

# Quelle allocation d'actifs pour un régime de retraite supplémentaire géré en extinction ?

Jean-Pierre CHAVAILLARD

## QUELLE ALLOCATION D'ACTIFS POUR UN RÉGIME DE RETRAITE SUPPLÉMENTAIRE GÉRÉ EN EXTINCTION ?

### 1 – Une allocation d'actif sur plusieurs décennies

#### Une interrogation spécifique

L'allocation d'actifs d'un canton d'une IRPS géré en extinction ne concerne qu'un millier de retraités ou futurs retraités...mais la gestion active d'un plan d'épargne retraite arrivé à son terme et entrant en phase de consommation va intéresser désormais de plus en plus de personnes

Les outils développés pour l'IRPS serviront à simuler l'allocation d'actif d'un PER individuel, d'un PER Collectif ou bien d'un PER Obligatoire de la loi PACTE.

#### Un sujet déjà connu

La gestion d'un régime de prévoyance fermé servant des rentes viagères (surcomplémentaire, article 83,..) a déjà été étudié en France depuis 2003 par plusieurs auteurs qui ont apporté des réponses à la plupart des questions se posant sur son allocation d'actif optimale.

De nombreux articles internationaux sur la gestion de fonds de pension et plusieurs mémoires de l'Institut des Actuares ont traité ce sujet et ses variantes (FRPS vs Solva 2,...)

#### Un cas réel

Analyser un cas concret oblige à se approfondir les mécanismes de l'allocation d'actif, sa composition au cours du temps et sur les facteurs de risque opérant (les classes de risque).

Il faut également analyser le passif : l'évolution des engagements sachant que les rentes sont indexées sur l'inflation et aussi logiquement ici le risque de longévité.

**Le modèle simple développé sur l'IRPS et la méthode d'analyse vont servir à orienter la gestion future de l'IRPS et peuvent aussi être appliqués pour la gestion d'un PER sur toute sa durée, de la phase d'épargne à celle de consommation**

## 2 – Modélisation des facteurs, critères et allocations

### Des modèles simples

On a choisi des modèles standards pour les deux variables de marché pures : l'indice CAC 40 TR et le taux TEC 7

le taux d'inflation est un facteur de risque (cf OAT i et OAT €i) qui sera modélisé comme un taux d'intérêt.

On modélise les flux du canton jusqu'à son extinction totale 2097 en comptabilité de caisse.

La chronique des rentes futures est déjà établie pour évaluer le Fonds de Service des Rentes (FSR) des allocataires actuels. On utilise la même méthode pour estimer les rentes des futurs allocataires.

### Une variable de contrôle

On définit la variable de contrôle, sa mesure et le critère de seuil appliqué :

C'est le montant du portefeuille (en euros courants) à la date d'extinction ou date d'observation

Le critère retenu est la probabilité de ruine (le % de soldes négatifs dans les simulations) avec un seuil fixé à 2,50 % (« une fois en moyenne tous les quarante ans »).

### Quatre allocations

A partir de l'allocation actuelle de 30% en actions, on propose trois stratégies :

Dynamique : croissance de 0,50% par an jusqu'à 60%

Stable : maintenir ce pourcentage de 30%

Prudente : décroissance de 0,50% par an jusqu'à 0%

Super Prudent : décroissance de 1 % par an jusqu'à 0%

**Quelle est la stratégie d'allocation d'actifs optimale pour respecter le seuil de 2,50% (une fois sur 40 ans) sur la probabilité de ruine qui permet d'assurer avec ce degré de confiance le service des rentes jusqu'à 2097, la date d'extinction ultime probable ?**

### **3 – Le canton de l'IRPS étudié en quelques chiffres**

#### **Une ancienne caisse de retraite**

Créée en 1969 elle est devenue une Institution de Retraite Supplémentaire, puis une Institution de Prévoyance et enfin une Institution de Retraite Professionnelle Supplémentaire) en 2019.

L'IRPS est la déclinaison paritaire (Code de la SS) des ORPS introduits par la loi PACTE en 2019 et relève de IORP2 (après IRS puis Solvabilité 1 et 2)

Elle est fermée depuis 1997

#### **Quelques chiffres**

1070 bénéficiaires (77,4 ans) et 280 futurs bénéficiaires (62,6 ans) ; âge moyen global : 74,3 ans.

Actif fin 2024 : 158 M€ (en valeur comptable) en totalité dans un OPCVM dédié : 30% actions / 70% obligations.

Passif : Fonds Propres : 14,4 M€ ; Provisions : 143 M€ (dont FSR : 118 M€ , FC : 18 M€ et PPE : 7 M€).

Rentes annuelles : 6,2 M€ en 2024 ,

Extinction « ultime » en 2097

#### **Le régime**

Régime à cotisations et à prestations définies (article 83 du CGI) : l'employeur est toujours engagé.

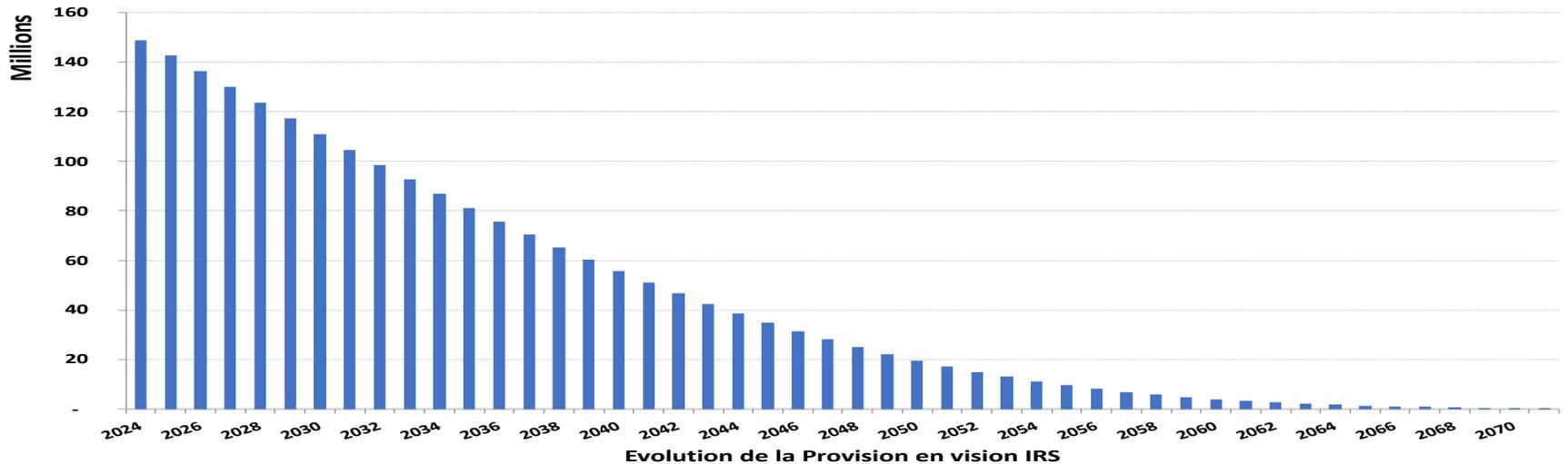
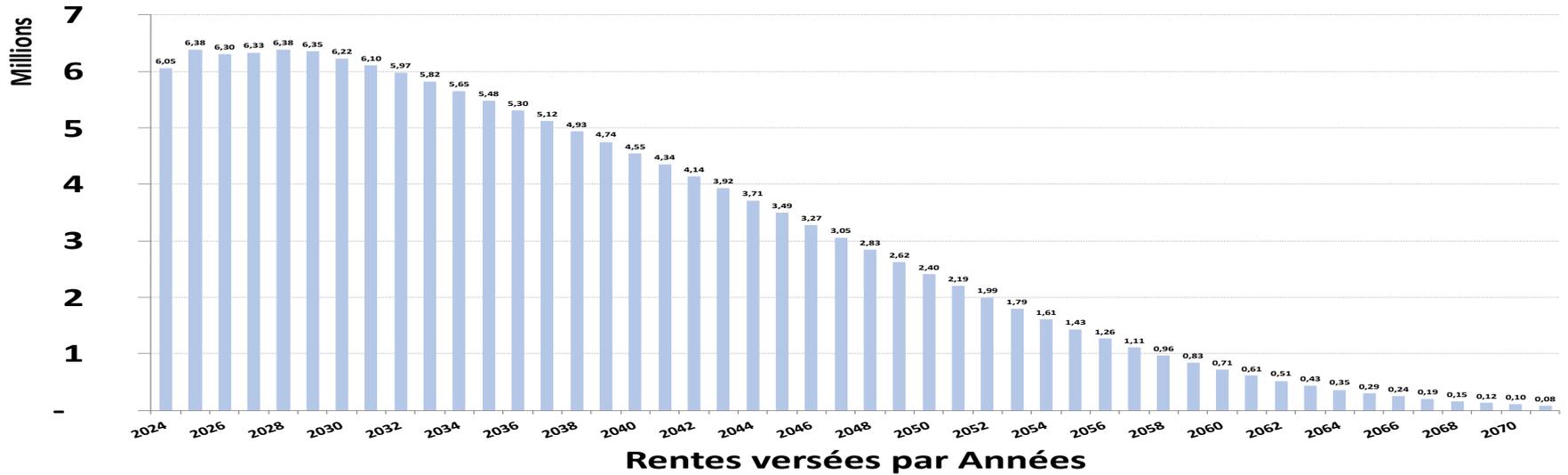
Pension proportionnelle à la durée d'activité dans l'entreprise, au dernier salaire (indexé/borné) et revalorisée sur les indices CNAVTS et AGIRC/ARRCO.

