvent dans l'annexe A.1. Le pic de l'exposition s'observe entre 45 et 60 ans et pour une ancienneté inférieure ou égale à 12 mois. L'exposition et le nombre de sorties observés pour le genre masculin sont par ailleurs plus faibles que ceux observés pour le genre féminin. Cela peut être en partie expliqué par les congés maternité ou les risques liés à la maternité et à l'accouchement pour le genre féminin, ainsi qu'une proportion plus importante de femmes dans la fonction publique.

Il est ensuite possible d'afficher une première estimation des taux bruts de sortie de CMO pour le genre féminin. Ces taux bruts se calculent comme le rapport entre le nombre de sorties et l'exposition au risque. Les taux bruts obtenus pour le genre féminin sont présentés dans le graphique 3.3.

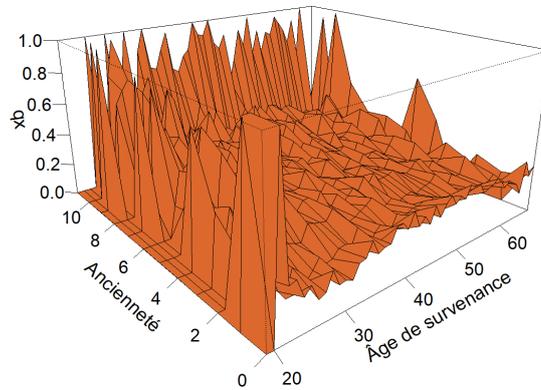


FIGURE 3.3 – Taux bruts de sortie de l'état CMO pour le genre féminin estimés par l'estimateur de Hoem

Les graphiques 3.3 et A.2 affichent l'estimation des taux bruts de sortie de l'état CMO respectivement pour le genre féminin et le genre masculin. Ces graphiques permettent de voir que les taux sur les douze premiers mois semblent être plus élevés pour des grandes anciennetés. Les âges et les anciennetés qui présentent peu d'observations sur les graphiques 3.2 et A.1 se voient attribuer des taux dans les graphiques 3.3 et A.2 qui peuvent être considérés comme peu fiables. Il est en effet possible d'observer de fortes variations selon les âges et les anciennetés, ainsi que plusieurs taux estimés à 1. Cela est dû au fait que le calcul de ces taux est fondé sur une quantité faible d'observation ainsi qu'une faible exposition résultant ainsi en une forte volatilité des taux. Afin de pallier ce manque d'informations, l'étude est faite en regroupant les âges en classes. Cette méthode permet d'obtenir une quantité plus conséquente d'information pour les classes d'âge et donc des taux bruts de sortie plus fiables. Cela sera notamment pertinent pour les âges inférieurs à 40 ans qui ne comptent que très peu de sorties.

Les classes d'âge sont créées de sorte à répartir uniformément l'exposition du portefeuille parmi ces classes. Il a été choisi de répartir nos âges selon six classes.

L'exposition totale du portefeuille est calculée, et est divisée par le nombre de classes souhaitées. Le chiffre obtenu est noté $Exposition_{classe}$. Afin d'affecter une classe à chaque ligne d'observation, les données sont classées par ordre croissant de l'âge à la survenance. L'exposition cumulée est alors calculée pour chaque ligne. Le processus d'affectation est le suivant : tant que l'exposition cumulée d'une ligne est inférieure à $Exposition_{classe}$, il n'y a pas de changement de classe. Si l'exposition cumulée est supérieure à $Exposition_{classe}$, la ligne se voit affecter une nouvelle classe. Le processus est répété pour chaque ligne.

Les classes d'âge obtenues sont les suivantes :

- Classes d'âge sur le portefeuille féminin :

[19 – 35], [36 – 43], [44 – 48], [49 – 53], [54 – 57], [58 – 67] ;

— Classes d'âge sur le portefeuille masculin :

[19 – 39], [40 – 45], [46 – 50], [51 – 54], [55 – 57], [58 – 67].

L'exposition au risque et le nombre de sorties obtenus avec ces classes pour le genre féminin sont présentés dans le graphique 3.4.

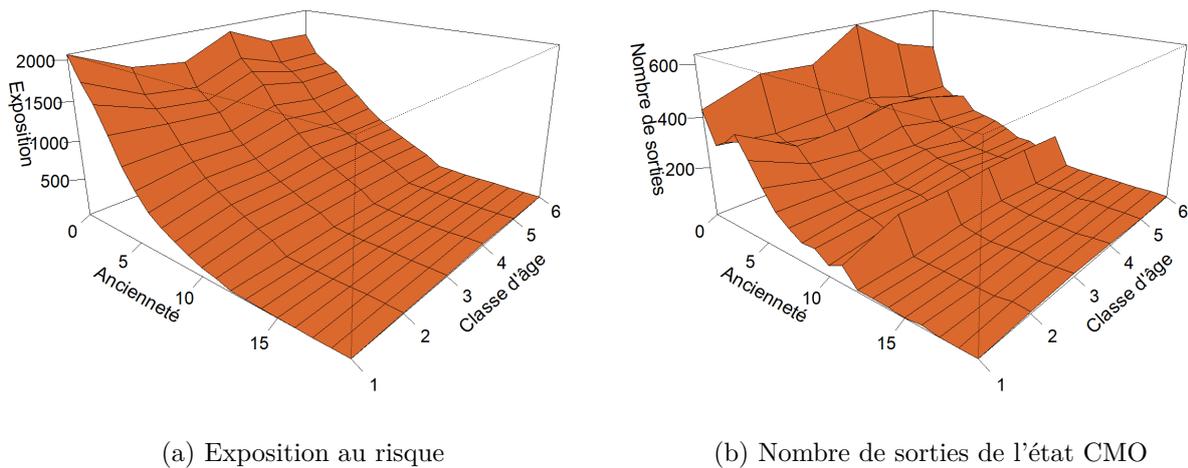


FIGURE 3.4 – Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CMO par classes d'âge pour le genre féminin

Les graphiques présentés dans la figure 3.4 permettent d'observer l'effet du regroupement par classes d'âge sur l'exposition et le nombre de sorties. Ce regroupement a favorisé l'uniformisation de l'exposition au risque et du nombre de sorties. Les taux bruts calculés avec l'estimateur de Hoem seront ainsi plus fiables. Il en est de même pour le regroupement par classes d'âge pour le genre masculin où l'on peut voir des résultats plus uniformes dans le graphique A.3.

Les taux bruts de Hoem pour le genre féminin calculés à partir de ces classes d'âge sont présentés dans la graphique 3.5.

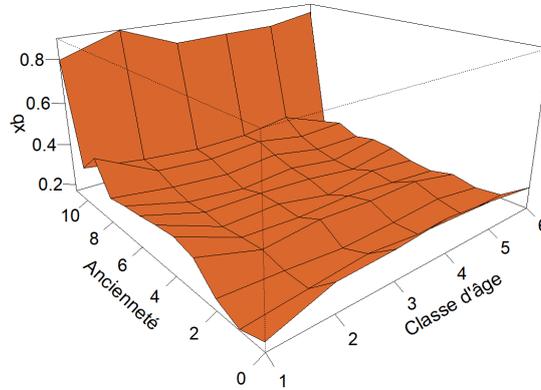


FIGURE 3.5 – Taux bruts de sortie de l'état CMO pour le genre féminin estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem

Le graphique 3.5 permet de voir l'impact du regroupement des âges par classes. Les âges et les anciennetés pour lesquelles il existait une forte variation dans le graphique 3.3 présentent dorénavant des taux plus homogènes. Aucune valeur extrême n'est observée et il est possible de visualiser des tendances de sortie similaires pour toutes les classes d'âge. Ces remarques sont également valables pour les taux bruts de sortie du genre masculin présentés au graphique A.4.

Il est désormais souhaité de calculer les intervalles de confiance asymptotiques afin de quantifier l'incertitude liée aux taux calculés. Il est alors nécessaire de vérifier les conditions énoncées précédemment. Pour rappel, ces conditions sont :

$$\begin{cases} n_{x,t}q_{x,t} > 5 \\ n_{x,t}(1 - q_{x,t}) > 5 \\ n_{x,t} \geq 30 \end{cases}$$

Ces conditions sont respectées pour l'ensemble des anciennetés et ce quelque soit la classe d'âge pour les observations du genre féminin et du genre masculin. Il n'est donc pas nécessaire de réaliser un regroupement en fonction des anciennetés.

Les estimations des taux bruts de sortie et les intervalles de confiance obtenus pour le genre féminin sont présentés dans le graphique 3.6.

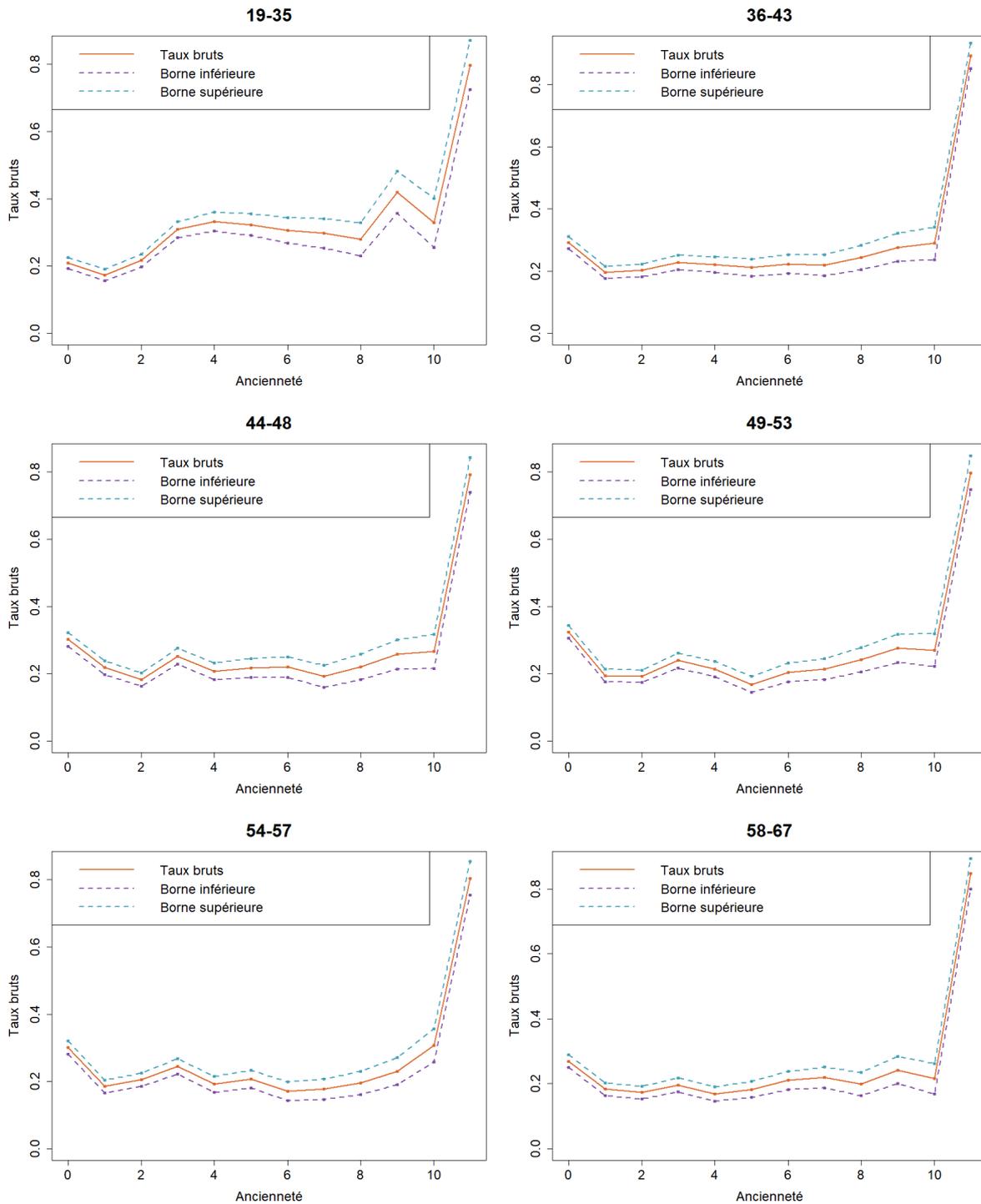


FIGURE 3.6 – Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CMO estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem pour le genre féminin

La figure 3.6 permet d'observer une forte ressemblance entre les probabilités de sorties de CMO des différentes classes d'âge. En effet, mis à part pour la première classe d'âge, il semble qu'il y ait une probabilité de sortie assez importante pour une ancienneté de 0 mois. Cela signifie que beaucoup de congés de maladie ordinaire durent moins d'un mois. Cette observation traduit alors ce qui avait été précédemment observé sur les statistiques du portefeuille, où il avait été noté une concentration de sinistres d'une durée inférieure à un mois assez importante sur le risque CMO. Il est également possible d'observer, et ce pour toutes les classes d'âge, un taux de sortie élevé aux alentours du onzième mois d'ancienneté. Cela semble cohérent puisqu'un agent étant encore en état de CMO après onze mois d'ancienneté, a une très forte probabilité de sortir entre le onzième et le douzième mois de CMO. Enfin, les taux estimés pour la classe d'âge [19 – 36] semblent être bien plus élevés que ceux des autres classes d'âge sur les premiers mois d'ancienneté. Cela traduirait alors des sinistres plus courts pour ces âges.

Enfin, les intervalles de confiance à 95 % semblent assez restreints sur les douze premiers mois d'ancienneté. Il n'est donc pas nécessaire de réduire le nombre de classes d'âge.

Les mêmes remarques peuvent être faites sur les taux bruts estimés pour le genre masculin dont les résultats sont présentés au graphique A.5. Bien que les courbes obtenues pour les deux genres ne présentent pas exactement les mêmes tendances pour chaque classe d'âge, certains points communs sont notables. De la même façon que pour le genre féminin, il semble que la probabilité de sortie pour une ancienneté égale à 0 est élevée, et ce quelle que soit la classe d'âge. Aussi, le pic de sortie pour une ancienneté égale à onze mois reste visible sur les taux bruts de sortie masculins. Ce sont deux points structurants de la loi de maintien puisqu'ils sont visibles quel que soit l'âge et le genre de la personne considérée. Les taux bruts de sortie estimés par l'estimateur de Hoem pour le genre masculin présentent néanmoins plus de variations que les taux bruts de sortie des femmes, et les intervalles de confiance semblent moins restreints que ceux du genre féminin. Cela est notamment dû à un nombre d'observations plus faible sur cette part de la population. Ces intervalles restent néanmoins satisfaisants, il n'est donc pas nécessaire de diminuer le nombre de classes d'âge considéré.

Estimation des taux bruts à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier

L'estimateur de Kaplan-Meier est calculé sur les mêmes classes d'âge que celles utilisées pour le calcul de l'estimateur de Hoem. Les taux bruts obtenus sont présentés dans le graphique 3.7.

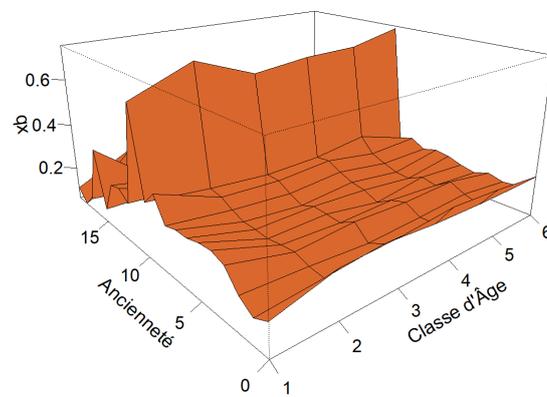


FIGURE 3.7 – Taux bruts de sortie estimés par classes d'âge par l'estimateur de Kaplan-Meier pour le genre féminin

Visuellement, les taux estimés par l'estimateur de Kaplan-Meier présentés dans le graphique 3.7 semblent ressembler à ceux obtenus avec l'estimateur de Hoem présentés au graphique 3.5. Ils présentent en effet les mêmes tendances globales. Il est également possible de visualiser les taux obtenus par classes d'âge. Les taux obtenus sont présentés dans la figure 3.8.

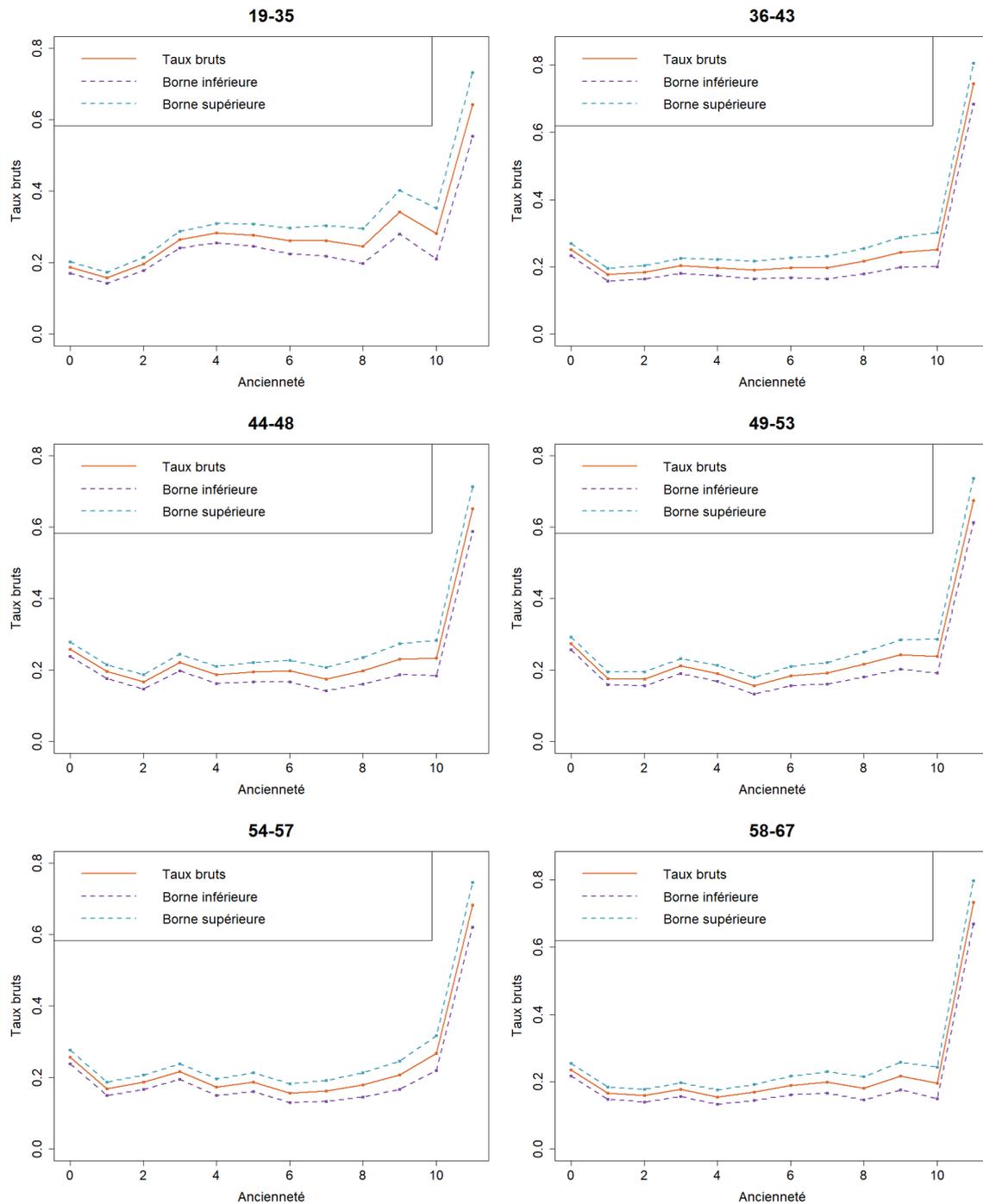
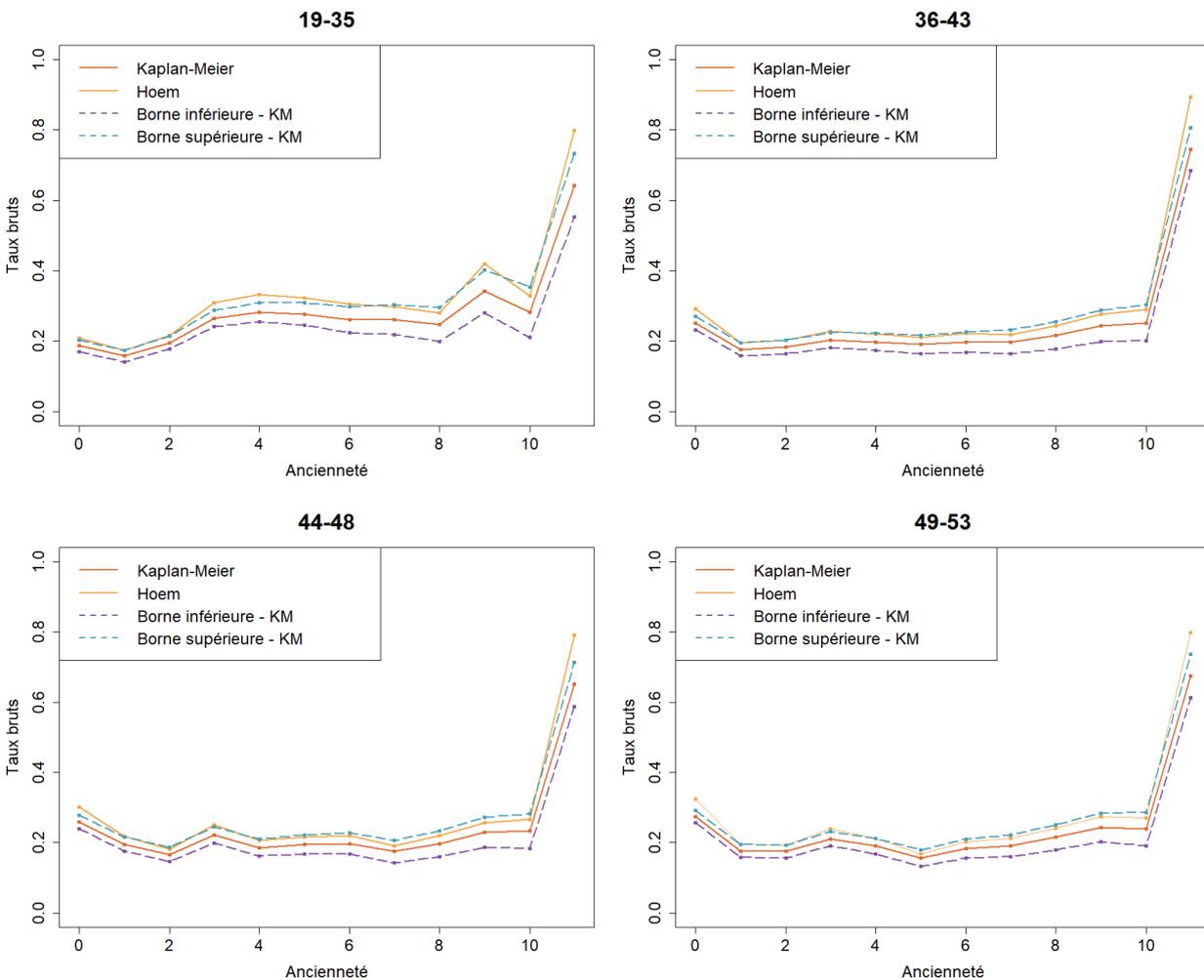


FIGURE 3.8 – Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CMO estimés par classes d'âge par l'estimateur de Kaplan-Meier pour le genre féminin

Les taux par classes d'âge introduits au graphique 3.8 semblent présenter les mêmes tendances que celles affichées par l'estimateur de Hoem au graphique 3.6. Comme cela a été notifié pour les estimateurs de Hoem, il est possible d'apercevoir une probabilité de sortie assez importante pour une ancienneté 0 pour l'ensemble des classes d'âge. L'occurrence du pic extrême de sortie semble coïncider entre les taux estimés par les différentes méthodes. Enfin, il est important de noter que les taux de Hoem semblent légèrement plus élevés que les taux estimés de Kaplan-Meier. Ces remarques sont également valables pour les taux de sortie estimés par Kaplan-Meier présentés au graphique A.6.

Comparaison des taux bruts obtenus

Les résultats précédemment obtenus sont dorénavant présentés afin de comparer les résultats obtenus avec les deux méthodes pour le genre féminin. Les taux sont comparés à classes d'âge et à ancienneté équivalente dans la figure 3.9.



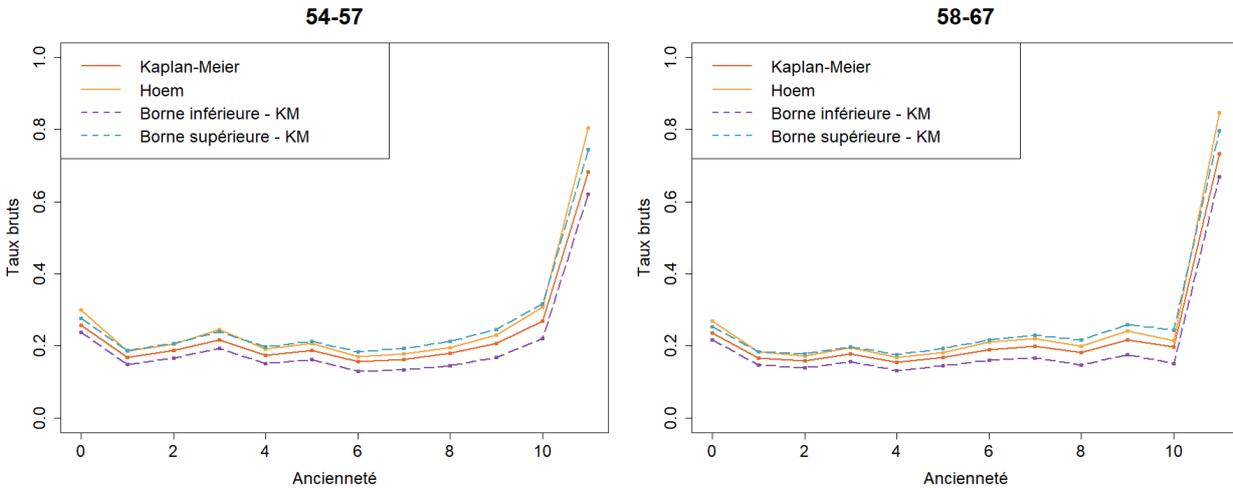


FIGURE 3.9 – Comparaison des taux bruts de sortie de CMO du genre féminin obtenus par l'estimateur de Kaplan-Meier et par l'estimateur de Hoem pour chaque classe d'âge

Dans ce mémoire, il a été décidé de comparer le position des taux bruts obtenus avec l'estimateur de Hoem par rapport à la position des taux bruts et de l'intervalle de confiance de l'estimateur de Kaplan-Meier. L'inverse aurait également pu être fait puisque les conclusions tirées de la comparaison des taux des deux estimateurs sont les mêmes.

Les graphiques obtenus en 3.9 montrent que les taux prédits avec l'estimateur de Hoem et l'estimateur de Kaplan-Meier sont très proches pour l'ensemble des classes d'âge et l'ensemble des anciennetés. La grande majorité des taux bruts calculés par l'estimateur de Hoem se trouvent à l'intérieur de l'intervalle de confiance de Kaplan-Meier, ce qui permet de valider partiellement les résultats obtenus. Néanmoins, l'estimateur de Hoem a tendance à estimer des taux de sortie plus élevés que l'estimateur de Kaplan-Meier. Ce phénomène est notamment visible pour chaque classe d'âge aux anciennetés zéro et onze. Cela peut être notamment dû au fait que l'estimateur de Hoem ne prend pas en compte les observations censurées dans son calcul, ce qui intègre un biais dans les résultats.

Les résultats obtenus par les deux modèles étant très proches, le choix du modèle gardé pour la suite se base uniquement sur l'utilisation qui sera faite de ces taux. Ceux-ci seront utilisés afin de tarifier la garantie incapacité. Un assureur tarifant un produit souhaite être compétitif sur le marché tout en restant au plus près du coût réel du risque. Ainsi, les taux conservés pour la tarification présentée au chapitre 4 sont les taux de sortie de l'état CMO obtenus par l'estimateur de Hoem car ceux-ci estiment plus de sorties de l'état CMO, et auront donc un impact à la baisse sur le tarif. Cela est également rendu possible par le fait que les taux estimés par les deux modèles sont très proches, et le choix de l'un ou de l'autre ne devrait pas modifier intrinsèquement la rentabilité de l'assureur, ce qui doit être un point d'attention particulier. Un assureur qui souhaite être plus prudent, notamment dans un cadre de provisionnement, pourra choisir de garder les taux bruts

obtenus avec l'estimateur de Kaplan-Meier, qui estiment un maintien plus long en CMO.

Pour le genre masculin, les mêmes remarques globales peuvent être réalisées. Le graphique A.7 permet d'observer que les taux de Hoem et de Kaplan-Meier semblent proches pour toutes les classes d'âge et toutes les anciennetés. Comme il a été noté précédemment, les taux bruts de Hoem restent néanmoins plus élevés que ceux estimés par Kaplan-Meier. La grande majorité des taux de Hoem sont inclus dans l'intervalle de confiance à 95 % de l'estimateur de Kaplan-Meier, permettant ainsi la validation des taux obtenus avec les deux modèles. Les taux gardés pour la suite de l'étude sont les taux de sortie de Hoem pour les mêmes raisons que celles expliquées pour le genre féminin.

Lissage des taux bruts par la méthode de Whittaker-Henderson

Les taux bruts précédemment obtenus présentent de fortes variations et irrégularités. Il est alors nécessaire de lisser les taux bruts afin d'obtenir une estimation de la loi qui soit la plus représentative de celle-ci et non plus des erreurs de prédictions. Pour rappel, la méthode de lissage de Whittaker-Henderson nécessite le choix de deux paramètres du modèle : h le paramètre permettant de choisir le poids donné au paramètre de régularité de la courbe face au paramètre de fidélité, et z le degré du polynôme auquel sont ajustées les données brutes. I. Aubin et A. Rolland [1] précisent qu'une valeur de z égale à 3 semble adéquate pour lisser les courbes. C'est cette valeur qui est ainsi retenue dans la suite pour le paramètre z . Afin de choisir une valeur optimale pour le paramètre h , il est nécessaire de faire varier ce paramètre et de vérifier si le lissage de la courbe est optimal. Pour ce faire, il a été choisi de réaliser plusieurs lissages de la courbe des taux bruts avec les paramètres de h suivants : 0,001 ; 0,005 ; 0,01 ; 0,05 ; 0,1 ; 0,5 ; 1. L'adéquation de la courbe lissée à la courbe brute sera ensuite testée afin de conclure sur quel paramètre de h est retenu.

Les graphiques présentés dans la figure 3.10 permettent d'observer le lissage de la courbe des taux bruts obtenu pour le genre féminin pour chaque classe d'âge selon la variation du paramètre h du modèle de Whittaker-Henderson.

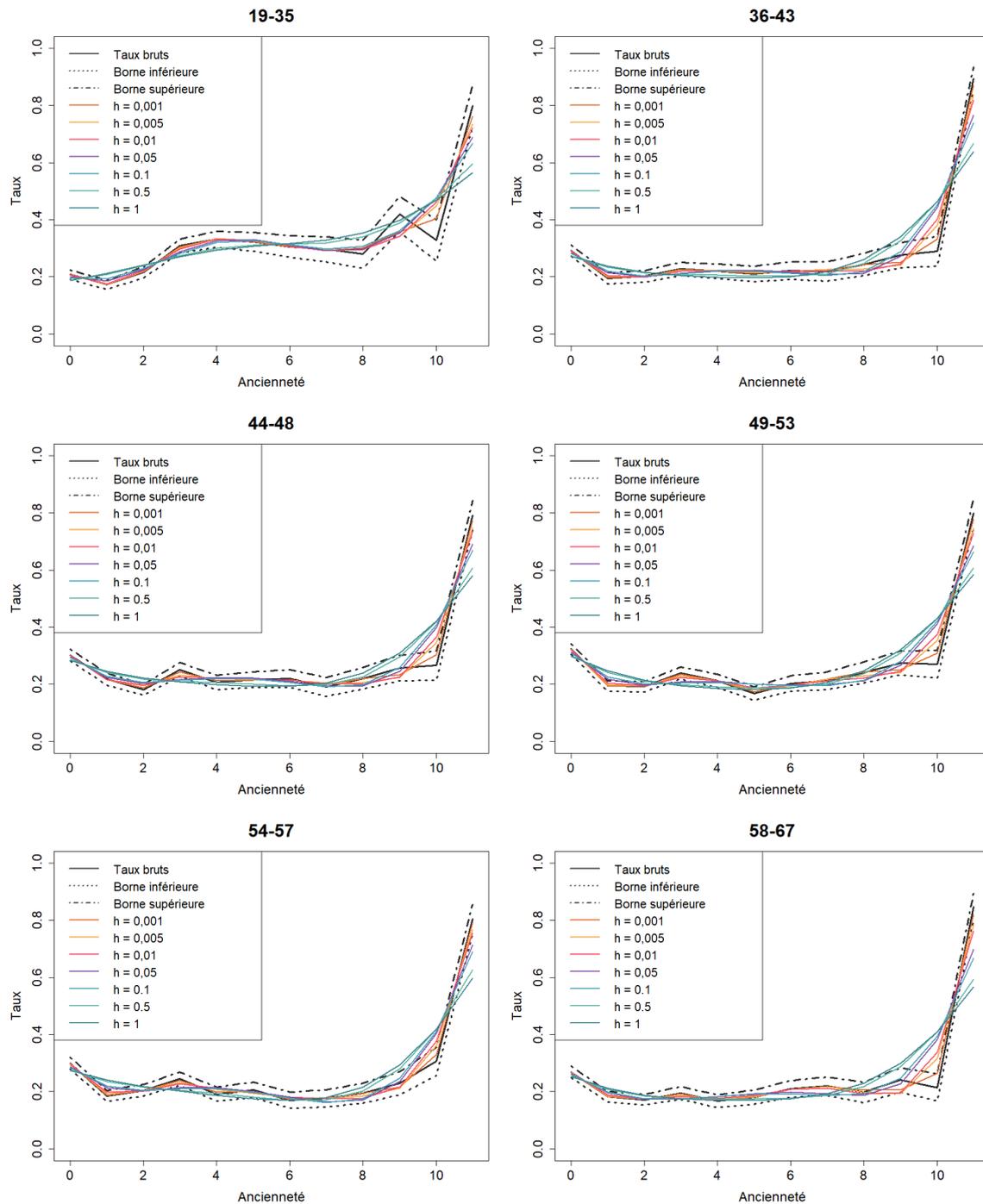


FIGURE 3.10 – Lissage des taux bruts de sortie de CMO féminins par classes d'âge obtenus avec l'estimateur de Hoem à l'aide de Whittaker-Henderson

La courbe des taux bruts présentant une valeur extrême au onzième mois, le lissage ne permet pas, et ce pour toutes les valeurs de h considérées, de rester fidèle à ce taux extrême comme il est observé au graphique 3.10. Le lissage ne semble a priori pas très satisfaisant pour toutes les classes d'âge et pour toutes les valeurs de h considérées. Pour toutes les classes d'âge, les valeurs de h plus élevées ($h=0,5$ et $h=1$) lissent trop la distribution initiale et ne permettent donc pas de rester assez fidèle à celle-ci pour être choisies. Cela est également le cas pour le genre masculin pour lequel le graphique A.8 présente les résultats de lissage avec plusieurs valeurs de h . La valeur de h choisie pour le lissage des taux bruts est déterminée à l'aide des résultats du test d'adéquation du χ^2 et le test des changements de signes.

