

# Présentation GT Inflation

Alix BAKHOS

Fabrice BARBE

Matthias BOCHARD

Michaël DONIO

Amine EL AIDOUNI

Jean WILHELM

# Introduction

- Omniprésente dans les **grandeurs économiques manipulées** par notre société, la notion **d'inflation** revêt pourtant **plusieurs réalités**.
- En assurance et en finance, on désigne par inflation des **objets différents**. Surtout ils posent des questions sur leurs projections.
- Il y a lieu de s'interroger sur ce que **l'inflation recouvre et comment modéliser cette notion**.

# Plan de la présentation

1. Introduction
2. Problématique inflation
3. Introduction des modèles et calibrage de l'inflation
4. Focus sur quelques générateurs
5. Etude de Cas
6. Conclusion

# 1. Problématique inflation

## A) Définition de l'inflation et analyse descriptive

# Problématique inflation (1/6)

## Définition de l'inflation

- L'inflation est généralement définie par l'indice des prix à la consommation (IPC).
- Les indices sous-jacents peuvent être :
  - volatiles (comme celui sur l'énergie) ;
  - saisonniers (comme celui sur les vêtements) ;
  - fortement influencés par les taxes (comme celui sur tabac).
- L'inflation sous-jacente (c'est-à-dire l'inflation corrigée des effets saisonniers, de la volatilité et de l'impact des pouvoirs publics), dépasse actuellement l'IPC.
- L'inflation impacte différemment chaque population.

# Problématique inflation (2/6)

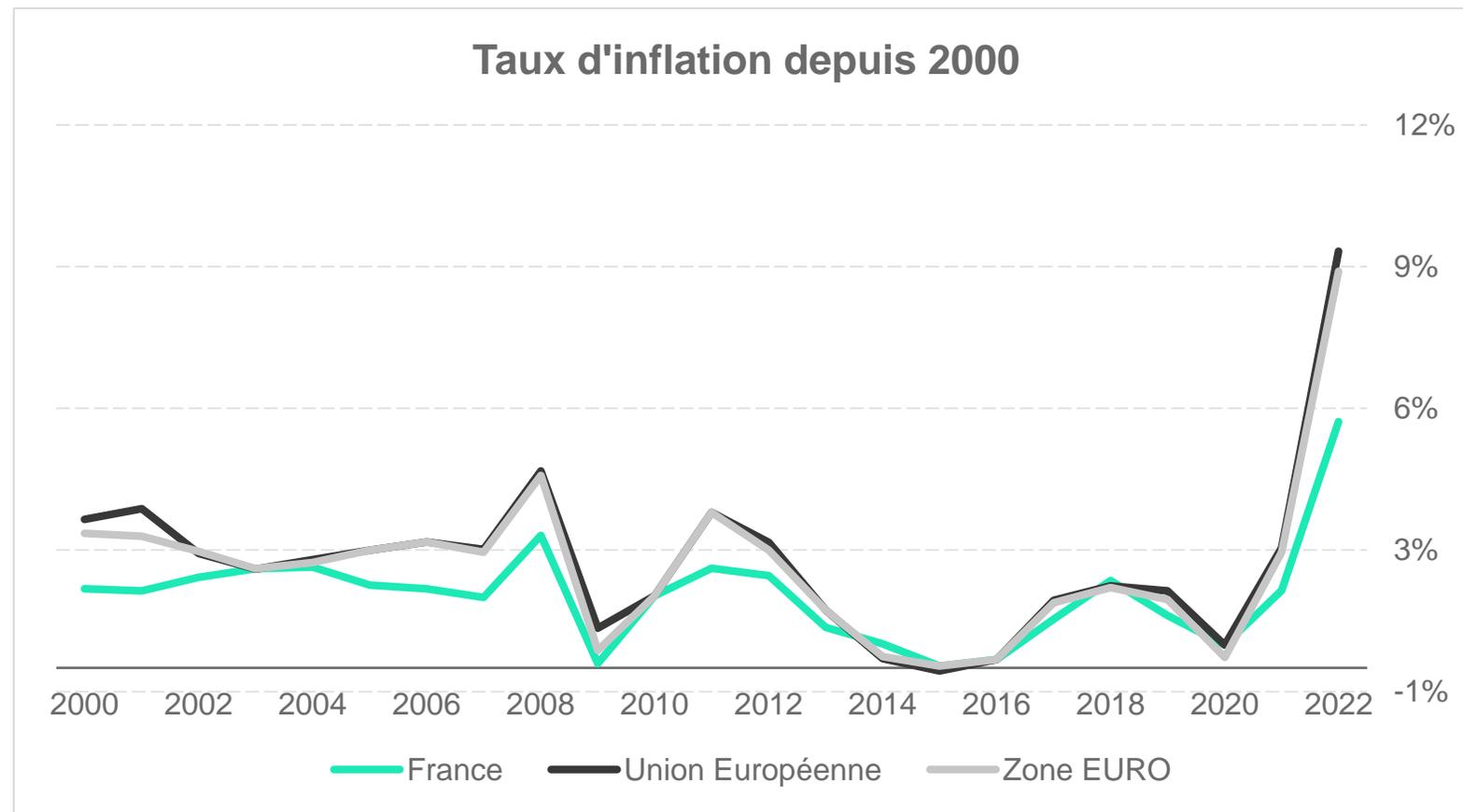
## Une situation inédite



L'inflation est au plus haut depuis plus de 20 ans



La France présente un caractère plus résilient que la zone euro



# Problématique inflation (3/6)

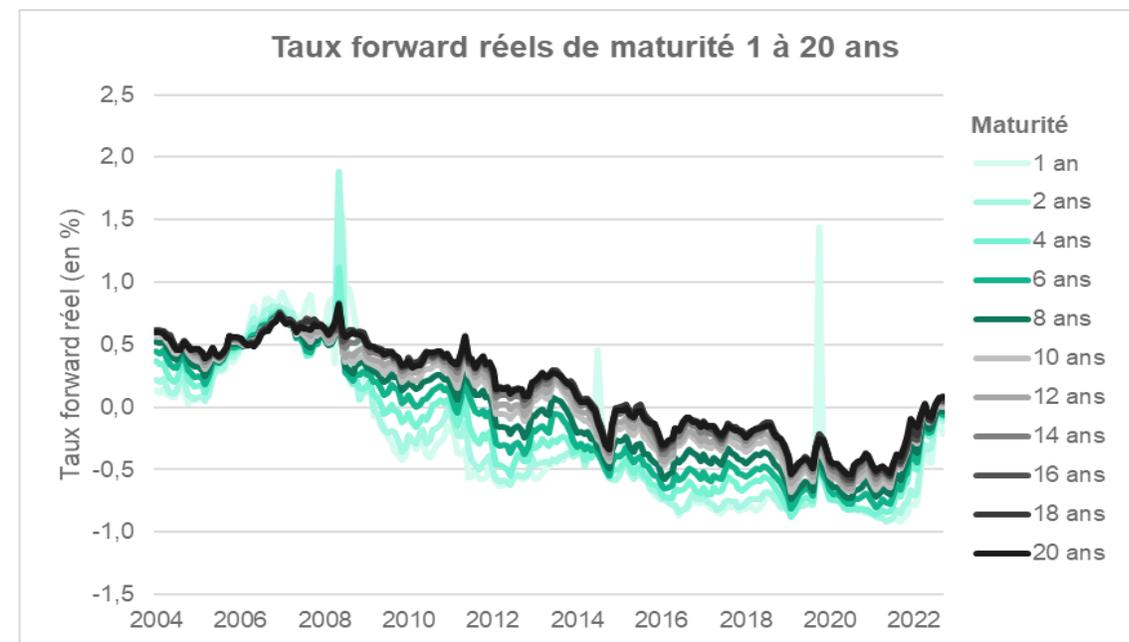
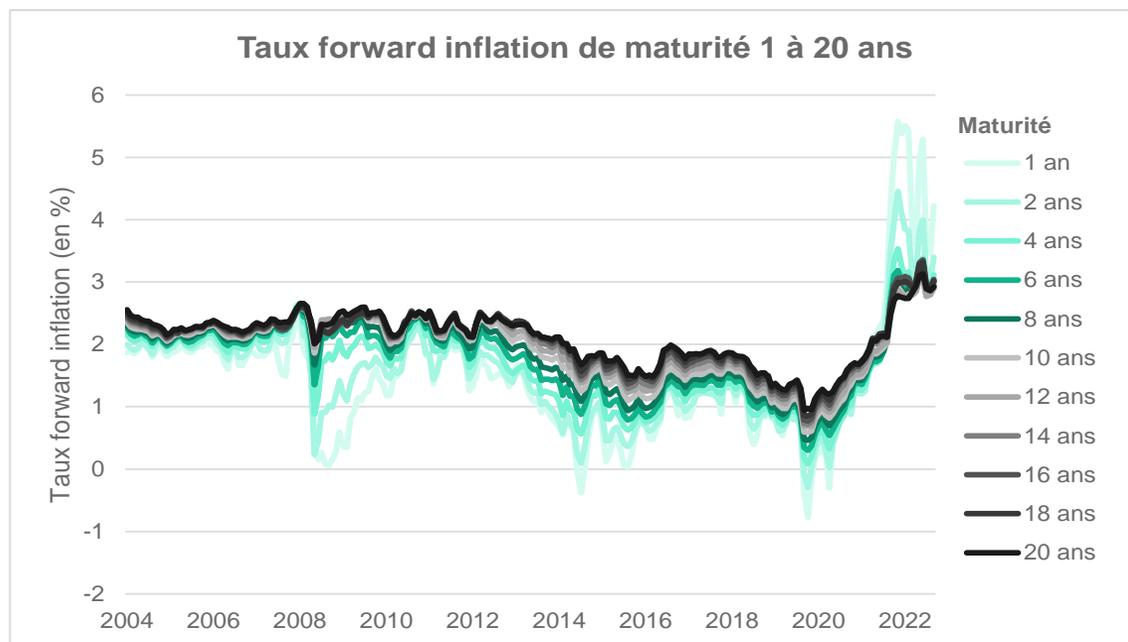
## Anticipation