Pas de condition de présence à la liquidation.

**Un Ratio de Solvabilité de 281 % pour une Exigence Minimale de Solvabilité de 5,5 M€**

# QUELLE ALLOCATION D'ACTIFS POUR UN RÉGIME DE RETRAITE SUPPLÉMENTAIRE GÉRÉ EN EXTINCTION ?

## 4 - Le canton en deux graphiques



## 5 – Le canton est-il solvable jusqu'à son extinction ?

### L'adossement simple

On adosse statiquement le portefeuille fin 2023 avec un portefeuille d'OAT zéro coupon calées sur la chronique des rentes futures non indexées : coût de 115 M€, laissant 47 M€ d'excédent suffisant pour payer les frais futurs et assurer une indexation des rentes à 2,60 % par an constante jusqu'à l'extinction.

Le 2,60 % se situe au-dessus du taux cible de la BCE de 2% et du taux point-mort inflation à 10 ans d'octobre 2024 (mais qui valait 2,7 % en novembre 2022).

### L'adossement parfait

On peut même adosser la chronique des rentes futures par des OAT<sub>i</sub> et des OAT<sub>€i</sub> qui permettent d'indexer les rentes sur l'inflation (européenne) future réalisée.

Il reste un surplus à 15 M€ environ en valeur flat pour payer les frais futurs : 0,50% sur l'encours et 3% sur les rentes .

**Le canton est « équilibré » et permettrait d'indexer les rentes sur l'inflation**

### La gestion active

Cette situation favorable permet de servir de point de référence pour les résultats des simulations.

En effet le canton peut assurer les paiements de rente jusqu'à l'extinction sans avoir à solliciter l'employeur avec une pure gestion passive adossée ou en «run-off».

Mais il ne reste quasiment pas de marge de sécurité : augmentation de la longévité, taxation de solidarité des régimes surcomplémentaires,...

Une gestion active ferait-elle mieux ?

Mais avec quel degré de risque : c'est la question centrale du mémoire.

## 6 – Modélisation du portefeuille, des actifs et des flux

On utilise deux classes d'actifs

- Des actions européennes (modélisées en loi log-normale d'abord puis avec le modèle de Hardy à deux états).
- Des obligations Investment Grade ou Etat maturité 7 ans
- Les taux TEC 7 et de l'inflation (Year on Year) sont modélisés comme des variables normales.

**Actions valorisées en prix de marché**

Elles sont assimilées à un indice action avec dividendes réinvesties : le CAC 40 DNR (ou TR)

**Obligations valorisées en valeur faciale** : valorisation « mixte » du portefeuille.

Possible car gestion des obligations en « noria » d'où maturité moyenne de 4 ans.  $(N(N+1)/2 * N)$

On n'utilisera pas Vasicek

L'ALM du canton est simulé en comptabilité de caisse : par des flux nominaux (en Euros courants).

Le pas de calcul est annuel et les rebalancements s'effectuent selon une méthode proche de celle d'un CPPI : « on achète bas et on vend haut », car les actions sont valorisées en market value.

La chronique des rentes est connue; elles sont revalorisées sur l'inflation annuellement

Le pas annuel est le « pas normal » pour la comptabilité, les mesures de solvabilité et de performance

**On est en probabilité historique et en comptabilité de caisse ( euros courants )**

## 7 – Modélisation historique : est-ce judicieux ?

On s'inspire de la VaR bancaire Historique (vs VaR Monte Carlo)

On simule le flux cash annuel net : c'est la somme du paiement des rentes et des frais, et la perception des coupons et des tombées obligataires

On rebalance les deux poches en fonction de la variation de la valeur de marché des actions, du flux net cash et en maintenant le ratio de pilotage au niveau visé en ajustant le montant de la nouvelle ligne obligataire à 7 ans.

On a les séries historiques des trois facteurs de risque depuis 1988 (création de l'indice CAC 40),

le TEC 7 est approximé par (TME-0,45%) et on utilise l'inflation historique YoY.

Avec ces trois chroniques historiques, on construit des trajectoires jusqu'en 2097 commençant par chacune des années de 1988 à 2023, par chaînage soit au total trente cinq trajectoires avec un pas annuel mais qui se chevauchent.

On observe le montant final du portefeuille en 2097 obtenu avec chacune des trois stratégies :

**Stable** : maintien de la poche actions à 30 % du montant total du portefeuille

**Prudent** : baisse de ce ratio de 0,50 % par an puis maintien à 0 %. (et Super-Prudent : baisse de 1 % par an)

**Dynamique** : hausse de ce ratio 0,50% par an puis maintien à 60 %

La modélisation historique semble « réaliste » : aucune hypothèse n'est faite, on utilise de « vraies données de marché chronologiques » : simple à comprendre pour des non-initiés

## 7 – Monte Carlo : jouer le futur, est-ce possible ?

La méthode de Monte Carlo est largement utilisée en finance de marché et dans d'autres disciplines. Elle repose sur un très grand nombre de tirages de la variable (ou de plusieurs variables corrélées ou non) et donne un ensemble de valeurs pour la variable simulée : ici le solde final en fonction des trois facteurs de risque : actions, taux et inflation

Les deux taux sont simulés en loi normale et les actions en loi log-normale (en «Black & Scholes »).

Le risque de longévité sera traité séparément car il est de nature (et de sévérité) différente.

Moyennes et écarts types sont extraits des historiques (avec la même profondeur que pour les simulations historiques)

On utilisera ensuite des paramètres fixés de manière arbitraire (mais réaliste) pour observer les sensibilités

On calcule les indicateurs de la distribution des montants du solde final de trésorerie en 2097 et les écart-types, avec un pas annuel :

- la moyenne du solde (positif ou négatif),
- la probabilité moyenne de ruine
- le déficit moyen en cas de ruine ( Expected Shortfall),
- la durée moyenne de vie du canton avant ruine, en cas de ruine.

