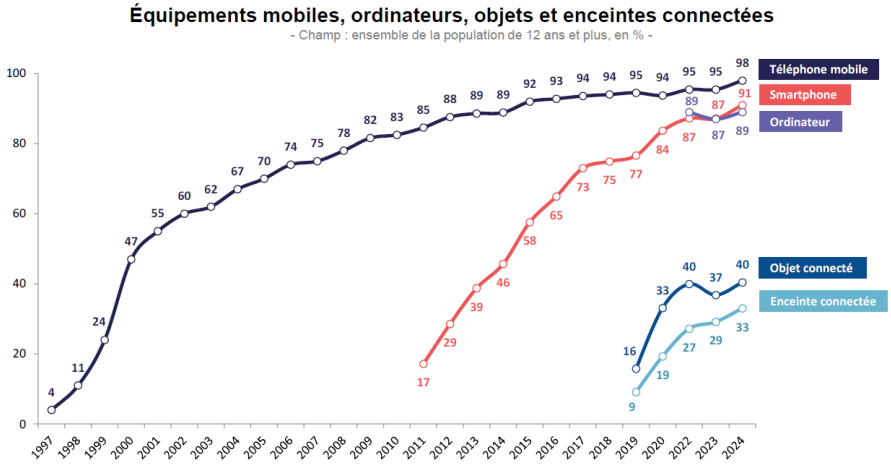
Mathématiques appliquées à l'assurance des risques numériques

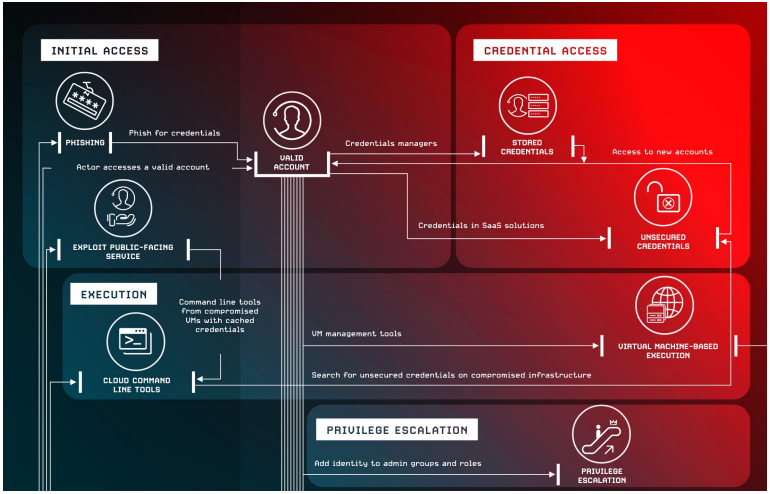
Sébastien Farkas
Allianz France
//
Doctorat réalisé à :
Sorbonne Université
Ecole Doctorale Sciences Mathématiques de Paris-Centre
Laboratoire de Probabilités, Statistique et Modélisation
Sous la direction d'Olivier Lopez et Caroline Hillairet
//
24e Congrès des Actuaires
Ma thèse en 10 minutes
17 juin 2025

Le numérique : une place croissante et presque omniprésente dans la société



Infographie extraite du baromètre 2025 du numérique, CRÉDOC

Les risques numériques : les acteurs malveillants et leurs stratégies



Infographie extraite du Crowdstrike 2025 Global Threat Report, basée sur MITRE ATT&CK

Les risques numériques : quelques éléments de prévention

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté
Égalité
Fraternité

AGENCE NATIONALE DE LA SÉCURITÉ DES SYSTÈMES D'INFORMATION
ANSSI

JE CLIQUE OU PAS ?

https://www.institutdesactuaires.com/

Lecture conseillée du site https ://cyber.gouv.fr/appliquer-les-dix-regles-dor-preventives