Le test du χ^2

Classe d'âge	$h = 0,001$	$h = 0,005$	$h = 0,01$	$h = 0,05$	$h = 0,1$	$h = 0,5$	$h = 1$
19-35	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
36-43	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
44-48	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
49-53	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1	H_1	H_1
54-57	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
58-67	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1	H_1	H_1

TABLE 3.1 – Résultats du test du χ^2 pour la validation du lissage des taux bruts de sortie féminins du congé de maladie ordinaire

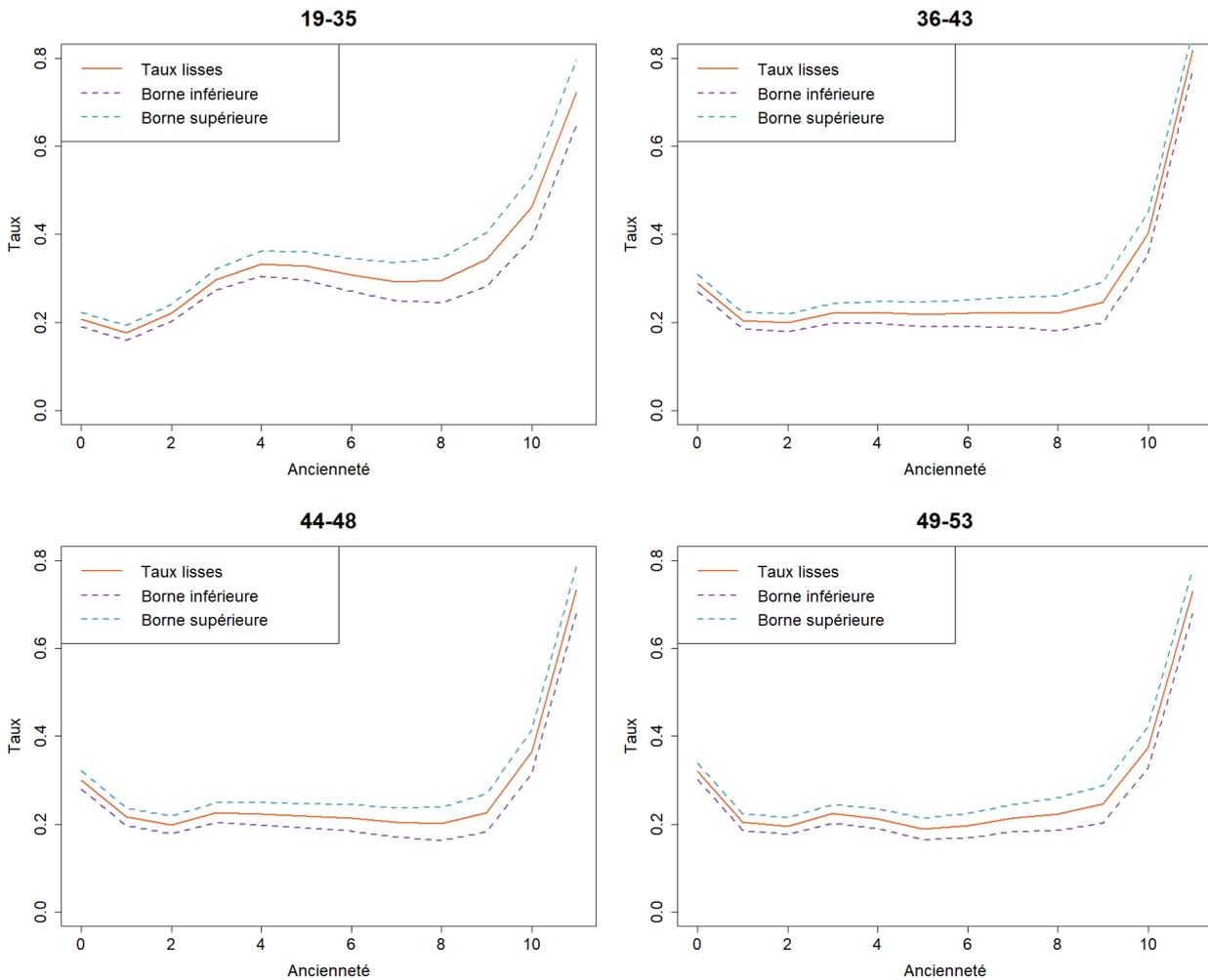
Le test des changements de signes

Classe d'âge	$h = 0,001$	$h = 0,005$	$h = 0,01$	$h = 0,05$	$h = 0,1$	$h = 0,5$	$h = 1$
19-35	H_0						
36-43	H_0						
44-48	H_0						
49-53	H_0						
54-57	H_0						
58-67	H_0						

TABLE 3.2 – Résultats du test des changements de signes pour la validation du lissage des taux bruts de sortie féminins du congé de maladie ordinaire

Les résultats du test d'adéquation du χ^2 présentés au tableau 3.1 et du test des changements de signes présentés au tableau 3.2 permettent de valider plusieurs valeurs du paramètre h selon les classes d'âge. Le lissage ayant pour objectif la suppression des irrégularités, et ayant des valeurs de h assez faibles, il est préférable de choisir la valeur de h la plus élevée parmi celles qui valident les tests. Cela permet d'obtenir un bon compromis entre la régularité de la courbe et la fidélité à la distribution initiale. Le choix de la valeur de h se porte alors sur la valeur la plus élevée ayant validé les deux tests présentés, et ce pour chaque classe d'âge. Le paramètre de h retenu est alors 0,01.

Au vu des résultats obtenus pour la validation du lissage de la courbe des taux du genre masculin présentés dans les tableaux A.1 et A.2, la même valeur de h est retenue pour le lissage afin de garder une cohérence entre les méthodes puisque la table d'expérience finale sera une combinaison linéaire de ces deux tables. La figure 3.11 permet d'observer la courbe des taux lissés pour chaque classe d'âge ainsi que les valeurs des intervalles de confiance à 95 %.



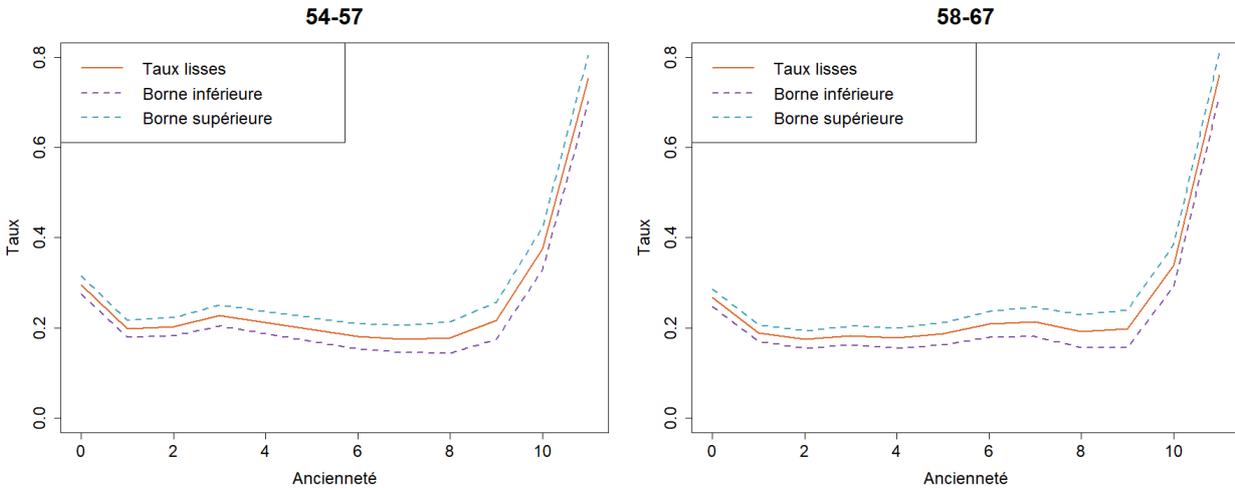


FIGURE 3.11 – Taux de sortie de CMO lissés par Whittaker-Henderson par classes d'âge et intervalles de confiance, pour $h = 0,01$

La méthode de Whittaker-Henderson a ainsi permis d'obtenir des courbes de taux lisses et plus homogènes. La largeur des intervalles de confiance obtenus est satisfaisante, il n'est alors pas nécessaire de réduire le nombre de classes d'âge considérées.

Loi de maintien retenue pour le risque CMO

La création de la loi de maintien en CMO s'est faite à partir de l'estimation du maintien en CMO pour le genre féminin et pour le genre masculin. Cela a été fait de sorte à avoir une loi traduisant au mieux le risque représenté dans la fonction publique territoriale. La loi utilisée pour la tarification sera une loi mixte prenant en compte les deux lois de maintiens obtenues. Soient x l'âge à la survenance, et t l'ancienneté à la survenance. La proportion de femmes dans la fonction publique territoriale est de 61 %, et la proportion d'hommes dans la fonction publique territoriale est de 39 % [2]. La loi mixte est construite selon la formule suivante :

$$\begin{aligned} \text{Probabilité de maintien}_{x,t} = & \text{Probabilité de maintien}_{x,t,\text{Femme}} \times \text{Proportion de femmes} \\ & + \text{Probabilité de maintien}_{x,t,\text{Homme}} \times \text{Proportion d'hommes} \end{aligned}$$

La loi de maintien en CMO finale est observée dans le graphique 3.12.

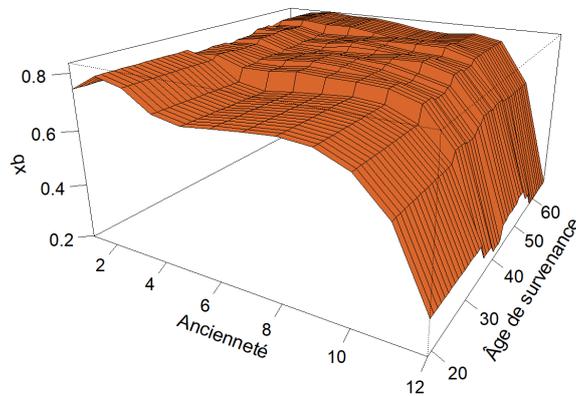


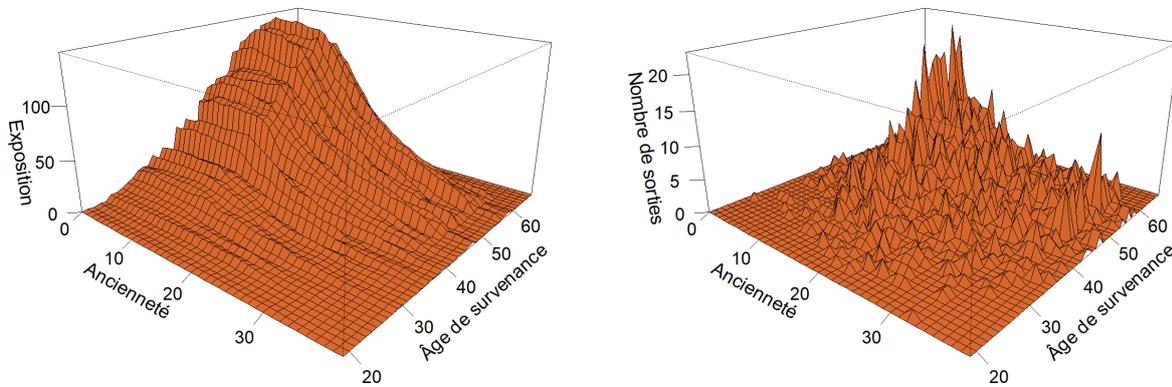
FIGURE 3.12 – Loi de maintien en CMO

3.4.2 Estimation des taux bruts de maintien en CLM

La démarche utilisée dans la création de la table d'expérience de maintien en CMO est réutilisée afin de créer la table d'expérience de maintien en CLM. Les taux de maintien en CLM sont calculés sans réaliser de répartition en fonction du genre dû à un nombre plus limité de données.

Estimation des taux bruts à l'aide de l'estimateur de Hoem

L'exposition au risque, et le nombre de sorties pour le risque CLM sont présentés dans la figure 3.13. Pour rappel, l'ancienneté dans le risque CLM est comprise entre 0 et 36 mois, et l'âge à la survenance est compris entre 18 et 67 ans.



(a) Exposition au risque

(b) Nombre de sorties de l'état CLM

FIGURE 3.13 – Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CLM

Le graphique 3.13a montre que l'exposition au risque CLM est majoritairement observée sur les premiers mois d'ancienneté, traduisant le fait qu'un grand nombre des sinistres CLM observés débutent directement en CLM sans passer par un état CMO. Les âges présentant le plus d'expositions dans l'état sont ceux compris entre 45 et 60 ans, comme pour le risque CMO. Les individus dont l'âge est inférieur à 40 ans présentent une exposition au risque CLM assez faible, et ce pour toutes les anciennetés. Le nombre de sorties de l'état CLM est lui très élevé pendant la deuxième année de CLM et reste également important pendant la troisième année comme le montre le graphique 3.13b. Il est à noter un nombre de sorties assez faible sur la première année. L'ensemble de ces points traduit assez bien la nature du CLM. C'est un congé qui permet la mise à l'arrêt de l'agent CNRACL pour une durée supérieure à un an et inférieure à trois ans. Le nombre de sorties est, comme l'exposition, principalement concentré pour les âges de 45 à 60 ans.

Les taux bruts de sortie obtenus pour l'état CLM sont présentés dans le graphique 3.14.

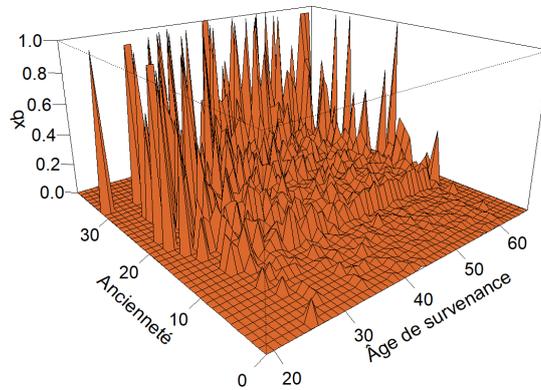


FIGURE 3.14 – Taux bruts de sortie de l'état CLM estimés par l'estimateur de Hoem

Le graphique 3.14 permet de visualiser que la probabilité de sortie de l'état CLM est assez faible sur les premiers mois de l'état. Cela semble assez logique puisque le CMO est l'état indiqué pour les arrêts de courte durée. La probabilité de sortie de cet état croit alors d'année en année : elle est plus élevée en année trois qu'en année deux. Le CLM semble alors durer au moins deux ans pour la plupart des sinistres du portefeuille.

Les graphiques présentés dans la figure 3.13 permettent d'observer des expositions au risque et un nombre de sorties assez faible pour certains âges et ancienneté. Les taux obtenus en sortie en sont directement impactés : ils sont moins robustes puisqu'ils sont basés sur un faible nombre d'observations. Afin d'obtenir des taux de sortie de CLM plus robustes, l'estimateur de Hoem est calculé par classes d'âge. Celles-ci sont construites de la même façon que pour le risque CMO. Les classes d'âge ainsi retenues pour le risque CLM sont les suivantes : $[19 - 39]$, $[40 - 45]$, $[46 - 50]$, $[51 - 54]$, $[55 - 57]$, $[58 - 67]$.

L'exposition au risque et le nombre de sorties obtenus avec ces classes sont présentés dans la figure 3.15. Les taux bruts de sortie sont eux présentés dans la figure 3.16.

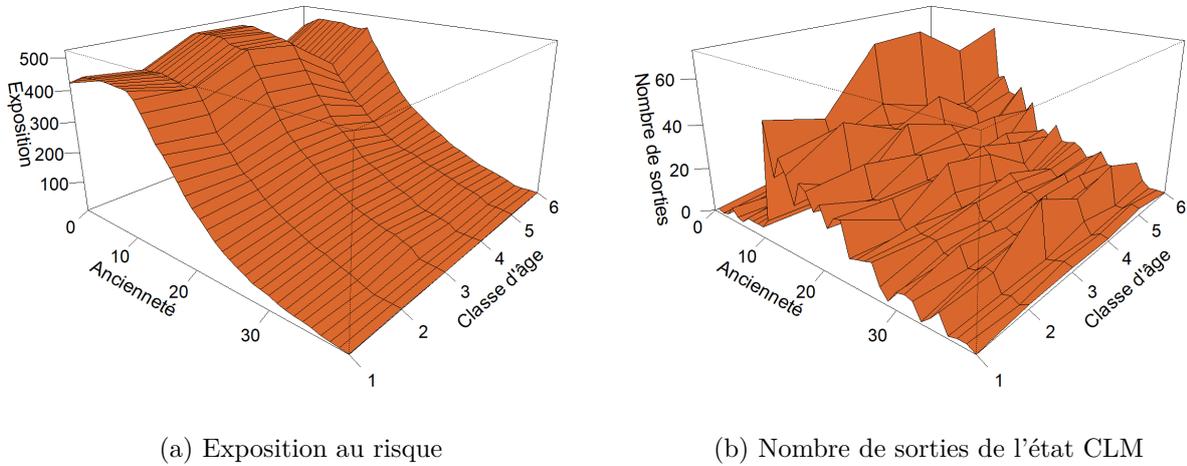


FIGURE 3.15 – Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CLM par classes d'âge

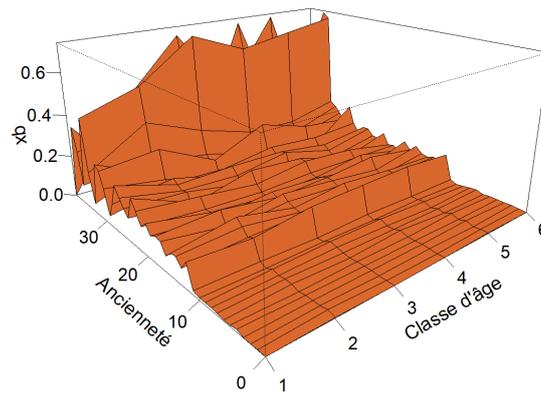


FIGURE 3.16 – Taux bruts de sortie de l'état CLM estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem

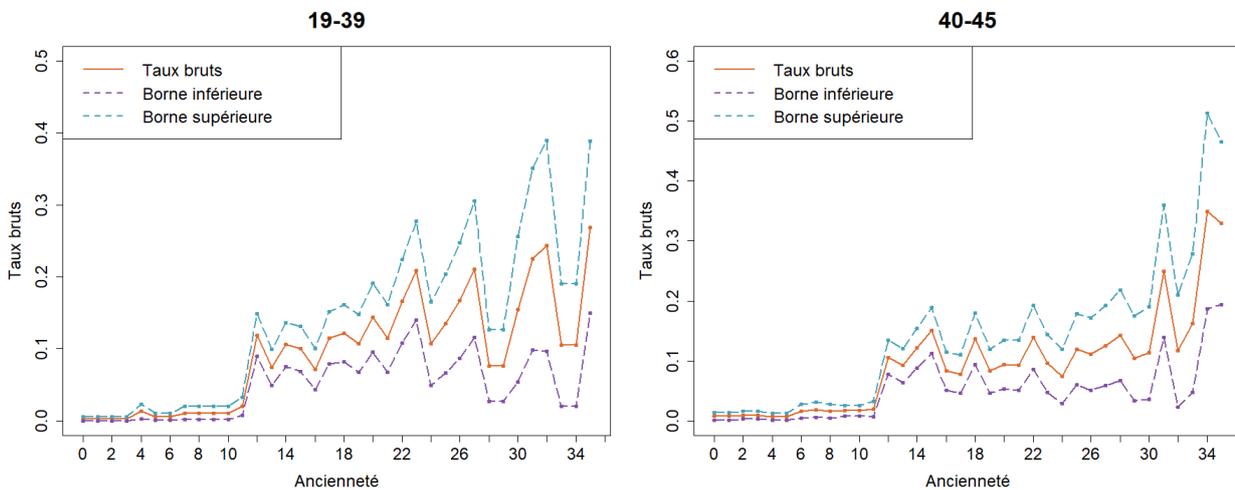
Le calcul des taux en utilisant des classes d'âge permet d'améliorer l'homogénéité des taux obtenus en sortie.

Afin de mesurer l'incertitude liée à ces taux, il est désormais souhaité calculer les intervalles de confiance. Les conditions nécessaires à la création des intervalles de confiance sont alors vérifiées. Celles-ci n'étant pas réunies pour l'ensemble des classes d'âge et l'ensemble des anciennetés, il est nécessaire d'effectuer un regroupement sur les anciennetés. Les classes d'ancienneté sont construites de sorte à ce que l'ensemble des taux par classe d'âge et par classe d'ancienneté respectent les conditions de construction des intervalles de confiance. Ce regroupement est fait manuellement. Les

regroupements d'ancienneté effectués pour chaque classe d'âge du portefeuille sont les suivants :

- **Classe d'âge [19-39]** : [1 :4], 5, [6 :7], 8,9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, [29 :30], 31, 32, 33, [34 :35], 36
- **Classe d'âge [40-45]** : [1 :2], [3 :4], [5 :6], 7, 8, 9, [10 :11], 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36
- **Classe d'âge [46-49]** : [1 :5], [6 :7], 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, [30 :31], 32, 33, 34, 35, 36
- **Classe d'âge [50-53]** : [1 :4], 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, [33 :34], 35, 36
- **Classe d'âge [54-57]** : [1 :5], [6 :7], [8 :9], 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, [24 :25], 26, 27, 28, 29, [30 :31], 32, 33, 34, 35, 36
- **Classe d'âge [58-67]** : [1 :3], [4 :5], [6 :7], 8, 9, [10 :11], 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, [35 :36]

Les estimations des taux bruts de sortie et les intervalles de confiance obtenus sont présentés dans la figure 3.17.



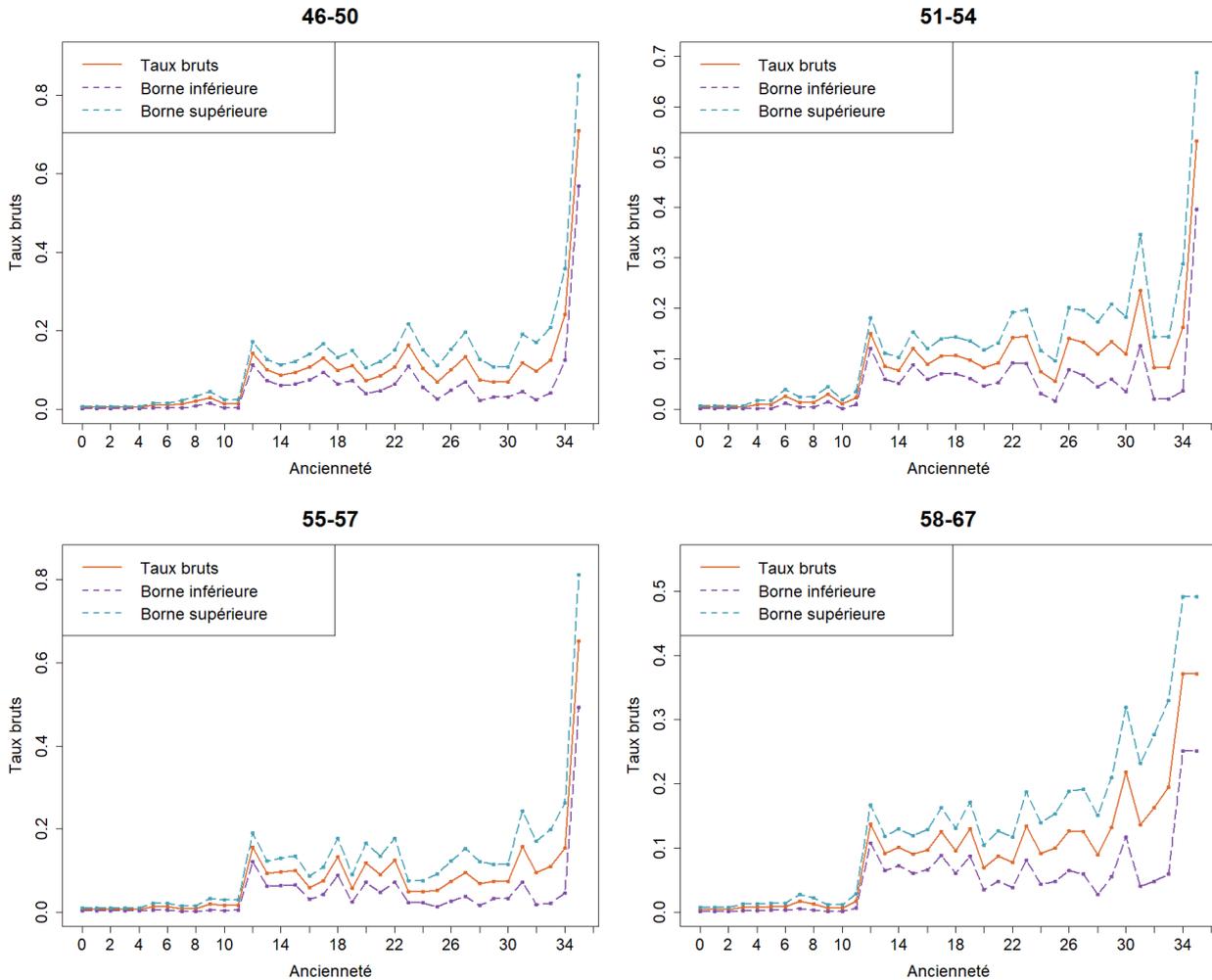


FIGURE 3.17 – Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CLM estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem

Le graphique 3.17 permet de visualiser des points communs à toutes les classes d'âge. Les taux de sortie sur les premières anciennetés sont relativement faibles. Aussi, les taux de sorties restent homogènes et peu élevés sur l'ensemble des anciennetés, étant tous compris entre 0,1 et 0,2. Ces taux ont néanmoins tendance à augmenter avec l'ancienneté. Il est à noter que les intervalles de confiance deviennent également plus larges sur les grandes anciennetés puisqu'il y a moins d'expositions à ces dates, la volatilité associée à ces taux est donc plus grande. Pour les âges compris entre 46 et 67 ans, il est possible d'observer un pic de sortie proche du trente-cinquième mois d'ancienneté dans l'état, durée à laquelle l'agent devrait naturellement sortir de l'état. Les intervalles de confiance obtenus avec six classes d'âge sont satisfaisants.

Estimation des taux bruts à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier

L'estimateur de Kaplan-Meier est calculé sur les mêmes classes d'âge que celles utilisées pour le calcul de l'estimateur de Hoem. Les taux bruts obtenus sont présentés dans le graphique 3.18.

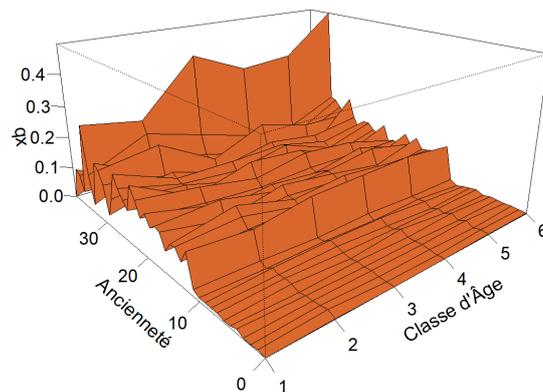
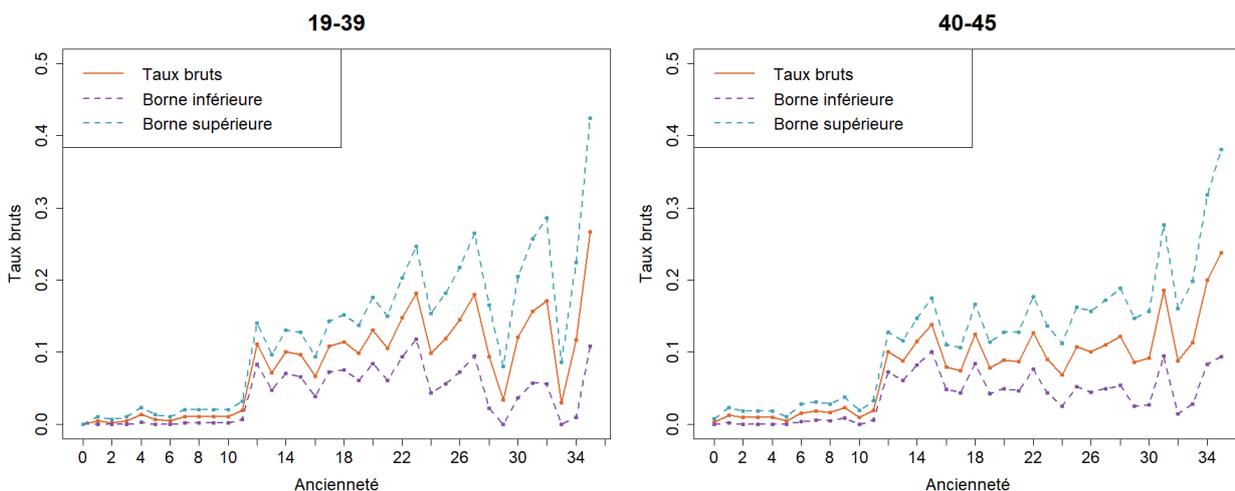


FIGURE 3.18 – Taux bruts de sortie de CLM estimés par l'estimateur de Kaplan-Meier par classes d'âge

Visuellement, les taux estimés par l'estimateur de Kaplan-Meier présentés dans le graphique 3.18 semblent présenter des tendances communes avec les taux trouvés à partir de l'estimateur de Hoem dont les résultats sont présentés dans le graphique 3.17. Il est judicieux de visualiser les taux par classes d'âge et par ancienneté.

L'estimateur de Kaplan-Meier est utilisé afin d'estimer les taux bruts de sortie en utilisant les mêmes classes d'âge définies précédemment. Les taux obtenus sont présentés au graphique 3.19.