La modélisation par Monte Carlo permet d'explorer un grand nombre de réalisations possibles (on fait le nombre de simulations que l'on souhaite en se plaçant dans le cadre du théorème de la valeur centrale), c'est « naturel » et simple à comprendre pour des spécialistes et même à des non-spécialistes si on leur explique simplement...

## 8 – Modélisation les paramètres historiques utilisés

Période 1988 2023	CAC 40 TR	TEC 7 proxy	Inflation YoY	Taux 1Y OCDE	Taux 10Y OCDE
Moyenne	9,97 %	3,75 %	1,82 %	3,31 %	4,20 %
Ecart-type	20,63 %	3,13 %	1,15 %	3,35 %	2,84 %
Maximum	+54,14 %	+10,06 %	+5,85 %	+10,34 %	+9,93 %
Minimum	-40,33 %	-0,37 %	-0,02 %	-0,55 %	-0,15 %

Le rendement arithmétique moyen du **CAC 40 TR** (avec dividendes réinvestis) est proche de 10% et sa volatilité est voisine de 20%, les deux extrêmes se situent à + 54 % (+2,13 ET) et à - 40 % (-2,42 ET)

Les paramètres (moyenne/ET) du TEC 7 sont égaux en moyenne au double de ceux du taux d'inflation **sur cette période**

Comme toute véritable variable de marché, elles ne suivent pas rigoureusement une loi normale ou lognormale....

Sur cette quarantaine d'années passées, le rendement financier moyen d'un portefeuille 100% obligataire a été supérieur à l'inflation moyenne et le rendement d'un portefeuille mixte (70% obligations et 30% actions) sensiblement supérieur à celle-ci : **deux constats rassurants....**

## 9 – Modélisation historique : des résultats surprenants

Simulations Historiques	Moyenne	Ecart-type	Maximum	Minimum
Prudent	941 M€	306 M€	1583 M€	468 M€
Stable	1962 M€	711 M€	3926 M€	1014 M€
Dynamique	3666 M€	1577 M€	8708 M€	1736 M€

**Ces montants exprimés en € de 2097 doivent être divisés par dix pour revenir en euros de 2024 !**

Ainsi déflatés ces soldes se situent au niveau de la richesse initiale dans la stratégie Stable (Prudent à la moitié et Dynamique au double) : il y a bien un effet de l'allocation sur le solde final moyen.

**Aucune occurrence de ruine n'est observée dans les trois stratégies** : elles sont donc toutes les trois admissibles.

Avec les simulations historiques la stratégie Dynamique est la plus efficiente : 0% de ruine et le solde final moyen le plus élevé et la Prudente la moins efficiente : « Le risque paierait-il ? »

Les simulations historiques donnent des soldes finaux facialement très élevés en 2097 et ne conduisent à aucune occurrence de ruine, quelque soit la stratégie....

Mais peut-on tirer des conclusions définitives à partir de ces simulations historiques ?

## 10 – Modélisation simple avec des valeurs moyennes constantes

Solde final 97	Reval 0%	Reval 1%	Reval 2%	Reval 3%	Reval 4%	Reval 5%
Rendit financier 0 %	-2 M€	-21 M€	-45 M€	-74 M€	-112 M€	-159 M€
Rendit financier 1 %	+27 M€	-4 M€	-44 M€	-92 M€	-153 M€	-230 M€
Rendit financier 2 %	+111 M€	+57 M€	-9 M€	-90 M€	-190 M€	-314 M€
Rendit financier 3 %	+320 M€	+228 M€	+117 M€	-18 M€	-183 M€	-386 M€
Rendit financier 4 %	+809 M€	+652 M€	+464 M€	+238 M€	-35 M€	-369 M€
Rendit financier 5 %	+1909 M€	+1639 M€	+1320 M€	+939 M€	+483 M€	-69 M€

Comportements antagonistes entre le rendement financier et l'inflation : la première diagonale est à l'équilibre (le canton est suffisamment doté) ; la colonne de gauche est monotone croissante , les colonnes à droite présentent un minimum. Soldes finaux en € de 2097 et cas Stable à 30 % actions.

## 11 – Modélisation en Monte Carlo : quelques cas de ruine

Monte Carlo 2097	Solde final moyen M€	Ecart-type en M€	Probabilité de ruine en %	Ratio Ecart-Type /solde final moyen	Déficit moyen si ruine M€	Déficit moyen moyen M€
Super Pru	622	386	1,56%	0,62	-88	-1,37
Prudent	784	506	1,61%	0,65	-109	-1,75
Stable 30%	1383	1135	1,72%	0,82	-101*	-1,73
Dynamique	2300	2758	2,11%	1,20	-118	-2,49

Les Monte Carlo permettent d'explorer un grand nombre de configurations (moyenne de dix jeux de 1018 trajectoires), ce n'est pas possible avec les simulations historiques. On a aussi fait cent jeux de 1018 trajectoires soit un peu plus de 100000 trajectoires.

**Attention les montants finaux sont toujours exprimés en euros de 2097 et toujours indexation des rentes sur l'inflation**

Il y a quelques occurrences de ruine dans les trois stratégies, leur probabilité augmente modérément avec le degré de risque : entre 1,5 et 2,1 % inférieures au seuil de 2;50 % (une fois en moyenne tous les quarante ans), écart-types autour de 0,40%,

**Les soldes moyens et leurs écart-types évoluent de manière plus marquée : quasi doublement à chaque stratégie.**

Les durées de vie moyennes valent entre 32 et 34 ans, il n'y a pas de différence notable entre les stratégies.

## 12 – Simulations Monte Carlo vs historiques : quelques remarques

Les simulations historiques ne sont pas exhaustives/conservatives et peuvent conduire à de mauvaises conclusions prématurées

Seules les simulations en Monte Carlo permettent d'explorer des situations rares mais cependant pas impossibles.

En Monte Carlo, le nombre de simulations peut être augmenté jusqu'à faire apparaître des ruines avec un degré de confiance suffisamment élevé : c'est à comparer à une quarantaine de simulations historiques qui se chevauchent en outre : ce n'est ni suffisant, ni satisfaisant.

Les simulations sont faites avec des corrélations nulles entre les trois facteurs de risque.

Les coefficients de corrélation mesurés sur les séries historiques sont:

+ 0,10 entre le rendement du CAC 40 TR et le TEC 7

+ 0,23 entre le taux d'inflation et le taux TEC 7.