### Anticipation de l'inflation

- Anticipation de 1 à 20 ans
- Une situation qui perdure à court et moyen terme

### Anticipation des taux réels

- Les taux réels resteraient négatifs de 1 à 20 ans



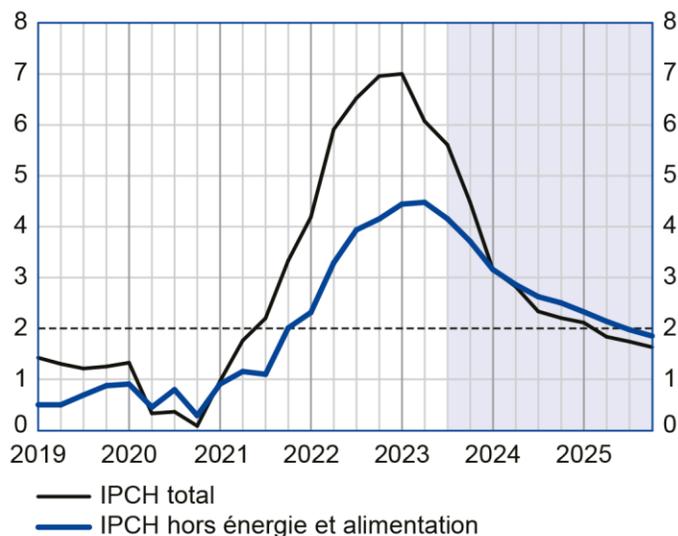
Comment anticiper l'inflation long terme ?

# Problématique inflation (4/6)

## Anticipation d'inflation – Projections

**Graphique 1 : IPCH et IPCH hors énergie et alimentation**

(glissement annuel de séries trimestrielles, en %)

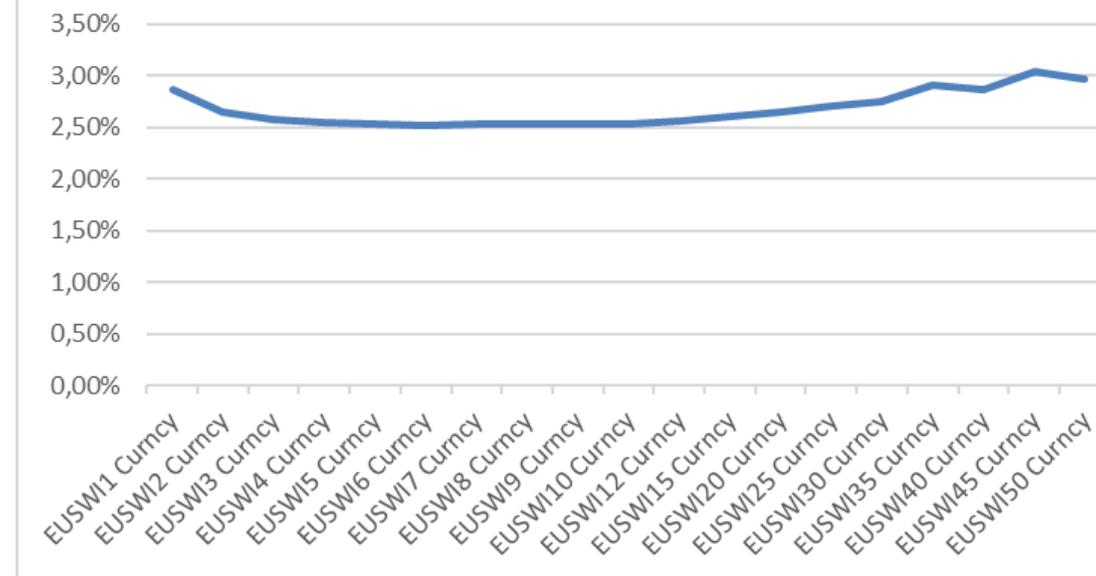


Note : IPCH, indice des prix à la consommation harmonisé.

Sources : Insee jusqu'au deuxième trimestre 2023, projections Banque de France sur fond bleuté.

- La Banque de France a pour objectif un retour à 2% d'inflation dès 2025

Swaps inflation Bloomberg au 29/09/2023



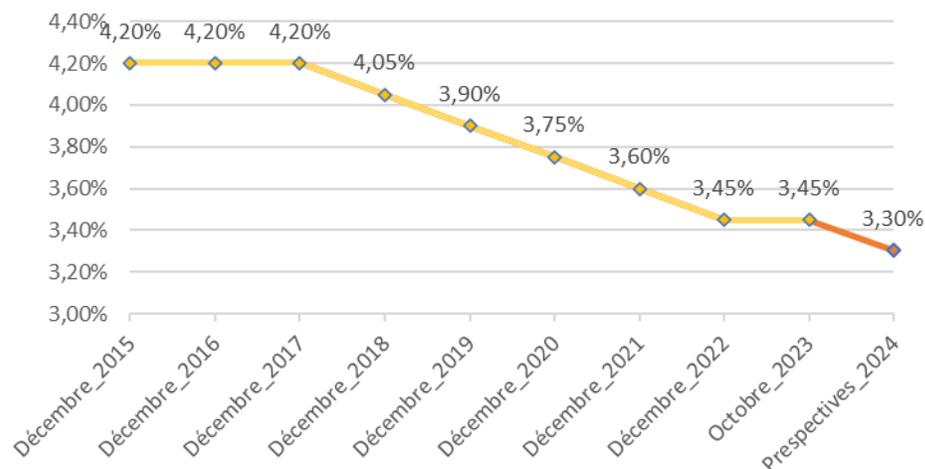
- Une tendance marché : les swaps inflation à 50 ans oscillent entre 2,5 % et 3 %

# Problématique inflation (5/6)

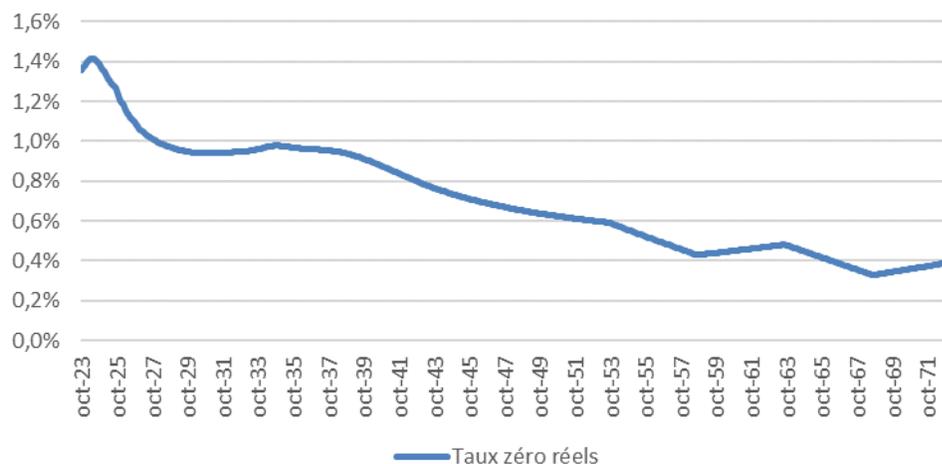
## Perspectives long terme : raccorder taux et inflation

- L'**UFR** (Ultimate Forward Rate) est la somme d'un taux d'inflation à 2% et d'un taux réel moyen
- L'EIOPA anticipe des taux long terme à 3,45% en 2023
- En l'état au 30/09/2023, les **taux réels** subiraient une forte baisse long terme (*source : courbe EIOPA avec VA et swaps inflations Bloomberg au 30/09/23*)

Evolution de l'UFR depuis 2015



Projection taux réels



Comment objectiver ces perspectives long termes ?

