

Mémoire présenté pour la validation de la Formation
« Certificat d'Expertise Actuarielle »
de l'Institut du Risk Management
et l'admission à l'Institut des actuaires
le 04/04/2021

Par : IBAZIZEN Rachid

Titre : Création d'un cadre prudentiel pour le pilotage d'un FRPS de grande taille

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de l'Institut des
actuaires :

Entreprise : Allianz France

Nom : _____ / _____

Signature et Cachet :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Monsieur Emeric De SOUANCE

Signature :

Invité :

Nom : Monsieur Christophe Claudel

Signature :

**Autorisation de publication et de mise en ligne
sur un site de diffusion de documents
actuariels**

(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise



Signature(s) du candidat(s)



Secrétariat :

Bibliothèque :

Remerciements :

Je tiens à adresser mes remerciements à l'ensemble du corps professoral de Sorbonne Université et de l'Institut du Risk Management (IRM) qui m'a permis de bénéficier d'une formation de très grande qualité.

Merci à l'ensemble de la Direction des Risques d'Allianz France avec Emeric DE SOUANCE à sa tête, pour la confiance accordée en me proposant de travailler sur un sujet à fort enjeu mais aussi pour sa disponibilité et sa vision du sujet.

Je remercie Isabelle DE MONTALEMBERT, Responsable de l'équipe Analyse Financière et Support Transverse pour sa relecture minutieuse et ses remarques avisées, son sens de la pédagogie et pour tout le temps consacré à la relecture de mon mémoire.

Je tiens à remercier Adrien SURU, Directeur du Pricing, Portfolio, Pilotage, Performance & Data IARD pour le temps accordé à la relecture de ce mémoire, mais également pour ses remarques et commentaires très pertinents.

Je tenais à remercier également Pierre VAYSSE Leader de l'écosystème Ma santé au sein d'Allianz France pour sa relecture et ses orientations sur les principaux axes de ce mémoire.

Enfin, je tiens à remercier Christophe CLAUDEL Directeur Général Délégué d'Allianz Retraite, mon tuteur pour sa grande disponibilité concernant le sujet mais aussi pour son encadrement depuis le début de ma formation au CEA et tout au long de mon parcours au sein de sa direction.

Introduction.....	6
1 La retraite en France :	8
1.1 Le système de retraite en France	8
1.2 L'historique de la réglementation française de la retraite supplémentaire	14
Conclusion 1ere partie	35
2 Les fonds de pension et la création d'Allianz Retraite	36
2.1 Les fonds de pension dans le monde	36
2.2 Particularité des FRPS.....	41
2.3 La création d'Allianz Retraite :.....	47
2.4 Volume des passifs	47
2.5 Actifs et Cantonnement	49
2.6 Exigence minimale de marge de solvabilité	49
2.7 Impact sur la solvabilité d'Allianz Vie :	50
2.8 Impacts sur les risques et les sensibilités d'AZ VIE :.....	51
2.9 Valorisation économique d'Allianz Retraite :	54
2.10 Solvabilité d'Allianz Retraite :.....	57
2.11 Modélisation des tests de résistance d'Allianz Retraite.....	58
Conclusion 2-ème partie :	65
3 Création du cadre prudentiel d'Allianz Retraite.....	66
3.1 La Fonction ORSA	66
3.2 Cadre prudentiel et conceptualisation du Framework	68
3.3 Pilotage budgétaire et prospectif du FRPS.....	78
3.4 Critiques/limites des modélisations	89
Conclusion	90
Bibliographie.....	92
Annexes :	93
Rappels élémentaires :	93
Les outils mathématiques de l'analyse des risques	95
Mesure de dépendance et théorie des copules.....	100
Le modèle interne d'Allianz.....	103

Introduction

Dans le paysage européen, les produits de retraite supplémentaire peuvent être gérés dans deux cadres distincts : celui des entreprises d'assurance relevant de la Directive Solvabilité 2 et celui des fonds de pensions relevant de la Directive IORP, cette dernière option étant privilégiée à l'échelle européenne. La Directive IORP 1, promulguée le 3 juin 2003, a permis d'instaurer un cadre prudentiel harmonisé et sécurisé et offre un cadre de gestion plus souple que Solvabilité 2.

En France, la retraite facultative française se compose d'un empilement de dispositifs nombreux, mais encore peu développés. À cela s'ajoute de multiples tentatives de mise en place de fonds de pension mais qui n'ont jusqu'à là jamais abouti.

Face à ce constat et dans le contexte de la révision de la Directive IORP en 2016, les pouvoirs publics français ont promu les FRPS afin de dynamiser le marché de l'épargne retraite tout en visant le soutien au financement de l'économie à long terme. L'ensemble des textes structurant les nouveaux dispositifs FRPS ont été promulgués en 2017. Ils définissent les règles de constitution juridique et les règles techniques, comptables et financières régissant l'activité des FRPS. Surtout, ils mettent en place un régime prudentiel spécifique aux FRPS permettant d'affirmer un retour aux règles de Solvabilité 1 agrémentées de « tests de résistance » pour les aspects quantitatifs, tout en préservant les avancées de Solvabilité 2 en matière de gouvernance et de gestion des risques.

C'est ainsi qu'Allianz France a créé le Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire le plus important de France : Allianz Retraite. Avec 13 milliards d'euros d'encours et plus de 650 000 particuliers et 20 000 entreprises couvertes.

Notre étude tente de répondre aux questions qui peuvent se poser dans un tel contexte : Comment définir le cadre prudentiel d'une telle entité avec la prise en compte des contraintes imposées par le régulateur ? Comment en tirer profit et en faire bénéficier à la fois l'assureur et les assurés ? Comment l'ORSA peut servir d'outil de pilotage ?

Dans une première partie, nous ferons un rapide panorama de l'évolution de l'environnement réglementaire de la retraite professionnelle en France. Afin d'exposer le contexte de la création des FRPS, l'organisation du système de retraite en France est décrite, ainsi que l'environnement réglementaire en France et en Europe. Les spécificités du FRPS sont ensuite développées.

Dans une deuxième partie, nous verrons les gains en matière de solvabilité et de gestion des risques d'Allianz France à la suite de la création de son véhicule entièrement dédié à la retraite professionnelle. Pour cela nous allons comparer le capital à immobiliser sous la réglementation des FRPS avec le capital réglementaire Solvabilité 2 et le capital réglementaire Solvabilité 1 ainsi que les principales composantes de risque.

Enfin la troisième partie de ce mémoire compare deux visions de solvabilité : la première consistant à fonder l'exigence de capital sur une mesure de risque et la seconde où les exigences de capital sont constantes et où les perspectives de profits futurs ne viennent pas compléter les fonds propres disponibles. Cette exploration nous permettra de définir un pilotage hybride sur deux axes. Le premier consiste à calculer un ratio optimal de solvabilité après des chocs sur plus-values latentes en norme solvabilité 1. Le deuxième, consistera à garder l'approche solvabilité 2 en termes de sensibilité aux risques.

Dans ce mémoire, nous illustrons notre raisonnement à partir de données ayant été rendues anonymes dans un souci de confidentialité, mais sans perte de cohérence des résultats.

1 La retraite en France :

L'objet de cette première partie est de présenter le cadre du projet de Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire. Nous décrivons le système de retraite en France et plus particulièrement la retraite professionnelle supplémentaire ainsi que ses évolutions réglementaires.

1.1 Le système de retraite en France

Le système de retraite en France repose sur les 3 piliers suivants :

- Le premier pilier est le régime de base de la sécurité sociale qui garantit un niveau de vie minimum pour tous. Il fonctionne par annuités, le nombre de trimestres de cotisations donne droit à une pension basée sur le salaire de référence. Il est géré par les différentes caisses de sécurité sociale.

- Le deuxième pilier, la retraite complémentaire, est soumis à condition de ressources et doit permettre aux retraités de maintenir un niveau de vie comparable à celui de leur période d'activité. C'est un système de points : leur nombre dépend du montant des cotisations payées lors de la phase d'épargne. Au moment de la liquidation, les points sont convertis en montant annuel de pension.

Les principaux organismes qui gèrent la retraite complémentaire sont l'ARRCO (Association pour le Régime de Retraite Complémentaire des salariés) pour tous les salariés, l'AGIRC (Association Générale des Institutions de Retraite des Cadres) pour les cadres et l'IRCANTEC (Institution de Retraite Complémentaire des Agents Non Titulaires de l'État et des Collectivités publiques) pour les non-titulaires des fonctions publiques.

- Le troisième pilier, la retraite supplémentaire, est un régime à caractère facultatif.

Les deux premiers piliers sont issus du système par répartition : les cotisations annuelles servent à payer les pensions des retraités de cette même année. Par conséquent, ils sont basés sur le principe de la transmission intergénérationnelle. Le troisième pilier, quant à lui, est un système par capitalisation : le montant des cotisations payées par un actif servira à financer la retraite de ce dernier en période d'inactivité. C'est précisément ce pilier qui entre dans le cadre de notre étude.

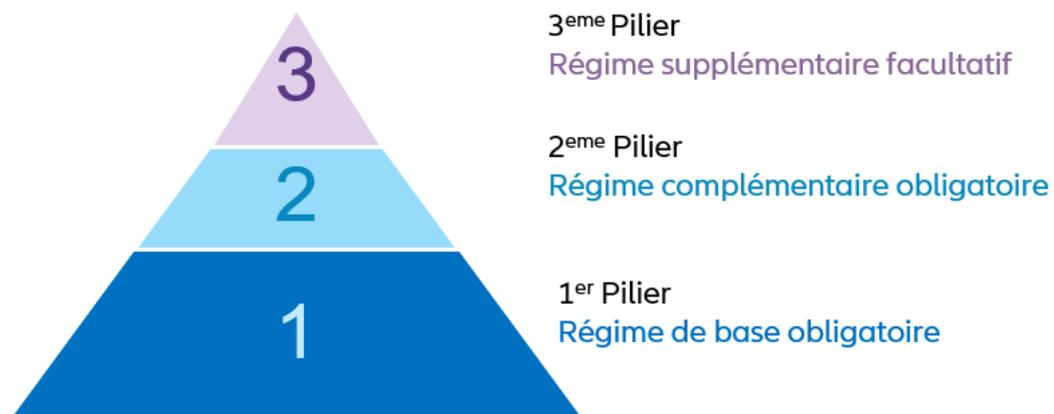


Figure 1.1 Schéma des piliers de retraite en France

1.1.1 La retraite professionnelle supplémentaire :

La retraite supplémentaire peut être collective ou individuelle. Avant la loi Pacte, elle comprenait des contrats gérés par des compagnies d'assurance, des mutuelles et des instituts de prévoyance (article 82 du CGI, article 83 du CGI, article 39 du CGI, Madelin, PERP), des contrats gérés par des sociétés de gestion (PERCO). Ainsi que d'autres contrats spécifiques, notamment le Préfon pour la fonction publique, La CRH pour la fonction publique hospitalière, le COREM. Les principaux types de produits avant loi Pacte gérés par des organismes d'assurance sont détaillés ci-dessous :

Article 82 du Code Général des Impôts : Les contrats dits « article 82 » du CGI sont des contrats de retraite à cotisations définies et à adhésion facultative. Souscrits par l'entreprise, ils permettent aux salariés d'obtenir le versement d'une rente ou d'un capital. Les cotisations sont imposables au titre de l'impôt sur le revenu, car elles sont considérées comme un « sursalaire ». En revanche, les prestations ne sont pas fiscalisées à la sortie. Pour le traitement fiscal de la sortie du contrat cela dépend du mode choisi. Si c'est au capital, alors le versement est totalement exonéré d'impôts sur le revenu. Cependant, la plus-value constatée est soumise à l'impôt sur le revenu. Si c'est sous forme de rentes, alors elles seront soumises au régime des rentes viagères, un abattement de 10% sera appliqué.

Article 83 du Code Général des Impôts : Les contrats relevant de l'article 83 du CGI sont des contrats à cotisations définies et à adhésion obligatoire. Ils sont souscrits par l'entreprise. Les cotisations versées ne sont pas soumises à l'impôt sur le revenu et les versements volontaires par l'employé sont déductibles des impôts. La sortie s'effectue uniquement en rente viagère et ensuite imposable dans la catégorie des pensions de retraite après un abattement de 10 %.

Article 39 du Code Général des Impôts : Les contrats dits « article 39 » sont des contrats à prestations définies. Ils sont souscrits par l'entreprise et ne peuvent être individualisés par salarié. Par conséquent, les cotisations ne peuvent pas être considérées comme un élément de rémunération. Elles ne sont donc pas imposables au titre de l'impôt sur le revenu du salarié. Ces contrats englobent, en particulier, les dispositifs communément appelés « retraites chapeau », régimes différentiels à droits aléatoires, définis par l'article L. 137-11 du Code de la Sécurité sociale. Les rentes perçues par le bénéficiaire sont imposables après abattement de 10 %.

Madelin : Les contrats Madelin sont souscrits dans un cadre individuel par des professionnels indépendants (professions libérales, artisans ...) hors agricoles. Ils permettent de bénéficier d'une déduction fiscale sur les cotisations qu'ils versent. La sortie s'effectue sous forme rente viagère. Il existe aussi un cadre fiscal pour les exploitants agricoles, ces contrats sont communément appelés « Madelin agricoles ». Les prestations d'un contrat retraite Madelin sont versées sous forme de rentes viagères imposables après un abattement de 10 %.

PERP : Les contrats PERP sont accessibles à tous et souscrits de façon individuelle et facultative. L'avantage fiscal du Perp consiste à déduire de l'impôt. En effet, les adhérents ont la possibilité de déduire de leurs revenus imposables d'une année les sommes versées sur le Perp au cours de la même année. Cette déduction ne peut pas dépasser un plafond global fixé pour chaque membre du foyer fiscal. La sortie s'effectue sous forme de rente viagère, avec possibilité d'une sortie en capital limitée à 20% de la valeur de rachat du contrat. Dans tous les cas, les rentes sont soumises à l'impôt sur le revenu, soit après un abattement de 10% (rentes à titre gratuit), soit après un abattement qui dépend de l'âge du rentier (rentes à titre onéreux).

L'ensemble de ces contrats ne sont plus commercialisés depuis la Loi Pacte.

1.1.2 Loi Pacte et le nouveau plan d'épargne retraite :

La loi PACTE (Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises) est une grande réforme adoptée le 22 mai 2019 par le gouvernement d'Edouard Philippe, avec Bruno Le Maire comme ministre des Finances. Cette loi entend débloquent la croissance des petites et moyennes entreprises et à transformer l'entreprise au sens large en activant de multiples leviers, notamment en incitant les épargnants à financer l'économie réelle. Il s'agit là d'une loi qui couvre de vastes domaines d'application afin qu'elle puisse à nouveau offrir aux entreprises la possibilité d'opérer et de s'adapter à leur environnement dans un marché de plus en plus concurrentiel. Nous nous intéresserons à la branche de loi liée à la simplification et à l'harmonisation de l'épargne retraite.

La loi PACTE modifie de manière significative l'épargne retraite en réformant de nombreux points. Afin de simplifier et d'accroître l'attractivité d'un environnement complexe, la loi prévoit plusieurs changements comme la simplification des transferts entre produits, la standardisation de la disponibilité de l'épargne retraite via l'uniformisation des cas de déblocage anticipé, la possibilité de sortie totale en capital et enfin les incitations fiscales pour les assurés.

La création du PER vise à harmoniser les anciens dispositifs dans un cadre commun afin de promouvoir le développement de la retraite supplémentaire. Il s'agit d'un produit d'épargne retraite à caractère universel alors que jusqu'à présent, les différents produits s'adressaient à des publics spécifiques avec des règles particulières : Perp (plan d'épargne retraite populaire) pour les actifs imposables, loi Madelin pour les TNS et agriculteurs, article 83 pour les salariés, cadres supérieurs ou dirigeants, Perco (plan d'épargne pour la retraite collectif) pour les salariés de l'entreprise ayant mis en place ce dispositif. Indirectement, l'objectif du PER est de contribuer au financement de l'économie en établissant une épargne à long terme sur les actions des entreprises, il répond également aux critiques des anciens produits, notamment : les possibilités de transfert limitées ; le manque de transparence et de lisibilité pour l'épargnant en raison de l'hétérogénéité des offres ; une allocation de l'épargne pas toujours adaptée à l'horizon de long terme ainsi que des frais parfois élevés et enfin des modalités de sortie essentiellement en rente.

Le gouvernement a affiché un objectif d'encours d'environ 300 milliards d'euros d'ici la fin du quinquennat (mai 2022) en épargne retraite, contre un peu moins de 230 milliards d'euros avant le lancement de la réforme. Il existe deux familles de PER :

1. Le PER individuel
2. Le PER d'entreprise collectif ou obligatoire

1.1.2.1 PER individuel (PERin) :

Successeur du Perp et du contrat Madelin, le PER individuel, aussi appelé PERI ou PERin, est un plan d'épargne retraite que l'on souscrit à titre individuel et de manière facultative. Ouvert à tous, le PER individuel est destiné aux particuliers quel que soit leur âge (y compris les mineurs) et aux travailleurs non-salariés (TNS). Il peut être alimenté par des versements volontaires, ainsi que les transferts des fonds issus d'ancien produit de retraite (Perp, Madelin, Article 83) et ce jusqu'au 31 décembre 2022 après cette date les seuls fonds autorisés par transfert seront ceux issus d'autres compartiments du PER.

Un PER individuel peut être proposé par un assureur, une mutuelle, une institution de prévoyance, un établissement de crédit ou un gestionnaire d'actifs. Le PER individuel proposé par un assureur fonctionne quasiment comme un Perp (on adhère à un contrat souscrit par une association), tout en intégrant les possibilités offertes par le nouveau cadre juridique de l'épargne retraite telle que la sortie à 100% en capital à l'échéance ou de manière fractionnée, la sortie anticipée pour l'achat de la résidence principale et l'option pour la non-déductibilité fiscale des versements. Les sommes figurantes sur un PER individuel et issues d'un transfert provenant de versements obligatoires ne peuvent prétendre qu'à la sortie en rente. Pour chaque versement volontaire sur un PER individuel, l'assuré peut choisir entre les versements déductibles du revenu imposable ou les versements non déductibles.

1.1.2.2 Le PER d'entreprise :

Il existe deux types de PER d'entreprise : Le PER d'entreprise collectif et Le PER à adhésion obligatoire ces deux véhicules peuvent être regroupés en un seul et unique PER pour les entreprises disposant des deux enveloppes.

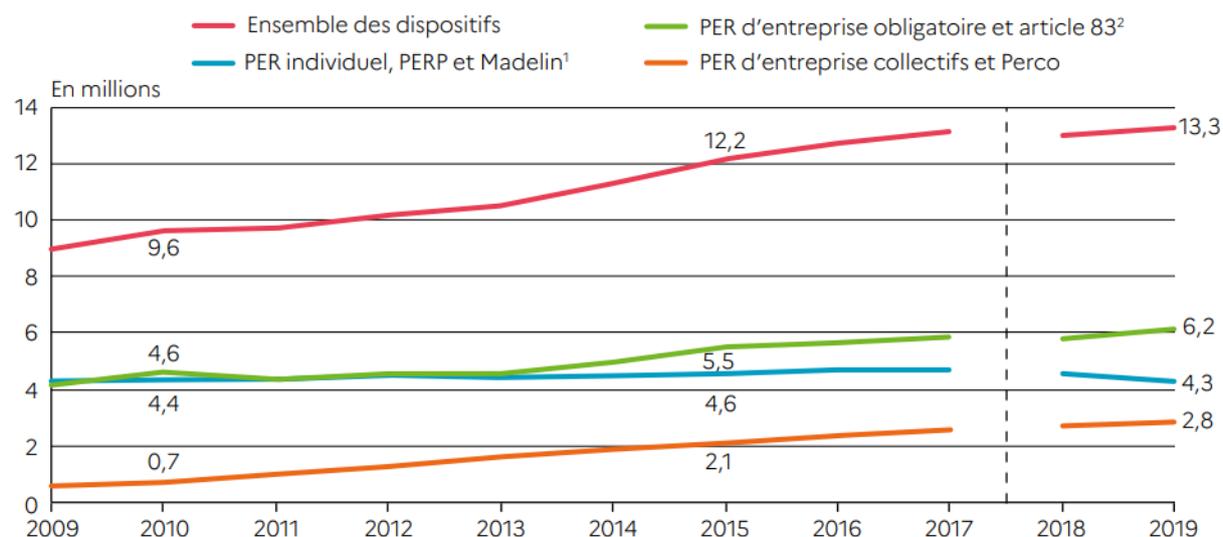
1.1.2.2.1 Le PER entreprise collectif

Ce plan d'épargne est l'une des deux catégories de PER souscrit dans le cadre de l'entreprise avec le PER obligatoire il est aussi nommé PER collectif. Successeur du Perco, le PER collectif concerne tous les salariés d'une entreprise (sous condition d'ancienneté de 0 à 3 mois) dès lors que le produit y est mis en , prime d'intéressement, abondement de l'employeur, droits inscrits au compte épargne temps et enfin par transfert de sommes issues d'un autre PER La principale différence entre un PER d'entreprise collectif et un Perco est la transférabilité du PER d'entreprise collectif vers toutes les autres formes de PER alors qu'avant la réforme de la Loi Pacte, un Perco était uniquement transférable vers un autre Perco, mais pas vers un Perp, un Madelin ni un article 83. A cela s'ajoute la possibilité de déduire les versements volontaires du revenu imposable dans le cadre du PER d'entreprise collectif chose qui était auparavant impossible dans le Perco.

1.1.2.2.2 Le PER entreprise obligatoire PERO

Remplaçant de l'article 83 le plan d'épargne retraite obligatoire est l'une des deux formes de plan d'épargne retraite d'entreprise, avec le PER d'entreprise collectif. Successeur de l'article 83, le PER obligatoire s'adresse comme son prédécesseur à l'ensemble des salariés de l'entreprise qui l'a mis en place ou à une ou plusieurs catégories de salariés. Le PER obligatoire peut être créé par accord collectif, accord référendaire ou par décision unilatérale de l'employeur. Il peut être alimenté par les versements volontaires du salarié ou par les cotisations obligatoires de l'employeur et du salarié ainsi que les sommes issues de l'épargne salariale et les versements issus des droits du compte épargne temps et enfin les transferts issus d'un autre PER. Les versements obligatoires du salarié sont déductibles de son revenu imposable dans la limite de 8% de la rémunération annuelle. La sortie s'effectue obligatoirement en rente sauf cas de déblocage anticipé pour accident de la vie. Les règles du PER obligatoire se différencient de celles des autres PER (individuel, collectif), de la façon suivante : lorsque le plan est alimenté par des versements obligatoires du salarié ou de l'employeur, la sortie s'effectue forcément en rente et l'acquisition de la résidence principale ne constitue pas un motif de sortie anticipée du plan pour les versements obligatoires.

1.1.3 La retraite supplémentaire en chiffres :



1. Ensemble des produits à souscription individuelle : PER individuel, PERP, produits pour les fonctionnaires et élus locaux (Prefon, Corem, etc.), produits pour les non-salariés (contrats Madelin dont Madelin agricoles) et autres produits à souscription individuelle.

2. Ensemble des produits à souscription collective et à cotisations définies : PER d'entreprise obligatoire, contrats relevant de l'article 83, contrat relevant de l'article 82 et autres produits à souscription collective et à cotisations définies.

Figure 1.2 Nombre d'adhérents au 31 décembre 2019, selon le dispositif de retraite supplémentaire

Tous produits confondus, le nombre d'adhérents à un produit de retraite supplémentaire atteint 13,3 millions fin 2019 (source DREES), cela représente plus de 4 millions d'adhérents supplémentaires, principalement à des contrats collectifs :

+2,3 millions pour les plans d'épargne retraite [PER] d'entreprise collectifs et les plans d'épargne pour la retraite collective [Perco].

+2 millions pour les PER d'entreprise obligatoires et les contrats relevant de l'article 83).

En 2019, la grande majorité des dispositifs de retraite supplémentaire est gérée par des sociétés d'assurance comme nous le montre le graphe de la Figure 1.3 Répartition des provisions mathématiques au titre de la retraite supplémentaire par type d'organisme en 2019 Source DREES :

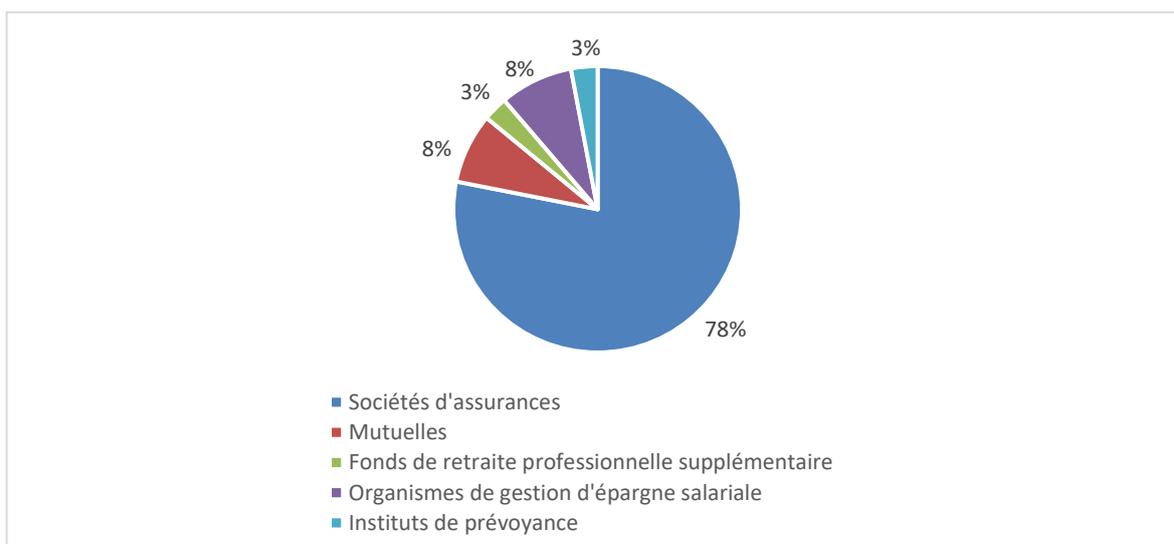


Figure 1.3 Répartition des provisions mathématiques au titre de la retraite supplémentaire par type d'organisme en 2019 Source DREES

Pour avoir un ordre de grandeur des montants gérés, le Tableau 1-1 présente les montants et la répartition de l'encours des produits de retraite supplémentaire au 31 décembre 2019 par type de dispositif :

	Montant total des provisions mathématiques 2019 (en millions d'euros courants)	Part du montant total des provisions
Souscriptions individuelles	104 467	44%
PER individuel	414	0%
PERP	20 675	9%
Produits destinés aux fonctionnaires ou aux élus locaux (Prefon, Corem, CRH, Fonpel, Carel-Mudel)	26 605	11%
RMC (retraite mutualiste du combattant)	5 964	2%
Autres contrats souscrits individuellement ¹	262	0%
• Produits pour les non-salariés	50 546	21%
Contrats Madelin	44 564	19%
Contrats des exploitants agricoles	5 982	2%
Souscriptions collectives	135 549	56%
• Contrats à cotisations définies	98 597	41%
PER d'entreprise collectif	3 183	1%
PER d'entreprise obligatoire	44	0%
Perco ²	16 705	7%
Contrats relevant de l'article 82 du CGI	4 573	2%
Contrats relevant de l'article 83 du CGI ³	73 257	31%
PERE	836	0%
• Contrats à prestations définies	36 952	15%
Contrats relevant de l'article 39 du CGI	36 952	15%
Ensemble des dispositifs	240 016	100%

Tableau 1-1 Montants des encours des dispositifs de retraite supplémentaire facultative fin 2019

Source DREES

En 2016, le régime supplémentaire représentait uniquement 2% des prestations totales de retraite en France, alors que ce chiffre atteignait 17% en Europe (source DREES). L'année blanche fiscale induite par la mise en place de l'imposition à la source sur le revenu a entraîné la baisse des cotisations d'un certain nombre de produits, en 2018 (-7%). En 2019, les cotisations sur les contrats individuels se redressent sans toutefois retrouver leurs niveaux de 2017, voir Figure 1.3 Répartition des provisions mathématiques au titre de la retraite supplémentaire par type d'organisme en 2019 Source DREES :

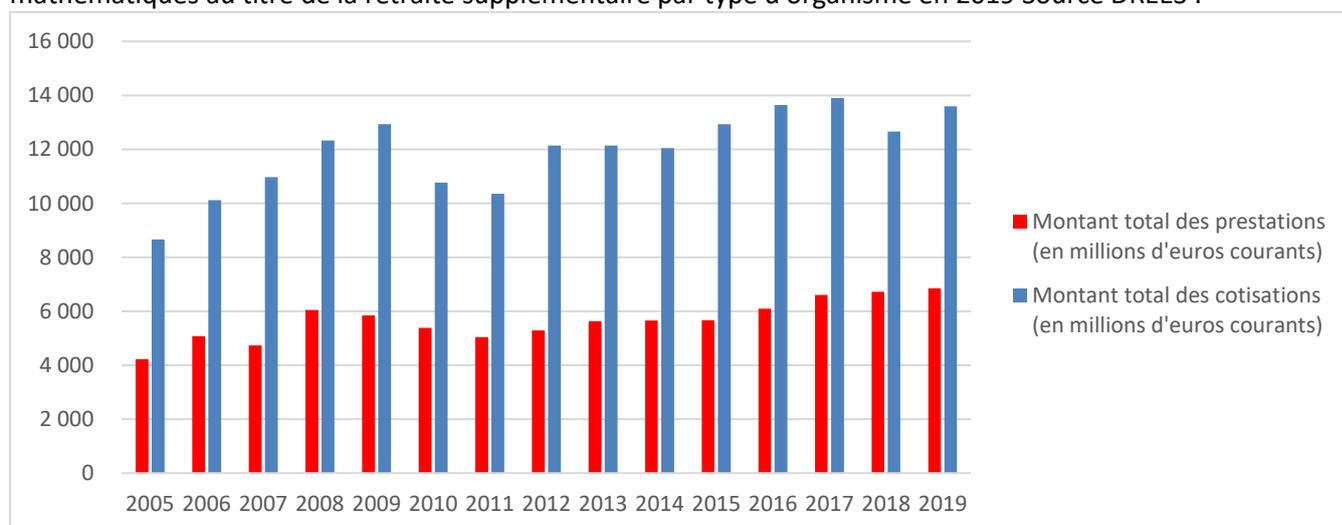


Figure 1.4 Evolution des montants de cotisations et de prestations des dispositifs de retraite supplémentaire

Source DREES

1.2 L'historique de la réglementation française de la retraite supplémentaire

Comme cité précédemment, en France, les retraites professionnelles supplémentaires sont gérées par les assureurs qui doivent se conformer à diverses réglementations. Notamment la disposition de fonds propres suffisants pour faire face à divers risques.

Avant d'introduire les différents aspects réglementaires auxquels doivent se conformer les assureurs, nous allons faire quelques rappels sur la caractérisation du bilan d'un assureur.

1.2.1 Définition du bilan d'un assureur

Le bilan d'une entreprise est une photographie de son patrimoine à une date donnée. L'actif représente l'ensemble des biens (les placements et les créances) détenus par l'entreprise. Le passif représente la dette de l'assureur.

D'une part, les fonds propres constituent la dette de l'assureur envers les actionnaires, ceux-ci correspondent à la richesse accumulée par la compagnie, c'est-à-dire l'investissement initial des actionnaires et la somme des résultats comptables enregistrés non distribués. D'autre part, le passif est composé de la dette de l'assureur envers ses assurés, qui correspond au montant des provisions techniques qu'il constitue pour faire face à ses engagements.

En effet, l'assureur s'engage, en échange des primes reçues par ses assurés, à verser en cas de sinistres, un montant d'indemnisation spécifié préalablement par le contrat. Il existe alors une égalité comptable entre l'actif et le passif qui se traduit de façon simplifiée de la manière suivante :

$$\text{Actifs comptables} = \text{Fonds Propres} + \text{Provisions techniques.}$$

L'assureur est en situation d'insolvabilité lorsque le montant de ses fonds propres est négatif ou nul, c'est-à-dire lorsque les actifs sont inférieurs ou égaux aux provisions techniques constituées par l'assureur. Cela correspond à une situation où les engagements pris par l'assureur sont supérieurs à ce qu'il détient.

1.2.2 Solvabilité 1 :

Solvabilité 1 a été mis en place en 1973 en assurance non-vie et 1979 en assurance vie.

1.2.2.1 Exigences quantitatives :

Solvabilité 1 reposait sur trois principes fondamentaux :

- 1- Les provisions techniques évaluées par l'assureur doivent être calculées de manière prudente. En assurance vie, les principales provisions techniques sont les provisions mathématiques qui correspondent à l'anticipation des montants futurs que l'assureur devra payer à l'assuré. Ces provisions mathématiques sont calculées par la différence entre les valeurs actuelles probables des engagements pris par l'assureur et ceux pris par les assurés
- 2- Les actifs en représentation des engagements doivent être sûrs, liquides et rentables. Ils doivent notamment respecter les règles d'admissibilité, de congruence, de limitation et de dispersion (voir respectivement les articles R332-1-1, R332-2, R332-3 et R332-3-1 du Code des Assurances). En effet, le principe de diversification des titres doit être appliqué afin de protéger le placement de l'assurance contre les risques associés au fait de détenir une seule catégorie d'actifs financiers ou provenant d'un seul marché. Pour ce faire, la réglementation fournit une liste de différents types d'actifs qui peuvent être acquis par les assureurs, ainsi que le pourcentage maximum pour chaque type d'actifs. La règle de congruence entre l'actif et le

passif doit également être respectée, à savoir qu'il faut garder la même devise à l'actif et au passif. Enfin Les entreprises d'assurance doivent procéder en permanence à une évaluation de leurs risques financiers en effectuant notamment des simulations de l'impact de la variation des taux d'intérêt et des cours boursiers sur leur actif et leur passif et des estimations comparées de l'exigibilité de leur passif et de la liquidité de leur actif. Les résultats de cette évaluation sont déterminés et présentés selon des principes généraux définis par l'Autorité de contrôle prudentiel et de résolution (article R332-1-2)

- 3- La marge de solvabilité de l'assureur doit être à tout instant supérieure à l'exigence de marge de solvabilité (EMS) qui correspond à un pourcentage des provisions techniques dans le cadre de l'assurance-vie. Dans le cas contraire la compagnie d'assurance peut se voir imposer un plan de redressement voire une perte d'agrément

1.2.2.2 Calcul de la solvabilité dans le cadre de Solvabilité I :

Solvabilité I impose aux assureurs de détenir des fonds propres équivalents à l'exigence de marge de solvabilité ou au fonds minimum de garantie si ce dernier est d'un montant supérieur.

1.2.2.2.1 La marge de solvabilité :

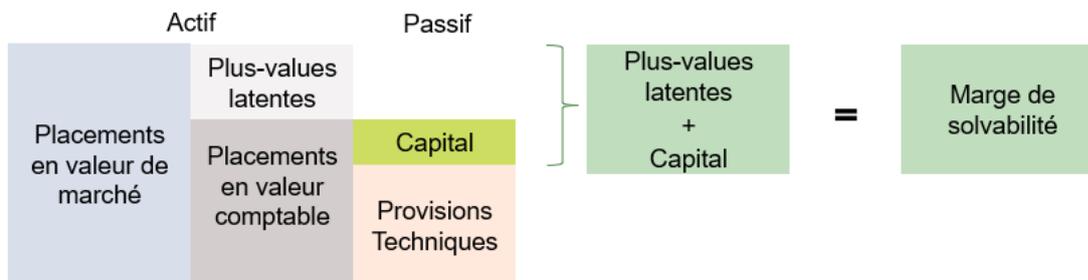


Figure 1.5 Schéma de la marge de solvabilité en solvabilité 1

La marge de solvabilité est la réserve de capital supplémentaire que les entreprises d'assurance doivent détenir pour pouvoir faire face à des événements inattendus, tels qu'un niveau de sinistralité dépassant les prévisions ou un placement peu performant. Cette marge constituée des fonds propres et des plus-values latentes, doit être supérieure au maximum entre : Le montant minimum réglementaire, appelé l'exigence de marge de solvabilité et le fonds minimum de garantie

1.2.2.2.2 L'exigence de marge de solvabilité :

Sous Solvabilité 1, à tout instant la marge de solvabilité constituée doit être supérieure à l'exigence de marge de solvabilité. Cette marge est définie, ci-dessous, pour une société d'assurance vie :

$$EMS = (4\% \times PM_{hors UC} + 1\% \times PM_{UC}) \times \max(Ratio \text{ de réassurance}_1; 85\%) + 0.3\% \times \text{capitaux sous risques} \times \max(Ratio \text{ de réassurance}_2; 50\%).$$

$PM_{hors UC}$: les provisions mathématiques représentatifs des encours euros.

PM_{UC} : les provisions mathématiques représentatifs des encours en unités de compte.

$$Ratio \text{ de réassurance}_1 : \frac{PM \text{ nette de réassurance}}{PM \text{ brute de réassurance}}$$

$$Ratio \text{ de réassurance}_2 = \frac{Capital \text{ sous risque net de réassurance}}{Capital \text{ sous risque brut de réassurance}}$$

1.2.2.2.3 Le fonds de garantie minimum ;

Le fonds minimum de garantie est fixé au minimum entre un tiers de l'exigence de marge de solvabilité et un montant absolu de 3 millions d'euros : Fonds de garantie = $\text{Min} \left(\frac{EMS}{3} ; 3 \text{ millions d'euros} \right)$.

1.2.2.3 Limites et avantages de Solvabilité I :

Le principal avantage de Solvabilité 1 est sa simplicité de mise en œuvre, notamment pour calculer l'EMS. En revanche, ses critiques peuvent être multiples :

- Le calcul des exigences réglementaires n'est pas spécifique aux risques de l'assureur ;
- Le calcul de la marge de solvabilité réglementaire est simpliste et statique et les marges futures ne sont pas comptabilisées (le calcul n'est pas prospectif et prend uniquement en compte le montant de provision en cours) ;
- L'un des principaux reproches de solvabilité 1 est de ne pas prendre assez en compte le système de réassurance. En effet, la directive se concentre essentiellement sur les entreprises d'assurance et leurs systèmes ;
- L'application de solvabilité 1 n'a pas été homogène au niveau européen, du fait de fortes disparités de méthodologies pour le calcul des provisions techniques en fonction des pays d'Europe ;
- Les actifs et les passifs ne se basent pas réellement sur une approche cohérente avec le marché ;
- La diversification ainsi que la corrélation entre les risques propres à la société d'assurance ne sont pas prises en compte ;

Par la suite, le parlement européen a demandé aux régulateurs nationaux de mettre en place un nouveau cadre de régulation uniforme au niveau européen afin de favoriser la concurrence, de permettre la mise en place d'un système de gestion des risques intégré au sein des entreprises et de mieux prendre en compte la complexité des contrats d'assurance.

1.2.3 IORP 1/ IRP

La directive IORP (Institutions for Occupational Retirement Provision) concerne les activités et la surveillance des IRP (Institutions de retraite professionnelle). Cette directive mise en place en 2003 a permis la création des fonds de pension en Europe afin de coordonner la directive 2003/41/CE du Parlement européen et du Conseil du 3 juin 2003 sur les activités et le contrôle des institutions de retraite professionnelle. La directive pose un cadre global en présentant des principes de fonctionnement. A ce titre, elle impose la séparation entre l'organisme faisant fonctionner le régime de retraite et l'entreprise qui parraine le fonds. Elle définit également les conditions d'activité : les régimes doivent être gérés par des personnes compétentes et dignes de confiance, les règles de fonctionnement doivent être claires et le provisionnement des engagements doit être calculé selon des normes actuarielles reconnues. En ce qui concerne les informations fournies aux régulateurs et aux bénéficiaires, des comptes annuels et des rapports de gestion sont publiés, ainsi que des rapports sur les politiques d'investissement et les méthodes de gestion des risques.

La directive IRP est issue de la transposition de l'ordonnance numéro 2006-344 du 23 mars 2006 relative aux retraites supplémentaires en France (Moinet 2017). L'agrément RPS (Retraite Professionnelle Supplémentaire) provient de l'application de la Directive IORP aux organismes

d'assurance, conformément à l'option définie à l'article 4 de la Directive qui laisse au choix de chaque Etat membre, d'appliquer ou non la directive à des cantons d'entreprises d'assurance vie. Les activités de retraite supplémentaire peuvent alors être logées dans un canton spécifique.

En raison des contraintes requises pour obtenir cet agrément, très peu d'organismes en sont détenteurs. Parmi ceux-ci, peu l'utilisent. Elles doivent en effet répondre aux exigences de la directive IORP, mais aussi aux conditions propres à la France, à savoir :

- Cantonnement des opérations RPS au sein de l'entreprise d'assurance ;
- Création d'un comité de pilotage paritaire si le nombre d'adhérents dépasse les 5000 (hors contrats Article 39, PERE et Madelin) ;
- Plafonnement du taux technique à 60% du TME ;
- Certification de la table de mortalité par un actuinaire agréé.

Cependant le régime IRP possède des avantages significatifs :

- Tarification des rentes selon une table de mortalité d'expérience plus favorable que la table réglementaire, c'est-à-dire permettant des tarifs plus bas et donc plus compétitifs ;
- Suppression de la limite des 8 ans pour la PPE ;
- Des règles de placement plus souples et plus adaptées aux contrats de retraite (minimum 70% des placements en titres côtés, maximum 30% de titres non congruents et maximum 5% en titres employeur ou 10% en cas de groupe).

Le contrôle de l'IRP est effectué par l'autorité compétente du pays ou de la région où l'IRP a son siège et chaque État peut fixer des exigences financières additionnelles. À noter que les régimes de retraite gérés sous le régime des IRP bénéficient d'un délai d'application de Solvabilité 1 qui s'étend jusqu'au 31/12/2022. Un intérêt limité dans le temps car après cette date les sociétés agréées seront également soumises à Solvabilité 2.

1.2.4 Solvabilité 2

Le 1^{er} janvier 2016 voit l'entrée en vigueur d'un nouveau référentiel prudentiel "Solvabilité 2". Ce référentiel impose des règles prudentielles exigeantes pour les régimes de retraite supplémentaire.

1.2.4.1 Passage du bilan Solvabilité 1 à Solvabilité 2 Graphique présentant le passage du bilan Solvabilité 1 à Solvabilité 2

Le bilan économique de Solvabilité 2 s'inscrit dans la lignée de la réforme Bâle 2, mise en place dans le cadre de la régulation du monde financier. La nouvelle réforme incite les organismes d'assurance à mieux appréhender et à mieux gérer leurs risques, en adaptant les exigences réglementaires à leur profil de risque spécifique, mais aussi à considérer ces risques de façon cohérente avec l'environnement actuel. C'est pourquoi, une des premières modifications significatives du changement de directive est la mise en place d'un bilan économique. En effet, contrairement à Solvabilité 1, les éléments du bilan sous Solvabilité 2 sont évalués en valeur de marché, principe de « fair value » et non plus à leur « coût historique ».

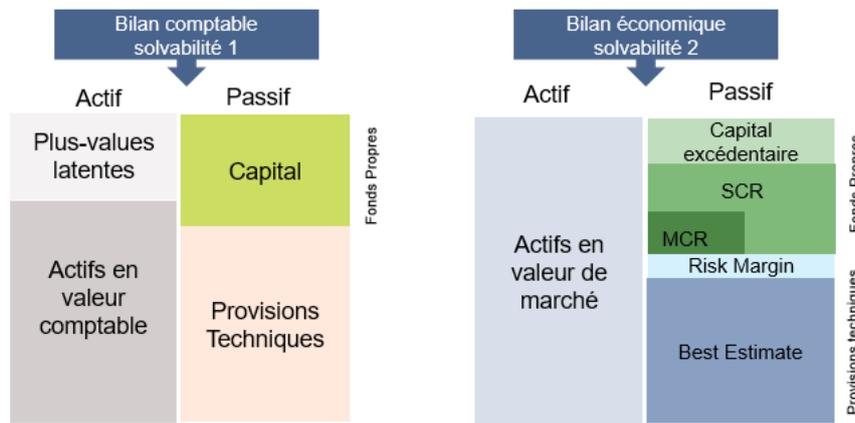


Figure 1.6 Schéma du passage de Solvabilité 1 à Solvabilité 2

1.2.4.1.1 Les fonds propres économiques Sous Solvabilité 2,

Les fonds propres représentent la richesse accumulée par la compagnie, Solvabilité 2 s'inscrit dans une approche Market Consistent Embedded Value (*MCEV*), développée lors du CFO Forum (2009), qui permet d'incorporer la richesse future dans le calcul du capital économique.

L'Embedded Value est définie comme la somme de la valeur actuelle probable des profits futurs ajustée de l'actif net réévalué, elle correspond à la valeur des intérêts de l'actionnaire d'une compagnie d'assurance. En environnement *MCEV*, les Fonds Propres (*FP*) ou les Basic Own Funds (*BOF*) sont définis comme la somme des éléments suivants :

- la valeur de marché des actifs représentant les fonds propres, on parle d'Actifs Net Réévalués (*ANR*). Ce montant correspond à la richesse accumulée par la compagnie d'assurance.
- la Value In Force (*VIF*), qui correspond à la valeur générée par le contrat. Ce montant est égal à la somme des profits futurs actualisés (*PVFP*), diminué de la valeur temps des options et garanties financières (*TVFOG*), des risques résiduels non couvrables (*CRNHR*) et du coût d'immobilisation du capital (*CoC*).

$$FP = ANR + VIF = ANR + PVFP - TVFOG - CRNHR - CoC.$$

1.2.4.1.2 Les provisions techniques sous Solvabilité 2

L'article 76 de la Directive Solvabilité 2 (2009) définit les provisions techniques de la manière suivante : « La valeur des provisions techniques correspond au montant actuel que les entreprises d'assurance et de réassurance devraient payer si elles transféraient sur le champ leurs engagements d'assurance et de réassurance à une autre entreprise d'assurance ou de réassurance ».