**Ces valeurs faibles justifient de ne pas introduire de corrélations**

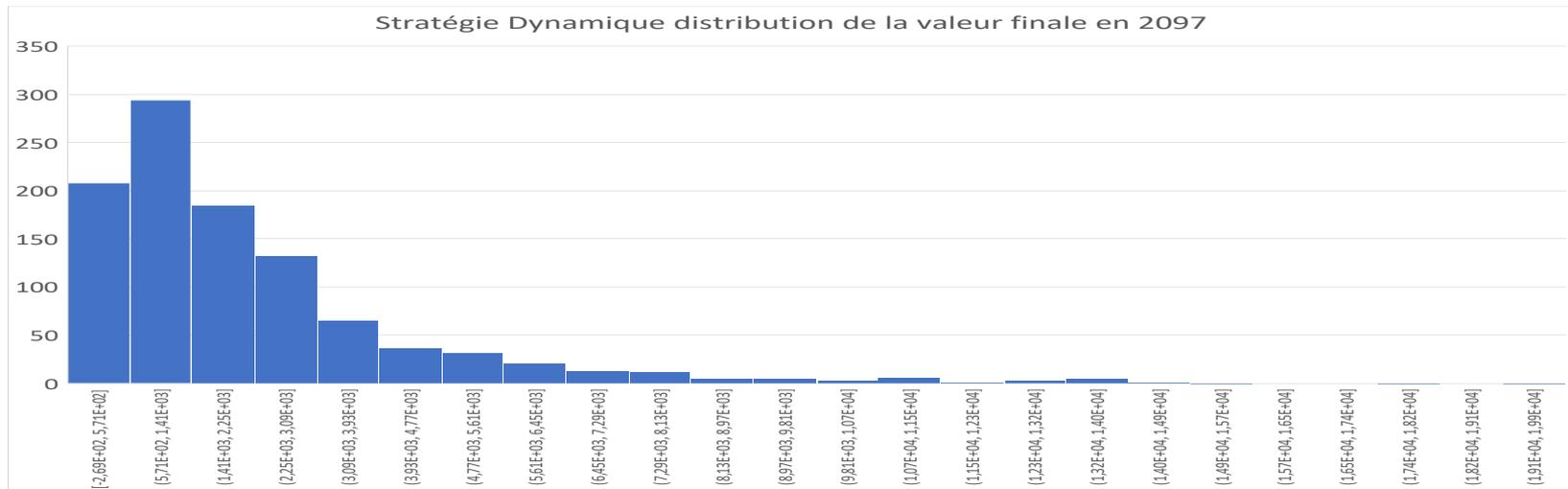
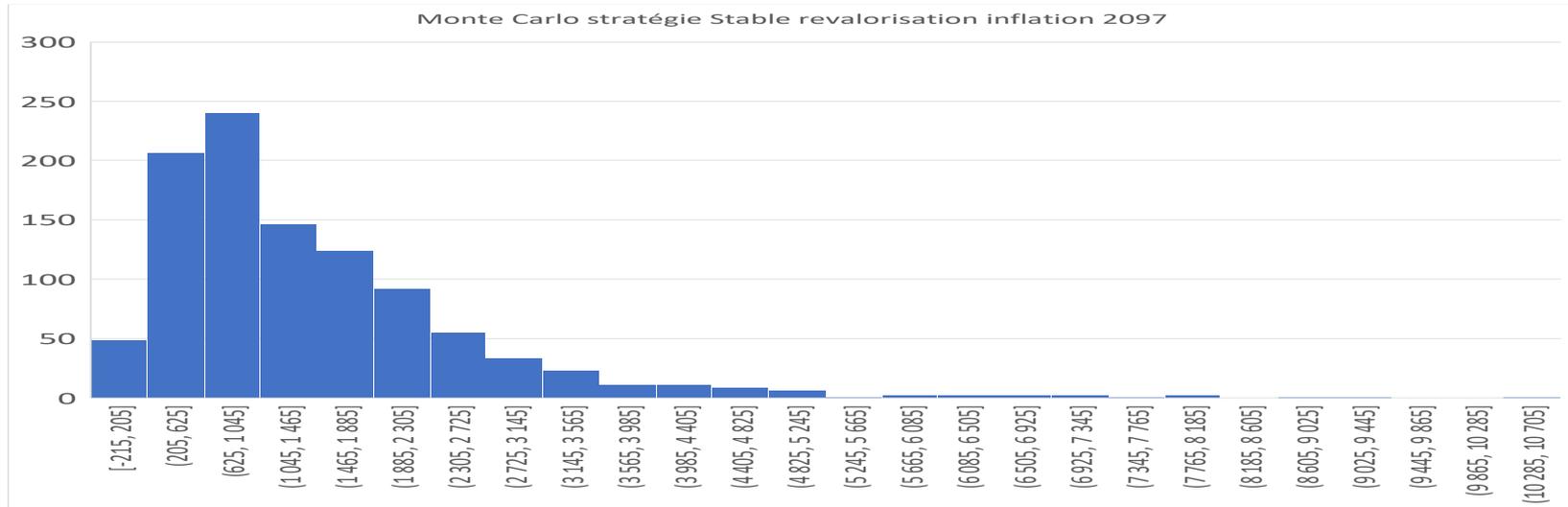
(Conférence ACPR - IA 19 janvier 2023 , p.12 : retour sur les corrélations entre les rendements des actions et les taux d'intérêt et préconisation de prendre 0 pour les SCR correspondants)

Le risque de mortalité est du second ordre par rapport aux trois risques à caractère financier ou économique.

Un choc de longévité de +10% augmente en moyenne les rentes de 3 % (pris ici à +5 % par prudence pour intégrer l'allongement marginal de leur chronique).

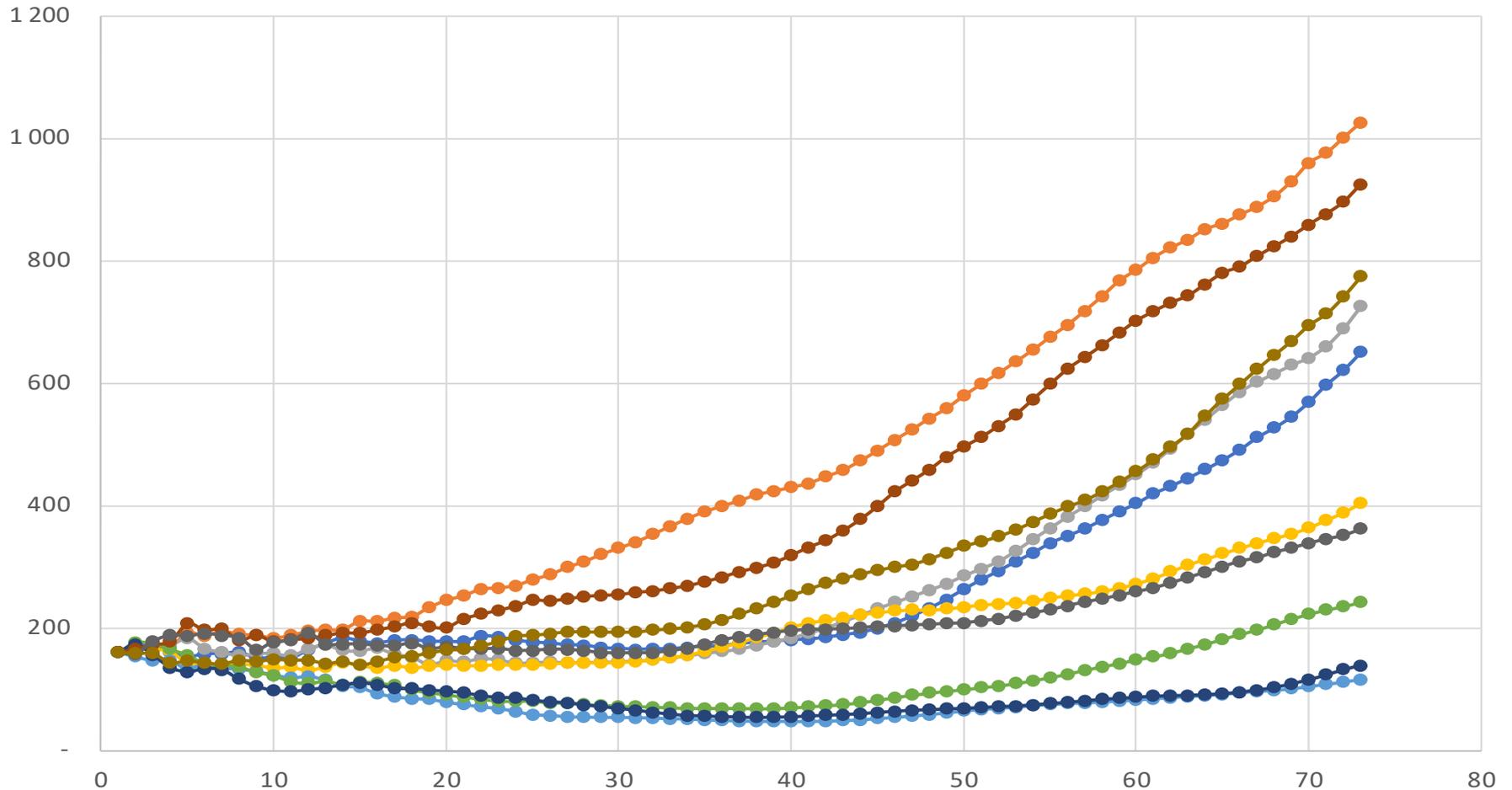
Le risque de longévité a été analysé avec les simulations historiques , les soldes finaux baissent de 10 % environ (les simulations n'ont pas été faites avec des MC car ce facteur n'est pas critique.