# Problématique inflation (6/6)

## Monde Risque Neutre & Monde Risque Réel

Modélisation :

- Hypothèses marché
- Contraintes réglementaires
- Comparabilité des assureurs

**Risque  
Neutre**

- **Modèle a priori plus « précis »  
(et complexe)**

VS

**Risque  
Réel**

Modélisation :

- Hypothèses propres à l'assureur
- Contraintes intrinsèques au portefeuille d'actif
- Stratégie individualisée

- **Modèle a priori plus « intuitif »**
- **Paramétrable et modifiable  
« rapidement »**

# 1. Problématique inflation

## B) L'inflation : les différentes variantes et enjeux

# L'inflation : les différentes variantes et enjeux

## Panel inflation

	Assurance Non Vie	Assurance Vie
Impact de l'inflation	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Branches courtes</li> <li>• Branches longues</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frais de gestion</li> <li>• Aspects concurrentiels</li> <li>• Rentes indexées inflation</li> </ul>
Enjeux de l'inflation	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hausse du coût des matières premières, des salaires</li> <li>• Provisionnement long terme</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modélisation des frais</li> <li>• Modélisation du comportement des assurés</li> </ul>
Risque inflation*	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Inflation des sinistres supérieure à l'inflation des prix</li> <li>• Sous provisionnement</li> <li>• Dégradation de la rentabilité court terme</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Baisse affaires nouvelles</li> <li>• Hausse des prestations</li> <li>• Arbitrages € - UC &amp; UC – UC</li> <li>• Dégradation de la solvabilité (3 points si objectif 2% du FMI)</li> </ul>

\*Source : EIOPA-Rapport sur l'impact de l'inflation sur le secteur des assurances du 5 Octobre 2023

# L'inflation : les différentes variantes et enjeux

## Panel inflation

	Projections ALM monde réel	Modélisation des actifs
<b>Impact de l'inflation</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ORSA</li> <li>• Allocation stratégique</li> <li>• Couvertures ALM</li> <li>• Modèle interne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• OATi (&amp; OAT€i) &amp; TIPS (US)</li> <li>• Produits dérivés :               <ul style="list-style-type: none"> <li>• swaps inflation</li> <li>• caps et les floors inflation</li> </ul> </li> </ul>
<b>Enjeux de l'inflation</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rentabilité future du portefeuille d'actifs, (OATi, produits dérivés inflation).</li> <li>• Risque de liquidité</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fort intérêt des OATi : 10% des émissions annuelles de l'AFT</li> </ul>
<b>Risque inflation</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Allocation d'actifs risquée</li> <li>• Opportunités d'investissement</li> <li>• Anticipation moyen &amp; long terme</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Faible intérêt en cas de retour à l'inflation cible de 2%</li> <li>• Poids élevé de la charge de la dette indexée inflation pour l'Etat</li> </ul>

# L'inflation : les différentes variantes et enjeux

## Couverture inflation Monde réel

### Projections ALM monde réel

#### Impact de l'inflation

- ORSA
- Allocation stratégique
- Couvertures ALM
- Modèle interne

#### Enjeux de l'inflation

- Rentabilité future du portefeuille d'actifs, (OATi, produits dérivés inflation).
- Risque de liquidité

#### Risque inflation

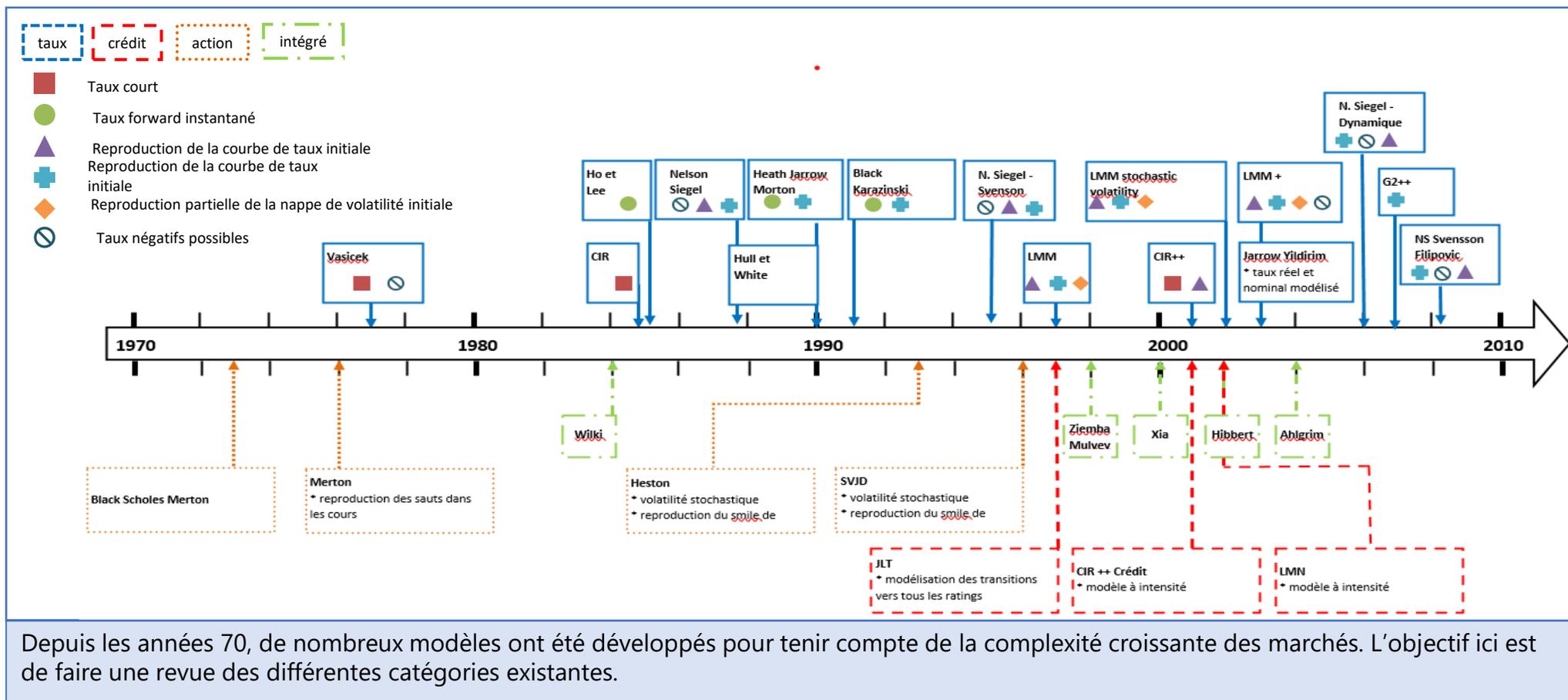
- Allocation d'actifs risquée
- Opportunités d'investissement
- Anticipation moyen & long terme

**Notre exposé se limite à un  
contexte de projections ALM de  
l'inflation en monde réel**

## 2. Introduction des modèles et calibrage de l'inflation

# Introduction des modèles

## Une vision synoptique



# Equation de Fisher

## Lien entre taux nominal et taux réel

On peut définir, pour une période donnée, **le taux d'inflation  $i$  comme le taux auquel il aurait fallu investir pour conserver en son pouvoir d'achat initial.**

Introduite **par Irving Fisher**, l'équation peut s'exprimer de la façon suivante :

$$(1 + i) = (1 + r) \cdot (1 + \pi)$$

Avec :

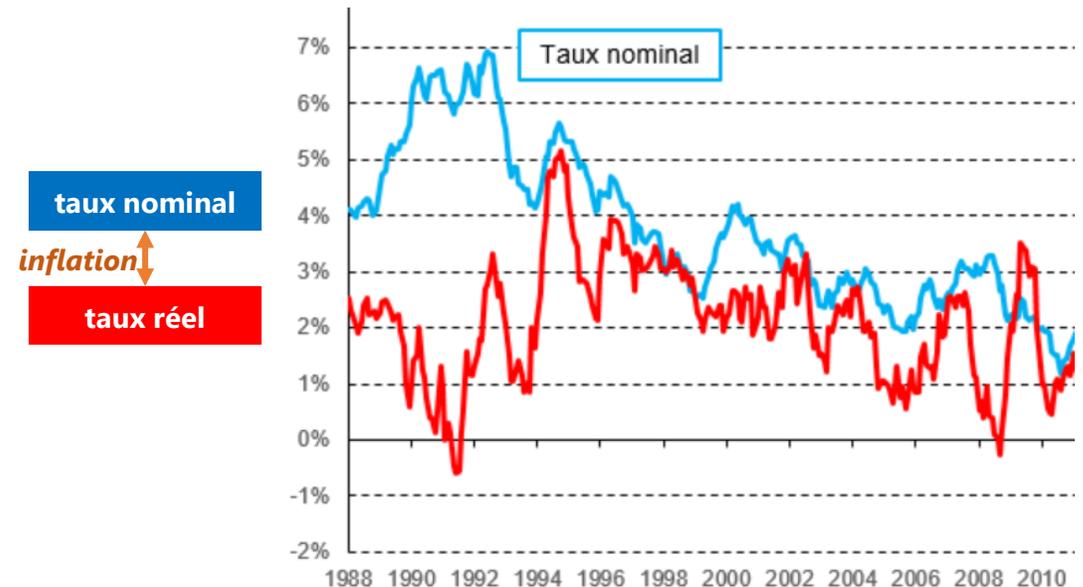
- $i$  : Taux nominal
- $r$  : Taux réel
- $\pi$  : Taux d'inflation anticipée

On a donc:

$$r = i - \pi - r\pi$$

L'**approximation suivante** est souvent utilisée :

$$r = i - \pi$$



# Les modèles d'équilibre

Les **modèles d'équilibre se basent sur des variables économiques** pour modéliser l'évolution du taux court.

Modèles	Type de Calibration	Caractéristiques du modèle	Complexité (Difficulté)	Précisions	Popularité (RW)	Adaptabilité pour l'inflation
Cox-Ingersoll-Ross (CIR)	RN - extension en RW	TI	**	**	***	**
Cox-Ingersoll-Ross++ (CIR++)	RN - extension en RW	TI	***	**	***	**
Modèle de Vasicek 1 ou 2 facteurs	RN - extension en RW	TN/TI/TR	*	*	***	***

Le **modèle Vasicek (1977)**, peut être utilisé pour modéliser les taux nominaux ou les taux réels.

Il est simple, à comprendre, à modéliser, et permet de prendre en compte de la composante long terme des taux.