Les provisions techniques sont composées du BEL (Best Estimate of Liabilities), ce montant correspond à la valeur économique des passifs sans marge de prudence. Le BEL défini par l'article 77 de la Directive Solvabilité 2 : « La meilleure estimation correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents ». A ce montant est ajoutée une marge pour risque pour les risques non couvrables ; celle-ci est égale par définition au coût de l'immobilisation du capital.

Le BEL peut s'écrire mathématiquement de la manière suivante :

$$BEL = E^{P \times Q} \left[\sum_{i \geq 1} Flux_i \times \delta_i \right].$$

Où :

δ_i est le coefficient d'actualisation correspondant à la $i_{\text{ème}}$ période,

P la probabilité historique,

Q la probabilité risque-neutre,

$Flux_i$ les flux de passif de la $i_{\text{ème}}$ période (prestations, frais, commissions, primes, etc).

Les risques couvrables sont les risques dont les flux peuvent être répliqués par des instruments financiers (par exemple les contrats en UC).

Sous l'hypothèse de pouvoir constituer un tel portefeuille d'instruments financiers et sous réserve que le marché soit complet, les risques couvrables doivent être valorisés sous la probabilité risque-neutre Q, et cette évaluation ne comporte théoriquement plus de risque. La provision associée à ce risque est alors égale au prix de la couverture observé sur le marché. Les risques non couvrables (rachats, mortalité, frais, longévité, contrepartie, etc.) sont les risques 1.

Une marge pour risque est alors ajoutée au calcul du Best Estimate afin de déterminer les provisions techniques associées à ces risques. L'idée sous-jacente de la Directive Solvabilité 2 est que les risques non couvrables sont annulés à partir du moment où on peut les transférer à un tiers. La valeur de ce transfert (au-delà du BEL) est considérée comme étant égale au coût de l'immobilisation des fonds propres qui seront induits par ces nouveaux passifs d'assurance.

En notant SCR_t le besoin de fonds propres associé aux risques non couvrables, à la date t et pour le portefeuille considéré, on a :

$$RM = CoC \times \left[\sum_{t \geq 0} \frac{E(SCR_t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \right].$$

Où :

RM désigne la marge pour risque

r_t désigne le taux d'intérêts de maturité t,

CoC est le coût d'immobilisation du capital.

Il est important de noter que les fonds propres peuvent être appréhendés d'une autre façon, celle correspondant à la vision des assurés de la compagnie d'assurance, appelée aussi la vision « Best Estimate ».

Les Fonds Propres sont alors définis comme la différence entre la Valeur de Marché de l'actif (VM_{actifs}) et les Provisions Techniques (PT).

$$FP = BOF = VM_{actifs} - PT = VM_{actifs} - (BEL + MR).$$

La directive reprend notamment l'écriture en trois piliers des différentes règles que les assureurs doivent respecter.

Pilier 1 : Exigences quantitatives L'établissement du bilan économique de l'assureur nécessite l'évaluation en valeur d'échange de ses actifs et en valeur de transfert de ses passifs. A celui-ci s'ajoute l'évaluation du niveau de fonds propres que l'assureur doit détenir pour exercer son activité d'assurance. Sous Solvabilité 2, deux niveaux d'exigences mais aussi d'intervention de l'autorité de contrôle sont définis :

– Le MCR (Minimum Capital Requirement), ou capital de solvabilité minimum, définit le niveau en dessous duquel l'assureur ne serait plus en mesure de respecter ses engagements vis à vis des assurés. Un non-respect prolongé aurait pour conséquence le retrait de l'agrément d'assurance.

– Le SCR (Solvency Capital Requirement) est le montant de fonds propres dont doit disposer l'assureur pour faire face à une ruine économique à horizon 1 an et au niveau 99,5%. Nous verrons par la suite, les différentes méthodes de calcul du SCR.

Pilier 2 : Mise en place d'un processus de gestion des risques intégrés Ce pilier s'inscrit dans une démarche davantage qualitative que le premier pilier. Il consiste en la mise en place d'un système de gestion des risques permettant à la compagnie d'être en mesure de gérer ses risques sur un horizon de temps plus conséquent que celui retenu pour le pilier 1. Ce deuxième pilier, et notamment à travers les articles 44 et 45 de la Directive Solvabilité 2, incite donc les entreprises à instaurer une démarche ERM (Entreprise Risk Management) au sein de la compagnie et à la mise en place d'un processus ORSA (Own Risk Solvency Assessment). Un paragraphe dédié spécifiquement à ce pilier présentera en détail la mise en place d'un tel système de gestion des risques au sein des compagnies d'assurances.

Pilier 3 : Reporting et discipline de marché Le dernier pilier de Solvabilité 2 a pour but d'améliorer la transparence du marché vis-à-vis du public en assurant un niveau d'information suffisant aux assurés et aux acteurs financiers, mais également de garantir aux autorités de contrôle un reporting détaillé permettant l'évaluation de la bonne gestion des risques des compagnies d'assurance par les autorités de contrôle.

1.2.4.1.3 Un capital sous contrainte

La réglementation sous Solvabilité II impose aux institutions d'assurance de disposer d'une marge en fonds propres suffisante afin de faire face aux éventuels chocs provoqués par des fluctuations imprévues et importantes des marchés financiers. Cette marge bénéficiaire doit permettre de se couvrir d'une ruine économique à horizon 1 an avec un niveau de confiance de 99,5%. Ainsi, le niveau des fonds propres économiques détenu par la compagnie d'assurance, le SCR, doit être suffisamment supérieur au MCR. Détenir un SCR réglementaire signifie que les actifs couvrent les passifs et que la NAV est suffisamment positive pour éviter la faillite. Cependant, même si la compagnie n'atteint pas ce niveau de SCR, elle ne doit en aucun cas détenir un capital économique inférieur au MCR, faute de

quoi son agrément pourrait lui être retiré pour une raison de non-solvabilité. Ce capital cible est déterminé en référence à une mesure de risque appliquée au risque global supporté par la société.

Rappels élémentaires :

On rappelle qu'une mesure de risque est une application $\rho : \Gamma \rightarrow R_+ \cup \{+\infty\}$ associant un risque $X \in \Gamma$ à un réel $\rho(X) \in R_+ \cup \{+\infty\}$.

Ainsi, $\rho(X)$ représente un montant monétaire dont la compagnie doit disposer pour se couvrir contre le risque X . Une mesure de risque permet donc d'associer un réel à un risque. La comparaison entre deux variables aléatoires étant souvent compliquée, la mesure de risque va permettre de comparer deux réels : si X, Y sont deux risques avec comme montant monétaire $\rho(X) > \rho(Y)$ alors le risque X est plus élevé que le risque Y .

1.2.4.1.3.1 Mesure de risque cohérente :

En particulier, l'espérance, la variance ou l'écart-type sont des mesures de risque lorsqu'ils existent (Planchet, F., & Thérond, P.-E. 2007). Même si un grand nombre d'applications peuvent répondre à la définition de mesure de risque (fonctionnelle réelle positive d'une variable aléatoire), il est souvent exigé d'une mesure de risque d'avoir une partie des propriétés du Tableau 1-2 pour être cohérente :

Propriétés	Définitions mathématiques	Interprétation dans le cadre de la définition d'un capital de solvabilité d'une société d'assurance
Invariance par translation	$\rho(X + c) = \rho(X) + c ; \forall X \in \Gamma, \forall c \in R$	L'ajout d'une constante négative ou positive (perte ou gain certain) à un risque augmente (respectivement diminue) de la même façon la mesure de ce risque.
Sous-additivité	$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y) ; \forall X, Y \in \Gamma$	Le risque agrégé d'un portefeuille ne peut être supérieur à la somme des risques de ses composants du fait de la corrélation entre eux (gain de diversification). Ainsi le capital requis après agrégation de deux risques est inférieur à la somme des besoins en capital de chaque risque pris unitairement
Homogénéité	$\rho(cX) = c\rho(X) ; \forall X \in \Gamma, \forall c \in R_+$	Le risque associé à un actif est proportionnel à son poids
Monotonie	$P[X < Y] = 1 \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y) ; \forall X, Y \in \Gamma$	Un actif moins risqué générera moins de capital de solvabilité

Tableau 1-2 Synthèse d'une mesure de risque cohérente

Une mesure de risque cohérente se traduit par la réunion de ces quatre axiomes. Cette notion de cohérence n'est toutefois pas tout le temps respecté, en effet les mesures de risques les plus usuelles ne le sont pas c'est le cas notamment de la Value-at-Risk (*VaR*) ou encore de la variance.

1.2.4.1.3.2 Mesure de risque Comonotone additive :

Il sera utile de rappeler qu'un vecteur aléatoire $(X_1 ; X_2) \in \Gamma^2$, de fonctions de répartition marginales F_1, F_2 est un vecteur comonotone s'il existe une variable aléatoire U de loi uniforme sur $[0 ; 1]$ telle que $(X_1 ; X_2)$ a la même loi que :

$$(F_1^{-1}(U), F_2^{-1}(U)).$$

On appelle mesure de risque comonotone additive toute mesure de risque ρ telle que :

$$\rho(X_1 + X_2) = \rho(X_1) + \rho(X_2) ; \text{ pour tous vecteurs comonotones } (X_1 ; X_2) \in \Gamma^2$$

Dans le cadre du calcul du capital de solvabilité, une mesure de risque comonotone additive ne génère pas de bénéfice de diversification. Les deux risques monotones ne se mutualisent donc pas. Cette propriété est souhaitable pour une mesure utilisée pour déterminer un capital de solvabilité car une fois que le risque U se produit, les risques X_1 et X_2 se produisent également à mesure que U augmente.

L'article 101 de la directive définit le SCR comme « la valeur en risque (Value-at-Risk) des fonds propres de base de l'entreprise d'assurance ou de réassurance, avec un niveau de confiance de 99,5 % à l'horizon d'un an. » Dans cette nouvelle approche, les fonds propres sont donc considérés comme une variable aléatoire dont la loi de probabilité sera différente d'une compagnie d'assurance à une autre. La détermination du capital de solvabilité requis suppose désormais la connaissance d'un quantile de cette loi de probabilité. L'objet de ce paragraphe est de présenter la Value-at-Risk dont l'utilisation en assurance a été pérennisée par Solvabilité 2.

1.2.4.1.3.3 La Value at Risk

Définition La Value-at-Risk (VaR)

La Value-at-Risk (VaR) de niveau α associé au risque $X \in \mathbb{F}$ est donnée par :

$$VaR(X, \alpha) = \text{Inf} \{x \mid P[X \leq x] \geq \alpha\} = F_{X^{-1}}(\alpha).$$

Où $F_{X^{-1}}$ désigne la fonction quantile de la loi de X . On rappelle que, dans le cas général, la fonction quantile est la pseudo-inverse de la fonction de répartition, soit

$$F_X^{-1}(p) = \text{Inf} \{x \mid F(X) \geq p\}.$$

Le concept du VaR est directement lié à celui de probabilité de ruine puisque si une société, disposant d'un montant de « ressources » égal à (X, α) , assure un unique risque X , sa probabilité de ruine est égale à $1 - \alpha$.

La Value-at-Risk présente cependant deux principales limites :

Elle n'apporte pas d'informations sur le comportement de la distribution, au-delà du seuil considéré et elle n'est pas une mesure de risque cohérente car elle ne respecte pas toujours la propriété de sous-additivité et ne permet donc pas de capter le principe de diversification (Théron, 2007). Ce dernier point de la Value-at-Risk peut se démontrer à l'aide d'un contre-exemple :

Considérons X et Y deux variables aléatoires indépendantes de lois de Pareto. Avec $X \sim \text{Par}(1, 1)$ et $Y \sim \text{Par}(1, 1)$:

$$P(X > t) = P(Y > t) = \frac{1}{(1+t)}, \quad t > 0.$$

Nous avons alors

$$VaR(X, \alpha) = VaR(Y, \alpha) = \frac{1}{(1+\alpha)} - 1.$$

De plus, on peut vérifier que

$$P[X+Y \leq t] = 1 - \frac{2}{(2+t)} + 2 \frac{\log(1+t)}{(2+t)^2}, \quad t > 0.$$

Comme nous avons :

$$P[X + Y \leq 2 VaR[X; \alpha]] = \alpha - \frac{(1-\alpha)^2}{2} * \log\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) < \alpha.$$

Dès lors, l'inégalité ci-dessous est vraie quel que soit α de sorte que la VaR ne peut pas être sous additive :

$$VaR(X; \alpha) + VaR(Y; \alpha) < VaR(X + Y; \alpha).$$

En revanche, la Value-at-Risk a d'autres propriétés mathématiques qui rend les calculs plus confortables en termes de modélisation des risques le fait que pour toute fonction g croissante et continue à gauche, on a :

$$VaR(g(X), \alpha) = g(VaR(X, \alpha)).$$

De cette propriété et en prenant $g = F_1^{-1} + F_2^{-1}$ et $X = U$ dans la précédente équation, nous pouvons affirmer que les VaR sont comonotones additives puisque pour tout $\alpha \in]0; 1[$, on a :

$$VaR((F_1^{-1} + F_2^{-1})(U), \alpha) = (F_1^{-1} + F_2^{-1})(VaR(U, \alpha)).$$

La loi de Pareto étant fréquemment utilisée lors de la modélisation des valeurs extrêmes en assurance, le fait que la VaR ne soit pas sous-additive peut poser un problème dans le cas de modèle interne. Néanmoins, on note que la formule standard utilise des hypothèses qui sont basées sur des lois normales ou log-normales et dans ces cas précis, la VaR est sous-additive pour $\alpha = 99.5\%$, c'est-à-dire au niveau queues de distribution.

Pourquoi la VAR ?

Dans le cadre du choix de la mesure de risque pouvant déterminer le capital de solvabilité requis, le régulateur a fixé une condition dite « condition du régulateur ». Pour $\varepsilon \in]0; 1[$ et pour tous risques X_1 et $X_2 \in \mathbb{T}$, la mesure de risque ρ doit vérifier l'inégalité suivante :

$$E[(X_1 + X_2 - \rho(X_1 + X_2))^+] + \rho(X_1 + X_2)\varepsilon \leq \sum_{i=1}^2 \{E[(X_i - \rho(X_i))^+] + \rho(X_i)\varepsilon\}.$$

Dans cette inégalité, nous pouvons interpréter ε comme le coût de l'immobilisation du capital économique. En effet, le second terme du premier membre de l'inégalité peut être interprété comme la rémunération des actionnaires qui ont mobilisé le capital $\rho(X_1 + X_2)$ pour la compagnie. Trois principales propriétés découlent de cette inégalité pour $\varepsilon \in]0; 1[$:

- Pour les $TVaR_p$ telles que $p > 1 - \varepsilon$ (voir définition de la Tail Value at risk en annexe)
- Pour les $VaR_{1-\varepsilon}$
- Pour toute mesure de risque sous-additive ρ telle que $\rho(X) \geq VaR(X, 1 - \varepsilon)$

Ce qu'il faut retenir :

La VaR de niveau $1 - \varepsilon$ est la mesure de risque qui respecte la condition du régulateur tout en conduisant au plus petit niveau de capital.

La VaR correspond au montant de perte probable du portefeuille liée à des variations défavorables pour un seuil de confiance α et un horizon de temps donné, elle vérifie l'égalité suivante :

$$P[\text{perte} > VaR] = 1 - \alpha.$$

La spécification de l'horizon de calcul et du seuil de confiance est primordiale pour l'utilisation de la VaR .

1.2.4.1.3.4 La Value-at-Risk sous Solvabilité 2:

La $VaR_{99,5\%}$ est la mesure de risque sur laquelle repose l'évaluation de capital de solvabilité réglementaire dans la démarche prudentielle adoptée par Solvabilité II, qui se traduit mathématiquement si on considère FP_1 le montant de fonds propres dans un an par :

$$P[FP_1 \geq 0] \geq 99.5\%.$$

De plus, si on considère :

- FP_0 Le montant de fonds propres économiques à $t=0$;
- $ZC(0,1)$ le facteur d'actualisation des cash-flows entre la date $t=0$ et $t=1$ représentant le prix d'un zéro-coupon de maturité 1 en $t=0$;
- $q_{0.5\%}$ le quantile à 0.5% de la distribution des fonds propres à un an ;

Alors, le capital économique K à l'horizon un an se déduit par :

$$K = FP_0 - ZC(0,1) \cdot q_{0.5\%} \cdot FP_1.$$

La quantification du quantile à 0.5% et donc du SCR nécessite de connaître la distribution empirique des fonds propres à horizon un an. Ceci représente un exercice difficile à modéliser au vu des options dont dispose un contrat d'assurance vie (épargne et retraite) comme le rachat partiel ou global notamment. Aussi, la dépendance entre l'actif et le passif tend à rendre la tâche encore plus compliquée du fait que le phénomène de rachat peut être directement lié aux taux d'intérêt bas à l'actif. La directive Solvabilité II préconise l'utilisation d'une formule standard pour déterminer le SCR , mais permet aussi de mieux spécifier son risque à travers un modèle interne total ou partiel. Dès lors l'assureur a l'obligation de comparer le résultat du modèle interne avec celui de la formule standard. Dans la partie suivante, on va explorer la formule standard et le modèle interne (Decupère 2011).

1.2.4.1.4 Modèle interne ou formule standard ?

Solvabilité 2 permet à l'assureur d'opter pour deux choix de méthodologies dans le cadre de l'évaluation du SCR :

1. -La formule standard, définie par la directive
2. -Un modèle interne validé par l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution

1.2.4.1.4.1 La formule standard

La formule standard telle que définie par l'EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority) est fondée sur un paramétrage des chocs avec des données moyennes des organismes d'assurances d'Europe, ce modèle est standardisé et est uniforme sur le territoire européen. La formule standard permet le calcul du capital économique en évaluant le bilan central puis en réévaluant ce même bilan après application d'un choc instantané pour chaque risque

$$K_i = FP^{central} - FP_i^{choc}.$$

Avec :

- K_i le capital associé au risque élémentaire i
- $FP^{central}$ les fonds propres du bilan économique à $t=0$
- FP_i^{choc} les fonds propres obtenus après application de choc instantané correspondant au quantile à 0.5% de la distribution du risque élémentaire i

On trouvera en Figure 1.7 une schématisation du choc :

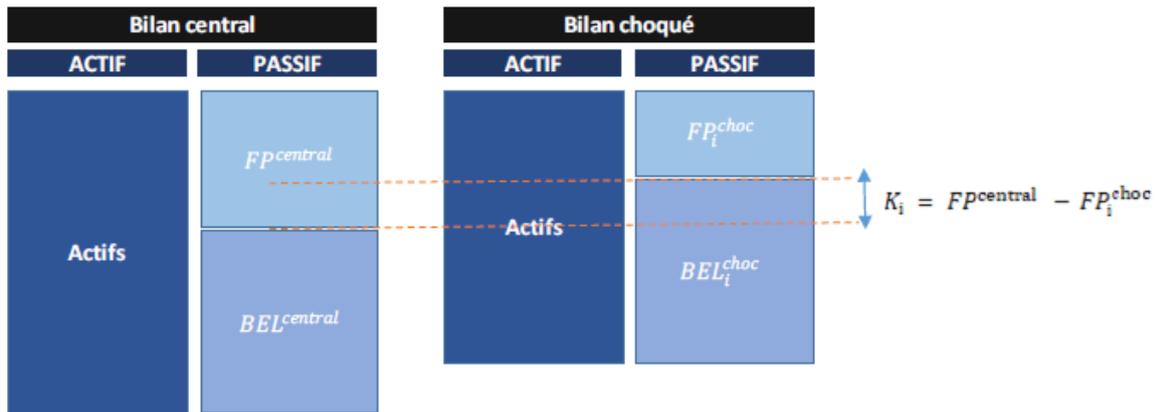


Figure 1.7 Bilan choqué en formule standard

Les risques sont ordonnés en modules et chaque module regroupe plusieurs risques élémentaires i . Issue d'une approche « Bottom-up », le capital de chaque risque élémentaire C_i est évalué, puis agrégé à l'aide des matrices de corrélations définies par la formule au sein de chaque module de risques p (on parle d'agrégation intra-modulaire), et enfin entre chaque module de risque (agrégation inter-modulaire). La Figure 1.8 montre la cartographie des risques dans le cadre de la formule standard :

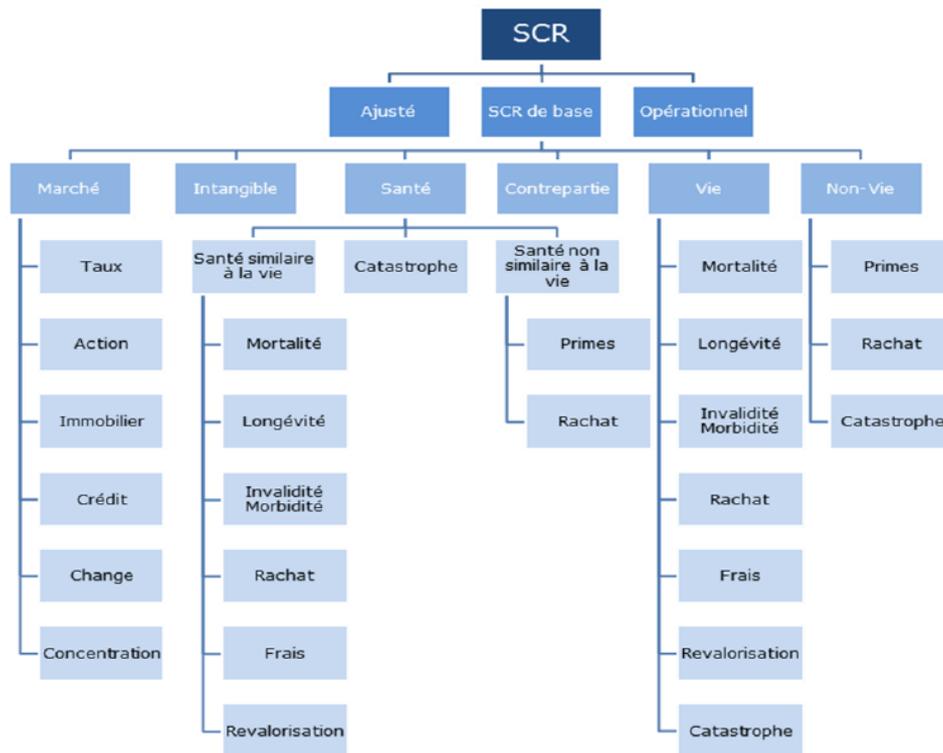


Figure 1.8 Cartographie des risques selon la formule standard de Solvabilité II

La formule de l'agrégation intra-modulaire est donnée par :

$$SCR_p = \sqrt{\sum_{(i,j) \in R_p^2} \rho_{i,j}^{R_p} K_i K_j}.$$

Avec :

- $\rho_{i,j}^{R_p}$ le coefficient de corrélation entre les risques i et j du module p
- R_p l'ensemble de tous les risques du module p

La formule de l'agrégation inter-modulaire est donnée par :

$$BSCR_p = \sqrt{\sum_{(i,j) \in P^2} \rho_{i,j}^P SCR_i SCR_j}.$$

Avec :

- $\rho_{i,j}^m$ le coefficient de corrélation entre les modules i et j du module m
- P l'ensemble de tous les modules, $dim(P)=6$

Le SCR final est obtenu après intégration du risque opérationnel et la prise en compte des ajustements d'impôts différés.

$$SCR = BSCR + SCR_{\text{opérationnel}} + Adj.$$

La formule standard est facile d'utilisation et d'implémentation. Mais sa limite principale porte sur le fait qu'elle a été développée pour être appliquée de manière uniforme à tous les organismes d'assurance de l'Union européenne sans prise en compte de l'hétérogénéité des politiques et des stratégies d'investissement. La cartographie des risques de la formule n'est par conséquent peu adaptée à toutes les compagnies. De plus, elle peut potentiellement surestimer le capital de solvabilité en utilisant des coefficients de diversification peu optimistes ne prenant pas en compte la distinction des branches d'activité.

Aussi, du fait de l'équivalence des chocs entre les risques utilisés, l'estimation du quantile à 99.5% reste une pure approximation et n'est pas issue d'une distribution observée. Par conséquent le recours à un modèle interne s'avère être une alternative judicieuse et souhaitable pour une estimation du capital économique plus adaptée aux risques que courent la compagnie. C'est le cas d'Allianz qui développe son propre modèle interne. Toutefois l'utilisation d'un modèle interne reste très réglementée par le régulateur qui doit s'assurer de l'adéquation du modèle au profil de risque. L'approbation du régulateur est nécessaire avant l'utilisation du modèle interne.

1.2.4.1.4.2 Le modèle interne

Le processus de calcul du capital de solvabilité via un modèle interne repose sur l'identification et la modélisation de son propre risque en prenant en compte son exposition spécifique. L'application d'un modèle interne permet de modéliser le SCR en se basant sur une cartographie des risques plus réaliste et par conséquent plus adaptée son propre portefeuille d'assurance. Chez Allianz, le modèle interne est développé avec la structure des risques telle qu'indiquée à la Figure 1.9.

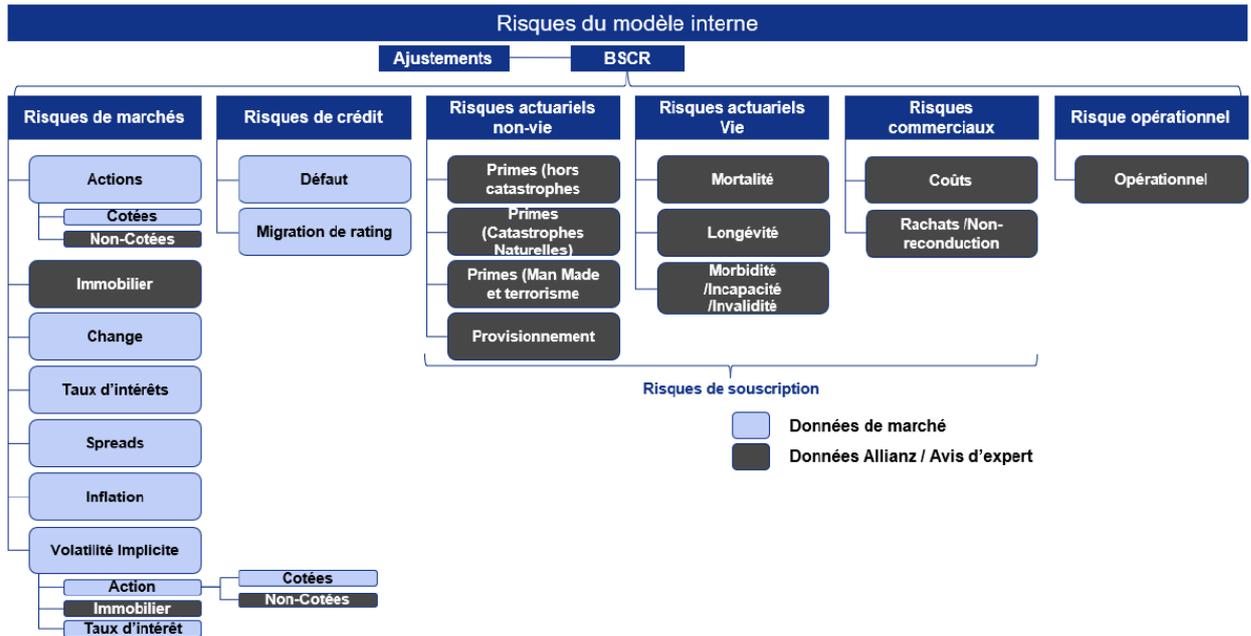


Figure 1.9 Cartographie des risques modèle interne Allianz

Nous distinguons 6 modules de risques englobants plusieurs sous modules de risques élémentaires :

— le risque de marché, qui représente le risque lié à une perte potentielle de valeur du portefeuille d'actifs sur un horizon de temps donné, à la suite d'une détérioration de l'environnement financier. Au sein du modèle, l'actif des risques de marché est modélisé par la loi Log-Normale à l'exception du risque Inflation qui est modélisé par une gaussienne, tandis que le passif est quant à lui modéliser avec les portefeuilles répliquant. Nous verrons cette méthode plus bas dans ce chapitre.

— le risque de crédit, défini comme le risque de pertes inopinées sur la valeur de marché d'un portefeuille ou de créances (d'opérations de réassurance notamment) en raison de la dégradation de la qualité du crédit des contreparties, de défaut ou autre raison de la non-exécution des transactions (incapacité de remboursement de paiements)

Ces deux premiers modules de risque sont essentiellement calculés via des paramètres de corrélation et de volatilité estimés avec par le biais de données de marché tandis que les catégories de risques suivants utilisent principalement des données internes ou des avis d'experts.

Les risques commerciaux, qui représentent les risques de coût d'acquisition des nouveaux contrats ou de gestion de ceux en portefeuille plus élevés que prévus initialement ainsi que les risques de rachats et de non-renouvellement des contrats. Les risques de coût d'acquisition et de gestion suivent une Loi-Normale alors que ceux de rachat et de rachat massif suivent respectivement une Loi-Log-Normale-Inverse et une Loi-Empirique.

Les risques actuariels non-vie, sont nets de réassurance et couvrent sur un an, le risque de sous-provisionnement lié à la sous-estimation des sinistres survenus et le risque de sous-tarifcation lié à la sous-estimation de la sinistralité à survenir. Les sous modules de risques : risque prime non-catastrophique et provisionnement suivent la distribution d'une matrice de flux, Tandis que les risques primes catastrophiques sont des pertes extrêmes, estimées au travers des scénarios et des lois empiriques.

Les risques actuariels vie regroupent les risques liés à la vie humaine des assurés : mortalité, la longévité, l'incapacité et l'invalidité. Également, les risques comportementaux des assurés : tels Ils engendrent aussi les risques d'incertitudes sur le comportement des assurés comme les taux de rachat, choix d'arbitrage ou de versements. Les distributions des risques longévité, morbidité et mortalité se font respectivement par une Loi-Log-Normale-Inverse, Loi-Normale et Loi-Log-Normale et sont calibrées par des chocs.

Le risque opérationnel est lié à une défaillance des processus internes ou à des événements ayant un impact sur les dommages aux biens des entreprises

1.2.4.1.5 Méthodologie de calcul dans le modèle interne

Le principal objectif du modèle interne est d'estimer le SCR en déterminant une distribution empirique des fonds propres économiques $(\Delta FP_p)_{p=1, \dots, K}$ qui représente l'écart de la variation des valeurs de marché de l'Actif et du Best Estimate Liabilities pour chaque distribution p. Le modèle interne d'Allianz estime cette distribution à l'aide de K=50 000 simulations élémentaires et puis en considérant conjointement les pertes associées à chacun des risques modélisés pour prendre en compte les effets croisés ou l'agrégation.

Où :

$$\Delta Actif_p = Actif_p - Actif_{BE} .$$

$$\Delta BEL_p = BEL_p - BEL_{BE} .$$

$$\Delta FP_p = \Delta Actif_p - \Delta BEL_p ; p = 1, \dots, K$$

Dès lors nous ordonnons les pertes, le SCR se déduit en prenant le quantile à 0,5% de la distribution obtenue qui correspond à la 250ème pire perte obtenue sur les 50 000 simulations. Cette approche est dénommée la Value at risk à 99.5%.

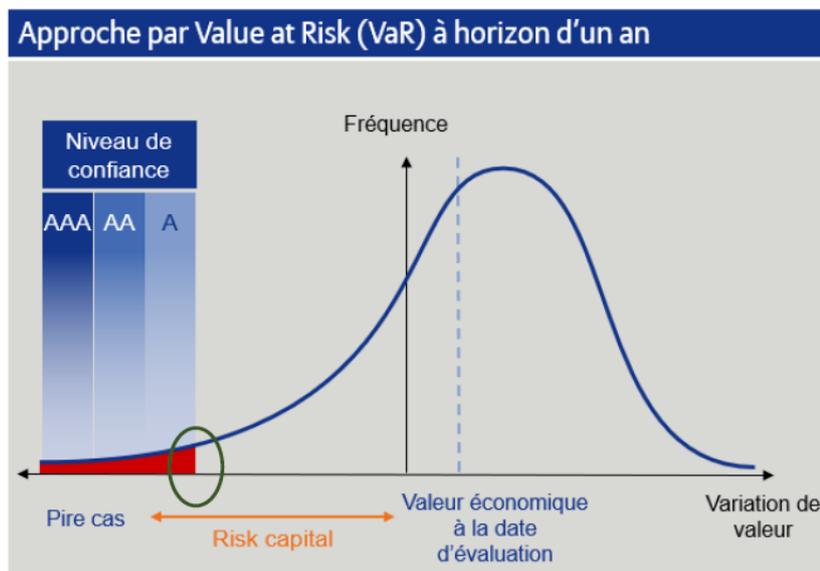


Figure 1.10 Distribution empirique des fonds propres économiques

Afin d'apporter plus de justesse au calcul de son SCR, Allianz utilise la Value-at-Risk Harrel Davis pour le déterminer. Cet estimateur octroie un poids plus élevé autour du quantile En termes d'erreur statistique, cet estimateur est plus robuste que la Value-at-Risk pour les quantiles extrêmes du fait qu'il utilise une bande plate de scénarios autour du quantile 0.5% au lieu de ne considérer que celui-ci.

Considérons un niveau de quantile α et S scénarios, puis en posant :

$$\beta_1=(S+1) \alpha \text{ et } \beta_2=(S+1) (1- \alpha).$$

Et en notant la fonction de répartition bêta incomplète :

$$I_{\beta_1,\beta_2} = \int_0^x t^{\beta_1-1} (1-t)^{\beta_2-1} dt.$$

Alors, la Value-at-Risk pour S scénario et à un niveau de quantile α par :

$$VaR_{\alpha}^{HD} = \sum_{k=1}^S w_k^{(S,\alpha)} \Delta F p_k.$$

Où :

$$w_k^{(S,\alpha)} = I_{\beta_1,\beta_2} \left(\frac{k}{S} \right) - I_{\beta_1,\beta_2} \left(\frac{k-1}{S} \right).$$

Les poids Harell-Davis pour S=50 000 scénarios et un seuil $\alpha=0.5\%$ sont illustrés sur la figure ci-après : les scénarios 200 à 300 (i.e. -50 et +50 autour du scénario de la VaR) sont attribués à un poids important.

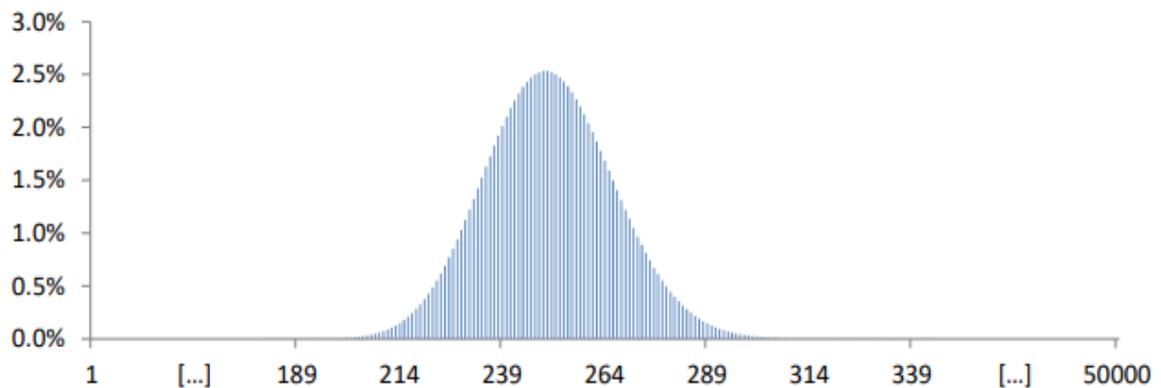


Figure 1.11 Poids Harrell-Davis P=50 000 scénarios

Contrairement à d'autres estimateurs, l'estimateur Harrell-Davis n'a pas besoin d'être calibré. Il utilise uniquement des paramètres bien connus, à savoir le nombre de scénarios et le niveau de confiance.

En résumé, Le calcul du capital économique se déroule en 3 étapes expliquées succinctement ci-dessous :

1ere étape :

En premier lieu il conviendra de modéliser la distribution des risques ou des facteurs de risques, issus de la matrice des risques, unitairement (en vision stand alone). Dès lors les risques et facteurs de risques peuvent suivre différents types de distributions statistiques. Il est primordial de déterminer une distribution cohérente et en adéquation avec le facteur de risque considéré. Allianz se base sur les données historiques de marché ou des avis d'experts pour déterminer les risques est stand alone

2eme étape :

La seconde étape dans le calcul du SCR prend en compte les dépendances entre les risques pris individuellement dans la première étape. Car nombreux facteurs de risques peuvent intervenir simultanément et dès qu'il existe une forme de dépendance, leurs interactions sont quantifiées et intégrées via leurs corrélations. Par exemple l'un des risques actuariel vie le plus important en retraite est la longévité, si ce risque croit, les prestations seront payées plus longtemps, générant ainsi plus de flux et donc plus de frais de gestion. Le risque de longévité est par conséquent positivement corrélé au risque de coût. Dès lors, cette étape permet de réduire le besoin en capital des risques longévité et coût pris simultanément.

3eme étape :

La troisième et dernière étape est l'agrégation des risques à travers la distribution conjointe des variations de NAV par portefeuille puis par entité juridique. La valeur du SCR se déduit en prenant le quantile à 99,5 % de 50 000 scénarios primaires de la VaR Harrell-Davis.

Voir l'annexe pour plus de détails concernant la mise en œuvre du calcul du SCR chez Allianz France

Le SCR final est obtenu après intégration du risque opérationnel et la prise en compte des ajustements d'impôts différés :

$$SCR = BSCR + SCR_{\text{opérationnel}} + Adj.$$

Ainsi en théorie un assureur pourrait faire faillite au plus une fois tous les deux cents ans. Soit FP_n les fonds propres de l'assureur de l'année n. Nous avons donc :

$$P[FP_1 \geq 0] \geq 99.5\%.$$

Les assureurs doivent à toute période t respecter un ratio de solvabilité supérieur à 100%.

$$Ratio \text{ de solvabilité}_t = \frac{FP_t}{SCR_t}.$$

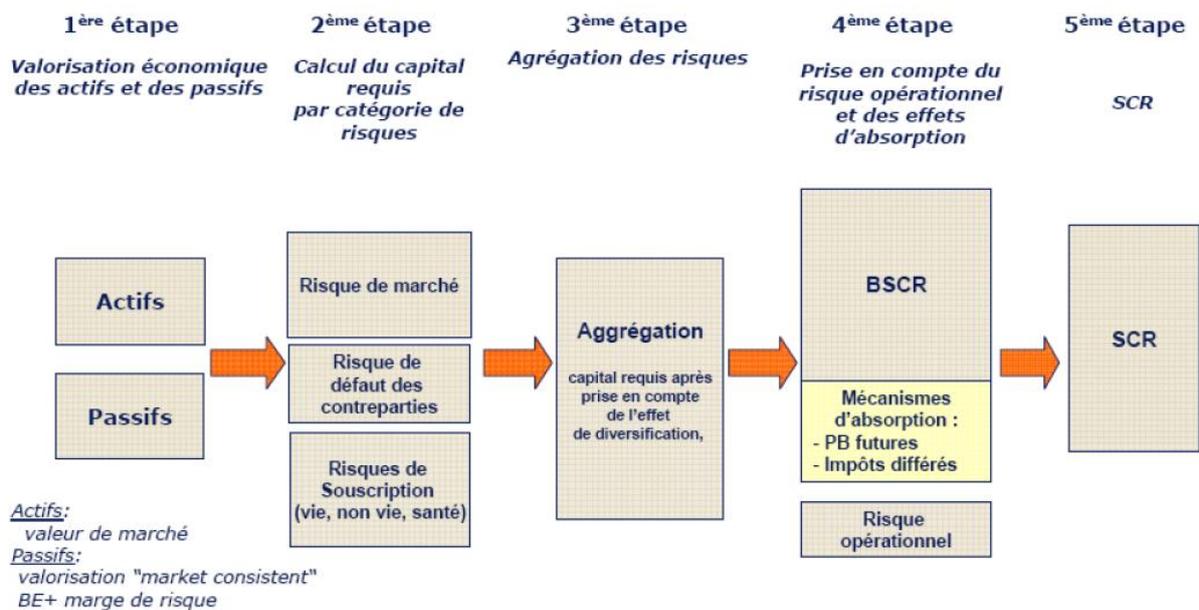


Figure 1.12 Synthèse de calcul du SCR

1.2.4.2 Limites et avantages de Solvabilité 2 :

Un des objectifs de la réforme Solvabilité 2 est d'imposer des montants de fonds propres mieux adaptés aux entreprises d'assurance que sous la réglementation Solvabilité 1.

Sous Solvabilité 1, le montant est forfaitaire et la marge à constituer ne prend pas en compte les spécificités du portefeuille et de la gestion qui en est faite, alors que, sous Solvabilité 2, le montant dépend des spécificités du portefeuille étudié.

En outre sous Solvabilité 2, il est communément dit que la détention d'actifs non amortissables est coûteuse en capital. Ainsi les organismes d'assurance auraient intérêt à limiter certains investissements et se recentrer sur des produits financiers de type obligataires ou monétaires. Pour les contrats retraite, le risque serait de voir une diminution des performances financières des portefeuilles retraite. C'est notamment pour cela que certains estiment que Solvabilité 2 ne prend pas suffisamment en compte la durée importante des produits retraite. Un argument supplémentaire est que la réglementation Solvabilité 2 impose, en théorie, aux assureurs une détention de fonds propres à horizon un an positive dans 99,5% des cas. La VaR étant à la base un modèle bancaire, son adaptation à l'assurance pose certaines difficultés. Alors qu'un portefeuille bancaire possède une valeur de marché facile à calculer, la valeur du passif est plus complexe à appréhender car il n'existe pas de marché où cette valeur est échangée. Même s'il est simple de calculer la valeur de l'actif d'un produit d'assurance (en prenant tout simplement sa valeur boursière), il est souvent plus difficile de calculer la valeur de son passif. L'une des difficultés dans la valorisation du passif est l'existence des options cachées dans le contrat d'assurance qui font beaucoup fluctuer l'encours qui est la variable sur laquelle la VaR est indexée. Sans oublier les durées de vie des contrats d'assurance sur la vie qui sont beaucoup plus longues que celles des contrats bancaires classiques, ce qui amène à reconsidérer la question de l'horizon de calcul de la VaR. D'ailleurs Solvabilité II avait prévu, à travers son « paquet branches longues » d'Omnibus II, la possibilité d'appliquer des mesures spécifiques aux « branches longues », comme la retraite dans le but de revoir la valorisation économique du bilan (« full fair value

»), ce paquet a pour principal effet de diminuer le montant des provisions techniques des organismes. Les principaux éléments du paquet applicables sous approbation du régulateur sont les suivants :

- **Volatility adjustment** : Appliquer une correction au niveau de la volatilité de la courbe des taux sans risque réglementée par l'EIOPA pour actualiser les engagements. Ainsi le taux sans risque appliqué par les organismes pour actualiser leurs provisions techniques contiendra un élément contracyclique destiné à limiter la volatilité d'une crise des spreads sur le passif des assureurs.
- **Matching adjustment** : Appliquer un ajustement à la courbe des taux sans risque sous conditionnement d'adossement du passif. Cette mesure vise à prendre en considération le taux de rendement des actifs dans la détermination du taux d'actualisation lorsque les flux d'actif et de passif sont parfaitement adossés.
- **Mesure Transitoire de taux** : Elles visent à faire passer le niveau des provisions techniques calculées avec les règles de Solvabilité I à celui calculé avec les règles de Solvabilité II sur 16 ans. Cette mesure repose sur une méthode de lissage sur 16 années, via une prime sur la courbe des taux, la hausse des Provisions techniques générées le passage à une évaluation Best Estimate en Solvabilité II par rapports à Solvabilité I.
- **Extension de la période autorisée de non-couverture de l'exigence de capital (SCR)** : En cas d'événement exceptionnel, L'autorité de contrôle (ACPR) pourra sous approbation de l'EIOPA la période autorisée de non-couverture du SCR sur une durée de sept ans

Malgré ces différentes mesures, les compagnies d'assurances françaises ont émis des contestations a priori fondées vis-à-vis du traitement des engagements de retraite professionnelle supplémentaire dans la réglementation Solvabilité II. Elles sont principalement dues aux éléments suivants :

Horizon de projection trop court : les contrats de retraite s'apprécient à un horizon long (plus d'un an) alors que Solvabilité 2 impose une vision prospective du risque à horizon court, un an tout au plus.

Une méthode d'évaluation des Provisions Techniques peu avantageuses : Solvabilité II stipule l'utilisation de taux d'intérêt de marché au lieu du taux historique pour l'actualisation des flux, ce qui pénalise davantage les engagements longs en période de taux bas, comme observé durant les dernières années.