## 13 – Les Monte Carlo en deux histogrammes

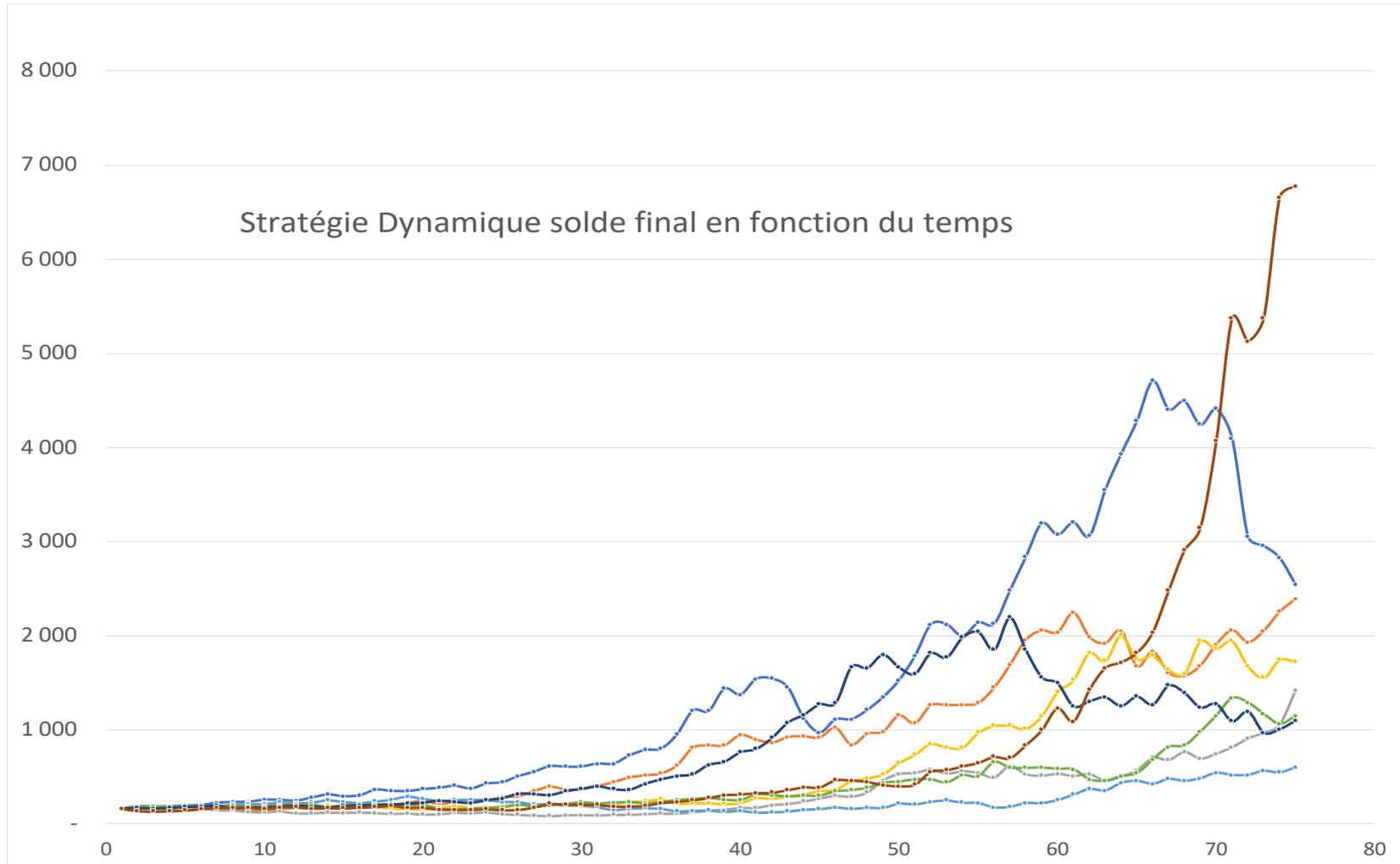


## 14 – Les Monte Carlo en dix trajectoires : stratégie Super Prudent

Stratégie SuperPrudent évolution du portefeuille de 2024 à 2097



## 15 – Le Monte Carlo en dix trajectoires : stratégie Dynamique



## 16 – Et si on revaloriserait au-delà de l'inflation?

Stratégie (2097) % de Participation	Solde final moyen M€	Ecart-type M€	Probabilité de ruine	Déficit moyen en cas de ruine M€	Vie moyenne avant ruine ans
SuperPrudent 50 %	450	302	3,17%	-99	34
Prudent 50 %	575	412	3,28%	-115	33
Stable 50 %	982	859	3,95%	-136	32
Dynamique 50 %	2078	3161	6,26%	-149	33

On améliore la revalorisation des rentes en retenant la plus haute valeur entre l'inflation (bornée à 0%) et une fraction de la performance financière lissée sur les huit dernières années : ici 50 % de celle-ci.

Attention : Les rentes ne peuvent jamais diminuer et il y a un effet « cliquet », les revalorisations sont « acquises »..

Avec un taux de participation de 50 % à la performance financière lissée la probabilité de ruine dépasse le seuil de 2,50 % pour toutes les stratégies et la hiérarchie des risques est toujours observée (ce qui est rassurant....).

Si les rentes sont revalorisées trop généreusement, la probabilité de ruine augmente au-delà du seuil de ruine de 2,50% ; les revalorisations sur l'inflation sont tenables de manière quasi certaine

## 17 – Faut-il vraiment observer jusqu'en 2097 ou avant ?

Stable revalorisation sur l'inflation seule	Solde final moyen M€	Ecart-type M€	Probabilité de ruine %	Déficit moyen en cas de ruine M€	Vie moyenne avant ruine ans
Stable 2097 en € 2097	1 383	1 135	1,72%	-101	33
Stable 2077 en € 2077	568	421	1,71%	-47	33
Stable 2060 en € 2060	271	181	1,61%	-23	30

Sur les deux graphiques montrant une dizaine de trajectoires (slides 14/15) on observe l'effet dominant de la capitalisation dans les dernières décennies alors que le cumul des rentes restantes devient très faible.

On place en 2077 la date d'observation du solde final et de la mesure de la probabilité de ruine, on se place aussi en 2060  
NB : les déflateurs respectifs sont de 5,3 et de 3,1

L'effet sur le solde final moyen est spectaculaire : on retrouve pratiquement les capitalisations des soldes au taux moyen du portefeuille sur la fin de période (les rentes sont négligeables seul le solde fructifie)

La stratégie influe assez peu sur la probabilité de ruine, elle est légèrement plus faible en 2060 qu'en 2097.