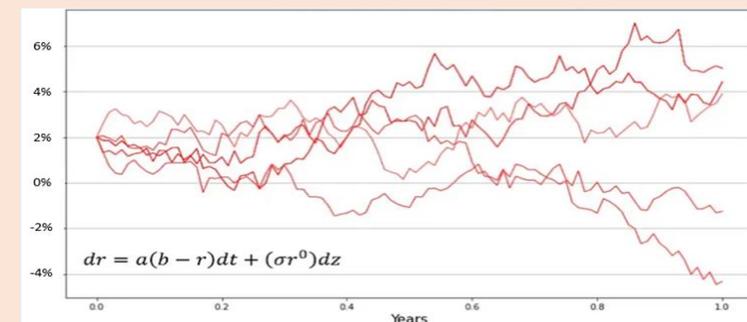
$$dr(t) = a(b(t) - r(t))dt + \sigma dW_t$$

Le **modèle CIR (1985)** est un modèle assez proche du modèle de Vasicek qui empêche les taux d'intérêt de devenir négatifs.

$$dX = \kappa(\theta - X(t))dt + \sigma\sqrt{X(t)}dB(t)$$

Le fait que les modèles d'équilibre ne s'ajustent pas exactement peut générer des erreurs importantes.

## Vasicek : exemple de modélisation



Le graphique ci-dessus montre un exemple de simulation d'évolution du taux court généré par le **modèle de Vasicek**. On observe que le modèle autorise les taux à descendre très en dessous de 0% ce qui est **cohérent avec les évolutions potentielles des taux réels**

# Les modèles composites et paramétriques

Un **modèle composite** combine plusieurs modèles économiques différents pour générer des scénarios prospectifs. Ces modèles économiques peuvent inclure des modèles macroéconomiques, des modèles sectoriels, des modèles de marché, des modèles de comportement des agents économiques.

Modèles	Type de Calibration	Caractéristiques du modèle	Complexité (Difficulté)	Précisions	Popularité (RW)	Adaptabilité pour l'inflation
Modèle de Nelson-Siegel	RW	TN/TI	**	***	***	***
Nelson-Siegel Dynamique	RW	TN/TI	**	***	***	***
Modèle de Nelson-Siegel-Svensson	RW	TN/TI	**	***	***	***
NSS-Filipovic	RW	TN/TI	**	***	***	***

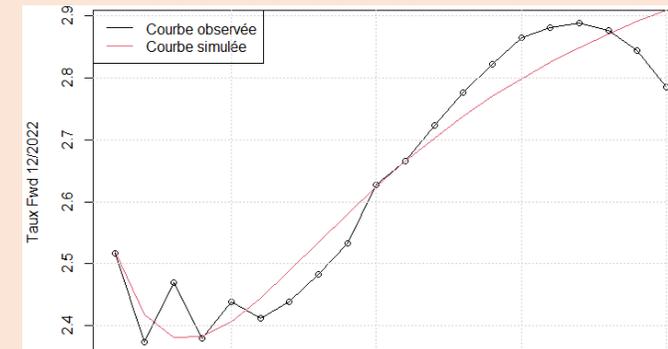
Le modèle de taux **de Nelson-Siegel (1987)** est un modèle paramétrique simple basé sur trois facteurs. Il propose de définir la courbe des taux forward par la fonction suivante :

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 e^{-t/\lambda} + t/\lambda * \beta_2 * e^{-t/\lambda}$$

Avec :

- $f(\tau)$  : le taux ZC de maturité
- $\lambda$  : le paramètre d'échelle
- $\beta_0$  : le facteur de niveau i.e. le taux long
- $\beta_1$  : le facteur de rotation i.e. l'écart entre taux court et taux long
- $\beta_2$  : le facteur de pente

## NS : courbe des taux forward



Les trois facteurs du modèle Nelson-Siegel (niveau, pente, courbure) ont des significations qui restent intuitives, ce qui facilite l'analyse.

# Les modèles à arbitrage

Les **modèles d'arbitrage** cherchent à **s'ajuster automatiquement à la structure des taux** par opposition aux modèles d'équilibre.

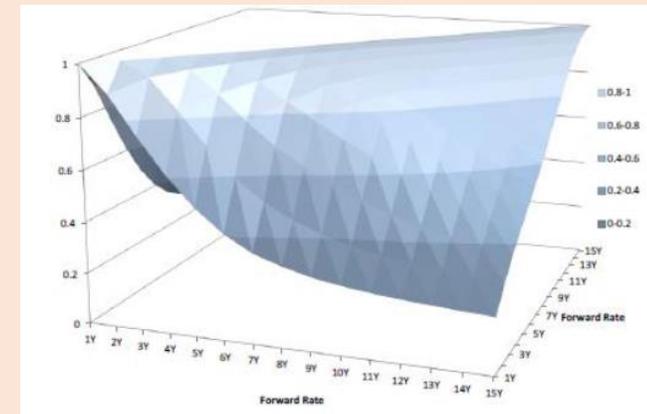
Modèles	Type de Calibration	Caractéristiques du modèle	Complexité (Difficulté)	Précisions	Popularité (RW)	Adaptabilité pour l'inflation
Hull-White à 1 facteur	RN	TN/TR	**	*	*	*
Hull-White à 2 facteurs	RN	TN/TR	**	**	*	*
G2++	RN	TN	**	**	*	*
LMM ou LMM+	RN	TN	***	***	*	*
Modèle HJM	RW	TN	***	**	*	***
Black-Karasinski à 2 facteurs (Shifté)	RN/RW	TN	***	**	*	**
Jarrow-Yildirim (JY)	RN	TN/TR/TI	***	*	*	*

Le modèle à deux facteurs de **Hull-White (1990)** dérive du modèle de Vasicek mais est plus flexible. Il introduit la volatilité stochastique et permet de capturer les variations à court et long terme.

**Les modèles d'arbitrage sont en général plus flexibles et plus précis** : ils peuvent s'appliquer à presque toutes les situations rencontrées en **s'adaptant à toutes les maturités de la courbe des taux**. Ils permettent également de **prendre en compte de la volatilité implicite**. En contrepartie, ils nécessitent davantage de puissance de calcul et plus de calibrage.

Un modèle complexe, comme le modèle LMM+, avec de nombreux paramètres, peut donner des résultats défaillants s'il y a plusieurs possibilités pour les paramètres.

## Nappe de corrélation des taux forward



# Modélisation de l'inflation

## Quelle approche ?

**Indirecte**  
 L'inflation est obtenue chaque année par la relation de Fisher

**Directe**  
 Modéliser séparément l'inflation

## Quels modèles ?

- Un modèle à arbitrage pour les taux nominaux ?
- Un modèle plus simple pour la courbe de taux réels ?

- Ahlgrim
- Jarrow-Yildirim
- Séries temporelles

## Quelles données ?

**SWAP *i***  
 La courbe des taux réels est la courbe permettant d'annuler le prix des SWAP inflation

**OATI**

**CAPLET *i***  
 Autres produits dérivés inflation

## Quelle cible LT ?

**BCE**  
 Inflation cible 2%

**Marché**  
 Inflation LT > 2%

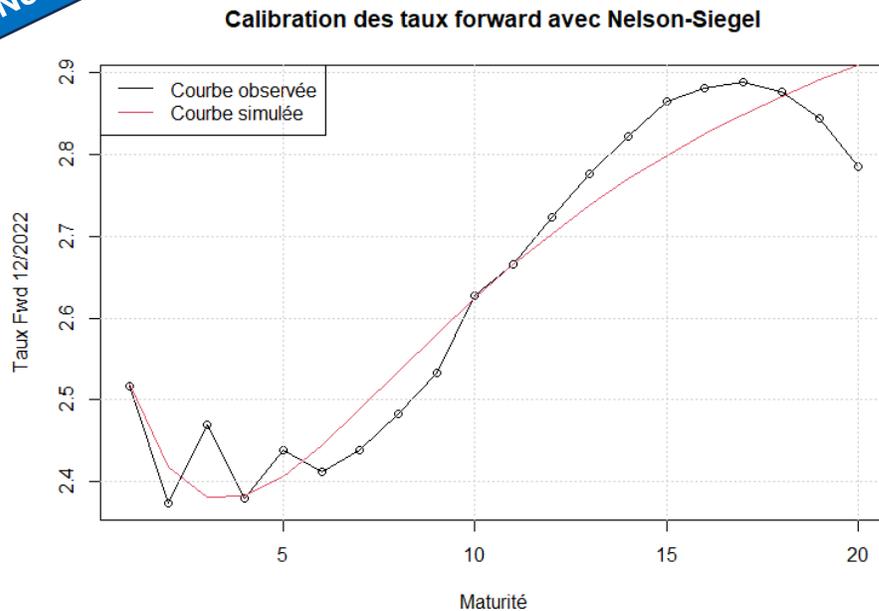
**En monde réel, les différentes possibilités de modèle et de calibrage obligent à faire des choix de modélisation**

# 3. Focus sur quelques générateurs

# Modèle de Nelson Siegel

Nelson et Siegel propose de définir la courbe des taux forward par la fonction suivante :  $f(\tau) = \beta_1 + \beta_2 e^{-\frac{\tau}{\lambda}} + \frac{\tau}{\lambda} \beta_3 e^{-\frac{\tau}{\lambda}}$

Taux Nominal



Ce graphe représente un exemple de calibration de la courbe de taux forward nominal du mois de décembre 2022 à l'aide du modèle Nelson Siegel.