Une charge de capital trop forte : La méthode d'évaluation du *SCR* sous la réglementation Solvabilité II conduit à une charge de capital très corrélée au niveau des risques pris de la part des investissements, alors que la pratique des fonds de pension des autres pays en Europe est contraire.

Forte volatilité du Ratio de Solvabilité II : Solvabilité II préconise l'évaluation des éléments du Bilan en « fair value », rendant le ratio de solvabilité très sensible aux conditions de marché.

1.2.4.3 IORP II/ Loi Sapin 2/ La réforme des FRPS

Publiée le 23 décembre 2016, la directive IORP II 2016/2341 offre de nouvelles garanties : de nouvelles exigences en matière de gouvernance, l'amélioration de la communication aux assurés et bénéficiaires, ainsi que l'amélioration de la surveillance prudentielle. Les normes quantitatives restent cependant inchangées. Ainsi, les fonds de pension seront soumis aux exigences quantitatives de Solvabilité I mais à des règles similaires aux piliers II et III de Solvabilité II.

Très vite, le 30 mars 2016, le projet de loi Sapin II paraît avec un article 33 annonçant la création des Fonds de retraite professionnelle supplémentaire (FRPS). Adoptée en première lecture par l'Assemblée Nationale le 14 Juin 2016, puis modifiée par le Sénat le 8 Juillet 2016, la loi Sapin II est finalement adoptée par l'Assemblée Nationale le 29 Septembre 2016.

Le 7 Avril 2017, l'ordonnance numéro 2017-484 du 6 avril relative à la création des fonds de retraite professionnelle supplémentaire et à l'adaptation des régimes de retraite supplémentaire en unités de rente FRPS est publiée au journal officiel. Une première partie de l'ordonnance traite des conditions de création des fonds de retraite professionnelle supplémentaire et une deuxième partie traite de l'adaptation des régimes de retraite supplémentaire en unités de rente. L'ordonnance précise les différentes formes de ces fonds, qui peuvent être une société anonyme, une société d'assurance, une institution de prévoyance ou une mutuelle. Le contrôle des FRPS est assuré par l'ACPR.

Le processus juridique pour l'établissement des différents textes est le suivant :



Figure 1.13 Le processus juridique pour l'établissement des différents textes des FRPS

L'article 114 de la loi Sapin II permet via la création de fonds de pension de ne pas appliquer le pilier quantitatif de Solvabilité 2. Par conséquent, la réglementation FRPS repose toujours sur 3 piliers :

- Pilier 1 : Solvabilité 1 adapté aux FRPS avec l'ajout de tests de résistance.
- Pilier 2 et 3 : Solvabilité 2 adapté aux FRPS.

Le principe général est le suivant :

Limiter les exigences quantitatives des FRPS au niveau de Solvabilité I, mais leur appliquer les règles de gouvernance de Solvabilité II. L'enjeu est de créer un produit suffisamment intéressant pour que les assureurs créent des FRPS et utilisent de nouveaux canaux d'investissement, sans baisser le niveau de protection des assurés. Le cadre réglementaire européen est IORP II, auquel s'ajoutent les spécificités françaises notamment en termes de stress test.

Existence des cantons IRP	Impossible
Transfert de solvabilité 2 au FRPS	Possible En cas de réorganisation juridique
Transfert de FRPS vers Solvabilité 2	Possible En cas de réorganisation juridique, d'un plan de rétablissement ou de financement de court terme, ou de mesures de police administrative
Transfert entre FRPS	Possible

Figure 1.14 Planning de la transformation et création des FRPS à compter du 31/12/2022

La directive est entrée en application le 13 janvier 2019, afin de permettre aux Etats membres de la transposer dans leur droit national. L'Etat français a ainsi créé un cadre juridique calqué sur les IORP (II) européens sensés recevoir des véhicules déjà existants. Il ne s'agit donc pas d'une transformation fondamentale du marché de la retraite supplémentaire en France, mais d'une modernisation et d'une adaptation à la réglementation européenne pour concurrencer de nouveaux acteurs dans le futur. Récapitulatif des évolutions réglementaires des organismes de retraite professionnelle supplémentaire :

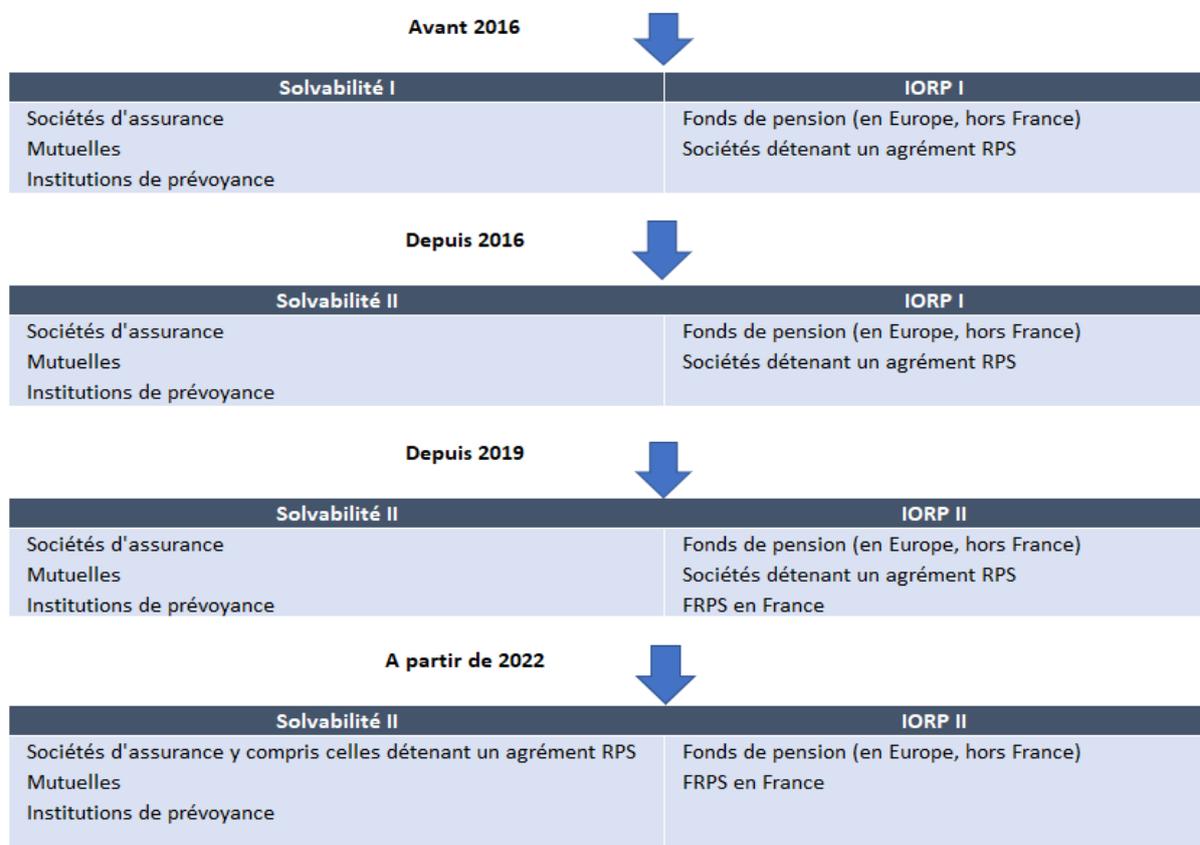


Figure 1.15 Calendrier de mise en place des FRPS

Conclusion 1ere partie

Dans cette première partie nous avons rappelé certaines notions concernant la retraite professionnelle supplémentaire et la gestion du business par les assureurs qui doivent se conformer à l'évolution de la réglementation associée. Ce qui nous a permis de parcourir les référentiels « Solvabilité 1 » et « Solvabilité 2 » en détaillant les éléments quantitatifs, nécessaires au calcul de la solvabilité de la compagnie.

Nous avons montré les contraintes sous Solvabilité II en termes de calcul de SCR pour les institutions assurantielles. Ainsi, nous avons pu démontrer que la VaR au niveau $\alpha = 99.5\%$ est la mesure référence en termes de calcul de capital de solvabilité dans le sens où elle est sous-additive dans les queues de distribution. Nous avons vu que le SCR peut-être modélisé par la formule standard ou un modèle interne et que le SCR est finalement une vision du risque diversifié et consolidé au niveau de la compagnie. Nous retiendrons également que depuis l'entrée en vigueur de la réforme S2 en janvier 2016, la gestion des contrats retraites professionnelles supplémentaires est devenue compliquée pour les assureurs compte tenu du contexte économique actuel ainsi que celui d'une réglementation jugé trop contraignante pour ce type d'engagement. Cette réforme concernant principalement le niveau de capital nécessaire à l'exercice de l'activité d'assurance. Il apparaît donc évident que les changements entraînés par cette réforme ont entraîné des conséquences sur les contrats déjà existants en portefeuille, sur leur rentabilité, mais également la structure tarifaire de ceux-ci.

Ainsi, l'ordonnance n° 2017-484 du 6 avril 2017 a été mise en place pour simplifier la gestion de ces contrats, en créant de nouveaux organismes : Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire (FRPS). Ces organismes peuvent d'ores et déjà bénéficier d'une réglementation plus souple en termes d'exigences quantitative, proche de celle sous S1 et mieux adaptée à leurs caractéristiques. Car Contrairement à d'autres pays, la France n'a pas opté pour la mise en place d'IRP vu que les engagements RPS sont gérés par des assureurs ayant des portefeuilles plus larges contenant d'autres sortes de contrats comme l'assurance vie ou la prévoyance. Les détenteurs de ces derniers bénéficient de la solidité des assureurs en termes de solvabilité vu que les établissements d'assurances sont réglementés par la réforme S2 depuis janvier 2016. Cependant les règles prudentielles S2 surtout le pilier 1 sont trop contraignantes pour les produits de retraite supplémentaire sur plusieurs points :

1. Un horizon de calcul des capitaux requis trop court pour les activités de retraite ;
2. Une charge en capital trop lourde pour les actifs risqués sans prise en compte de l'horizon long terme de l'activité retraite, pénalisant alors les investissements en actions ;
3. Un ratio S2 trop volatil car se trouvant impacté par la gestion financière sur ce périmètre.

Dans la prochaine partie nous nous intéresserons au marché des fonds de pension dans le monde et en Europe, nous verrons l'importance des FRPS qui permettent un retour au cadre social générant moins de volatilité en termes de ratios de solvabilité pour le pilotage d'une activité à long terme.

L'objectif de cette prochaine partie sera de décrire les fonds de pension dans le monde et en Europe, leur utilité ainsi que la création d'Allianz Retraite et le gain en termes de solvabilité et de gestion des risques réalisé par Allianz France.

2 Les fonds de pension et la création d'Allianz Retraite

Les fonds de pension sont des fonds d'investissement dédiés au financement de la retraite par capitalisation. Il peut s'agir de régimes de retraite collectifs ou individuels, souscrit par des entreprises ou des associations de professionnels. Ils sont alimentés par l'épargne des salariés ou celle des dirigeants et souvent un complément de l'entreprise est abondé. Une fois à la retraite les épargnants se voient versés une rente ou plus rarement un capital.

2.1 Les fonds de pension dans le monde

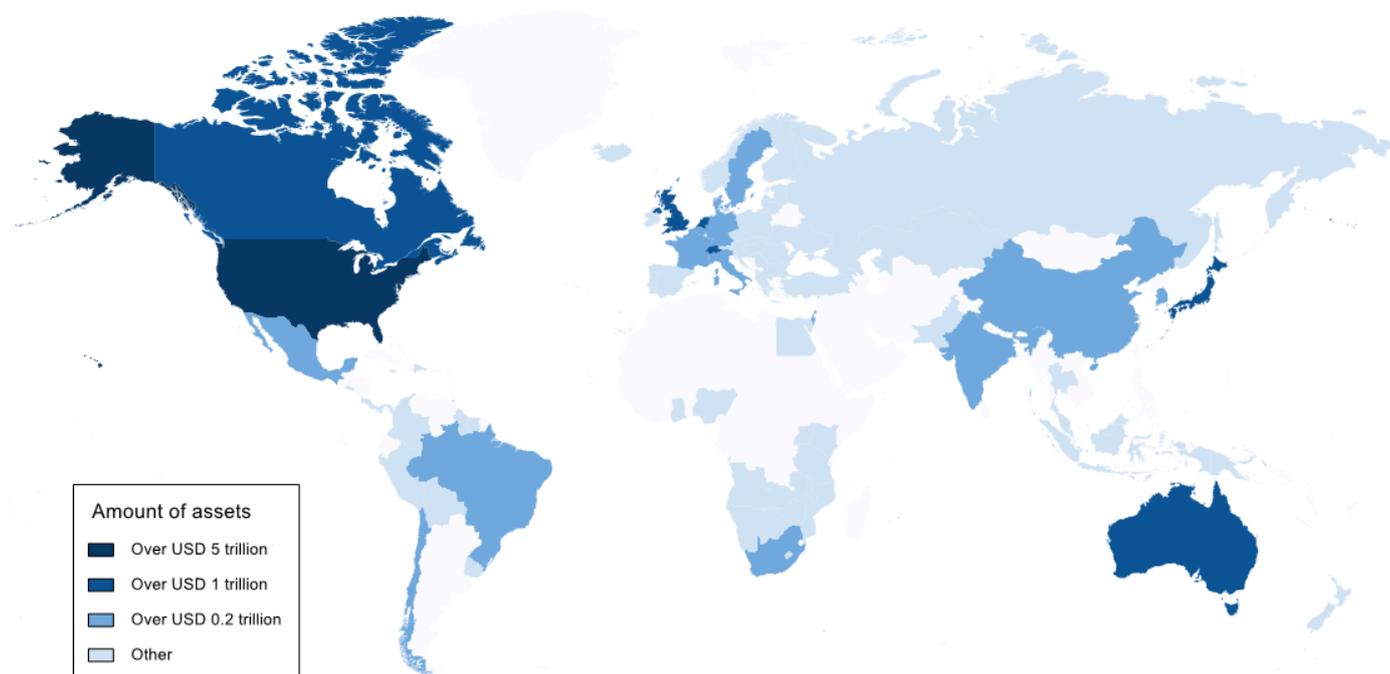


Figure 2.1 Répartition des Actifs des plans d'épargne retraite dans le monde en 2020, source OCDE data

Au sein de l'Union Européenne, les activités des fonds de pension sont considérées comme indépendantes de celles des institutions d'assurance. L'existence de nombreux fonds de pension en Europe a conduit à l'adoption d'une directive européenne spécifique aux fonds de pension en 2003, sous la dénomination IORP (Institutions for Occupational Retirement Provision). L'article 4 de la présente directive permet aux entreprises d'assurance de concurrencer les instituts de retraite professionnelle en matière d'activité. C'est le cas notamment en France, où il n'existe pas d'activité de fonds de pension comparable à d'autres pays de l'UE comme le Royaume-Uni ou les Pays-Bas et où le marché de l'assurance retraite professionnelle supplémentaire est resté à la charge des assurances qui sont soumises à Solvabilité 2.

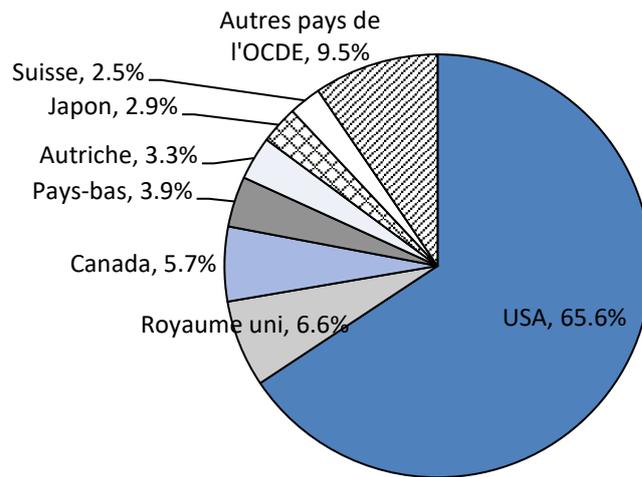


Figure 2.2 Répartition géographique des actifs de retraite dans la zone OCDE data, 2020

En mutualisant les ressources financières issues de l'épargne, du fait de l'horizon long de l'engagement (et donc des investissements), et en « assouplissant » les contraintes prudentielles, les fonds de pension permettent de financer l'économie en investissant dans les entreprises, en prêtant aux entreprises, à l'administration publique et aux ménages (par le biais de prêts titrisés achetés aux banques).

Entre 2006 et 2019, la croissance des fonds de pension (exprimés en dollars) est passée du simple au double avec une progression annuelle de 7,9% après la crise de 2008. On peut en observer le détail par année sur la Figure 2.3 (source OCDE) :

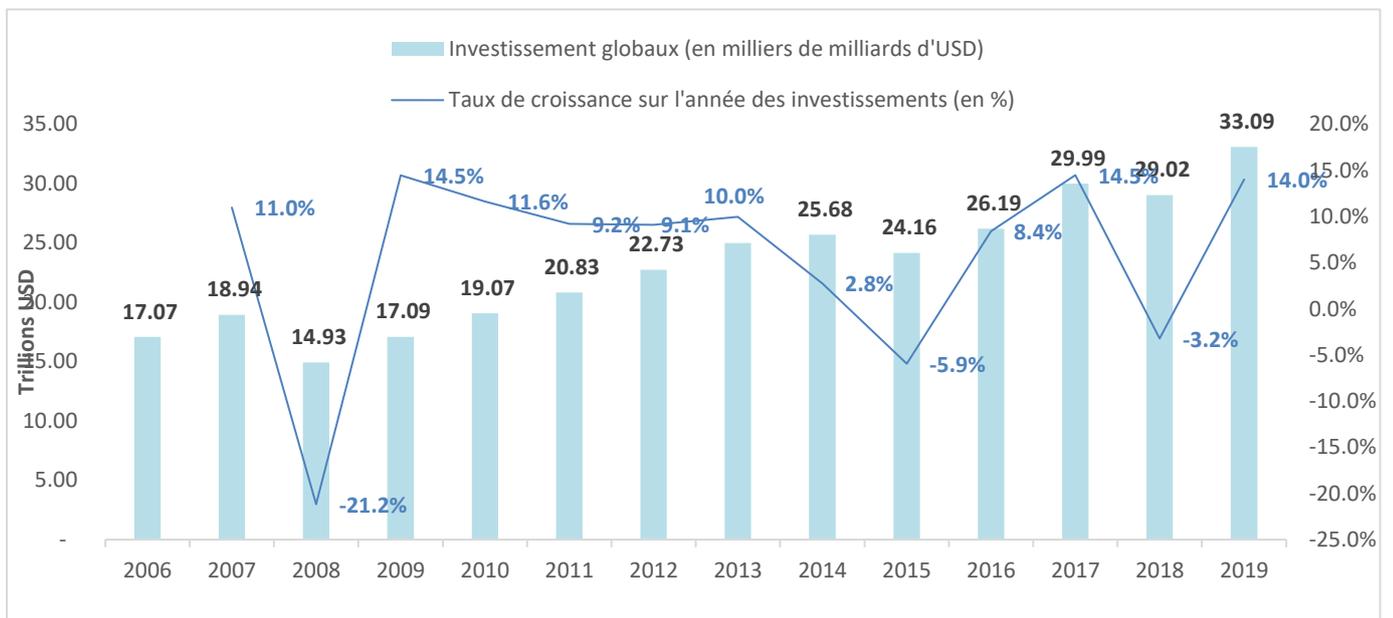


Figure 2.3 Evolution des actifs des fonds de pension de 2006 à 2019
Sources : OCDE Data, Pensions Market in Focus, 2020

L'augmentation des actifs d'une année à l'autre provient de deux sources : des entrées (cotisations, transferts, etc.) supérieures aux sorties (pensions) d'une part, et un rendement positif net de frais de gestion des placements opérés au cours de l'année d'autre part.

En 2013, LES IORP géraient près de 2500 Mds de dollars d'actifs et couvraient près de 75 millions d'européens soit 15 % de la population de l'Union Européenne Ces fonds restent importants uniquement dans deux principaux pays comme au Royaume-Uni (55,9 % du marché global) ou au Pays-Bas (30,7 %). En 2014, la commission européenne a lancé la révision de la directive IORP de 2003 qui couvre un certain nombre de contrats.

Adoptée le 12 janvier 2017, la directive IORP 2 a été transposée dans le droit national des Etats Européens. Les principaux objectifs affichés par cette révision portent sur l'amélioration de la protection des affiliés aux différents régimes de retraite via le renforcement de la capacité des fonds de retraite professionnelle à investir dans des actifs à long terme afin de soutenir la croissance économique.

2.1.1 Le cas Français

Avant la réforme des FRPS, il n’existait pas à proprement parler de fonds de pension en France. Certaines caisses de retraite complémentaire, réservées à des catégories professionnelles spécifiques, fonctionnent comme des fonds de pension mais ne relèvent pas d’IORP. Le complément de retraite des Français est principalement placé sur les véhicules cités dans le chapitre précédent, mais aussi sur l’assurance Vie (Épargne classique). Plusieurs tentatives de mise en place de fonds de pension ou équivalent ont pourtant eu lieu par le passé. L’objectif était de démocratiser le système par capitalisation et de l’ouvrir au plus grand nombre. Sans grand succès en comparaison avec les autres pays membres de l’OCDE comme le montre la Figure 2.4 :

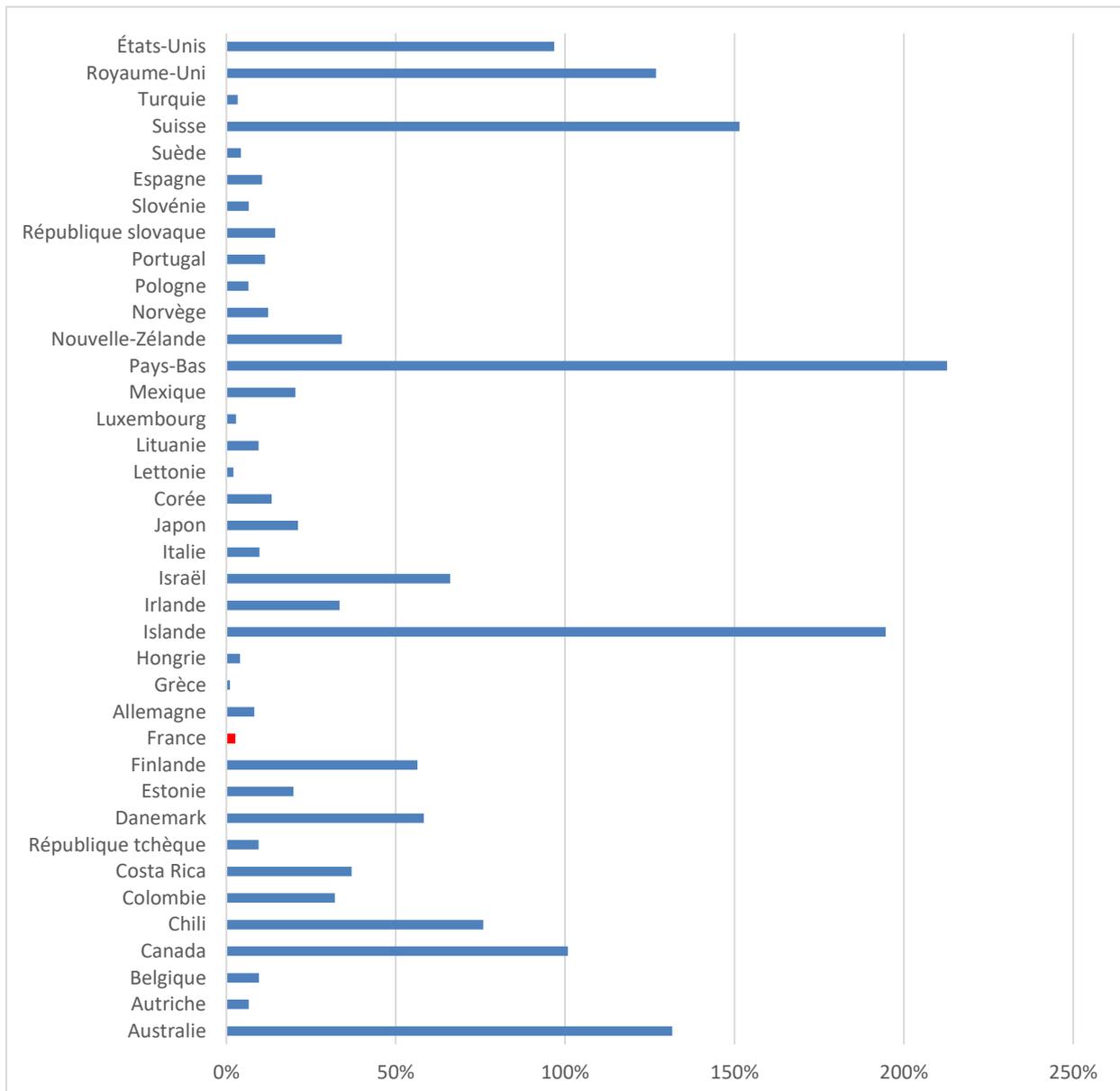


Figure 2.4 Actifs des fonds de pension en pourcentage du PIB en 2020, Source OCDE data

La difficulté de la mise en place de ces dispositifs réside dans la volonté d'assurer un haut niveau de protection des futurs retraités tout en garantissant l'efficacité de l'investissement et des bénéfices pour l'économie. Plusieurs règles doivent cohabiter : - la protection des bénéficiaires à travers les règles prudentielles ; - la concurrence entre états (gestion transfrontalière des régimes) ; - des contraintes d'investissement adaptées aux caractéristiques des encours de retraite professionnelle.

Comme cité plus haut la retraite professionnelle supplémentaire française est gérée par les assureurs et non les fonds de pension et est sous Solvabilité II. Pour les rares utilisateurs de l'agrément IRP, le passage sera effectif au plus tard en 2022. L'exigence en fonds propres, calculée dans le cadre de solvabilité II via des chocs à l'horizon d'un an n'étant pas adaptée aux engagements longs de retraite ainsi que la volatilité excessive du ratio de Solva liée à sa sensibilité aux conditions de marché (comme représenté ci-dessous entre 2014 et 2016) ont causé des impacts significatifs sur les bilans des assureurs ces dernières années au vu des conditions de marché :

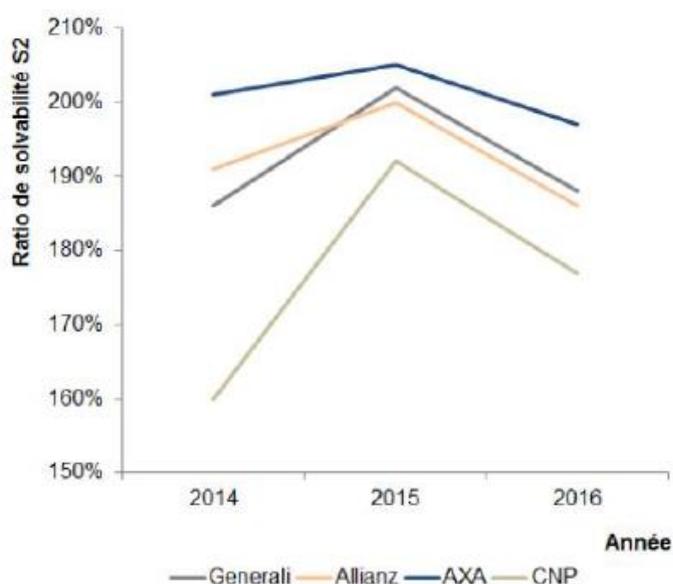


Figure 2.5 Evolution des Ratios de Solvabilité II des principaux assureurs français

Toutes ces réclamations ont naturellement abouti à la création du régime FRPS avec une souplesse supplémentaire à la modélisation des risques en l'intégrant dans la norme européenne. D'autres part, la création de régimes *FRPS* permet à la France de concourir d'une manière plus loyale à l'ouverture du marché européen de plus en plus concurrentiel. En effet Le développement des activités transfrontalières, également traitée par IORP II, crée une urgence dans la mise en place de ces fonds de pension français : si les acteurs étrangers arrivent à prendre une part de marché, c'est un grand manque à gagner pour les assureurs français. En 2015, Emmanuel Macron, alors ministre de l'Économie, relance l'idée des fonds de pension français au cours de la conférence internationale de la FFSA (Fédération Française des Sociétés d'Assurance). « La France doit passer d'une économie de rattrapage à une économie de l'innovation. Pour y parvenir, elle n'a pas besoin d'augmenter son financement en dette mais plutôt en fonds propres. Si nous n'accélérons pas cette transition, nous perdrons la bataille », a-t-il déclaré au siège de la FFSA. Le 7 avril 2017, l'ordonnance relative à la création des FRPS est publiée au journal officiel.

2.2 Particularité des FRPS

2.2.1 Description générale

Le projet de loi relatif à la transparence, à la lutte contre la corruption et à la modernisation de la vie économique, dite "loi Sapin II", adopté le 8 novembre 2016 par les parlementaires, autorise le gouvernement à créer par voie d'ordonnance des fonds de retraite professionnelle supplémentaire (FRPS). Cette loi a été promulguée le 9 décembre 2016. En effet l'article 114 de la loi Sapin II permet via la création de fonds de pension de ne pas appliquer le référentiel Solvabilité 2. Ainsi trois piliers existent sous la réglementation des FRPS :

- Pilier 1 : Solvabilité 1 adapté aux FRPS avec l'ajout de tests de résistance.
- Pilier 2 et 3 : Solvabilité 2 adapté aux FRPS

L'ordonnance précise le contour de ces fonds, qui pourront prendre la forme d'une société anonyme, d'une société d'assurance mutuelle, d'une institution de prévoyance ou d'une mutuelle. Dès lors, Le FRPS se présente comme une structure juridique liée au groupe d'assurance (Compagnie d'assurance, Mutuelle ou Institut de Prévoyance) ayant généré sa création :

- Une SA pour le code des assurances (FRPS)
- Une IP pour le code de la sécurité sociale (IRPS)
- Une mutuelle ou union pour le code de la mutualité (MRPS ou URPS)

Il pourra être la filiale d'un organisme d'assurance et nécessitera un agrément de l'ACPR puis un suivi d'activité. Les assureurs, peuvent y transférer, une fois l'agrément obtenu, tout ou une partie de leurs encours de retraite professionnelle supplémentaire. Sont concernés les produits Article 39, et IFC, les produits Article 82, Article 83 et Madelin, ainsi que les produits L441-1 et les PER.

L'ordonnance énonce notamment les points suivants :

- Les FRPS sont inscrits dans le Code des Assurances en devenant des filiales potentielles pour les sociétés d'assurance ou mutuelles
- Les actifs des contrats régis par le cadre des FRPS sont conservés par des dépositaires distincts du FRPS.
- L'article L-310-3-3 précise que les fonds de retraite professionnelle supplémentaire ne sont pas des entreprises relevant du régime dit « Solvabilité 2 »
- Le transfert proportionnel de risque est autorisé entre les FRPS
- Les FRPS peuvent bénéficier de comptabilités auxiliaires d'affectation pour les engagements des contrats.
- Les FRPS ne peuvent commencer leurs opérations qu'après l'obtention d'un agrément administratif délivré par l'Autorité de contrôle prudentiel et de résolution (ACPR). Après vérification au préalable par cette dernière des moyens techniques et financiers que le fonds propose de mettre en œuvre soient suffisant et adéquats au regard de son programme d'activité et que les modalités de constitution du fonds d'établissement, garantissent une gestion saine et prudente.
- Les règles financières et prudentielles sont explicitées notamment par le respect d'une marge de solvabilité réglementaire et des tests de résistances destiné à évaluer la capacité du fonds à faire face à leurs engagements à l'égard de leurs assurés
- Des investissements conformes au principe de la « personne prudente »
- Le respect et la mise en place d'un système de gouvernance
- Les rapports et documents à fournir régulièrement à l'ACPR (Art 385-6) comme le rapport sur la solvabilité et la situation financière de l'article L385-7 ou les résultats des tests de résistance

2.2.2 Les règles prudentielles des FRPS :

Les FRPS sont soumis à une réglementation portant sur 3 piliers avec de nombreux points communs avec Solvabilité 1 et Solvabilité 2 :

Pilier 1 : Le pilier 1 reprend le principe du pilier quantitatif de Solvabilité 1 avec l'exigence de marge de solvabilité (EMS). Les règles de calcul de l'EMS sont explicitées dans l'article 17 de la directive IORP 2 et sont similaires à Solvabilité 1. Le niveau des fonds propres, appelé marge de solvabilité, se doit d'être supérieur à l'EMS.

Le montant des provisions techniques tient compte des engagements contractés par l'IRP au niveau des prestations et des cotisations au titre des régimes de retraite qu'elle gère. Il est aussi calculé à la suite d'une évaluation actuarielle suffisamment prudente.

A cela s'ajoute, d'après l'article R.385-2 du décret FRPS, la présence d'un fonds de garantie pour le FRPS valant le $\max(\frac{1}{3}EMS; 3\,700\,000\text{€})$. Ce montant de 3 700 000€ est soumis à une révision annuelle de l'ACPR conditionnée à l'évolution de l'indice des prix à la consommation de l'Eurostat.

Les FRPS n'ont pas à produire de bilan Solvabilité 2 mais seulement des comptes sociaux dans le respect des normes françaises. La réglementation qui s'applique à ces comptes est décrite dans le titre IV « Dispositions comptables et statistiques » du livre III du Code des assurances et dans les parties équivalentes des Codes de la mutualité et de la Sécurité Sociale.

Des tests de résistance, sur un horizon de 10 ans évaluent la solvabilité du FRPS via la projection du ratio de couverture. Si l'un de ces tests entraîne une différence négative entre la marge de solvabilité et le maximum de son EMS et de son fonds de garantie, alors le FRPS devra soumettre un plan de convergence à l'ACPR afin que l'organisme puisse prouver sa capacité à disposer d'une marge de solvabilité suffisante sur l'horizon de projection. Ce plan de convergence est à réaliser dans un délai de 3 mois et est soumis à validation à l'ACPR. Si le plan de convergence est jugé insuffisant, l'ACPR peut exiger du FRPS une marge de solvabilité renforcée avec une exigence supplémentaire ne pouvant être supérieure à l'écart constaté l'année à laquelle le déficit maximal est constaté. (Article R.385-25-I du décret FRPS).

Pilier 2 : Les FRPS devront mettre en place un système efficace afin d'apprécier, mesurer, contrôler et gérer les risques auxquels ils sont exposés. Ce système sera audité de manière interne et comportera une évaluation de l'adéquation et de l'efficacité du système de contrôle et de gouvernance (Article 25,26 de la directive IORP 2).

Pilier 3 : Ce pilier porte sur la publication annuelle des informations quantitatives et de gouvernance de l'entité (SFCR/SRCR). Ces publications et reportings annuels permettront aux clients et bénéficiaires ainsi qu'aux autorités de contrôle de juger de l'analyse et de la qualité de l'organisme (Articles 36 à 41 de IORP2 pour les affiliés actuels/potentiels et bénéficiaires et article 45 à 57 pour les autorités).

2.2.3 Exigence de marge de solvabilité et marge de solvabilité

Dans la sous-section 2 du décret *FRPS* - 060317, l'Article R. 385-2-1 présente le niveau d'exigence minimal de marge de solvabilité (EMS). Cette exigence forfaitaire retient des principes proches de Solvabilité I pour la détermination de la charge minimale en capital réglementaire à laquelle est éventuellement ajusté un capital Add-On provenant des tests de résistance.

Cette exigence s'établit comme la somme des éléments suivants :

- 4% des provisions mathématiques (ainsi qu'un pourcentage des capitaux sous risque) au titre des garanties exprimées en Euros ;
- 1% des provisions mathématiques au titre des garanties exprimées en Unités de Compte, dès lors qu'aucun risque de placement n'est assumé, et 4% de ces provisions dans le cas contraire (ainsi qu'un pourcentage des capitaux sous risque dès lors qu'un risque de mortalité est assumé) ;

Comme défini à l'article R.385-1 du Code des Assurances, les fonds propres éligibles à la couverture de l'exigence de marge de solvabilité sont issus, pour les entités de type FRPS, du bilan comptable.

Ces fonds propres éligibles correspondent à la somme :

- Capital Social et des primes d'émissions associées
- Des réserves
- Des résultats non distribués
- De la dette subordonnée

De plus, le code des assurances prévoit, sous condition d'accord de l'Autorité de contrôle prudentiel et de résolution, que la marge de solvabilité peut également être constituée des plus-values pouvant résulter de la sous-estimation d'éléments d'actif, dans la mesure où de telles plus-values n'ont pas un caractère exceptionnel.

Le bilan social utilisé par les FRPS aura donc la forme :

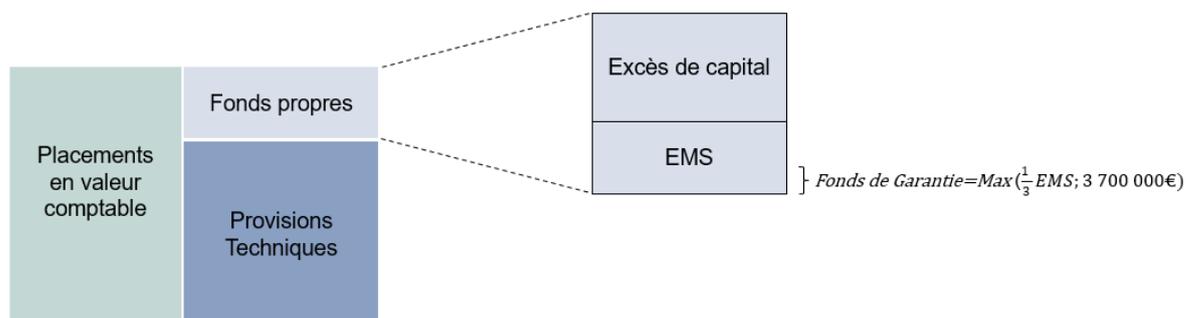


Figure 2.6 Bilan social utilisé par les FRPS

Les fonds propres peuvent ainsi être séparés entre la partie allouée au minimum réglementaire et le surplus de capital.

2.2.4 L'admissibilité des plus-values latentes en couverture de la marge de solvabilité

La marge de solvabilité peut être constituée par des plus-values latentes. Pour cela, une demande doit être exprimée à l'ACPR (Article R.385-1 du code des assurances). Elle peut être déposée au même moment que la demande des transferts d'engagements de retraite professionnelle supplémentaire au sein des FRPS. La décision d'acceptation est obtenue sous deux mois et elle n'est pas soumise à des revalidations régulières. Les plus-values latentes admissibles pour couvrir l'exigence de marge de

solvabilité sont calculées nettes des moins-values latentes qui existent sur le portefeuille correspondant. Les plus-values latentes sont autorisées à couvrir l'exigence de solvabilité au sein de l'entité FRPS si ces dernières n'ont pas un caractère exceptionnel.

2.2.5 Tests de résistance

Le cadre prudentiel quantitatif, appliqué aux entités *FRPS*, est renforcé par des tests de résistance. Ces tests de résistance, définis à l'Article R. 385-4 du Code des assurances, consistent à l'évaluation de la solvabilité, à un horizon de dix ans, sous différents scénarios de stress par rapport à un scénario central (correspondant au prolongement des conditions économiques).

Ces stress tests consistent notamment à l'application de :

- Choc du rendement des réinvestissements obligataires (rendement diminué du maximum entre une baisse relative de 40 % et une baisse absolue de 0,75 %, sans toutefois pouvoir être inférieur à 0 % ou supérieur à 3,5 %),
- Choc du rendement des actifs non amortissables (diminution de 30 %),
- Choc de longévité (taux de mortalité à tout âge réduit de 10 %).

Les conditions et hypothèses pour effectuer ces projections sont précisées par l'Arrêté du 14 août 2017, publié au JO le 6 septembre 2017, et dont les principales caractéristiques sont :

- La projection est effectuée sur les dix exercices suivant la clôture de l'exercice précédent ;
- Les primes projetées correspondent à la moyenne des primes encaissées au cours des trois derniers exercices ;
- L'allocation des actifs est inchangée pour l'ensemble de la période projetée ;
- Les frais de gestion projetés sont estimés de façon cohérente avec les hypothèses du calcul de la provision de gestion ;
- La mortalité projetée est cohérente avec les hypothèses utilisées pour le calcul des provisions mathématiques ;

2.2.6 Réglementation actif-passif

La réglementation prévoit de constituer une provision en cas d'une baisse du rendement des actifs. Il s'agit de la **provision pour aléas financiers (PAF)**.

Le processus est le suivant :

Si à la date d'inventaire, le taux égalant 80% du taux moyen de rendement réel des placements est inférieur au TMG moyen, l'assureur doit constituer une provision pour aléas financiers égale à la différence entre les PM recalculées avec un taux d'actualisation égal à 80% du taux de rendement réel des actifs et les PM d'inventaire.

Prenons un cas d'école :

Une personne disposant d'un capital de 100 000€ avec un contrat sur 15 ans rémunérant un taux garanti 0.5% par an (par simplification nous appliquerons le taux de revalorisation sur le capital).

Supposons qu'à la souscription du contrat, l'assureur acquiert des obligations rapportant 1% par an. 5 ans plus tard, l'assureur change l'allocation de son portefeuille et investit en (actifs mobiles) actions et titres immobiliers, qui ne rapportent plus que 0.15% par an. Dans l'état actuel, l'assureur ne peut pas faire face à ses engagements futurs. Le mécanisme de PAF se met en route.

Ainsi, le taux considéré est de 80% de 0.15%, soit 0,12%. 6 ans après la souscription, la PM s'élève à 103 038 €. Le principe consiste à réévaluer cette PM sachant que le taux de rendement des placements a diminué. La méthode est de partir de la somme à laquelle on veut arriver au terme du contrat, et remonter le temps en « désactualisant » au taux de 0.12% les PM. La chronique obtenue est présentée ainsi :

Année	Taux d'actualisation		Montant à doter en PAF
	0.5%	0.12%	
1	100 500	105 974	
2	101 003	106 101	
3	101 508	106 228	
4	102 015	106 356	
5	102 525	106 484	
6	103 038	106 611	3 574
7	103 553	106 739	
8	104 071	106 867	
9	104 591	106 996	
10	105 114	107 124	
11	105 640	107 253	
12	106 168	107 381	
13	106 699	107 510	
14	107 232	107 639	
15	107 768	107 768	

Tableau 2-1 Exemple de dotation de PAF

La PM doit être dotée de $106\,611 - 103\,038 = 3\,574\text{€}$ à l'année 6 afin d'atteindre les 107 768€ en année 15.

Une autre réserve est la **provision globale de gestion (PGG)**, qui sert à financer l'ensemble des charges futures des contrats qui ne sont pas couvertes par les chargements d'acquisition et les chargements sur produits financiers. Il est d'usage de regrouper les contrats de même nature afin d'avoir une provision commune égale à la valeur actuelle des charges de gestion futures diminuée de la valeur actuelle des ressources futures issues des contrats

Un élément important de la gestion du portefeuille d'actifs est la **réserve de capitalisation (RDC)**. Cette réserve est utilisée lors de la vente d'une obligation, où l'assureur doit doter ou reprendre la réserve de la différence entre le prix de vente et la valeur actualisée des flux générés par l'obligation. Le taux utilisé est le rendement de l'obligation au moment de son achat. L'idée est ainsi de faire comme si l'obligation n'avait pas été cédée avant son terme, l'impact étant nul par rapport à ce qui était prévu initialement. Le processus de fonctionnement de la réserve de capitalisation est le suivant :

- 1) Connaître le taux de rendement actuariel initial des obligations vendues.
- 2) Déterminer la valeur de l'obligation au moment de la vente en prenant comme hypothèse le taux précédent.
- 3) Doter (resp. Reprendre) la RDC si la différence entre le prix de cession et la valeur de l'obligation avec le taux initial est positive (resp. Négative) du montant de cette différence. Ce processus est obligatoire pour la dotation comme la reprise. La RDC permet donc de limiter les conséquences de la non-adéquation entre l'actif et le passif réel en cas de cession d'obligations.

2.2.7 Système de gouvernance et de gestion des risques :

Le cadre de la réglementation *FRPS* prévoit des règles pour le système de gouvernance et de gestion des risques proches de Solvabilité II.

- ✦ Système de gouvernance (Organisation, dirigeants, fonctions clés)
- ✦ Politiques écrites, ORSA
- ✦ Reporting : SFCR, RSR, états annuels / trimestriels, rapport ORSA
- ✦ Règles d'investissement

2.2.8 Intégration dans un groupe prudentiel

Le FRPS peut appartenir à un groupe ou à un groupe financier (Article L.385-9 du code des assurances). Les groupes disposant d'une entité FRPS seront aussi concernés par ce contrôle. L'ACPR est chargée, en France, d'exercer cette tâche. Dans le cas d'un FRPS filiale d'une compagnie d'assurance, la solvabilité du groupe est calculée par la méthode de déduction et agrégation. Cette méthode tient compte de la disponibilité pour le groupe assurantiel des éléments en excédent de l'EMS. Les éléments qui couvrent l'EMS sont admissibles à 100 % dans la limite de l'EMS et les éléments en excédent de l'EMS doivent prouver leur disponibilité pour le groupe. 50 % de l'EMS doit être couvert par une part du capital social, des primes d'émission associées, des réserves, des résultats non distribués et de la dette subordonnée. Il s'agit de fonds propres durs.