Les risques numériques : quelques éléments de prévention

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté
Égalité
Fraternité

Institut des ACTUAIRES

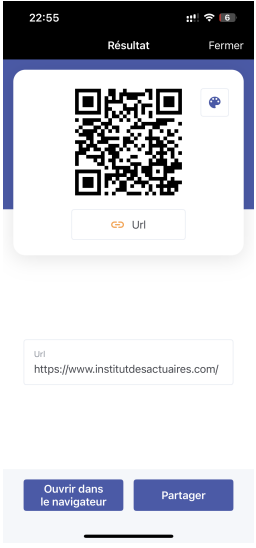
Les risques numériques : quelques éléments de prévention

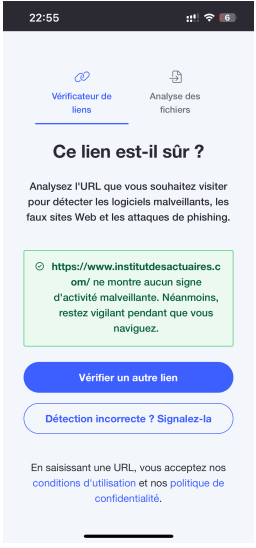
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté
Égalité
Fraternité

AGENCE NATIONALE DE LA SÉCURITÉ DES SYSTÈMES D'INFORMATION
ANSSI

JE CLIQUE OU PAS ?

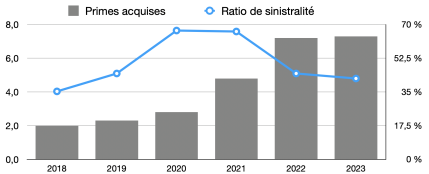
Les risques numériques : quelques éléments de prévention





L'assurance des risques numériques et ses enjeux mathématiques

- Aux États-Unis, le marché est rentable, en croissance et très concurrentiel (NAIC) malgré une volatilité des coûts : médiane à 140K$ et moyenne à 630K$ (IAIS).



- La dépendance des primes en fonction des profils de risques repose davantage sur des avis d'experts que sur une modélisation statistique des pertes conditionnelles.
- Dans un contexte de bases de données de sinistres en cours de constitution, comment peut-on contribuer à améliorer la maîtrise des engagements des assureurs ?

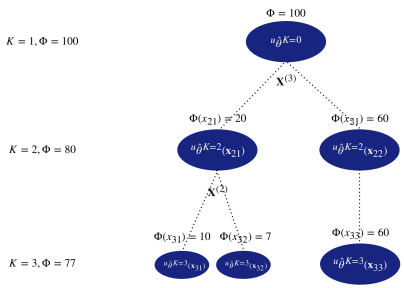
Table des matières

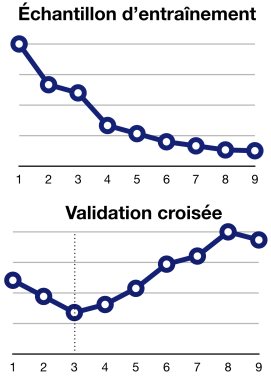
1 Classification des risques à partir de valeurs extrêmes

2 Estimation de copules à partir de données censurées

3 Estimation de phénomènes d'accumulation auto-excités

Construction d'un arbre de régression (CART)





Un arbre de régression adapté aux valeurs extrêmes : résultat

- u : seuil à partir duquel les données sont considérées extrêmes,
- k_n : ordre de grandeur du nombre d'excès,
- K : nombre de feuille de l'arbre de régression,
- $\theta(x) = (\sigma(x), \gamma(x))$: paramètre conditionnel de la loi Pareto généralisée (GPD).