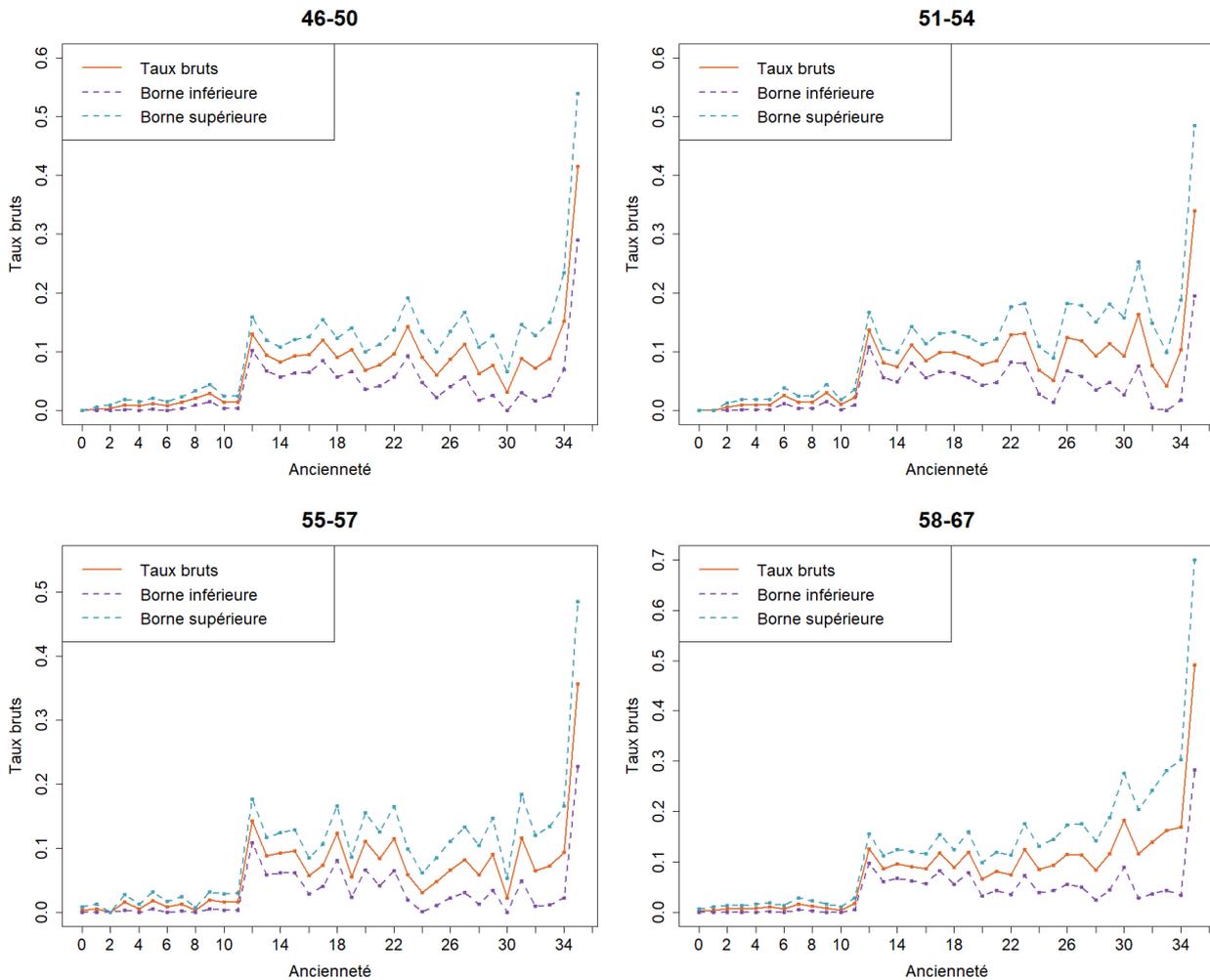
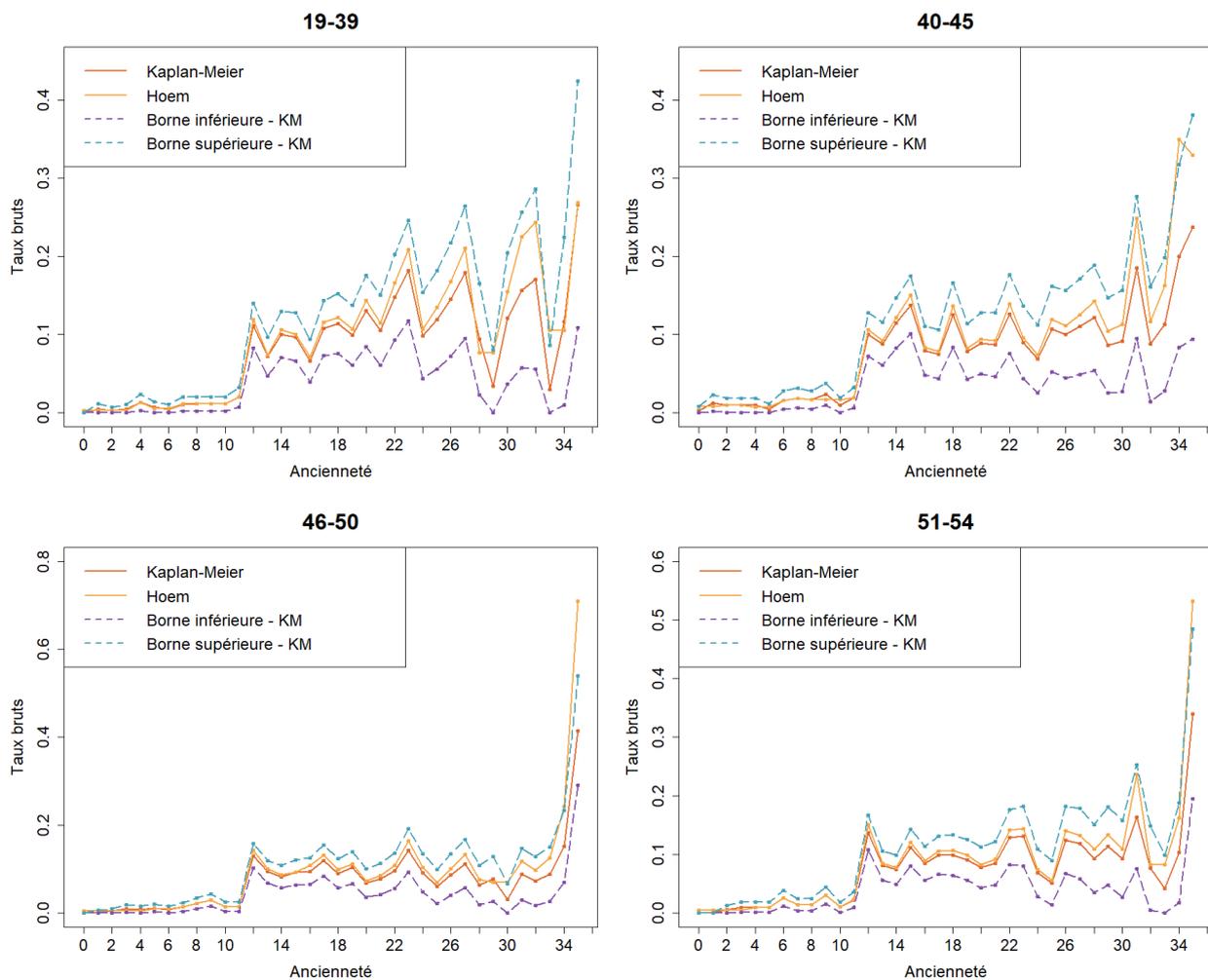


FIGURE 3.19 – Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CLM estimés par l'estimateur de Kaplan-Meier par classes d'âge

Les taux par classes d'âge semblent présenter les mêmes tendances que celles affichées par l'estimateur de Hoem. Le graphique 3.19 montre que sur les âges les plus faibles, aucun pic extrême n'est observé. Les sorties se font de façon assez homogène sur la période de 12 à 24 mois. Néanmoins, les pics de sortie précédemment observés sur les âges moyens ne semblent pas être observés sur les taux estimés par Kaplan-Meier. De façon assez générale, les taux restent dans l'intervalle de valeurs $[0,1-0,2]$, comme pour ceux de l'estimateur de Hoem, et aucune valeur extrême n'est observée sur ces taux.

Comparaison des taux bruts obtenus

Il est désormais nécessaire de comparer les taux obtenus avec les deux modèles d'estimation afin de sélectionner les taux qui seront utilisés par la suite. La comparaison de ces taux présentée au graphique 3.20 est réalisée à classes d'âge et à ancienneté équivalentes.



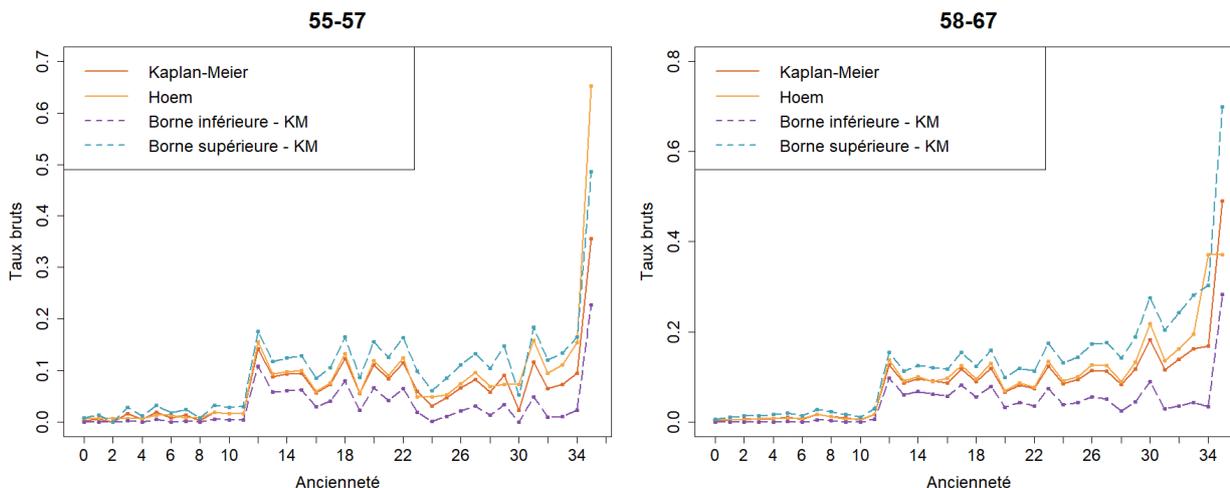


FIGURE 3.20 – Comparaison des taux bruts de sortie de CLM modélisés par l'estimateur de Kaplan-Meier, et par l'estimateur de Hoem pour chaque classe d'âge

La figure 3.20 montre que les taux bruts de Hoem et les taux bruts de Kaplan Meier restent au global assez semblables. Les taux de Hoem sont pour la plupart des anciennetés et des âges contenus dans les intervalles de confiance à 95 % de Kaplan-Meier. Cela permet alors de valider les deux modèles utilisés. Le graphique permet par ailleurs de montrer que les taux les moins précis sont ceux qui présentent également le plus de volatilité dans les intervalles de confiance à savoir les taux de sortie pour une ancienneté proche des 36 mois.

Puisque ce mémoire est réalisé dans l'optique de proposer une tarification des garanties incapacité de travail dans la fonction publique territoriale, il est plus opportun d'adopter une position compétitive sur le marché. Les taux bruts de Hoem étant, bien qu'assez proches de ceux de Kaplan-Meier, plus élevés que ces derniers, ils traduisent une probabilité de sortie de CLM plus élevée. Cela signifie que la probabilité de maintien, trouvée à partir de la probabilité de sortie, est plus faible. Une probabilité de maintien plus faible dans un état permettra de proposer un tarif plus faible aux assurés. Cela reste valable à condition que le résultat technique de l'assureur n'en soit pas impacté. L'assureur reste libre de choisir les taux obtenus avec l'estimateur de Kaplan-Meier afin d'adopter une position plus prudente, qui aurait été par ailleurs celle utilisée dans le cadre du provisionnement.

Lissage des taux bruts par la méthode de Whittaker-Henderson

Les taux bruts précédemment obtenus présentent de fortes variations et irrégularités. Il est alors nécessaire de lisser les taux bruts afin d'obtenir une estimation de la loi qui soit la plus représentative de celle-ci et non plus des erreurs de prédictions. La valeur de z est fixée de la même façon qu'auparavant. Il est alors nécessaire de trouver la valeur du paramètre h qui soit optimale pour le lissage des taux bruts de Hoem. Les graphiques présentés dans la figure 3.21 permettent d'observer le lissage de la courbe des taux bruts obtenu pour chaque classe d'âge selon la variation du paramètre h du modèle de Whittaker-Henderson.

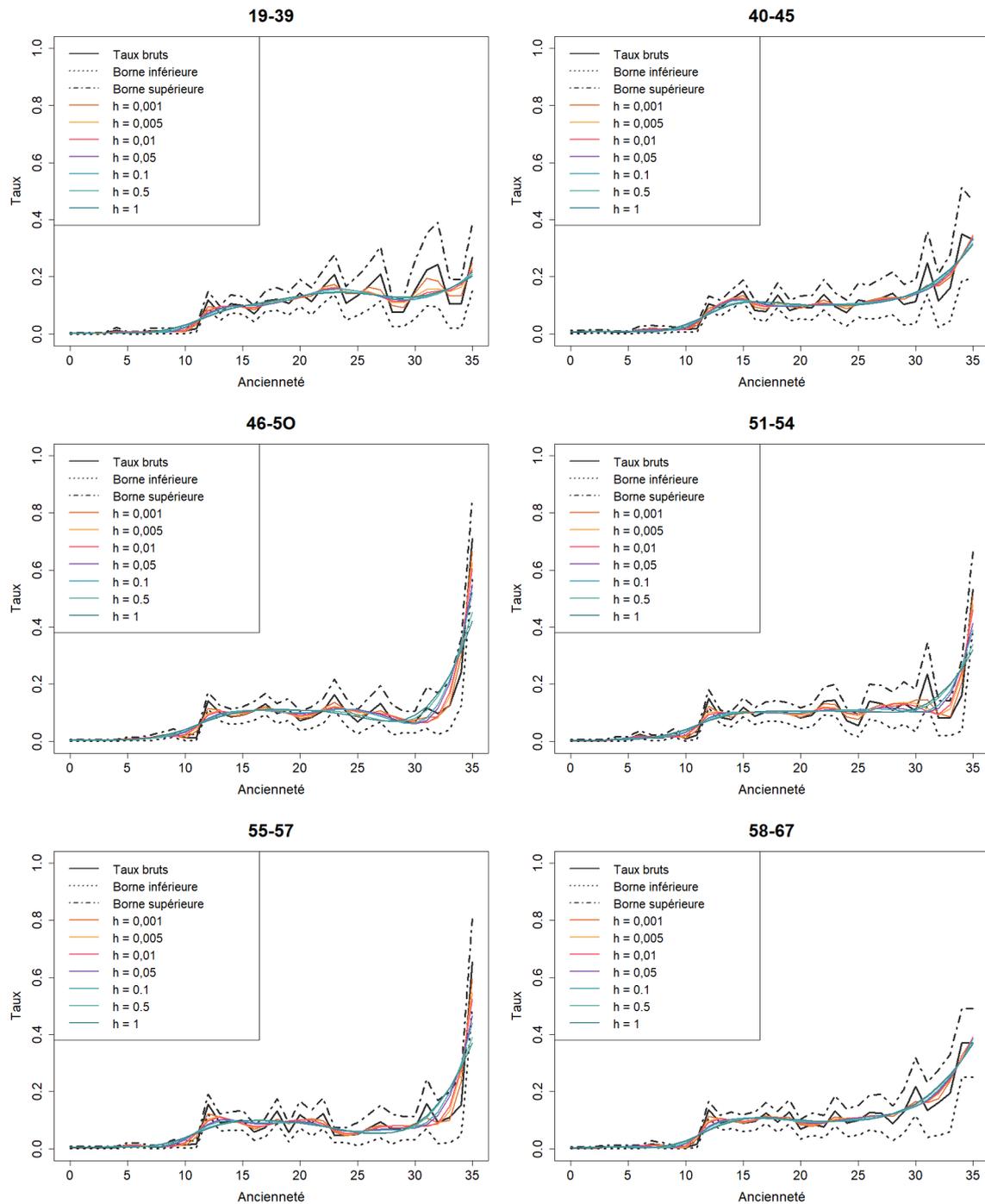


FIGURE 3.21 – Lissage des taux bruts de sortie de CLM par classes d'âge obtenus avec l'estimateur de Hoem à l'aide de Whittaker-Henderson

Le graphique 3.21 permet de visualiser le lissage des courbes selon différentes valeurs du paramètre h . Les taux bruts de sortie pour les âges inférieurs à 45 ans et ceux supérieurs à 58 ans ne présentant pas de réel pic de valeur, le lissage semble satisfaisant pour toutes les valeurs de h présentées. Les tests de validations définiront alors quelle doit être la valeur retenue pour permettre un bon lissage tout en ne s'éloignant pas de la distribution initiale. Pour les classes d'âge présentant un pic d'occurrence proche de l'ancienneté de 36 mois, le lissage peut paraître moins satisfaisant puisqu'il n'est pas possible de lisser ce pic tout en restant fidèle à la distribution initiale. Les valeurs du paramètre h les plus élevées (0,05 ; 0,1 ; 0,5 ; 1) ne semblent par ailleurs pas optimales pour le lissage, car elles lisent trop la courbe sur les dernières anciennetés. Il est désormais nécessaire de réaliser les tests de validation du lissage afin de définir la valeur du paramètre h la plus adaptée pour le lissage des taux bruts de sortie de CLM.

Le test du χ^2

Classe d'âge	$h = 0,001$	$h = 0,005$	$h = 0,01$	$h = 0,05$	$h = 0,1$	$h = 0,5$	$h = 1$
19-35	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0
36-43	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0
44-48	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1
49-53	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
54-57	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1
58-67	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1

TABLE 3.3 – Résultats du test du χ^2 pour la validation du lissage des taux bruts de sortie du congé de longue maladie

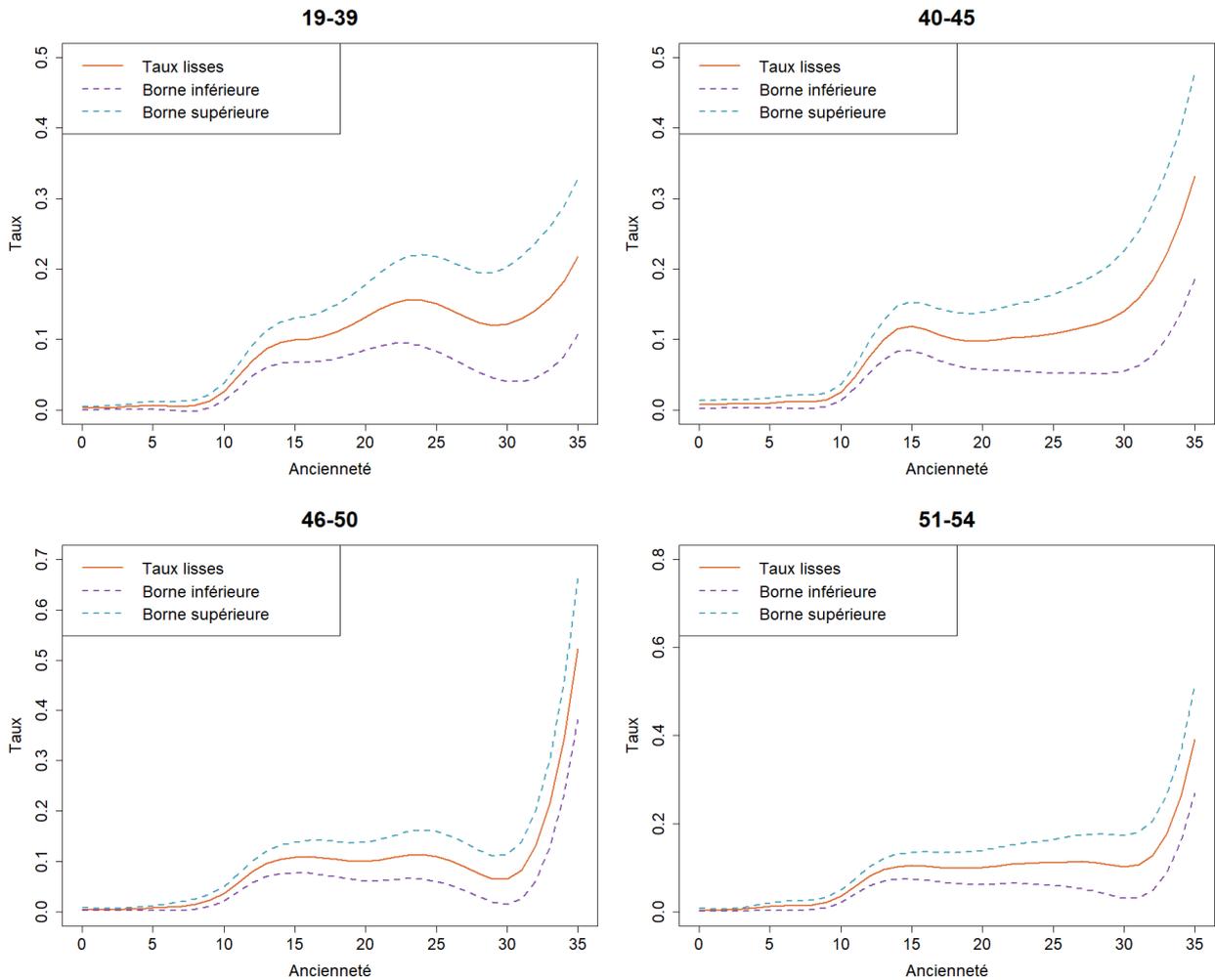
Le test des changements de signes

Classe d'âge	$h = 0,001$	$h = 0,005$	$h = 0,01$	$h = 0,05$	$h = 0,1$	$h = 0,5$	$h = 1$
19-35	H_0						
36-43	H_0						
44-48	H_0						
49-53	H_0						
54-57	H_0						
58-67	H_0						

TABLE 3.4 – Résultats du test des changements de signes pour la validation du lissage des taux bruts du congé de longue maladie

Les tables 3.3 et 3.4 présentent les résultats des tests statistiques réalisés. La validation du lissage par le test d'adéquation du χ^2 et par le test des changements de signes a permis de valider plusieurs valeurs du paramètre h . L'objectif premier du lissage est de diminuer ou éventuellement d'effacer les irrégularités de la courbe de taux bruts obtenue. Une valeur du paramètre h plus grande permet alors d'augmenter la régularité de la courbe. Dans notre cas, la fidélité à la courbe restera

dominante puisque la valeur du paramètre h restera inférieure à 1, quel que soit le choix retenu pour cette valeur. Ainsi, la valeur retenue pour h est la plus grande parmi les choix possibles : 0,001; 0,005; 0,01; 0,05; 0,1. Les taux obtenus par classes d'âge en réalisant le lissage avec le paramètre $h = 0,1$ retenu sont présentés dans le graphique 3.22.



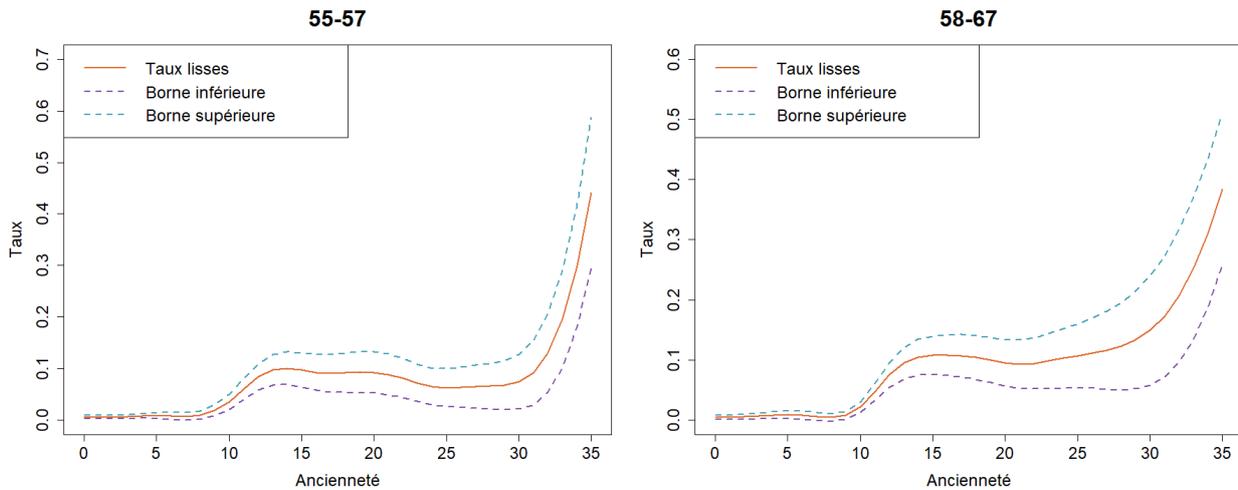


FIGURE 3.22 – Taux de sortie de CLM lissés par Whittaker-Henderson par classes d'âge et intervalles de confiance, pour $h = 0,1$

Les taux lisses présentés au graphique 3.22 traduisent d'une façon plus régulière et homogène ce qui a été introduit au début de ce paragraphe. Les taux de sortie de l'état CLM estimés sont très faibles sur les premiers mois d'ancienneté, et ce pour toutes les classes d'âge. Les sorties semblent se faire de façon constante pour les anciennetés de 12 à 24 mois. La dernière année de CLM observe des taux de sorties plus élevés, ce qui semble logique puisque la sortie définitive de l'état doit être observée avant les trois ans d'ancienneté. Les intervalles de confiance associés aux taux retenus sont également satisfaisant.

Loi de maintien retenue pour le risque CLM

La loi de maintien en CLM finale est observée dans le graphique 3.23.

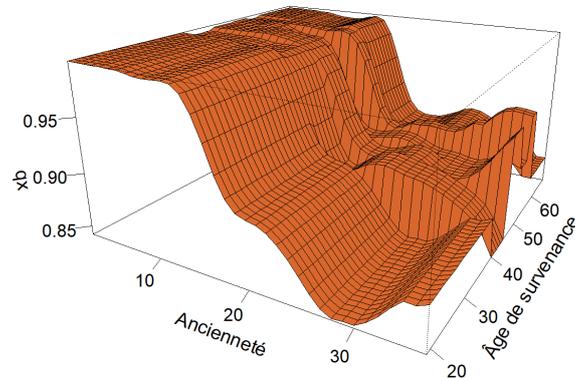


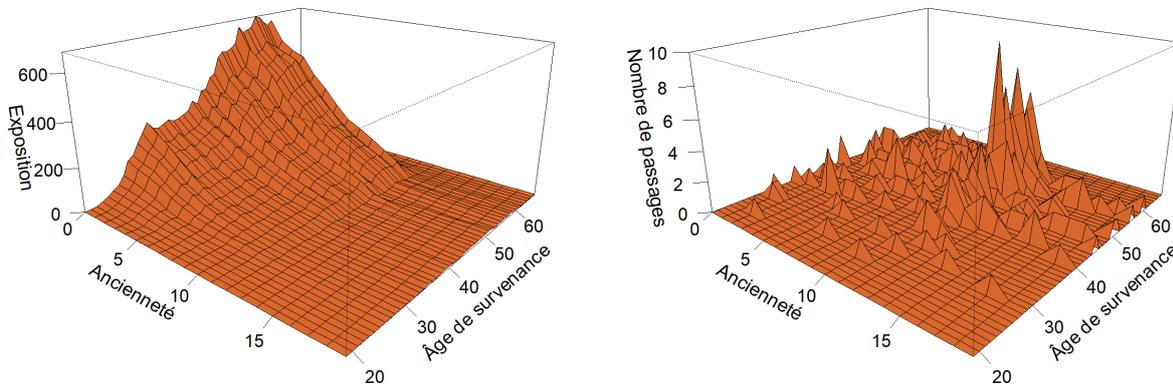
FIGURE 3.23 – Loi de maintien en CLM

3.4.3 Estimation des taux bruts de passage de l'état CMO vers l'état CLM

En raison du faible nombre de passages constatés de l'état CMO vers l'état CLM sur la base d'étude, l'estimation des taux bruts de passage entre l'état CMO et l'état CLM se fera sans distinction de genre. De plus, seul l'estimateur de Hoem sera utilisé.

Estimation des taux bruts à l'aide de l'estimateur de Hoem

L'exposition au risque, et le nombre de passages entre le risque CMO et CLM sont présentés dans la figure 3.24. Pour rappel, l'ancienneté dans le risque CMO est comprise entre 0 et 12 mois, et l'âge à la survenance est compris entre 18 et 67 ans.



(a) Exposition au risque

(b) Nombre de passages entre les états CMO et CLM

FIGURE 3.24 – Exposition au risque et nombre de passages entre l'état CMO et CLM

Le graphique 3.24a montre que l'exposition au passage entre les états CMO et CLM est concentrée sur les douze premiers mois après la survenance du sinistre. Cela est en accord avec la définition de ces risques puisque le risque CMO est limité à une durée de douze mois. Aussi, l'exposition est principalement concentrée sur les âges compris entre 45 et 60 ans. Le passage vers un état plus grave se fait alors pendant la durée du CMO. Le nombre de passages entre les deux états présenté dans le graphique 3.24b est lui également concentré sur les douze premiers mois. De la même façon, il est possible d'observer un plus grand nombre de passages pour les âges compris entre 50 et 60 ans.

Les premières estimations des taux bruts de passage de l'état CMO vers l'état CLM sont présentés au graphique 3.25.

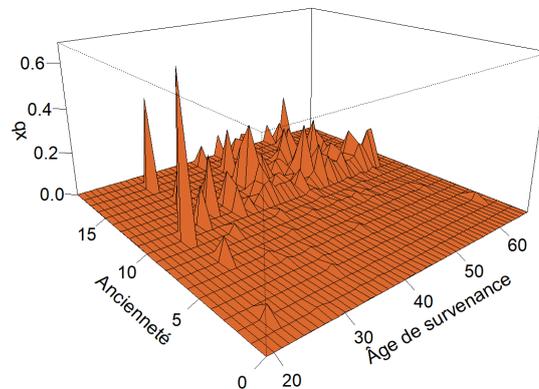


FIGURE 3.25 – Taux bruts de passage de l'état CMO vers l'état CLM estimés par l'estimateur de Hoem

Les taux obtenus dans le graphique 3.25 sont peu fiables dû à une insuffisance dans la quantité de données disponibles pour l'étude. En effet, pour plusieurs anciennetés et pour plusieurs âges, les taux sont calculés sur un faible nombre d'observations. Les taux calculés présentant alors une grande volatilité. Ainsi, des classes d'âge sont créées en suivant la même méthode que celle expliquée lors de la création de la table d'expérience de maintien en CMO. Les classes d'âge obtenues sont les suivantes : $[19 - 41]$, $[42 - 46]$, $[47 - 50]$, $[51 - 53]$, $[54 - 56]$, $[57 - 67]$.

L'exposition au risque, le nombre de passages de l'état CMO vers l'état CLM et les taux bruts de passages obtenus par classes d'âge sont présentés dans les graphiques 3.26 et 3.27.

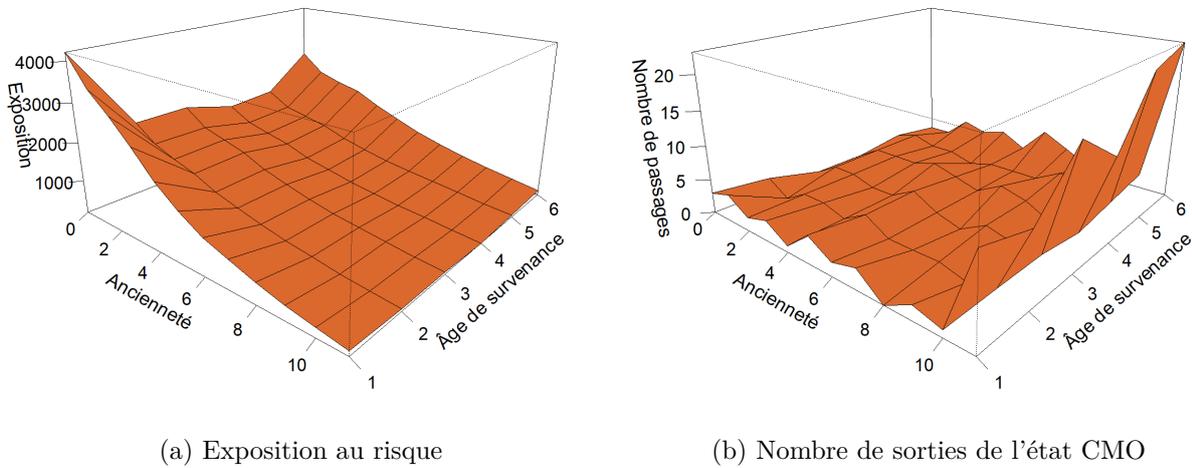


FIGURE 3.26 – Exposition au risque et nombre de passages de l'état CMO vers l'état CLM par classes d'âge

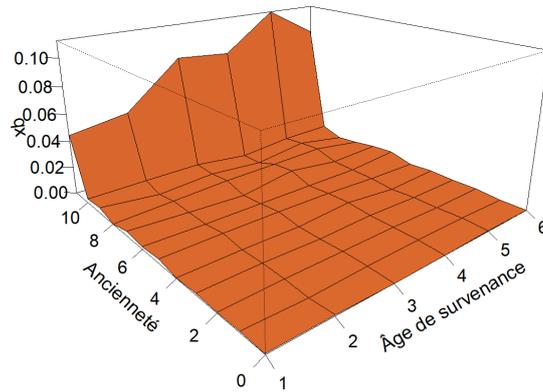


FIGURE 3.27 – Taux bruts de passage de l'état CMO vers l'état CLM estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem

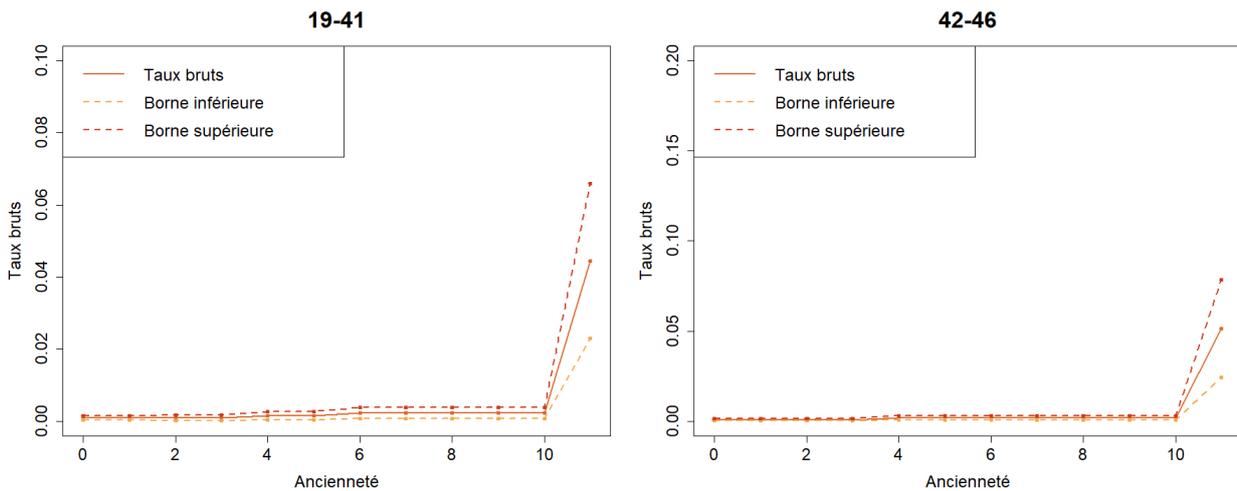
Cette méthode permet une fois de plus d'obtenir une exposition et un nombre de passages entre les états plus homogène entre les différentes classes comme cela peut être observé dans le graphique 3.26. Les taux bruts calculés et présentés dans le graphique 3.27 sont alors plus fiables.