Il est ensuite possible de combler le reste de l'exigence de marge de solvabilité avec des plus-values latentes. Tous ces fonds propres sont autorisés à couvrir la contribution du FRPS au SCR du groupe. En excédent de l'EMS, seuls les fonds propres durs sont admis intégralement au niveau du groupe. Les plus-values latentes en excédent de l'EMS sont autorisées après déduction des droits de participation aux assurés à 85 %. Elles sont donc disponibles à 15 % au niveau du groupe. La Figure 2.7 résume l'approche :

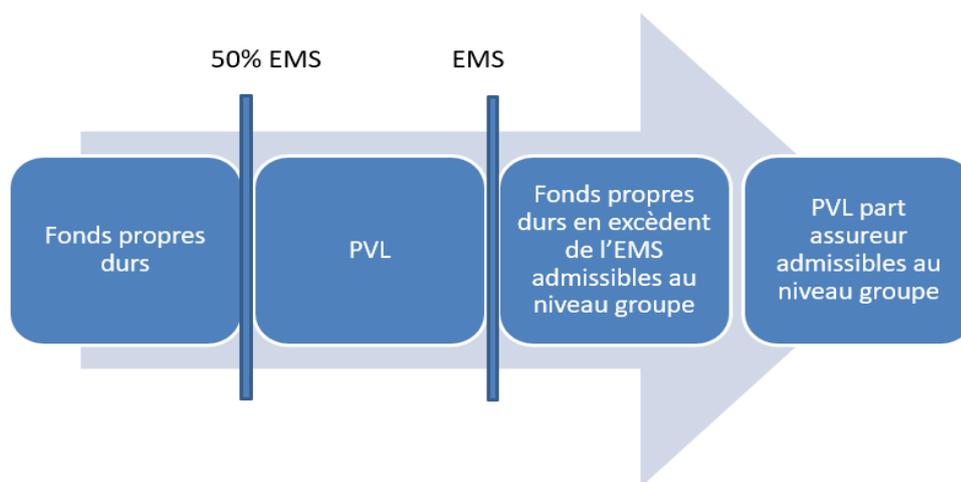


Figure 2.7 Schéma d'admissibilité des plus-values latentes au sein du FRPS et d'un groupe assurantiel

2.3 La création d'Allianz Retraite :

Au lancement des FRPS, des réflexions ont été menées par bon nombre d'opérateurs retraite mais n'ont abouti qu'à peu de demandes d'agrément (3 organismes agréés FRPS à fin 2018). Jusqu'en 2020 l'engouement pour cette nouvelle réforme était modéré. La raison principale étant que l'analyse « opportunités / risques / coût » dépend fondamentalement des portefeuilles transférables et du business model de la structure d'assurance initiale. Ce qui peut s'avérer problématique car la détermination d'un encours transférable critique peut se confronter au risque de refus de certains clients. Selon les contextes, le recours à la réassurance, l'utilisation d'un modèle interne et/ou l'optimisation des traitements sous Solvabilité 2, la mutualisation des résultats avec d'autres opérations d'assurance-vie surtout pour les taux garantis élevés ou encore la part des encours gérés en unités de compte dont les bénéficiaires futurs sont reconnus en fonds propres sous Solvabilité 2, sont les principaux critères limitant l'avantage du cadre FRPS.

En effet, pour plusieurs assureurs, les premières études d'opportunité se sont soldées par des gains modérés en fonds propres réglementaires pour un coût de mise en place important. La Loi Pacte du 22 mai 2019 est venue parachever le dispositif FRPS en faisant converger les objectifs de la refonte des produits d'épargne retraite avec ceux de la réforme FRPS : une épargne retraite développée, de meilleures perspectives de rendement pour les assurés et leur protection accrue au travers d'engagements cantonnés. Concrètement, la transposition de la Directive IORP 2 prise dans le cadre de la loi Pacte élargit le champ de compétence des FRPS à la retraite supplémentaire non professionnelle, intégrant les contrats de retraite de groupe à adhésion facultative tels que les PERP ou encore les nouveaux PER individuels. Dès lors, chaque assureur ayant des encours de retraite, comme c'est le cas pour Allianz France a mené plusieurs études. Afin de non seulement évaluer l'économie en capital immobilisé que représenterait le passage au FRPS, mais également le coût de sa mise en place en trouvant une façon optimale d'effectuer le transfert, du point de vue du passif et de l'actif ainsi que de l'économie en capital effectué.

Ainsi, à la suite de ces études concluantes, Allianz France a obtenu l'agrément pour la création d'un FRPS parmi les plus gros de France. Le Collège de l'ACPR a ainsi validé le transfert d'une partie de son activité retraite à sa nouvelle filiale Allianz Retraite depuis le 4 septembre 2020, à effet rétroactif au 1er janvier. L'entité Allianz Retraite est une filiale de l'entité Allianz Vie et est traitée en tant que titre de participation à l'actif du bilan d'Allianz Vie.

2.4 Volume des passifs

Allianz France a transféré vers sa nouvelle filiale Allianz Retraite dans le cadre du *FRPS* un montant de Provision Mathématique moyen de 13 milliards d'Euros dont 14% de contrats en unités de comptes. Les montants de Provision Globale de Gestion et de PPE sont respectivement de 184 millions d'Euros et de 280 millions d'Euros. La marge de solvabilité est de l'ordre de 2.5 milliards d'Euros. Les volumes transférés en *FRPS* sont représentés dans le Tableau 2-2 Volume des provisions et de la marge de solvabilité d'Allianz Retraite en Millions d'euros :

Volume Allianz Retraite à fin décembre 2020 en Millions d'euros	
Provisions Mathématiques	12 800
Dont UC	13%
Provision Globale de Gestion	184
Provision pour Participation aux Excédents	280
Marge de solvabilité	2 467

Tableau 2-2 Volume des provisions et de la marge de solvabilité d'Allianz Retraite en Millions d'euros

Allianz Retraite est composée d'un portefeuille général et de huit cantons. La répartition des Provisions Mathématiques au 31/12/2020 par portefeuilles est la suivante : Les engagements concernent principalement les contrats L.441, Article 39 et 83, représentant respectivement 30,59%, 21,80% et 23,52% des PM. Allianz Retraite porte également des engagements sur des Article 82, PERP, Madelin et IFC, de manière moins significative, comme indiqué dans le tableau de données par gammes de produits suivant :

En norme French Gaap	Type de contrat	Type de produits	Montant des provisions en Millions d'€		Part des provisions	
			Euros	UC	Euros	UC
Provisions mathématiques de rentes viagères différées	Retraite collective	Article 39	191.6	57.7	1%	0%
		Article 83	1 586.0	435.1	12%	3%
		IFC	69.7	431.1	1%	3%
	Retraite individuelle	Article 82	0.4	-	0%	0%
		TNS				
		Madelin	538.5	349.2	4%	3%
		PERP	693.1	359.5	5%	3%
PER	4.1	11.1	0%	0%		
Autres		66.7	-	1%	0%	
Sous total			3 150.1	1 643.7	25%	13%
Provisions mathématiques de rentes viagères immédiates	Retraite collective	Article 39	2 541.5		20%	
		Article 83	989.8		8%	
	Retraite individuelle	Article 82	35.7		0%	
		TNS				
		Madelin	252.9		2%	
PERP	172.3		1%			
Autres		98.6		1%		
Sous total			4 090.9		32%	
Provisions techniques spéciales L441	CRH		3 359.1		26%	
	GRIV		556.3		4%	
Sous total			3 915.4		31%	
Total			11 156.3	1 643.7	87%	13%

Tableau 2-3 Répartition des provisions mathématiques d'Allianz Retraite en Millions d'euros

Allianz France a obtenu l'accord de l'ACPR pour considérer les plus-values latentes (nettes des moins-values latentes) issues des placements détenus par Allianz Retraite, en couverture de l'exigence de marge. Les éléments constitutifs à la couverture de la marge de solvabilité d'Allianz Retraite ressortent à 2 467 M€ au 31 décembre 2020.

Éléments constitutifs de la marge de solvabilité en Millions d'euros	Au 31/12/2020
Capital social libéré	101
Primes liées au capital	
Réserve de capitalisation	236
Autres réserves	3
Report à nouveau	22
Résultat de l'exercice	
Déduction d'éléments non éligibles	
Plus-values latentes admissibles en couverture de la marge	2 105
Marge de solvabilité totale	2 467

Tableau 2-4 Répartition des éléments constitutifs de la marge de solvabilité d'Allianz Retraite en Millions d'euros

2.5 Actifs et Cantonnement

Les actifs financiers d'Allianz Retraite sont répartis entre un portefeuille général (PG AT) et 8 cantons :

Données au 31/12/2020
En millions d'euros

Fonds	Valeur Comptable	Valeur de marché	Part de plus-values latentes	Duration
PG AT	2 724.8	3 227.10	19.5%	10.8
HOSPI R1	2 206.6	2887.3	32.4%	12.1
HOSPI R2	1 181.8	1444.01	23.9%	19.1
GRIV (Assurance vie)	414.1	526	28.1%	11.3
GRIV (Madelin)	117.8	141.3	22.0%	8.6
GRIV (Article 83)	21.5	27.6	28.7%	13.3
AZ Retraite Long Terme	2 926.7	4172.6	46.3%	16.4
CREA	1 519.8	2035.4	35.2%	10.2
PERP ANCRE	906.1	1157.9	29.1%	15.9
Total	12 019.2	15 619.2	31.9%	13.5

Tableau 2-5 Actifs Allianz Retraite par canton

2.6 Exigence minimale de marge de solvabilité

Conformément à l'article R385-2 du code des assurances, l'exigence de marge de solvabilité est déterminée en fonction de la nature et du type des prestations garanties proposées dans ces contrats :

Éléments constitutifs de l'exigence de marge de solvabilité en Millions d'euros	Au 31/12/2020
Au titre des garanties en €	455
Au titre des garanties en UC	17
Total	473

Tableau 2-6 Répartition de l'exigence de marge de solvabilité d'Allianz Retraite en Millions d'euros

2.7 Impact sur la solvabilité d'Allianz Vie :

La création d'Allianz Retraite a eu un impact positif et significatif sur le ratio de solvabilité d'Allianz vie en passant de 156% à 195% ; soit une augmentation absolue de 39 bps, qui s'explique par la forte baisse de 34% de son risque capital. Même si Allianz Vie supportait bien l'activité Retraite du fait de l'homogénéisation du risque épargne et de la solidité des Fonds propres qui eux ne baissent que de 7%.

Nous allons développer un peu plus les explications de l'évolution du capital de solvabilité dans les parties suivantes. Nous désignerons par la suite Allianz Vie Post, Allianz Vie après exclusion de la retraite professionnelle complémentaire. Ainsi, du fait de ne plus supporter règlementairement la solvabilité de la retraite supplémentaire, l'assurance vie augmente sa solidité financière :

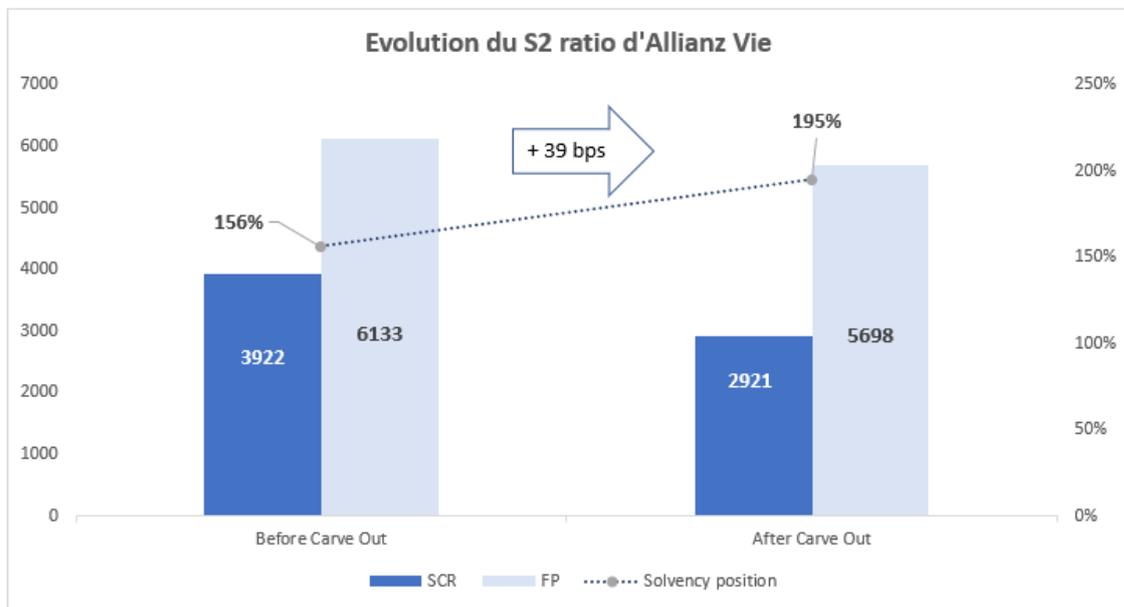


Tableau 2-7 Evolution du ratio de solvabilité d'Allianz Vie après la création d'Allianz Retraite

2.8 Impacts sur les risques et les sensibilités d'AZ VIE :

Les montants de risque standalone correspondent aux données de la compagnie Allianz Vie de fin juin 2020 avant la création de l'Entité et de septembre 2020 lors sa création. Pour des raisons de confidentialité, une diversification de ces risques standalone a été effectuée manuellement avec la matrice de corrélation simplifiée de la même compagnie. Puis le taux d'impôt ainsi que le taux de capital Add-On constaté pour Allianz Vie à la même période de l'année sont appliqués au risque diversifié pour reconstruire le capital de solvabilité final.

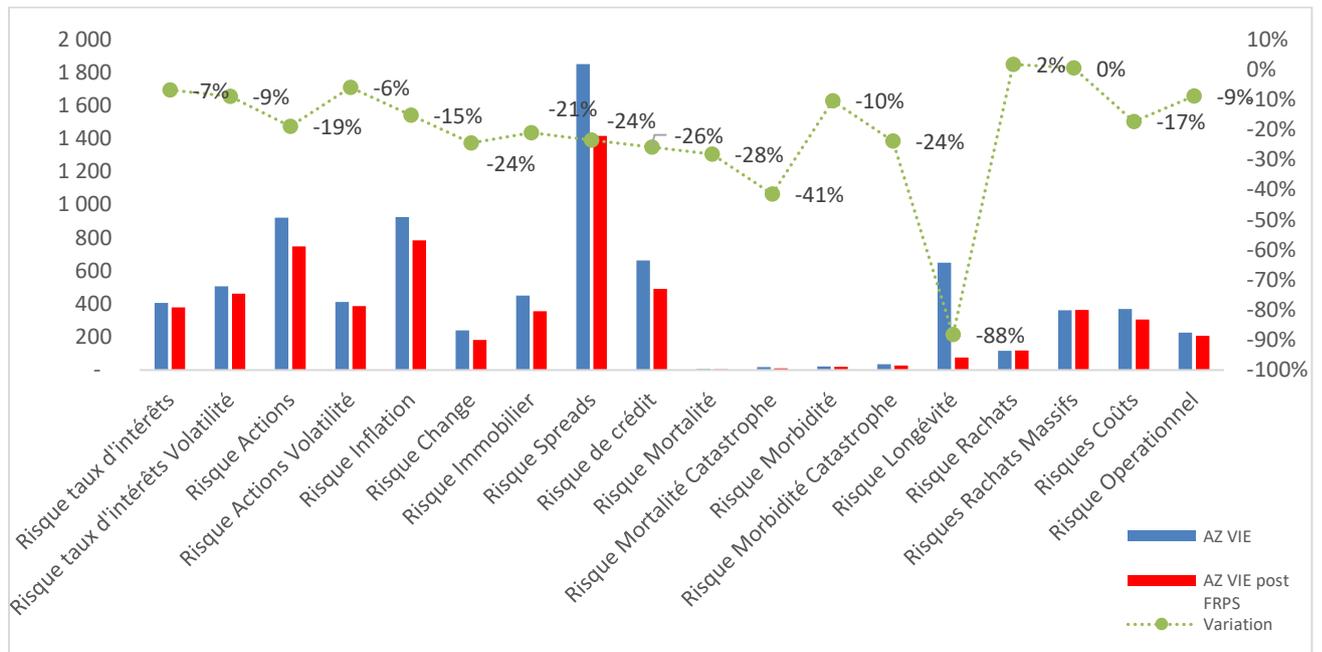


Figure 2.8 Risque Standalone Allianz Retraite vs Allianz Vie

Le risque standalone de l'assurance vie d'Allianz a baissé de 22% à la suite de l'exclusion de la retraite complémentaire vers Allianz Retraite. Cette diminution du risque standalone s'explique principalement par la chute du risque de Longévité (-88%), combiné au décrochage du risque action (-19%), du crédit Spread (-24%) et de l'immobilier (-21%).

En effet, le risque de Longévité, lié au risque de l'augmentation de la durée de vie des assurés affecte principalement la retraite à la vue de la durée longue des engagements (15 ans en moyenne). De plus, la durée du passif devient plus courte pour l'entité d'assurance vie d'Allianz à la suite de l'exclusion des contrats *FRPS*. La retraite était donc la source principale de risque de longévité de l'assurance vie avant *FRPS*.

Les risques financiers ont principalement évolué avec l'effet volume, en l'occurrence de la baisse des investissements générée par la création de l'entité Allianz Retraite. En effet, pour ne pas léser les assurés de part et d'autre, les transferts vers *FRPS* ont été réalisés d'une manière proportionnelle, maintenant ainsi l'allocation d'actif plus ou moins stable. La retraite était donc un principal contributeur des risques financiers de l'assurance vie avant *FRPS*. Les risques de souscription vie (rachats, rachat de masse...), actuariels vie (mortalité, morbidité...) baissent de peu, beaucoup moins que la baisse globale du risque. En effet, ces risques sont plus liés aux problématiques de l'assurance vie que de la retraite.

Le risque capital standalone d'Allianz Vie post-FRPS se diversifie à 49%, soit un peu mieux qu'avant la création du FRPS (50%).

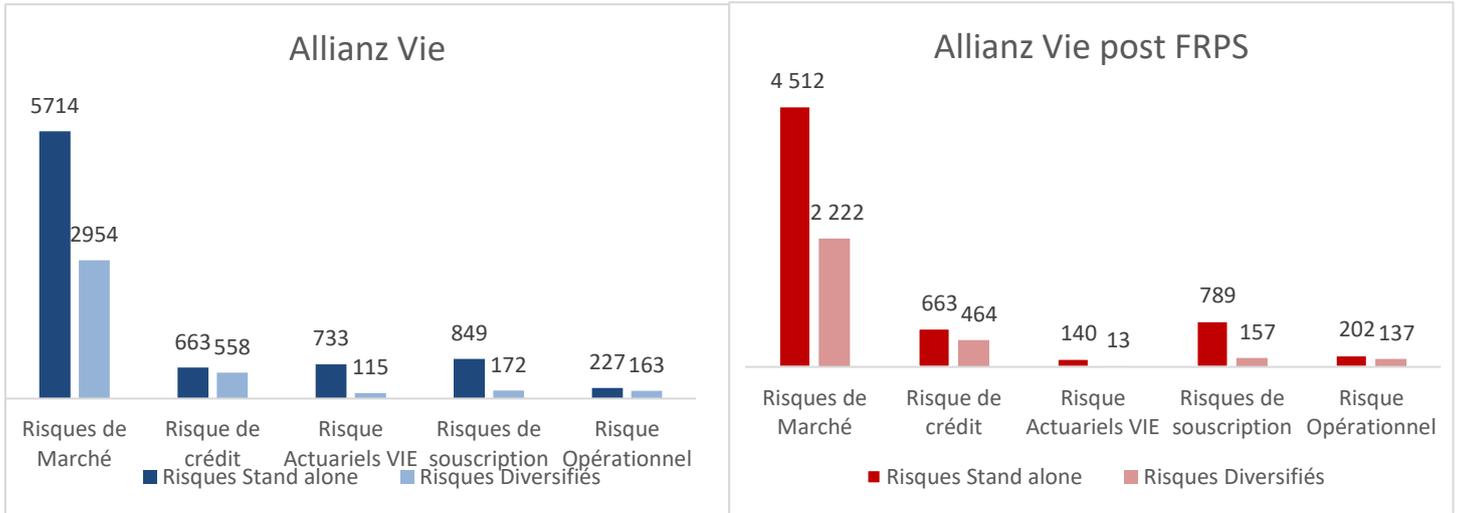


Figure 2.9 Comparaison des risques stand alones et diversifiés d'Allianz Vie avant et après création d'Allianz Retraite

2.8.1 Analyse des Sensibilité et CVar d'Allianz Vie :

Rappel : La Conditional Value-at-Risk (CVaR) de niveau α associé au risque $X \in \mathbb{F}$ est donnée par :

$$CVaR(X, \alpha) = E[X / X > VaR(X, \alpha)].$$

La conditional VAR appelée parfois l'Expected Shortfall est l'espérance mathématique des pertes qui excèdent en valeur la Var au niveau α . Il s'agit de la perte moyenne des pertes supérieures à la VaR . C'est donc une espérance conditionnelle. Contrairement à la VaR et au même titre que la $TVaR$, la $CVaR$ est une mesure sous-additive, donc cohérente.

Par ailleurs, une mesure de sensibilité donne le changement de la valeur d'un portefeuille ou d'une grandeur économique donnée pour un changement de valeur de facteurs qui le composent à travers des chocs. Cette mesure, couramment utilisée pour les portefeuilles d'options ou la durée ou la convexité d'une obligation, est le principe de base de calcul du risque.

Cette notion, qui se rapproche de la notion de l'élasticité, permet aussi de mesurer et de comparer la variation relative de cette grandeur économique par rapport à la variation de ses différentes composantes. Rapportée à la notion du risque capital, la sensibilité du SCR ($\rho(X_N)$) et de la contribution du segment de risque X_j par rapport à la baisse (ou hausse) de :

- $\pm s\%$ ($0 < s < 1$) du prix des actions est mesurée par :

$$Sensi_{\rho(X_N)}(\text{Actions} \pm s\%) = \frac{\rho(X_N) - \rho(X_N / (\text{Actions} \pm s\%))}{\rho(X_N)}.$$

- $\pm s'$ bps ($0 < s' < 100$) du prix des actions est mesurée par :

$$Sensi_{\rho(X_N)}(\text{IT} \pm s' \text{ bps}) = \frac{\rho(X_N) - \rho(X_N / (\text{IT} \pm s' \text{ bps}))}{\rho(X_N)}.$$

La CVaR et la sensibilité des Fonds propres peuvent être illustrées de la manière suivante :

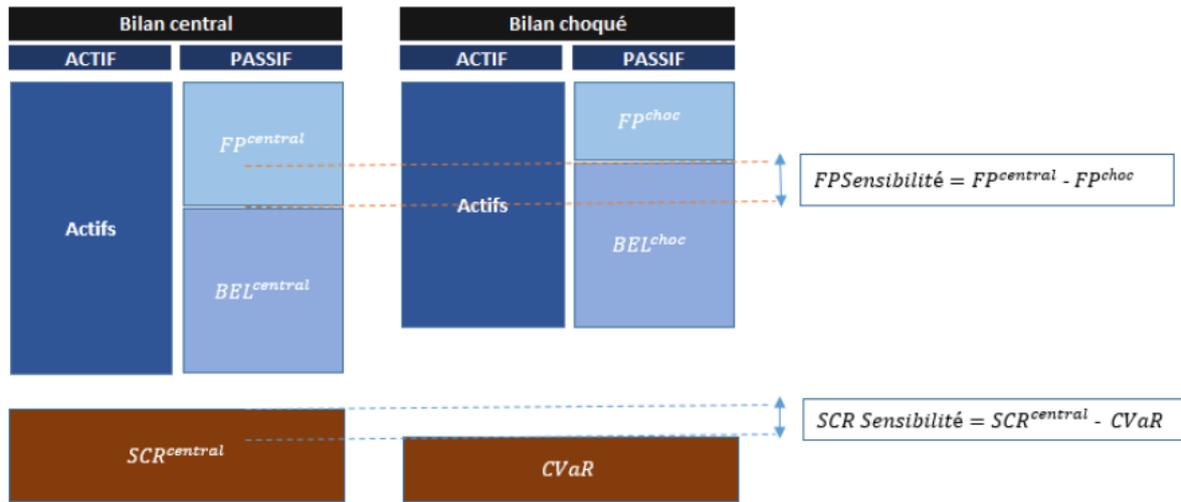


Figure 2.10 Illustration de la CVaR et de la sensibilité des Fonds Propres

La création de la filiale Allianz Retraite a amélioré la sensibilité des risques financiers comme on peut le voir sur la figure ci-avant. Ceci s'explique principalement par un effet volume dû à l'exclusion du portefeuille de la retraite professionnelle de l'entité Assurance vie d'Allianz. En effet, Allianz Vie est moins exposé aux risques de marché à la suite de l'exclusion du passif des FRPS :

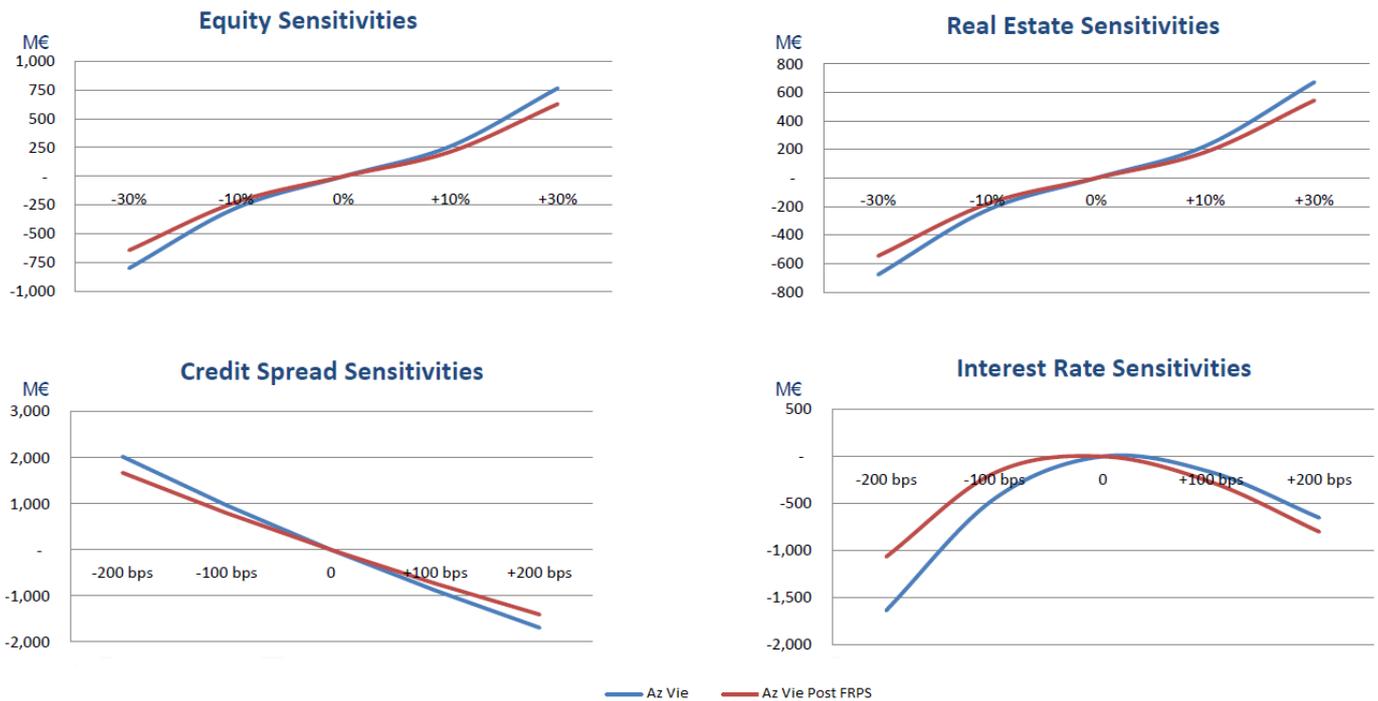


Figure 2.11 Evolution des sensibilités post FRPS

D'après le résultat des sensibilités des fonds propres et des *CVaR* post création d'Allianz Retraite, nous pouvons constater que le Ratio de Solvabilité est légèrement moins sensible au choc *Spread +100 bps* (-46%) suivi du choc combiné *Actions -30% et Taux d'Intérêt -100 bps* (-42%), 30% et Taux d'intérêt - 100 bps est le choc le plus important.

Analyse des sensibilités des fonds propres, du risk capital et du ratio de solvabilité

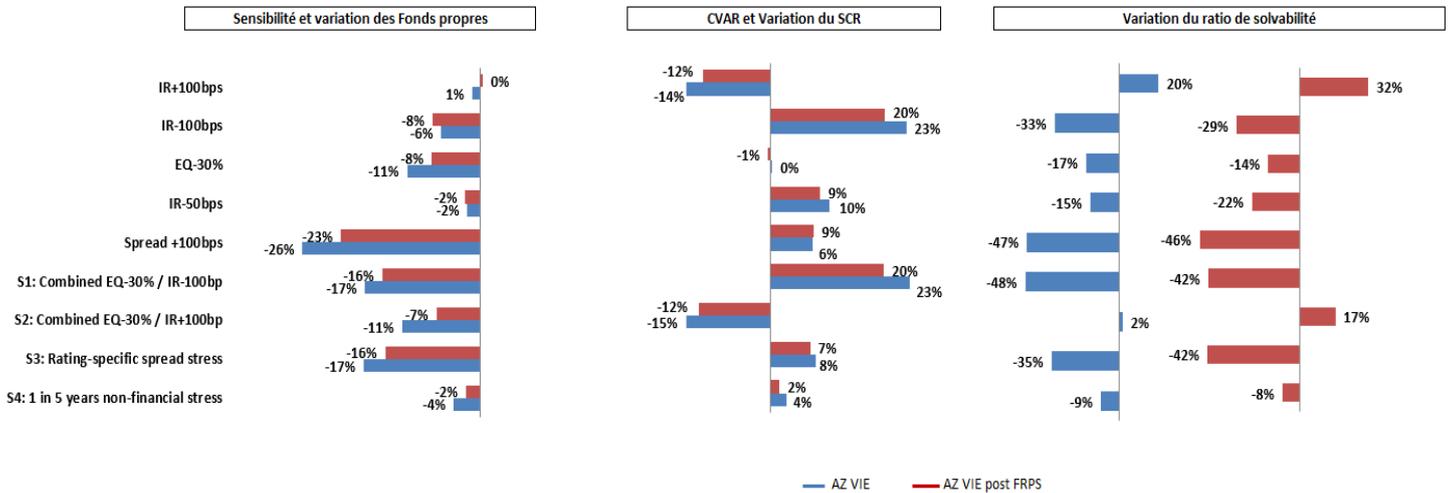


Figure 2.12 Sensibilité du ratio de Solvabilité d'Allianz Vie post FRPS

2.9 Valorisation économique d'Allianz Retraite :

Les fonds propres économiques ainsi que le SCR sont évalués conformément aux règles en vigueur sous Solvabilité 2.

Le capital de solvabilité requis SCR : Le capital de solvabilité standalone d'Allianz Retraite calculé en 2020 est de 1 785 millions d'Euros. Avec un facteur de diversification de 50%, le risque standalone se diversifie à 897 Millions d'Euros, comme représenté en :

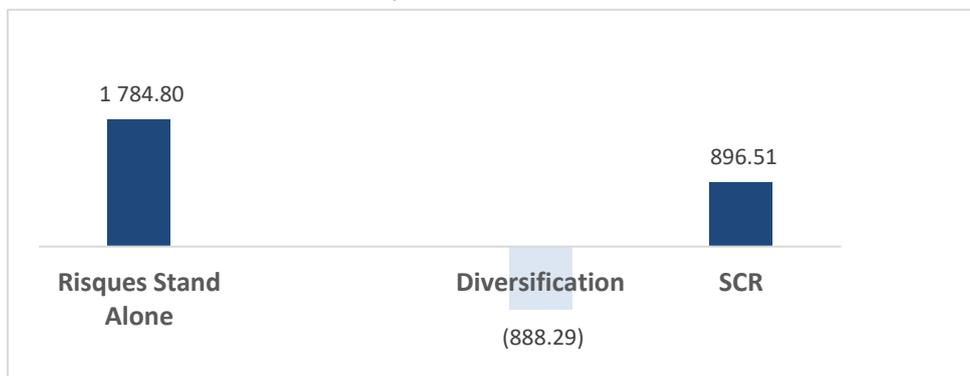


Figure 2.13 SCR d'Allianz Retraite

Comme pour Allianz Vie, le risque de marché est majoritaire dans le portefeuille d'Allianz Retraite à 27%. Cependant, la structure du portefeuille de risque a complètement évolué pour Allianz Retraite par rapport à Allianz Vie avant l'exclusion de *FRPS*. En effet, le risque longévité devient un facteur majeur juste derrière le Spread avec 25% du risque standalone global contre 8% pour Allianz Vie avant l'exclusion de *FRPS*. Le risque longévité lié à l'allongement de l'espérance de vie est donc un facteur plus important pour la retraite complémentaire que pour l'Épargne, dû à la durée longue des passifs des *FRPS*. Le risque de Crédit est le troisième risque des fonds de pension avec 9% du portefeuille des

FRPS. Par ailleurs, les risques actuariels vie et de souscription et notamment de rachats, qui sont des phénomènes liés à l'épargne, disparaissent quasiment des fonds de pension, pendant que les parts de risques financiers (hors Spread et Crédit) baissent pour des raisons de réduction de volume d'actifs. En regroupant l'ensemble des risques financier sous-jacent aux risques de taux et d'actions nous atteignons les 23%. Le détail de ce résultat est synthétisé dans la Figure 2.14:

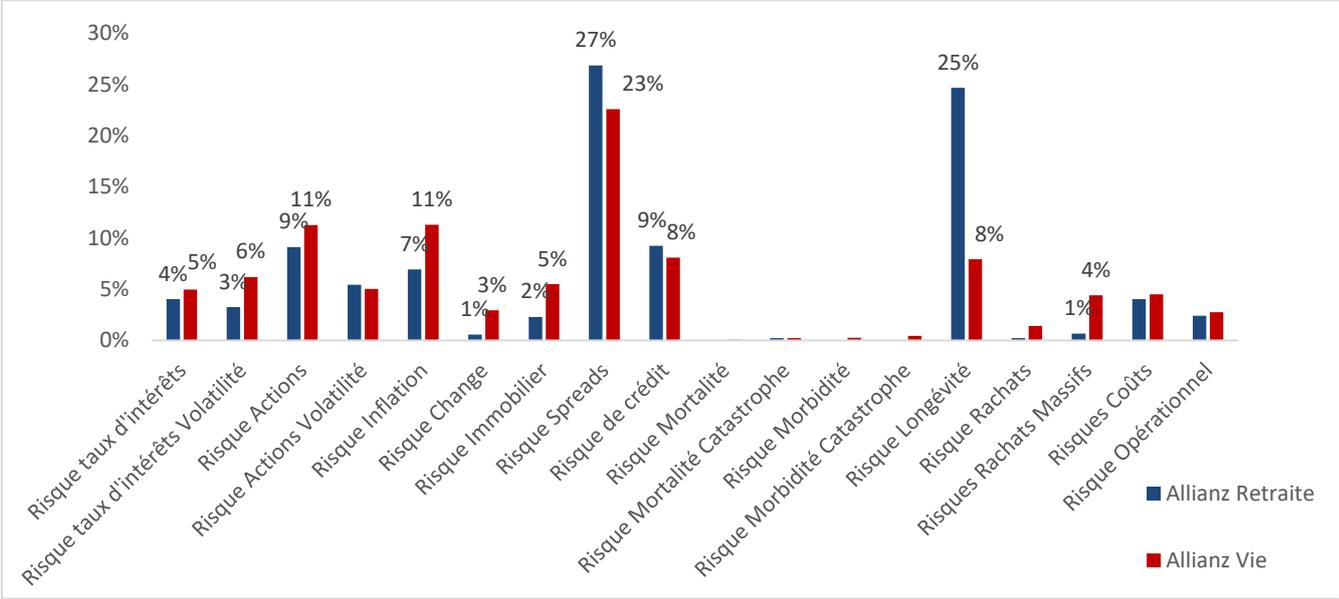


Figure 2.14 Evolution des risques Stand Alone Allianz Vie et Allianz Retraite

Ainsi le risque de marché reste tout de même prépondérant au vu de la particularité du business, comme en témoigne la répartition des modules de risque à la Figure 2.15 :

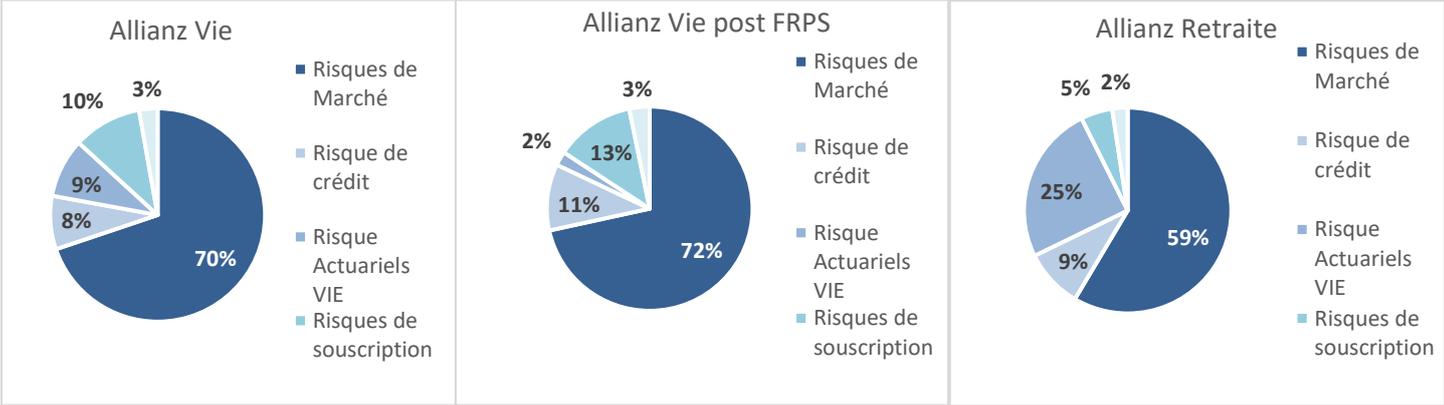


Figure 2.15 Répartition des modules de risque

Fonds propres économiques : Le capital social choisi est celui capable de couvrir 75% de l'exigence de marge de solvabilité hors plus-value latente en juin 2020. Nous obtenons des fonds propres S2 de 358.2 Millions d'euros.

Les fonds propres éligibles sont bas pour deux raisons :

- La première est que le capital Social est choisi en fonction des contraintes prudentielles du FRPS, comme vu en section (2.2.3) il est donc peu élevé.
- La seconde est que l'activité de retraite analysée sur 60 ans avec un passif long et des actifs plus courts, ainsi que des taux garantis est fortement pénalisant. Les Best Estimate futurs sont importants au regard des actifs de départ ainsi que la marge pour risque. Les fonds propres économiques sont mécaniquement impactés :

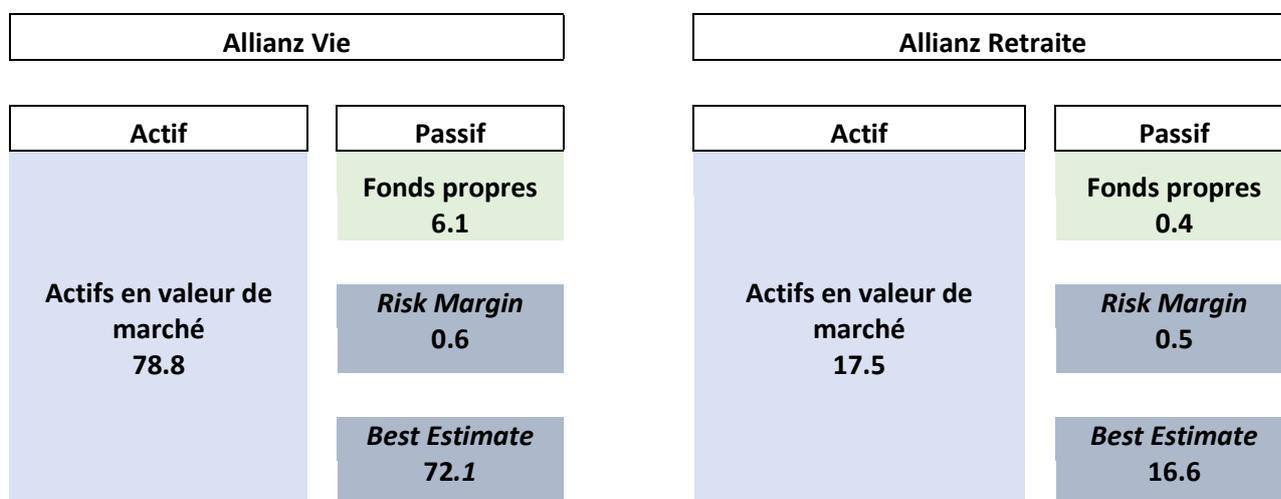


Figure 2.16 Bilans économiques des portefeuilles d'Allianz Vie et Allianz Retraite en milliards d'euros

Avec 358 Millions d'euros de fonds propres et 896 Millions de SCR, le ratio de solvabilité d'Allianz Retraite lors de sa création est de 40%.

2.9.1 Duration des actifs

L'impact de la création de la filiale Allianz Retraite sur la duration du passif de l'assurance vie d'Allianz est de -0.42 année (-4%).

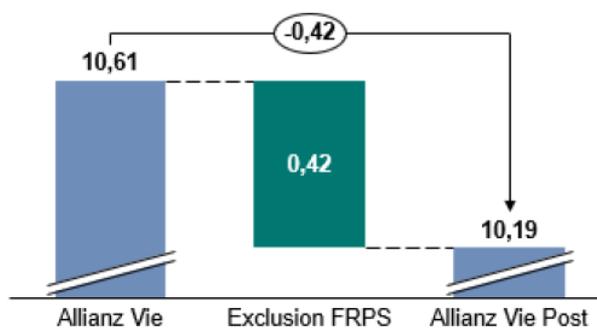


Figure 2.17 Evolution de la duration du passif d'Allianz Vie post FRPS

En effet, en choisissant de mettre en face du passif FRPS tous les actifs de façon proportionnelle, nous avons conservé la durée de l'actif initial, alors que le passif est fortement déformé : le TMG est plus élevé et la durée est plus longue.

Cette baisse de durée s'explique principalement par le fait que les contrats transférés accumulés historiquement dans le portefeuille général de l'assurance vie sont déclinés en rente vers le nouveau portefeuille de la filiale *FRPS* avec donc des durées plus longues que le portefeuille général vie. Ceci se traduit par ailleurs par une hausse de la durée du passif d'Allianz Retraite. Aussi, ces produits de retraite transférés possèdent des taux garantis plus élevés en moyenne de +2% que le taux moyen du portefeuille général vie.