Extrait du Théorème 1.3.1 *(S. Farkas, A. Heranval, O. Lopez, M. Thomas, 2024)*

Sous les conditions précisées au théorème 1 de la partie B, nous obtenons l'existence de constantes positives $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ telles que $\forall\ t > K(\log k_n)k_n^{-1}$,

$$\mathbb{P}\left(\sup_{u_{\min}\leq u\leq u_{\max}} |{}^{u}\hat{\theta}^{K}(\mathrm{x}) - {}^{u}\theta^{*K}(\mathrm{x})|_2^2 \geq t\right)$$
$$\leq 2\left(\exp\left(-\frac{\mathcal{C}_1 k_n t}{K(\log k_n)^2}\right) + \exp\left(-\frac{\mathcal{C}_2 k_n t^{1/2}}{K^{1/2}\log k_n}\right)\right) + \frac{\mathcal{C}_3 K}{k_n^{5/2} t^{3/2}},$$

CART & GPD : résultats de la simulation numérique

Soit $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = (0.5, 1, 1.5)$.

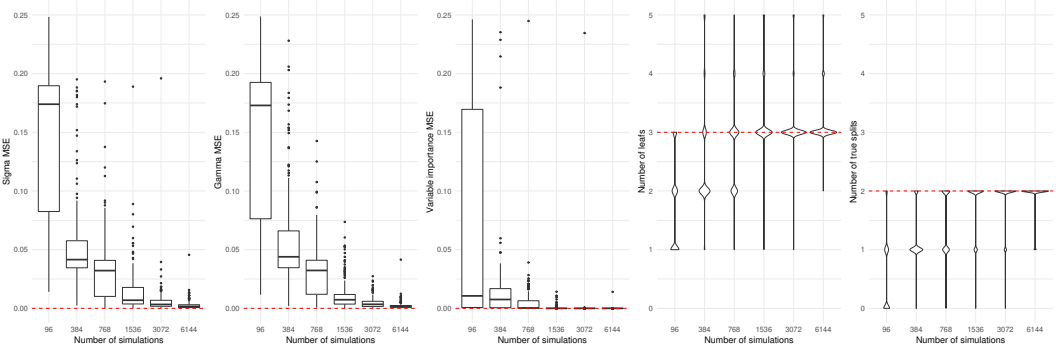


Table des matières

1 Classification des risques à partir de valeurs extrêmes

2 Estimation de copules à partir de données censurées

3 Estimation de phénomènes d'accumulation auto-excités

Censure : estimateur de Kaplan-Meier (1958)

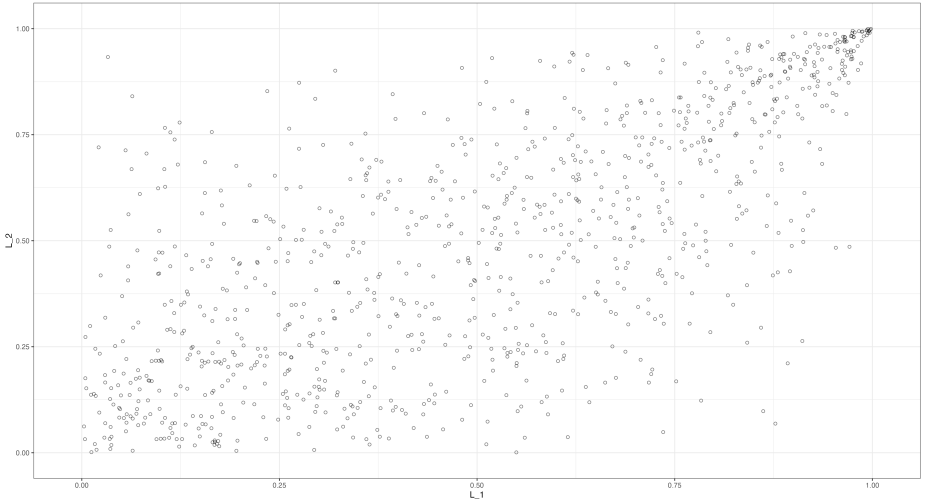
- T : le délai de traitement d'un sinistre, inconnu pour les dossiers ouverts,
- C : la censure de T,
- Y : le délai observé de traitement d'un sinistre $Y = \min(T, C)$,
- δ : l'indicatrice de clôture d'un sinistre, $\delta = \mathbb{1}_{\{Y=T\}}$,

$$\hat{S}^T(y) = \prod_{Y_i \leq y} \left(1 - \frac{\delta_i}{\sum_{k=1}^n \mathbb{1}_{Y_k \geq Y_i}}\right).$$