Notons que  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\tau) = \beta_1 + \beta_2$  et  $\lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau) = \beta_1 + \beta_3$

Avec :

- $f(\tau)$  Le taux ZC de maturité
- $\lambda$  Le paramètre d'échelle
- $\beta_0$  le facteur de niveau i.e. le taux long
- $\beta_1$  le facteur de rotation i.e. l'écart entre taux court et taux Long
- $\beta_2$  le facteur de pente

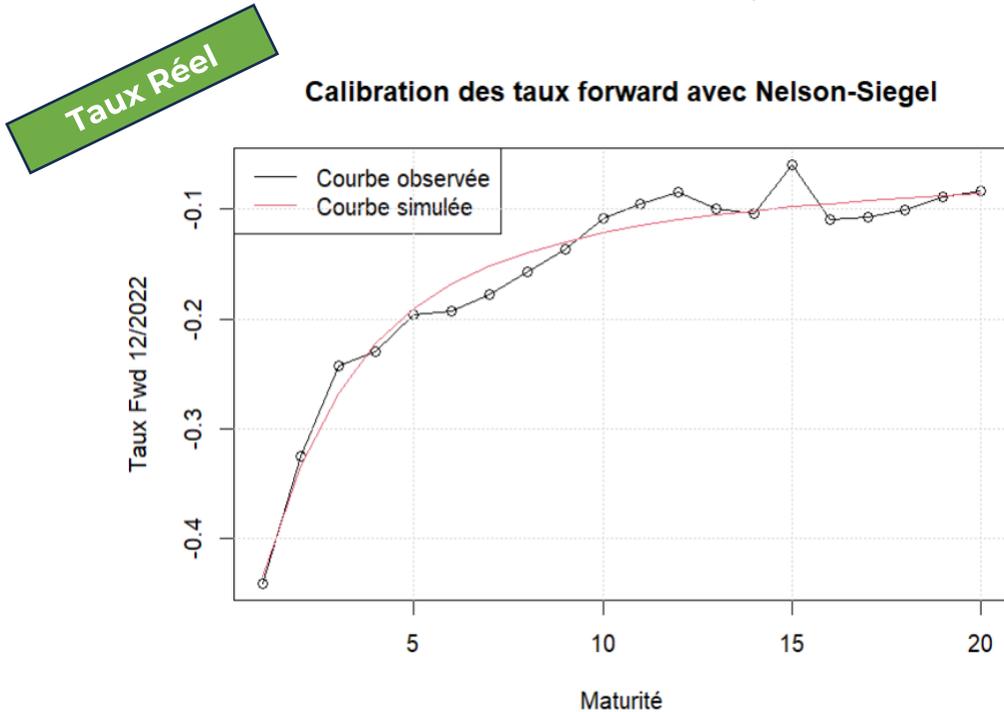
**Les taux à terme :**  $R(\tau) = \beta_1 + \beta_2 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda}}}{\frac{\tau}{\lambda}} \right] + \beta_3 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda}}}{\frac{\tau}{\lambda}} - e^{-\frac{\tau}{\lambda}} \right]$

Le modèle de Nelson & Siegel (1987) est très utile pour la modélisation des taux d'intérêt.

- Nous supposons être en possession de taux zéro coupon à chaque maturité. Le modèle prend en considération trois facteurs pour approximer la courbe de la structure à terme des taux d'intérêts.
- Ce modèle a connu un succès pour sa performance prévisionnelle comparé à d'autres approches

# Modèle de Nelson Siegel

Nelson et Siegel propose de définir la courbe des taux forward par la fonction suivante :  $f(\tau) = \beta_1 + \beta_2 e^{-\frac{\tau}{\lambda}} + \frac{\tau}{\lambda} \beta_3 e^{-\frac{\tau}{\lambda}}$



Ce graphe représente un exemple de calibration de la courbe de taux forward réel du mois de décembre 2022 à l'aide du modèle Nelson Siegel.

Notons que  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\tau) = \beta_1 + \beta_2$  et  $\lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau) = \beta_1 + \beta_3$

Avec :

- $f(\tau)$  Le taux ZC de maturité
- $\lambda$  Le paramètre d'échelle
- $\beta_0$  le facteur de niveau i.e. le taux long
- $\beta_1$  le facteur de rotation i.e. l'écart entre taux court et taux Long
- $\beta_2$  le facteur de pente

**Les taux à terme :**  $R(\tau) = \beta_1 + \beta_2 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda}}}{\frac{\tau}{\lambda}} \right] + \beta_3 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda}}}{\frac{\tau}{\lambda}} - e^{-\frac{\tau}{\lambda}} \right]$

Le modèle de Nelson & Siegel (1987) est très utile pour la modélisation des taux d'intérêt.

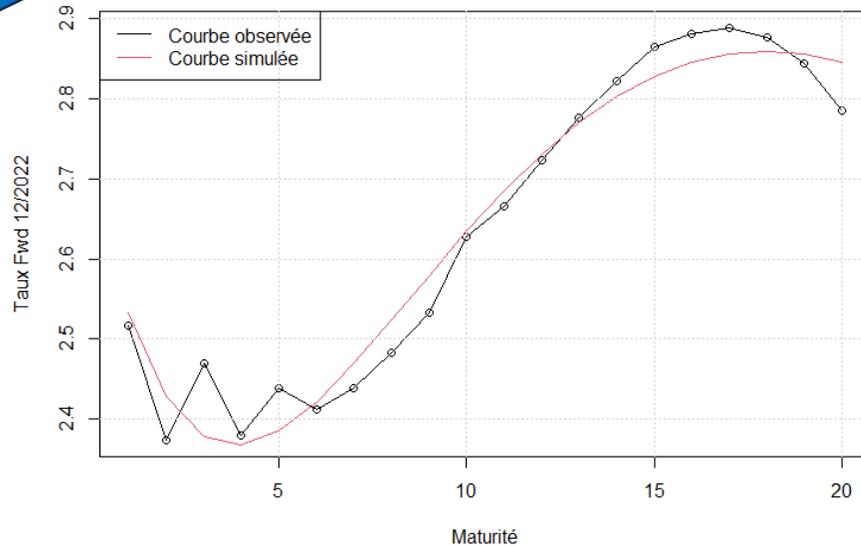
- Nous supposons être en possession de taux zéro coupon à chaque maturité. Le modèle prend en considération trois facteurs pour approximer la courbe de la structure à terme des taux d'intérêts.
- Ce modèle a connu un succès pour sa performance prévisionnelle comparé à d'autres approches

# Modèle de Nelson Siegel Svensson

Le modèle de Nelson Siegel augmenté propose l'introduction de deux nouveaux paramètres pour plus de précisions :

Taux Nominal

Calibration des taux forward avec Nelson-Siegel Svensson



Ce graphe représente un exemple de calibration de la courbe de taux forward nominal du mois de décembre 2022 à l'aide du modèle Nelson Siegel Svensson.

Notons que  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\tau) = \beta_1 R(0; \tau)$  et  $\lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau) = \beta_1 + \beta_2$

Avec :

- $f(\tau)$  Le taux ZC de maturité
- $\lambda$  Le paramètre d'échelle
- $\beta_0$  le facteur de niveau i.e. le taux long
- $\beta_1$  le facteur de rotation i.e. l'écart entre taux court et taux Long
- $\beta_2$  le facteur de pente

**Les taux à terme :** 
$$R(\tau) = \beta_1 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda_1}}}{\frac{\tau}{\lambda_1}} \right] + \beta_2 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda_1}}}{\frac{\tau}{\lambda_1}} - e^{-\frac{\tau}{\lambda_1}} \right] + \beta_3 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda_2}}}{\frac{\tau}{\lambda_2}} - e^{-\frac{\tau}{\lambda_2}} \right]$$

Le modèle de Nelson Siegel ne peut pas être adopté dans toutes situations réelles. Le modèle de Nelson Siegel augmenté propose l'introduction de deux nouveaux paramètres pour plus de précisions.

Les deux paramètres supplémentaires, du modèle permettent de mieux s'adapter aux différentes maturités à interpoler.

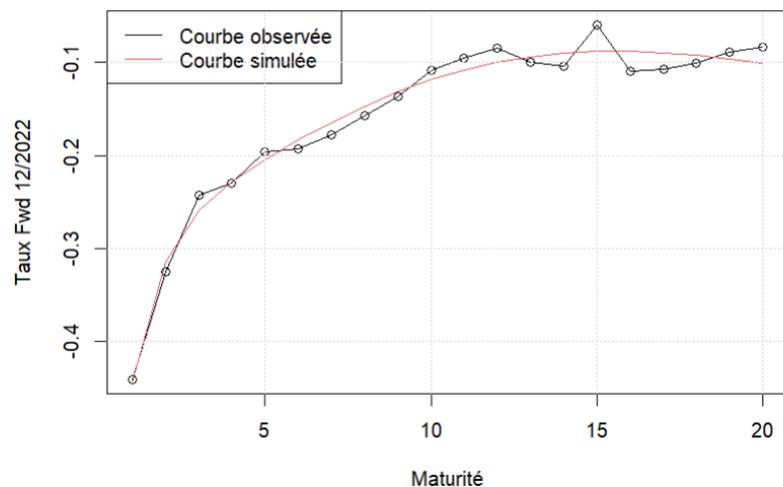
- Nelson Siegel Svensson possède donc des meilleures qualités d'ajustement aux différentes courbes

# Modèle de Nelson Siegel Svensson

Le modèle de Nelson Siegel augmenté propose l'introduction de deux nouveaux paramètres pour plus de précisions.:

Taux Réel

Calibration des taux forward avec Nelson-Siegel Svensson



Ce graphe représente un exemple de calibration de la courbe de taux forward réel du mois de décembre 2022 à l'aide du modèle Nelson Siegel Svensson.