2.10 Solvabilité d'Allianz Retraite :

Le véhicule FRPS se distingue en premier lieu par un cadre de gestion financière et prudentiel plus adapté à la gestion de risques longs. En effet, les exigences en capital s'extrait des calculs prospectifs en vision économique de Solvabilité 2 pour revenir aux règles Solvabilité 1 forfaitaires et basées sur les comptes sociaux. Ainsi le Ce retour au cadre social génère moins de volatilité des ratios de solvabilité pour le pilotage d'une activité à long terme :

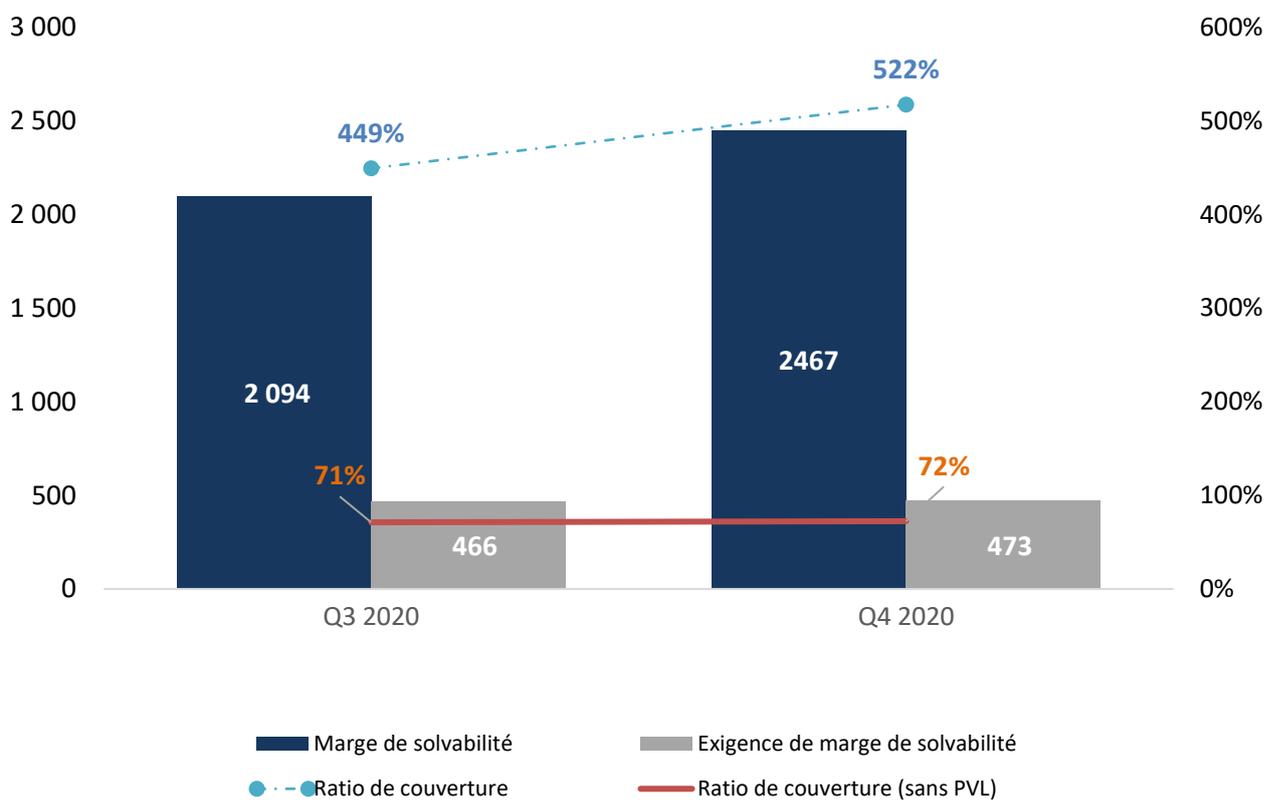


Figure 2.18 Marge de solvabilité d'Allianz Retraite

2.11 Modélisation des tests de résistance d'Allianz Retraite

Les conditions et hypothèses pour effectuer ces projections sont précisées par l'arrêté du 14 août 2017, publié au JO le 6 septembre 2017, et dont les principales caractéristiques sont :

- La projection est effectuée sur les dix exercices suivant la clôture de l'exercice précédent
- Les primes projetées correspondent à la moyenne des primes encaissées au cours des trois derniers exercices (voire sur justification, versements périodiques et programmés et versements libres prudemment estimés que l'organisme ne peut refuser)
- Les frais de gestion projetés sont estimés de façon cohérente avec les hypothèses du calcul de la provision de gestion
- L'allocation des actifs est inchangée pour l'ensemble de la période projetée
- La mortalité projetée est cohérente avec les hypothèses utilisées pour le calcul des provisions mathématiques

2.11.1 Scénario central de projection économique et hypothèses

L'article A. 385-2 de l'arrêté FRPS définit les hypothèses à implémenter pour générer le scénario central. Nous allons définir les hypothèses de projection de ce scénario et on analysera les résultats obtenus. Ensuite, nous implémenterons les chocs réglementaires définis à l'article A. 385-3 de ce même arrêté, pour définir la marge de solvabilité à constituer sous la réglementation des FRPS. L'horizon de projection réglementaire correspond aux **dix exercices** suivants la clôture de l'exercice, c'est-à-dire que nous projetons le portefeuille du 31/12/2020 jusqu'au 31/12/2030.

L'univers monde réel

En univers monde réel, les investisseurs sont averses au risque. Il existe donc une prime de risque pour les investissements risqués. Les tables d'actifs, détenus en portefeuille, utilisées lors de la modélisation des FRPS ne sont pas risqués neutralisés. Au sein de la modélisation des FRPS nous modéliserons des scénarios déterministes en univers monde réel. Nous examinons dans chaque scénario le ratio de solvabilité sur chaque année de projection jusqu'à l'horizon de temps. Dans le cas d'une insolvabilité constatée sur une ou plusieurs années de la projection, le FRPS incorporerait un capital add-on s'ajoutant à l'EMS. L'ACPR précise que le capital add-on ne peut excéder l'écart constaté en année N divisée par N. Ce capital supplémentaire vaudrait le déficit maximal constaté, divisé par le nombre d'années de l'horizon ou ce déficit s'est effectué :

$$\text{Capital add-on} = \text{Max}_s \left(\frac{\text{EMS}_{s,\text{choqué}} - \text{Marge de Solvabilité}_{s,\text{choqué}}}{s} \right).$$

Pour $s \in \{1, \dots, 10\}$

Tous nos tests de résistance sont effectués de manière indépendante. Les projections de l'exigence minimale de marge de solvabilité, des éléments constitutifs de la marge de solvabilité éligibles et de la marge de solvabilité, ont été réalisées sous les hypothèses suivantes :

Il s'agit de la base de Passifs du modèle ALIM (voir annexe) à la maille :

Portefeuille x Produit x taux intérêt technique x phase de retraite x montant de pm x taux de frais x taux de rétrocession UC

Chiffre d'affaires et projection des primes :

La projection du chiffre d'affaires est faite par produit. Les produits fermés à la commercialisation depuis un nombre d'années important sont projetés avec une décroissance moyenne de 10% par an. Pour les produits récents et ouverts à la commercialisation, une croissance de 5% par an a été retenue pour intégrer le volume lié aux affaires nouvelles.

Pour la Complémentaire Retraite des Hospitaliers, la projection est faite en cohérence avec le plan de consolidation du régime.

Projection de l'actif :

La valeur de l'actif (VA) du bilan social est projetée d'années en années par récurrence. Il correspond à l'actif ligne à ligne réel à fin décembre 2020 (valeur comptable et valeur de marché). Nous établissons donc que la valeur d'actif gagnée en n-1 est réinvestie à hauteur de 100 % en actifs l'année suivante dont 85 % minimum sera acquis aux assurés par le mécanisme de participation aux bénéfices.

Notre actif est composé de 80 % d'obligations et de 20 % d'actions et cette répartition reste constante dans le temps. Cette répartition est considérée comme fixe au cours de la projection pour chacun de ces portefeuilles.

Le taux d'investissement des valeurs amortissables (Obligations) retenu pour la projection est le taux moyen en 2020 des OAT à 10 ans (TEC 10). Ce taux moyen est de -0.16%. Ainsi Le taux de rendement des valeurs non amortissables correspond à ce taux moyen (-0.16%) augmenté de la prime de risque prévue de 2.5%. Le taux est ainsi de 2.34% pour la projection.

Dans la modélisation, nous avons « figé » le rating des obligations, de manière qu'elles ne puissent pas changer de notation et donc ne peuvent pas faire défaut.

Frais

Les frais (cout + commission) sont en pourcentage des primes commerciales : représentant 9% des primes.

Sortie en rente

Pour les modélisations présentées par la suite, on suppose que les affiliés prennent leur retraite à 65 ans. En effet nous ne possédons pas de loi de passage en rente et nous n'en avons pas construite. Pour les conversions en rente, les tables utilisées pour le calcul des rentes sont définies par contrat.

La mortalité

L'alinéa 6 de l'article A. 385-2, de l'arrêté, définit les hypothèses de projection de la mortalité. La mortalité projetée est cohérente avec les hypothèses utilisées pour le calcul des provisions mathématiques, évaluées conformément à l'article R. 343-4. Ainsi les taux de mortalité correspondent à ceux des tables réglementaires TGF05

Stratégie de participation aux bénéfices

Les produits étudiés possèdent des clauses de participation aux bénéfices contractuelles définies distinctement. En effet la revalorisation des contrats dépend des taux garantis mais également de la participation aux bénéfices potentiellement distribuée. Les FRPS doivent respecter le **minimum de participation aux bénéfices réglementaire** défini aux articles A. 132-11 CdA et suivants. 85 % des résultats financiers et 90 % des résultats techniques reviennent aux assurés, les pertes techniques peuvent être imputées à 100 % sur le minimum de participation aux résultats financiers et l'éventuel solde négatif est reporté l'année suivante. Les dotations à la provision pour participation aux bénéfices doivent être redistribuées aux assurés sous 15 ans (et non 8 ans comme en assurance-vie).

Par simplification nous avons utilisé une participation aux bénéfices à la maille portefeuille : nous calculons chaque année le montant de participation aux bénéfices à attribuer aux contrats à partir des résultats techniques et financiers calculés à la maille portefeuille :

PB minimale réglementaire _{par portefeuille} = 85% résultat technique + 90% résultat financier.

Dans la situation où le résultat technique est négatif, on considère 100% des pertes, alors que si le résultat financier est négatif, on considère 0% des pertes.

La participation contractuelle se décomposant comme La somme de la participation technique et participation financière :

Participation technique :

Résultat mortalité = Provisions ouverture + Primes nettes + Intérêts techniques – Prestations payées – Provisions clôture avant PB.

Résultat technique = Résultat mortalité + Chargements sur encours + Chargements sur primes – Frais – Commissions.

Participation financière :

Résultat financier = Produits financiers bruts – Frais financiers – Chargements sur encours – Revalorisations – Intérêts garantis.

Le calcul des produits financiers courants : ces produits correspondent aux revenus financiers perçus sur l'exercice, nets de frais financiers et des mouvements sur la réserve de capitalisation (RdC).

Les étapes de la stratégie de participation aux bénéficiaires sont les suivantes :

Bien que les conditions générales des produits imposent de calculer la participation aux bénéficiaires à la maille produit. Cela nous paraissait intéressant de quantifier l'effet d'un regroupement des produits pour le calcul de la participation aux bénéficiaires. Estimer la participation aux bénéficiaires à la maille portefeuille permettrait d'étudier la sensibilité de ce paramètre sur les résultats.

Les dotations à la provision pour participation aux bénéficiaires doivent être redistribuées aux assurés sous 15 ans (et non 8 ans comme en assurance-vie).

1. Détermination de la **participation cible**, cette participation correspond à la participation que la compagnie souhaite verser dans le cadre de sa politique commerciale.
2. Détermination de la **participation contractuelle**, cette participation correspond à la participation que la compagnie s'est engagée à verser aux assurés conformément aux conditions générales des contrats.
3. Si la participation cible est supérieure à la participation contractuelle, on utilise les éventuelles richesses latentes, à savoir la Provision pour Participation aux Excédents et les plus-values latentes R.332-20.
4. Au contraire si la participation cible est inférieure à la participation contractuelle, le surplus servira à alimenter la PPE.

L'imposition

L'alinéa 7 de l'article A. 385-2, de l'arrêté, définit les hypothèses d'imposition des résultats. Les résultats du fonds de retraite professionnelle supplémentaire sont imposés aux conditions en vigueur à la date de la clôture de l'exercice précédent le test et les éventuels crédits d'impôts ne sont comptabilisés que si des bénéfices imposables permettent leur imputation lors d'exercices ultérieurs jusqu'à l'horizon de projection.

La valeur comptable représente la valeur comptable du portefeuille. Le résultat brut ne prend pas en compte la variation de la réserve de capitalisation :

Résultat imposable

$$\begin{aligned}
 &= \text{Valeur comptable}_{\text{ouverture}} - \text{Valeur comptable}_{\text{cl\^oture}} \\
 &+ \text{Solde cash flows passifs} - \text{Valeur comptable} \\
 &+ \text{R\^eserve de capitalisation}_{\text{cl\^oture}} - \text{R\^eserve de capitalisation}_{\text{ouverture}}.
 \end{aligned}$$

Résultat brut = Résultat imposable - ΔRserve de capitalisation.

Dans cette modélisation, le résultat brut et le résultat imposable sont égaux étant donné qu'aucun mouvement sur la réserve de capitalisation n'est effectué. En effet, nous employons une stratégie consistant à détenir des actifs amortissables uniquement par le biais d'achat, ainsi on ne cède pas d'obligation avant leur échéance.

Solde cash flows passifs représente le solde des cash-flows de passifs payés/reçus, y compris les frais financiers.

Les produits financiers sont l'ensemble des produits financiers de l'exercice, bruts de frais financiers et y compris plus ou moins-values obligataires.

Le résultat net est défini par :

$$\text{Résultat net} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Résultat imposable} \times (1 - \text{Taux IS}) \\ - \text{R\^eserve de capitalisation}_{\text{cl\^oture}} + \text{R\^eserve de capitalisation}_{\text{ouverture}} \end{array} \right.$$

Il est considéré que 100% du résultat de l'année N est redistribué en année N+1.

2.11.2 Résultats des tests principaux et projection des éléments constitutifs de la marge de solvabilité éligibles et de l'exigence de marge :

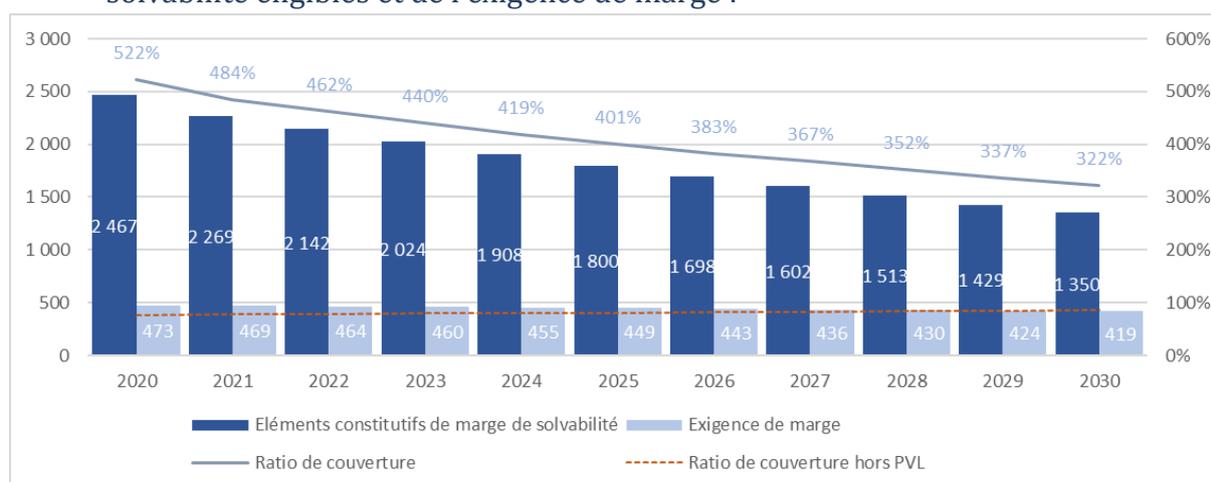


Figure 2.19 Projection sur 10 ans, scénario central

Au 31/12/2020, les éléments constitutifs de la marge de solvabilité éligibles s'élevaient à 2 467 M€ et l'exigence de marge de solvabilité est de 473 M€, soit un ratio de couverture de la marge de solvabilité initial de 522%.

Sur la période de projection, les éléments constitutifs de la marge de solvabilité éligibles diminuent du fait de la baisse des plus-values latentes admissibles, qui passent de 2 104 M€ à 992 M€ en 10 ans. L'exigence minimale de marge de solvabilité baisse du fait de la diminution des provisions mathématiques. Il en résulte une baisse du ratio de couverture, qui atteint 322 % à 10 ans.

La provision pour aléas financiers (PAF) vise à compenser une baisse du rendement des actifs risquant de compromettre la capacité à servir les engagements de taux garantis des contrats investis sur les supports Euro. La provision est déclenchée lorsque le montant total des intérêts techniques et des intérêts garantis ramené à la provision moyenne est supérieur à 80 % du taux de rendement de l'Actif. En cas de déclenchement, l'assureur doit recalculer ses provisions mathématiques sur une base d'actualisation plus prudente, fonction du TME. La différence avec les provisions d'inventaire sera alors provisionnée en Provision pour Aléas Financiers

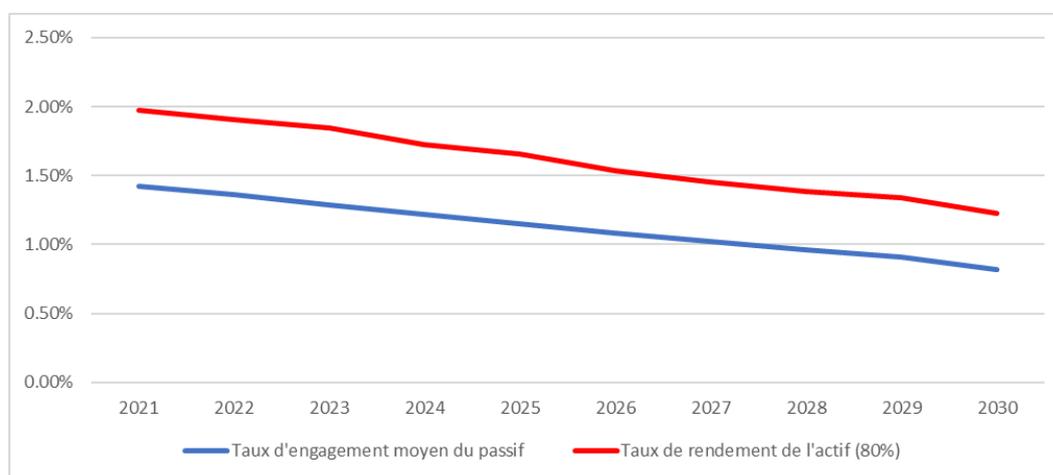


Figure 2.20 Test de PAF

Il est à noter que les tests de déclenchement de la PAF ont été réussis pour Allianz Retraite, aucun déclenchement n'est prévu sur l'horizon de projection. La baisse régulière du taux minimum garanti moyen s'explique d'une part par le décès des rentiers les plus âgés ayant des taux techniques élevés, d'autre part par la dilution du taux technique moyen des nouvelles rentes.

2.11.3 Scénarios de stress

✓ Choc du rendement des réinvestissements obligataires

Pour ce scénario de stress, la réglementation prévoit que le niveau du taux d'intérêt diminue sur toute la durée de la projection du maximum entre une baisse relative de 40 % et une baisse absolue de 0,75 %, sans pouvoir toutefois être inférieur à 0 % ou supérieur à 3,5 %. Etant donné que le scénario central prévoit déjà un rendement négatif (-0,16%), l'application de ce test améliorerait les conditions. Le test de résistance est effectué avec les mêmes hypothèses et les mêmes résultats que le scénario central.

Cependant, dans le cadre des tests supplémentaires, un test d'une baisse absolue de 0,5% du rendement a été réalisé.

✓ Choc du rendement des actifs non amortissables

	Scénario central		Choc non amortissable	
	Résultat technique	Solvabilité	Résultat technique	Solvabilité
1 an	34 931	480%	30 046	479%
5 ans	30 146	397%	25 795	395%
10 ans	24 069	318%	19 849	315%

Dans ce scénario, une baisse de 30% du niveau du niveau des actifs non amortissables est réalisée. Le résultat technique baisse tout au long de la projection.

Nous constatons une baisse du ratio par rapport au cas de prolongement des conditions économiques néanmoins Le ratio de solvabilité reste stable tout au long de la projection du fait de la baisse des dividendes versés par Allianz Retraite et du maintien des plus-values latentes obligataires.

✓ Choc de longévité

	Scénario central		Choc longévité	
	Résultat technique	Solvabilité	Résultat technique	Solvabilité
1 an	34 931	480%	33 788	480%
5 ans	30 146	397%	27 604	396%
10 ans	24 069	318%	17 867	315%

Le choc de -10% de mortalité appliqué sur la phase de rente se traduit par une perte technique croissante au cours des années de la projection. Cette perte technique se traduit par un résultat net après impôt sur les sociétés plus faible et des dividendes versés par Allianz Retraite plus faible. L'impact sur le taux de couverture de la marge de solvabilité est ainsi très limité. Aucun risque de déclenchement de PAF n'est identifié sur l'horizon de projection.

2.11.4 Sensibilités aux hypothèses économiques

Précédemment nous avons défini et réalisé les chocs réglementaires, il nous semble intéressant d'identifier la sensibilité de ces chocs à différentes hypothèses, notamment pour essayer de déterminer des leviers potentiels qui permettraient d'améliorer le pilotage de la solvabilité de la compagnie. Les limites de ces tests réglementaires étant l'utilisation d'un taux nul incompatible qui améliorerait les conditions de marché et l'absence de chocs combinés. Il nous paraît intéressant de tester la sensibilité des chocs réglementaires au contexte économique et démographique.

Deux scénarios alternatifs ont été réalisés selon des hypothèses différentes :

Scenario 1 : Choc sur Taux d'intérêts.

Dans ce scénario de stress, nous appliquons une baisse du niveau des taux d'intérêt de 50bps, pour toute la durée du plan. Les investissements en valeur amortissables génèrent de ce fait des produits financiers négatifs à hauteur de -0.66%. Le montant des plus-values obligataires a été considéré comme constant par rapport au scénario central. Le rendement des actifs économiques sont pris en compte pour générer le scénario économique sous la réglementation des FRPS :

Pour les actifs amortissables : Le TEC 10 retenu au 31/12/2020 -50 bps soit -0.66%

Pour les actifs non amortissables : - 0.66% augmenté de la prime de risque prévue de 2.5%. Le taux est ainsi de 1.84% pour la projection.

	Scénario central		Choc -0.50bps sur taux d'investissement	
	Résultat technique	Solvabilité	Résultat technique	Solvabilité
1 an	34 931	480%	34 190	480%
5 ans	30 146	397%	27 561	386%
10 ans	24 069	318%	19 972	307%

Le résultat d'Allianz Retraite diminue fortement à la suite de la baisse des taux d'intérêt. La solvabilité reste stable du fait de la stabilité des fonds propres. Les plus-values latentes baissent faiblement par rapport au scénario central. Absence de risque de déclenchement de la PAF.

Scenario 2 : Choc Stress Combiné (actif non amortissable et longévité)

	Scénario central		Choc non amortissable	
	Résultat technique	Solvabilité	Résultat technique	Solvabilité
1 an	34 931	480%	28 904	479%
5 ans	30 146	397%	23 245	393%
10 ans	24 069	318%	13 627	312%

Dans ce scénario de stress, nous combinons une baisse de 30% du niveau des actifs non amortissables et un choc de -10% de la mortalité sur toute la durée du plan. Le résultat d'Allianz Retraite baisse significativement également. Aucun risque de déclenchement de PAF n'est identifié sur la durée de projection.

Conclusion 2-ème partie :

Dans cette partie nous avons vu que la création des Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire en France, annoncée comme une véritable opportunité pour les assureurs de sortir les engagements de retraite professionnelle supplémentaire des contraintes quantitatives de Solvabilité II pour en libérer les capacités d'investissement semble tenir ses promesses. Nous avons pu voir à travers le cas d'Allianz Retraite, que les *stress tests* demandés, compte tenu du niveau de modélisation du fonds exigé et des règles quantitatives de type Solvabilité I, sont beaucoup plus favorables que les exigences de Solvabilité II :

	Solvabilité 2	FRPS
Modélisation	Risque neutre	Risque réel
Courbe de taux (réinvestissements)	Courbe des taux	Courbe plate
Nombre de scénarios économiques (en vision "centrale")	1000	1
Durée de projection	60 ans	10 ans
Allocation d'actifs	Suivant management rules	Fixe
Reprise PPE	8 ans	15 ans

A travers les tests de résistance, nous avons constaté que sur l'ensemble des scénarios, Allianz Retraite ne nécessite pas de besoins complémentaires en fonds propres à horizon 10 ans. En effet, le taux de couverture de la marge de solvabilité hors prise en compte des moins-values latentes est croissant avec un taux proche de 100% en 2030, sous l'effet d'une baisse des provisions techniques et d'une amélioration du mix Euro/UC. Cette croissance est obtenue avec l'hypothèse d'une distribution de 100% du résultat. Une distribution inférieure de ce résultat permettrait dans un scénario plus difficile de dépasser 100% sans prise en compte des plus-values latentes. Ces dernières décroissent logiquement année après année du fait d'une réalisation chaque année de moins de 10% du stock. Le stock reste néanmoins significatif du fait d'un volume important d'obligations actuellement détenues et ayant une maturité au-delà de 2030.

Cette modélisation nous a permis d'identifier les limites et points d'attention suivants :

- Dans l'ensemble, les chocs des tests de résistance demeurent moins sévères que ceux de Solvabilité 2. D'ailleurs, des stress tests aggravés et combinés avec d'autres chocs ont été mis en œuvre afin de renforcer le pilotage de l'entité
- À la différence de l'approche de Solvabilité 2, les chocs portent sur les flux, pas les stocks, en effet seuls les revenus financiers et non la valeur de marché des actifs sont choqués. En revanche, l'intégralité des coupons / dividendes et non les seuls flux liés à des réinvestissements sont choqués

A travers ces différents scénarios nous avons pu voir que l'élément principal constituant la marge de solvabilité reste les plus-values latentes et que le risque le plus impactant coté actif est le risque de taux d'intérêt. Les plus-values latentes étant notre principale variable d'ajustement, une attention toute particulière leur seront portées lors du prochain chapitre à travers la création de l'ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) d'Allianz Retraite. Le but sera de faire d'une contrainte réglementaire (ORSA) un outil de pilotage et un cadre prudentiel autour de notre nouvelle entité.

3 Création du cadre prudentiel d'Allianz Retraite

Le but de cette partie sera de conceptualiser le besoin global de solvabilité d'Allianz Retraite et proposer des leviers de pilotage pour la surveillance de l'entité.

3.1 La Fonction ORSA

Sous l'agrément FRPS, les règles quantitatives sont proches de « Solvabilité 1 », la valorisation prudentielle correspondant à la valorisation comptable sociale et l'exigence de marge dépendant essentiellement des provisions techniques. En complément, les organismes doivent se soumettre à des tests de résistance. Les règles concernant le système de gouvernance, de gestion des risques et de reporting sont-elles similaires à « Solvabilité 2 ». L'évaluation interne des risques et de la solvabilité désignée par son acronyme anglo-saxon « ORSA » est l'un des éléments clés du système de gestion de risques de la compagnie Allianz Retraite, et vise notamment à évaluer l'adéquation de son profil de risque avec son appétence aux risques, et sa capacité à maintenir une couverture en solvabilité suffisante.

Dans cette partie nous souhaitons présenter brièvement les grands principes de l'Evaluation Interne des Risques et de la Solvabilité (ORSA) et quelques rappels réglementaires.

Le cadre de l'ORSA, en français l'Evaluation Interne de Risques et de la Solvabilité est défini par l'article 45 de la Directive Solvabilité II. Cet article définit le cadre conceptuel de l'ORSA et reste applicable aux entités FRPS.

Les trois principales exigences de l'ORSA sont :

- a) Le besoin global de solvabilité, compte tenu du profil de risque spécifique, des limites approuvées de tolérance au risque et de la stratégie commerciale de l'entreprise
- b) L'évaluation du respect permanent des obligations réglementaires concernant la couverture l'exigence de marge de solvabilité
- c) L'adéquation du profil de risque et l'évaluation de l'écart entre le profil du fonds et le calcul de l'exigence de marge

L'ORSA est une évaluation prospective de la couverture des exigences de marge et du besoin de financement des fonds propres de la compagnie et du groupe. Cela suppose la prise en compte du développement commercial de la compagnie et la mise en place d'un dispositif permettant de mesurer et de contrôler en permanence les exigences réglementaires et de conformité de la compagnie.

Par conséquent les indicateurs de risque définissant l'appétence aux risques, doivent être la source d'un dispositif conçu pour veiller aux décisions de gestion de l'ensemble des preneurs et gestionnaire de risques. Ainsi L'ORSA s'intègre entièrement dans le processus de prise de décisions stratégiques. Les indicateurs stratégiques reflétant l'appétence aux risques doivent être systématiquement appréciés lors de chaque décision stratégique. Les décisions stratégiques sont de deux types :

1. Les décisions de nature récurrente telles que : la politique de gestion des fonds propres, le Business Plan, l'orientation stratégique de la politique d'investissement et de la stratégie de prise de risque
2. Les décisions de nature exceptionnelle, ou tout événement impactant significativement le profil de risque de la compagnie : L'acquisition ou la cession d'une activité d'assurance, le lancement d'une nouvelle activité

En résumé L'objectif du dispositif ORSA est donc de protéger les principaux axes stratégiques de la compagnie :

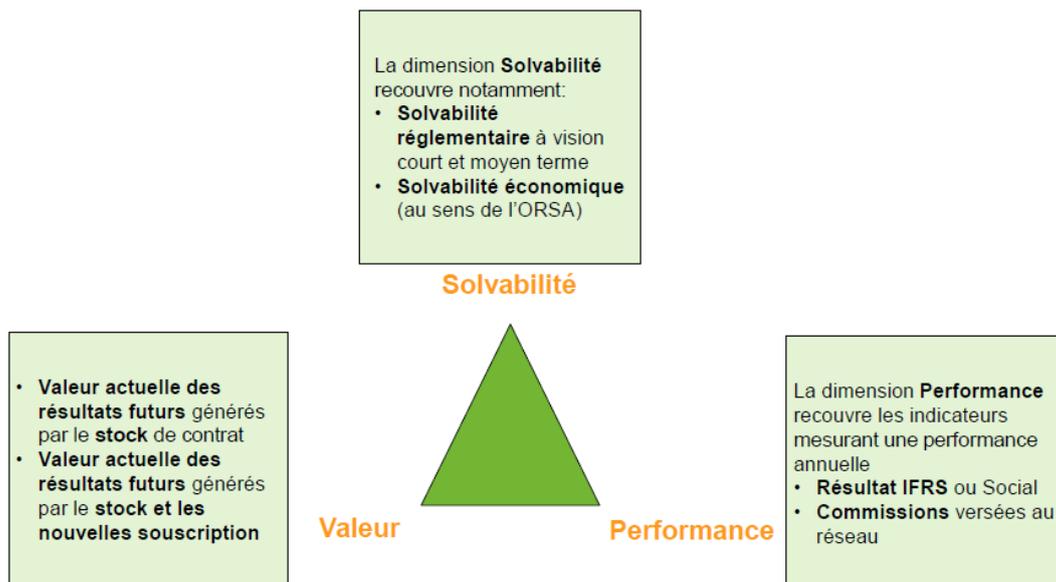


Figure 3.1 Les axes stratégiques de l'ORSA

3.1.1 Le Besoin Global de Solvabilité.

Le concept même de l'ORSA est de laisser la plus grande flexibilité à l'organisme d'assurance dans la définition de sa métrique du risque. Le régulateur a cependant tenu à encadrer les grandes lignes de l'évaluation du Besoin Global de Solvabilité des FRPS (voir notice ACPR du 13/09/2018), première exigence de l'ORSA.

En effet, la réglementation exige que le capital disponible de la compagnie soit suffisant et rapidement réalisable pour garantir sa capacité à remplir ses obligations vis-à-vis des assurés. Cette partie de l'évaluation comprend une définition de la tolérance au risque, notamment en termes de couverture de la marge de solvabilité de représentation des engagements privilégiés.

Dans ce cadre, le principe est de veiller à ce que Allianz Retraite soit suffisamment capitalisée et capable de respecter ses exigences en fonds propres réglementaires à tout moment (ce qui se traduit par un ratio de couverture - marge de solvabilité sur exigence minimale de marge, supérieur à 100%), même lors d'événements défavorables.

3.1.2 L'appétence aux risques et la contrainte du régulateur

Le Besoin Global de Solvabilité (BGS) correspond à l'estimation propre de l'organisme du montant de capital qu'il doit disposer afin de faire face aux risques qu'il encoure. Son évaluation est interne et résulte de ses propres processus adaptés à sa structure organisationnelle et son système de gestion des risques en prenant en compte l'ampleur et la complexité des risques inhérents à son activité. Les projections se fondent sur des scénarios à la main du fonds sans préjudice sur les stress tests réglementaires. Ainsi il n'existe pas une seule manière de définir le BGS mais une multitude.

Son expression et l'appétence aux risques de l'entité est étroitement lié, à cela s'ajoute une contrainte du régulateur imposée mais non réglementaire sur Allianz Retraite qui consiste à détenir des fonds propres en vision économique strictement positifs.

Cette contrainte imposée par le régulateur Français n'est pas à voir comme un besoin de fonds propres, qui supposerait la levée ou la redistribution du capital, mais comme une démarche holistique sur les risques et le bilan économique. Ceci ajoute de la complexité dans la conceptualisation du cadre prudentiel du FRPS car cela nous montre implicitement que le pilotage de l'entité ne sera pas exclusivement en Solvabilité 1.

Ainsi la définition de scénarios défavorables dans le besoin global de solvabilité nous donnera indirectement une indication sur les leviers que souhaiterait voir activés le conseil d'administration en cohérence avec l'appétence aux risques et la contrainte du régulateur.

Par conséquent, cela reviendra à faire cohabiter deux référentiels bien distincts dans le cadre de l'ORSA d'Allianz Retraite. Ce cadre prudentiel n'a pas pour but d'indiquer de manière précise les mesures à prendre sur le capital et sur le profil de risque. Mais il définit un cadre et une trajectoire pour la direction générale et les opérationnels. Ces derniers sauront s'ils sont invités à prendre plus ou moins de risques et disposeront d'une limite sur l'exposition aux risques encourus.

Dans la partie suivante nous nous appuierons sur les travaux réalisés par Frezal (Frezal S. 2016 et 2017). Afin de décrire la démarche retenue dans le pilotage de l'entité et dans la conceptualisation du cadre prudentiel à la jonction entre une vision économique basée sur les risques (RBE) et une approche non RBE, de type solvabilité 1.

3.2 Cadre prudentiel et conceptualisation du Framework

Dans le cadre de sa gestion des risques, Allianz Retraite veille à ce que l'analyse des risques et des besoins en marge de solvabilité, au regard de son profil de risques, de son appétence aux risques et de sa stratégie commerciale, fassent partie intégrante du processus de décision de la compagnie afin que sa solvabilité soit assurée en continu.

Cependant la particularité des FRPS d'un point de vue d'exigence réglementaire ainsi que la contrainte du régulateur qui impose à l'organisme d'avoir des fonds propres économiques positifs rend la tâche fastidieuse.

Le but de la partie à venir est de démontrer comment nous avons conceptualisé l'approche du besoin de solvabilité du FRPS ainsi que les principaux éléments déterminants la surveillance du cadre prudentiel. Cette partie s'appuiera notamment sur les travaux de Frezal qui nous ont permis de mieux

discerner la disparité entre Solvabilité 1 et Solvabilité 2 en termes d'exigence de capital et de fonds propres.

3.2.1 Quelles sont les conséquences de l'application d'une approche économique et risk based sur l'activité de la retraite ?

Comme nous avons pu le voir tout au long de ce mémoire la mise en œuvre de Solvabilité 2 est fondée sur le double principe d'une approche dite « économique » pour la valorisation des éléments du bilan combiné à une détermination de l'exigence de capital dite « risk based ». En effet, La valorisation économique des fonds propres conduit à prendre en compte les perspectives de profits futurs à travers la PVFP ; Et l'approche risk based consiste à fonder l'exigence de capital sur une mesure de risque (VAR annuelle à 99.5%) d'un montant de perte. Ce mécanisme conduit à considérer l'évolution des perspectives de profits futurs dans les exigences de capital : la contrepartie naturelle à la prise en compte des profits futurs dans la marge disponible est d'observer un risque de manque à gagner dans l'exigence de capital.

Afin de mieux comprendre la mécanique prenons deux exemples selon deux situations économiques différentes

Situation économique favorable : La compagnie a accumulé des plus-values latentes ou bien les taux sur les marchés financiers sont élevés par rapport aux taux garantis contractuellement, l'assureur dès lors a des perspectives de bénéfices significatives. Une dégradation à un point donné de la situation réduirait ses perspectives de bénéfices de façon atténuée car la plus grande partie de la variation sera affectée aux assurés au vu de la part de bénéfice qui leur ait distribuée. Ainsi, l'impact de cette dégradation sur les fonds propres économiques sera limité et les exigences en capital relativement faibles.

Situation économique défavorable : A l'inverse, dans le cas où la situation de départ est défavorable par ce que l'organisme n'a plus de plus-values latentes ou bien par ce que les taux sur les marchés financiers ont diminués et que l'assureur est contraint de porter des engagements à taux garantis élevés. Dans ce cas l'assureur devra quoi qu'il advienne servir les taux garantis. La détérioration de la situation réduira ses perspectives de bénéfices de façons drastique puisque l'assureur est hors zone de partage des bénéfices avec les assurés. Ainsi l'impact de cette dégradation sur les fonds propres économiques de l'assureur sera élevé et les exigences de capital relativement importantes.

Ces deux exemples cités ci-dessus décrivent la situation de l'activité retraite et assurance vie européenne au sens large d'une part dans les années 2000 lors de la conception de Solvabilité 2 et d'autre part aujourd'hui depuis sa mise en application. Un produit lancé à l'époque avait plus de perspectives de profits futurs et génèrait des fonds propres économiques en demandant peu de capital à immobiliser. Ce même produit au vu du contexte économique actuel ne génère plus de fonds propres économiques et demande d'immobiliser un montant important de capital.

Dans un système prudentiel s'appuyant sur une valorisation économique de type Solva 2, un produit ne génèrera pas uniquement une exigence de capital, mais également des fonds propres économiques qui viennent le cas échéant couvrir pour partie l'exigence de capital générée. Par conséquent, le capital immobilisé par l'actionnaire diffère de l'exigence de capital : il correspond à l'exigence de capital nette des fonds propres détruits ou générés.

A travers la conception de l'ORSA d'Allianz Retraite. Nous voulons aller au-delà de la simple mesure de l'exigence de capital et de création des fonds propres économiques afin de déterminer des principales grandeurs utilisées par le décideur pour le pilotage :

Le besoin de financement par l'actionnaire : qui représente le vrai dénominateur du ratio de rentabilité de ses investissements et constitue donc l'information sur laquelle l'actionnaire rationnel fonde ses décisions d'investissement

La sensibilité à un événement adverse : qui permet de déterminer la capacité de distribution des dividendes ou le besoin de levé de fonds à court terme. Cela affectant directement le management et l'arbitrage des dirigeants

Ceci nous permettra de mieux comprendre les incitations opérationnelles que ces indicateurs apportent aux dirigeants. Nous comparerons l'évolution de ces deux indicateurs en fonction de la situation financière de l'entreprise, d'une part, dans un environnement économique fondé sur le risque (Risk Based Economic, tel que Solvabilité 2) et d'autre part, dans un environnement prudentiel de type Solvabilité 1, dit non « économique » et non risk based (non-RBE) c'est-à-dire la situation où les exigences de capital sont constantes et où les perspectives de profits futurs ne viennent pas compléter les fonds propres disponibles.

Pour ce faire nous allons nous placer dans un cadre purement théorique qui nous permettra de considérer un contrat de retraite en euros possédant deux caractéristiques :

- Un taux minimum garanti par l'assureur, MGR qui sera obligatoirement crédité à l'assuré
- Un taux de participation aux bénéfices $1-\alpha$ qui correspond à la part des bénéfices qui seront reversés à l'assuré dans le cas où l'assureur réalise des bénéfices, α correspondant à la part conservée par ce dernier.

En parallèle, l'assureur reçoit une prime, la place, et obtient un taux de rendement r_t en t

Sur une période t, le profit de l'assureur peut s'écrire de la sorte :

$$\pi_t = \begin{cases} \alpha(r_t - MGR) & \text{si } r_t > MGR \\ (r_t - MGR) & \text{si } r_t < MGR \end{cases} .$$

Nous nous plaçons dorénavant dans un univers à deux périodes : t_0, t_1

A la fin de la période t_0 l'assureur dispose d'un capital social K_0 , portant le contrat de retraite avec les caractéristiques décrites précédemment, avec une anticipation de taux de rendement futur \tilde{r}_0 .

\tilde{r}_0 est alimenté par le stock de plus ou moins-values latentes ainsi que le résultat technique dégagé. Nous reviendrons sur l'importance des plus ou moins-values latentes un peu plus tard. De part ce mécanisme le rendement futur anticipé \tilde{r}_0 est un indicateur pertinent de la situation économique et financière dans laquelle est placée l'assureur. Plus \tilde{r}_0 est élevé plus les perspectives de profit futur sont importantes et plus la situation financière de l'assureur est saine.

En t_1 nous observons la réalisation du rendement des actifs r_1 et du profit π_1 qui en découle.

$$r_1 = \tilde{r}_0 + \varepsilon_1. \text{ Avec } E(\varepsilon_1)=0.$$

Nous négligerons ici les coûts d'option dits TVOG (times value of option and guarantees) correspondant à l'aléa ε_1

Lors de la valorisation économique du bilan, les fonds propres économiques (FP) disponibles en t_0 prennent en compte les perspectives de profits futurs et s'écrivent donc :

$$FP_0 = K_0 + E(\pi_1 | \tilde{r}_0).$$

Dès lors que ε_1 est intégrable nous pouvons écrire $E(\pi_1 | \tilde{r}_0)$ sous la forme :

$$E(\pi_1 | \tilde{r}_0) = \alpha(\tilde{r}_0 - MGR) + (1 - \alpha)E(\min(\tilde{r}_0 + \varepsilon_1 - MGR; 0) | \tilde{r}_0).$$

Il découle des éléments ci-dessus que $E(\pi_1 | \tilde{r}_0)$ est une fonction croissante de \tilde{r}_0 car combinaison d'un opérateur linéaire et d'une fonction croissante. Elle est également concave car combinaison d'un opérateur linéaire ainsi que d'une fonction concave et ayant pour asymptotes : $\begin{cases} \alpha(\tilde{r}_0 - MGR) \text{ en } +\infty \\ (\tilde{r}_0 - MGR) \text{ en } -\infty \end{cases}$.

On peut ainsi visualiser graphiquement l'espérance de profits futurs en fonction du taux de rendement central anticipé \tilde{r}_0 :

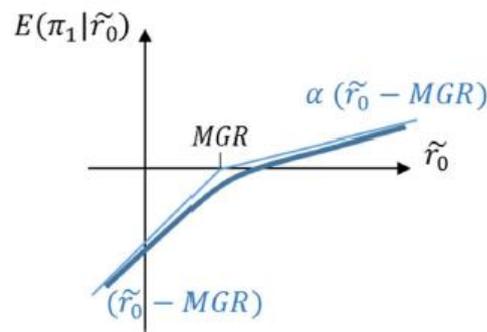


Figure 3.2 Espérance de profit futur en fonction de la situation initiale.
Source Régulation des contrats With Profit et procyclicité PARI

L'exigence de capital risk based :

En fin de première période, l'assureur calcule son exigence de capital (solvency capital requirement) SCR_0 . Celle-ci, risk based, devant lui permettre de résister à un stress de probabilité donnée, s'écrit :

$$SCR_0 = FP_0 - FP'_0.$$

FP'_0 correspondant au recalcul des fonds propres dans une situation stressée envisagée. Soit de façon équivalente :

$$SCR_0 = E(\pi_1 | \tilde{r}_0) - E(\pi_1 | \tilde{r}'_0).$$

Ou \tilde{r}'_0 le taux de rendement central anticipé en situation stressée correspondant à $\tilde{r}'_0 = \tilde{r}_0 - s$, s étant l'amplitude du choc appliqué (VAR 99.5% dans le cadre de solvabilité2).

Par mesure de simplification, nous supposons que K_0 n'est pas affecté par un choc. Dès lors, à s fixé, du fait de la concavité de $E(\pi_1|\tilde{r}_0)$, SCR_0 est une fonction décroissante de \tilde{r}_0 , comme l'illustre la Figure 3.3:

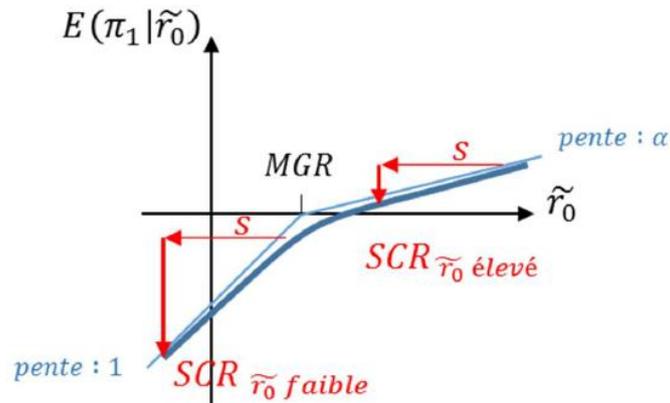


Figure 3.3 Impact de la situation initiale sur l'exigence de capita.
Source Régulation des contrats With Profit et procyclicité PARI

Ainsi, Frazel a pu démontrer qu'une exigence de capital (i) risk based, (ii) fondée sur des fonds propres en valeur économique et (iii) appliquée à des contrats avec partage des bénéfices est d'autant plus faible que la situation financière de l'assureur est favorable si \tilde{r}_0 est élevé, l'exigence de capital est faible, et à l'inverse, si \tilde{r}_0 est faible, alors l'exigence de capital est élevée.

3.2.1.1 Besoin de financement et risque long

Nous nous intéressons ici au besoin de financement par l'actionnaire, généré par un produit à un instant t . Il s'agit non de l'exigence de capital brute générée par le produit (le SCR dans Solvabilité 2), mais de cette exigence nette des profits futurs associés au produit (nette des fonds propres économiques générés par le produit).

Environnement non Risk based

Dans le cas de « Solvabilité 1 », où les exigences de capital sont « flat » et où le bilan n'est pas mesuré en vision « économique » mais en vision « comptable » prudente, (i) l'exigence de capital est constante et (ii) lorsque les perspectives de profits futurs sont positives, elles ne sont pas comptabilisées. ; En revanche, lorsqu'elles sont négatives, elles sont bien prises en compte. Ainsi, lorsque le rendement devient inférieur au taux minimum garanti MGR, l'écart doit être provisionné et accroît le capital à immobiliser pour l'actionnaire.