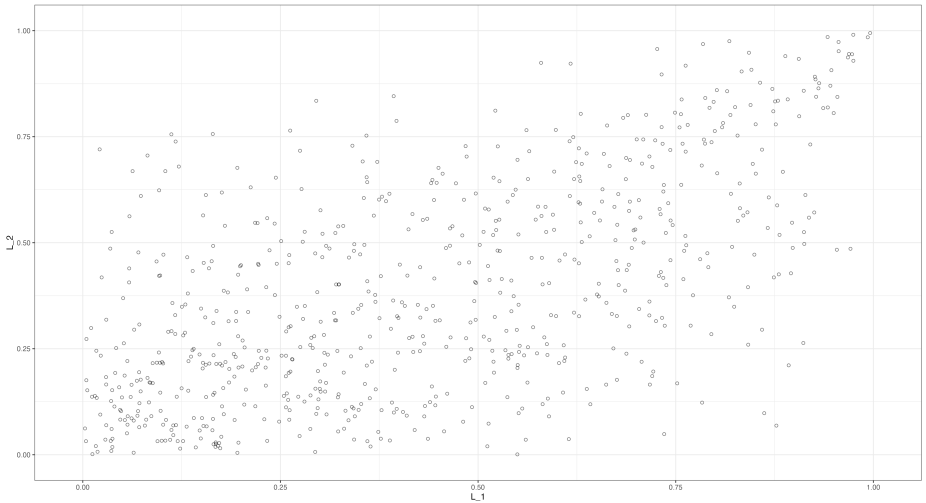
Représentation en somme de variables pondérées : Van der Laan et Robins (2003)

$$\hat{S}^T(y) = \sum_{i=1}^n \hat{W}_{in} \mathbb{1}_{Y_i \leq y} \text{ avec } \hat{W}_{in} = \frac{\delta_i}{n\hat{S}^C(Y_i^-)}.$$