Il est désormais souhaité de calculer les intervalles de confiance asymptotiques afin de quantifier l'incertitude liée aux taux calculés. Les conditions pour la création des intervalles de confiance ne sont pas validées pour toutes les classes d'âge et toutes les anciennetés. Des regroupements par ancienneté sont alors réalisés, en appliquant la même méthodologie que celle utilisée pour les taux

CLM. Les classes d'ancienneté retenues sont les suivantes :

- **Classe d'âge [19-41]** : [1 :2], [3 :4], [5 :6], [7 :11], 12
- **Classe d'âge [42-46]** : [1 :4], [5 :11], 12
- **Classe d'âge [47-50]** : [1 :4], [5 :11], 12
- **Classe d'âge [51-53]** : [1 :4], [5 :6], [7 :11], 12
- **Classe d'âge [54-56]** : [1 :5], [6 :11], 12
- **Classe d'âge [57-67]** : [1 :6], 7, [8 :11], 12

Les estimations des taux bruts de passage de l'état CMO vers l'état CLM et les intervalles de confiance obtenus sont présentés dans le graphique 3.28.



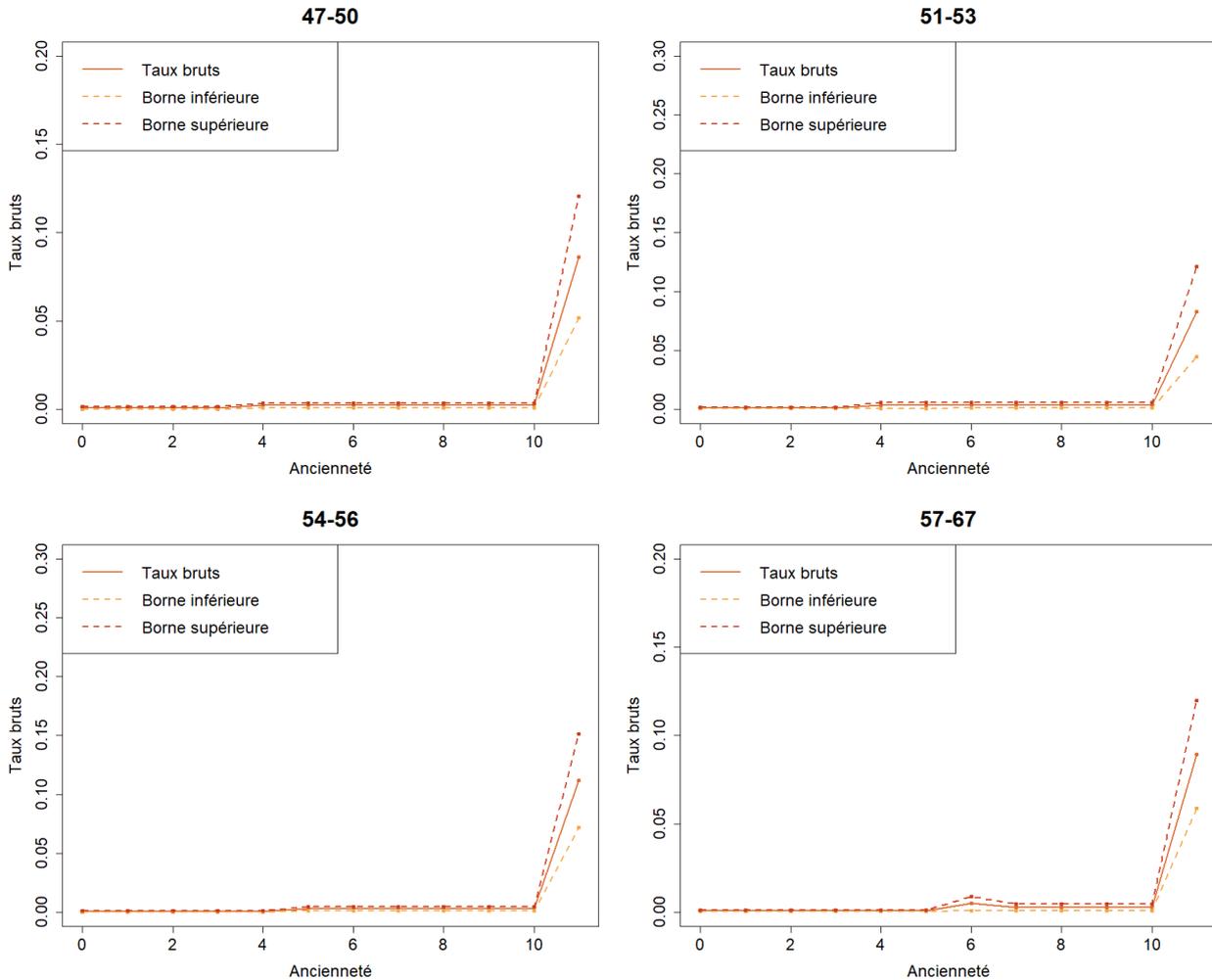


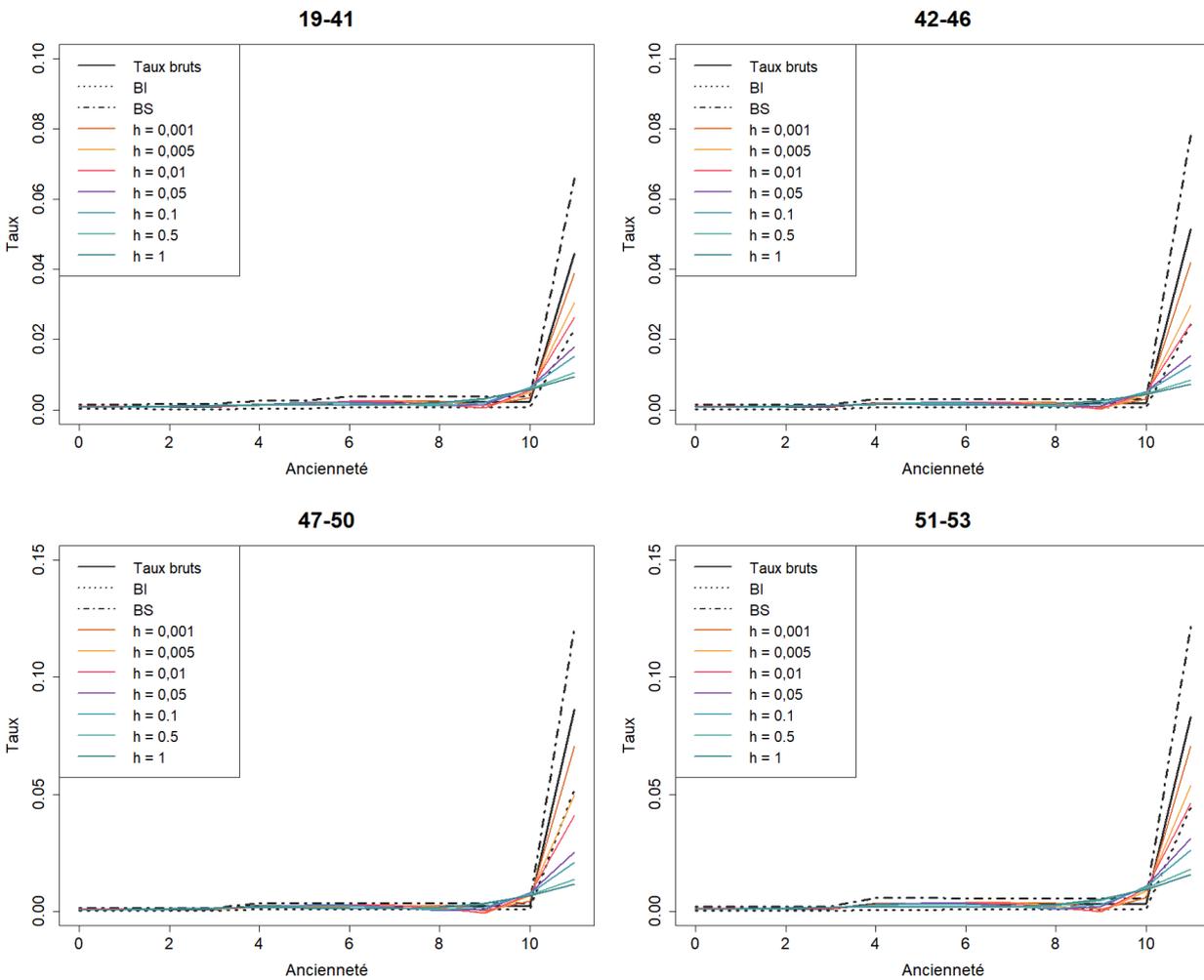
FIGURE 3.28 – Taux bruts de passage et intervalles de confiance de l'état CMO vers l'état CLM estimés par l'estimateur de Hoem par classes d'âge

Plusieurs remarques peuvent être faites à l'observation des taux obtenus par classes d'âge et d'ancienneté. Premièrement, il est possible d'observer que pour l'ensemble des classes d'âge, les taux de passage de l'état CMO vers l'état CLM sont très faibles pour l'ensemble des anciennetés. Il y a donc un nombre très faible de passages d'une maladie ordinaire vers une maladie plus grave sur les premières anciennetés de l'arrêt. Cela peut sembler logique puisque si le sinistre passe directement vers un état plus grave, alors il aurait dû entrer dans cet état dès la survenance de l'arrêt. Ensuite, les graphiques de la figure 3.28 permettent de constater une probabilité plus élevée de passage à partir du onzième mois d'ancienneté. Ainsi, il semble assez rare que le passage de l'état CMO vers l'état CLM se fasse avant cette date. Cela peut être expliqué par le fait que, lors de la visite médicale avec le conseil médical au sixième mois d'arrêt, le conseil médical n'estime pas que l'état de santé de l'agent soit assez grave pour passer dans un état CLM dès le sixième mois. Le CMO est alors

reconduit pour six mois de plus dans l'espoir que l'état de santé de l'agent s'améliore sur cette durée et qu'il redevienne apte à son travail. L'état de santé de l'agent ne s'améliorant pas, son passage en CLM se fait proche de la fin de son congé de maladie ordinaire. Les probabilités restent dans leur ensemble assez faibles, caractérisant alors un nombre faible de passages entre les états CMO et CLM.

Lissage des taux bruts par la méthode de Whittaker-Henderson

Les taux bruts précédemment obtenus présentent des irrégularités. Il est alors nécessaire de lisser les taux bruts afin d'obtenir une estimation de la loi qui soit la plus représentative de celle-ci et non plus des erreurs de prédictions. La figure 3.29 présente le lissage de la courbe des taux bruts obtenu pour chaque classe d'âge selon la variation du paramètre h du modèle de Whittaker-Henderson.



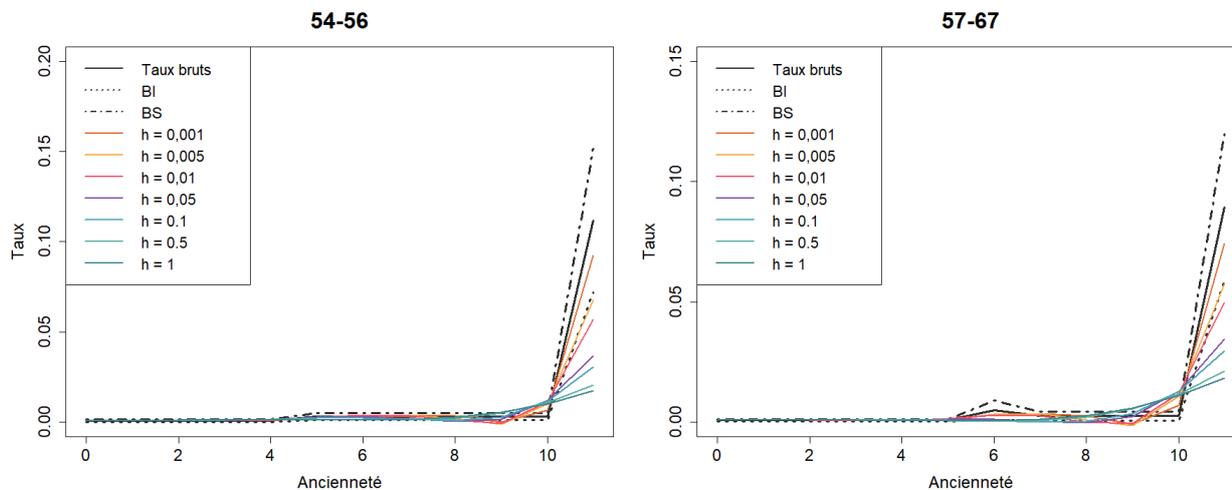


FIGURE 3.29 – Lissage des taux bruts de passage de CMO à CLM par classes d'âge obtenus avec l'estimateur de Hoem à l'aide de Whittaker-Henderson

Le test du χ^2

Classe d'âge	$h = 0,001$	$h = 0,005$	$h = 0,01$	$h = 0,05$	$h = 0,1$	$h = 0,5$	$h = 1$
19-41	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
42-46	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
47-50	H_0	H_1	H_1	H_1	H_1	H_1	H_1
51-53	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1	H_1	H_1
54-56	H_0	H_1	H_1	H_1	H_1	H_1	H_1
57-67	H_0	H_1	H_1	H_1	H_1	H_1	H_1

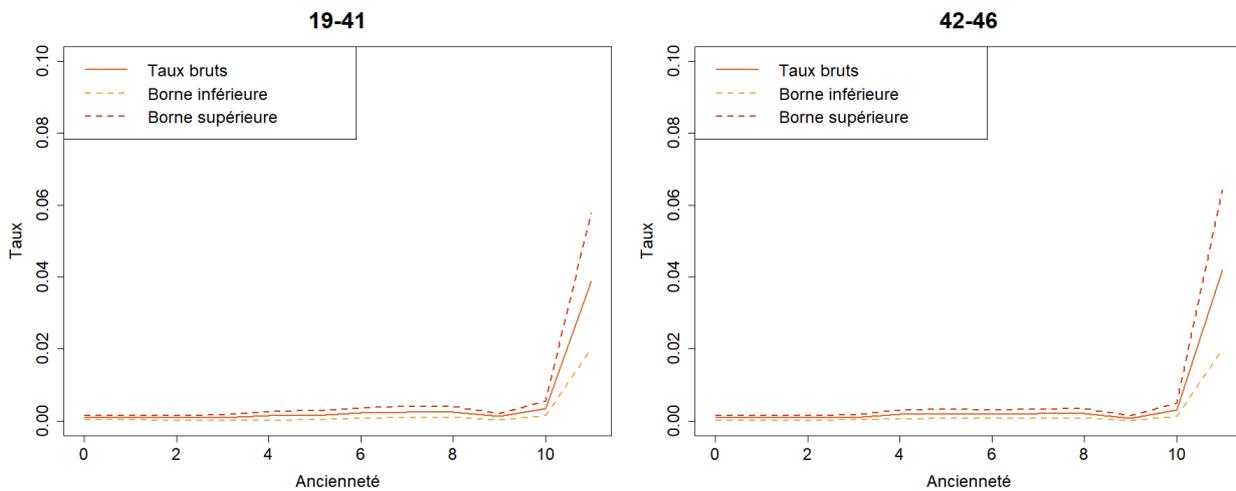
TABLE 3.5 – Résultats du test du χ^2 pour la validation du lissage des taux bruts de passage du congé de maladie ordinaire vers le congé de longue maladie

Le test des changements de signes

Classe d'âge	$h = 0,001$	$h = 0,005$	$h = 0,01$	$h = 0,05$	$h = 0,1$	$h = 0,5$	$h = 1$
19-41							H_0
42-46							H_0
47-50							H_0
51-53							H_0
54-56							H_0
57-67							H_0

TABLE 3.6 – Résultats du test des changements de signes pour la validation du lissage des taux bruts de passage du congé de maladie ordinaire vers le congé de longue maladie

De la même façon que pour les lois de maintien en CMO et en CLM, il est souhaité de choisir une valeur de h qui permette de trouver un équilibre entre la fidélité à la courbe initiale et la régularité de la courbe lissée. Ainsi, la valeur du paramètre h choisie doit être la plus élevée parmi les choix possibles, et valider l'ensemble des tests de validation du lissage dont les résultats sont présentés dans les tableaux 3.5 et 3.6. La valeur du paramètre h retenue pour le lissage par la méthode de Whittaker-Henderson est $h = 0,001$. Les taux lisses ainsi que les intervalles de confiance lissés avec ce paramètre sont présentés dans la figure 3.30.



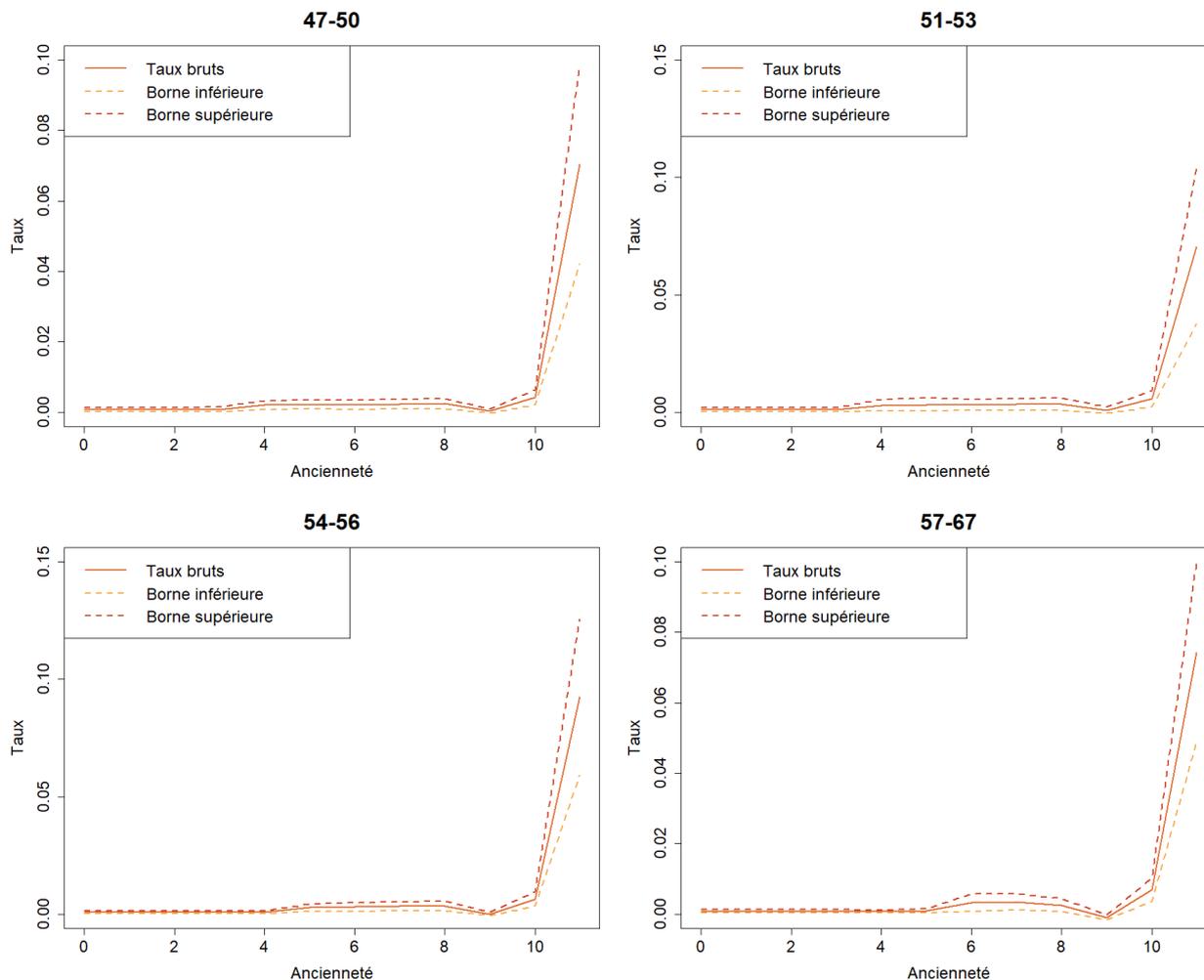


FIGURE 3.30 – Taux de passage de CMO à CLM lissés par Whittaker-Henderson par classes d'âge et intervalles de confiance, pour $h = 0,001$

Loi de maintien retenue pour le passage entre l'état CMO vers l'état CLM

La loi de passage de l'état CMO vers l'état CLM finale est observée dans le graphique 3.31.

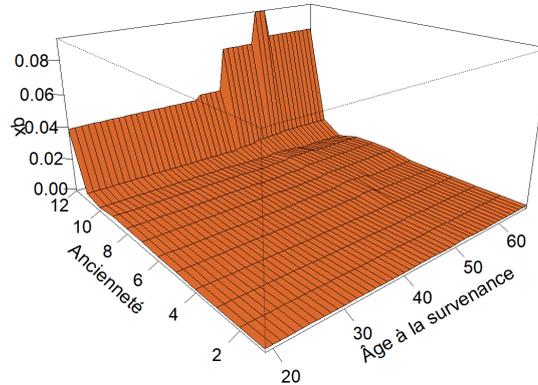


FIGURE 3.31 – Loi de passage entre les états CMO et CLM

Le lissage a permis d'homogénéiser les résultats de la courbe des taux bruts, notamment la forte hausse de la probabilité de passage au onzième mois d'ancienneté. Les intervalles de confiance sont restreints, le nombre de classes d'âge utilisé est satisfaisant pour la construction de la table de passage.

3.5 Backtesting des tables d'expérience retenues

3.5.1 Démarche utilisée

Le *backtest* des tables d'expériences retenues permet de vérifier la robustesse de celles-ci. La méthode retenue pour tester l'adéquation de la table aux données d'entrée consiste à comparer le nombre de sorties (ou de passages) réellement observées, noté n_{obs} , au nombre de sorties (ou de passages) prédites à l'aide de la table retenue, notés n_{pred} . Cette méthode est appliquée sur des sous-périodes de la période d'observation correspondant aux exercices comptables.

La démarche utilisée est la suivante pour chaque exercice comptable E :

- Définition du nombre de sorties observées par âge x et ancienneté t , $n_{obs,x,t}^E$,
- Définition de l'effectif sous risque par âge et par ancienneté $e_{x,t}^E$,
- Calcul du nombre de sorties prédites par âge x et ancienneté t , $n_{pred,x,t}^E$, qui correspond au produit entre l'effectif sous risque $e_{x,t}^E$ et le taux correspondant de la table à tester $q_{x,t}$.

La comparaison se fait sur la position des $n_{obs,x,t}^E$ par rapport aux $n_{pred,x,t}^E$. Les intervalles de confiance à une probabilité de confiance de 95 % pour les sorties prédites sont alors construits. Ils sont définis selon la relation suivante :

$$n_{x,t}^E = n_{pred,x,t}^E \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{n_{pred,x,t}^E}$$

Ainsi, afin d'évaluer la robustesse de la table, il s'agit de comparer les positions des $n_{obs,x,t}^E$ à l'intérieur des intervalles de confiance construits.

3.5.2 Résultats

Loi de maintien en CMO

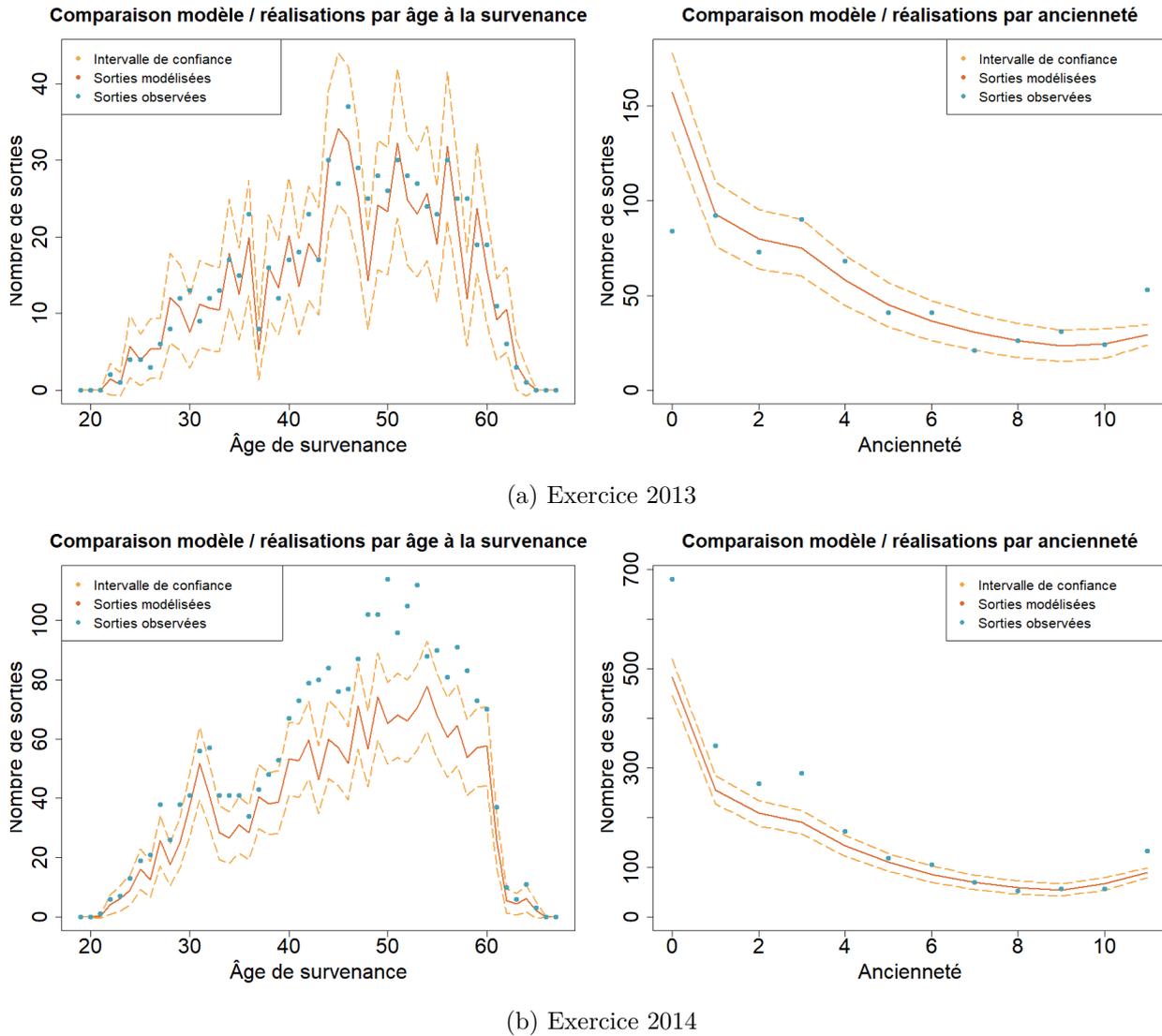
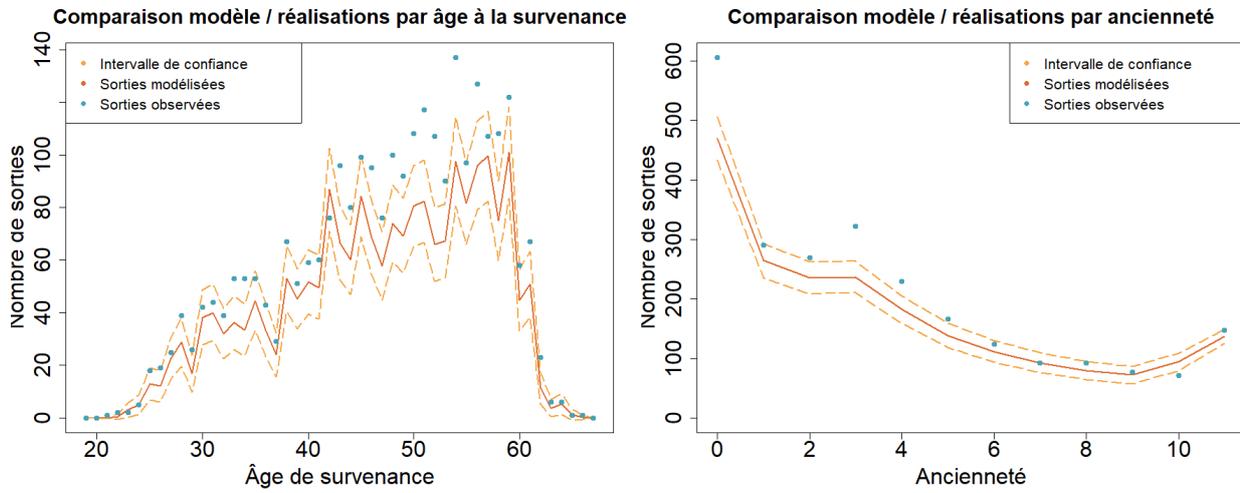
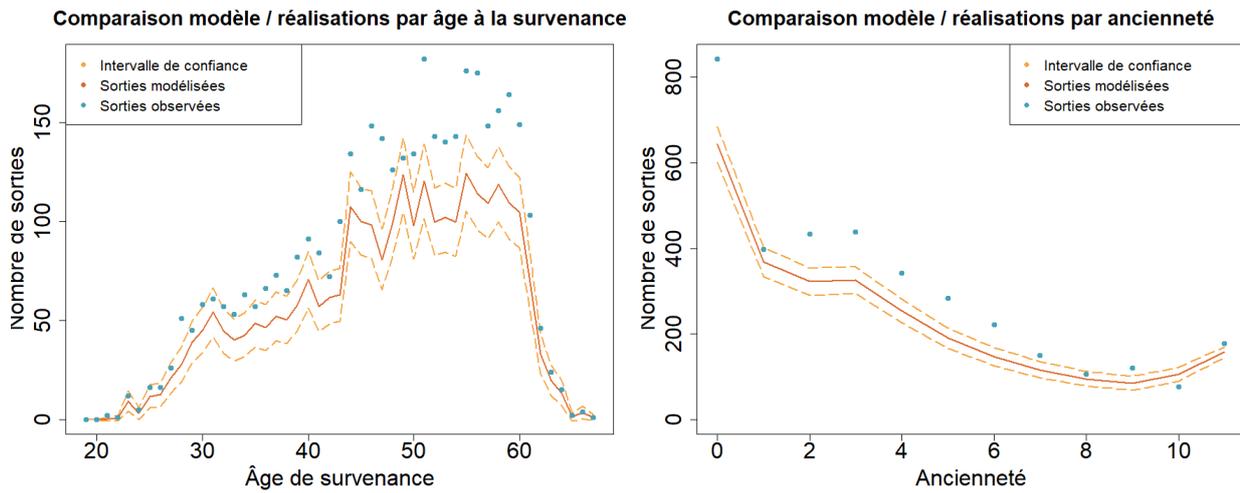


FIGURE 3.32 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survieance et par ancienneté

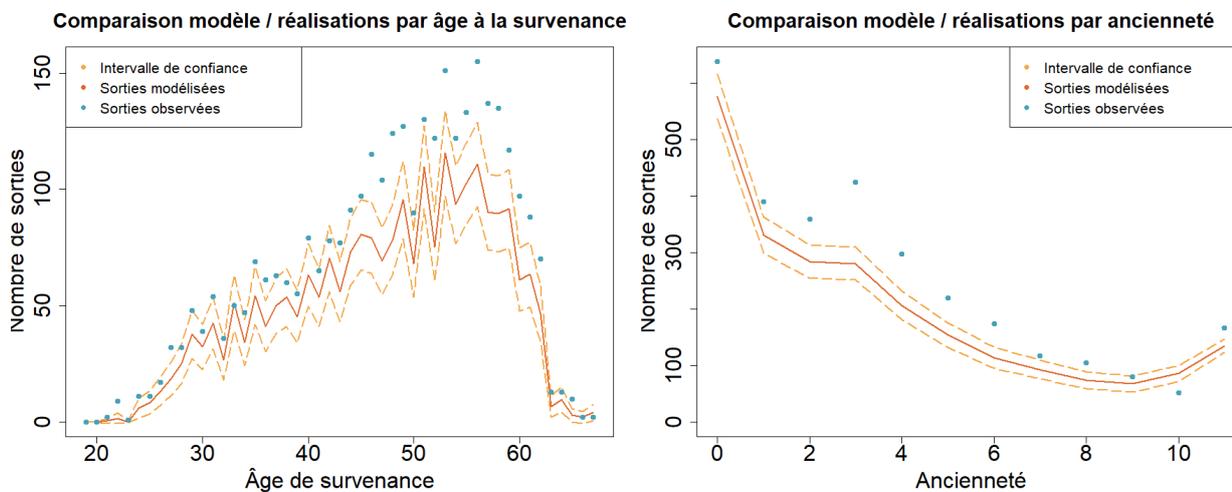


(c) Exercice 2015

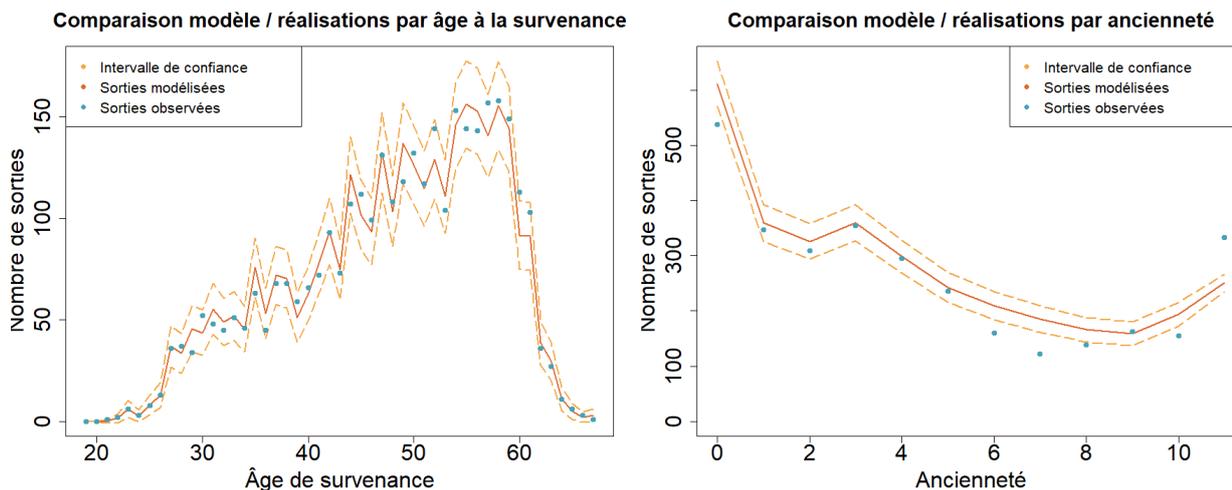


(d) Exercice 2016

FIGURE 3.32 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survivance et par ancienneté (suite)

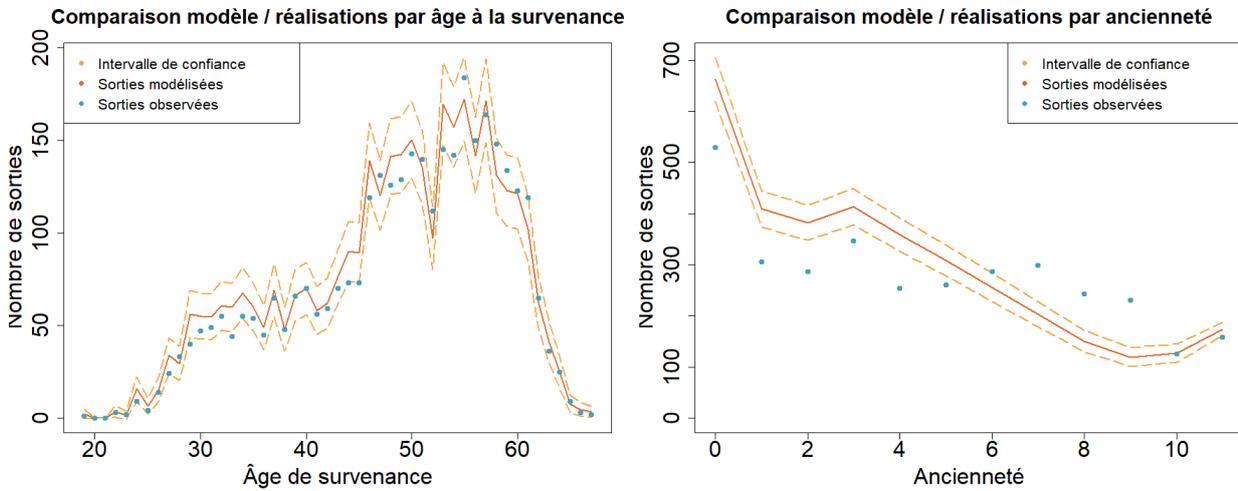


(e) Exercice 2017

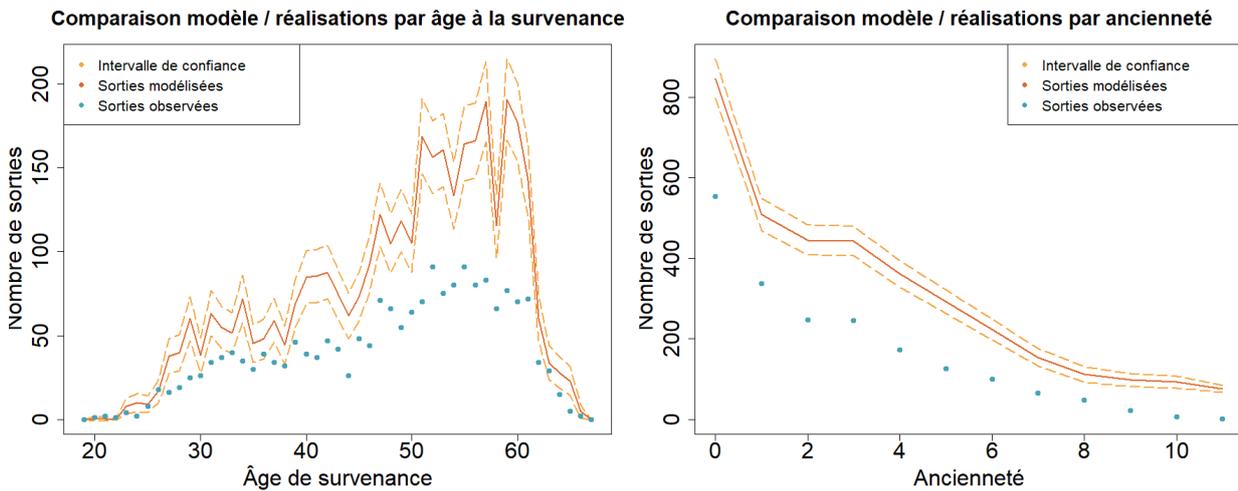


(f) Exercice 2018

FIGURE 3.32 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survénance et par ancienneté (suite)



(g) Exercice 2019



(h) Exercice 2020

FIGURE 3.32 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survenance et par ancienneté (suite)

Plusieurs remarques peuvent être faites quant aux résultats obtenus avec le *backtest* présentés dans la figure 3.32.