Notons que  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\tau) = \beta_1 R(0; \tau)$  et  $\lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau) = \beta_1 + \beta_2$

Avec :

- $f(\tau)$  Le taux ZC de maturité
- $\lambda$  Le paramètre d'échelle
- $\beta_0$  le facteur de niveau i.e. le taux long
- $\beta_1$  le facteur de rotation i.e. l'écart entre taux court et taux Long
- $\beta_2$  le facteur de pente

**Les taux à terme :** 
$$R(\tau) = \beta_1 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda_1}}}{\frac{\tau}{\lambda_1}} \right] + \beta_2 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda_1}}}{\frac{\tau}{\lambda_1}} - e^{-\frac{\tau}{\lambda_1}} \right] + \beta_3 \left[ \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda_2}}}{\frac{\tau}{\lambda_2}} - e^{-\frac{\tau}{\lambda_2}} \right]$$

Le modèle de Nelson Siegel ne peut pas être adopté dans toutes situations réelles. Le modèle de Nelson Siegel augmenté propose l'introduction de deux nouveaux paramètres pour plus de précisions.

Les deux paramètres supplémentaires, du modèle permettent de mieux s'adapter aux différentes maturités à interpoler.

- Nelson Siegel Svensson possède donc des meilleures qualités d'ajustement aux différentes courbes

# 4. Exemple illustratif

# Illustration

Plusieurs données structurent notre présentation :

## Structure à l'actif

- On suppose de l'actif est constitué d'un seul zéro-coupon de maturité égale à la durée du passif
- La valeur de marché de ce zéro coupon (calculée sur la courbe marché considérée comme le scénario de référence est égale à la valeur de marché du passif)
- Ainsi à  $t=0$ , actif et passif ont la même durée et la même valeur de marché

## Structure au passif

- On considère un portefeuille de rente mensuelle de 100 d'un produit auto indexé mensuellement sur l'indice inflation
- Dans ce schéma, il n'y a pas de PB
- On suppose que les rentes sont versées de manière certaine sur 10 ans.

## GSE monde réel Vasicek

- Modèle à deux facteurs
- Calibrés sur les OAT et OATi
- Historique pris en compte de plus de 15 ans

## GSE monde réel Nelson-Siegel et Nelson-Siegel-Svensson

- Calibrés sur les OAT et OATi
- Historique pris en compte de plus de 15 ans

### Principe de l'illustration :

**Pour chacun des 1000 scénarios générés, on évalue l'écart actif-passif et on identifie le quantile à 1% de l'écart le plus défavorable**

# Illustration

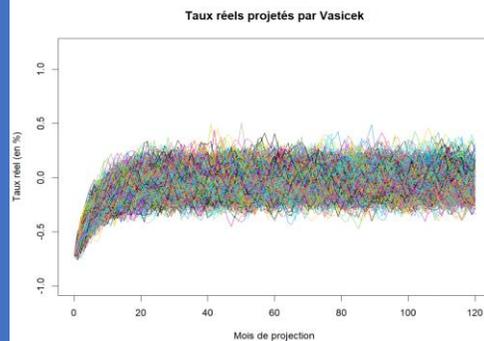
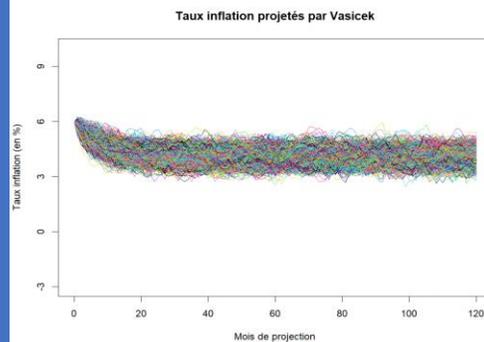
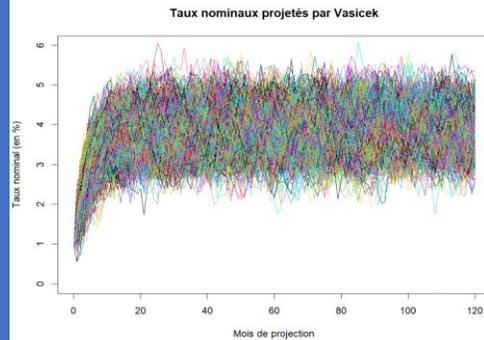
Courbes simulées mensuellement à partir de décembre 2022

Taux nominaux

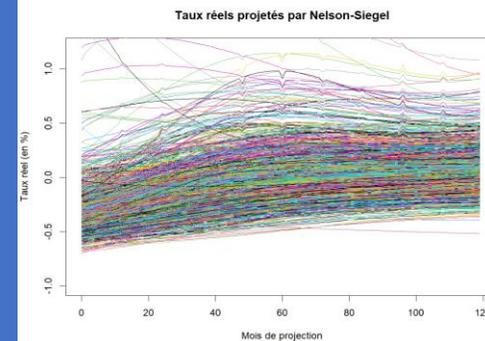
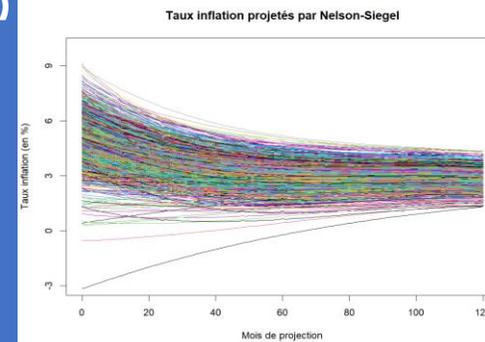
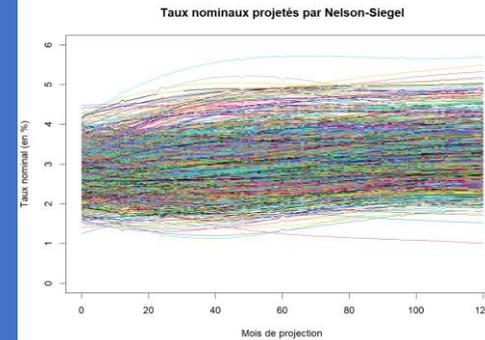
Taux inflation

Taux réels

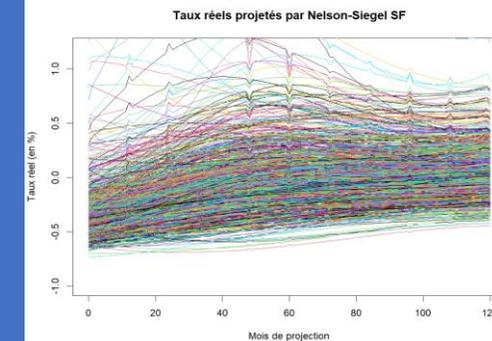
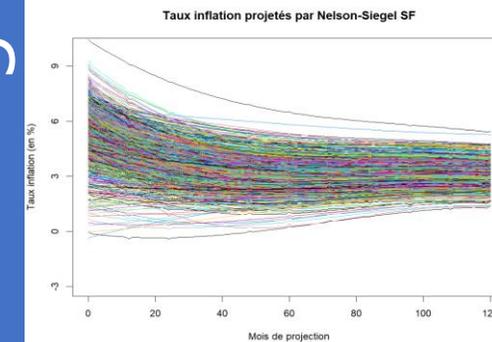
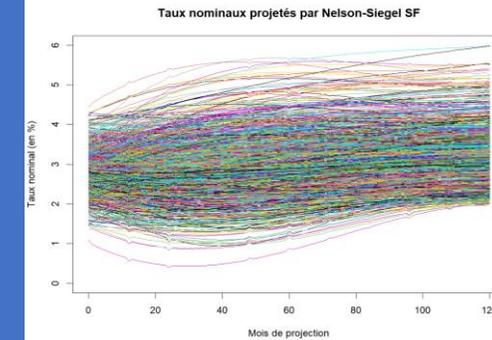
Vasicek



Nelson-Siegel



Nelson-Siegel SF



# Illustration

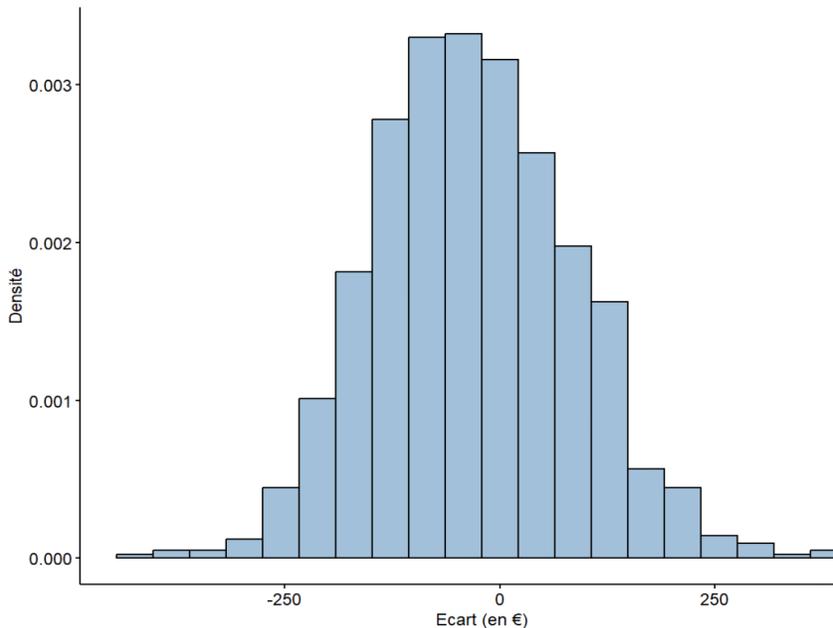
## Distribution des écarts Actif/Passif actualisés

À partir des courbes de taux projetés par chaque modèle, on détermine pour tous les scénarios :