Environnement Risk based

Le capital K (en dessous duquel K_0 ne doit pas descendre) que l'actionnaire devra immobiliser pour permettre à la compagnie d'opérer est, pour reprendre nos notations précédentes

$$K = SCR_0 - E(\pi_1|\tilde{r}_0) = -E(\pi_1|\tilde{r}_0').$$

Ce montant de capital à immobiliser peut être représenté en fonction de la situation économique et financière initiale \tilde{r}_0 tel qu'à la Figure 3.4 :

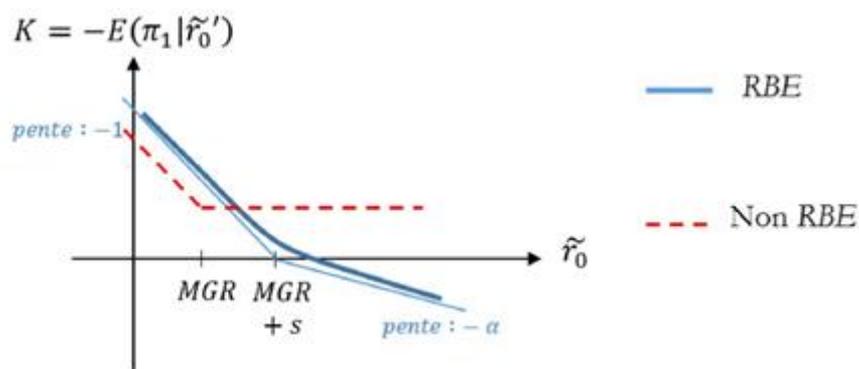


Figure 3.4 Capital à immobiliser pour l'actionnaire en fonction de la situation initiale.
Source Régulation des contrats With Profit et procyclicité PARI

Nous constatons que, dans un environnement RBE :

Lorsque la situation économique et financière est favorable, l'actionnaire peut ne pas immobiliser du tout de capital. Car les perspectives de profits futurs sont telles que les fonds propres économiques générés par le produit dépassent l'exigence de capital, ce cas de figure est observable lorsque l'anticipation de rendement post choc est supérieure au taux minimum garanti ($\tilde{r}_0 - s > MGR$). A contrario, si la situation financière initiale se détériore, le montant du capital devant être immobilisé par l'actionnaire augmente et l'Espérance de profits futurs s'amenuisent amenant l'actionnaire à compenser cette perte par des fonds propres sociaux.

3.2.1.2 Conséquences

Dans un système prudentiel non risk based et « non économique », l'actionnaire doit immobiliser des capitaux même lorsque la situation est très favorable. Ainsi, sous Solvabilité 1, les actionnaires devaient immobiliser des capitaux pour un montant correspondant à 4% des provisions. Dans un système risk based et « économique », considérons par exemple un contrat de retraite à taux garanti MGR= 3%, associé à un choc de rendement $s = 1\%$, lancé en 2005, à une époque où le rendement des portefeuilles obligataires était de l'ordre de 4.5%. Sous solva2 ce contrat aurait créé plus de fonds propres qu'il n'en consommait : l'assureur pourrait libérer tout son capital social et ainsi l'actionnaire obtiendrait un rendement infini. Dix ans plus tard lors de la baisse des taux, Le stock de contrats accumulés par l'assureur, deviendrait fortement capitalistique, et nécessiterait de fortes injections de la part de l'actionnaire en renvoyant des informations complètement différentes sur le risque du produit.

Par conséquent cette caractéristique peut donc être interprétée comme une myopie de la réglementation : en période favorable, les signaux envoyés se concentrent sur la volatilité à court terme mesurée par des chocs d'amplitude s . Ces fluctuations sont artificiellement optimistes et ne génèrent aucune incitation à anticiper le risque d'affaissement à long terme du contexte économique et financier.

3.2.1.3 Sensibilité des besoins en fonds propres et anticipation des risques proches

Nous allons ici décrire ces deux aspects et expliquer comment ils s'articulent pour mettre en évidence ce nouveau phénomène de procyclicité, indépendant tant de la valorisation des actifs en valeurs de marché que des calibrages de mesure de risque en entrée des modèles.

Au-delà du niveau de capitaux propres à immobiliser par l'actionnaire, la sensibilité de ce montant à une perte potentielle est un critère important de pilotage. De fait, il s'agit d'un signal incitant l'assureur à adopter une stratégie plus ou moins exposée à la volatilité. Nous nous intéressons ici à l'impact d'une perte (ou d'un gain) sur les fonds propres devant être immobilisés par l'actionnaire. Nous normalisons la taille du portefeuille à 1 afin d'apprécier l'amplitude d'une perte par son impact $-dr$ sur le rendement, et notons dK son impact sur les fonds propres à immobiliser pour l'actionnaire.

Environnement non RBE

Dans le cas d'une réglementation flat et non « économique », de type Solvabilité 1, deux cas de figure sont envisageable

Lorsque $\tilde{r}_0 > MGR$ les perspectives de profits futurs sont positives et ne sont pas prises en compte :

$$dK(\tilde{r}_0) = -dSCR(\tilde{r}_0) = 0.$$

Lorsque $\tilde{r}_0 < MGR$ les perspectives de profits futurs sont négatives alors elles sont prises en compte à travers le delta de taux :

$$dK(\tilde{r}_0) = -dSCR(\tilde{r}_0) + dE(\pi_1|\tilde{r}_0) = dE(\pi_1|\tilde{r}_0) = dr = 0.$$

Environnement RBE

Dans un environnement RBE il résulte que

$$dK(\tilde{r}_0) = E(\pi_1|\tilde{r}_0') - E(\pi_1|\tilde{r}_0') - dr).$$

Dès lors il résulte de la propriété 1 deux cas de figures possibles :

1. Si la situation financière initiale n'est pas favorable : $\tilde{r}_0' < MGR$, soit $\tilde{r}_0 < MGR + s$.

Alors $dK(\tilde{r}_0) = dr$.

2. Si la situation initiale est favorable : $\tilde{r}_0' > MGR$, soit $\tilde{r}_0 > MGR + s$.

Alors $dK(\tilde{r}_0) = \alpha \cdot dr$. Le choc étant significativement amorti par les assurés

Ainsi l'intégralité du choc est tout de même supportée par l'actionnaire, Soit, lorsque le rendement passe sous le taux minimum garanti, par ce que l'intégralité de la perte est imputée aux fonds propres qui doivent être reconstitués soit, lorsque le rendement reste supérieur au taux minimum garanti, par ce que l'imputation d'une partie de la perte aux assurés via la baisse de participation aux bénéfices est compensée aux yeux de l'actionnaire par l'accroissement de l'exigence de capital SCR

Ces sensibilités sont représentées sur la figure suivante :

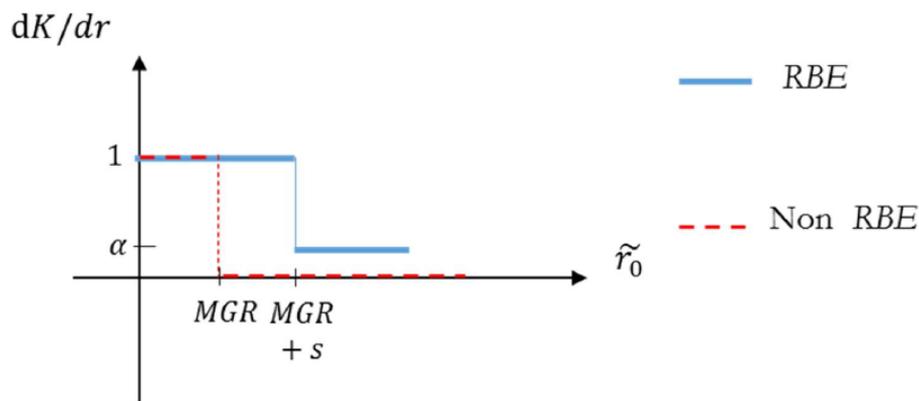


Figure 3.5 Sensibilités dans un environnement RBE .
Source Régulation des contrats With Profit et procyclicité PARI

De ce point de vue, une vision *risk based* et économique (RBE) apporte une amélioration en termes de capacité d'anticipation par rapport à une vision non *risk based* et non économique (non-RBE). De fait, dans un système RBE, la sensibilité aux variations de résultats croît dès que le taux de rendement anticipé franchit à la baisse un seuil d'alerte $MGR + S$, c'est à dire avant que l'entreprise ne commence à réaliser des pertes. De ce fait, cette sensibilité agit comme un *early warning* susceptible de conduire les dirigeants de l'entreprise à adopter un comportement de nature à réduire l'exposition à la volatilité de l'entreprise. *A contrario*, dans le cas d'un système non-RBE, la sensibilité aux fluctuations économiques ne croit que lorsque l'entreprise entre dans une zone où elle réalise des pertes et subit de plein fouet toute variation de rendement, c'est-à-dire lorsque sa situation est déjà dégradée.

Synthèse sur le besoin de solvabilité

En synthèse, on retiendra que la vertu « vision prospective » et le défaut « caractère procyclique » adressés à Solvabilité 2 sont, d'un point de vue relatif, largement infondés.

Dans le cadre d'une situation sur le point de devenir critique à court terme, Solvabilité 2 apporte un *early warning* ; a contrario, dans le cadre d'une situation favorable, Solvabilité 2 envoie des signaux excessivement positifs qui fournissent des incitations erronées au regard d'une possible dégradation progressive de la situation.

Les mécanismes que nous venons de décrire pour le besoin global de solvabilité s'appliquent aux contrats de participation aux bénéfices, et de façon particulièrement marquée pour les contrats retraites et au pilotage des FRPS.

3.2.1.4 Particularité des Plus-values latentes dans un environnement NON RBE

L'une des grandes particularités des FRPS est l'admissibilité des Plus-values latentes dans la marge de solvabilité. Il convient de rappeler que les plus-values latentes (PVL) admissibles en couverture de la marge de solvabilité sont appréciées nettes des moins-values latentes existantes sur le portefeuille correspondant de placements. Ainsi, les éléments constitutifs de la marge de solvabilité d'Allianz Retraite sont à 85% issue des plus-values latentes.

Certains considèrent ceci comme un biais qui conduit à une surestimation des fonds propres disponibles, en s'appuyant sur le fait que les plus-values latentes, devront être partiellement reversées aux assurés *via* la participation aux bénéficiaires lorsqu'elles sont réalisées. Nous ne sommes pas d'accord avec ce point de vue.

En effet dans une logique prudentielle, la valorisation n'est utile que lorsque le fonds rencontre des difficultés et met sa survie en danger. Dans ce cas le fonds ne réalisera ni ne partagera de profit avec les assurés. Ainsi, dans le cadre d'une comptabilité prudente les plus-values latentes constituent bien une équivalence de fonds propres.

De fait, les règles sociales de comptabilisation en coût historique permettent aux décideurs de piloter les dégagements de plus-values latentes et de mutualiser sur plusieurs années les rendements des marchés financiers. Qui plus est, ils disposent ensuite de 15 années contre 8 ans avant les FRPS pour attribuer aux assurés leur participation aux bénéficiaires, ce qui leur permet, là encore, de piloter le rendement offert et de jouer davantage de la mutualisation intertemporelle des performances de marchés financiers. Par ailleurs au-delà du résultat financier issu du rendement de ses actifs, l'assureur observe un résultat technique, correspondant à l'écart entre la mortalité constatée et la mortalité anticipée ou bien à des charges de gestion inférieures au frais prélevés.

Nature des plus-values latentes admissibles

En ce qui concerne la solvabilité au niveau individuel des FRPS, l'ACPR considère l'admissibilité intégrale des PVL relatives à l'actif général pour la couverture de l'exigence minimale de marge de solvabilité, dès lors qu'elles n'ont pas un caractère exceptionnel.

En revanche, pour les PVL relatives aux actifs faisant l'objet d'une comptabilité auxiliaire d'affectation, la part de celles-ci excédant la contribution du canton à l'exigence minimale de marge de l'organisme n'est admissible qu'une fois déduits les droits à participations (contractuelle et/ou réglementaire) des assurés du canton. En effet, dans ce dernier cas, il convient de n'admettre que les seules PVL qui pourraient être effectivement rendues disponibles pour couvrir des pertes hors du canton.

Compte tenu du mécanisme de participation aux bénéficiaires réglementaire, qui s'applique à chaque comptabilité auxiliaire d'affectation, les PVL admissibles au-delà de la contribution du canton à l'exigence minimale de marge, après déduction des droits des assurés à participations, ne sauraient excéder 15% de leur montant net total.

La confirmation que les éléments relatifs à la détermination des droits à participations des assurés pour le calcul des PVL admissibles au niveau « solo » restent pertinents devra être apportée annuellement par l'organisme dans le rapport régulier au contrôleur prévu à l'article L. 385-6.

Par ailleurs, dans le cadre de l'évaluation interne des risques et de la solvabilité (« ORSA »), les FRPS doivent analyser l'évolution prospective des PVL admissibles en couverture de la marge avec prise en compte des caractéristiques des passifs de retraite correspondants

Ainsi si nous reprenons les notations précédentes, l'espérance de taux de rendement anticipé à partir des informations disponibles en t_0 , \tilde{r}_0 , peut être différente du taux de rendement effectivement constaté lors de la première période et s'écrit de façon générale sous la forme :

$$\tilde{r}_0 = f(i_0; PMVL_0; \widetilde{TR}_0).$$

Où i_0 correspond au niveau des taux $PMVL_0$ représente les plus ou moins-values latentes accumulées et \widetilde{TR}_0 le résultat technique. \widetilde{r}_0 est désormais un indicateur plus fin du caractère plus ou moins favorable de la situation économique et financière dans laquelle est placé l'assureur à travers des paramètres exogènes tels que le niveau des taux obligataires ou des dividendes soit pour des raisons endogènes au fonds comme la politique de réalisation des plus ou moins-values latentes (agressive ou prudente)

Nous pouvons alors établir une vision du choc sur les marchés financiers en les supposant se répercutait directement sur le taux de rendement futur de l'actif : $\widetilde{r}_0' = \widetilde{r}_0 - s$.

$$\widetilde{r}_0 = i_0 + \frac{PMVL_0 + \widetilde{TR}_0}{encours}$$

Si le choc S est une baisse des marchés actions ou immobilier ou même un choc de crédit alors il affectera uniquement les PMVL S'il s'agit d'un choc de souscription (dérive de la mortalité il affectera TR_0)

Si on considère un choc de taux en revanche, celui-ci impactera à la fois i_0 , de façon directe et PMVL 0 en sens inverse. Deux cas de figure sont alors envisageables :

1. Le choc adverse est un choc de baisse des taux. Ceci correspond à une situation dans laquelle le fonds est court en durée à l'actif relativement au passif. En effet, dans ce cas de figure l'assureur devra réinvestir ses actifs lorsqu'ils arriveront à maturité et ces investissements se feront à un taux plus faible.
2. Le choc adverse est un choc de hausse des taux, Ceci correspond à un cas de figure où l'assureur est long en durée à l'actif relativement au passif. Ce cas où l'assureur subit des moins-values obligataires qui le pénalisent d'avantage que la hausse des taux en termes de ratio de solvabilité.

3.2.1.5 Conclusion sur les différents éléments de pilotage :

Nous avons pu voir à travers les cas théoriques étudiés que la combinaison d'une valorisation dite « économique » du bilan d'un organisme assurantiel et d'une régulation *risk based* est inéluctablement procyclique. En effet même s'il semble que lorsque la situation se dégrade, une telle réglementation n'est de ce point de vue pas différente d'une réglementation de type Solvabilité 1, qui n'a pas une exigence de capital explicitement procyclique mais qui *de facto* l'est également en termes de capital à immobiliser puisqu'elle contraint à provisionner les perspectives de pertes futures à travers la constitution de la provision pour aléas financiers par exemple.

Pendant, une réglementation de type Solvabilité 2, dite *risk based* et plébiscitée par sa capacité à fournir aux dirigeants les meilleures informations et incitations pour la gestion des risques, semble détériorer cette situation en créant une perception faussement positive de certains contrats lorsque le contexte est favorable

Le fait est qu'en plus d'être procyclique, ce type de réglementation n'envoie pas les informations correctes pour gérer les risques d'affaissement long analogue aux problématiques de retraite.

Pour l'instant cela semble être mal perçu, peut-être par ce que la valorisation « économique » du bilan représente dans l'imaginaire de ses utilisateurs une prise en compte du futur.

Malgré ces éléments, on ne peut conclure qu'une réglementation *risk based* de type Solvabilité 2 est structurellement moins adaptée qu'une réglementation non *risk based* de type Solvabilité 1 pour la gestion des risques.

De fait, la sensibilité aux pertes du capital à immobiliser est également un outil de régulation précieux, source d'incitation à piloter les risques. Sous solvabilité 2, cette sensibilité augmente avant que la situation ne se détériore. Dans Solvabilité 1, cette sensibilité n'augmente que lorsque la compagnie commence à réaliser des pertes. De ce point de vue, Solvabilité 2 offre un *early warning* là où Solvabilité 1 est aveugle.

En matière de recommandation, deux éléments se dégagent :

Dans une logique de valorisation prudentielle des FRPS, les PVL constituent bien une équivalence de fonds propres. Il conviendra donc de veiller à sécuriser les plus-values latentes associées à la marge de solvabilité.

L'optimisation des incitations produites par la réglementation prudentielle des FRPS ne peut être réduite à une réflexion sur l'exigence de capital de type Solvabilité 2. Ceci tout en restant compatible avec le fait de s'appuyer sur une exigence de capital économique et de bénéficier de l'effet « *early warning* » associé.

3.3 Pilotage budgétaire et prospectif du FRPS

Le Processus Budgétaire permet de poser un cadre de discussion pour une aide à la prise de décision en matière de stratégie et de pilotage de la compagnie et de discuter de la projection des indicateurs de Solvabilité et de rentabilité à horizon du plan stratégique. Cela rentre aussi dans le processus réglementaire de l'évaluation interne des risques de manière continue et prospective et de la solvabilité. Car la notice de l'ACPR à ce sujet stipule que les FRPS doivent analyser l'évolution prospective des PVL admissibles en couverture de la marge en prenant en compte les caractéristiques des passifs de retraite correspondants, notamment au titre du respect permanent des exigences de solvabilité.

Dans ce cadre, les projections réalisées pour le lors du Processus budgétaire prennent en compte des hypothèses commerciales, techniques et financières et des plans d'action cohérents avec la stratégie générale de la compagnie d'assurance, en cohérence avec les évolutions attendues de l'environnement des marchés financiers et du contexte concurrentiel. Les projections sont effectuées lors des travaux du Processus Budgétaire de l'année en cours qui se déroulent en général de juin à novembre.

La projection est faite à partir des données à Q2 2021 pour faire un estimatif sur la fin 2021 un budget pour 2022 et un prévisionnel pour 2023 et 2024.

Les hypothèses de Ratio de Solvabilité projeté lors du Processus Budgétaires sont donnés ci-dessous :

La projection des plus-values latentes par canton provient de la direction des investissements d'Allianz France en cohérence avec niveaux de marché de juin 2021 en supposant les taux stables sur toute la durée du plan. Ce qui joue donc sur les plus-values latentes va être le vieillissement du portefeuille. Concernant les actions, l'hypothèse est une prime de risque de 2,5%.

La projection des provisions mathématiques provient du Controlling d'Allianz France en cohérence avec la politique commerciale et les prévisions de sortie et de revalorisation

La politique de PB est propre à chaque canton :

Fonds cantonnés :

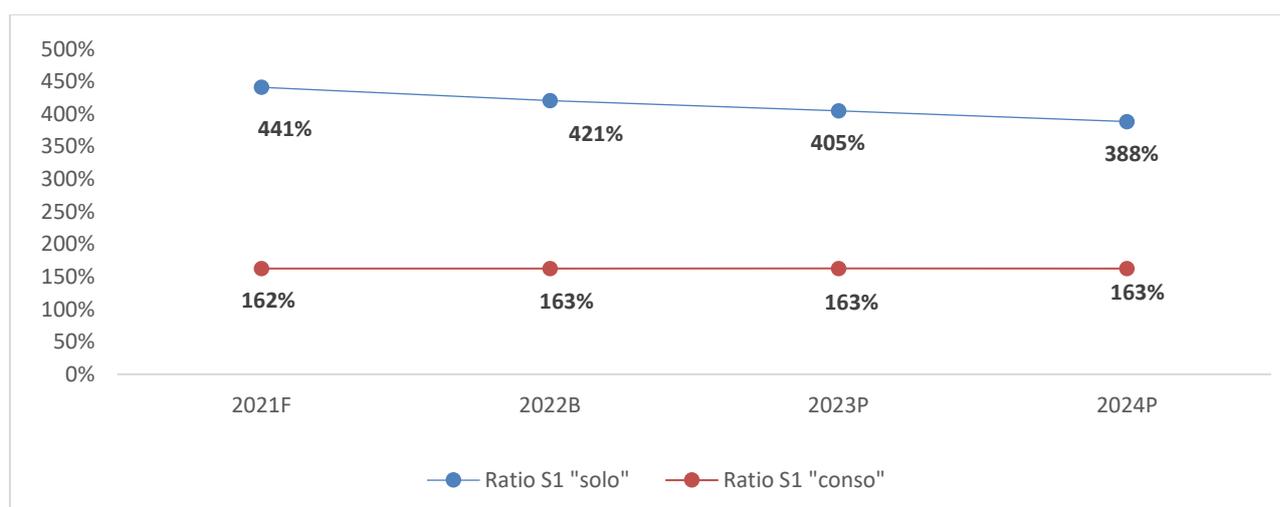
Par prudence nous estimons que la part de PVL admissible en vision solo du FRPS sur les cantons L441 correspond à l'exigence de marge des fonds cantonnés déduit des éléments relatifs à la réserve de capitalisation : 4% des PM – la RDC.

Nous considérons que pour les fonds cantonnés, la politique de redistribution de la PB est de 100%. Par conséquent les plus-values afférentes à ces cantons ne sont pas prises en compte dans la vision solvabilité consolidée d'Allianz Retraite.

Pour l'actif général :

L'ensemble des plus-values latentes sont admises en couverture de l'exigence de marge pour la vision solo en revanche pour la vision conso nous considérons :

$$50\% \times \text{Marge de solvabilité} + (1 - \text{Taux de PB}) \times (\text{Part des PMVL} - 50\% \times \text{Marge de Solvabilité}).$$



Selon les travaux réalisés sur base d'hypothèses commerciales et de marché à fin juin 2020, le ratio de solvabilité d'Allianz Vie devrait rester à un niveau satisfaisant sur toute la durée du plan à trois ans. A défaut, et conformément aux principes de gestion retenus par Allianz, des actions spécifiques seraient entreprises si la solvabilité devient à passer en dessous de certaines barrières que nous développerons dans la partie suivante.

3.3.1 Outil de calcul et de mesure des plus-values latentes

Dans l'univers assurantiel l'assureur accumule des PMVL qui alimenteront son rendement lors de la période suivante. Une étude très importante repose sur l'analyse de la sensibilité de l'actif, et notamment des obligations par rapport aux variations de taux. En effet pour la grande partie des organismes assurantiels et FRPS la proportion des obligations peut dépasser les 75%. Communément considérés très peu risqués, les obligations sont en réalité des titres financiers dont la volatilité des prix peut dépasser celui des actions. Nous nous intéresserons ici au risque systématique des placements obligataires. Aussi, une attention particulière doit être portée sur la gestion de portefeuille obligataire.

Duration et sensibilité :

La duration de Macaulay :

Soit

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+y)^t} \times t \frac{M}{(1+y)^n} \times n}{P} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{t \times CF_t}{(1+y)^t}}{P}$$

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+y)^t} \times \frac{M}{(1+y)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+y)^t}$$

Avec :

D : duration

P : prix de l'obligation

N : échéance

C : valeur du coupon

Y : taux actuariel

M : valeur nominale

T : période de paiement

CF_t : flux monétaire (coupons et/remboursement du capital) au temps t , avec $CF_t = C_t$ pour $t < n$ et $CF_n = C_n + M$.

En dérivant P on obtient :

$$\frac{dP}{d(1+y)} = \sum_{t=1}^n -t \times \frac{C_t}{(1+y)^{t+1}} + \frac{-n \times M}{(1+y)^{n+1}}$$

$$\frac{dP}{d(1+y)} \times \frac{d(1+y)}{P} = \left[\sum_{t=1}^n -t \times \frac{C_t}{(1+y)^{t+1}} + \frac{-n \times M}{(1+y)^{n+1}} \right] \times \frac{d(1+y)}{P}$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{\left[\sum_{t=1}^n -t \times \frac{C_t}{(1+y)^{t+1}} + \frac{-n \times M}{(1+y)^{n+1}} \right]}{P} \times \frac{d(1+y)}{P}$$

$$\frac{dP}{P} = -D \times \frac{dy}{(1+y)}$$

$$\text{la duration modifiée} = \frac{D}{(1+y)}$$

Ainsi :

$$\frac{\frac{dP}{dy}}{P} = \frac{-D}{(1+y)} = S.$$

Cette relation, couramment appelée formule de Hicks, indique que la variation relative du prix d'un titre est proportionnelle à la variation de son taux de rendement. Le facteur de proportionnalité est $-D/(1+y)$. Il faut noter que cette relation, obtenue par dérivation, n'est applicable qu'à de faibles variations du taux de rendement. La duration étant généralement positive, le signe de ce facteur de proportionnalité confirme qu'une hausse du taux entraîne une baisse du prix, alors qu'une baisse du taux entraîne une hausse du prix. Cette mesure s'appelle la sensibilité

Convexité :

La convexité est la mesure de la courbure dans la relation entre le rendement d'une obligation et son prix. Il illustre comment, à mesure que les taux d'intérêt varient, la durée d'une obligation fluctue. Si la sensibilité est la dérivée première du prix de l'obligation par rapport à son taux de rendement relativement à son prix. La convexité est tout simplement sa dérivée seconde :

Soit

$$\frac{d^2P}{dy^2} = \frac{1}{(1+y)^2} \sum_{t=1}^n \frac{t \times C_t}{(1+y)^t} + \frac{1}{(1+y)^2} \sum_{t=1}^n \frac{t^2 \times C_t}{(1+y)^t} = \frac{1}{(1+y)^2} \sum_{t=1}^n C_t \frac{(t+t^2)}{(1+y)^t}.$$

$$C = \frac{\frac{1}{(1+y)^2} \sum_{t=1}^n C_t \frac{(t+t^2)}{(1+y)^t}}{P}.$$

Mesure de volatilité d'une obligation par rapport au taux d'intérêt :

Le développement en série de Taylor de la variation du prix d'une obligation (ΔP) due à une variation finie du taux de rendement à l'échéance s'écrit :

$$\Delta P = \left[\frac{dP}{dy} \Delta y \right] + \frac{1}{2!} \left[\frac{d^2P}{dy^2} (\Delta y)^2 \right] + \frac{1}{3!} \left[\frac{d^3P}{dy^3} (\Delta y)^3 \right] + \dots + \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n P}{dy^n} (\Delta y)^n \right].$$

Chaque expression entre les crochets représente un terme de la série de Taylor et plus il y a de termes dans la série, meilleure sera l'approximation pour une Δy donnée. Cependant, la précision supplémentaire qu'on peut aller chercher en utilisant les 3ème, 4ème, ... expressions est peu importante. Dès lors, en pratique seul les 2 premiers termes sont retenus i.e:

$$\Delta P = \left[\frac{dP}{dy} \Delta y \right] + \left[\frac{1}{2} \frac{d^2P}{dy^2} (\Delta y)^2 \right] + \varepsilon .$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \left[\frac{dP}{dy} \frac{1}{P} \Delta y \right] + \left[\frac{1}{2} \frac{d^2P}{dy^2} \frac{1}{P} (\Delta y)^2 \right] + \varepsilon .$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -D \Delta y + \frac{1}{2} C (\Delta y)^2 .$$

L'équation présente la relation fondamentale qui permet d'utiliser conjointement la durée (ou la durée modifiée) et la convexité pour prévoir le taux de variation du prix d'une obligation suite à une variation du taux de rendement à l'échéance. C'est cette équation qui nous servira par la suite dans la définition des chocs de taux.

Elaboration du calcul : Récupération du fichier d'actifs ligne à ligne d'Allianz Retraite à la maille canton au 31/12/2020 avec comme principales variables :

- Le type d'instrument : obligation(bond), forward bond, action, immobilier...etc
- Le portefeuille concerné : canton ou actif général
- La valeur de marché des actifs avec intérêts courus
- La valeur comptable des actifs
- Les plus ou moins-values latentes par actif
- La duration
- La sensibilité
- La convexité

Par la suite nous paramétrons les chocs pour les actifs de taux à la hausse comme à la baisse :

$$\text{Obligation stressée} = VM \text{ Obligation} \times (1 - \text{sensibilité} \times \text{choc}(i) + \frac{1}{2} \times \text{Convexité} \times \text{choc}(i)^2) .$$

Pour les actifs alternatifs, les actions et l'immobilier :

$$\text{Actif stressé} = VM \text{ Actif} \times (1 + \text{choc}) .$$

Nature des plus-values admissibles :

Tout d'abord, les plus-values latentes (PVL) admissibles en couverture de la marge de solvabilité sont appréciées nettes des moins-values latentes existantes sur le portefeuille correspondant de placements. La notice de l'ACPR sur l'admissibilité des plus-values latentes en constitution de la marge de solvabilité pour les organismes de retraite professionnelle supplémentaire stipule que la part de PVL relatives aux actifs faisant l'objet d'une comptabilité auxiliaire d'affectation (canton), celles-ci excédant la contribution du canton à l'exigence minimale de marge de l'organisme¹ n'est admissible qu'une fois déduits les droits à participations (contractuelle et/ou réglementaire) des assurés du canton. En effet, dans ce dernier cas, il convient de n'admettre que les seules PVL qui pourraient être effectivement rendues disponibles pour couvrir des pertes hors du canton. Par mesure de prudence nous ne considérons comme éligible que le montant de PVL capable de couvrir le montant de l'exigence de marge du canton concerné. Il est aussi nécessaire de s'assurer que les PVL admissibles en couverture de la marge n'ont pas un caractère exceptionnel, comme prévu par la réglementation. Nous excluons donc des plus-values latentes éligibles à la marge de solvabilité toutes plus-values latentes issues d'instrument financiers à termes tels que les Forward Bond, les certificats de dépôts et les devises.

Résultats des principaux chocs individuels en millions d'euros :

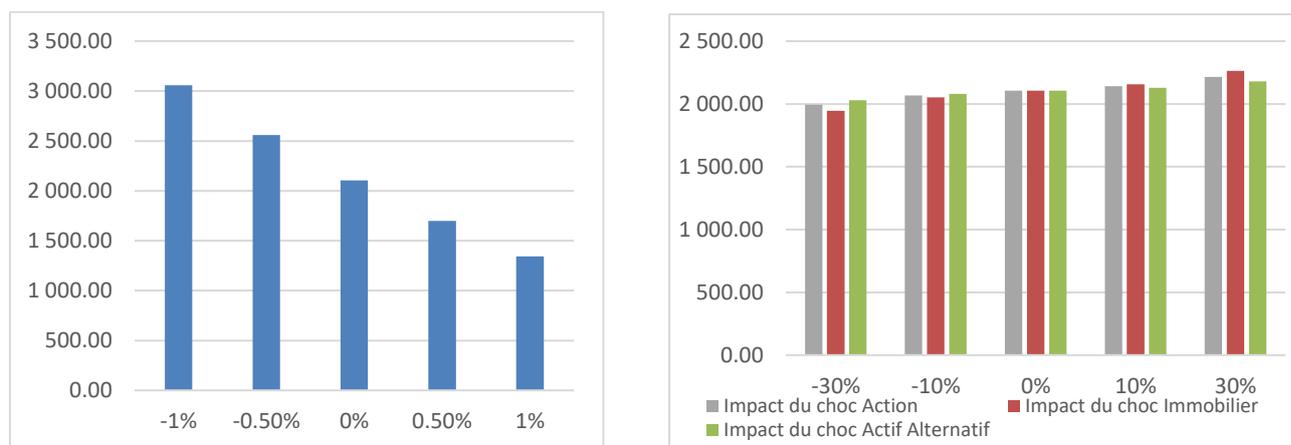


Figure 3.6 Résultats des chocs unitaires : Taux, Action, Immobilier, Actif Alternatif

Au vu des premiers résultats de chocs individuels nous pouvons rapidement conclure que les chocs les plus impactants restent les chocs de taux.

Résultats des principaux chocs simultanés en millions d'euros :

		Immobilier / Actifs Alternatifs				
		0%	-30%	-10%	10%	30%
Action	0%	2 104.76	1 871.32	2 026.95	2 182.58	2 338.20
	-30%	1 994.31	1 760.87	1 916.50	2 072.12	2 227.75
	-10%	2 067.95	1 834.51	1 990.13	2 145.76	2 301.38
	10%	2 141.58	1 908.14	2 063.77	2 219.39	2 375.02
	30%	2 215.21	1 981.78	2 137.40	2 293.03	2 448.65

Tableau 3-1 Choc sur Actions, Immobilier et Actifs alternatifs

En effet l'impact le plus significatif sur les plus-values latentes est celui auquel nous appliquons un choc de taux d'intérêt en plus d'un autre choc de valeur de marché d'actif :

		Action / Immobilier / Actifs alternatifs				
		0%	-30%	-10%	10%	30%
Taux d'intérêt	0%	2 104.76	1 760.87	1 990.13	2 219.39	2 448.65
	-1%	3 059.60	2 715.71	2 944.97	3 174.23	3 403.49
	-0.50%	2 558.06	2 214.17	2 443.43	2 672.69	2 901.95
	0.50%	1 699.70	1 355.81	1 585.07	1 814.33	2 043.59
	1%	1 342.87	981.77	1 228.24	1 457.50	1 686.76
	1.5%	982.52	589.28	852.42	1 112.61	1 372.80

Tableau 3-2 Choc sur Taux d'intérêt Actions, Immobilier et Actifs alternatifs

Au vu du contexte économique actuel, le choc que nous retiendrons est le choc de taux d'interet de + 50bps et d'action -30%.

3.3.2 Axes de pilotage et limites retenus

3.3.2.1 Niveau 1 Management Ratio

Nous pouvons définir la notion de « Management Ratio », ou ratio de solvabilité cible optimal, comme le niveau de solvabilité qui garantit le respect des exigences réglementaires, même après des contraintes financières ou des pertes liées à l'activité. Cette notion permet d'assurer une gestion efficace du capital, dans le sens où la compagnie doit s'assurer qu'elle conserve un niveau suffisant de solvabilité prudentielle en cas de scénarios défavorables. Elle doit également s'assurer que tout capital excédentaire inutile peut être transféré dans l'horizon du plan, s'il n'y a pas de contraintes réglementaires pour conserver ce capital au niveau de la compagnie. Le management ratio est un niveau de solvabilité qui garantit le respect des exigences réglementaires même après des Stress tests financiers.

$$\text{Management ratio} = 100\%(\text{min couverture EMS}) + \text{Worst Stress Impact}.$$

$$\text{Worst Stress Impact}_{i=1,2,3,4}^{\max} = \text{Ratio de solvabilité} - \text{Ratio de solvabilité après le } i^{\text{eme}} \text{ Scénario}_{i=1,2,3,4}^{\min}.$$

	Marge de solvabilité en M €	Plus-value latente En M€	Exigence de marge solvabilité En M €	Ratio de couverture	Stress Impact	Management ratio
	2 447	2 105	473	517%		
S1 : IR +100bps	1 648	1 343	473	359%	158%	
S2 : IR +50bps	1 995	1 700	473	422%	95%	
S3 : EQ/Re -30%	2 055	1 761	473	435%	82%	
S4 : IR + 50bps / EQ-RE -30%	1 661	1 356	473	351%	166%	266%

Tableau 3-3 Calcul Management Ratio

Ainsi le Management ratio serait de 266% sur le FRPS au 31/12/2020. La Figure 3.7 montre un schéma représentant le mécanisme et l'intérêt du management ratio :

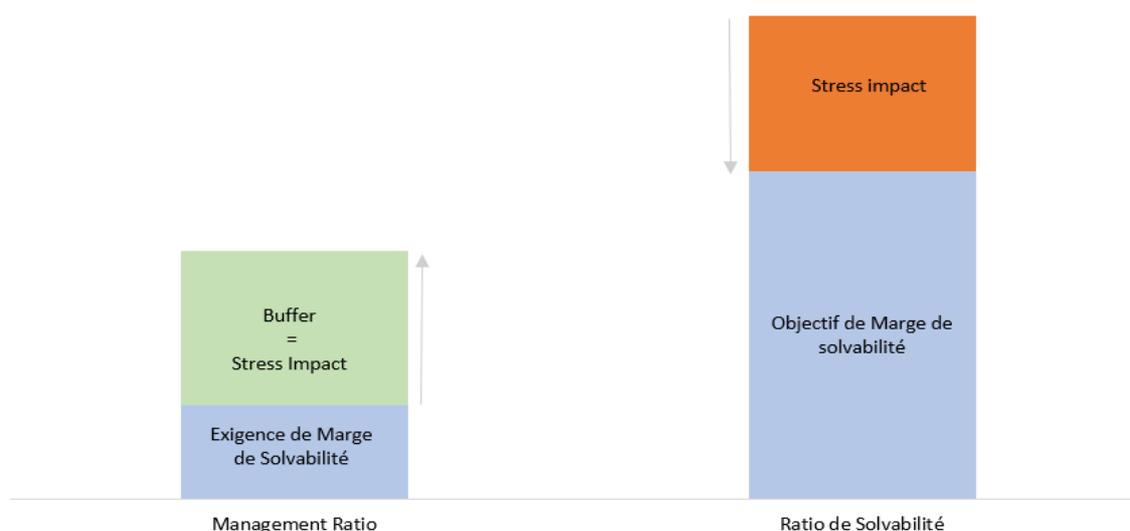


Figure 3.7 Schéma management ratio

- **La Barrière d’Alerte :**

La Barrière d’Alerte *BA* est donnée par : $BA=1.7\times 100\%=170\%$.

Si cette barrière est atteinte, le CRO en est informé et des mesures peuvent être prises

- **La Barrière d’Action de Capitalisation :**

La Barrière d’Action de Capitalisation est donnée par : $BAC=1.5\times 100\%=150\%$.

Si cette barrière est atteinte, un plan d'urgence est mis en place pour ramener la capitalisation au Management Ratio.

3.3.2.2 Niveau 2 Calcul du SCR et limites

Chez Allianz France, la clôture est un long processus qui dure environ 30 jours et qui se répète à chaque trimestre de l’année (Q1, Q2, Q3 & Q4). Durant ces 30 jours, 10 jours sont consacrés à la réplication des 15 fonds d’Allianz France. Une dizaine de collaborateurs (réplicateurs) sont mobilisés et se partagent les 15 fonds. Chacun des 15 fonds d’Allianz France regroupent plusieurs types de contrat (fonds en euros ou en UC) sur différents types de produits (épargne, prévoyance individuelle et/ou collective). La complexité à calibrer un portefeuille répliquant vérifiant tous les critères de qualité varie en fonction de la composition du fonds. Ainsi, pour des besoins de pilotage économique des risques et d’optimisation de son bilan, nous proposons de réaliser un calcul trimestriel du *SCR* d’Allianz Retraite en utilisant un modèle basé sur des chocs des facteurs de risques et une agrégation des risques unitaires provenant de ces chocs à travers une matrice de corrélation simplifiée.

Dans le cadre d’Allianz Retraite, nous calculerons uniquement les modules de risque suivant : **le module de risque marché, le module de risque souscription vie**. Le BSCR est défini à partir des SCR modulaires et d’une matrice de corrélation. Les SCR modulaires sont obtenus à l’aide de SCR sous modulaires et également d’une matrice de corrélation. Ces derniers correspondent à des chocs explicitement définis :

Le module de risque marché comprends les sensibilités suivantes :

RISK TYPE	SHOCK
Equity	-30%
Real Estate	-20%
Interest Rate	-100bps
Inflation	+100bps
FX	-10%
Interest vol	40%
Equity vol	40%
Credit Spread	+75bps
Credit	-4%

Le module de risque de souscription vie comprend les sensibilités suivantes :

RISK TYPE	SHOCK
Longevity	~-1.2%
Mortality	Level : +/-1% Volatility : +/-6% Calamity : +8.6%
Morbidity	NA
Lapse	Level : +/-[8%;40%] Volatility : +/-[30%;110%] Mass : +600%/700%
Cost	+8%

Leur valeur est calculée par le maximum entre la différence de NAV (Net Asset Value) entre la NAV centrale et la NAV choquée et 0. La NAV (Net Asset Value) correspond à la différence entre la valeur de marché de l'actif et les provisions techniques de l'assureur.

$$SCR_{\text{ sous modulaire }} = \max (NAV_{\text{ centrale }} - NAV_{\text{ choquée }} ; 0)$$

Graphiquement le calcul de la NAV est représenté par le processus suivant :

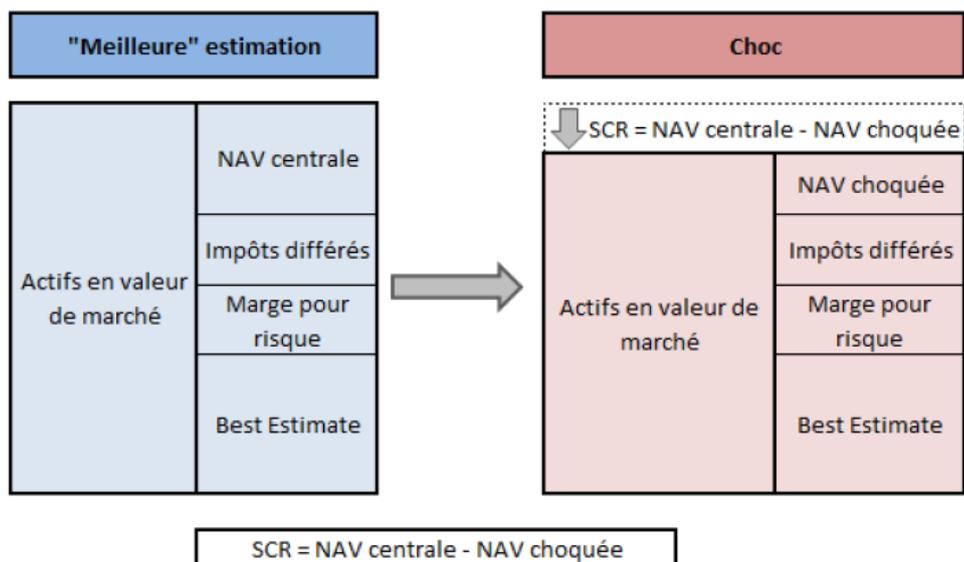


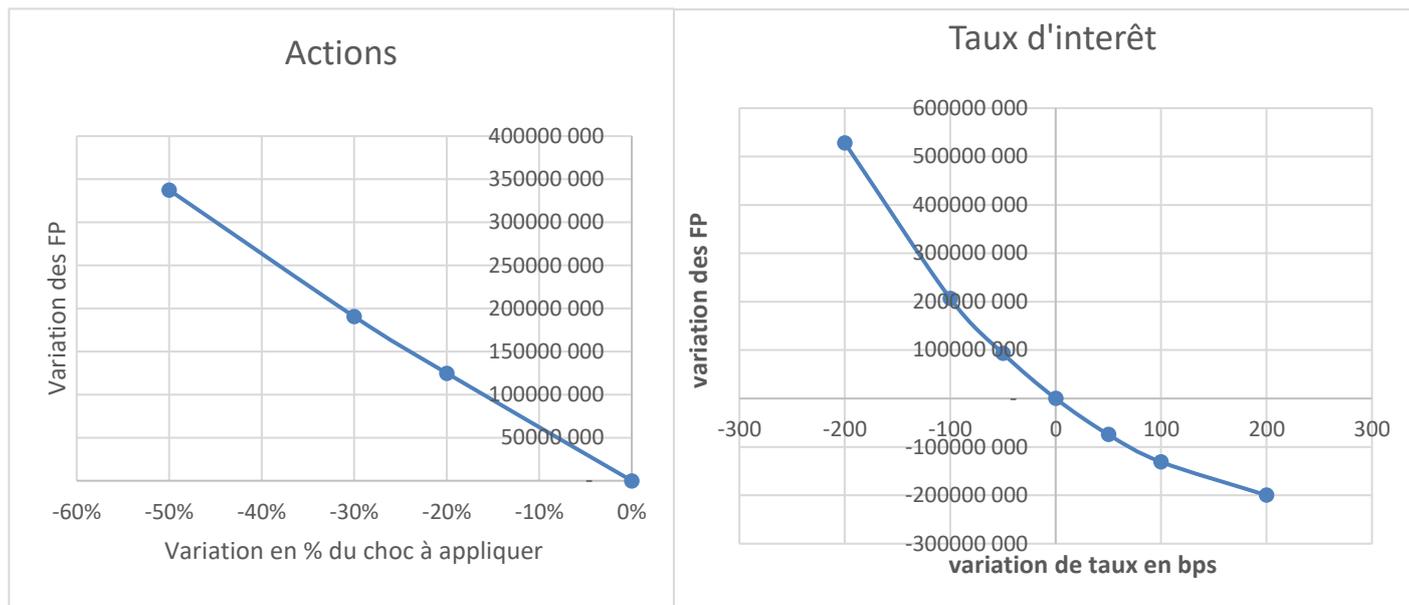
Figure 3.8 Passage de NAV centrale à NAV choquée

Nous chercherons donc à bénéficier de l'effet early warning de solvabilité 2 sans considérer l'exigence en capital et tout en restant dans une logique MCEV à travers des limites sur l'EQ -30% et l'IR -100bps ;

Au vu de la longue durée des passifs de retraite nous avons bien vu que ces derniers étaient sensibles au mouvement de taux ainsi qu'aux mouvements action en valeur comptable. Dans une logique de cohérence, nous avons décidé d'émettre des limites sur les FP à travers des chocs sur Actions et Taux d'intérêt en vision économique :

$$FP_{\text{ Sensi }} = FP_{\text{ Bilan stressé }} - FP_{\text{ Bilan initial }}.$$

Les résultats sont les suivants :



Au vu du graphique nous pouvons facilement voir que le choc Action -30% correspond à un besoin en fonds propres de 200 Millions d'euros et 210 Millions d'euros pour le choc de taux d'intérêt.