- L'année 2020 est peu représentative pour le *backtest* puisqu'elle contient une grande part de censures (44 %). Elle ne sera donc pas prise en compte pour la validation de la table.
- Le nombre de sorties par âge à la survenance est globalement assez bien estimé pour les âges compris entre 19 et 45 ans.
- L'estimation du nombre de sorties par âge à la survenance est moins précise pour les âges compris entre 45 à 60 ans pour les années 2014, 2015, 2016 et 2017. Pour ces années, le

modèle a tendance à sous-estimer le nombre de sorties de l'état CMO, ce qui d'un point de vue de provisionnement peut s'avérer prudent. Pour la tarification, puisque c'est à l'assureur de choisir son niveau de prudence, les résultats obtenus ne posent pas de problème.

- Le nombre de sorties par âge à la survenance est bien prédit pour les années 2013, 2018, et 2019.
- Le nombre de sorties par ancienneté est bien prédit pour les années 2013 à 2015. Le nombre de sorties pour une ancienneté de 0 mois et 12 mois est néanmoins constamment sous-estimé. Comme expliqué précédemment, cela n'est pas obligatoirement problématique puisque cela permet à l'assureur d'être plus prudent. De même, pour les années 2014 et 2015, il est possible de noter une sous-estimation du nombre de sorties pour les anciennetés inférieures à 4 mois.
- Le nombre de sorties par ancienneté pour les années 2016 à 2019 est quant à lui moins bien prédit par le modèle. Il est possible d'observer à la fois des phénomènes de sous-estimation du nombre de sorties pour les années 2016 et 2017 ainsi que pour les anciennetés comprises entre 0 et 6 mois de l'année 2019, et des phénomènes de sur-estimation du nombre de sorties pour les anciennetés comprises entre 7 et 9 mois d'ancienneté de l'année 2018 et entre 8 et 10 mois d'ancienneté de l'année 2019.

Il est par ailleurs intéressant de calculer le *Standardized Mortality Ratio* (SMR) afin d'apprécier une éventuelle dérive du risque au cours de la période d'observation. Le SMR correspond au rapport entre le nombre de sorties observées et le nombre de sorties prédites sur une population de référence. Cela permet d'évaluer si les deux distributions sont identiques.

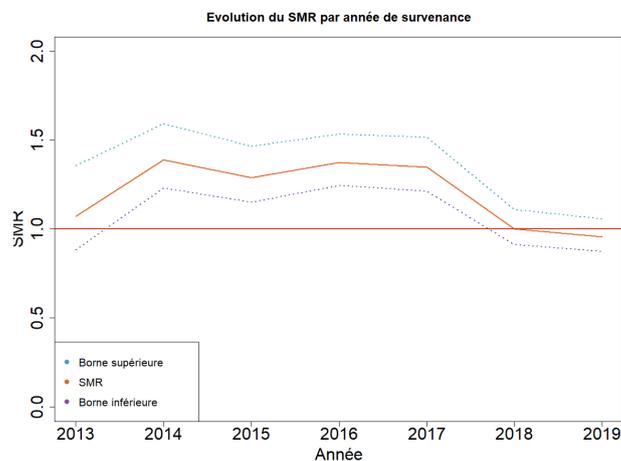


FIGURE 3.33 – Evolution du SMR sur la période d'observation

Le ratio semble assez stable de 2014 à 2017. Celui-ci est supérieur à 1, ce qui signifie que le modèle sous-estime le nombre de sorties observées. Il est néanmoins observé une baisse du SMR entre 2017 et 2019. En 2018, le SMR est très proche de 1, ce qui signifie que le modèle prédit presque parfaitement le nombre de sorties. Néanmoins, ce ratio diminue une fois encore en 2019. Un suivi dans le

temps sera nécessaire.

Le *backtest* de la table de maintien en CMO permet de valider la loi obtenue à partir de l'estimateur de Hoem et lissée par la méthode de Whittaker-Henderson.

Loi de maintien en CLM

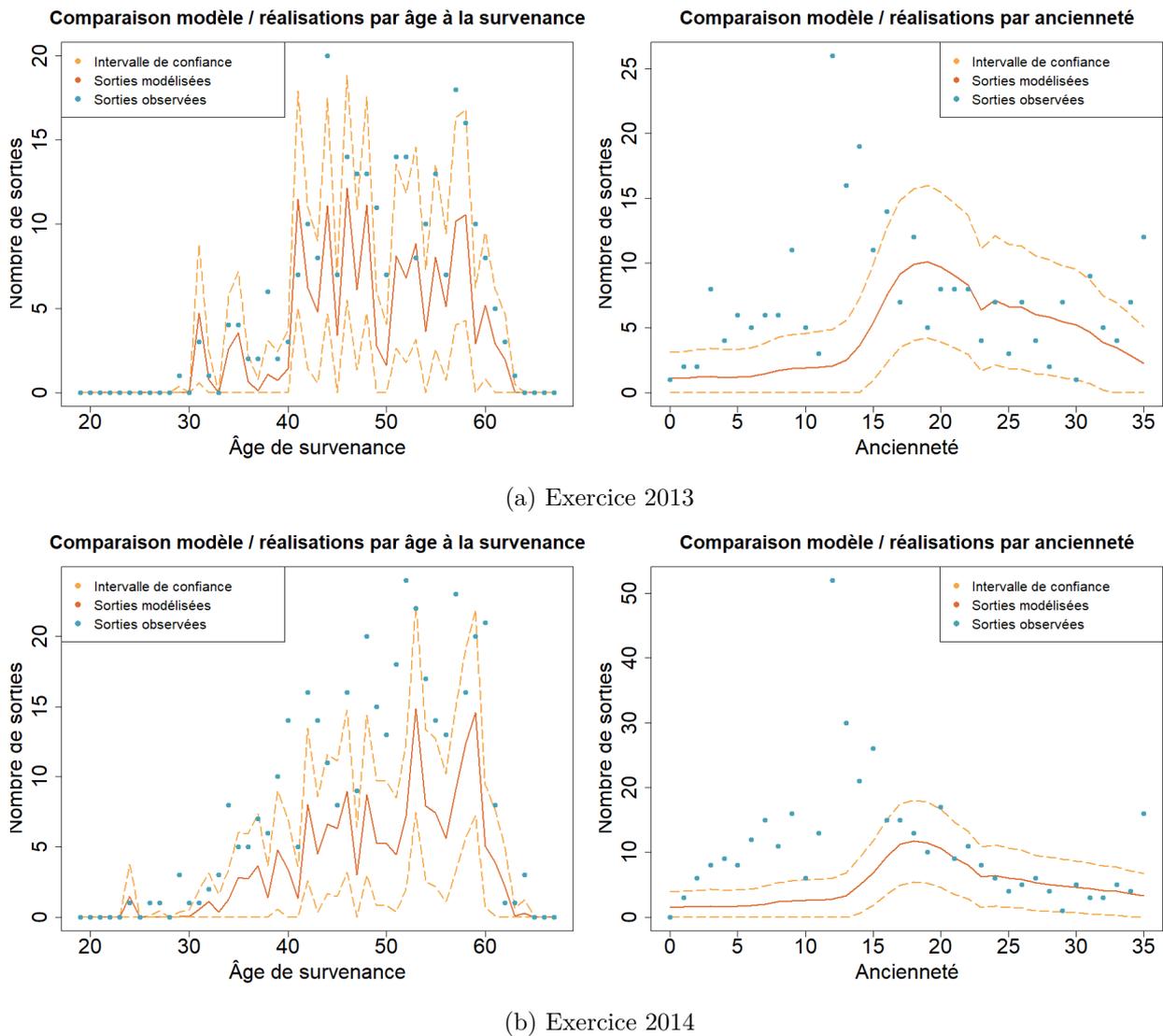
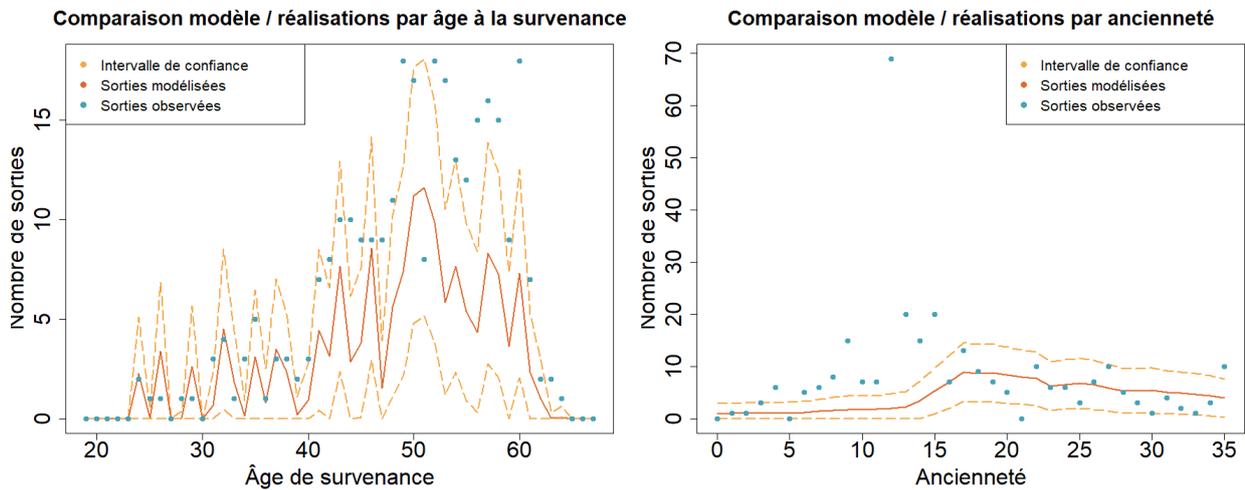
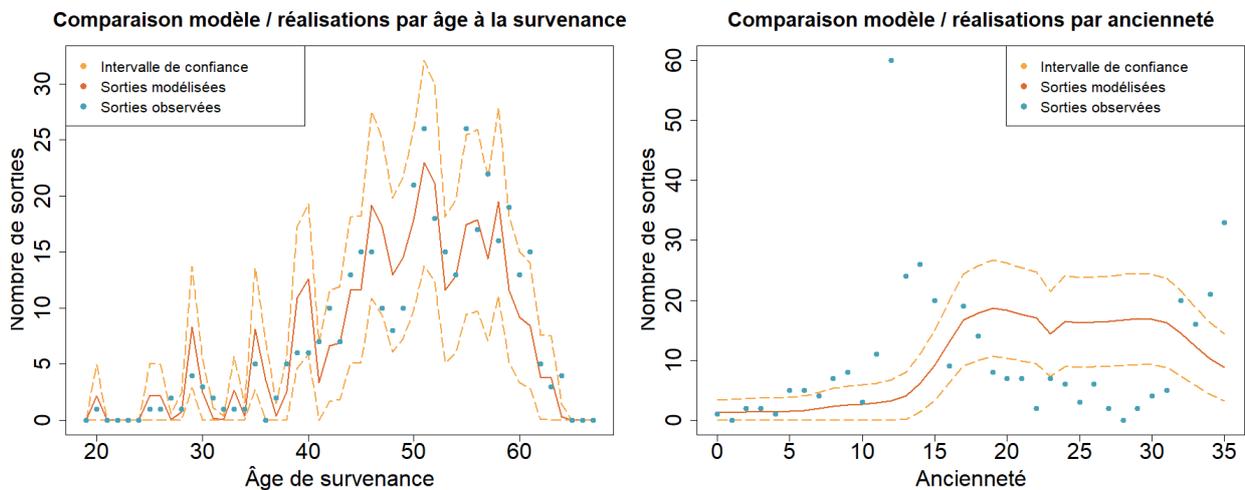


FIGURE 3.34 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survivance et par ancienneté

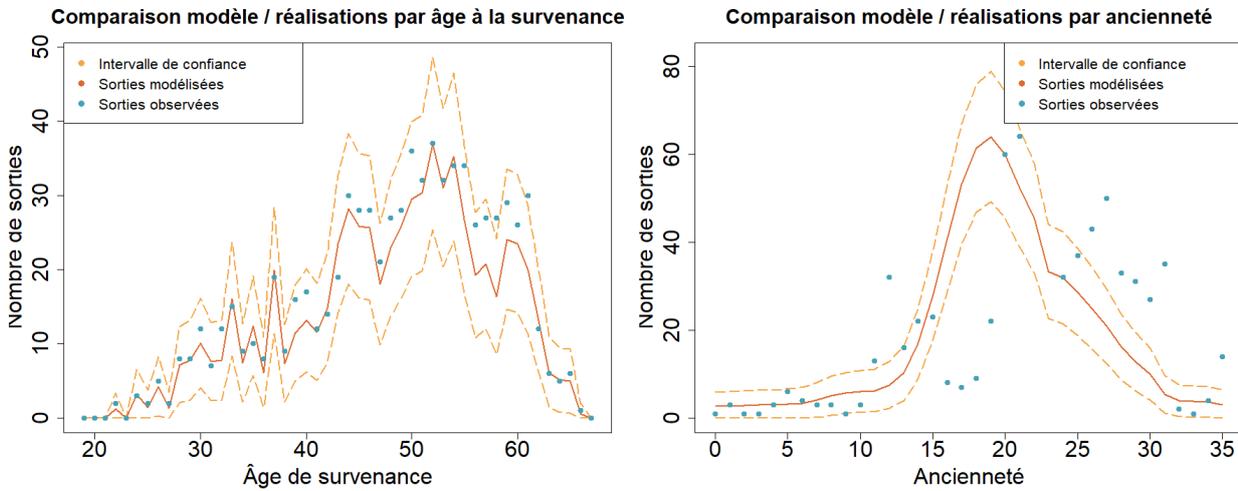


(c) Exercice 2015

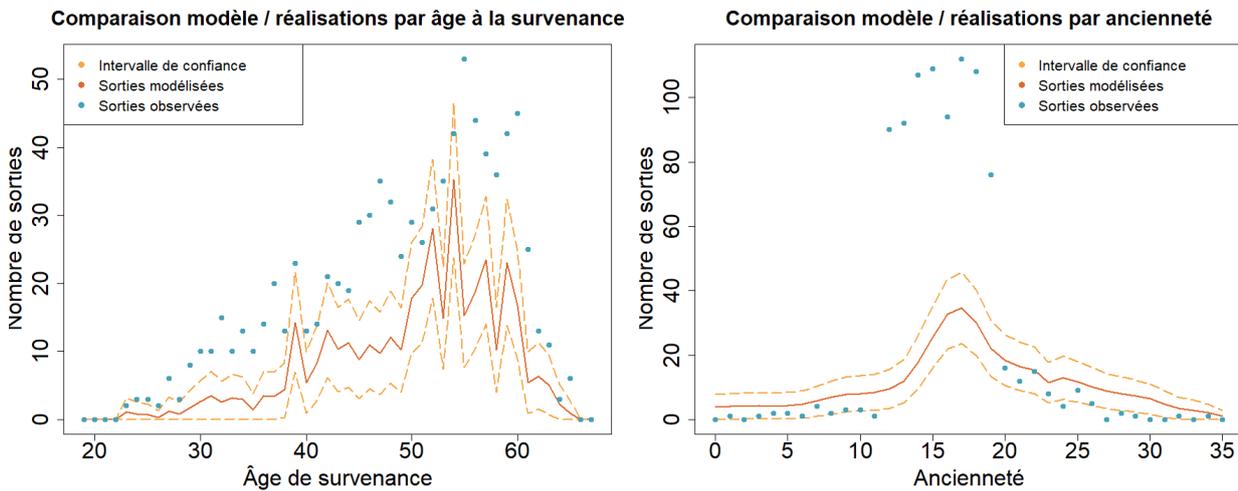


(d) Exercice 2016

FIGURE 3.34 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survénance et par ancienneté (suite)

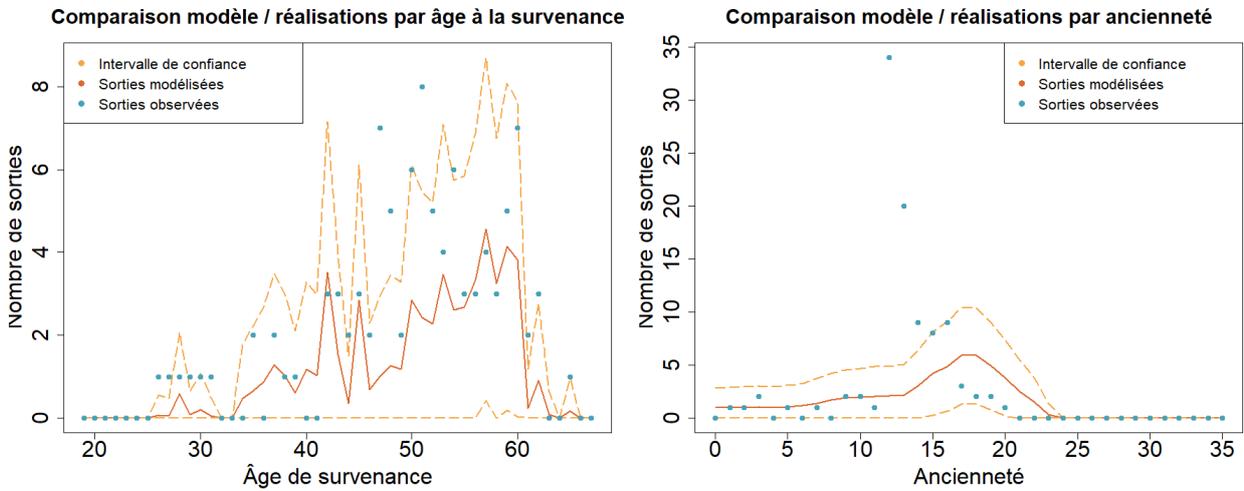


(e) Exercice 2017

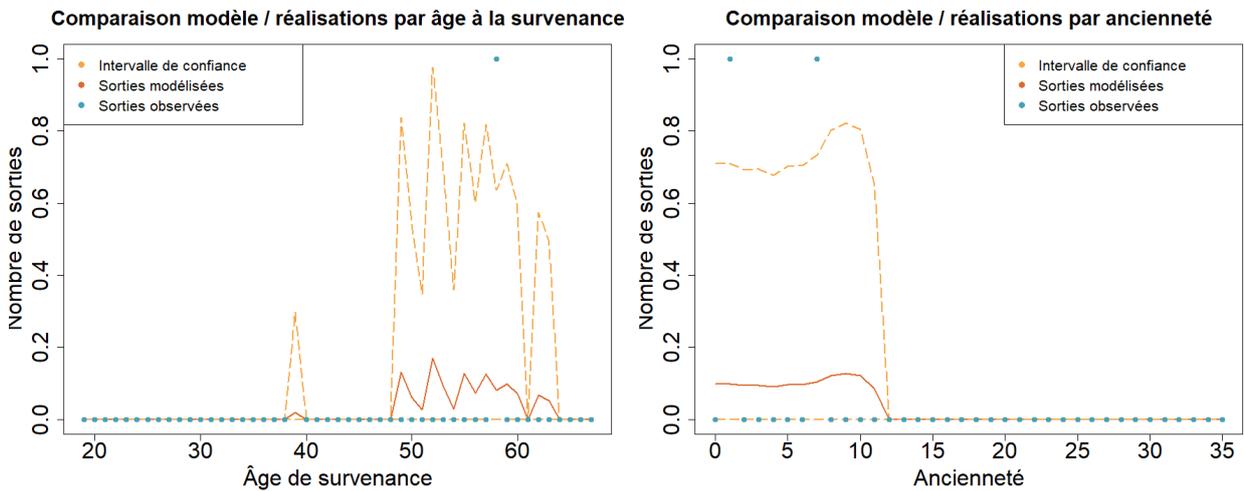


(f) Exercice 2018

FIGURE 3.34 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survénance et par ancienneté (suite)



(g) Exercice 2019



(h) Exercice 2020

FIGURE 3.34 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survie et par ancienneté (suite)

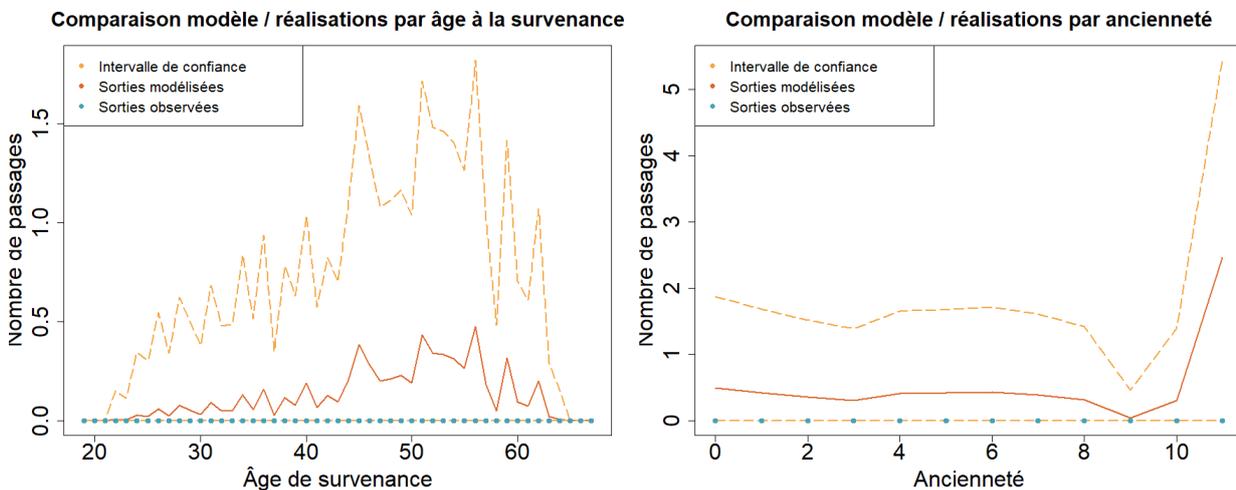
Le graphique 3.34 permet de visualiser le *backtest* de nos tables sur les données de sinistralité sur chaque année de la période d'observation. Plusieurs remarques peuvent être tirées des résultats :

- Les années 2019 et 2020 ne seront pas utilisées dans le cadre de la validation de la table d'expérience puisque ces années présentent un fort taux de censure, respectivement 56 % et 90,4 % de données censurées.
- Les sorties par âge de survie réellement observées sur les années 2013, 2015, 2016 et 2017 se situent pour la grande majorité à l'intérieur de l'intervalle de confiance des sorties théoriques estimées à partir de la table d'expérience.

- Le nombre de sorties par âge de survenance réellement observé sur les années 2014 et 2018 est généralement sous-estimé par le modèle. Cela signifie que sur la période d'observation, la table construite permet de modéliser un nombre correct de sorties (pour le cas des années 2013, et de 2015 à 2017) ou de modéliser moins de sorties, et donc d'être assez prudent sur la loi de maintien. Ces résultats sont alors satisfaisants d'un point de vue de la tarification puisqu'ils sont prudents. L'assureur peut alors choisir le niveau de prudence qu'il souhaite adopter pour son tarif.
- Le nombre de sorties par ancienneté réellement observées semble être assez bien prédit pour les anciennetés supérieures à 15 mois pour les années 2013 à 2015. Celles-ci sont en effet généralement comprises à l'intérieur des intervalles de confiance des sorties estimées par la table. Sur ces mêmes années, le nombre de sorties réellement observées est sous-estimé par la table d'expérience pour les anciennetés inférieures à 15 mois. Ici encore, cela n'est pas problématique puisque cela laisse une certaine marge de prudence à l'assureur dans la création de son tarif.
- Le nombre de sorties par ancienneté réellement observé pour les années 2016 à 2018 est dans l'ensemble assez bien estimé par la table d'expérience créée. Mis à part quelques valeurs qui sont sous-estimées par le modèle, les sorties estimées sont incluses dans les intervalles de confiance de la loi de sortie de CLM.

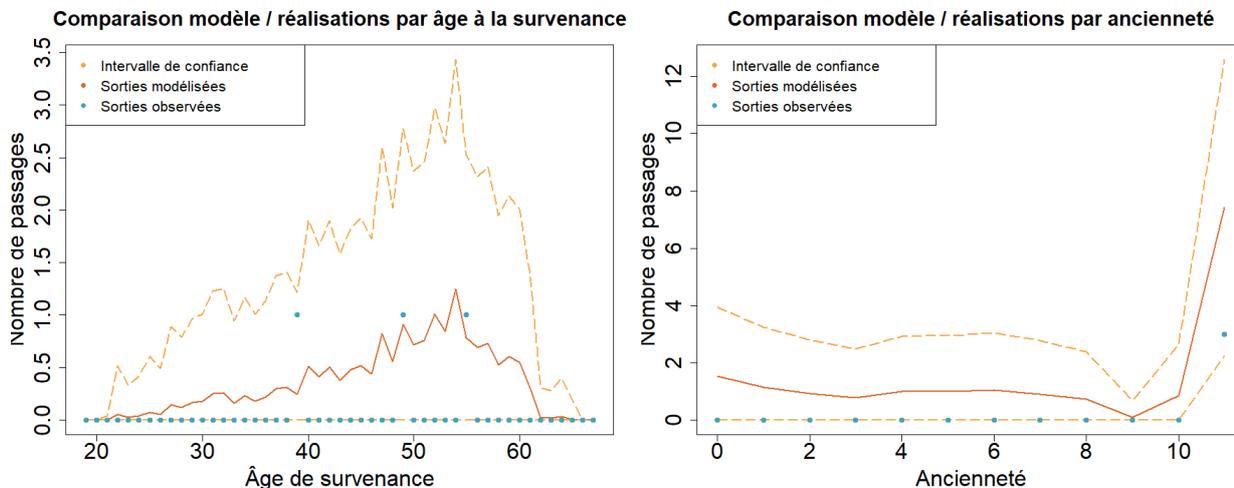
Le *backtest* de la table de sortie en CLM permet de valider la loi obtenue à partir de l'estimateur de Hoem et lissée par la méthode de Whittaker-Henderson.