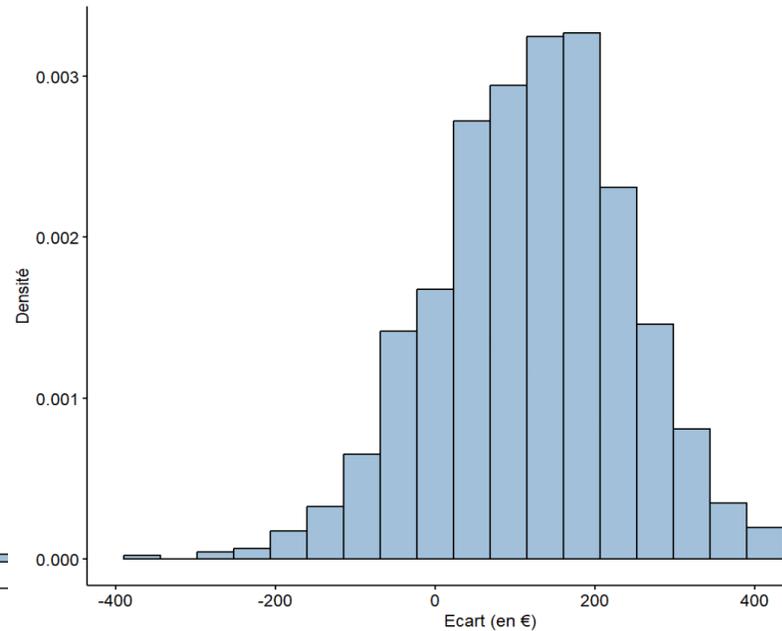
$$\Delta = VM_{t=0}(Actif) - VM_{t=0}(Passif)$$

où  $t = 0$  correspond à la date de calibrage des modèles, soit décembre 2022

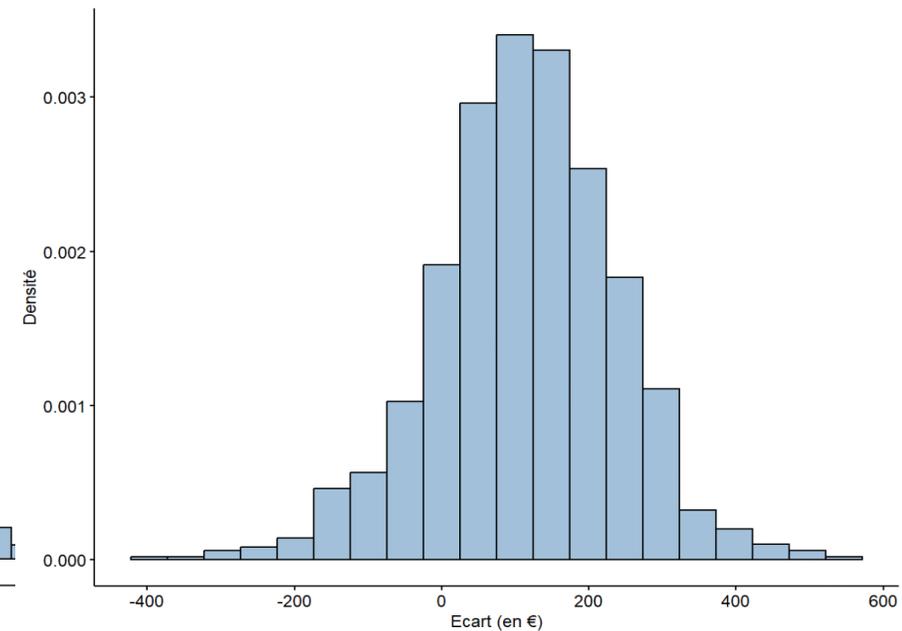
### Vasicek



### Nelson-Siegel



### Nelson-Siegel SF



# Illustration

## Quantile à 1% des écarts Actif/Passif

Ce quantile représente le montant  $\Delta < 0$  tel qu'il y ait un risque de 1% que l'assureur constate une perte encore plus importante.

Il permet de modéliser le Risque Global de Taux pour chaque modèle, en étudiant des situations fictives dans lesquelles l'assureur ne disposerait pas d'assez de ressources pour tenir ses engagements envers les assurés (BE).

### Vasicek

$$q_{1\%}(\Delta) \approx -283,01 \text{ €}$$

→ Soit **10,01 %** de la valeur du BE correspondant

### Nelson-Siegel

$$q_{1\%}(\Delta) \approx -190,30 \text{ €}$$

→ Soit **8,04%** de la valeur du BE correspondant

### Nelson-Siegel SF

$$q_{1\%}(\Delta) \approx -216,66 \text{ €}$$

→ Soit **3,64 %** de la valeur du BE correspondant

### Commentaire des résultats

- Le caractère « plus simple » du modèle Vasicek conduit à rendre les queues de distribution plus épaisses et donc d'être prudent dans une approche type modèle interne où il est question d'évaluer un capital sur des quantiles de distribution
- Les modèles Nelson-Siegel et Svensson réduisent quelque peu les queues de distribution et aboutissent à des résultats compris entre -190 et -216 vs -283 dans le cas du Vasicek.

# Illustration

**Le scénario central** est constitué des courbes de taux nominal et inflation à date de calibrage, i.e. à décembre 2022.

## Bilan à l'actif (scénario central)

Valeur actualisée du zéro-coupon (ZC) à partir du scénario central nominal :

$$VM_{Central}(ZC) = \frac{Nominal}{(1 + t_{N,Duration})^{Duration}}$$

où :

- *Nominal*  $\approx$  9438,44 € la valeur nominale du zéro-coupon
- *Duration* = 34 mois la maturité du ZC égalisée avec la duration du BE
- $t_{N,Duration}$  le taux nominal à terme à maturité du ZC

$$VM_{Central}(ZC) = 4040,78 \text{ €}$$

## Bilan au passif (scénario central)

Valeur du Best Estimate (BE) évaluée à partir des scénarios centraux nominaux et inflation :

$$VM_{Central}(BE) = \sum_{k=1}^{120} \frac{C \times (1 + t_{i,k})}{(1 + t_{N,k})^k}$$

où :

- $C = 100$  € le montant de la rente auto mensuelle
- $t_{i,k}$  le taux inflation 1 mois pour le mois  $k$
- $t_{N,k}$  le taux nominal à terme de maturité  $k$  mois

$$VM_{Central}(BE) = 4040,78 \text{ €}$$

# Illustration

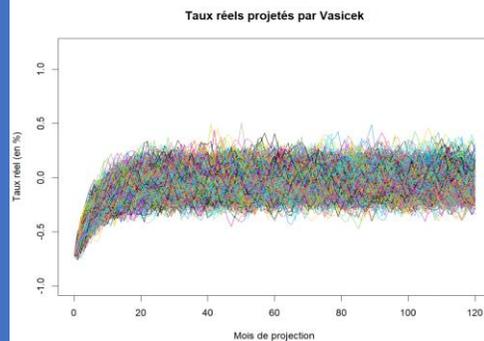
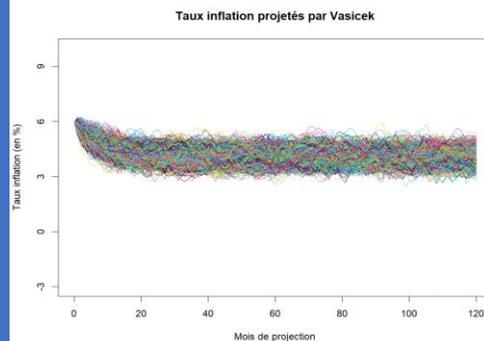
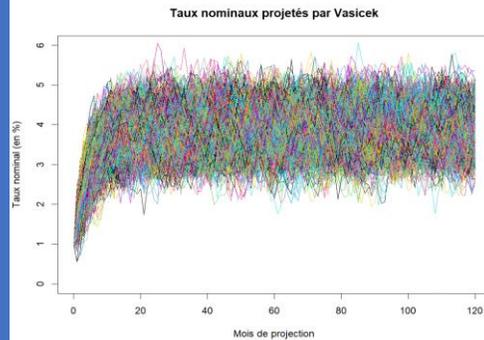
Courbes simulées mensuellement à partir de décembre 2022

Taux nominaux

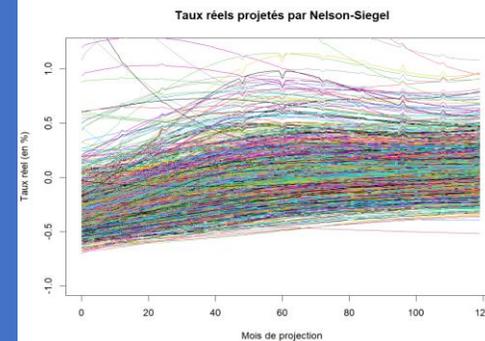
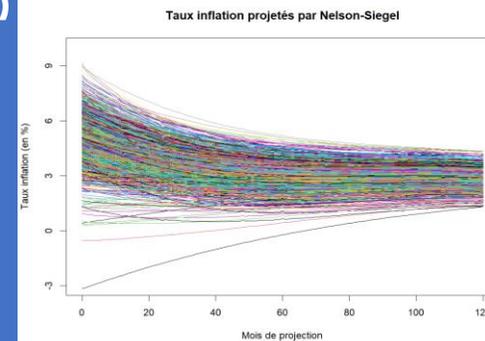
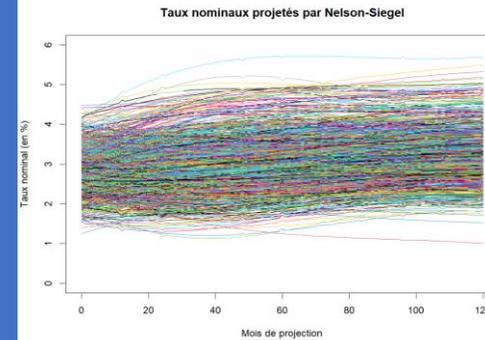
Taux inflation