Dépendance & Censure : illustration



Dépendance & Censure : illustration



Dépendance & Censure : illustration

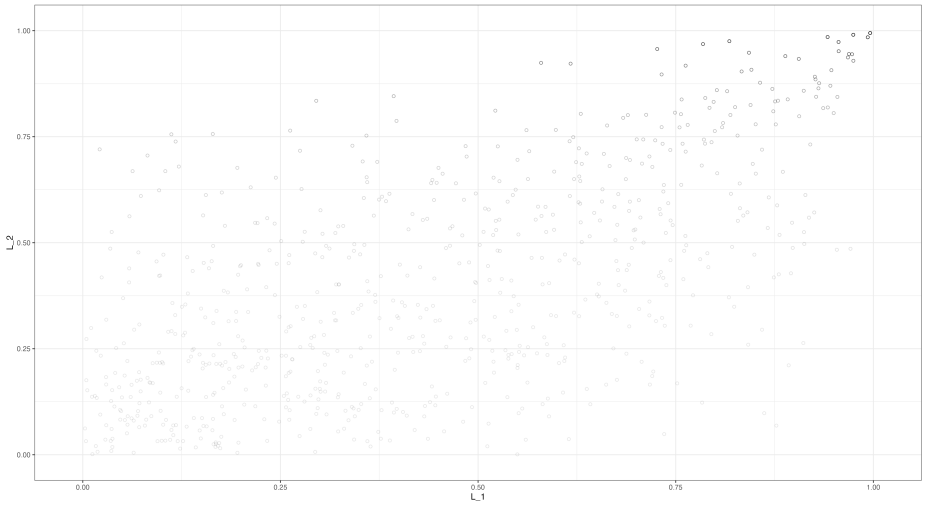


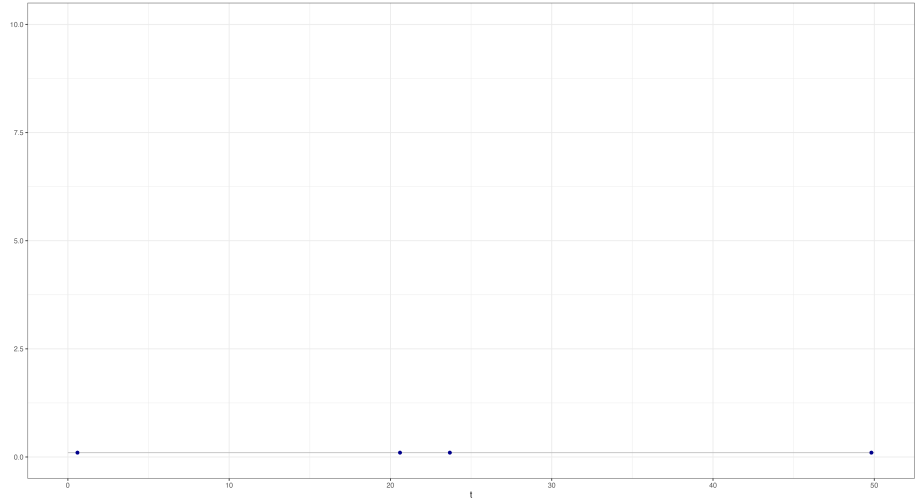
Table des matières

1 Classification des risques à partir de valeurs extrêmes

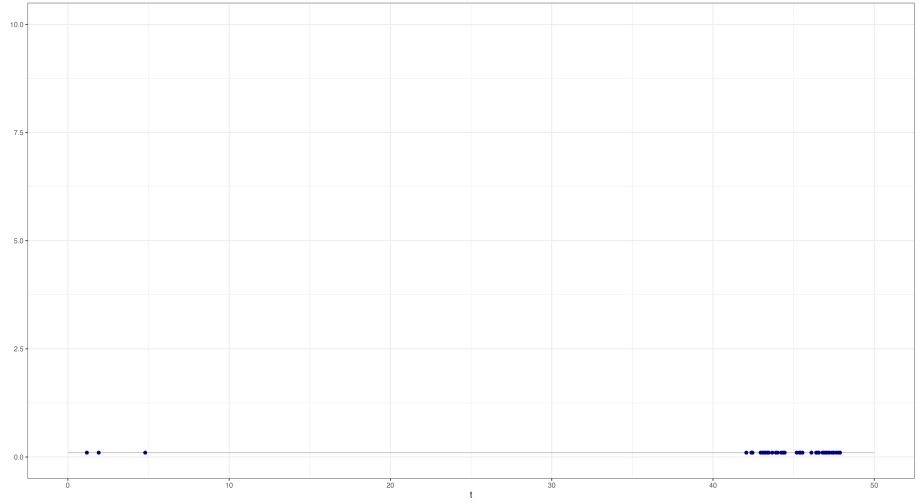
2 Estimation de copules à partir de données censurées