Loi de passage de l'état CMO vers l'état CLM

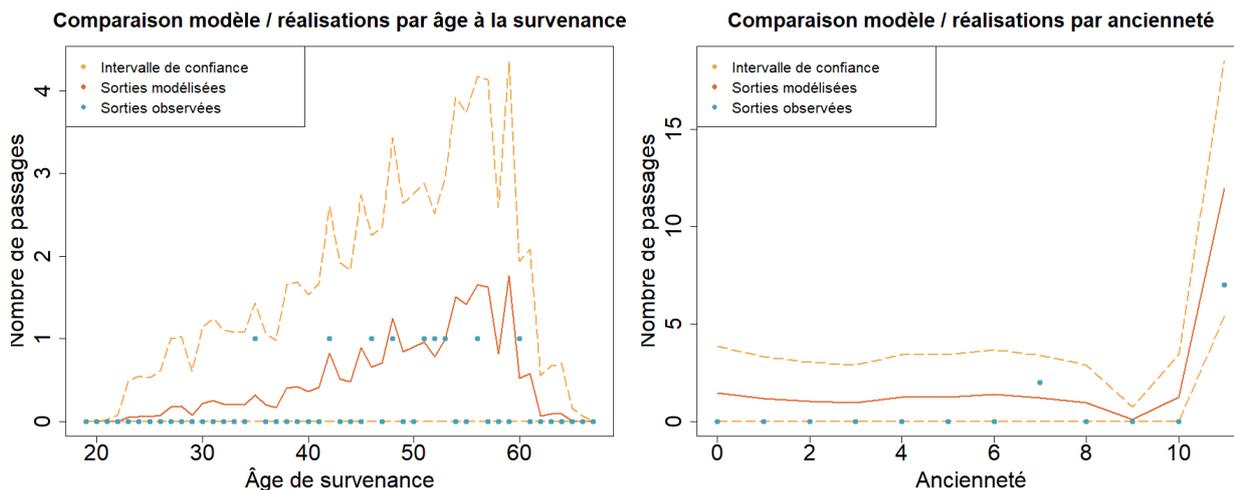


(a) Exercice 2013

FIGURE 3.35 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survenance et par ancienneté

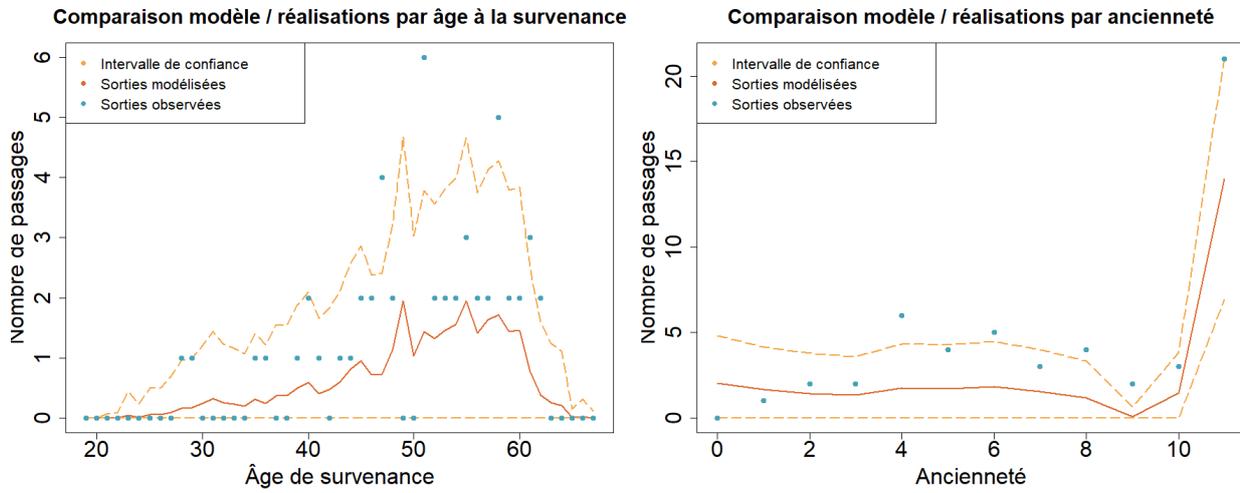


(b) Exercice 2014

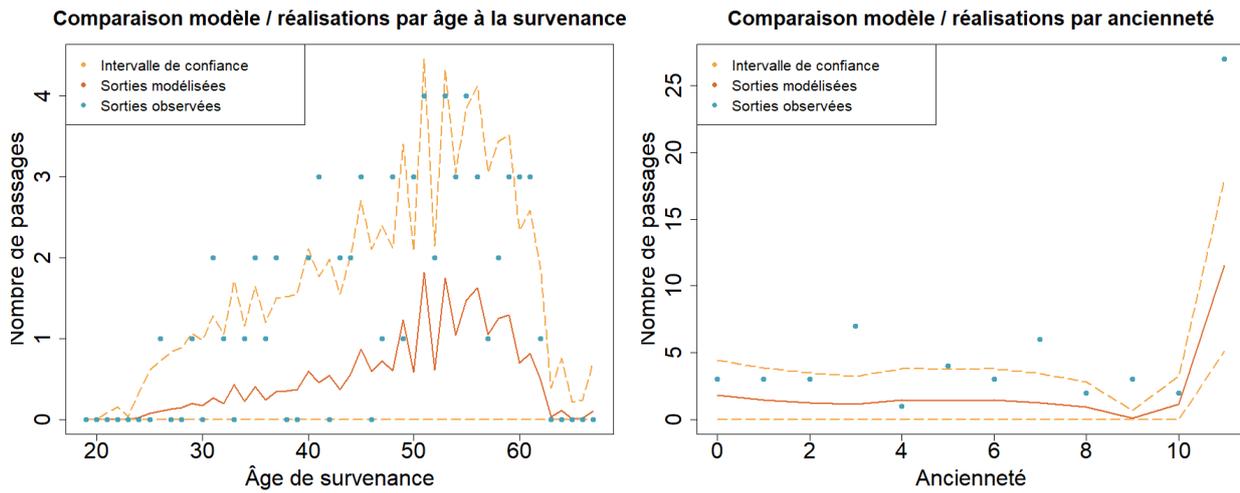


(c) Exercice 2015

FIGURE 3.35 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survénance et par ancienneté (suite)

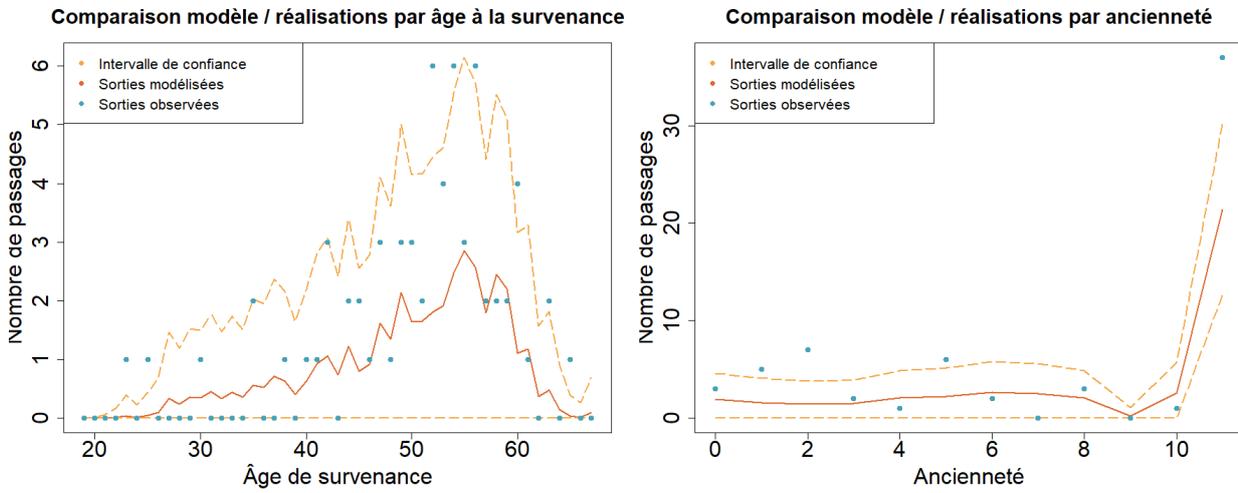


(d) Exercice 2016

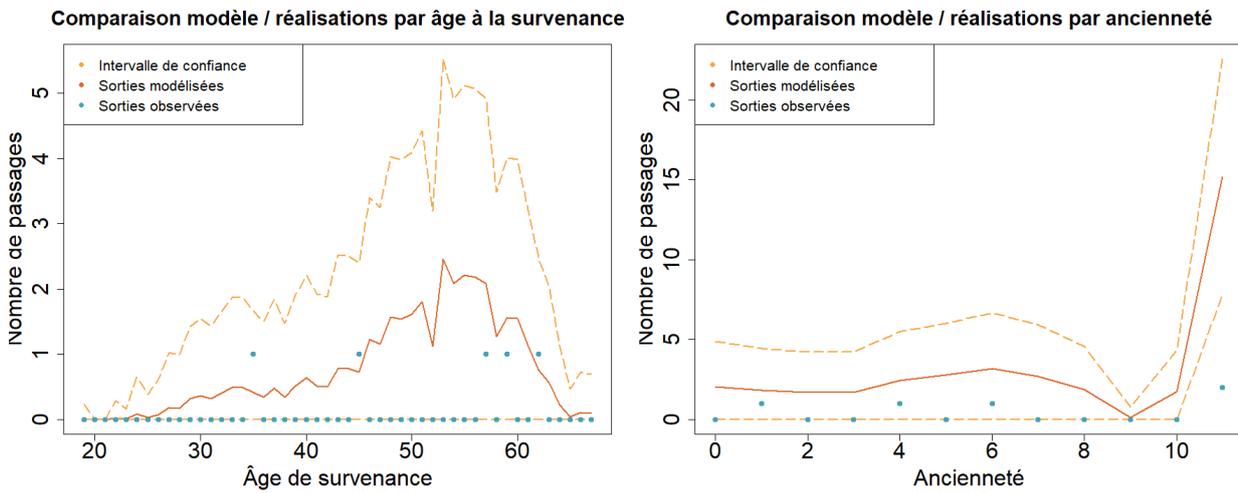


(e) Exercice 2017

FIGURE 3.35 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survénance et par ancienneté (suite)

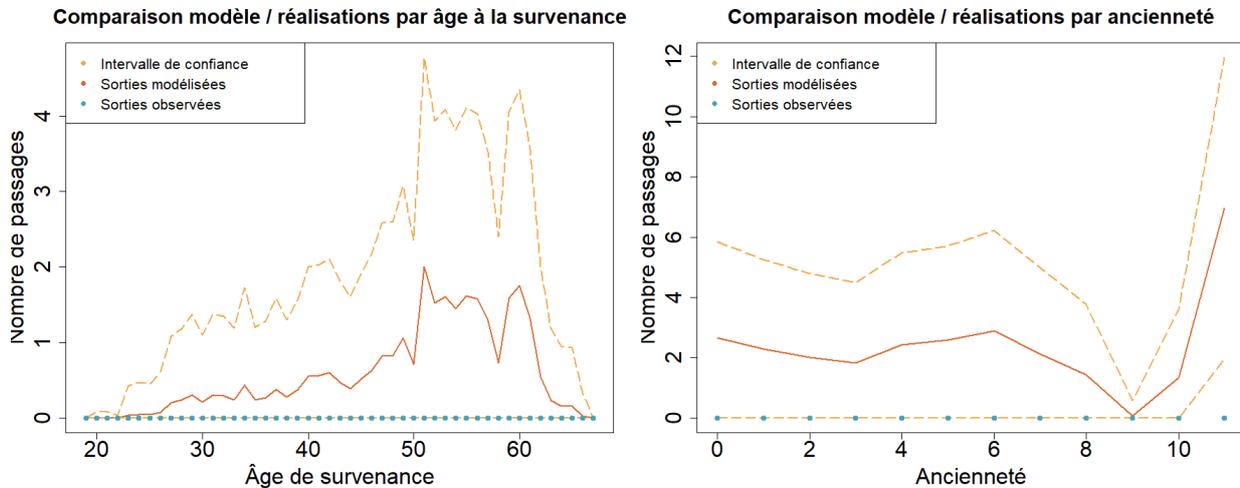


(f) Exercice 2018



(g) Exercice 2019

FIGURE 3.35 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survivance et par ancienneté (suite)



(h) Exercice 2020

FIGURE 3.35 – Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survivance et par ancienneté (suite)

Plusieurs remarques peuvent être faites quant aux résultats obtenus avec le *backtest* présentés dans la figure 3.35 :

- L'année 2020 n'est pas utilisée dans la validation de la table de passage puisqu'aucun passage n'est observé sur cette année.
- Sur l'ensemble des exercices comptables, le nombre de passages par âge et par ancienneté semble être bien modélisé à l'exception de certaines valeurs qui se trouvent en dehors de l'intervalle de confiance à 95 %.

Bien que des améliorations de la table obtenue soient possible, le *backtest* de la table de passage de l'état CMO vers l'état CLM permet de valider la loi obtenue à partir de l'estimateur de Hoem et lissée par la méthode de Whittaker-Henderson.

Les travaux réalisés dans cette partie ont permis d'obtenir des taux de maintien et de passage propres aux agents CNRACL de la fonction publique territoriale. Les taux estimés permettent ainsi de modéliser la durée de maintien pour cette population, ainsi que la fréquence de passage entre les états. Les taux validés par le *backtest* des tables d'expérience vont permettre la tarification de la garantie incapacité de travail dans la fonction publique territoriale et l'analyse de l'impact de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique. Cette tarification est présentée dans la partie suivante.

Chapitre 4

Tarification et étude de l'impact de la réforme

Ce chapitre s'applique à quantifier l'impact de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique sur les risques prévoyance. Cette partie cherche d'abord à proposer les normes tarifaires de la garantie incapacité de travail construites à partir des tables d'expérience précédemment retenues. Ensuite, cette partie vise à étudier l'impact de l'application de la réforme sur les normes tarifaires obtenues. Cette partie se termine par une analyse des limites et des perspectives de ce mémoire.

4.1 Tarification d'un contrat incapacité de travail

4.1.1 Périmètre du contrat et des garanties

Le contrat considéré est un contrat collectif à adhésion facultative contracté dans le cadre d'une convention de participation entre une collectivité et un assureur. Ce contrat est alors souscrit pour une durée de six ans. Le contrat propose une protection contre les risques prévoyance (incapacité de travail, invalidité, inaptitude ou décès) aux agents CNRACL de la fonction publique territoriale. L'unique garantie proposée est la garantie incapacité de travail. Cette garantie a pour objet le versement d'indemnités en cas de perte de traitement pour cause d'une incapacité de travail du fait d'une maladie ou d'un accident survenant pendant la période de couverture.

Indemnité journalière

Le montant de l'indemnité journalière est égal au produit d'un pourcentage X par $1/365^e$ de la totalité du traitement indiciaire augmenté de la NBI et du RI nets annuels de l'assuré évalués à la date de prise en charge de l'incapacité de travail par l'assureur. Le pourcentage de prise en charge X varie entre 30 et 50 %. Le contrat étant étalé sur six années, le traitement est revalorisé en fonction de l'évolution de la valeur du point d'indice de la fonction publique territoriale.

Service de la prestation

La prestation est servie mensuellement à terme échu. Pour les agents CNRACL, elle est versée :

- En cas de congé de maladie ordinaire, à compter du 91^e jour d'arrêt de travail, jusqu'au 365^e jour,
- en cas de congé de longue maladie, à compter de la 2^e année d'arrêt de travail, jusqu'à la fin de la 3^e année, et,
- en cas de congé de longue durée, à compter de la 4^e année d'arrêt de travail, jusqu'à la fin de la 5^e année.

4.1.2 Détermination de la prime pure

La tarification consiste à calculer le tarif individuel, appelé plus communément la prime commerciale, qu'un assuré devra payer afin d'être couvert contre le risque d'incapacité de travail.

La prime commerciale correspond à la prime pure, à savoir l'espérance du coût des sinistres, à laquelle sont ajoutés les chargements (frais d'acquisition, de gestion et d'administration) et les taxes. La prime commerciale peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$Prime\ commerciale\ TTC = Prime\ pure \times \frac{1 + Taxes}{1 - Chargements}$$

La première étape de la tarification consiste alors en l'évaluation de la prime pure. Celle-ci s'obtient en égalisant la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assuré, qui s'engage à payer une cotisation, et la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur, qui s'engage à verser une indemnisation à l'assuré en cas de survenance du risque défini dans le contrat.

En notant VAP la valeur actuelle probable, la formule suivante est vérifiée à la souscription :

$$VAP(Engagement\ Assuré) = VAP(Engagement\ Assureur)$$

L'engagement de l'assuré d'âge x est de payer annuellement et en début d'année la cotisation de son contrat d'assurance prévoyance notée P et ce jusqu'à la fin de son engagement. Le contrat étant établi pour une durée de six ans. Notons ${}_n\ddot{a}_x$ la notation actuarielle représentant des versements périodiques pendant n années à terme à échoir. L'engagement de l'assuré peut s'écrire de la façon suivante :

$$VAP(Engagement\ Assuré) = P{}_6\ddot{a}_x$$

L'engagement de l'assureur comme défini dans le périmètre du contrat est de verser une indemnisation à l'assuré en cas de réalisation du sinistre, et ce pour une durée déterminée. Cette durée est fonction du type de congé dans lequel est placé l'agent territorial. Pour rappel, l'assureur est tenu d'indemniser :

- À compter du 91^e jour d'arrêt et jusqu'à 365 jours pour le CMO,
- À compter de la 2^e année d'arrêt et jusqu'à la fin de la 3^e pour le CLM,
- À compter de la 4^e année d'arrêt et jusqu'à la fin de la 5^e pour le CLD.

Définissons les variables nécessaires au calcul de l'engagement de l'assureur. Soient,

- x l'âge de l'assuré,
- k la durée passée dans l'état CMO, CLM ou CLD en mois,
- i le taux d'actualisation et $\nu = \frac{1}{(1+i)}$ le facteur d'actualisation,
- p_{x+n} la probabilité de survie à l'âge $x + n$, n étant exprimé en années,
- *Indemnisation* l'indemnisation versée à l'assuré définie contractuellement,
- *Revalorisation* correspond au taux de revalorisation du point d'indice calculé selon l'évolution de celui-ci,
- $\mathbb{P}_{CMO}(x)$ la probabilité d'entrée en CMO à l'âge x , qui correspond à la probabilité de passer d'un état de validité vers un état d'incapacité de type CMO. Plus particulièrement :

$$\mathbb{P}_{CMO}(x) = \text{Loi d'incidence}_{CMO}(x)$$

- $\mathbb{P}_{CLM}(x)$ la probabilité d'entrée en CLM à l'âge x , qui correspond à la probabilité de passer d'un état de validité vers un état d'incapacité de type CLM. Plus particulièrement :

$$\mathbb{P}_{CLM}(x) = \text{Loi d'incidence}_{CLM}(x)$$

- $\mathbb{P}_{CLD}(x)$ la probabilité d'entrée en CLD à l'âge x , qui correspond à la probabilité de passer d'un état de validité vers un état d'incapacité de type CLD. Plus particulièrement :

$$\mathbb{P}_{CLD}(x) = \text{Loi d'incidence}_{CLD}(x)$$

- $\mathbb{P}_{\text{maintien } CMO}(x, k)$, la probabilité de maintien en CMO après k mois pour un individu entré en CMO à l'âge x ,
- $\mathbb{P}_{\text{maintien } CLM}(x, k)$, la probabilité de maintien en CLM après k mois pour un individu entré en CLM à l'âge x ,
- $\mathbb{P}_{\text{maintien } CLD}(x, k)$, la probabilité de maintien en CLD après k mois pour un individu entré en CLD à l'âge x .
- *Loi de passage* $_{CMO \rightarrow CLM}(x, k)$, la probabilité de passage de CMO à CLM après k mois, pour un individu entré en CMO à l'âge x ,
- *Loi de passage* $_{CMO \rightarrow CLD}(x, k)$, la probabilité de passage de CMO à CLD après k mois, pour un individu entré en CMO à l'âge x ,
- *Loi de passage* $_{CLM \rightarrow CLD}(x, k)$, la probabilité de passage de CLM à CLD après k mois, pour un individu entré en CLM à l'âge x .

L'engagement de l'assureur envers un assuré d'âge x sur la durée du contrat est le suivant :

$$\begin{aligned}
VAP_x = & \sum_{n=0}^5 \text{Indemnisation} \times p_{x+n} \times (1 + \text{Revalorisation})^n \times \\
& \left[\sum_{k=4}^{12} \left(\mathbb{P}_{CMO}(x+n) \times (1 - \text{Loi de passage}_{CMO \rightarrow CLM}(x+n, k)) \right. \right. \\
& \times (1 - \text{Loi de passage}_{CMO \rightarrow CLD}(x+n, k)) \times \frac{\mathbb{P}_{\text{maintien } CMO}(x+n, k)}{(1+i)^{(k/12)}} \Big) \\
& + \sum_{k=13}^{36} \left(\mathbb{P}_{CLM}(x+n) \times (1 - \text{Loi de passage}_{CLM \rightarrow CLD}(x+n, k)) \right. \\
& \left. + \mathbb{P}_{CMO}(x+n) \times \text{Loi de passage}_{CMO \rightarrow CLD}(x+n, k) \right) \times \frac{\mathbb{P}_{\text{maintien } CLM}(x+n, k)}{(1+i)^{(k/12)}} \\
& + \sum_{k=37}^{60} \left(\mathbb{P}_{CLD}(x+n) + \mathbb{P}_{CMO}(x+n) \times \text{Loi de passage}_{CMO \rightarrow CLD}(x+n, k) \right. \\
& \left. + \mathbb{P}_{CLM}(x+n) \times \text{Loi de passage}_{CLM \rightarrow CLD}(x+n, k) \right) \times \frac{\mathbb{P}_{\text{maintien } CLD}(x+n, k)}{(1+i)^{(k/12)}} \Big]
\end{aligned}$$

Ainsi, la prime pure annuelle pour un assuré d'âge x est la suivante :

$$P_x = \frac{VAP_x}{6\ddot{a}_x}$$

Le contrat étant collectif, la prime du contrat est la même pour l'ensemble du portefeuille et correspond à la prime obtenue en mutualisant la prime annuelle définie précédemment. Aussi, dans la fonction publique l'indemnisation est calculée à partir du traitement brut de l'assuré, mais la prestation versée à l'assuré est nette. Ainsi, il est nécessaire de définir le taux de conversion de brut en net. Il sera noté $Taux\ Brut \rightarrow Net$ dans la suite. Notons également $Effectif_x$ l'effectif total assuré à un âge x . Le portefeuille d'assurés est constitué d'un ensemble de personnes dont les âges sont inclus dans l'intervalle $[18, 67]$. La prime pure annuelle mutualisée à l'ensemble du portefeuille est alors la suivante :

$$Prime\ pure = \frac{\sum_{x=18}^{67} P_x \times Effectif_x \times Taux\ Brut \rightarrow Net}{Masse\ salariale\ nette}$$

Enfin, et puisque le contrat est à adhésion facultative, la prime pure annuelle proposée prend en compte l'effet de l'antisélection¹. En effet, les contrats à adhésion facultative sont fréquemment souscrits pas des mauvais risques, ce qui impacte fortement le résultat de l'assureur. Pour y pallier, il est nécessaire de prendre en compte un taux d'antisélection. La prime pure annuelle proposée est également rapportée au sinistre sur prime (S/P) cible de l'assureur. La prime pure finale est alors définie selon la formule suivante :

$$P = \frac{\text{Prime pure} \times (1 + \text{Antisélection})}{S/P_{\text{cible}}}$$

4.2 Calcul du tarif de la garantie incapacité de travail

4.2.1 Paramètres de calcul

Paramètres généraux

Les hypothèses suivantes ont été choisies en entrée de la tarification :

- Année de tarification : 2022
- Pourcentage de prise en charge : 40 %²,
- Revalorisation du traitement : 3,5 %³,
- Taxes pour la garantie incapacité de travail : 7 %,
- Antisélection : 5 %,
- S/P cible : 100 %,
- Taux d'adhésion au contrat : 50 %.

Portefeuille d'assurés

Ces informations permettent d'entrer la population à assurer. Le choix a été fait de créer une population fictive par genre et par âge selon les statistiques observées dans la fonction publique territoriale en 2018 [2]. Les paramètres suivants sont retenus :

- Proportion d'agents de moins de 30 ans dans la FPT : 10,3 %,
- Proportion d'agents de 30 ans à 50 ans dans la FPT : 47,9 %,
- Proportion d'agents de plus de 50 ans dans la FPT : 41,8 %,
- Proportion de femmes dans la FPT : 61 %
- Proportion d'hommes dans la FPT : 39 %
- Effectif fictif total : 10 000 assurés.

1. L'antisélection correspond à l'asymétrie de l'information entre l'assureur et l'assuré. Ce phénomène s'observe lorsqu'un assureur offre un contrat d'assurance à un assuré dont le risque réel est plus élevé que le risque estimé par l'assureur. L'antisélection favorise alors les mauvais risques. Ce phénomène est notamment dû à une mauvaise segmentation lors de la tarification.

2. Correspond à la garantie minimale des indemnités journalières sur la garantie incapacité prévue par la réforme.

3. Obtenu à partir de la formule suivante :

$$\text{Revalorisation} = \text{Valeur du point d'indice}_{2022} / \text{Valeur du point d'indice}_{2017} - 1$$

La population d'assurés est présentée dans le tableau 4.1.

Âge	Hommes	Femmes	Total
18 à 29 ans	402	628	1 030
30 à 50 ans	1 868	2 922	4 790
51 à 65 ans	1 630	2 550	4 180
Total	3 900	6 100	10 000

TABLE 4.1 – Population à assurer

La population est répartie de façon homogène entre les différents âges d'un même intervalle. Ainsi, pour la population d'hommes ayant par exemple entre 18 et 29 ans, $402/12 = 33$ hommes sont observés pour chaque âge entre 18 et 29 ans.

Masse salariale

La base de garantie est définie comme étant le traitement indiciaire brut (TIB) augmenté de la nouvelle bonification indiciaire (NBI) et du régime indemnitaire (RI). Le salaire brut utilisé dans l'outil est le dernier salaire brut moyen connu dans la fonction publique territoriale. En 2020[7], le salaire brut moyen dans la fonction publique territoriale était de 2 492 €. Ce salaire brut comprend à la fois le TIB, le NBI et le RI. La masse salariale est introduite au tableau 4.2.

TIB+NBI+RI	Total	Effectif	Scénario d'adhésion
299 040 000 €	299 040 000 €	10 000	100 %
149 520 000 €	149 520 000 €	5 000	50 %

TABLE 4.2 – Masse salariale considérée

Assiette de cotisation

L'assiette de cotisation correspond à la rémunération brute de l'agent définie comme étant le traitement brut indiciaire, la nouvelle bonification indiciaire, et le régime indemnitaire. La cotisation de l'assuré sera exprimée en pourcentage de cette assiette.

Passages de l'état CMO vers l'état CLD et de l'état CLM vers l'état CLD

Dans le chapitre 3, les lois de maintien en CMO et en CLM, ainsi que la loi de passage de l'état CMO vers l'état CLM ont été construites. Elles seront utilisées afin de calculer le tarif du contrat. Les lois de passage de l'état CMO vers l'état CLD et de l'état CLM vers l'état CLD n'ayant pas été construites, des hypothèses de passages sont prises.

Les hypothèses suivantes sont prises sur les probabilités de passage :

- La probabilité de passage de l'état CMO vers l'état CLD à un âge x est 1,1 fois plus faible que la probabilité de passage de l'état CMO vers l'état CLM pour ce même âge x . Cela est

dû au fait que la probabilité de passer dans un état CLD à partir d'un état CMO sans passer par un état CLM avant est assez rare dans la fonction publique. En effet, l'état CMO reste un congé pour une maladie ordinaire qui n'est pas forcément censé s'aggraver.

- La probabilité de passage de l'état CLM vers l'état CLD à un âge x est 1,1 fois plus élevée que la probabilité de passer de l'état CMO vers l'état CLM. Le CLM étant un état de maladie assez grave, il peut amener à un passage en CLD de façon plus régulière que le passage de l'état CMO vers l'état CLM. Pour rappel, l'état CMO est considéré comme étant un état de maladie ordinaire et légère. Cet état n'est pas toujours amené à un passage en CLM qui suppose un état de maladie plus grave. Le passage de l'état CMO vers l'état CLM est donc supposé plus rare que le passage de l'état CLM vers l'état CLD.

Loi de maintien en CLD

De la même façon, la loi de maintien en CLD n'a pas été construite dans le cadre du chapitre 3. Néanmoins sa création reste nécessaire pour la tarification. Afin de la créer, il a été choisi d'utiliser les tables du BCAC. Le CLD est un congé accordé dans le cadre de maladies graves nécessitant un traitement long. Sa durée peut aller jusqu'à 5 ans. Ainsi, afin de construire la loi de maintien en CLD, la loi de maintien en invalidité du BCAC est utilisée. Cela résulte du fait que la loi d'incapacité du BCAC s'arrête à une durée de 3 ans qui est trop courte pour la modélisation de l'état CLD. La méthodologie utilisée est la suivante :

- La loi de maintien en invalidité du BCAC est prolongée jusqu'à 67 ans.
- La loi de maintien en invalidité est ensuite mensualisée jusqu'à 60 ans. Cette mensualisation est réalisée par interpolation linéaire.

Il est important de noter que les agents publics observent un nombre plus importants de congés de maladie que les salariés du secteur privé. Pour cette raison, l'utilisation de la loi de maintien en invalidité du BCAC est supposée sous-estimer le maintien en CLD. Un correctif pourra être appliqué à cette loi au vu de la sinistralité réelle constatée.

Loi d'incidence en CMO, CLM et CLD

Les lois d'incidence utilisées sont des lois représentant les probabilités d'entrée moyennes en CMO, en CLM et en CLD observées sur le marché.

Table de mortalité

Les tables de mortalité utilisées afin de prendre en compte la probabilité de survie des assurés sont les tables TH-TF00-02. Une table de mortalité mixte a été créée en prenant en compte les tables TH-TF00-02 en fonction de la proportion d'hommes et de femmes observées dans la fonction publique territoriale.

4.2.2 Normes tarifaires retenues

Le calcul des normes tarifaires a été réalisé en utilisant Microsoft Excel. Les tarifs obtenus pour la garantie incapacité de travail avec une prise en charge à 40 % des indemnités journalières par la complémentaire et avec les précédents paramètres sont présentés au tableau 4.3.

Prime pure	Prime commerciale HT	Prime commerciale TTC
1,2 %	1,33 %	1,43 %

TABLE 4.3 – Normes tarifaires de la garantie incapacité de travail

4.3 Étude de l'impact de la réforme à travers des sensibilités

L'étude de l'impact de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique se fera sur la prime pure. L'ensemble des valeurs affichées dans la suite correspondent alors à la prime pure.

La réforme indique que dans le cadre de la garantie du risque d'incapacité de travail, la rémunération minimale des indemnités journalières doit être équivalente à 90 % du TI+NBI et 40 % du RI pour les agents CNRACL. Cette hypothèse correspond à celle faite précédemment dans le but de comparer les impacts de cette réforme à périmètre constant.

La réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique instaure la participation obligatoire de l'employeur public aux garanties prévoyance ainsi que la mise en place de certaines garanties minimales obligatoires pour la couverture de l'incapacité de travail. L'hypothèse prise pour la suite de l'étude est la suivante : la couverture prévoyance devient obligatoire pour les agents de la fonction publique.

4.3.1 Sensibilités à un paramètre unique

Dans cette section seront étudiées les variations de la prime pure en réponse à la modification d'un paramètre seul. Le but étant de voir quels sont les paramètres qui ont le plus grand impact sur le tarif.

Antisélection

Ayant supposé que le contrat collectif devient à adhésion obligatoire, l'antisélection devient nulle. La prime précédemment présentée dont la valeur était de 1,2 % a désormais une valeur de 1,14 %. Le résultat obtenu sur la prime semble logique puisque la baisse de l'antisélection avec la mise en place d'un contrat à adhésion obligatoire permet de rééquilibrer l'asymétrie de l'information et de récupérer une part de bons risques qui ne s'assuraient pas auparavant.

L'ensemble des sensibilités présentées dans la suite ont été réalisées en prenant une valeur d'antisélection nulle. Les résultats obtenus sont alors comparés à la prime pure d'une valeur de 1,14 %.

Incidence

L'objectif de cette section est de visualiser le comportement du tarif en fonction de la dérive de l'incidence en CMO, en CLM et en CLD. Des chocs à la hausse et à la baisse ont été appliqués à la loi d'incidence de chaque état. Les résultats obtenus sont présentés dans le graphique 4.1.

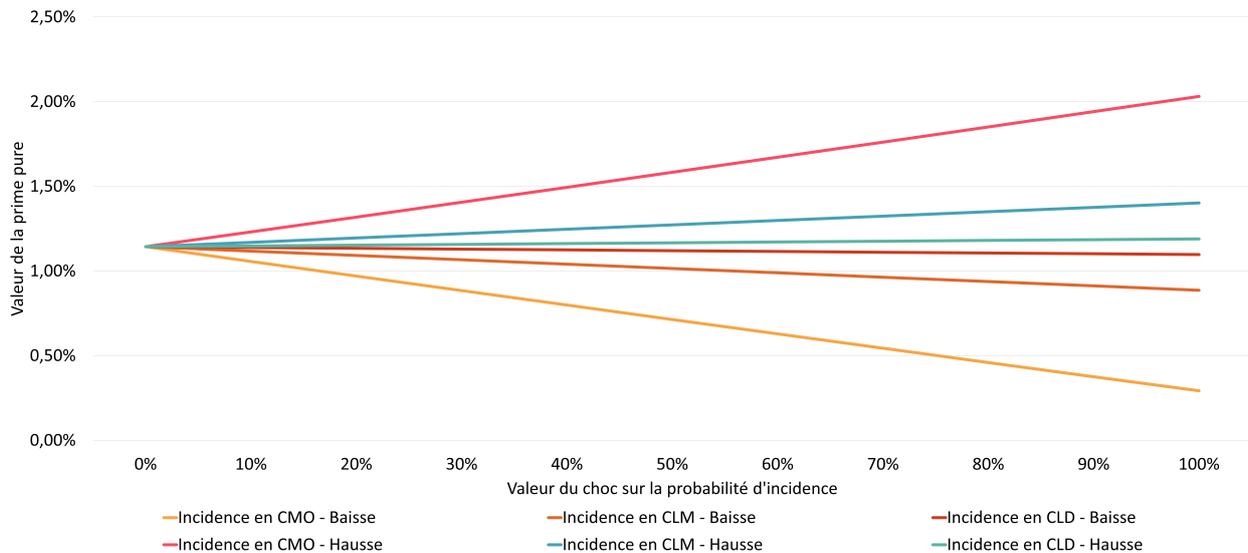


FIGURE 4.1 – Variation de la prime pure à la dérive de l'incidence

Le graphique 4.1 permet d'observer le comportement de la prime pure en fonction de la variation des lois d'incidence. Par construction des chocs, les impacts à la hausse et à la baisse pour un même risque sont symétriques par rapport à la droite $y = 1,14$ %. Plus particulièrement :

- La dérive de l'incidence en CLD reste très faible, et ce pour toutes les valeurs de choc appliquées. Le tarif initial varie au plus de -4,05 % pour une baisse de 100 % de l'incidence.
- La dérive de l'incidence en CLM a un impact plus important sur le tarif que la dérive de l'incidence en CLD. Le tarif initial varie au plus de -22,6 % pour une baisse de 100 % de l'incidence.
- La dérive de l'incidence en CMO est visuellement celle qui impacte le plus la prime pure. Le tarif initial augmente de -77,6 % pour un choc à la baisse de 100 %.

Les valeurs de sensibilité obtenues résultent directement de la répartition des sinistres entre les trois états. Les congés de type maladie ordinaire sont plus deux fois plus courants dans la fonction publique que les congés « longs » de type CLM et CLD. Un choc à la hausse ou à la baisse sur l'incidence en CMO aura alors plus d'impact sur la prime pure puisque ce sont les sinistres les plus fréquemment observés. Les résultats obtenus pour les deux autres types de congés semblent eux

aussi logiques puisque la fréquence d'incidence d'un congé CLM est plus importante que celle d'un congé CLD. La variation maximale pour un CLM est alors logiquement plus élevée que celle d'un CLD.

Maintien

L'objectif de cette section est de visualiser le comportement du tarif en fonction de la dérive du maintien en CMO, en CLM et en CLD. Des chocs à la hausse et à la baisse ont été appliqués à la loi de maintien de chaque état. Les résultats obtenus sont présentés dans le graphique 4.2.