Dynamique 2097 en € 2097	2 392	2 875	1,90%	-135	31
Dynamique 2060 en € 2060	322	245	1,49%	-28	29

**Pas nécessaire d'aller jusqu'à la date ultime d'extinction mais à une date suffisamment éloignée**

## 18 – Risque action : sensibilité à la performance et à la volatilité

Stratégie et couple Rendement/Risque Action	Solde final moyen M€	Ecart- type M€	Probabilité de ruine %	Déficit moyen en cas de ruine M€	Vie moyenne avant ruine
Stable (10% ; 20%) € 2097	1 383	1 135	1,72%	-101	33
Stable (5% ; 10%). € 2097	475	271	0,82%	-57	36
Stable (5% ; 20%) € 2097	271	362	16,38%	-143	31
Stable (10% ; 40%) € 2097	126	845	43,74%	-334	25
Stable (20% ; 40%) € 2097	3 930	6 560	9,02%	-256	27

Pour mesurer les sensibilités à un facteur, on part du couple historique de la moyenne (performance) et de l'écart-type (volatilité) : le « cas de base » et on double ou divise par deux l'un ou les deux paramètre(s).

Stratégie Stable, revalorisation sur inflation, date d'observation en 2097 (on déflate par 10 pour avoir des euros de 2024)

Les configurations les plus pénalisantes sont (10% ; 40 %) : une forte volatilité (absolue et relative au rendement) et un rendement moyen ; puis (5% ; 20%) : un faible rendement et une forte volatilité relative et enfin (20%; 40% ) : une forte volatilité absolue.

Avec 30 % d'actions, le risque de ruine est notable pour certains couples rendement/volatilité des actions

## 19 – Risque de taux d'intérêt : sensibilité à la moyenne et à l'écart-type

Stratégie et couple Rendement/Risque TEC	Solde final moyen M€	Ecart-type M€	Probabilité de ruine %	Déficit moyen en cas de ruine M€	Vie moyenne avant ruine ans
Stable (3,8% ; 3,1%) 2097	1 383	1 135	1,72%	-101	33
Stable (7,5% ; 6,3%) 2097	12 960	9 853	0,01%	SO	SO
Stable (1,9% ; 1,6%) 2097	350	392	12,08%	31	124
Stable (3,8% ; 6,3%) 2097	1 433	1 420	3,20%	-153	31

Afin de mesurer les sensibilités à un facteur, on part du couple historique (cas de base) et on double ou divise par deux l'un ou les deux paramètre(s). On se situe dans la stratégie Stable et à la date d'observation 2097 (en se souvenant de la déflater par 10...)

La configuration la plus pénalisante est (1,9% ; 1,6 %) : un taux coupon TEC 7 faible (qui peut être négatif) et proche du niveau de l'inflation (dont les valeurs négatives sont prises à 0% pour les revalorisations) est potentiellement dangereux (avec un portefeuille contenant 70 % d'obligations au taux TEC 7 et 30 % de CAC 40 TR)

Pour 70 % obligation le risque de ruine apparait dans la configuration rendement/volatilité de taux faible

## 20 – Risque de taux d'inflation : sensibilité à la moyenne et à l'écart-type

Stratégie et couple Rendement/Risque Inflation	Solde final moyen M€	Ecart-type M€	Probabilité de ruine %	Déficit moyen en cas de ruine M€	Vie moyenne avant ruine Ans
Stable (1,8% ; 1,15%) 2097	1383	1135	1,72%	-101	33
Stable (3,6% ; 2,3%) 2097	636	940	23,82%	-284	30
Stable (0,9% ; 0,6%) 2097	1650	1206	0,17%	-52	34
Stable (1,8% ; 2,3%) 2097	1276	1106	3,32%	-150	32

La configuration la plus pénalisante est (3,6% ; 2,3 %) : un taux d'inflation fort (qui ne peut pas être négatif pour les revalorisations) quasiment égal au taux coupon TEC 7 moyen (3,8%) et qui **s'applique à la totalité du passif avec effet cliquet**. L'autre est (1,8% ; 2,3 %) : une volatilité relativement élevée (et asymétrique : inflation bornée à 0%).

La configuration la plus pénalisante ici est analogue au cas le plus pénalisant observé avec le taux TEC7 : une quasi égalité entre le taux moyen de rendement de l'actif et celui d'inflation : partant de l'équilibre on le maintient jusqu'à extinction.

Le risque inflation devient sensible dans la configuration du couple rendement/volatilité élevé

## 21 – Et si on augmente le poids de la poche actions : mais jusqu'où ?

Pourcentage poche actions fixe Indexation inflation			Solde final moyen M€	Ecart-type M€	Probabilité de ruine %	Déficit moyen en cas de ruine M€	Durée moyenne avant ruine ans
Stable	10 %	2077	289	133	0,14%	-22	36
Stable	30 %	2077	568	421	1,71%	-47	33
Stable	50 %	2077	1006	1149	6,24%	-95	28
Stable	70 %	2077	1811	3064	11,16%	-137	25
Stable	0 %	2077	195	92	0,26%	-14	39

On maintient le **pourcentage fixe de la poche actions** en gestion type CPPI et on se place en 2077.

On explore d'autres allocations : plus prudent avec 0% (tout obligataire) ; 10% (un peu inférieur au taux moyen des ORPS français (on vérifie l'optimum de diversification des risques à 7%) ou plus agressif avec 50 % et même 70 % comme dans certains fonds anglo-saxons ou le fonds souverain Norvégien.

**30% est un bon compromis : le seuil de ruine à 2,50 % est atteint pour 35% et celui de 5 % pour 45 % environ.**

**A partir de 50% on excède le seuil de 5% et on devient « risqué » , à 70% c'est pire pour un faible gain marginal finalement.....**

**Pour ce fonds de retraite collectif en extinction la poche action ne doit pas excéder 30 %**

## 22 –Et si la richesse initiale était moins élevée : mais jusqu'où ?

Portefeuille initial Indexation inflation	Solde final moyen M€	Ecart-type en M€	Probabilité de ruine %	Déficit moyen en cas de ruine M€	Durée moyenne avant ruine ans
Stable 100 M€ 2097	-178	412	73,85%	-361	24
Stable 125 M€ 2097	440	683	24,76%	-199	29
Stable 150 M€ 2097	1070	982	4,58%	-142	31
Stable 161,6 M€ Base	1 383	1 135	1,72%	-101	33

Jusqu'à quel niveau de sous-financement initial le canton peut conserver une solvabilité suffisante jusqu'à extinction avec une poche actions stable à 30% ?

Avec un portefeuille initial de 150 M€ (soit le niveau minimal de solvabilité en 2024), la probabilité de ruine se situe à 4,58% ,sous le seuil haut de probabilité de ruine de 5% (probabilité est peu sensible au style de gestion : Dynamique 5,08 % et Super-Prudent 4,12 %)

Pour des valeurs du portefeuille initial plus basses, les probabilités de ruine augmentent : c'est logique....

Avec un solde final moyen voisin de 0 la probabilité de ruine est proche de 50 % : c'est logique et a été observé dans d'autres configurations : en visant l'équilibre on a environ une chance sur deux d'être dessous

Le ratio solde final/écart-type est un assez bon indicateur du niveau de la probabilité de ruine.

## 23 – Une autre modélisation de l'indice actions : le modèle de Hardy

Stable revalo inflation 2077 modèle Hardy	Solde final moyen M€	Ecart-type M€	Probabilité de ruine %	Déficit moyen en cas de ruine M€	Vie moyenne avant ruine ans
Moyennes	281	174	1,10%	-26	36
Ecart-types	9	14	0,26%	11	3

On modélise la poche actions avec le modèle à deux états de Hardy (2001) pour mieux décrire les périodes de crise.