Ainsi nous pouvons fixer des limites sur fonds propres économiques de l'ordre de :

	BE	Actions-30%	Taux d'intérêts -100bps
NAV (en millions d'euros)	396	200	210
Consommation de Limites		51%	53%

Le protocole de management pourrait être ainsi :

Barriere d'alerte	< 70%	[70% ; 85%]	>85%
Niveau d'Alerte	Rien à signaler	Si cette barrière est atteinte, le CRO en est informé et des mesures peuvent être prises	Si cette barrière est atteinte, un plan d'urgence peut être mis en place si les fonds propres n'arrivent pas à couvrir la sensibilité

3.3.2.3 Niveau 3 : Duration Gap

La limite de gap de duration correspond au gap de duration maximum toléré entre l'actif et le passif. Fixée généralement à moins d'une année, cette limite permet de piloter principalement la duration de l'actif, de telle sorte qu'elle ne soit pas très éloignée de celle des engagements au passif. L'une des priorités d'Allianz est de continuer à baisser son gap de duration de plus de moitié cette année à travers le pilotage de cette limite. Le gap de duration actuel est de -1.5 au vu de la structure des passifs comme vu en partie :

3.3.2.4 Analyse de la rentabilité RORC

Le RORC (Return on Risk Capital) permet de mesurer la rentabilité en termes de revenus sur le capital requis immobilisé.

La formule est la suivante :
$$RoRC = \frac{PVFP}{Mgmt\ Ratio \times PV\ SCR}$$

PVFP : La valeur actuelle des bénéfices futurs de la nouvelle entreprise, après impôts. Cette valeur est basé sur un calcul déterministe utilisant des hypothèses économiques du monde réel.

PV SCR : Correspond à la présent value du capital sous risque. Dans notre cas cela sera approximé par l'EMS multiplié par la duration des actifs :

PV SCR = EMS € × Duration € + EMS UC × Duration UC.

Mgmt Ratio : correspond au management Ratio expliqué plus haut.

La Figure 3.9 montre la simulation faite lors du calcul du RORC à travers une chronique de management ratio

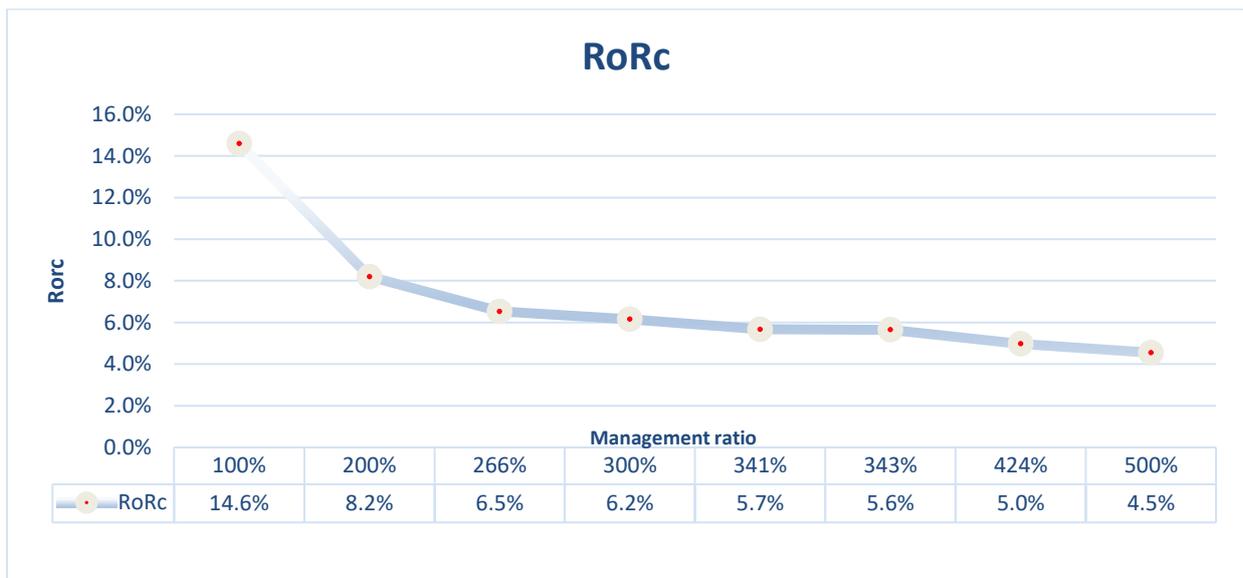


Figure 3.9 Simulation pour calcul du RORC

A travers ce graphe nous pouvons voir l'importance du management ratio pour le calcul du RORC. Le rendement du capital-risque pour les nouvelles affaires de retraite (NB RoRC) est défini selon la courbe ci-dessus

3.4 Critiques/limites des modélisations

Nous avons détecté quelques limites et critiques aux modélisations implémentées dans ce mémoire : La modélisation des tests de résistance use de nombreuses simplifications, peut être qu'une homogénéisation des outils et process entre assureurs rendra la tâche moins contraignante et plus simple à réaliser. Nous avons essayé tout au long de ce mémoire de limiter l'effet « boîte noire » afférent à une modélisation sous ALIM pour le calcul du SCR mais peut-être que certains paramètres auraient pu être davantage exploités ou étudiés. D'autres pistes de poursuite de mémoire serait une réflexion sur la stratégie d'allocation d'actif de ces FRPS.

Une autre piste serait de revoir le calcul de la risk margin dans le cadre de la valorisation économique des FRPS car dans un cadre économique et non S2, un coût du capital plus faible pourrait être pris en compte. Ainsi une diminution du coût de capital utilisé de 6 à 3% permettrait de dégager plus de fonds propres et accroître les capacités du FRPS à prendre des risques sans remettre en cause la protection des assurés. Comme indiqué dans l'article 39 du règlement délégué, le coût du capital devrait être de 6% en plus du RFR. C'est pourquoi Allianz France utilise 6% pour ses entreprises sous Solvabilité II.

$$RM = 6\% * \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}.$$

Cependant cette marge de risque représente actuellement une exigence de capital excessive pour les assureurs (plus de 12% des fonds propres des assureurs français soit 36 milliards d'euros en 2020 et 190 milliards au niveau européen) sans oublier sa forte sensibilité aux mouvements de taux d'intérêts. L'EIOPA reconnaît également son volume excessif en proposant des mesures pour alléger le poids de cette exigence de capital comme l'introduction d'un facteur lambda dans la formule de calcul (EIOPA-BoS-20/750 17 décembre 2020) :

$$RM = 6\% * \sum_{t \geq 0} \frac{\max(\lambda^t, floor) * SCR_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}.$$

Cela signifie que les SCR futurs ajustés sous Solvabilité 2 : $SCR_t' = \max(\lambda^t, floor) * SCR_t$ seront déterminés en supposant que l'émergence du risque pendant l'intervalle [t-1, t] entraîne une réduction annuelle du SCR. Cela montre que la réduction annuelle des SCR futurs ajustés s'accumule au fil du temps. Par rapport aux SCR non ajustés, le SCR ajusté diminue exponentiellement par le facteur λ^t . L'utilisation d'un paramètre plancher *floor* garantit que la future réduction des SCR projetés et ajustés ne soit pas excessive. L'utilisation d'un paramètre comme borne inférieure reflète également le fait que pour certains risques, il ne semble pas plausible de supposer que l'émergence de risques entraîne systématiquement une réduction des perspectives de risque pour les périodes futures.

L'approche lambda dépend du choix des paramètres λ et *floor* : l'EIOPA considère en termes de normalisation que le paramètre λ ne devrait pas être inférieur à 97,5%. La réduction cumulée des SCR futurs projetés ne devrait pas dépasser 50%. Cela signifie que le paramètre *floor* devrait être fixé à cette valeur.

L'EIOPA montre ainsi que l'introduction de l'approche lambda peut conduire à une réduction substantielle de la taille de la RM.

Conclusion

L'objectif de ce mémoire était de créer le Framework d'ALLIANZ Retraite. La principale difficulté a été de déterminer si le pilotage de l'entité devait se faire intégralement en S2 ou en S1 au vu de la contrainte du régulateur imposée mais non réglementaire qui consiste à maintenir des fonds propres économiques positifs.

Nous retiendrons que depuis l'entrée en vigueur de la réforme S2 en janvier 2016, la gestion des contrats de retraites professionnelles supplémentaires est devenue compliquée pour les assureurs compte tenu du contexte économique actuel ainsi que celui d'une réglementation jugé trop contraignante pour ce type d'engagement. Cette réforme concernant principalement le niveau de capital nécessaire à l'exercice de l'activité d'assurance. Ceci a eu un impact non négligeable sur l'activité retraite ainsi que les contrats déjà existants en portefeuille, sur leur rentabilité, mais également la structure tarifaire de ceux-ci.

Nous avons pu voir à travers les cas théoriques étudiés que la combinaison d'une valorisation dite « économique » du bilan d'un organisme assurantiel et d'une régulation *risk based* est inéluctablement procyclique. Malgré cela, nous ne pouvons nous prononcer sur le fait qu'une réglementation est mieux que l'autre en termes de gestion des risques. Ainsi nous avons retenu comme axe de pilotage les éléments suivants :

1. La création d'un outil de stress test des PVL associées à la marge de solvabilité et le pilotage de leur évolution à travers un Management Ratio
2. Bénéficier de l'effet « early warning » associé à Solvabilité² lors de la perte en fonds propres économiques et mettre des limites associées
3. Piloter l'entité à travers les stress tests réglementaire et l'adéquation de l'actif et du passif à travers le duration gap.

Ces différents axes nous ont permis de chercher différents leviers permettant l'amélioration de la rentabilité des produits de retraite notamment la création du management Ratio et son lien direct avec le RORC

Par conséquent, notre réflexion a permis d'aboutir à une configuration hybride combinant les avantages de S2 et S1. Dans ce contexte, le caractère conventionnel du bilan et de la mesure de risque étant inéluctable, l'enjeu était de choisir la convention opérationnellement la plus saine et non celle théoriquement la plus « juste ». Par saine, nous entendons la conjonction de trois caractéristiques : simple ; dimension politique assumée ; qualitativement pertinente.

Simple :

A travers la création de l'outil de management des PMVL nous avons pu voir lors de sa mise en place que la simplicité des outils de pilotage est un élément capital. En effet La décision d'un dirigeant dépend de sa perception, son analyse de l'avenir. Celle-ci est subjective, le dirigeant étant la personne qui a le mandat, donc la légitimité pour exercer cette subjectivité, ce qui permet une hétérogénéité des décisions entre les différents acteurs de la place. Car Les outils de pilotage sont une grille de lecture de la réalité, une strate technique qui à la fois facilite l'appropriation de la réalité par le décideur et

peut potentiellement s'interposer entre elle et lui. L'instauration d'une strate technique complexe, en imposant une perception standardisée, conduit à déléguer la subjectivité des dirigeants à leurs experts. Or les experts ont des pratiques relativement homogènes, celles reconnues comme l'expertise du moment : Risk based, standardisées par le régulateur. Plus les outils de pilotage seront complexes, plus il sera difficile au dirigeant de s'en affranchir et de développer sa propre analyse. A l'inverse, la simplicité des outils de pilotage permet de « dé-techniciser » les décisions des acteurs, et d'accroître le sentiment de responsabilité des dirigeants.

Dont la dimension politique, si elle est présente, doit être assumée :

- au niveau micro-économique, éviter de créer un sentiment illusoire d'équivalence entre des exigences financières, réglementaires, et des mesures de risque, scientifiques.
- au niveau macro-économique, de ne pas assumer la réflexion sur l'arbitrage entre les enjeux

Qualitativement pertinente à travers :

Si les évaluations quantitatives des risques extrêmes en vision Risk based ne sont pas fiables, il devrait être en revanche possible, d'un point de vue qualitatif, d'identifier des paramètres accroissant l'incertitude. Par exemple, le fait que le risque est une fonction croissante de la durée des engagements sur les passifs de retraite. Ou le fait de réduire le SCR de spread sur ce type d'activité.

Bibliographie

Frezal, S. (2017). Une réforme pavée de bonnes intentions : Retour d'expérience sur Solvabilité 2 et propositions pour Solvabilité 3. *Programme de Recherche sur l'Appréhension des Risques et des Incertitudes*, Avril 2017, 3-31.

Frezal, S., Haguët, E., & Nou, V. (2016). Régulation des contrats With Profit et procyclicité : Inéluctabilité, avantage et inconvénient. *Programme de Recherche sur l'Appréhension des Risques et des Incertitudes*, Mai 2016, 1-24.

Frezal, S. (2016). De quoi Solvabilité 2 est-il le nom ? *Programme de Recherche sur l'Appréhension des Risques et des Incertitudes*, Mars 2016, 17-42.

Decupère, S. (2011). *Agrégation des risques et allocation de capital sous Solvabilité II*. Mémoire d'actuariat ENSAE.

Moinet, F. (2017). *Opportunités et contraintes de la nouvelle réglementation des FRPS pour un portefeuille de retraite entreprise*. Mémoire d'actuariat ISUP.

Panorama des pensions 2021. (2021, août). https://www.oecd-ilibrary.org/finance-and-investment/panorama-des-pensions-2021-version-abreegee_878b2235-fr

Planchet, F., & Théron, P.-E. (2007). *Provisions techniques et capital de solvabilité d'une compagnie d'assurance : méthodologie d'utilisation de Value-at-Risk en assurances et gestion des risques*.

La retraite supplémentaire facultative et l'épargne retraite. (2022, 22 mars). drees.solidarites-sante.gouv.fr. https://data.drees.solidarites-sante.gouv.fr/explore/dataset/2034_la-retraite-supplementaire-facultative-et-l-epargne-retraite/information/

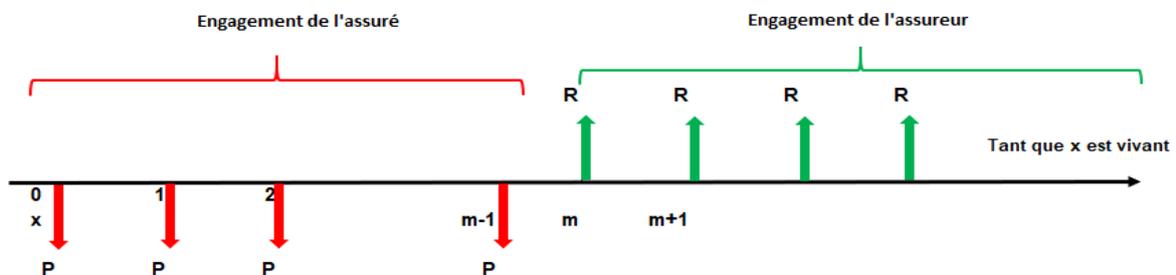
Théron, P.-E. (2007, 25 juin). *Mesure et gestion des risques d'assurance : analyse critique des futurs référentiels prudentiel et d'information financière*. TEL - Thèses en ligne. <https://tel.archives-ouvertes.fr/view/index/identifiant/tel-00655896>

Annexes :

Rappels élémentaires :

L'activité assurantielle repose sur le principe de transfert de risque : en échange du versement d'une prime, l'assuré se protège contre un aléa financier. Par conséquent, il est inévitable de mesurer le risque d'assurance, car dans le cadre de la tarification cette information est nécessaire pour déterminer le coût des chargements de sécurité à ajouter à la prime pure et par conséquent le niveau des réserves et fonds propres dont doit disposer l'assureur pour être solvable.

Dans la conception du tarif, les flux de l'assuré et ceux de l'assureur doivent s'équilibrer. Cet équilibre prend en compte le fait que les flux futurs de prestation soient actualisés afin de les valoriser à aujourd'hui en considérant les probabilités que ces flux soient versés (une rente de retraite sans le départ à la retraite de l'assuré ne donnera pas lieu au versement de la rente). On obtient alors la Valeur Actuelle Probable (VAP) d'un flux futur en multipliant ce flux par le facteur d'actualisation et par sa probabilité de réalisation.



Prenons un exemple qui synthétise le schéma ci-dessus :

Notons la probabilité de survie : $\frac{l_{x+n}}{l_x}$ d'un individu d'âge x dans n années

$n \rightarrow \omega$ Alors $\frac{l_{x+n}}{l_x}$ est décroissante par définition (ω étant la fin de la cohorte d'individu d'âge x)

Coté assureur : La VAP d'un engagement de versement d'une rente viagère à terme d'avance pris sur une tête d'âge x à l'origine pour une durée n différé de m année et pour un montant de rente $R=1 \text{ €}$ est noté :

$$\frac{N_{x+m}}{D_x}$$

Avec $N_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} D_x$ et $D_x = l_x v^x$ où v est le facteur d'actualisation au taux i : $v = \frac{1}{1+i}$

m étant la durée du différé dans notre exemple $x + m = \hat{\text{âge de départ à la retraite}}$

Coté assuré : La VAP d'un engagement de versement d'une prime x à terme d'avance temporaire de m année pour un montant de prime $P=1 \text{ €}$:

$$\frac{N_x - N_{x+m}}{D_x}$$

Le principe de tarification reposera sur l'égalisation de l'équation :

VAP (assuré) = VAP (assureur)

$$P \cdot \frac{N_x - N_{x+m}}{D_x} = R \cdot \frac{N_{x+m}}{D_x}$$

$$P = R \cdot \frac{N_{x+m}}{D_x} \cdot \frac{D_x}{N_x - N_{x+m}}$$

P la prime pure correspondra alors au coût de la couverture du risque. Cependant, Il n'en demeure pas moins que la prime doit être évaluée avec prudence puisque dans un contrat d'assurance vie, quelle que soit la durée, l'assureur n'a pas le moyen de modifier en cours de garantie les conditions tarifaires qu'il a définies à la souscription. Il doit alors faire une évaluation prudente des charges et recettes futures. Bien que la prime pure résulte de l'égalité entre la valeur actuelle probable (VAP) des flux de cotisation générés par l'assuré et la VAP des flux de prestation versés par l'assureur. On doit y ajouter des chargements liés aux frais de gestion, d'acquisition ainsi que la rémunération des fonds propres (versement de dividendes aux actionnaires), ce qui donnera in fine la prime commerciale notée PC correspondante à la prime réellement payée par l'assuré à la signature du contrat.

Prime commerciale = Prime pure + Chargements de gestion et d'acquisitions + Chargement de sécurité

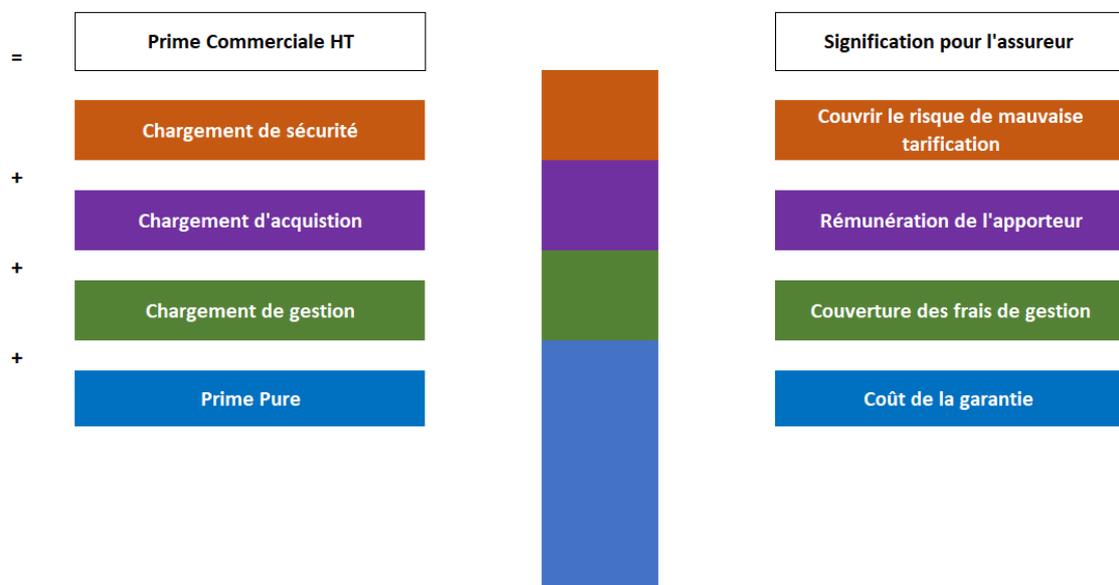
Par simplification nous engloberons tous les chargements dans un coefficient noté θ .

$$\text{Ainsi } PC = P + \theta.$$

Par convention nous supposons que les chargements sont proportionnels à la prime commerciale dès lors nous obtiendrons :

$$P = PC (1 - \theta). \text{ Et donc } PC = \frac{P}{1 - \theta}.$$

Ces chargements sur prime pure couvriront les frais de la compagnie d'assurance et représentent un élément important de sa santé financière. Ainsi la prime d'assurance payée par l'assuré se compose de différentes parties :



En effet, bien que bénéficiant de l'effet de mutualisation, l'assureur ne peut se contenter de demander la prime pure des risques qu'il assure. La mutualisation ne saurait être parfaite et dès lors ne demander que la prime pure reviendrait à ce que, en moyenne, la société d'assurance soit en perte près d'un exercice sur deux. Le niveau de fonds propres vient ensuite comme un matelas de sécurité destiné à amortir une sinistralité excessive mais aussi des placements risqués. Le but de cette première partie est de présenter les outils permettant la mesure des risques dans une démarche assurantielle de contrôle et de gestion du risque.

Les outils mathématiques de l'analyse des risques

Cette partie du mémoire est inspirée de la Thèse de Pierre-Emmanuel THEROND portant sur la mesure et gestion des risques en assurance en 2007 ainsi que le cours sur les Copules risques corrélés d'Arthur Charpentier.

Mesure de risque

On appelle mesure de risque toute application $\rho : \Gamma \rightarrow R_+ \cup \{+\infty\}$ associant un risque $X \in \Gamma$ à un réel $\rho(X) \in R_+ \cup \{+\infty\}$.

Cette définition nous permet d'établir que lorsque l'espérance, la variance ou l'écart-type existent alors ils sont des mesures de risque.

$\rho(X)$ représente un montant monétaire dont la compagnie doit disposer pour se couvrir contre le risque X . Plus le montant monétaire $\rho(X)$ est important, plus l'actif X est risqué et « critique ».

Une mesure de risque permet donc d'associer un réel à un risque. La comparaison entre deux variables aléatoires étant souvent compliquée, la mesure de risque va permettre de comparer deux réels.

En particulier, l'espérance, la variance ou l'écart-type sont des mesures de risque lorsqu'ils existent. Même si un grand nombre d'applications peuvent répondre à la définition de mesure de risque (fonctionnelle réelle positive d'une variable aléatoire), il est souvent exigé d'une mesure de risque d'avoir certaines propriétés pour être « satisfaisante ».

Chargement de sécurité

Le chargement de sécurité est étroitement lié au concept de tarification. Il vient au-delà des chargements de gestion et d'acquisition, qui eux permettent de financer les coûts et frais de l'assureur (rémunération du capital, frais de gestion...etc). En effet, ce principe ajoute une marge de sécurité positive qui signifie qu'il faudra exiger une prime supérieure à celle calculée si la mutualisation des risques est parfaite (la prime commerciale est par définition supérieure à la prime pure). Le non-respect de cette propriété conduit l'assureur avec certitude à la ruine.

Définition 1 :

Une mesure de risque ρ contient un chargement de sécurité si pour tout risque $X \in \Gamma$, on a $\rho(X) \geq E[X]$. Ceci traduit le fait qu'à minima le capital à définir doit être supérieur à la perte moyenne.

Mesure de risque cohérente

Par définition, toute fonctionnelle réelle positive d'une variable aléatoire peut être considérée comme étant une mesure des risques. Cependant on exige tout de même qu'une mesure de risque possède une partie des propriétés suivantes :

- Invariance par translation : $\rho(X + c) = \rho(X) + c ; \forall X \in \Gamma, \forall c \in \mathbb{R}$
- Sous-additivité : $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y) ; \forall X, Y \in \Gamma$
- Homogénéité : $\rho(cX) = c \rho(X) ; \forall X \in \Gamma, \forall c \in \mathbb{R}_+$
- Monotonie : $\Pr[X < Y] = 1 \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y) ; \forall X, Y \in \Gamma$

Interprétation dans le cadre de la définition d'un capital de solvabilité d'une société d'assurance :

- Invariance par translation : l'ajout d'une constante négative ou positive (perte ou gain certain) à un risque augmente (respectivement diminue) de la même façon la mesure de ce risque.
- Sous-additivité : signifie que le risque agrégé d'un portefeuille ne peut être supérieur à la somme des risques de ses composants du fait de la corrélation entre eux (gain de diversification). Ainsi le capital requis après agrégation de deux risques est inférieur à la somme des besoins en capital de chaque risque pris unitairement.
- Homogénéité : traduit le fait que le risque associé à un actif est proportionnel à son poids
- Monotonie : un actif moins risqué générera moins de capital de solvabilité.

Une mesure de risque cohérente se traduit par la réunion de ces quatre axiomes. Cette notion de cohérence n'est toutefois pas tout le temps respecté, en effet les mesures de risques les plus usuelles ne le sont pas c'est le cas notamment de la Value-at-Ris (Var) ou encore de la variance.

L'utilisation d'une mesure de risque cohérente permet un cadre mathématique confortable même si elle ne traduit pas les réalités économiques et peut s'avérer inefficace dans certains cas d'études. C'est aussi, le critère de sous-additivité qui se traduit par la diversification ne réduit pas réellement la probabilité de ruine, même s'il permet à l'entreprise de décentraliser ses activités sans générer un capital supplémentaire.

Mesure de risque Comonotone additive

Il sera utile de rappeler qu'un vecteur aléatoire $(X_1 ; X_2) \in \Gamma^2$, de fonctions de répartition marginales F_1, F_2 est un vecteur comonotone s'il existe une variable aléatoire U de loi uniforme sur $[0 ; 1]$ telle que $(X_1 ; X_2)$ a la même loi que :

$$(F_1^{-1}(U), F_2^{-1}(U)).$$

Définition 2 Mesure de risque comonotone

On appelle mesure de risque comonotone additive toute mesure de risque ρ telle que :

$$\rho(X_1 + X_2) = \rho(X_1) + \rho(X_2) ; \text{ pour tous vecteurs comonotones } (X_1 ; X_2) \in \Gamma^2$$

Dans le cadre du calcul du capital de solvabilité, une mesure de risque Comonotone additive ne génère pas de bénéfice de diversification. Les deux risques monotones ne se mutualisent donc pas.

Cette propriété est souhaitable Pour une mesure utilisée pour déterminer un capital de solvabilité car une fois que le risque U se produit, les risques X_1 et X_2 se produisent également à mesure U augmente.

Les différentes mesures de risque

Dans cette partie nous décrirons les mesures de risque les plus utilisées depuis la mise en place de Solvabilité 2. Nous détaillerons notamment la Value-at-Risk et la Tail-Value at-Risk puisqu'elles sont la base de calcul du niveau prudentiel des provisions techniques et du besoin en fonds propres : le « capital économique cible » ou Solvency Capital Requirement (SCR).

L'écart-type et la variance

Historiquement, l'écart-type et la variance sont les premières mesures de risque à avoir été utilisées et notamment dans le critère de Markowitz (moyenne-covariance) dans la théorie d'évaluation des actifs. Ces deux mesures de risques sont calculées en fonction de la volatilité du risque et plus la volatilité d'une variable aléatoire est élevée, plus son risque est fort.

Pour tout risque $X \in \mathbb{I}$, l'expression de son écart-type est donnée par :

$$\sigma_X = \sqrt{E[(X - E[X])^2]} = \sqrt{E[X^2] - E[X]^2}$$

D'où la variance :

$$V(X) = \sigma_X^2 = E[(X - E[X])^2]$$

Dans le contexte assurantiel, l'écart-type n'est pas une mesure cohérente car elle ne satisfait pas les critères de monotonie et d'invariance par translation. Nous privilégierons la notion de variance qui s'apparente à la volatilité du risque

La Value-at-Risk (VaR)

La Value-at-Risk (VAR) ou valeur exposée au risque (qu'on appelle parfois en français) est une mesure qui permet de résumer en un seul nombre l'exposition au risque d'un portefeuille ou d'une position. Les institutions financières se fondent sur la VAR pour déterminer le niveau de capitaux propres à posséder en regard des positions risquées qu'elles détiennent.

La Value-at-Risk est la mesure de risque sur laquelle repose l'évaluation de capital de solvabilité réglementaire dans la démarche prudentielle adoptée par Solvabilité II

Définition La Value-at-Risk (VaR)

La Value-at-Risk (VaR) de niveau α associé au risque $X \in \mathbb{I}$ est donnée par :

$$VaR(X, \alpha) = \text{Inf} \{x \mid P[X \leq x] \geq \alpha\} = F_{X-1}(\alpha).$$

Où F_{X-1} désigne la fonction quantile de la loi de X . On rappelle que, dans le cas général, la fonction quantile est la pseudo-inverse de la fonction de répartition, soit

$$F_X^{-1}(p) = \text{Inf} \{x \mid F(X) \geq p\}.$$

Le concept du *VaR* est directement lié à celui de probabilité de ruine puisque si une société, disposant d'un montant de « ressources » égal à (X, α) , assure un unique risque X , sa probabilité de ruine est égale à $1 - \alpha$.

La Value-at-Risk présente cependant deux principales limites :

Elle n'apporte pas d'informations sur le comportement de la distribution, au-delà du seuil considéré et elle n'est pas une mesure de risque cohérente car elle ne respecte pas toujours la propriété de sous-additivité et ne permet donc pas de capter le principe de diversification.

Ce dernier point de la Value-at-Risk peut se démontrer à l'aide d'un contre-exemple :
 Considérons X et Y deux variables aléatoires indépendantes de lois de Pareto :
 Avec $X \sim \text{Par}(1, 1)$ et $Y \sim \text{Par}(1, 1)$:

$$P(X > t) = P(Y > t) = \frac{1}{(1+t)}, t > 0.$$

Nous avons alors

$$\text{VaR}(X, \alpha) = \text{VaR}(Y, \alpha) = \frac{1}{(1+\alpha)} - 1.$$

De plus, on peut vérifier que

$$P[X+Y \leq t] = 1 - \frac{2}{(2+t)} + 2 \frac{\log(1+t)}{(2+t)^2}, t > 0.$$

Comme nous avons :

$$P[X + Y \leq 2\text{VaR}[X; \alpha]] = \alpha - \frac{(1-\alpha)^2}{2} * \log\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) < \alpha.$$

Dès lors, l'inégalité ci-dessous est vraie quel que soit α de sorte que la VaR ne peut pas être sous additive :

$$\text{VaR}(X; \alpha) + \text{VaR}(Y; \alpha) < \text{VaR}(X + Y; \alpha).$$

En revanche, la Value-at-Risk a d'autres propriétés mathématiques qui rend les calculs plus confortables en termes de modélisation des risques, le fait que pour toute fonction g croissante et continue à gauche, on a :

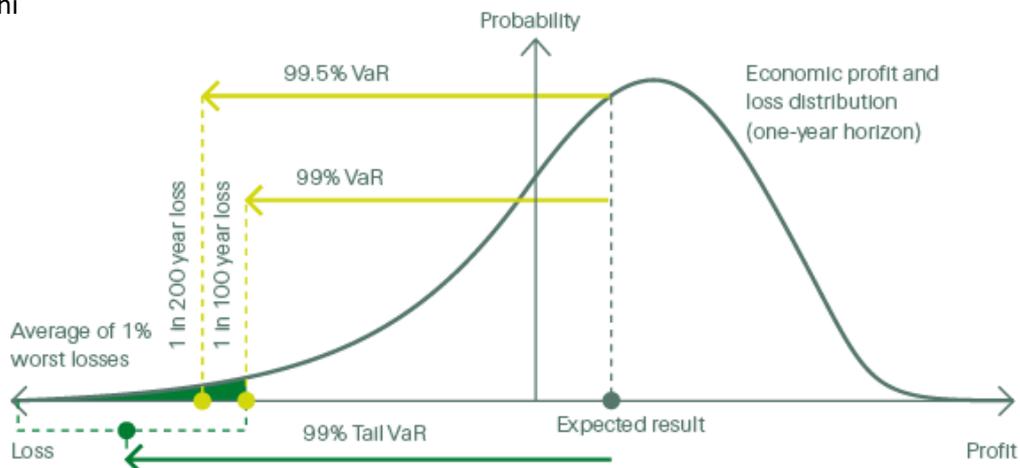
$$\text{VaR}(g(X), \alpha) = g(\text{VaR}(X, \alpha)).$$

Ceci découle de cette propriété en prenant $g = F_1^{-1} + F_2^{-1}$ et $X = U$, que les VaR sont comonotones additives puisque pour tout $\alpha \in]0; 1[$, on a :

$$\text{VaR}((F_1^{-1} + F_2^{-1})(U), \alpha) = (F_1^{-1} + F_2^{-1})(\text{VaR}(U, \alpha)).$$

La Tail-Value-at-Risk (TVAR)

La Tail-Value-at-Risk, notée $TVAR$, est une mesure alternative à la Value-at-Risk qui est tout aussi utilisée dans le cadre des modèles internes en assurance. Si la Value-at-Risk s'intéressait aux probabilités d'évènements rares et extrêmes, la Tail-Value-at-Risk quant à elle permet de mesurer en moyenne ce qu'il se passe lorsque des évènements extrêmes surviennent sous réserve que le seuil soit franchi



Cette mesure de risque est plus complexe à mettre en œuvre car elle consiste à mesurer une espérance sur des valeurs extrêmes d'une distribution qui ne sont pas directement observées la plupart du temps.

Définition 3.1 La Tail Value-at-Risk au niveau α , notée $TVaR(X; \alpha)$ est définie par :

$$TVaR(X, t) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 VaR(X, t) dt.$$

La $TVaR$ peut aussi s'exprimer complètement en fonction de la VaR :

$$TVaR(X, \alpha) = VaR(X, \alpha) + \frac{1}{1-\alpha} E[(X - VaR(X, \alpha))^+].$$

La $TVaR$ est très sensible à la forme de la queue de distribution car le deuxième terme du membre de droite représente la perte moyenne au-delà de la VaR .

Contrairement à la Var la $TVaR$ est une mesure sous-additive et donc cohérente. La $TVaR$ est comonotone additive du fait qu'elle résulte d'une somme de VaR qui sont-elles mêmes comonotones additives.

Elle inclut un chargement de sécurité car pour tout

$$\alpha \geq 0; TVaR(X, \alpha) \geq TVaR(X, 0) = E[X].$$

La Conditional-Value-at-Risk

La Conditional-Value-at-Risk au niveau de probabilité α , notée $CVaR(X, \alpha)$ correspondant à l'excédent moyen au-delà de la VaR ou simplement la valeur moyenne des pertes dépassant la VaR au niveau α :

$$CVaR(X, \alpha) = E[X - VaR(X, \alpha) | X > VaR(X, \alpha)].$$

On remarquera que la $CVaR$ correspond à la $TVaR$ lorsque la fonction de répartition du risque X est continue.

Les différentes approches de la Value-at-Risk

En pratique, on peut appréhender le calcul de la VaR de différentes manières :

- **La VaR analytique (ou approche variance covariance)** cette méthode repose sur trois hypothèses de simplification : l'indépendance temporelle des variations de la valeur du portefeuille, la normalité des facteurs de risques et la linéarité entre les facteurs de risques et la valeur du portefeuille. Ses principaux inconvénients sont l'hypothèse de normalité du vecteur de facteurs de risque, leurs identifications mesurer les corrélations entre eux.
- **La VaR historique** quant à elle n'impose pas d'hypothèses sur la loi des facteurs de risque à la différence de la méthode analytique. Même s'il reste nécessaire d'avoir un modèle sous-jacent pour les estimer. La VaR historique présente l'avantage d'estimer la distribution jointe des facteurs de risques en se basant sur leurs variations historiques. Cette approche est très utilisée dans la pratique car son concept est simple, elle est facile à implémenter. Néanmoins, la difficulté repose sur le besoin d'un grand nombre d'observations pour estimer un quantile ce qui implique de longs calculs.
- **La VaR Monte-Carlo** est basée sur la valorisation du portefeuille en simulant des facteurs de risque dont on se donne la distribution. Il suffit alors de calculer le quantile correspondant tout comme pour la méthode de la VaR historique. La principale différence avec la VaR historique repose sur le fait que cette dernière utilise les facteurs passés, alors que la VaR

Monte-Carlo utilise les facteurs simulés. Le fait de simuler ce qui nécessite beaucoup plus de temps de calcul et d'effort de modélisation.

Mesure de dépendance et théorie des copules

Introduction aux copules

En gestion des risques, il est souvent complexe d'estimer la dépendance entre plusieurs variables et de modéliser le risque joint. Dans cette optique, l'apport des copules est de permettre de décomposer la modélisation en deux étapes distinctes :

- Choix et estimation des lois marginales : la première étape consiste à modéliser les variables prises individuellement. Dans notre cas, ces variables seront notamment les sous-risques d'assurance-vie que nous verrons par la suite (risque de mortalité, risque de longévité...). On choisit donc une loi dans le but de modéliser ces facteurs de risque (loi qui peut être une hypothèse) et on en estime les paramètres.
- Modélisation de la structure de dépendance : une fois la loi estimée pour chacune des marges de la copule, on estime une structure de dépendance qui représente les liens existants entre les différentes variables.

La théorie des copules

Le concept de copule a été introduit par Abe Sklar en 1959, comme solution d'un problème de probabilité énoncé par Maurice Fréchet dans le cadre des espaces métriques aléatoires. Cette partie est une introduction à la théorie des copules, il en présente de manière succincte les principales définitions et outils.

Une copule est une fonction de répartition multivariée C définie sur l'hypercube $[0 ; 1]^n$ et dont les marginales sont uniformes sur $[0 ; 1]$

Théorème de Sklar [1959] :

Soit F une fonction de répartition n -dimensionnelle avec des marginales F_1, \dots, F_n , alors il existe une n -copule C telle que pour tout x de R^n ,

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)).$$

Le théorème de Sklar appliqué à des variables aléatoires continues conduit au théorème suivant :

Théorème 2

Soit (X_1, \dots, X_n) un vecteur de variables aléatoires continues admettant F_1, \dots, F_n comme fonctions de répartition marginales et F comme fonction de répartition jointe, alors il existe une copule C qui vérifie la relation du théorème de Sklar. Si les marginales F_1, \dots, F_n sont continues, alors C est unique, autrement C est uniquement déterminée sur $\text{Im}(F_1) \times \dots \times \text{Im}(F_n)$. ($\text{Im}(X)$ représentant l'ensemble des valeurs prises par X).

A partir du théorème 2, on voit qu'une copule permet l'expression d'une fonction de répartition multivariée selon ses lois marginales et que cette copule résume toute la structure de dépendance. Une copule n'est autre qu'une fonction de répartition dont les lois marginales sont uniformes, ce qui conduit à une expression probabiliste simple de la copule :

$$C(u_1, \dots, u_n) = P(U_1 \leq u_1, \dots, U_n \leq u_n)$$

Avec les copules, on ne travaille plus en nombre ou montant mais en rang. En effet, dans la pratique nous transformons linéairement les réalisations (x_1, \dots, x_n) en uniformes empiriques (u_1, \dots, u_n) ou $u_i = \frac{\text{Rang}(x_i)}{(n+1)}$ pour tout i de 1 à n .

Densité d'une copule

La densité c d'une copule C , si elle existe est définie comme suit

$$c(u_1, \dots, u_n) = \frac{\partial^n C}{\partial u_1 \dots \partial u_n}(u_1, \dots, u_n).$$

Exemples de copules :

Gaussienne : $C(u_1, \dots, u_n, \rho) = \Phi_\rho(N^{-1}(u_1), \dots, N^{-1}(u_n))$.

Clayton: $C(u, v, \theta) = \Phi_\rho(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$.

Franck : $C(u, v, \theta) = -\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{\exp(-\theta u) - 1}{\exp(-\theta) - 1} \frac{\exp(-\theta v) - 1}{\exp(-\theta) - 1} \right)$.

Gumbel : $= \exp(-[(-\ln(u))^\theta + (-\ln(v))^\theta]^{\frac{1}{\theta}})$.

Φ_ρ est la distribution normale multivariée de matrice de corrélations ρ .

Application des copules en assurance

L'une des applications directes des copules en assurance réside dans le cadre de l'agrégation des risques lorsque la mesure de risque choisie est la VaR. En effet :
 $VaR(X_i, \alpha) = F_{X_i}^{-1}(\alpha)$.

Dans le cas de deux risques et en se basant sur la définition d'une copule, on peut écrire :

$$F_{X_1+X_2}(x) = \int_{x_1+x_2 \leq x} dC((F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2))).$$

Mesures de concordance

Rappelons la notion de concordance :

Soient (x, y) et (\tilde{x}, \tilde{y}) deux réalisations d'un vecteur aléatoire continu (X, Y) alors (x, y) et (\tilde{x}, \tilde{y}) sont dites concordantes si $(x - \tilde{x})(y - \tilde{y}) > 0$ et discordantes si $(x - \tilde{x})(y - \tilde{y}) < 0$

Soit K une mesure de concordance pour des variables aléatoires continues X et Y

Si Y est une fonction croissante de X , alors $K(X, Y) = 1$

Si Y est une fonction décroissante de X , alors $K(X, Y) = -1$

Si α et β sont des fonctions strictement croissantes, alors

$$K(\alpha(X), \beta(Y)) = K(X, Y)$$

Au vu de ce théorème, nous pouvons en déduire que le coefficient de corrélation linéaire de Pearson n'est pas invariant par transformation strictement croissante voir (CADOUX D., LOIZEAU 2003). La corrélation linéaire n'est pas une mesure de concordance. En revanche, le taux de Kendall (probabilité

de concordance des rangs moins probabilité de discordance des rangs), le rho de Spearman (coefficient de corrélation de Pearson, mais calculé sur les rangs des deux variables) et l'indice de Gini (mesure d'équipartition de deux échantillons sont trois mesures de concordance connues en statistique. Ces coefficients permettent d'établir une mesure de la corrélation entre les rangs des observations, à la différence du coefficient de corrélation linéaire qui lui détermine la corrélation entre les valeurs des observations. Ils offrent par ailleurs l'avantage d'être associés à la structure de dépendance du couple de variables aléatoires et on peut donc logiquement les en exprimer en fonction de la copule associée.

Elles offrent par ailleurs l'avantage de s'exprimer simplement en fonction de la copule associée au couple de variables

Indice	Estimateur	Expression copule
Rho de Spearman	$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$	$\rho = 12 \int_0^1 \int_0^1 u_1 u_2 dC(u_1, u_2) - 3$
Tau de Kendall	$\tau = \frac{4R}{n(n-1)} - 1$	$\tau = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 1$
Indice de Gini	$\gamma = \frac{\sum_{i,j=1}^n x_i - x_j }{2\mu n^2}$	$\gamma = 2 \int_0^1 \int_0^1 (u_1 + u_2 - 1 - u_1 - u_2) dC(u_1, u_2)$

- Le d_i de la formule du ρ de Spearman représente la différence des rangs de l'individu i dans chacun des classements
- Dans l'expression du τ de Kendall, R désigne la somme sur tous les individus du nombre de paires concordantes
- Dans celle de l'indice de Gini μ représente l'Esperance de distribution

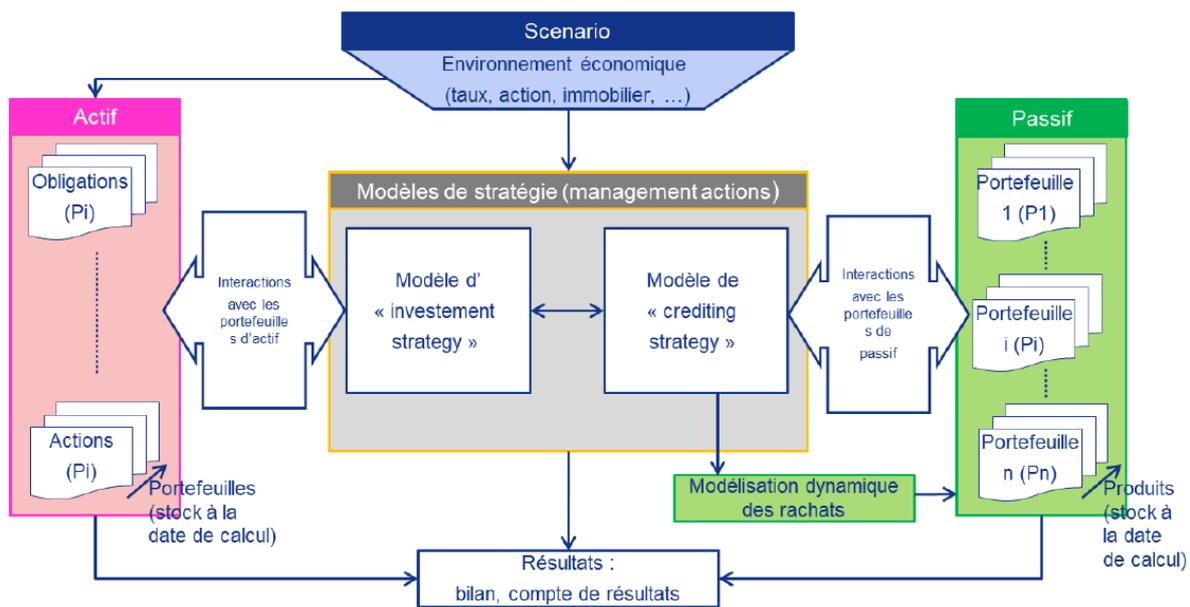
Le modèle interne d'Allianz

Le modèle interne intègre un modèle actif passif qui permet de répliquer le passif dans les marchés financiers.