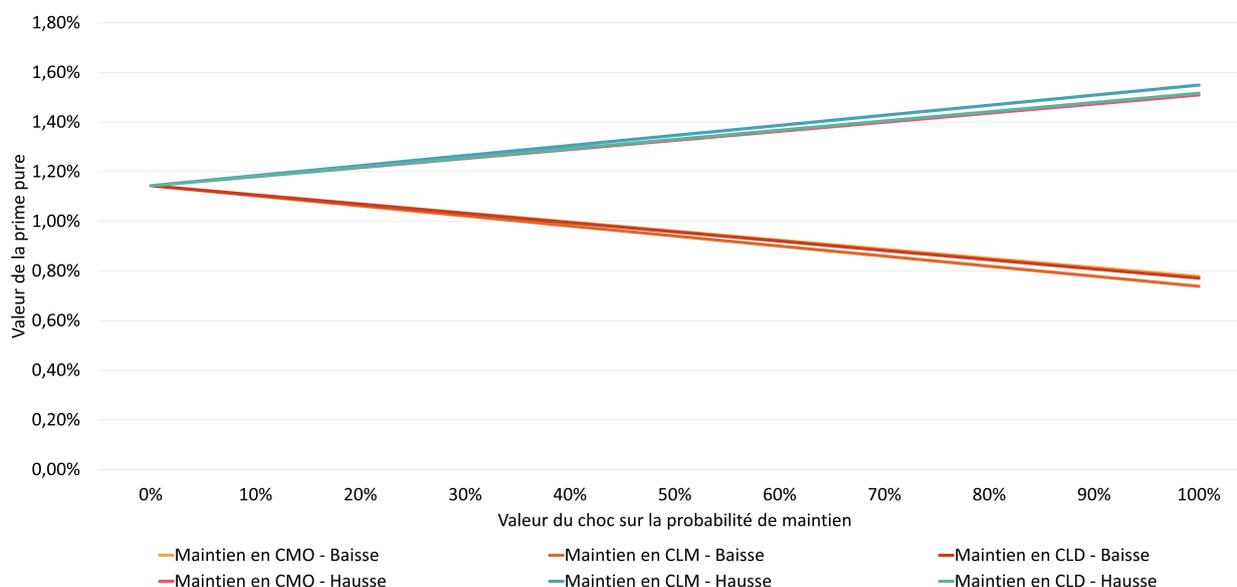


FIGURE 4.2 – Variation de la prime pure à la dérive du maintien

Le graphique 4.2 est symétrique par construction et montre une sensibilité similaire du tarif à la variation du maintien dans les différents états. La variation maximale de la prime pure lors d'un choc à la baisse de 100 % de la dérive de maintien en CMO, CLM et CLD est de respectivement -31,98 %, -35,45 % et -32,57 %. Ainsi, l'impact le plus important, bien que l'écart soit minime entre les résultats des trois états, est celui du CLM, suivi du CLD puis du CMO. Cela s'explique à travers diverses raisons :

- L'état CMO est un sinistre qui arrive de façon récurrente, mais c'est un sinistre dont la durée de maintien calculée à partir du passage à demi-traitement reste très faible. Elle est évaluée à 2,84 mois en moyenne. Ainsi, un impact sur le maintien en CMO n'aura qu'un impact très faible sur le tarif puisque l'assureur sera en moyenne engagé à indemniser 3 mois d'arrêt.
- L'état CLM est un sinistre qui est moyennement fréquent. Il est moins fréquent que le CMO, mais reste tout de même assez fréquent sur le portefeuille. Aussi, la probabilité de maintien en CLM calculée à partir du passage en demi-traitement de l'agent est assez proche de la probabilité de maintien en CLD. Elle est d'une valeur de 11,5 mois. Cela signifie qu'un assuré

qui a déjà passé un an en CLM reste en moyenne 11,5 mois de plus dans cet état. La jonction de ces deux paramètres résulte en un impact plus important sur la prime pure pour cet état.

- L'état CLD a contrario est un sinistre assez rare, mais c'est un sinistre dont la durée de maintien calculée à partir du passage à demi-traitement est élevée. En moyenne, un agent passé en période de demi-traitement, après 36 mois de congé donc, reste encore 15 mois dans l'état. Ainsi, un impact sur le maintien en CLD aurait un grand impact sur la prime pure si ce sinistre était fréquent.

Enfin, il est important de noter que les variations obtenues pour une dérive de l'incidence et une dérive du maintien n'ont pas les mêmes ordres de grandeur pour chaque état. Pour l'état CMO, la dérive de l'incidence a un impact bien plus important sur la prime que la dérive du maintien. En effet, pour une baisse de 100 % de l'incidence et du maintien, la prime pure varie respectivement de -77,6 % et -31,98 %. Pour l'état CLM, l'impact de la dérive de l'incidence et du maintien sont assez proches. Une baisse de 100 % de ces deux dérives diminue la prime de respectivement 35,45 % et 22,6 %. Enfin pour l'état CLD, c'est la variation de la durée de maintien qui a le plus fort impact sur le tarif. Pour une baisse de 100 % du maintien et de l'incidence, l'impact sur la prime pure est estimé à respectivement -32,57 % et -4,05 %.

Passage

L'objectif de cette section est de visualiser le comportement du tarif en fonction des variations des probabilités de passage entre les différents états. Des chocs à la hausse et à la baisse ont été appliqués aux probabilités de passage de chaque état. Les résultats obtenus sont présentés dans le graphique 4.3.

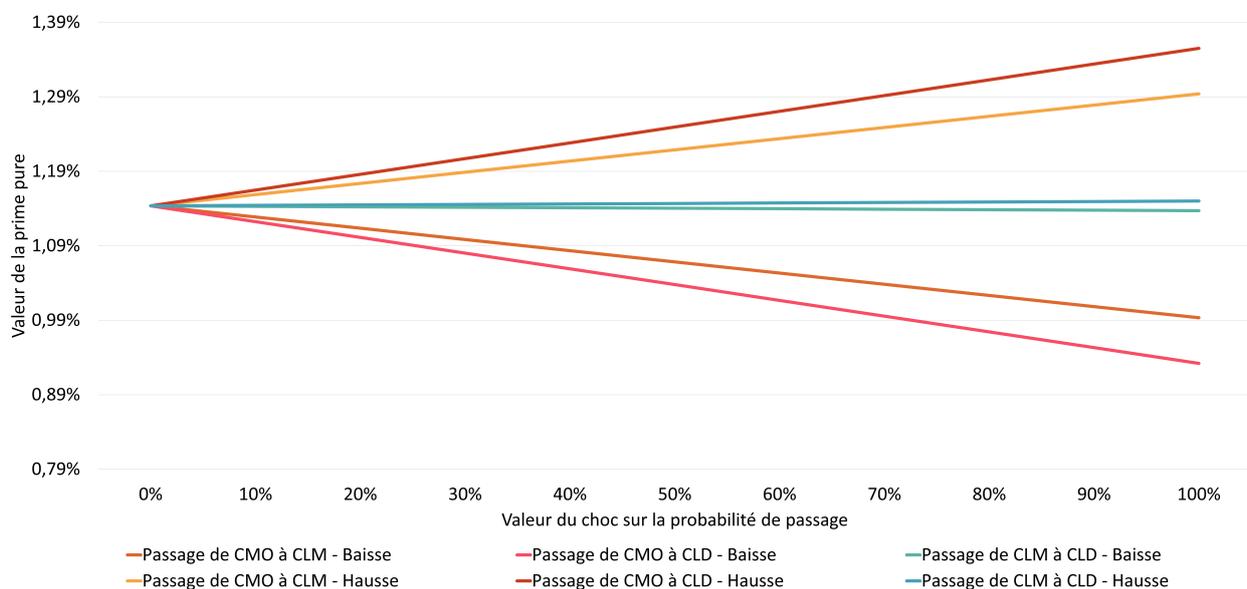


FIGURE 4.3 – Variation de la prime pure en fonction de la variation des probabilités de passage entre états

Le graphique 4.3 est par construction symétrique et permet de visualiser les valeurs de la prime pure en fonction des variations des probabilités de passage. Tout d'abord, il est possible de constater que la prime pure ne varie que très peu en fonction de la valeur de la probabilité de passage de l'état CLM vers l'état CLD. Le passage de l'état CLM vers l'état CLD est le plus fréquent en probabilité, mais est appliqué sur un effectif très faible du portefeuille. Ainsi, impacter à la baisse la probabilité de passer de l'état CLM vers l'état CLD à hauteur de 100 % n'impacte la prime pure que de -0,56 %. A contrario, les passages réalisés à partir de l'état CMO peuvent avoir un impact plus important sur la prime puisque les probabilités de passage sont appliquées sur un effectif plus important. Le passage de l'état CMO vers l'état CLD est le plus rare en probabilité. Cette probabilité implique alors qu'il reste un effectif plus important en CMO par rapport aux autres passages, raison pour laquelle la variation des probabilités de passage de l'état CMO vers l'état CLD a un impact plus important sur le tarif. En effet, le congé de maladie ordinaire étant le plus commun, la variation de l'effectif en CMO est celle qui a le plus d'impact sur le prime pure. Une diminution plus forte de la probabilité de passage de l'état CMO vers l'état CLD fait ainsi varier au plus la prime de -18,50 % pour une baisse de 100 % des passages entre ces deux états. Le passage de l'état CMO vers l'état CLM est, en reprenant le cheminement exposé juste avant, le deuxième type de passage le plus impactant. En effet, ce passage est plus récurrent que le passage de l'état CMO vers l'état CLD et diminue ainsi plus considérablement l'effectif en CMO. La prime pure varie au plus de -13,14 % pour une baisse à hauteur de 100 % des passages.

Taux d'adhésion

L'objectif de cette section est de visualiser le comportement du tarif en fonction de la dérive du maintien en CMO, en CLM et en CLD. Le taux d'adhésion a été impacté à la hausse et à la baisse. Les résultats obtenus sont présentés dans le graphique 4.4.

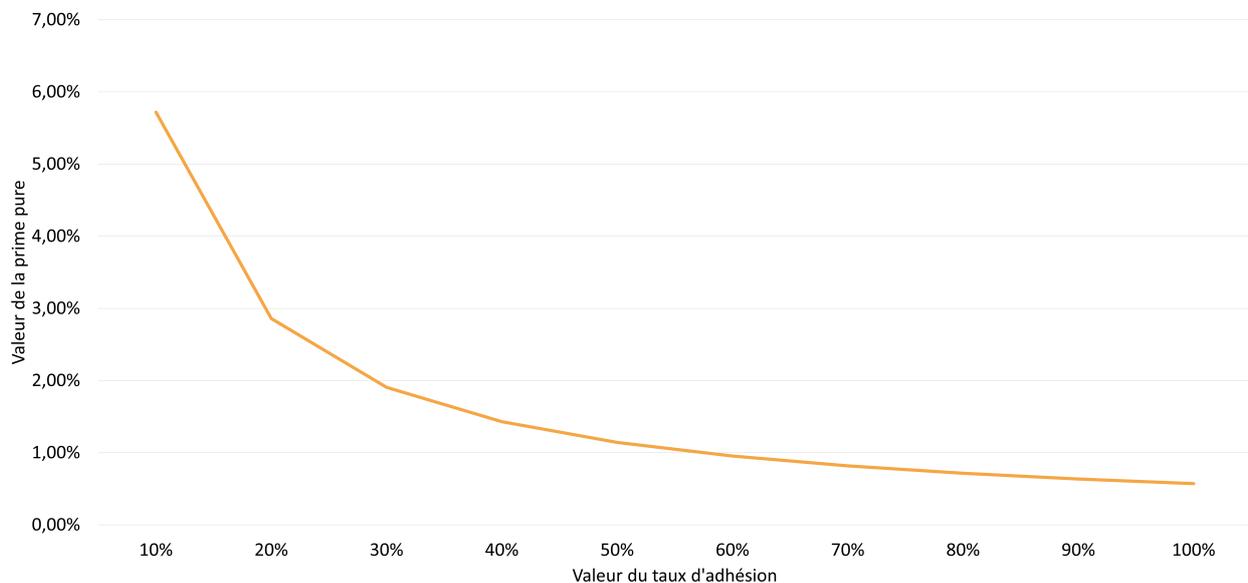


FIGURE 4.4 – Variation de la prime pure en fonction de l'adhésion au contrat

Le graphique 4.4 représente à lui seul le principe même de la mutualisation qui consiste en la répartition du coût de la réalisation d'un sinistre sur un portefeuille d'assurés soumis au même risque. L'ensemble des primes récupérées par l'assureur permettront d'indemniser les assurés ayant connu le risque pour lequel ils sont assurés. Ainsi, plus il y a d'assurés dans le portefeuille, moins le coût du risque pèse sur une seule tête. C'est ce qui est visible sur le graphique 4.4. Pour un taux d'adhésion à 10 %, la valeur de la prime pure est de 5,7 % contre 1,14 % pour un taux d'adhésion à 50 % qui était l'hypothèse initiale. La valeur de la prime varie ainsi entre + 400 % et - 50 % de la valeur obtenue pour une adhésion à 50 %.

Cette section a permis de conclure sur les paramètres impliquant une plus forte variation de la prime pure. Les paramètres ayant le plus grand impact sur la prime semblent être la probabilité d'incidence en CMO, le taux d'adhésion au contrat, et les probabilités de maintien.

4.3.2 Sensibilités à un ensemble de paramètres

Dans cette section, seront étudiées les variations de la prime pure en réponse à la modification d'un ensemble de paramètres. L'hypothèse que la réforme de la protection sociale complémentaire permettra de diminuer la sinistralité dans les portefeuilles prévoyance est retenue. Cette hypothèse se base sur le fait que l'adhésion aux contrats prévoyance était, jusqu'à la mise en place de la réforme, facultative. Or, la sinistralité observée dans la fonction publique est plus importante que celle observée dans le secteur privé : les agents publics sont plus souvent en arrêt, et ces arrêts durent plus longtemps. L'hypothèse retenue est alors qu'avant la mise en place de la réforme seuls

les individus les plus consommateurs adhéraient à des assurances complémentaires. Ces individus sont alors supposés observer des arrêts de travail de façon plus fréquente et pendant plus de temps que les personnes qui n'adhéraient pas aux complémentaires. Le passage à une adhésion obligatoire permettra alors de diminuer la sinistralité puisque les nouveaux adhérents de ces contrats auront un comportement plus prudent : ils observeront moins de sinistres en fréquence, ainsi que des sinistres moins longs.

Trois scénarios d'hypothèses sont définis :

- **Scénario A** : La mise en place de la réforme de la PSC permet de diminuer l'incidence, le maintien et le nombre de passages de façon identique pour l'ensemble des risques statutaires considérés. Ce scénario permet alors de traduire une simple baisse de la sinistralité sans qu'il y ait de changement dans la distribution de la nature des sinistres du portefeuille. Les hypothèses d'impact retenues sont présentées dans le tableau suivant :

Impact sur l'incidence en CMO, CLM et CLD	-5 %
Impact sur le maintien en CMO, CLM et CLD	-3 %
Impact sur les passages de CMO vers CLM, de CMO vers CLD et de CLM vers CLD	-7 %

TABLE 4.4 – Hypothèses retenues pour le scénario A

- **Scénario B** : La mise en place de la réforme de la PSC permet de diminuer l'incidence, le maintien et le nombre de passages dans les différents congés, mais cette baisse n'est pas la même pour les trois états. Dans ce scénario, il est souhaité d'impacter plus fortement les congés de type « longs » CLM et CLD, traduisant ainsi le fait que le passage à un contrat obligatoire limitera le nombre de congés longs et augmentera la proportion de congés courts qui sont les congés de maladie ordinaire dans le portefeuille. Les hypothèses retenues pour ce scénario sont présentées dans le tableau ci-après :

Impact sur l'incidence en CMO	-3 %
Impact sur l'incidence en CLM et CLD	-7 %
Impact sur le maintien en CMO	-1 %
Impact sur le maintien en CLM et CLD	-5 %
Impact sur les passages de CMO vers CLM, et de CMO vers CLD	-7 %
Impact sur les passages de CLM vers CLD	-10 %

TABLE 4.5 – Hypothèses retenues pour le scénario B

- **Scénario C** : La mise en place de la réforme de la PSC permet de diminuer l'incidence, le maintien et le nombre de passages dans les différents congés, mais cette baisse n'est pas la même pour les trois états. Dans ce scénario, il est souhaité d'impacter plus fortement les congés de type « courts » CMO, traduisant ainsi le fait que le passage à un contrat obligatoire limitera la proportion de congés courts et augmentera la proportion de congés longs dans le portefeuille. Les hypothèses retenues pour ce scénario sont les suivantes :

Impact sur l'incidence en CMO	-7 %
Impact sur l'incidence en CLM et CLD	-3 %
Impact sur le maintien en CMO	-5 %
Impact sur le maintien en CLM et CLD	-1 %
Impact sur les passages de CMO vers CLM, et de CMO vers CLD	-10 %
Impact sur les passages de CLM vers CLD	-7 %

TABLE 4.6 – Hypothèses retenues pour le scénario C

Ces trois scénarios seront de plus étudiés pour différents taux d'adhésion. Pour les scénarios d'adhésion A, B et C, l'on suppose qu'il existe des cas de dispense d'adhésion aux contrats et que le taux d'adhésion n'est dans ce cas pas maximal. Cette hypothèse se base sur la présence d'exclusions dans l'accord interministériel [8] signé pour la couverture des frais de santé dans la Fonction Publique d'État. Les scénarios d'adhésion retenus sont les suivants :

- **Taux d'adhésion A** : Dans ce scénario d'adhésion, le taux d'adhésion passe de 50 à 70 %.
- **Taux d'adhésion B** : Dans ce scénario d'adhésion, le taux d'adhésion passe de 50 à 80 %.
- **Taux d'adhésion C** : Dans ce scénario d'adhésion, le taux d'adhésion passe de 50 à 90 %.
- **Taux d'adhésion D** : Dans ce scénario d'adhésion, le taux d'adhésion passe de 50 à 100 %.

Pour rappel, puisqu'il a été supposé que le contrat est à adhésion obligatoire, le taux d'antisélection est nul.

Les primes pures obtenues dans cette étude de sensibilités sont présentées dans le tableau 4.7.

	Adhésion = 70 %	Adhésion = 80 %	Adhésion = 90 %	Adhésion = 100 %
PP initiale	0,817 %	0,715 %	0,635 %	0,572 %
Scénario A	0,735 %	0,643 %	0,572 %	0,514 %
Scénario B	0,737 %	0,645 %	0,573 %	0,516 %
Scénario C	0,725 %	0,635 %	0,564 %	0,508 %

TABLE 4.7 – Variations de la prime pure selon différents scénarios d'hypothèses

Les premières conclusions qui peuvent être tirées de ces scénarios concernent ce qui avait été précédemment vu dans l'impact de la variation du taux d'adhésion dans le graphique 4.4, à savoir que plus le taux d'adhésion augmente et plus la valeur de la prime pure diminue. Cela est directement dû au phénomène de mutualisation des risques : les cotisations de l'ensemble des assurés servent à indemniser les sinistres réellement observés sur le portefeuille. Le passage d'un taux d'adhésion de 70 % à un taux d'adhésion de 100 % permet ainsi de diminuer le tarif de la garantie incapacité de travail de 30 %.

Afin de tirer les conclusions sur les scénarios A, B et C, il est important de noter que l'état CMO semble à première vue être l'état le moins coûteux pour l'assureur. En effet, l'assureur s'engage à

indemniser au plus 9 mois de salaire pour le CMO contre 24 mois pour les états CLM et CLD. En réalité, le CMO correspond à l'état le plus coûteux pour l'assureur puisque la fréquence des sinistres CMO est plus importante que celle des sinistres CLM et CLD. Ce point est essentiel afin de comprendre les tendances qui se dessinent à partir des résultats des scénarios A, B et C. Plus particulièrement, les scénarios A, B et C impactent le tarif initial respectivement de -10 %, -9,7 % et -11,2 %. Les résultats obtenus peuvent à première vue sembler contradictoires : le scénario B où l'on suppose une faible baisse de l'état a priori le moins coûteux qui est le CMO, et une forte baisse des états les plus coûteux qui sont le CLM et le CLD diminue la prime de façon plus modeste que le scénario C où l'état le moins coûteux est plus fortement impacté par rapport aux états les plus coûteux.

Ces résultats résultent directement de la distribution initiale du portefeuille. En effet, celui-ci est majoritairement composé de congés de type CMO, qui sont les congés les plus fréquents dans la fonction publique, car ce sont des congés accordés pour des maladies ordinaires. Les congés longs CLM et CLD ne sont accordés que dans des cas de maladie très grave. Ainsi, de par la nature même du portefeuille, l'impact sur les congés CMO dictera plus ou moins la variation de prime pure observée pour chaque scénario.

- Comme vu dans le graphique 4.1, une variation de -10 % de l'incidence seule en CMO diminue le tarif de 0,09 %, tandis qu'une variation de -10 % de l'incidence en CLM et en CLD diminue le tarif de respectivement de 0,03 % et 0,005 %.

Ainsi, en supposant une baisse de 3 % de l'incidence dans l'état CMO contre une baisse de 7 % de l'incidence dans les états CLM et CLD, la prime pure impactée ne variera dans son ensemble que de très peu puisque la baisse de l'incidence en CLM et en CLD à elle seule ne suffit pas à fortement impacter le tarif. C'est ce qui peut être en partie vu dans les résultats du scénario B.

A contrario, une forte variation du taux d'incidence dans l'état CMO de l'ordre de 7 % par rapport à une variation de -3 % de l'incidence en CLM et CLD impactera très fortement le tarif comme ce qui peut être vu dans le scénario C.

Enfin, une variation égale des incidences en CMO, CLM et CLD de -5 % impacte le tarif de façon plus importante que le scénario B puisque la baisse de l'incidence de CMO est plus importante dans ce scénario. Néanmoins, et puisqu'elle reste plus faible que la baisse de l'incidence du scénario C, la prime du scénario A est plus élevée que celle du scénario C.

Il en résulte alors :

$$Impact_{incidence} \text{ Scénario B} > Impact_{incidence} \text{ Scénario A} > Impact_{incidence} \text{ Scénario C}$$

- Le graphique 4.2 présente les variations du tarif en fonction du maintien dans les différents états d'incapacité de la fonction publique. Le graphique permet de conclure que, bien que les impacts sur les trois états soient du même ordre de grandeur, c'est la baisse du maintien en CLM qui affiche une plus forte variation de la prime. En deuxième place vient la baisse du maintien en CLD, et enfin celle en CMO.

Ainsi, en supposant une baisse de 5 % du maintien en CLM et en CLD contre une baisse de 1 % du maintien en CMO, hypothèses correspondant à celles du scénario B, la prime pure impactée variera dans son ensemble plus que si l'on impacte le maintien en CMO de -5 % et les impacts en CLM et CLD de -1 %. La différence d'impact entre les deux scénarios sera

néanmoins très faible puisque les impacts des trois états sont très proches comme l'atteste le graphique 4.2.

Il est possible de tirer les mêmes conclusions avec les hypothèses du scénario A. Une baisse de 3 % de l'ensemble des maintiens en CMO, CLM et CLD permet d'aboutir à un impact sur la prime assez similaire que pour les scénarios B et C.

Il en résulte alors :

$$Impact_{\text{maintien}} \text{ Scénario C} > Impact_{\text{maintien}} \text{ Scénario A} > Impact_{\text{maintien}} \text{ Scénario B}$$

- Le graphique 4.3 présente les variations du tarif en fonction du passage dans les différents états d'incapacité de la fonction publique. Il permet de conclure sur l'impact de la variation de chaque type de passage sur la prime pure. La variation de la probabilité de passage la plus impactante est celle du passage de l'état CMO vers l'état CLM, suivie de la probabilité de passage de l'état CMO vers l'état CLD et enfin de la probabilité de passage de l'état CLM vers l'état CLD.

Le scénario A est celui qui impacte le moins la prime pure puisqu'il ne change pas intrinsèquement la distribution de portefeuille. Il y aura moins de passages globaux sur l'ensemble du portefeuille qui favorisent le maintien des individus en CMO, qui est le risque le plus coûteux. Le scénario B lui, impacte moyennement le tarif. Il suppose en effet la même baisse des passages qui ont lieu à partir de l'état CMO, mais impacte plus fortement le passage de l'état CLM vers l'état CLD. Cela implique un effectif plus élevé en CLM dans ce scénario par rapport au scénario A. Le tarif est alors moins impacté par le scénario B en passage. Pour ces mêmes raisons, le scénario C est le plus impactant sur le tarif puisqu'il suppose plus de sortie de l'état CMO et plus d'entrées dans les états CLM et CLD.

Il en résulte alors :

$$Impact_{\text{passage}} \text{ Scénario A} > Impact_{\text{passage}} \text{ Scénario B} > Impact_{\text{passage}} \text{ Scénario C}$$

La jonction de ces différentes explications ainsi que les conclusions faites à la section précédente permettent ainsi d'aboutir aux résultats affichés dans le tableau 4.7.

L'entrée de nouveaux adhérents dans les portefeuilles prévoyance de la fonction publique territoriale oblige les assureurs à changer leurs *business plans*. Plus particulièrement, la réforme les oblige à se projeter sur les nouvelles incidences pour chaque risque statutaire en tenant compte du caractère nouvellement obligatoire de l'adhésion au contrat. Bien que dans cette étude l'incidence des sinistres est estimée à la baisse de façon globale, la nouvelle distribution des sinistres dans le portefeuille peut modifier grandement la prime pure du contrat. Si les nouveaux entrants observent beaucoup moins de congés de maladie ordinaire, la prime en sera très fortement impactée à la baisse. De même, si la distribution des sinistres dans le portefeuille n'est pas modifiée, la prime en sera assez fortement impactée. Finalement, si la mise en place de la réforme fait croître la proportion de sinistres de type congé de maladie ordinaire, alors l'impact sur le tarif sera moindre.

4.4 Limites de l'étude et perspectives

Bien que l'étude ait permis la tarification et la quantification de l'impact de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique sur les contrats prévoyance, il convient d'analyser les limites de l'étude ainsi que les axes d'amélioration qui pourront être développés dans de futurs travaux.

4.4.1 Qualité des données

La Fonction Publique en France bénéficie d'un régime de protection sociale particulier et qui représente une part spécifique du marché de l'assurance prévoyance. Les données relatives aux portefeuilles prévoyance dans la fonction publique sont limitées aux seuls acteurs de cette part du marché. Or, ces mêmes acteurs font face à des taux d'adhésion de leurs contrats assez faibles, estimés à 50 % [9], diminuant ainsi considérablement la quantité d'informations disponibles sur cette branche de l'assurance. La quantité de données disponibles représente alors la majeure limite à cette étude. La suffisance et la qualité des données en entrée des modèles de durée conditionnent alors la qualité des tables d'expérience construites. Dans le cadre de cette étude, et comme précisé au chapitre 2, la quantité de données en entrée de nos modèles peut être considérée comme insuffisante afin d'avoir des taux de maintien et de passage entre les états d'incapacité de la fonction publique plus robustes. Néanmoins, les tables créées à partir de ces données ont permis de tarifier un produit d'incapacité de travail dont le tarif final est cohérent avec les tarifs proposés sur le marché. L'étude pourrait éventuellement être reprise avec une base de données plus importante afin d'améliorer les premiers résultats obtenus.

4.4.2 Limites méthodologiques

La Fonction Publique ne dispose pas, comme le secteur privé, de tables réglementaires permettant de modéliser le maintien et le passage entre les états d'incapacité et d'invalidité des fonctionnaires. Avoir à disposition une table comme celle du BCAC adaptée aux risques de la fonction publique permettrait d'avoir un point de repère dans la création de tables d'expérience et permettrait de situer les tables créées par rapport à une référence. Aussi, dans le cas où la quantité de données à disposition pour l'étude n'est pas suffisante, la table réglementaire permettrait de positionner le maintien et les sorties d'incapacité ou invalidité par rapport à cette référence. Le modèle de Brass est par exemple l'un des modèles utilisés pour la création de tables d'expérience à partir d'une table de référence.

Conclusion

L'objectif de ce mémoire était d'étudier l'impact de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique sur les normes tarifaires de la garantie incapacité de travail de la fonction publique territoriale. L'étude a débuté par une présentation générale de la fonction publique et de son régime de protection sociale. Le contexte dans lequel s'inscrit cette réforme a été présenté afin de mieux l'appréhender. Ensuite il a été question de présenter les données sur lesquelles s'est appuyée la construction des tables d'expérience propres aux risques de la fonction publique territoriale présentée en troisième partie de ce mémoire. Enfin, afin de répondre à la problématique, il a été nécessaire de tarifier une garantie incapacité de travail et de réaliser des sensibilités du tarif à la modification de certains paramètres à partir de différents scénarios.

Les tables construites dans le cadre de ce mémoire ont permis d'appréhender au plus près les risques présents dans la fonction publique territoriale et de tarifier la garantie incapacité de travail des agents CNRACL.

Les scénarios d'impact étudiés ont par ailleurs permis d'identifier les paramètres les plus impactant sur le tarif pur et donc les points d'attention des assureurs lors de la mise en place de la réforme. Le congé de maladie ordinaire étant le congé le plus fréquent dans la fonction publique territoriale, il représente un élément clé dans la définition et la variation de la prime pure proposée.

Cependant, les études réalisées présentent plusieurs limites. Dans un premier temps, les données sur lesquelles se base la création des tables d'expérience sont peu nombreuses sur certains risques. La robustesse des tables pourrait ainsi être améliorée dans de futures études à condition d'avoir à disposition des données en plus grande quantité. Celles-ci restent néanmoins assez restreintes dans le secteur de la couverture prévoyance de la fonction publique. De plus, l'utilisation de certains modèles n'a pu être possible, d'une part à cause de la faible quantité de données, mais également en raison de l'absence de l'existence de tables réglementaires permettant de modéliser le maintien et les passages entre les états d'incapacité des fonctionnaires.

Le marché de la protection sociale de la fonction publique est un marché compétitif. La mise en place de la réforme devrait accélérer la multiplication du nombre d'acteurs se plaçant sur les appels à la concurrence pour les conventions de participation, alors même que ce marché est déjà en pleine expansion.

En raison de la forte concurrence présente sur ce segment de l'assurance prévoyance, plusieurs acteurs pratiquent ce que l'on appelle le « *dumping* tarifaire ». Cette pratique consiste en l'abaissement du tarif de l'assurance complémentaire proposé dans l'objectif de gagner les appels publics à la concurrence pour les conventions de participation. Ce phénomène a un impact très important sur les comptes de l'assureur : les ratios sinistres sur primes (S/P) observés dans le secteur de la prévoyance publique sont actuellement dégradés et élevés.

La mise en place de la réforme, et le passage d'une assurance facultative à obligatoire permettraient, grâce au rééquilibrage des bons et des mauvais risques dans le portefeuille, d'observer une baisse globale de la sinistralité en incapacité. Cela modifie alors directement le tarif proposé qui est impacté à la baisse comme vu dans le chapitre 4 de ce mémoire. La nature du risque étant modifiée, cela devrait également améliorer les résultats des assureurs. Il reste néanmoins possible que la mise en place de la réforme ne modifie pas les ratios sinistres sur primes des assureurs. En effet, bien que le risque observé soit amélioré, le caractère compétitif et concurrentiel de cette branche de la prévoyance risque également d'être renforcé. Le risque de *dumping* tarifaire reste alors très présent, et pourrait ralentir l'amélioration des résultats des acteurs de ce marché.