On extrait les six paramètres représentatifs (rendement, volatilité et probabilité de passage) des deux états du CAC (1990 à 2023) puis on les utilise pour simuler le comportement futur. On vérifie l'implémentation sur l'article de Hardy de avec le S&P 500. **NB: indices sans dividendes, d'où les valeurs différentes....**

L'accord entre le modèle log-normal simple (Black & Scholes) et celui de Hardy est satisfaisant sur les rendements moyens (un peu moins sur la volatilité) et on vérifie que **le modèle Hardy est plus « conservatif »** (constat de Hardy).

Stable revalo inflation 2077 log-normal (6,84%;13,05%)	Solde final moyen M€	Ecart-type en M€	Probabilité de ruine en %	Déficit moyen en cas de ruine M€	Durée moyenne avant ruine ans
Moyennes	355	206	0,72%	-30	35
Ecart-types	7	11	0,31%	10	2

## 24 – Premiers constats

### CE QU'IL NE FAUT PAS FAIRE ...

- Des simulations historiques car elles ne sont pas suffisamment couvrantes
- Aller jusqu'au décès du dernier bénéficiaire, c'est légitime d'un point de vue juridique mais c'est irréaliste d'un point de vue financier...
- Supposer que les facteurs de risque sont corrélés : une complexité accrue ne signifie pas toujours une meilleure précision : corrélations instables dans le temps par exemple

### CE QU'IL FAUT FAIRE :

- Utiliser des simulations par Monte Carlo et des modèles simples (lois normale et log-normale) sans corrélations.
- Observer les graphiques pour comprendre les liens entre facteurs de risque et les trajectoires,...
- Simuler jusqu'en 2077, plus réaliste que 2097, mais plus prudent que 2060 qui est « un peu court »

### CE QUE L' ON CONSTATE :

- Il faut évaluer les avantages et les inconvénients de chacune des stratégies et «lire» les trajectoires.
- Mesurée par la probabilité de ruine, c'est assez logiquement la stratégie Prudente qui est la plus efficiente (1,6%).
- Les deux autres stratégies : Stable et Dynamique sont un peu plus risquées (probabilités de ruine de 1,7 % et de 2,1 % resp.) et leurs soldes finaux sont bien plus élevés : mais à qui profitera ce solde ultime ?

## 25 – Conclusions et approfondissements possibles

En suivant le principe de la « personne prudente » la stratégie Stable est la plus efficiente car sa probabilité de ruine est très proche de celle de la stratégie Prudente alors que son solde final moyen est nettement plus élevé : 1400 M€ vs 800 M€.

L'équilibre initial du canton est maintenu dans la plupart des configurations lorsque la hiérarchie entre performance et volatilité des trois facteurs de risque est **normale** : un taux de rendement moyen des actions supérieur au taux d'intérêt, et celui-ci supérieur à son tour au taux moyen d'inflation.

Les études de sensibilité/stress confirment ce principe : chaque stratégie est adaptée à une configuration.

Le principal risque est qu'une inflation moyenne élevée qui porte sur tout le passif avec l'effet cliquet soit supérieure à un faible rendement financier moyen de l'actif durablement.

Le choix d'un seuil de ruine très bas implique des soldes finaux moyens élevés ; a contrario si l'on vise l'équilibre simplement à la date d'extinction (donc avec environ 50 % de probabilité de ruine) on pourrait distribuer plus, mais c'est risqué pour un fonds collectif, moins absurde pour un PER individuel.

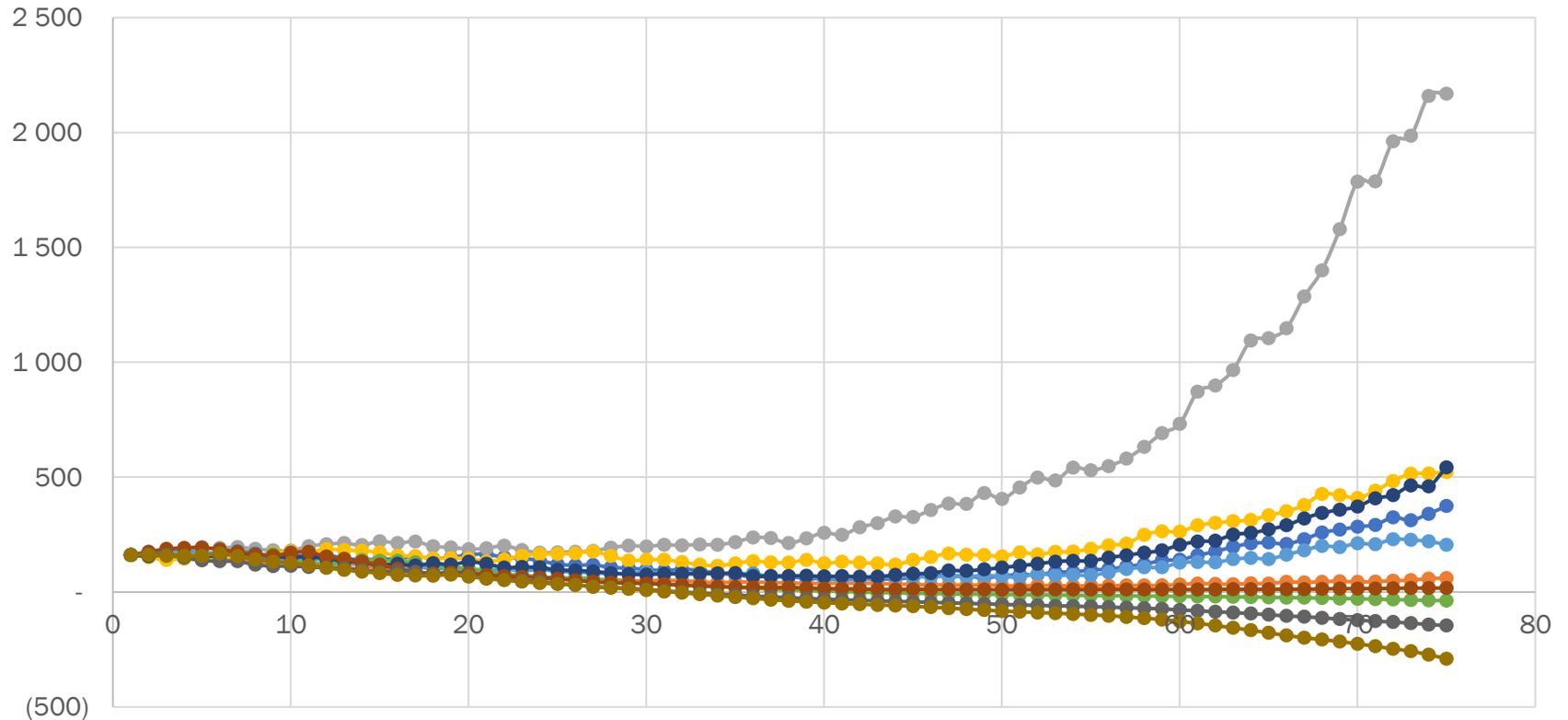
### Approfondissements :

La méthodologie et les paramètres peuvent servir à analyser la gestion des phases épargne et consommation d'un PER qui intéresse un plus grand public : quelle est la stratégie et les supports les plus adaptés dans ses deux phases : épargne et consommation.