3 Estimation de phénomènes d'accumulation auto-excités

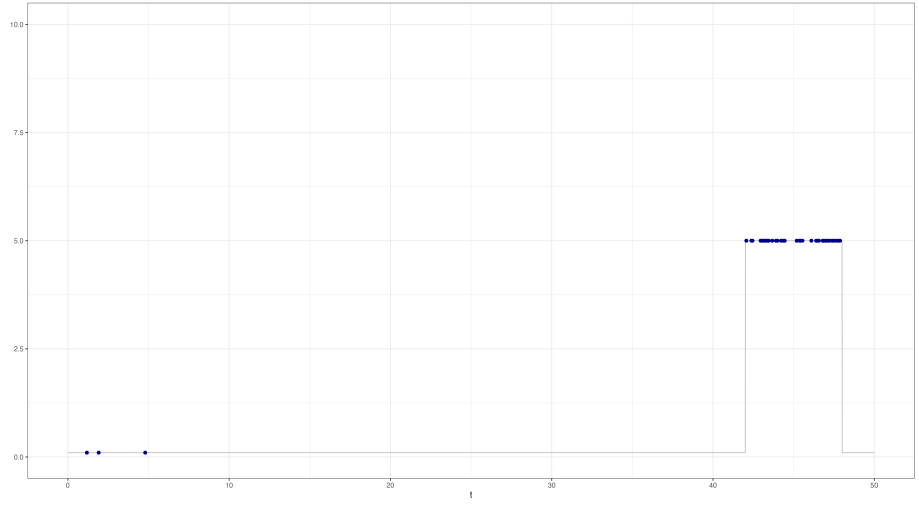
Processus de comptage : processus de Poisson homogène



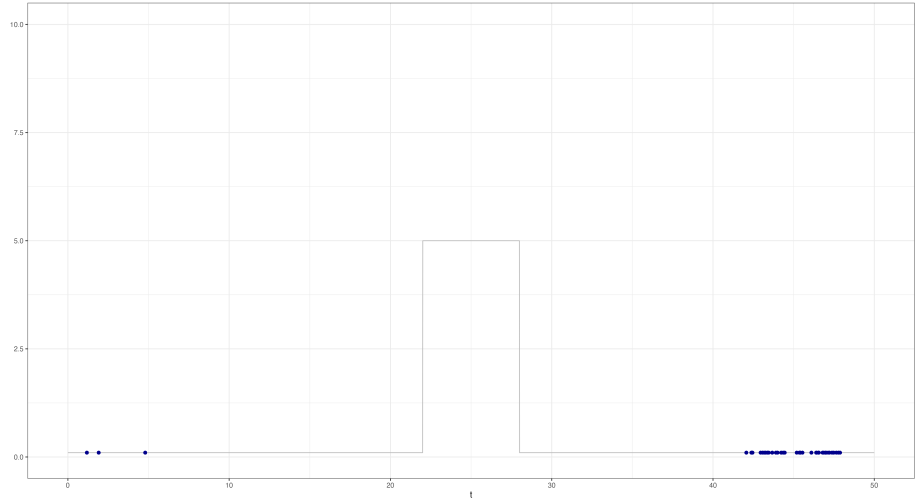
Processus de comptage : processus de Poisson homogène



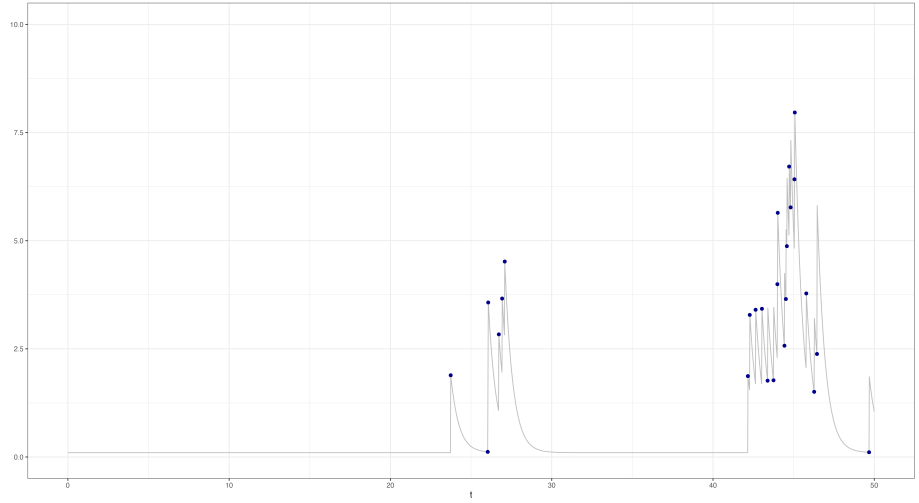
Processus de comptage : processus de Poisson inhomogène