Liste des tableaux

2.1	Nombre de lignes censurées par congé	25
2.2	Processus d'affectation d'un nouveau type de congé à un sinistre en cas de non-respect de la durée réglementaire	27
2.3	Nombre de lignes affectées à un nouveau sinistre	27
2.4	Présentation de la base d'étude utilisée pour la création des tables d'expériences	29
2.5	Proportion de sinistres par genre et par type de congé	29
2.6	Nombre de passages entre les différents types de congés	34
3.1	Résultats du test du χ^2 pour la validation du lissage des taux bruts de sortie féminins du congé de maladie ordinaire	60
3.2	Résultats du test des changements de signes pour la validation du lissage des taux bruts de sortie féminins du congé de maladie ordinaire	60
3.3	Résultats du test du χ^2 pour la validation du lissage des taux bruts de sortie du congé de longue maladie	74
3.4	Résultats du test des changements de signes pour la validation du lissage des taux bruts du congé de longue maladie	74
3.5	Résultats du test du χ^2 pour la validation du lissage des taux bruts de passage du congé de maladie ordinaire vers le congé de longue maladie	84
3.6	Résultats du test des changements de signes pour la validation du lissage des taux bruts de passage du congé de maladie ordinaire vers le congé de longue maladie	85
4.1	Population à assurer	107
4.2	Masse salariale considérée	107
4.3	Normes tarifaires de la garantie incapacité de travail	109
4.4	Hypothèses retenues pour le scénario A	115
4.5	Hypothèses retenues pour le scénario B	115
4.6	Hypothèses retenues pour le scénario C	116
4.7	Variations de la prime pure selon différents scénarios d'hypothèses	116
A.1	Résultats du test du χ^2 pour la validation du lissage des taux bruts de sortie masculins du congé de maladie ordinaire	134
A.2	Résultats du test des changements de signes pour la validation du lissage des taux bruts de sortie masculins du congé de maladie ordinaire	134

Table des figures

1	Durée et niveau d'indemnisation selon le risque statutaire	iv
2	Duration and level of compensation according to the statutory risk	xi
1.1	Répartition des agents selon le versant de la fonction publique auquel ils sont rattachés [2]	4
1.2	Répartition des agents selon leur statut [2]	5
1.3	Rémunération de la part statutaire en cas de congé de maladie ordinaire	9
1.4	Rémunération de la part statutaire en cas de congé de longue maladie	10
1.5	Rémunération de la part statutaire en cas de congé de longue durée	11
1.6	Passage entre les états pour un agent CNRACL	14
1.8	Fonctionnement de la complémentaire incapacité sur les risques CMO, CLM, et CLD .	15
1.9	Calendrier de la réforme de la protection sociale complémentaire de la fonction publique, <i>version au 26/08/2022</i>	19
2.1	Répartition du nombre de sinistres selon le genre de l'assuré à chaque pas de temps de la période d'observation	30
2.2	Évolution du nombre de sinistres à chaque pas de temps de la période d'observation .	30
2.3	Répartition du nombre de sinistres selon le type de congé à chaque pas de temps de la période d'observation	31
2.4	Répartition du nombre de sinistres selon le mois de survenance du sinistre	31
2.5	Répartition de la durée des arrêts de type CMO	32
2.6	Répartition de la durée des arrêts de type CLM	33
2.7	Répartition de la durée des arrêts de type CLD	33
2.8	Répartition de l'âge à la survenance des sinistres pour chaque type de congé	34
3.1	Cas possibles de troncature et de censure	38
3.2	Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CMO pour le genre féminin	48
3.3	Taux bruts de sortie de l'état CMO pour le genre féminin estimés par l'estimateur de Hoem	49
3.4	Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CMO par classes d'âge pour le genre féminin	50
3.5	Taux bruts de sortie de l'état CMO pour le genre féminin estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem	51

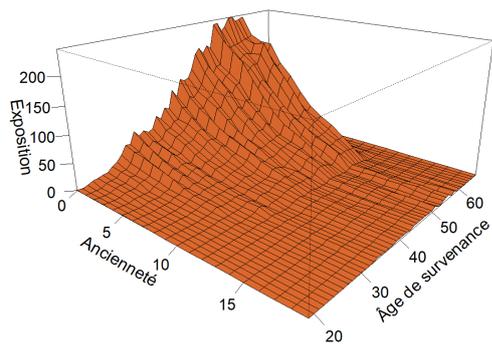
3.6	Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CMO estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem pour le genre féminin	52
3.7	Taux bruts de sortie estimés par classes d'âge par l'estimateur de Kaplan-Meier pour le genre féminin	54
3.8	Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CMO estimés par classes d'âge par l'estimateur de Kaplan-Meier pour le genre féminin	55
3.9	Comparaison des taux bruts de sortie de CMO du genre féminin obtenus par l'estimateur de Kaplan-Meier et par l'estimateur de Hoem pour chaque classe d'âge	57
3.10	Lissage des taux bruts de sortie de CMO féminins par classes d'âge obtenus avec l'estimateur de Hoem à l'aide de Whittaker-Henderson	59
3.11	Taux de sortie de CMO lissés par Whittaker-Henderson par classes d'âge et intervalles de confiance, pour $h = 0,01$	62
3.12	Loi de maintien en CMO	63
3.13	Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CLM	64
3.14	Taux bruts de sortie de l'état CLM estimés par l'estimateur de Hoem	65
3.15	Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CLM par classes d'âge	66
3.16	Taux bruts de sortie de l'état CLM estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem	66
3.17	Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CLM estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem	68
3.18	Taux bruts de sortie de CLM estimés par l'estimateur de Kaplan-Meier par classes d'âge	69
3.19	Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CLM estimés par l'estimateur de Kaplan-Meier par classes d'âge	70
3.20	Comparaison des taux bruts de sortie de CLM modélisés par l'estimateur de Kaplan-Meier, et par l'estimateur de Hoem pour chaque classe d'âge	72
3.21	Lissage des taux bruts de sortie de CLM par classes d'âge obtenus avec l'estimateur de Hoem à l'aide de Whittaker-Henderson	73
3.22	Taux de sortie de CLM lissés par Whittaker-Henderson par classes d'âge et intervalles de confiance, pour $h = 0,1$	76
3.23	Loi de maintien en CLM	77
3.24	Exposition au risque et nombre de passages entre l'état CMO et CLM	78
3.25	Taux bruts de passage de l'état CMO vers l'état CLM estimés par l'estimateur de Hoem	79
3.26	Exposition au risque et nombre de passages de l'état CMO vers l'état CLM par classes d'âge	80
3.27	Taux bruts de passage de l'état CMO vers l'état CLM estimés par classes d'âge par l'estimateur de Hoem	80
3.28	Taux bruts de passage et intervalles de confiance de l'état CMO vers l'état CLM estimés par l'estimateur de Hoem par classes d'âge	82
3.29	Lissage des taux bruts de passage de CMO à CLM par classes d'âge obtenus avec l'estimateur de Hoem à l'aide de Whittaker-Henderson	84
3.30	Taux de passage de CMO à CLM lissés par Whittaker-Henderson par classes d'âge et intervalles de confiance, pour $h = 0,001$	86
3.31	Loi de passage entre les états CMO et CLM	87

3.32	Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survenance et par ancienneté	88
3.33	Evolution du SMR sur la période d'observation	92
3.34	Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survenance et par ancienneté	93
3.35	Comparaison du nombre de sorties prédites et observées par âge à la survenance et par ancienneté	97
4.1	Variation de la prime pure à la dérive de l'incidence	110
4.2	Variation de la prime pure à la dérive du maintien	111
4.3	Variation de la prime pure en fonction de la variation des probabilités de passage entre états	112
4.4	Variation de la prime pure en fonction de l'adhésion au contrat	114
A.1	Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CMO	127
A.2	Taux bruts de sortie de l'état CMO estimés par l'estimateur de Hoem	128
A.3	Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CMO par classes d'âge	128
A.4	Taux bruts de sortie de l'état CMO estimés par l'estimateur de Hoem par classes d'âge	129
A.5	Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CMO estimés par l'estimateur de Hoem par classes d'âge	130
A.6	Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CMO estimés par l'estimateur de Kaplan-Meier par classes d'âge	131
A.7	Comparaison des taux bruts modélisés par l'estimateur de Kaplan-Meier, et par l'estimateur de Hoem pour chaque classe d'âge et d'ancienneté	132
A.8	Lissage des taux bruts de sortie par classes d'âge obtenus avec l'estimateur de Hoem à l'aide de Whittaker-Henderson	133
A.9	Taux de sortie lissés par Whittaker-Henderson par classes d'âge et intervalles de confiance, pour $h = 0,01$	135

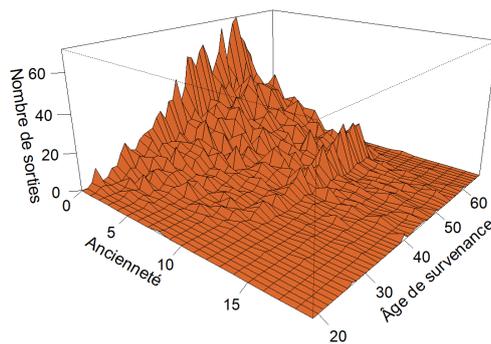
Annexe A

Annexe - Loi de maintien en CMO pour le genre masculin

A.1 Estimation des taux bruts à l'aide de l'estimateur de Hoem



(a) Exposition au risque



(b) Nombre de sorties de l'état CMO

FIGURE A.1 – Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CMO

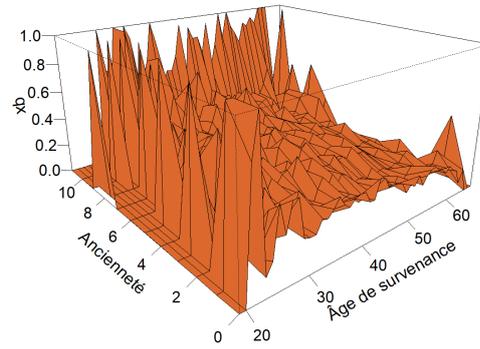


FIGURE A.2 – Taux bruts de sortie de l'état CMO estimés par l'estimateur de Hoem

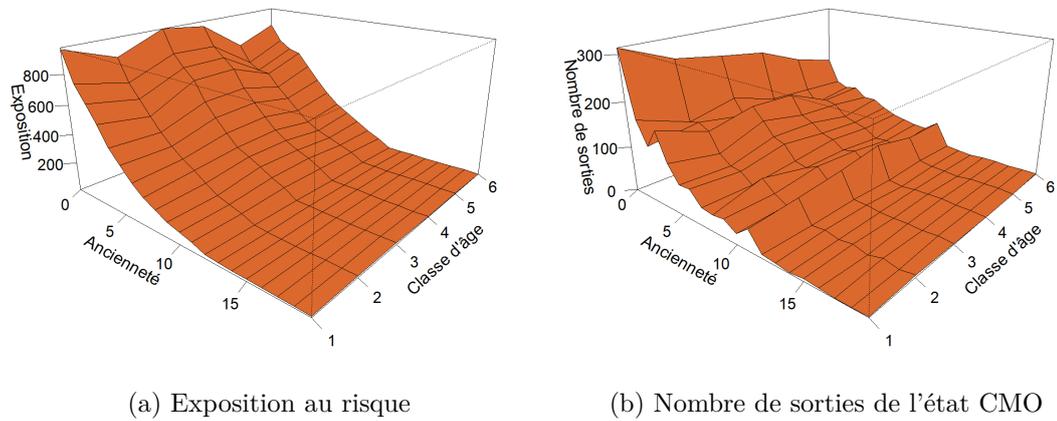


FIGURE A.3 – Exposition au risque et nombre de sorties de l'état CMO par classes d'âge

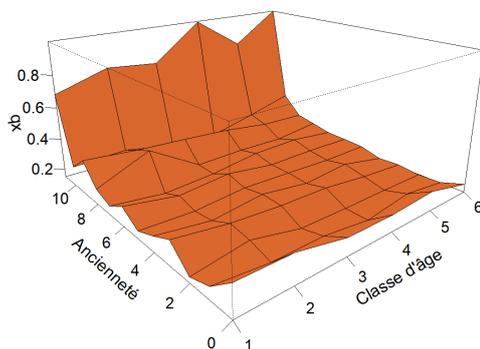
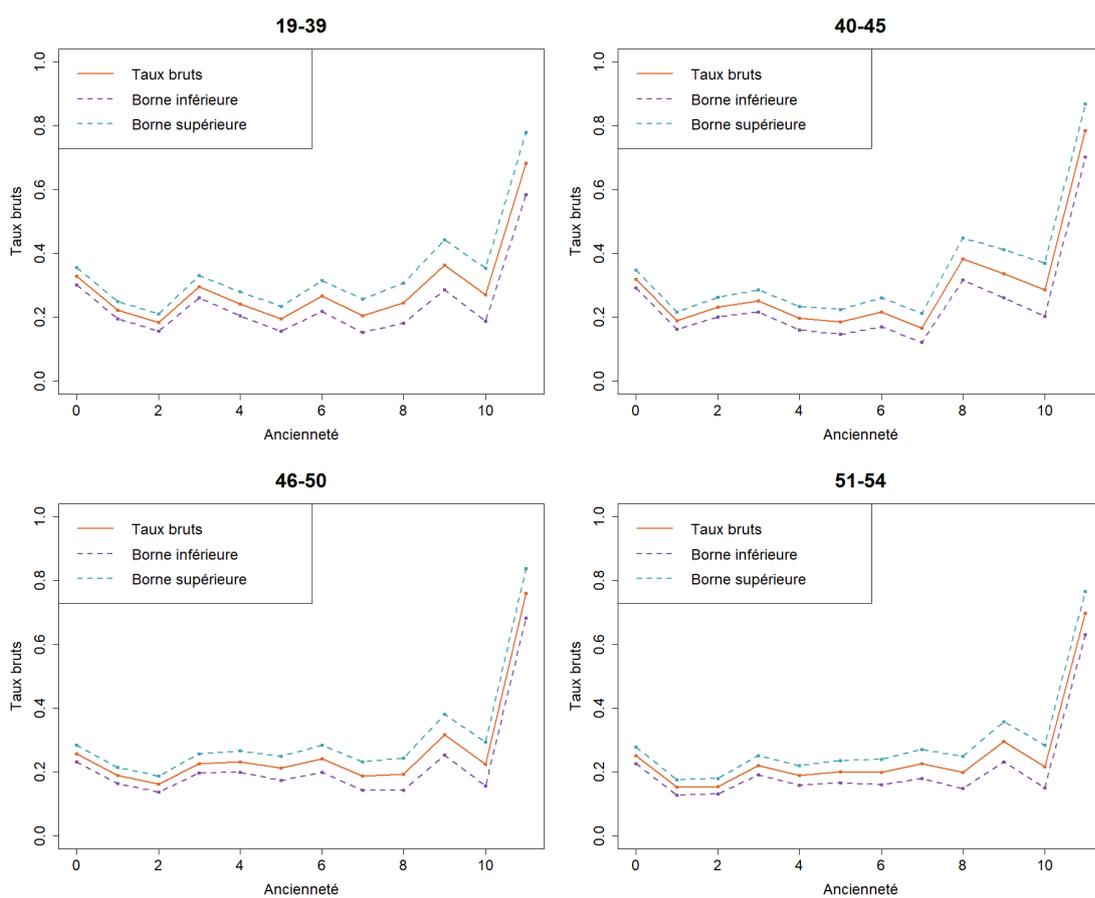


FIGURE A.4 – Taux bruts de sortie de l'état CMO estimés par l'estimateur de Hoem par classes d'âge



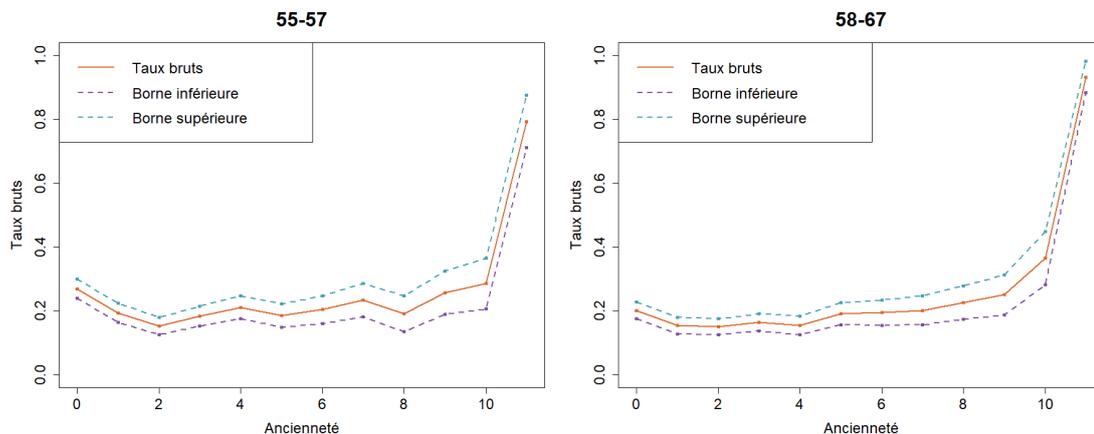
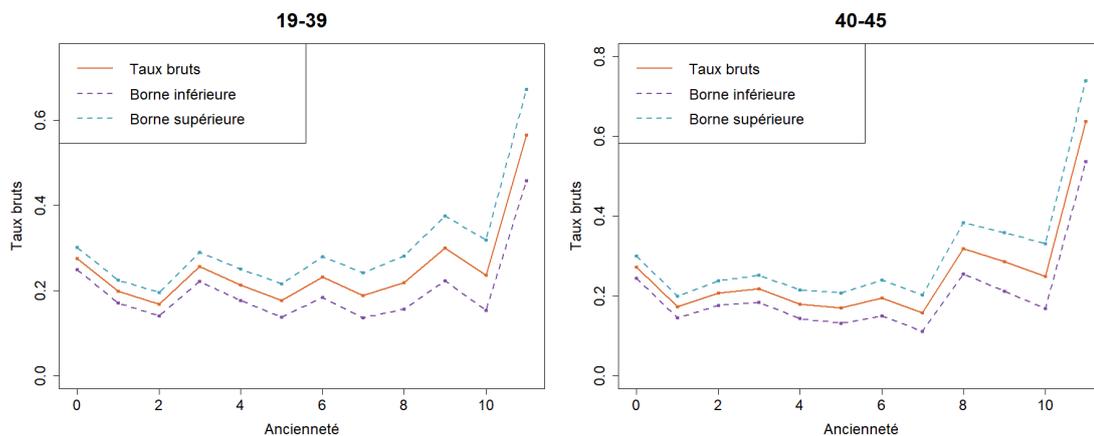


FIGURE A.5 – Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CMO estimés par l'estimateur de Hoem par classes d'âge

A.2 Estimation des taux bruts à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier



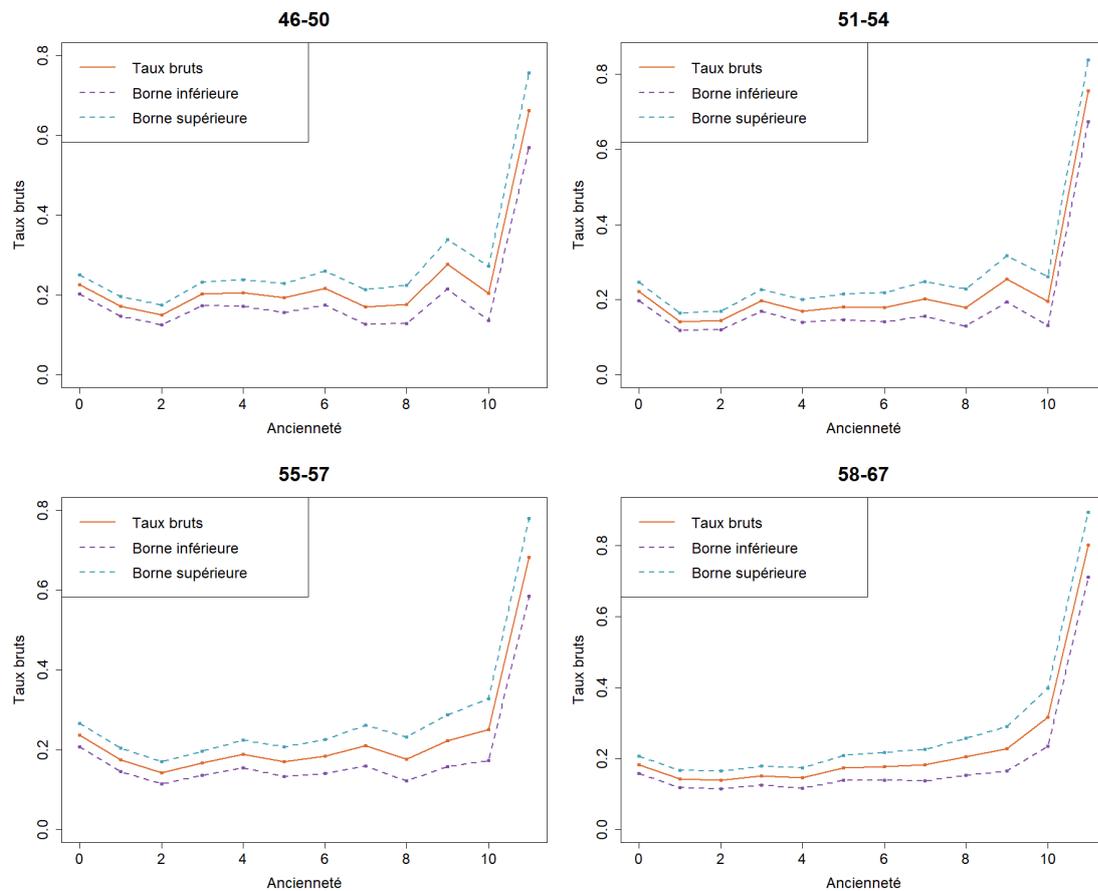


FIGURE A.6 – Taux bruts de sortie et intervalles de confiance de l'état CMO estimés par l'estimateur de Kaplan-Meier par classes d'âge

A.3 Comparaison des taux bruts obtenus

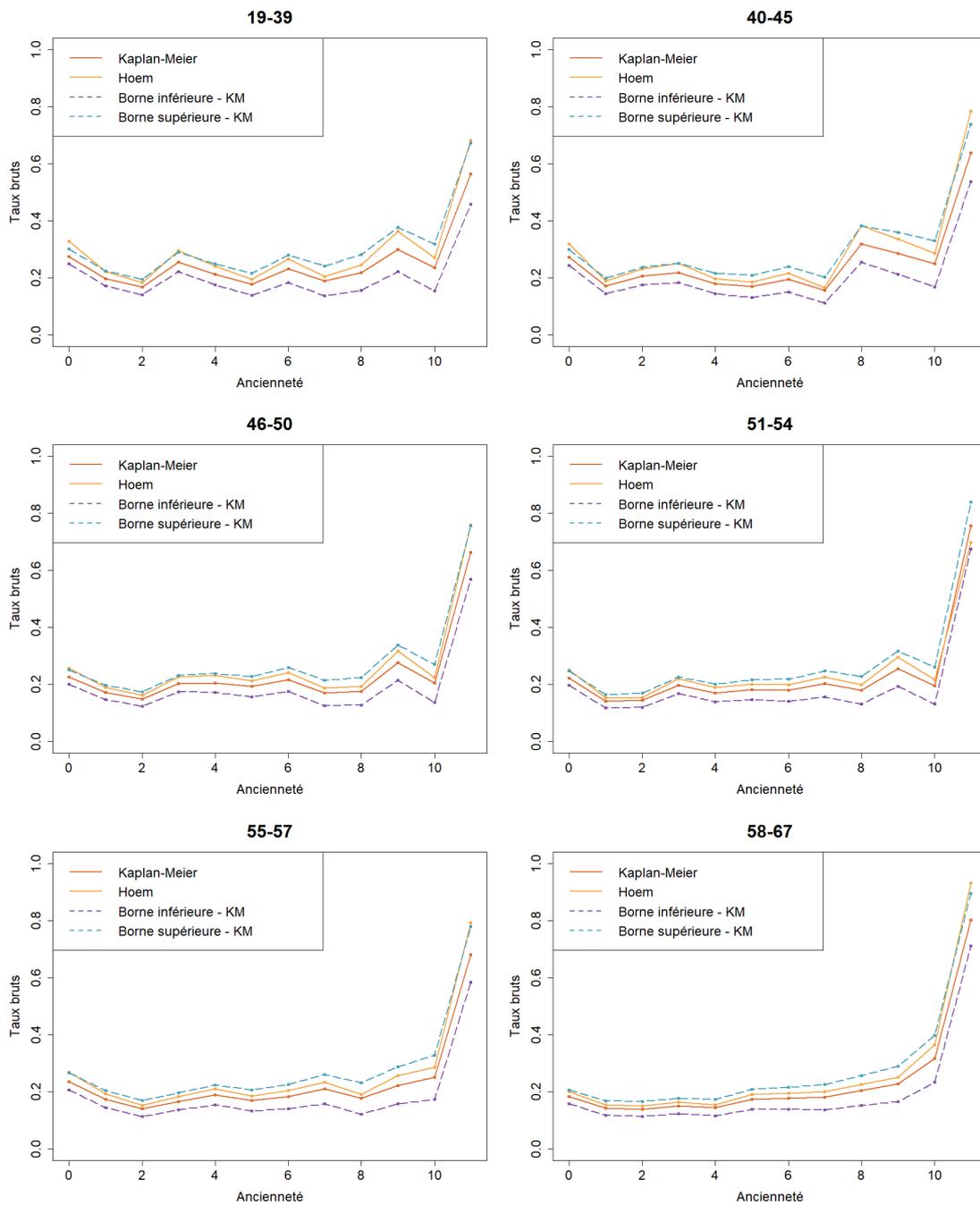


FIGURE A.7 – Comparaison des taux bruts modélisés par l’estimateur de Kaplan-Meier, et par l’estimateur de Hoem pour chaque classe d’âge et d’ancienneté

A.4 Lissage des taux bruts par la méthode de Whittaker-Henderson

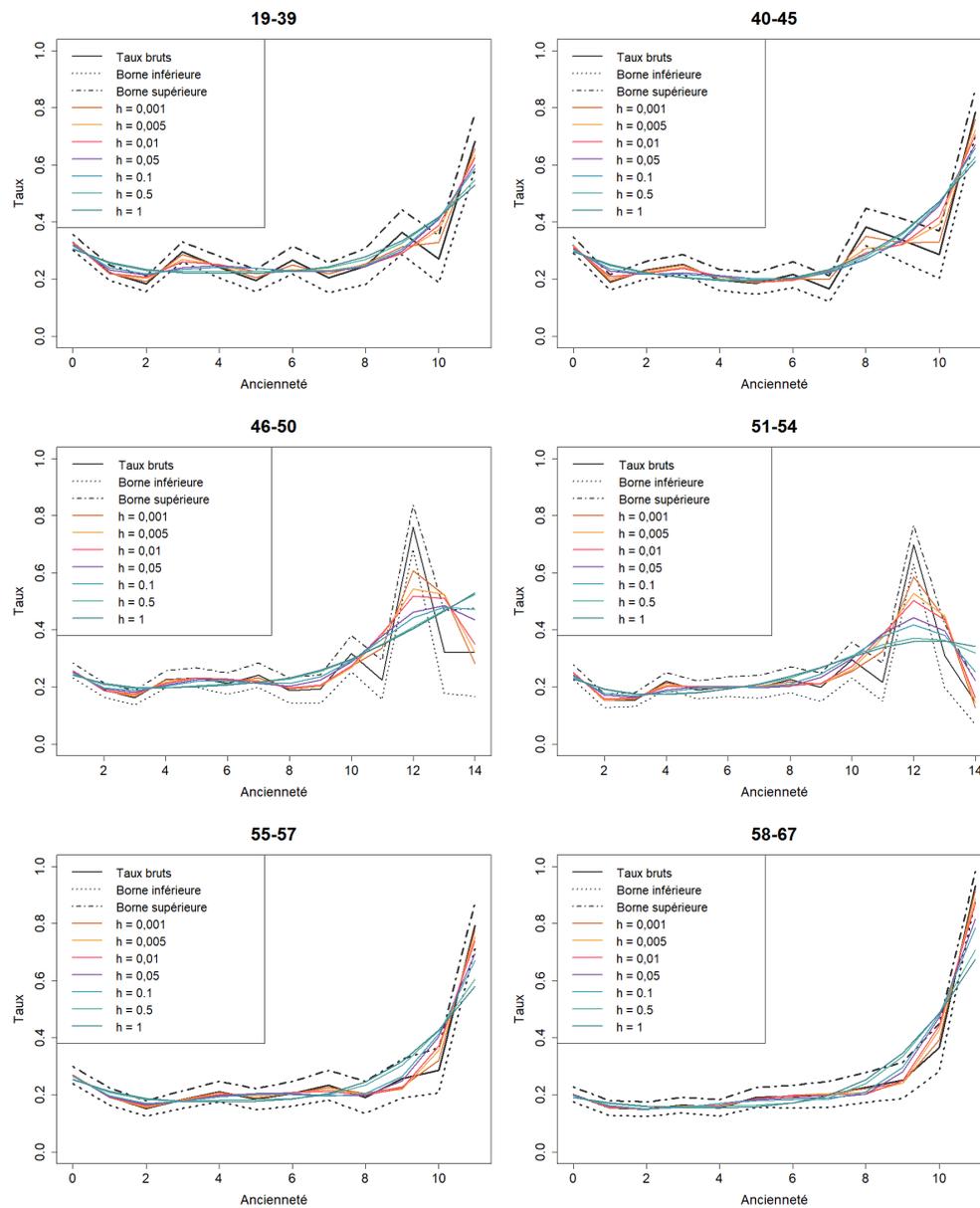


FIGURE A.8 – Lissage des taux bruts de sortie par classes d'âge obtenus avec l'estimateur de Hoem à l'aide de Whittaker-Henderson

Le test du χ^2

Classe d'âge	h = 0,001	h = 0,005	h = 0,01	h = 0,05	h = 0,1	h = 0,5	h = 1
19-39	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
40-45	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
46-50	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1
51-54	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1
55-57	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0
58-67	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0

TABLE A.1 – Résultats du test du χ^2 pour la validation du lissage des taux bruts de sortie masculins du congé de maladie ordinaire**Le test des changements de signes**

Classe d'âge	h = 0,001	h = 0,005	h = 0,01	h = 0,05	h = 0,1	h = 0,5	h = 1
19-39	H_0						
40-45	H_0						
46-50	H_0						
51-54	H_0						
55-57	H_0						
58-67	H_0						

TABLE A.2 – Résultats du test des changements de signes pour la validation du lissage des taux bruts de sortie masculins du congé de maladie ordinaire

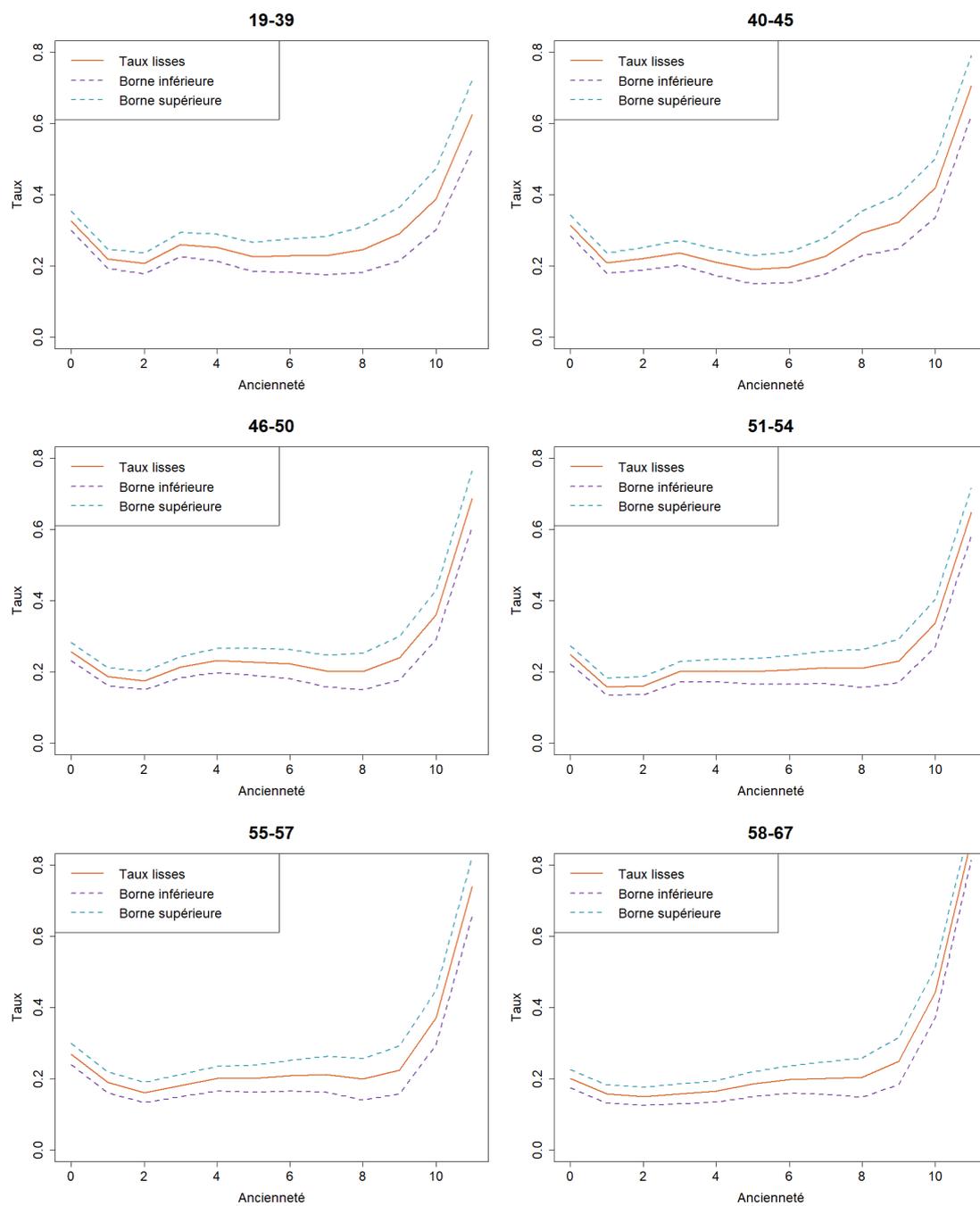


FIGURE A.9 – Taux de sortie lissés par Whittaker-Henderson par classes d'âge et intervalles de confiance, pour $h = 0,01$

Bibliographie

- [1] I Aubin and A Rolland. Lignes directrices de la construction des lois de maintien en incapacité et en invalidité. *Institut des Actuaires*, 2010.
- [2] Direction générale de l'administration et de la fonction publique. Fonction publique, chiffres clés 2021. 2021.
- [3] Décret n°2022-581 du 20 avril 2022 relatif aux garanties de protection sociale complémentaire et à la participation obligatoire des collectivités territoriales et de leurs établissements publics à leur financement. 2022.
- [4] R Core Team. R : A language and environment for statistical computing. r foundation for statistical computing, vienna, austria. 2013.
- [5] Edward L Kaplan and Paul Meier. Nonparametric estimation from incomplete observations. *Journal of the American statistical association*, 53(282) :457–481, 1958.
- [6] Karl Pearson. X. on the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 50(302) :157–175, 1900.
- [7] Insee. En 2020, le salaire net moyen augmente de 0,8 % en euros constants - insee première • n° 1915 • juillet 2022. 2022.
- [8] Accord interministériel relatif à la protection sociale complémentaire en matière de couverture des frais occasionnés par une maternité, une maladie ou un accident dans la fonction publique de l'état. 2022.
- [9] D Leroy. Rapport - les effets du décret n°2011-1474 du 8 novembre 2011 sur l'accès à la protection sociale complémentaire dans la fonction publique territoriale. 2017.
- [10] <https://www.service-public.fr>.
- [11] https://cdg40.fr/sst_absences.php.
- [12] Frédéric Planchet and Pierre Thérond. Modèles de durée. *Economica*, 2006.
- [13] Mickaël ADIDUYULMUS. Tarification prévoyance pour la fonction publique territoriale : de l'élaboration des bases techniques à la création d'un outil, 2020.
- [14] Michaël Genin. Test du χ^2 . 2015. *Université de Lille 2, support de cours*.
- [15] F Bertrand and M Maumy. Test non paramétriques. 2011. *Université de Strasbourg, support de cours*.

-
- [16] F Planchet. Statistiques des modèles non paramétriques. 2021. *ISFA, support de cours*.
- [17] F Planchet. Méthodes de lissage et d'ajustement. 2021. *ISFA, support de cours*.
- [18] Sophie BENG. Élaboration d'une loi de maintien en incapacité pour fonctionnaires et mesure du risque d'estimation, 2020.