Le modèle Allianz *ALIM Asset and Liabilities Interaction Management* est le modèle actif-passif d'Allianz France, il permet de modéliser les interactions entre l'actif et le passif. *ALIM* projette les cash-flows selon différents scénarios déterministes et stochastiques et simule ainsi l'évolution du bilan économique d'Allianz. D'une manière générale, *ALIM* intègre les hypothèses commerciales, les engagements contractuels lors des souscriptions des contrats d'assurance, le comportement dynamique des assurés ainsi que la stratégie d'allocation d'actifs, le calcul et la variation des BEL et enfin la détermination du SCR.

Architecture du modèle :

Le modèle *ALIM* comporte quatre modules principaux qui correspondent aux différents inputs nécessaires pour le calcul de la valeur économique des engagements. Figure ci-dessous :



➤ **Scénario** : ce module définit l'environnement économique en déterminant différents scénarios de marché (rendement des actions, maturité des obligations, valeur de l'immobilier...etc). Il définit les trajectoires économiques en date t afin de valoriser l'actif d'une part et projeter les cash-flows du passif d'autre part.

➤ **Actif** : Ce module comporte les cash-flows issus des placements financiers, valorisés en valeur de marché comme le préconise la réglementation afin d'en déduire un résultat financier du bilan économique SII mais aussi en norme comptable IFRS. Les investissements financiers sont regroupés par type d'investissement (obligations d'entreprises/ obligations d'état, etc...) et par segment d'actif (appelé aussi fonds ou cantons) qui peut être un regroupement de produits de mêmes caractéristiques, ou bien un seul produit cantonné.

➤ **Passif** : le module Passif considère en entrée la projection des flux déterministes agrégés des contrats d'assurance en les combinant avec les conditions particulières de souscription telles que le taux de participation aux bénéfices ou le taux de chargement par exemple. Un scénario « central » basé sur une seule trajectoire est calculé avec les informations du marché actuel. Ensuite, le modèle

va déformer les flux de passif en fonction de l'environnement économique en prenant en compte les rachats dynamiques et les liens entre produits (arbitrages et transferts de rentes).

➤ **Management Action** : ce dernier module représente un peu le cœur du modèle car il est chargé de modéliser l'interaction actif-passif, qui affecte principalement les actifs du bilan en gérant la stratégie d'investissement ainsi que la politique de participation aux bénéficiaires sur les fonds euros, en charge de modéliser les interactions actif-passif, impacte principalement les actifs du bilan.

Modélisation de l'actif et du passif

Le modèle Actif-Passif *ALIM* combine l'Investment Strategy IS et le Crediting Strategy

Pour les actifs, le modèle prend en entrée les actifs agrégés ligne à ligne par classe et caractéristiques homogènes permettant une simplification du stock. Les actifs sont également regroupés par classe et par fonds. L'outil possède plusieurs fonctionnalités : la valorisation en valeur de marché des actifs, la comptabilisation des actifs en normes comptables locales, le calcul des cash-flows des actifs et le calcul de la richesse latente (plus ou moins value) par portefeuille.

En ce qui concerne le passif, le modèle prend en entrée la projection des flux déterministes agrégés ainsi que les caractéristiques des produits (chargement sur encours, taux de participation aux bénéficiaires, etc). Ensuite, le modèle va déformer les flux de passif en fonction de l'environnement économique en prenant en compte les rachats dynamiques et les liens entre produits (arbitrages et transferts de rentes).

Modélisation de la Crediting Strategy et de l'Investment Strategy

L'Investment Strategy (IS) fait référence à la politique d'investissement à moyen terme (> 1 ans) mise en œuvre par Allianz pour gérer ses actifs à l'égard des passifs de la compagnie (Bel, Fonds propres, prestations...etc). L'IS est revue tous les ans et définit la pondération d'allocation cible par classe d'actifs au vu de l'environnement économique tout en permettant une marge de tolérance. En réalisant des achats et ventes d'actifs L'IS impacte donc le taux de rendement des actifs affectant ainsi le taux de participation aux bénéficiaires (PB) accordés aux assurés. Cette stratégie agit sur la partie Actif du bilan et a un lien étroit et direct avec la Crediting Strategy.

Avant de détailler la Crediting Strategy il est nécessaire d'introduire la **Provision pour Participation aux Excédents (PPE)** : l'assureur se doit de rétribuer une partie de ses bénéfices financiers aux assurés, en France il dispose d'un délai de huit ans afin d'affecter les profits réalisés. Par conséquent, la participation aux bénéfices peut être versée immédiatement, ou alors être stockée sous forme de provision afin lisser dans le temps le taux de rendement moyen servi aux assurés et de la verser de manière différée ce qui permettra de lisser le résultat. La PPE appartient entièrement aux assurés.

Exemple de la dotation et de la reprise de la PPE :

Notons tr le taux de rendement financier à l'actif, l'assureur se doit de redistribuer un taux de Participation au bénéfice qui équivaut à $85\%tr$

Au passif, les assurés ont été revalorisés à hauteur du Taux Minimum Garantie tmg

o Si $tmg > 85\%tr$, l'assureur reprendra de la PPE en la réduisant de $tmg - 85\%tr$

o Si $tmg < 85\%tr$, l'assureur va doter son stock de PPE de l'excédent $tmg - 85\%tr$

De part ce mécanisme de dotation et de reprise, cette provision permet soit de lisser les rendements des contrats et d'offrir ainsi une rémunération stable, soit de palier aux résultats d'une année marquée à la baisse.

L'adéquation de la redistribution de cette Participation est gérée par la Crediting strategy.

La Crediting Strategy (CS) correspond à la politique de participation aux bénéfices mise en place par Allianz France pour ses contrats en euros. Cette politique tient compte de la distribution des produits financiers issus des actifs mis au regard des provisions techniques ainsi que des règles de partage entre assureur et assurés. Les assureurs sont tenus légalement de redistribuer au souscripteur d'un contrat d'assurance vie en euros un minimum de 85% du solde du compte de résultat financier, autrement dit des gains réalisés grâce au placement de l'épargne des souscripteurs, et au moins 90% des bénéfices techniques (différence entre les frais prélevés par la compagnie et les frais réels). Ainsi, la CS consiste à choisir une participation aux bénéfices éventuellement supérieure au minimum légal pour les contrats d'assurance vie (afin de proposer un contrat attractif), elle interagit donc avec le passif du bilan.

Techniques de calcul de la distribution des fonds propres

Afin d'assurer sa solvabilité, différentes méthodes de simulations sont disponibles pour déterminer le BEL et le quantile de la distribution des pertes de fonds propres à horizon un an. Nous en montrerons certaines avec comme source de graphique les Archives-ouvertes HAL.

Rappel :

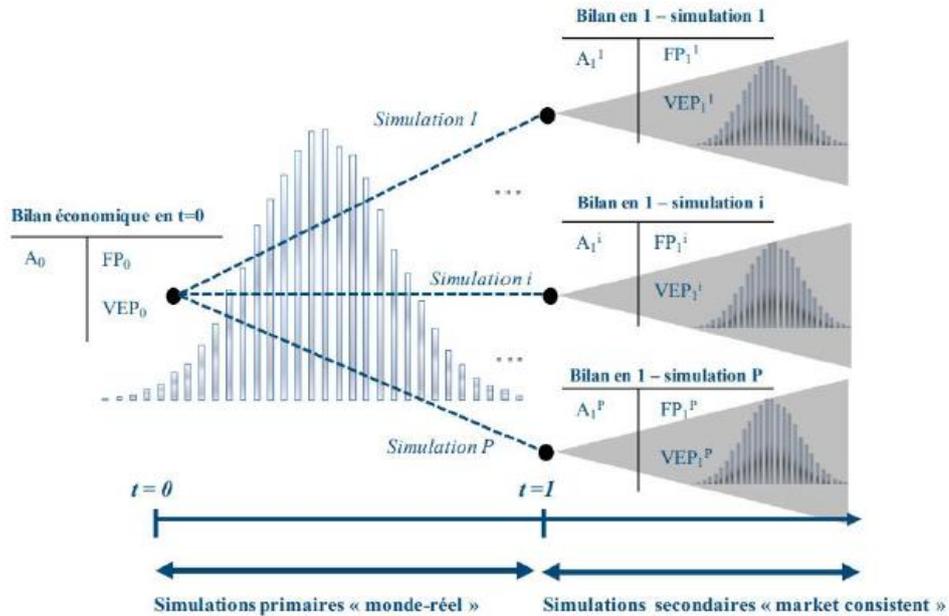
Deux univers de probabilité sont utilisés dans les calculs actuariels : l'univers historique (monde réel) et l'univers risque-neutre (market consistent).

Le monde réel est associé à la probabilité historique (P). Il correspond au monde dans lequel les agents économiques sont averse aux risques de l'aversion pour le risque. C'est sous cette probabilité que les trajectoires des historiques de prix des actifs sont observées et leurs rendements incluent donc les primes de risque. Il représente l'état du monde tel qu'il est identifié sur le marché.

Cependant, afin d'évaluer les postes du bilan, la probabilité risque neutre (Q) est utilisée. Sous cette probabilité qui est équivalente à la probabilité historique (P), les prix actualisés des actifs sont des Martingales. L'existence et l'unicité de cette probabilité reposent sur les hypothèses de complétude des marchés et d'absence d'opportunité d'arbitrage : Les instruments financiers se comportent comme des actifs sans risque et il n'y a donc pas de prime de risque et par conséquent les taux de rendement et les taux d'actualisation sont identiques. La probabilité risque-neutre permet ainsi d'utiliser les anticipations de flux futurs actualisés à travers le calcul de leur espérance afin de déterminer les éléments du bilan en valeur de marché.

La méthode des Simulations dans les Simulations

La méthode des « Simulations dans les Simulations » notée « SdS ». Elle est basée sur des simulations de Monte-Carlo et est la technique la plus précise pour calculer le capital économique, elle est donc plus adéquate à la réglementation Solvabilité II. Comme le montre la figure ci-dessous, la méthode « SdS » est réalisée en deux étapes, combinant des estimations en univers monde-réel et risque-neutre :



La méthode consiste à simuler P simulations « monde réels », nommées simulations primaires la première année puis en $t=1$ démarre la seconde étape qui effectuera pour chaque simulation primaire, S simulations secondaires en univers risque neutre sur les 59 années suivantes conditionnellement aux réalisations des P simulations primaires.

Cette technique permet donc de simuler les risques en univers monde-réel sur la première période, tout en respectant le principe de valorisation market consistent par la suite : P simulations primaires de qui permettent de calculer le quantile à 0.5% de la distribution des fonds propres en fin de première année puis S simulations secondaires en univers risque neutre sur les 59 années suivantes, simulées conditionnellement aux P réalisations primaires, ce qui permet de déduire le SCR.

Ces deux paliers de simulations cumulés s'expriment donc par P simulations primaires de distribution des fonds propres correspondant chacune à la moyenne de ses S simulations secondaires successives. On peut donc écrire, pour chaque $k=1, \dots, P$:

$$FP_k = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S FP_k^i.$$

Dans la pratique et selon la taille des institutions d'assurance, cette technique peut s'avérer dispendieuse en de temps de calcul : chez Allianz, la durée de ce calcul estimée serait de 2 ans. En effet, avec la multiplicité des produits et des facteurs de risques, nous pouvons facilement arriver à 50 000 simulations primaires X 1 000 simulations secondaires.

Cette technique est certes plus précise et plus conforme à Solvabilité II cependant, elle reste difficilement exploitable du fait de ce temps de calcul. Par conséquent, d'autres méthodes plus efficaces ont été développées pour calculer le SCR.

Les méthodes Curve Fitting et Least Square Monte-Carlo

Ces méthodes sont dites paramétriques consiste à déterminer, à partir de données historiques réelles sur des produits ou services comparables une formule d'estimation des pertes de fonds propres en fonction de facteurs de risques pertinents et du nombre de scenario sectionné

Curve fitting : Cette approche consiste en la distribution des fonds propres devient une fonction linéaire de facteurs de risques bien identifiés selon un nombre réduit de simulation primaires :

$$FP_k = f(r_1, \dots, r_k).$$

Ou f est une fonction à calibrer par régression des moindres carré ordinaires sur les facteurs de risque identifiés r_1, \dots, r_k

La démarche consiste en la réalisation de scénarios $P' < P$, puis la réalisation des S scénarios Secondaires associés et l'interpolation à toutes les valeurs aléas de fin de période le delta de scenario primaire ($P - P'$) permettant ainsi d'extrapoler les valeurs restantes de FP à un an.

Le but étant d'accélérer la procédure de calcul en réduisant le nombre de scénario primaire. Le nombre de simulation passe de $P \times S$ à $P' \times S$

Least Square Monte Carlo : La méthode est similaire à celle du curve fitting. La seule différence est que cette fois-ci au lieu de réduire P , on cherche à réduire S . La fonction f est calibrée à l'aide de P scénarios primaires pour lesquels on ne considère plus qu'un seul scénario secondaire. Avec cette méthode, le nombre de simulations est au total de P . Par conséquent, les valeurs de passif obtenues sont approximatives (S étant unique). On détermine alors une forme polynomiale qui est fonction des différents facteurs de risque et qui

$$FP_k = f(r_1, \dots, r_k).$$

Ou f est une fonction à calibrer par régression des moindres carré ordinaires sur les facteurs de risque identifiés r_1, \dots, r_k

Contrairement au curve fitting, la méthode peut s'appliquer à de nombreux facteurs de risque, incluant des facteurs de risque autres que marché en revanche des termes croisés sont utilisés pour tenir compte des interdépendances entre les facteurs de risque, la forme paramétrique devient donc difficile à interpréter.

Même si les méthodes paramétriques énoncées accélèrent la procédure de calcul, le facteur temps reste important dans le cas des grandes compagnies compte tenu de la multiplicité des produits et des risques auxquels ils ont à faire face. De plus, elles ne donnent quasiment aucune information sur la structure des passifs et l'erreur quadratique est difficilement quantifiable. C'est pour cela qu'Allianz a opté pour la méthode des portefeuilles répliquants.

La méthode des portefeuilles répliquants

Définition :

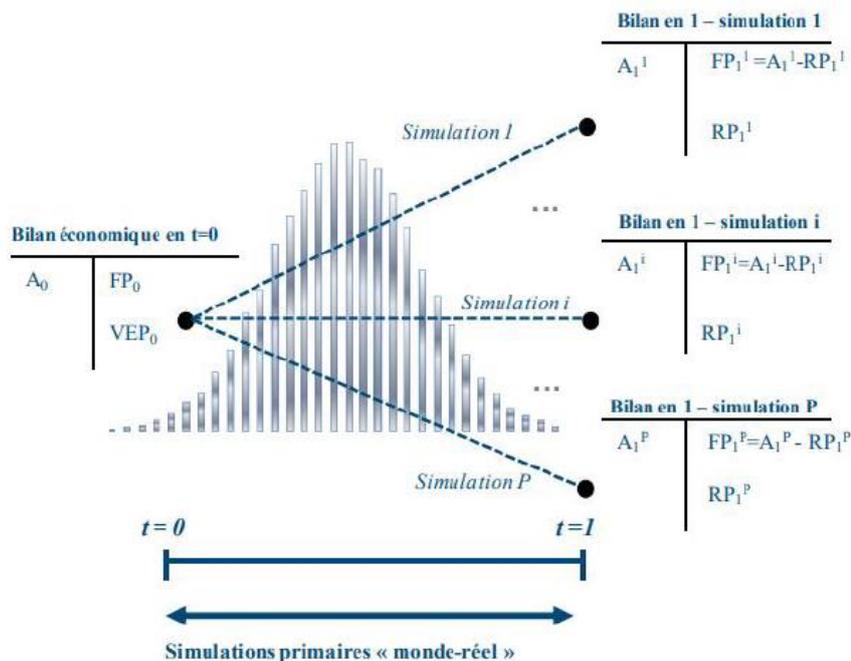
La méthodologie des portefeuilles répliquants est celle utilisée actuellement chez Allianz France Elle représente une alternative intéressante aux Simulations dans les Simulations (SdS) ou au Curve Fitting (CF). Cette approche consiste à estimer les passifs des contrats d'épargne ou de retraite à l'aide d'instruments financiers, dans une logique de valorisation Market Consistent.

L'hypothèse centrale de cette approche est que les caractéristiques des passifs de ces contrats sont similaires à ceux d'instruments financiers bien déterminés. Le principe est de trouver un portefeuille d'actifs financiers simples tels que des actions ou des obligations se comportant de manière analogue au passif d'assurance. Même si cette hypothèse est plutôt bien vérifiée dans l'ensemble, les risques techniques d'assurance tel que le rachat dynamique ou une dérive forte de la mortalité sont difficilement répliquables par des produits financiers. Aussi, lors du calcul du SCR, le périmètre des portefeuilles répliquants se limite en général au SCR de risque de marché.

Méthodologie

Un portefeuille répliquant d'un passif d'assurance est un portefeuille d'instruments financiers standards qui a la même valeur de marché "Market Consistent Value" et la même sensibilité aux différents facteurs de risque que le passif. Cette approche repose sur une analyse économique du passif. Les paramètres intrinsèques des actifs candidats (maturités, strikes, ...) sont aussi déterminés en fonction du produit (sa duration, les options garanties...).

Comme illustré ci-après, cette méthode consiste à approximer le *BEL* à l'aide de la valeur de marché d'une combinaison linéaire d'instruments financiers *RP* qui le répliquent. Ces instruments financiers utilisés se doivent d'être assez simples pour pouvoir être évalués à l'aide de formules fermées (ou de méthodes numériques peu coûteuses en temps de calcul). Ainsi, il n'est plus nécessaire de conserver les simulations secondaires pour déterminer le *SCR*



Méthodes d'agrégation des risques

Dans le cadre de la formule standard, les risques sont hiérarchisés en modules regroupant chacun plusieurs risques élémentaires i . Basé sur une approche « Bottom-up », le capital de chaque risque élémentaire C_i est évalué et ensuite agrégé à l'aide des matrices de corrélation définies par la formule au sein de chaque module de risques p (on parle d'agrégation intra-modulaire), et enfin entre chaque module de risque (agrégation inter-modulaire). La méthodologie peut être schématisée comme ci-dessous :



La formule de **l'agrégation intra-modulaire** est donnée par :

$$SCR_p = \sqrt{\sum_{(i,j) \in R^2_p} \rho_{i,j}^{R_p} K_i K_j}$$

Avec :

- $\rho_{i,j}^{R_p}$ le coefficient de corrélation entre les risques i et j du module p
- R_p l'ensemble de tous les risques du module p

La formule de **l'agrégation inter-modulaire** est donnée par :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{(i,j) \in P^2} \rho_{i,j}^P SCR_i SCR_j}$$

Avec :

- $\rho_{i,j}^M$ le coefficient de corrélation entre les modules i et j du module M
- P l'ensemble de tous les modules, $dim(P)=6$ dans le modèle interne d'Allianz

Dans le cas particulier où $P = 2$; on a :

$$BSCR_{I+J} = \sqrt{\rho_{I,I} SCR_I SCR_I + \rho_{J,J} SCR_J SCR_J + \rho_{I,J} SCR_I SCR_J + \rho_{J,I} SCR_J SCR_I}$$

$$BSCR_{I+J} = \sqrt{SCR_I^2 + SCR_J^2 + 2\rho_{J,I} SCR_J SCR_I}$$

Car $\rho_{I,I} = \rho_{J,J} = 100\%$ et $\rho_{I,J} = \rho_{J,I}$

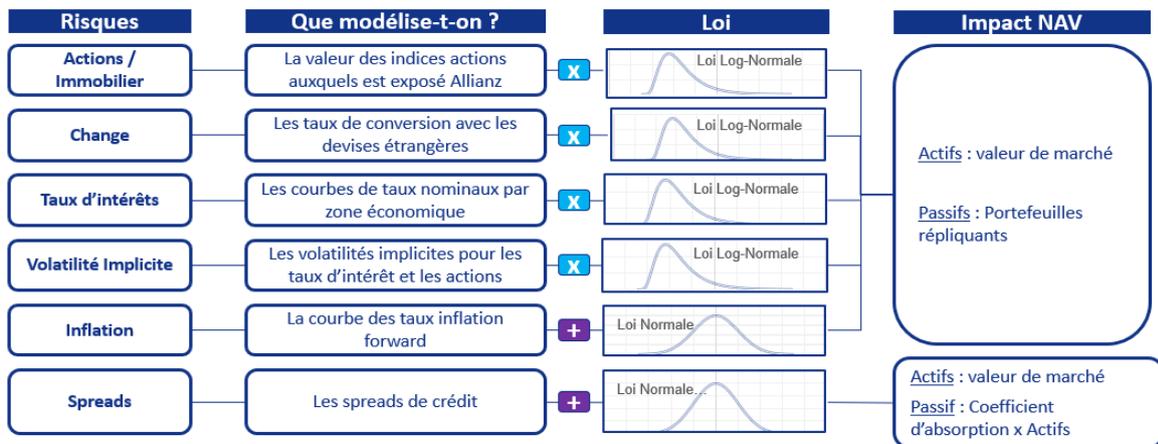
Agrégation dans le cadre du modèle interne

Dans cette partie, nous décrivons les diverses méthodes d'agrégation des facteurs de risques au niveau entité dans le cadre de modèle interne.

Présentation des risques de modèle Interne

Le modèle interne Allianz est plus fin en termes de typologie de risques. Ci-dessous, les modules de risques leurs différentes caractéristiques :

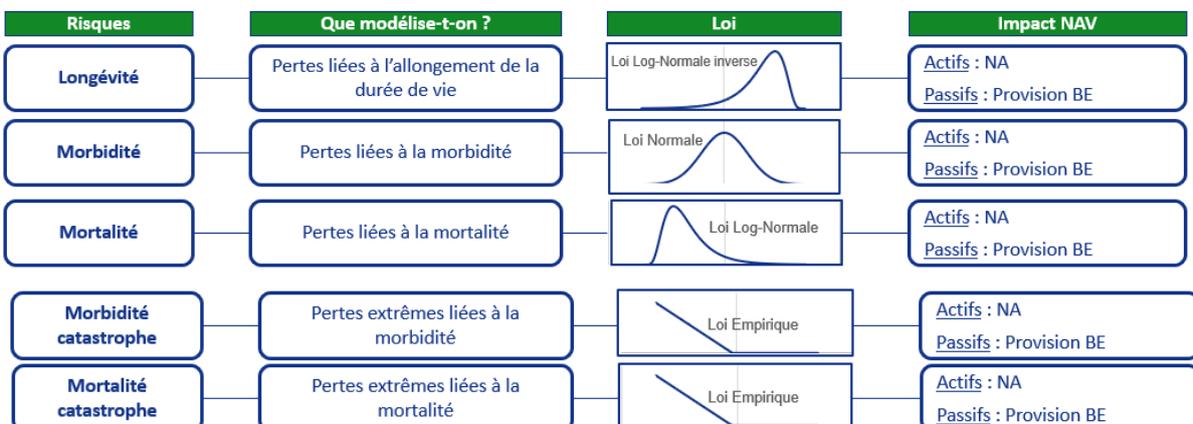
Les risques de marché peuvent être additifs ou multiplicatifs. Les distributions des facteurs de risques élémentaires sont déduites de l'historique des données marché quand ils sont cotés et par avis d'expert dans le cas contraire. Notons que le risque Spread est considéré séparément :



Le risque de crédit suit une distribution empirique :

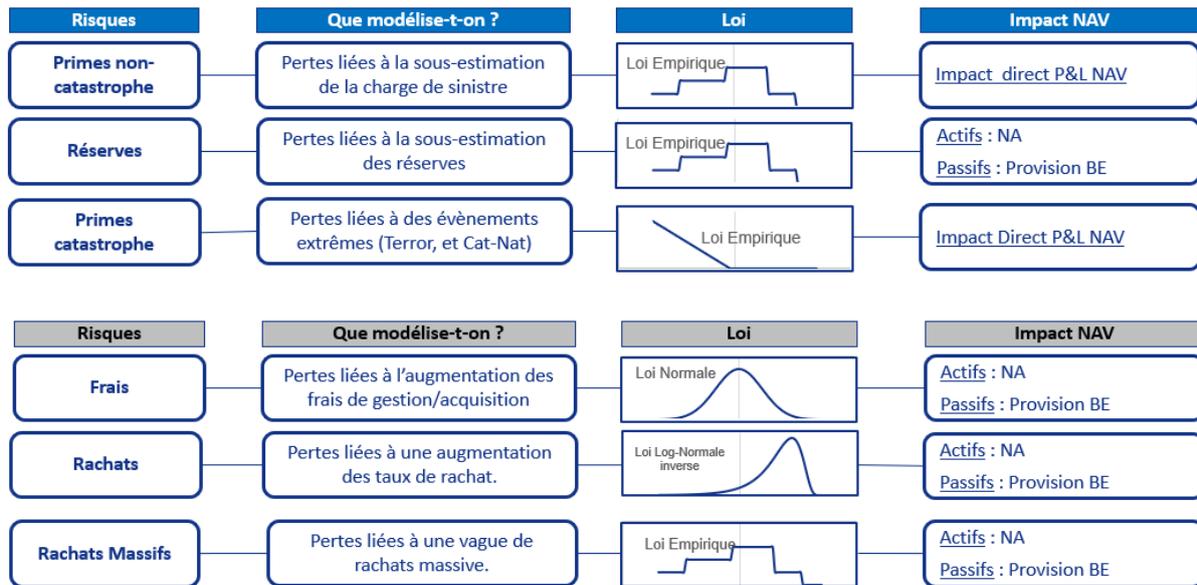


Les risques Actuariels Vie : la calibration des distributions se fait à l'aide d'un choc, par exemple en considérant une hausse de 20% de la mortalité.

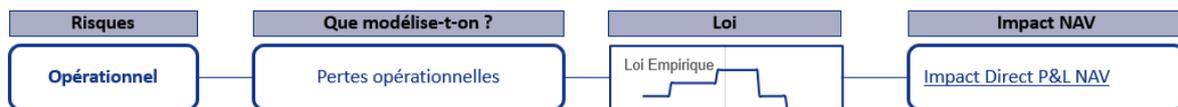


Les risques Actuariels Non-Vie : les risques de primes catastrophe sont des pertes extrêmes estimées au travers des scénarios alors que ceux de primes non-catastrophe ou de provisions suivent la distribution d'une matrice de flux :

Le risque de souscription :



Le risque opérationnel



Méthodologie d'agrégation dans un modèle interne

L'un des principaux objectifs du modèle interne est de déterminer une distribution empirique des pertes de fonds propres économiques $(\Delta FP_k)_{k=1, \dots, P}$, écart de la variation des valeurs de marché de l'actif et du *Best Estimate of Liabilities* ou *BEL* pour chaque distribution k . Cette distribution est estimée à l'aide de P simulations élémentaires et puis en considérant conjointement les pertes associées à chacun des risques modélisés pour prendre en compte les effets croisés ou l'agrégation.

$$\Delta FP_k = (Actif_k - Actif_{BE}) - (BEL_k - BEL_{BE}) ; k=1, \dots, P$$

Puis, en ordonnant les pertes, le *SCR* se déduit en prenant le quantile à 0.5% de la distribution qui correspond à la *pème* $(0.5\% * P)$ pire perte obtenue avec une approche *Value-at-Risk* ou *VaR*. Pour apporter plus de précision au calcul du *SCR*, Allianz utilise la *VaR Harrell-Davis* qui est plus robuste que la *VaR* en termes d'erreur statistique pour les quantiles extrêmes du fait qu'il utilise une bande plate de scénarios autour du quantile 0.5% au lieu de ne considérer que celui-ci. La *VaR Harrell-Davis* attribue ainsi un poids plus élevé aux scénarios autour du quantile. Dans un modèle interne, l'étape d'agrégation se fait selon les deux méthodes suivantes :

➤ **Agrégation par étapes intra-modulaire et inter-modulaire** (dans le cadre de la formule standard) : cette méthode diminue considérablement les informations de dépendance à intégrer dans l'agrégation. Le paramétrage se voit simplifier mais les dépendances au niveau du facteur de risque sont moins granulaires. A titre d'exemple, les dépendances des facteurs du module risque de marché avec les facteurs de risques Actuariels Vie ne sont incorporées qu'au global et non en détail. Dès lors La diversification entre facteurs de risques se voit réduire.

➤ **Agrégation en une seule étape** : dans cette approche, tous les facteurs de risques sont agrégés en une seule étape au niveau de l'entité. Combinée à l'approche d'agrégation des copules, cette approche basée sur un scénario complet donne une distribution conjointe de tous les facteurs de risques élémentaires. Par conséquent, lors de l'agrégation au niveau entité, toute la pertinence des dépendances entre facteur de risques a été pleinement prise en compte (c'est ce type d'agrégation qui est utilisé chez Allianz France). Toutefois, une agrégation au niveau module de risques peut être calculée. Par exemple le *SCR* du module Risques de marché est dans ce cas évalué en considérant les corrélations entre les risques élémentaires de ce même module. Comme nous l'avons souligné dans la première partie, l'utilisation des copules permet d'obtenir un cadre générique pour la distribution conjointe. Le fait est que le théorème de Sklar permet de séparer les informations sur les distributions marginales de la structure de dépendance.

Pour rappel, le théorème de Sklar énonce que si F est une distribution de dimension n dont les lois marginales F_1, \dots, F_n , sont continues, alors il existe une copule unique C qui permet l'expression de toute la structure de dépendance telle que :

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)).$$

Le concept de copule n'émet aucune hypothèse sur les distributions marginales et la séparation de la structure de dépendance n'induit aucune restriction. Ainsi, la structure de dépendance et les distributions marginales peuvent être maniées de manière indépendante par différents éléments du modèle. La manipulation des copules nécessite toutefois le choix du type de copule et le paramétrage de celle-ci. Allianz a opté pour des copules gaussiennes car en plus d'être facile d'implémentation, les copules gaussiennes offrent la possibilité de prendre en compte la corrélation des facteurs de risques à l'aide d'une matrice de corrélation.

Zoom sur la copule gaussienne et son utilité dans le modèle interne :

Une copule est dite elliptique si elle est la copule d'une loi elliptique voir (Fang et al .[1990]). Ce type de copule est paramétrique. On considère ici le cas particulier de la copule gaussienne.

Principe d'une copule elliptique

Soit $M_n(\mathfrak{R})$ l'ensemble des matrices carrées réelles de taille n^2 . Une loi continue est dite elliptique de paramètre de position $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n) \in \mathfrak{R}^n$ et de matrice de forme symétrique définie positive $\rho \in M_n(\mathfrak{R})$ si sa densité f peut s'écrire pour tout $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathfrak{R}^n$:

$$f(x) = \det(\rho)^{-\frac{1}{2}} g((x - \mu)\rho^{-1}(x - \mu)').$$

Où l'on désigne par z' la transposée de z et g est une fonction à valeurs positives vérifiant (*) 1

Définition d'une copule gaussienne

La copule gaussienne de dimension n est définie, pour tout $(u_1, \dots, u_n) \in [0 ; 1]^n$

$$C(u_1, \dots, u_n) = \Phi_\rho(N^{-1}(u_1), \dots, N^{-1}(u_n)).$$

La fonction de distribution N^{-1} est la fonction inverse de la distribution normale centrée réduite univariée. En utilisant la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite et ρ sa matrice de variance covariance (matrice de corrélation dans notre cas) et en dérivant la formule définissant la copule gaussienne, on peut en déduire aisément la copule gaussienne de dimension n par :

$$C(u_1, \dots, u_n) = -\frac{1}{\det(\rho)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \beta(\rho^{-1} - I_n)\beta'\right).$$

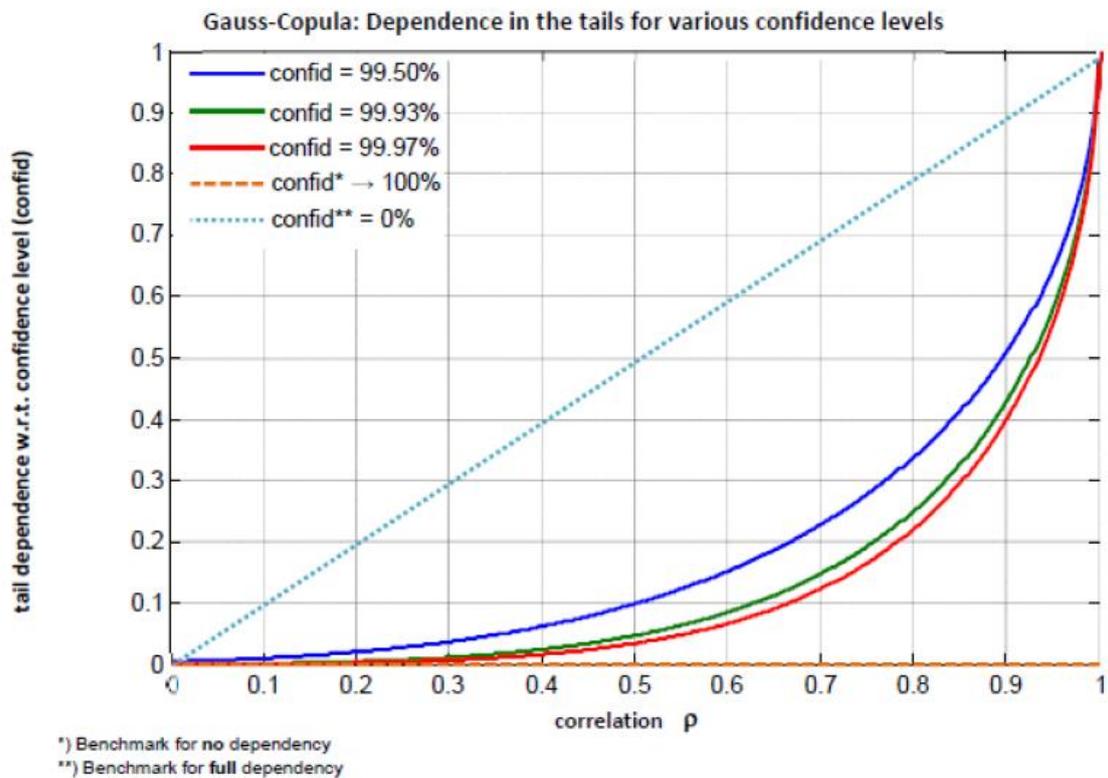
Avec $M_n(\mathcal{R})$ l'ensemble des matrices carrées réelles de taille n^2

Avec I_n , la matrice unité de $M_n(\mathcal{R})$ et $\beta = (\phi^{-1}(u_1), \dots, \phi^{-1}(u_p))$.

La copule gaussienne ne présente pas de dépendance de queue et n'est par conséquent pas adaptée à des valeurs extrêmes. L'importance de cette copule réside dans le fait qu'elle est sous-jacente à la distribution normale multivariée et qu'elle est adaptée à la modélisation d'une structure de dépendance d'un échantillon du fait de sa cohérence avec la mesure de dépendance par le coefficient de corrélation linéaire.

La copule gaussienne est paramétrable par paires de corrélations. Elle garantit des performances techniques très efficaces avec un nombre élevé de facteurs de risques. En cas de facteurs de risques marché, ces corrélations peuvent faire l'objet d'estimation à partir de données historiques puis complétées par des avis d'experts, ce qui les rend facilement implémentable.

Même si la copule gaussienne suppose une structure de dépendance normale multivariée, il est important de préciser que les distributions marginales ne sont pas supposées gaussiennes et elle n'introduit aucune limite au niveau des distributions marginales utilisées pour les facteurs de risques. Effectivement, comme nous avons pu le voir précédemment, la loi marginale des facteurs de risques peut être Normale, Log-Normale, Log-Normale-Inverse ou Empirique. La copule gaussienne présente une dépendance de queue faible. Cependant le *SCR* est déterminé à un niveau de 99.5% où la dépendance est encore existante, comme on peut le voir sur la figure ci-dessous :



La copule gaussienne est échantillonnée avec un nombre bien défini de simulations aléatoires ou scénarios de Monte-Carlo. En raison de exigences élevées en matière de stockage et de puissance de

calcul, le nombre de scénarios Monte-Carlo ne peut pas être augmenté arbitrairement, laissant des erreurs d'échantillonnage. Pour contrôler ce type d'erreur, des tests statistiques sont mis en œuvre et le jeu de scénarios de Monte-Carlo est resté inchangé tout au long d'une année.

Une simulation de Monte-Carlo génère des échantillons aléatoires itératifs d'une variable aléatoire. Dans la pratique, les échantillons sont supposés indépendants. Lors de l'agrégation des risques, la variable considérée est le vecteur des facteurs aléatoires de risque $X=(X_1, \dots, X_n)$. Ainsi, on génère des échantillons aléatoires conjoints des facteurs de risques connexes pour obtenir la distribution empirique de X . Ce type d'approximation permet de déterminer le SCR du vecteur de risque X et l'erreur d'approximation correspond à l'erreur de Monte-Carlo. Plus il y aura d'itérations, plus l'erreur de Monte-Carlo sera faible. Dans le modèle interne Allianz, le nombre de simulations Monte-Carlo généré pour le calcul du SCR est de 50 000 itérations. Compte tenu de la non-linéarité de la grande partie des instruments financiers, la simulation sera sujette à d'importantes erreurs de Monte Carlo, qui devront être considérées lors de la prise de décisions liées au maniement de ces simulations. Par conséquent, différentes approches sont mises en œuvre pour diminuer la volatilité due à cette erreur : C'est le cas de la matrice de corrélation qui est fixée tout au long de l'année. Cela permet notamment de maintenir les nombres aléatoires de copules, ainsi seules les volatilités des facteurs de risques de marché sont modifiées. Le SCR est calculé à partir de la moyenne sur plusieurs points de distributions en utilisant la VaR de Harrel-Davis au lieu de la Var simple.

Calibration de la matrice de corrélation

La matrice de corrélation sert à calibrer la copule gaussienne, ainsi pour chaque paire de facteurs de risques (X_i, X_j) avec $i < j$, un coefficient de corrélation r_{ij} devra être déterminé. Pour les facteurs de risques de marché, des données empiriques basées sur des séries chronologiques sont utilisées pour l'estimation des facteurs de corrélation. Si ce n'est pas le cas, les avis d'experts sont utilisés dans un processus structuré s'appuyant sur la catégorisation des risques. Pour améliorer la gestion de la matrice de corrélation, sa taille est réduite en faisant correspondre certains facteurs de risques avec d'autres. Par ce biais, les facteurs de risques parfaitement corrélés à d'autres se voient appliquer des chocs identiques, mis en correspondance avec leur homologue et éliminés de la matrice de corrélation. La matrice de corrélation qui en résulte sera optimisée afin de lui garantir la cohérence (semi-défini positive) et la stabilité nécessaire.

Prise en compte des Effets Croisés (Cross-Effects)

Certains risques ne sont pas clairement affectés à l'un des segments de risque-ci cités plus haut mais sont générés par l'interaction de différentes catégories de risque. L'interaction entre ces facteurs de risques et les catégories de risques peut être divisée en deux compartiments :

L'interaction aléatoire (ou stochastique) : Cette classe est captée dans le modèle interne par la mesure des corrélations entre les facteurs de risques à travers les copules utilisées. Elle permet notamment de mesurer la probabilité d'occurrence des risques simultanément.

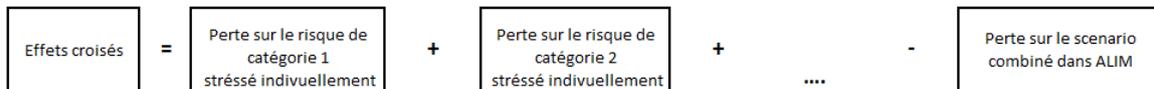
L'interaction fonctionnelle : Cette catégorie permet de mesurer l'impact à la suite de la production simultanée des événements. Ces dépendances ne sont pas implicitement capturées dans le modèle interne. Par conséquent, elles doivent être explicitement modélisées sous forme fonctionnelle.

L'élaboration du modèle interne n'incorpore pas l'ensemble des facteurs de risques en une approche unique et unifiée. Ainsi, divers éléments sont modélisés en dehors du modèle et a posteriori ils sont introduits à la fin pour le calcul du SCR global. Dès lors, les effets croisés sont la résultante de la différence entre la somme des impacts unitaires des chocs indépendants et l'impact du choc combiné.

Considérant par $G\&P_{MC}$ l'estimation des gains et pertes de Monte-Carlo, l'effet croisé dû aux facteurs de risques stressés X_S^1 , et X_S^2 dans le scénario S est donné par :

$$Effets\ croisés(X_S^1, X_S^2) = \sum_{i=1}^2 G\&P_{MC}(X_S^i) - G\&P_{MC}(X_S^1, X_S^2).$$

Cette formule peut être schématisée comme ci-après :



Il convient de souligner que les effets croisés sont évidemment différents de l'effet de diversification résultant de la corrélation entre les facteurs de risque. Bien que la diversification réduise le SCR global tant que les facteurs de risques ne sont pas compléments corrélés positivement, les effets croisés quant à eux peuvent soit aggraver soit atténuer les pertes.

Le capital Add-on

Le capital Add-on est un correctif a posteriori du calcul du SCR sous forme de capital supplémentaire souvent exigé par l'ACPR en cas de constatation d'une défaillance sur les aspects quantitatifs ou qualitatifs tels qu'un déficit de corrélations dans les matrices ou une réplification des portefeuilles du passif insatisfaisante

A titre d'exemple, nous prendrons le cas d'un Add-on pour un risque opérationnel :

Le risque opérationnel est quantifié à avis d'expert. Les facteurs de corrélations entre le risque opérationnel et les autres risques peuvent donc s'avérer surestimé ou sous-estimé selon le jugement de l'ACPR. Dans ce cas l'ACPR peut demander de réajuster le capital add-on avec l'utilisation d'une matrice de corrélation à un niveau recommandé (40% par exemple) entre le risque opérationnel et tous les risques. Le calcul du montant à ajuster est détaillé comme suit :

Supposons un $SCR_{Modèle}$ calculé avec la matrice de corrélation définie a priori par le modèle interne de la compagnie. Par la suite nous recalculerons un nouvel SCR que l'on nommera SCR_{Add-on} a posteriori en utilisant nouvelle matrice de corrélation prenant en compte les corrélations recommandées par le régulateur, les corrélations initiales entre les autres facteurs de risques restent non modifiées. Le capital Add-on correspond alors à la différence $SCR_{Add-on} - SCR_{Modèle}$.

Prise en compte des impôts différés

En normes comptables françaises, les impôts différés sont calculés à travers la différence temporelle entre la base fiscale et la base comptable.

Dans Solvabilité II, les impôts différés résultent des différences entre la valeur attribuée à un actif ou à un passif à des fins fiscales et sa valeur selon les principes de Solvabilité II

Le bilan en valeur de marché comporte donc un montant d'impôt différé (qu'on notera TD pour taxe différé) celui-ci est calculé en prenant compte des informations fiscales IFRS à travers la formule suivante :

$$TD_{MVBS} = TD_{IFRS} + (FP_{IFRS Adj} - FP_{MVBS Adj}) \times Taux Imposition_1 + (VA_{IFRS} - VA_{MVBS}) \times Taux Imposition_2 .$$

Avec :

MVBS : Market Value Balance Sheets (Bilan en valeur de marché)

TD_{IFRS} : Taxes différées du résultat comptable *IFRS*

FP_{IFRS Adj} : Total des Fonds propres en vision comptable *IFRS*

FP_{MVBS Adj} : Total des Fonds Propres en vision *MVBS*

Taux Imposition₁ : Taux d'imposition tranche 1 de la compagnie ou du pays

Taux Imposition₂ : Taux d'imposition tranche 2 de la compagnie ou du pays

VA_{IFRS} : Valeur de l'actif comptable

VA_{MVBS} : Valeur de l'actif en valeur de marché

Cette formule est évaluée pour le bilan initial et pour le bilan choqué.

Un impact impôts est alors déterminé : $Impact Impôts = TD_{initial} - TD_{choc}$

Il existe deux types d'impôts différés : Si $Impact Impôts > 0$, on parle de Taxe Différée à l'Actif ou *DTA* (Differed Taxes on the Assets) sinon on parle de Taxe Différée au Passif ou *DTL* (Differed taxes on the liabilities).

La différence des impôts différés dans le bilan en valeur de marché dans le cas de base et dans le cas de choc entraîne l'allégement fiscal théoriquement admissible dans le calcul du capital de solvabilité. En effet la capacité d'absorption des pertes par les impôts différés est le phénomène selon lequel l'assureur peut transférer la partie de la perte due à un choc à l'autorité discale. L'impact de la perte sur les fonds propres est par conséquent moins fort que la perte brute initiale elle-même