Processus de comptage : processus de Poisson inhomogène



Processus de comptage : processus de Hawkes (1971)



Accumulation & Hawkes : cadre de démonstration

- Décomposition du processus d'accumulation $\mathfrak{A}(t)$ entre son espérance et ses déviations, cf Jaisson and Rosenbaum (2015),

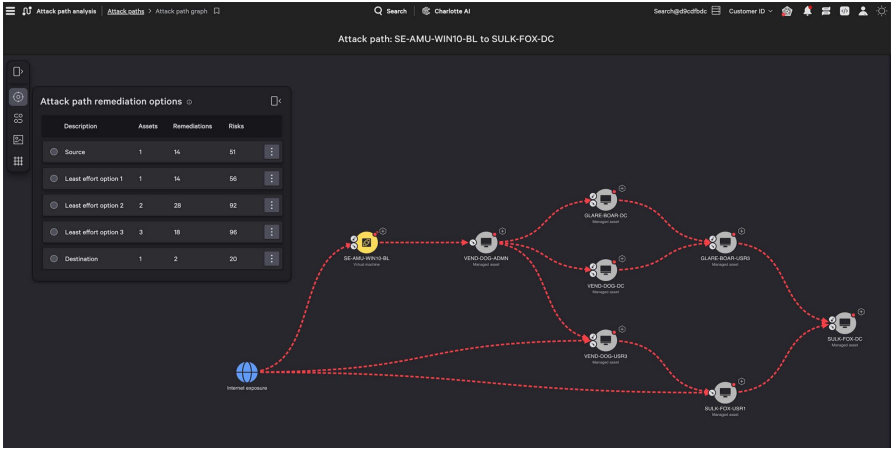
$$\mathfrak{A}(t) = \mathbb{E}[\mathfrak{A}(t)] + \mathfrak{M}(t),$$

- Étude de la norme infinie de $\mathfrak{M}(t)$ par disjonction de cas relative au compensateur du processus $\mathfrak{I}(t)$, noté $\Lambda(t)$, cf Guével (2021) et Reynaud-Bouret & Roy (2007),

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}\left(\sup_{0\le t\le T}\mathfrak{M}(t) > x\right) &= \mathbb{P}\left(\left\{\sup_{0\le t\le T}\mathfrak{M}(t) > x\right\} \cap \left\{\Lambda(T) < \mathfrak{c}_u^T T\right\}\right) \\
&+ \mathbb{P}\left(\left\{\sup_{0\le t\le T}\mathfrak{M}(t) > x\right\} \cap \left\{\Lambda(T) \ge \mathfrak{c}_u^T T\right\}\right) \\
&\le \mathbb{P}\left(\left\{\sup_{0\le t\le T}\mathfrak{M}(t) > x\right\} \mid \left\{\Lambda(T) < \mathfrak{c}_u^T T\right\}\right)\mathbb{P}\left(\Lambda(T) < \mathfrak{c}_u^T T\right) \\
&+ \mathbb{P}\left(\Lambda(T) \ge \mathfrak{c}_u^T T\right) \\
&\le \mathbb{P}\left(\left\{\sup_{0\le t\le T}\mathfrak{M}(t) > x\right\} \mid \left\{\Lambda(T) < \mathfrak{c}_u^T T\right\}\right) \\
&+ \mathbb{P}\left(\Lambda(T) \ge \mathfrak{c}_u^T T\right).
\end{aligned}$$

- Majoration de la probabilité de saturation des capacités d'assistance $\mathbb{P}\left(\sup_{0\le t\le T}\mathfrak{A}(t) > x\right)$.

Ouverture et perspectives : les modèles actuariels



Capture d'écran d'une des solutions de Crowdstrike

Ouverture et perspectives : le marché de l'assurance des risques numériques