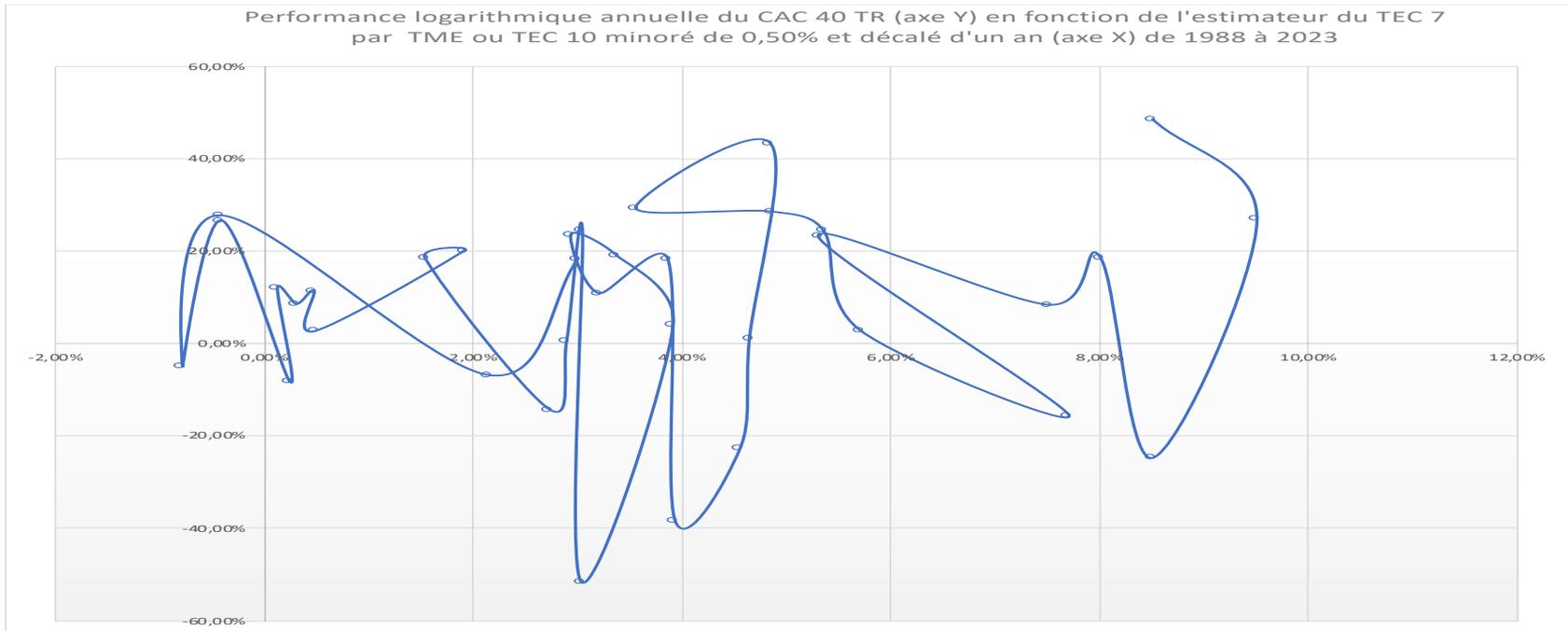
On peut tester des modèles plus élaborés (Vasicek pour les taux, Merton/Heston pour les actions) pour voir s'ils sont plus conservatifs/précis,

On pourrait calculer les ratios de solvabilité annuels, réduire le pas de simulation,...

26 – Stratégie Stable participation 90 % de la performance financière lissée : des ruines...



## 27 – Performances du CAC 40 TR (DNR) et taux TEC 7 : quelle corrélation ?

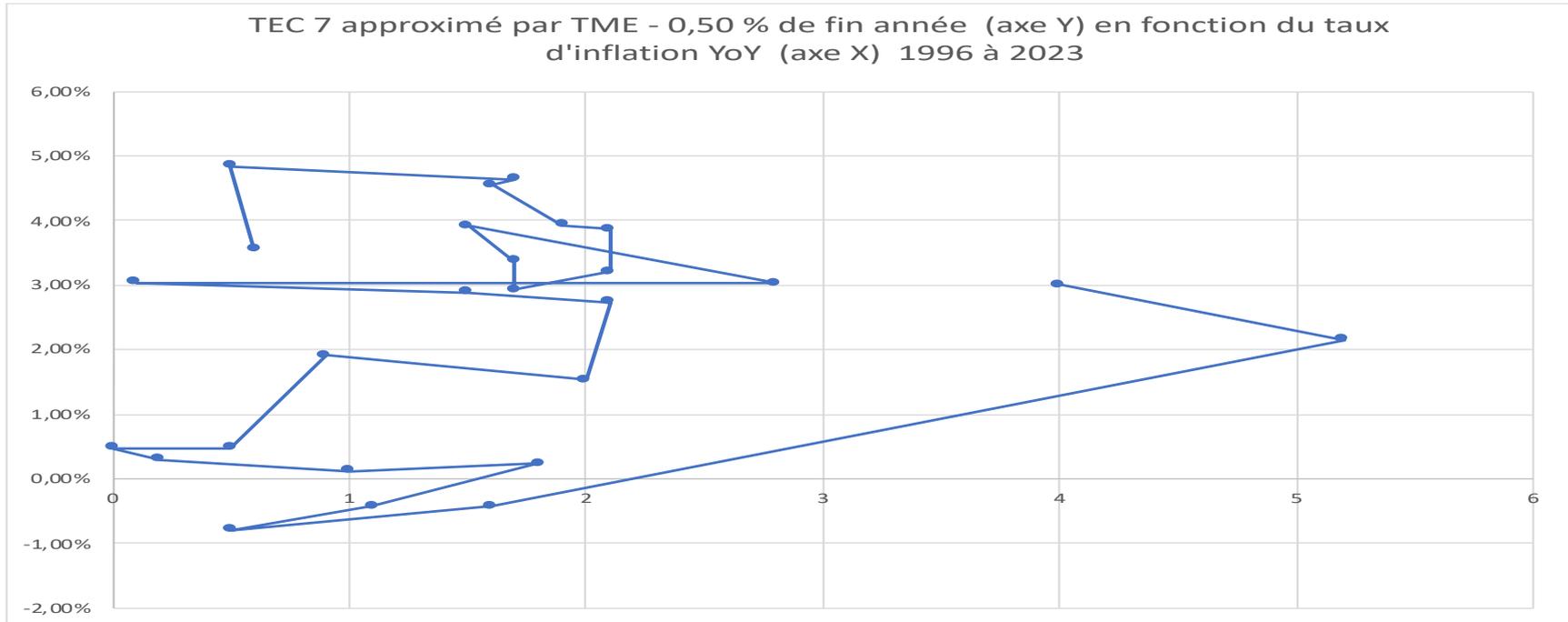


Performances annuelles du CAC 40 TR et du proxy du taux TEC 7 (TME - 0,50%) entre 1988 et 2023 (NB les échelles)

Le CAC 40 TR a présenté des extrêmes allant de - 50 % à + 50 % env. lorsque le taux évoluait entre -1% et 9,5 %

La courbe lie les points chronologiquement de la droite vers la gauche et revient vers le centre (+ 3,5 % et + 18,3%).  
La corrélation vaut 0,10 et n'a pas grand sens : cf support ACPR/IA de 2013 : corrélation taux/actions suggérée à 0

## 28 – Quelle corrélation entre le taux d'inflation YoY et le taux TEC 7 ?



Taux d'inflation française YoY en fonction du taux TEC 7 (proxy TME-0,50%) de 1988 à 2023 (échelles égales)

L'inflation a fluctué entre - 0,17 % et 5 % environ lorsque le taux (proxy) TEC 7 évoluait entre -0,8 % et 5 %

La courbe lie les points chronologiquement : elle part de la gauche et va vers la droite (inflation à 5+ % en 2022)

La corrélation de 0,23 indique que le lien entre les deux taux est plus faible qu'on aurait pu l'imaginer.....

Merci de votre attention