Taux réels

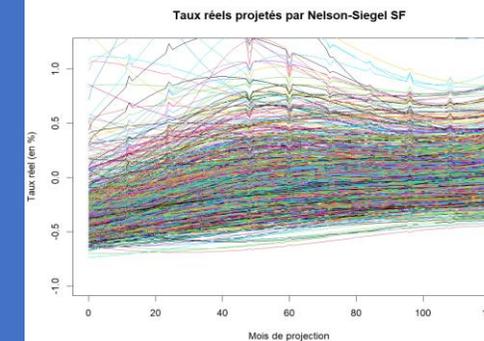
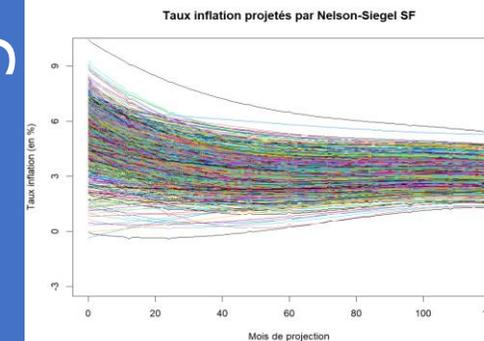
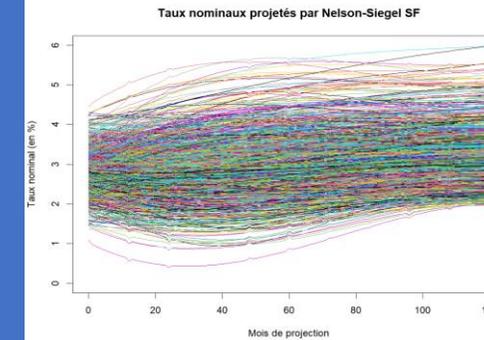
Vasicek



Nelson-Siegel



Nelson-Siegel SF



# Illustration

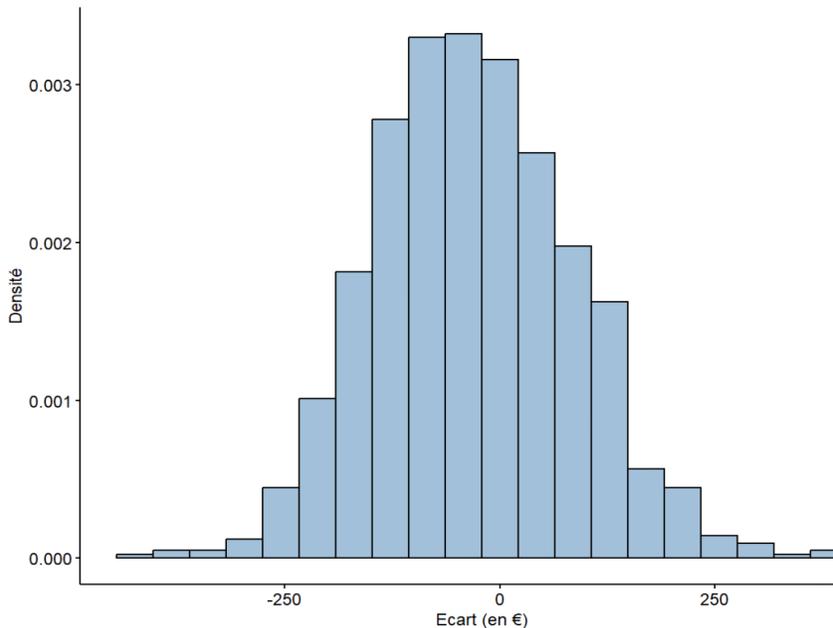
## Distribution des écarts Actif/Passif actualisés

À partir des courbes de taux projetés par chaque modèle, on détermine pour tous les scénarios :

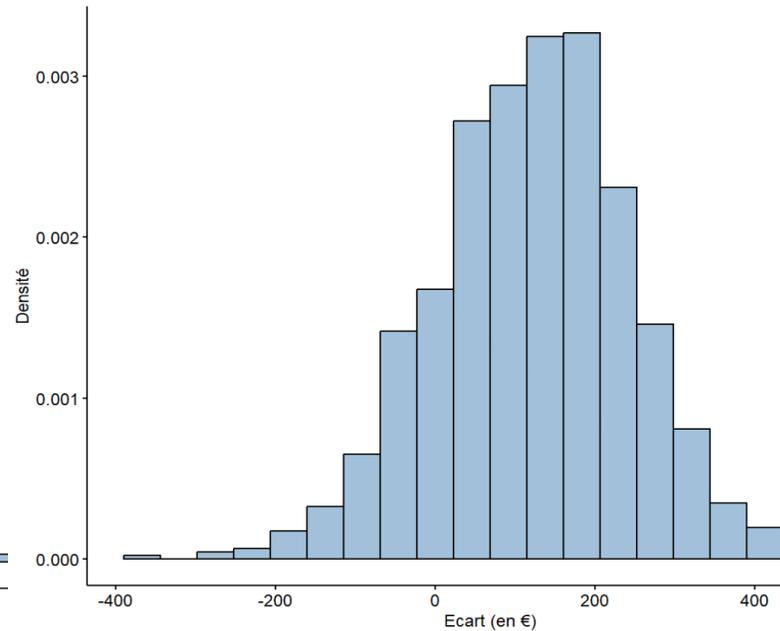
$$\Delta = VM_{t=0}(Actif) - VM_{t=0}(Passif)$$

où  $t = 0$  correspond à la date de calibrage des modèles, soit décembre 2022

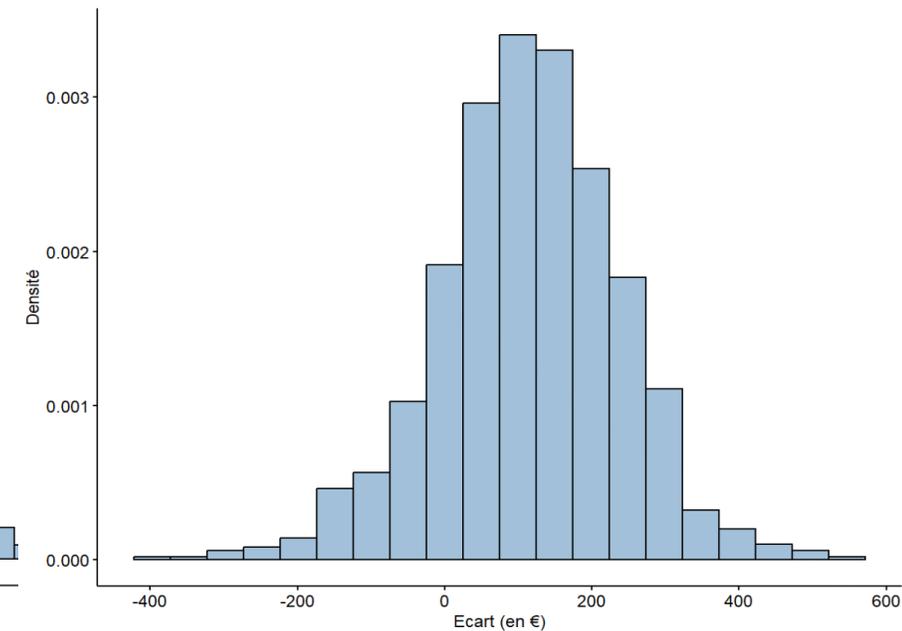
### Vasicek



### Nelson-Siegel



### Nelson-Siegel SF



# Illustration

## Quantile à 1% des écarts Actif/Passif

Ce quantile représente le montant  $\Delta < 0$  tel qu'il y ait un risque de 1% que l'assureur constate une perte encore plus importante.

Il permet de modéliser le Risque Global de Taux pour chaque modèle, en étudiant des situations fictives dans lesquelles l'assureur ne disposerait pas d'assez de ressources pour tenir ses engagements envers les assurés (BE).

### Vasicek

$$q_{1\%}(\Delta) \approx -283,01 \text{ €}$$

→ Soit **10,01 %** de la valeur du BE correspondant

### Nelson-Siegel

$$q_{1\%}(\Delta) \approx -190,30 \text{ €}$$

→ Soit **8,04%** de la valeur du BE correspondant

### Nelson-Siegel SF

$$q_{1\%}(\Delta) \approx -216,66 \text{ €}$$

→ Soit **3,64 %** de la valeur du BE correspondant

### Commentaire des résultats

- Le caractère « plus simple » du modèle Vasicek conduit à rendre les queues de distribution plus épaisses et donc d'être prudent dans une approche type modèle interne où il est question d'évaluer un capital sur des quantiles de distribution
- Les modèles Nelson-Siegel et Svensson réduisent quelque peu les queues de distribution et aboutissent à des résultats compris entre -190 et -216 vs -283 dans le cas du Vasicek.

# Conclusion

1

Les approches type **modèle interne** dont les calculs dépendent fortement des **queues de distribution** nécessitent une modélisation de l'inflation avec des **modèles assez fins**

2

La notion d'inflation est une **grandeur très impactante** dans de nombreux cas de figure en assurance et en banque

3

Les résultats de l'exemple illustratif auraient également pu **comparer des jeux de données différents**